UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTOBAL DE HUAMANGA

ESCUELA DE POSGRADO

UNIDAD DE POSGRADO DE LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

MENCIÓN EN DOCENCIA UNIVERSITARIA

MATERIALES DIDÁCTICOS CONCRETOS EN EL DESARROLLO DE CAPACIDADES MATEMÁTICAS EN ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN INICIAL DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTÓBAL DE HUAMANGA, 2015

Tesis para optar el Grado Académico de:

MAESTRO EN DOCENCIA UNIVERSITARIA

PRESENTADO POR

Bach. Joel Aníbal MUNAYLLA JAYO

ASESOR

Mg. Requelme Darío MEZA SALAZAR

AYACUCHO – PERÚ

2016

A mis padres con mucho cariño y agradecimiento por haberme dado el mejor obsequio en la trayectoria de mi existencia, mi educación.

AGRADECIMIENTO

A la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, en especial a la Escuela de Pos grado y a la plana docente, quienes durante los años de estudio supieron guiar mi formación profesional, impartiendo sus conocimientos.

Al Mg. Requelme Darío Meza Salazar en su condición de asesor, quien me brindó apoyo incondicional en la elaboración del presente trabajo de investigación.

A los profesores de la Escuela de Posgrado por su apoyo en la validación de los instrumentos de recolección de datos.

A los estudiantes de la serie 100 de la Escuela de Formación Profesional de Educación Inicial de la Facultad de Ciencias de la Educación, quienes siempre se mostraron dispuestas a trabajar.

A todas aquellas personas y amistades que de una u otra manera contribuyeron a la ejecución del presente trabajo.

ÍNDICE

RESUMEN

El presente trabajo de investigación tuvo como objetivo, determinar las influencias del uso de materiales didácticos concretos en el desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes de la serie 100 de la Escuela de Formación Profesional de Educación Inicial de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, 2015, con un nivel de investigación experimental de diseño cuasiexperimental de un grupo en series temporales equivalentes, siendo el área de estudio la Facultad de Ciencias de la Educación; la muestra constituyó 38 estudiantes de la serie 100, que llevaron la asignatura de Matemática II, de la Escuela de Formación Profesional de Educación Inicial, los datos recolectados a través de la técnica de observación y prueba pedagógica. Se aplicó la prueba de análisis de varianza (ANOVA) para contrastación o prueba de hipótesis con un nivel de confianza al 95% y nivel de significancia 5%.

Se llegó al resultado, en la enseñanza con uso de materiales concretos, el mayor porcentaje de los estudiantes tienen logros significativos en el desarrollo de capacidades matemáticas. Es decir, los estudiantes expresan problemas diversos en modelos matemáticos; expresan el significado de los conceptos matemáticos de manera oral y escrita, haciendo uso de representaciones y lenguaje matemático; planifican, ejecutan estrategias heurísticas, procedimientos de cálculo, comparación y estimación, usando diversos recursos para resolver problemas; y justifican y validan conclusiones, supuestos, conjeturas e hipótesis. Por tanto, el uso pertinente de materiales didácticos concretos influyen significativamente en el desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes de la serie 100 de la Escuela de Formación Profesional de Educación Inicial de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, 2015. Evidenciándose una diferencia estadísticamente significativa entre las calificaciones de la enseñanza tradicional y experimental, con un 95% del nivel de confianza (0,00<0,05).

PALABRAS CLAVES: Materiales concretos y desarrollo de las capacidades matemáticas

ABSTRAC

The present research work had as objective to determine the influence of the use of specificmaterials in the development of the mathematical abilities of students of the 100 series of the Vocational School of initial education of the National University of San Cristobal de Huamanga, 2015, with a level of experimental research of quasi-experimental design of a group on temporal series equivalent, being the area of study the Faculty of Education Sciences; the sample was 38 students of the 100 series, which led the subject of Mathematics II, of the Vocational School of Initial Education, the data collected through the observation technique and educational test. The test was applied to analysis of variance (ANOVA) for comparison or hypothesis test with a level of confidence of 95% and 5% significance level.

It came to the result, in teaching with the use of specific materials, the highest percentage of students have significant achievements in the development of mathematical abilities. That is to say, students express different problems in mathematical models; they express the meaning of the mathematical concepts of oral and written manner, making use of representations and mathematical language; plan, implement strategies heuristics, calculation procedures, comparison and estimation, using various resources to solve problems; and justify and validate conclusions, assumptions, conjectures and hypotheses. Therefore, the relevant use of didactic materials concrete have significant influence on the development of the mathematical abilities of students of the 100 series of the Vocational School of initial education of the National University of San Cristobal de Huamanga, 2015. Thus exhibiting a statistically significant difference between the qualifications of the traditional teaching and experimental, with a 95% level of confidence (0.00<0.05).

Key words: specific materials and development of the mathematical abilities

INTRODUCCIÓN

En el presente trabajo de investigación se aborda la situación problemática que se refiere a las variables de estudio, uso de materiales didácticos concretos en la enseñanza de las matemática y desarrollo de las capacidades matemáticas; uno de los problemas que atraviesa actualmente la educación, es la deficiente aplicación de estrategias didácticas innovadoras en la enseñanza y aprendizaje de la matemática, por consiguiente la mayoría de los profesores de la universidad, enseñan de manera rutinaria, expositiva y tediosa, no aplican métodos, técnicas y estrategias didácticas innovadoras, siguen con el modelo tradicionalista, no se preocupan por su innovación en las nuevas formas de enseñar, todo esto repercute en el aprendizaje de los estudiantes universitarios, básicamente en los futuros profesores en educación inicial, porque se observa un alto porcentaje de bajo nivel de aprendizaje de matemática.

Teniendo en cuenta la situación problemática expuesta, la presente investigación tiene como primera variable el uso de materiales concretos en la enseñanza de las matemáticas, que se aplicó para lograr el desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes de la serie 100 de la Escuela de Formación Profesional de Educación Inicial, a fin de contribuir en el campo del conocimiento matemático y la práctica educativa, para mejorar la calidad de formación profesional en los futuros educadores de educación inicial.

El contenido del presente trabajo de investigación está estructurado en cuatro capítulos, en el primer capítulo trata acerca del planteamiento del problema, segundo referido al marco teórico, tercer capítulo sobre metodología de investigación y cuarto capítulo referido a los resultados de la investigación.

En la realización del presente estudio se ha tenido dificultades como la falta de compromiso de algunos de los estudiantes en el proceso de experimentación de los campos temáticos en los estudiantes que llevaron la asignatura de la matemática básica, los cuales fueron superados oportunamente.

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 Identificación y descripción del Problema

El problema de la educación en el Perú, no es un tema nuevo, sin embargo en la era de la globalización y siguiendo el modelo neoliberal adquiere una nueva perspectiva en la formación de los futuros docentes en la búsqueda de nuevas estrategias didácticas de enseñanza - aprendizaje. En el nuevo milenio, los cambios sociales, científicos y tecnológicos ocurren de manera apresurada, esto es más perceptible en la tecnología, ya que los artefactos que hoy son novedosos, mañana serán casi obsoletos. De igual forma la educación sufre cambios vertiginosos de acuerdo al avance científico y tecnológico, por ello es necesario un cambio en la educación del siglo XXI.

Uno de los problemas que atraviesa actualmente la educación, es la deficiente aplicación de estrategias didácticas innovadoras en la enseñanza y aprendizaje de los estudiantes universitarios, por consiguiente, la mayoría de los profesores de la universidad, enseñan de manera rutinaria, expositiva y tediosa, no aplican métodos, técnicas y estrategias didácticas innovadoras, siguen con el modelo tradicionalista, no se preocupan por su innovación en las nuevas formas de enseñar, todo esto repercute en el aprendizaje de los estudiantes universitarios, básicamente en los futuros profesores(ras) en educación inicial, porque se observa un alto porcentaje de bajo nivel de aprendizaje de matemática.

En la Escuela de Formación Profesional de Educación Inicial, la enseñanza de los profesores no responde a su contexto real, la enseñanza lo realizan por igual que en otras Escuelas Profesionales, sabiendo que su realidad de educación inicial es distinta, aprender matemática para aprestamiento en los niños de 3 a 5 años; los docentes no utilizan estrategias didácticas actualizadas en sus sesiones de aprendizaje contextualizados para educación inicial.

El sistema de enseñanza de la matemática debe partir de su contexto, a partir de hechos concretos, luego llegar a las gráficas y la simbolización, ser la matemática un instrumento útil para responder a las demandas del cambio tecnológico y del sistema educativo, por lo que el sistema universitario tiene el papel de moderador de conflictos, de tal manera que se puedan mantener las expectativas de ascenso dentro de la estratificación vertical de la sociedad aplicando las estrategias didácticas. (Hinojal, 1980). Por la situación problemática expuesta, se menciona:

- Enseñanza tradicional de los docentes de matemática en la educación universitaria.
- Falta de uso de materiales concretos en la enseñanza de la matemática.
- El desinterés de los estudiantes por el aprendizaje de la matemática.
- Deserción de muchos estudiantes de las aulas matemáticas.
- Bajo rendimiento académico.

1.2 Formulación del problema

Habiendo identificado, descrito y explicado las razones más relevantes del problema que se desea investigar, se propone:

1.2.1 Problema General:

¿En qué medida el uso de materiales didácticos concretos influyen en el desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes de la serie 100 de la Escuela de Formación Profesional de Educación Inicial de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, 2015?

1.2.2 Problema Específico:

a) ¿Cómo influye el uso de materiales didácticos concretos en el desarrollo de la **capacidad matematiza situaciones** de los estudiantes?

b) ¿Cómo influye el uso de materiales didácticos concretos en el desarrollo de la **capacidad comunica y representa ideas matemáticas** de los estudiantes?

c) ¿Cómo influye el uso de materiales didácticos concretos en el desarrollo de la **capacidad elabora y usa estrategias** de los estudiantes?

d) ¿Cómo influye el uso de materiales didácticos concretos en el desarrollo de la **capacidad razona y argumenta generando ideas matemáticas** de los estudiantes?

1.3 Objetivos de la Investigación

1.3.1 Objetivo General

Determinar la influencia del uso de materiales didácticos concretos en el desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes de la serie 100 de la Escuela de Formación

Profesional de Educación Inicial de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, 2015.

1.3.2 Objetivo Específico:

a) Determinar la influencia que genera el uso de materiales didácticos concretos en el desarrollo de la capacidad matematiza situaciones de los estudiantes.

b) Determinar la influencia que genera el uso de materiales didácticos concretos en el desarrollo de la capacidad comunica y representa ideas matemáticas de los estudiantes.

c) Determinar la influencia que genera el uso de materiales didácticos concretos en el desarrollo de la capacidad elabora y usa estrategias de los estudiantes.

d) Determinar la influencia que genera el uso de materiales didácticos concretos en el desarrollo de la capacidad razona y argumenta generando ideas matemáticas de los estudiantes.

1.4 Justificación de la investigación

El presente trabajo de investigación está orientado a contribuir en el logro de desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes universitarios.

Justificación teórica

Los materiales didácticos concretos juegan un papel fundamental en el desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes universitarios. Las Matemáticas aparecen junto al quehacer del ser humano, hoy es más que nunca una herramienta indispensable y considerada como soporte de toda ciencia que desarrolla el ser humano, pues es absurdo pensar que sólo las personas alfabetas sepan utilizar la matemática, sino veamos nuestro entorno como son: los mercados, los servicios de transporte urbano, las ferias de comunidades campesinas, etc., es decir, hoy no solamente se desarrolla la matemática individualmente sino va de la mano con las demás ciencias.

Justificación práctica

La importancia del presente proyecto de investigación radica en buscar nuevos cambios en el proceso educativo, por formar profesionales con sentido reflexivo, crítico, asertivo y proactivo y no simples seres pasivos, sumisos y muchas veces reactivos, por fortalecer la enseñanza de la matemática relacionando recursos concretos en la enseñanza de la matemática. Por los argumentos que se especifica, con el presente trabajo de investigación espero contribuir: a que el futuro profesional en educación inicial, sepa el conocimiento matemático y logre el desarrollo de sus capacidades matemáticas; hacia al cambio de actitud en la enseñanza de la matemática, cambiar los modelos tradicionales de enseñanza universitaria; sirva de modelo o guía para réplicas posteriores por los colegas docentes del área de Matemáticas, buscando mejorar lo iniciado, al menos en nuestra institución universitaria y por qué no masificar su utilización a nivel regional y nacional; mejorar el rendimiento académico en los estudiantes universitarios, buscando la excelencia educativa, con profesionales de calidad y competentes.

Justificación metodológica.

Existe necesidad urgente en los docentes la búsqueda de nuevas formas metodológicas de enseñanza de la Matemática por su naturaleza abstracta de sus contenidos, en el afán de buscar mecanismos que permitan un aprendizaje significativo de los estudiantes universitarios, incorporar en el aprendizaje la enseñanza de la matemática de lo concreto a lo abstracto, de lo simple a complejo con participación activa y dinámica de los aprendices, para disminuir el bajo rendimiento académico de los estudiantes y evitar la masificación de estudiantes en los primeros semestres académicos, permanencia de más de un semestre en la universidad, deserción y/o retiro de la universidad (frustración), desmotivación y rechazo hacia las matemáticas. Además se busca, disminuir el grado de abstracción matemática, y mejorar las habilidades de razonamiento las cuales faciliten el proceso de enseñanza – aprendizaje y favorecen el alcance de una actitud crítica y propositiva del futuro profesor en educación inicial.

Resulta oportuno modificar nuestros métodos tradicionales de enseñanza universitaria con fines de Acreditación y Certificación de la Calidad Universitaria en que estamos involucrados docentes, estudiantes y comunidad universitaria los que nos exigen productos de calidad, competentes, altamente creativos y eficientes.

1.5 Delimitación del Problema

Delimitación espacial

El presente proyecto de investigación, internamente tendrá por beneficiarios a los docentes del área de Matemáticas y estudiantes de la Escuela de Formación Profesional de Educación Inicial de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, y externamente sirva de referencia e iniciativa para seguir socializando nuevas estrategias de enseñanza de la matemática a nivel regional y nacional.

Delimitación temporal

El presente proyecto de investigación que se desarrolla, se realizó en el semestre académico 2015 –II del año 2015, con los estudiantes de la serie 100 de la Escuela de Formación Profesional de Educación Inicial de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1 Antecedentes de la Investigación

A nivel internacional

Villarroel y Sgreccia (2011), en el trabajo de investigación en la Universidad Nacional de Rosario de Argentina, titulada "materiales didácticos concretos en geometría en primer año de educación secundaria". La investigación se fundamenta teóricamente en las ideas que sustenta la Educación Matemática Realista. Mediante un enfoque cualitativo de alcance exploratorio-descriptivo, se distinguen siete grandes grupos de materiales: modelos fijos 2D y 3D, rompecabezas geométricos, tangram, geoplano, transformaciones dinámicas, origami o papiroflexia, objetos del entorno real. Los mismos, dependiendo de la intencionalidad didáctica, favorecen el desarrollo de variadas habilidades geométricas. Llegó a las siguientes conclusiones:

Que la implementación de este tipo de materiales en la enseñanza de la Geometría en 1° Año de la Educación Secundaria tiene plena coherencia con los principios de la corriente matemática que fundamenta este trabajo de investigación, por cuanto satisface los seis principios que la identifican: favoreciendo un aprendizaje activo donde el alumno aprende haciendo (Principio de actividad); siendo realizables e imaginables permitiendo iniciar el proceso de matematización (Principio de realidad); funcionando como puentes entre los distintos niveles de organización de la Matemática (Principio de niveles); favoreciendo la construcción de sus propias herramientas y juicios matemáticos mediante la manipulación directa de los mismos (Principio de reinvención guiada); estableciendo relaciones entre los distintos ejes y unidades curriculares dentro de la Matemática y con las demás áreas de conocimiento, proporcionando mayor coherencia a la enseñanza (Principio de interrelación) y, por último, fomentando el aprendizaje como una actividad social donde la reflexión conjunta y el intercambio de ideas permiten alcanzar niveles de comprensión más elevados (Principio de interacción).

Esta investigación ha realizado su aporte en ese sentido, identificando y caracterizando los materiales didácticos concretos que pueden utilizarse en 1° Año de la Educación Secundaria y reconociendo las habilidades geométricas que permiten desarrollar. Además se considera que los resultados de esta investigación pueden considerarse como puntos de partida para futuras indagaciones, tales como: Ubicados en la enseñanza de la Geometría en 1° Año de la Educación Secundaria: ¿qué otros materiales didácticos concretos, si es que existen, se utilizan fuera de Iberoamérica?, ¿cuáles son los riesgos de un uso inapropiado de los materiales didácticos concretos?, ¿qué instancias de formación de profesores se requieren para contribuir a un uso intencional y responsable de los materiales didácticos concretos?; en el mismo nivel educativo, pensando ahora en el área Matemática en general: ¿cuáles otros materiales didácticos concretos existen para los restantes ejes?, ¿por qué, a pesar de conocer sus beneficios y contar la institución con ellos, los materiales didácticos concretos a veces no son usados en las clases?

Pachano y Terán de Serrentino (2008), investigación realizada en la Universidad Nacional de los Andes de Venezuela, titulada "estrategias para la enseñanza y aprendizaje de la geometría en la educación básica: una experiencia constructivista", concluye: (a) Se partió de las experiencias previas de los alumnos, es decir, de la ejemplificación de las figuras conocidas de su entorno, para relacionarlas con las estructuras geométricas que forman parte de un contenido específico. Se consideró apremiante, entonces, para la construcción del conocimiento matemático, estudiar diversas figuras y cuerpos geométricos y así consolidar las definiciones que surgen de las propias experiencias de construcción, visualización, dibujo y medición de figuras. En correspondencia con Luengo (2001), corroboramos la importancia de la relación del nuevo contenido con las experiencias previas, ratificando que el "aprendizaje significativo" es un aprendizaje relacionado. (b) Se brindó la oportunidad de la integración de las áreas curriculares a partir del estudio y análisis de los contenidos geométricos. En este sentido, las estrategias diseñadas para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría permitieron integrar áreas tales como: Matemática, Lengua y Literatura, Educación Estética, Ciencias de la Naturaleza y Tecnología y Ciencias Sociales. De esta manera, se promueve la adquisición del conocimiento de forma integral y no parcelado ni atomizado. Al respecto, Macnab y Cummine (1992) señalan que los docentes deben propiciar estrategias innovadoras que estimulen la iniciativa, creatividad e inventiva del estudiante, que permitan la posibilidad de integrar la matemática con la realidad y con otras áreas del saber. (c) Se diseñó el conjunto de estrategias a partir del trabajo mancomunado de los distintos actores que intervinieron en la investigación: niños, docentes e investigadoras. Cada experiencia se convirtió en un recurso valioso para la configuración final del conjunto de estrategias basadas en el enfoque constructivista. Según Pozo (1994) y Díaz y Hernández (2002), las estrategias constituyen procedimientos o secuencias de acciones que el docente puede utilizar en forma reflexiva y flexible para promover el logro de aprendizajes significativos y la solución de problemas. Muy particularmente, González (2004) señala que "resolver problemas es uno de los saberes que han de poseer quienes se dediquen profesionalmente a la enseñanza de la Matemática en los diferentes niveles escolares" (pp.11-12). (d) Se promovió el uso de materiales concretos para cada una de las estrategias diseñadas. Estos materiales permitieron fomentar la creatividad en los niños hacia el logro de aprendizajes contextualizados y por ende, significativos. Destacamos esta característica fundamental de la Teoría Constructivista como actividad relevante a ser integrada en las estrategias para el aprendizaje de la geometría, en apego a los planteamientos de Gallego (1997) quien sostiene que el aprendizaje requiere contextualización.

A nivel nacional

Vilca y Charca (2002), investigación realizada en la Universidad Nacional del Altiplano de Puno, en la tesis titulada, "Los juegos matemáticos como estrategia cognitiva, en el Aprendizaje Significativo, de sistemas numéricos y funciones, en los alumnos del primer grado del C.E.S. "QUICHO", del Distrito de Ollachea- Puno." Concluye: (a) Los juegos matemáticos permiten planificar las actividades de aprendizaje significativo, partiendo de un problema, precisando competencias y contenidos, despertando el interés y la satisfacción por aprender las matemáticas. (b) La aplicación de los juegos matemáticos como estrategia cognitiva, permitió mejorar el nivel de aprendizaje de los contenidos, procedimental, conceptual y actitudinal del área de matemática.

A nivel regional

Cucho y Méndez (2012), Tesis de licenciatura en la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, titulada "Uso de materiales educativos no convencionales en el rendimiento académico en física en los estudiantes del colegio “Catalina Huanca” de Uyuccasa, Ayacucho, 2012”, concluye: el uso de los materiales educativos no convencionales influyen significativamente en el nivel de rendimiento académico en la asignatura de Física. Los materiales didácticos no convencionales presentan un alto grado de eficacia en la indagación y experimentación en la asignatura de Física, los materiales didácticos no convencionales influyen de manera sustancial en lo actitudinal en la asignatura de Física en los estudiantes del colegio.

Meza (2010), investigación realizada en la “Universidad Nacional de san Cristóbal de Huamanga” de Ayacucho, en la tesis titulada: “Estrategia metodológica activo colaborativo en el aprendizaje de la matemática en estudiantes de economía, Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga” concluye: con un nivel de confianza al 95%, la aplicación de de la estrategia metodológica activo colaborativo influye significativamente en el incremento del aprendizaje de resolución de ejercicios y problemas matemáticos en estudiantes de economía de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga.

Janampa (2002), investigación realizada en la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, tesis de maestría titulada: “Estrategias metodológicas y su influencia en el aprendizaje de la matemática en los alumnos del tercer grado de educación secundaria” del C.E “Señor de los Milagros”, concluye: (a) Las estrategias metodológicas generan cambios significativas en el aprendizaje de los estudiantes porque son utilizados intencional y flexiblemente. (b) La educación para el aprendizaje significativo supone la capacidad de desarrollar estrategias de aprendizaje de la vida, aprender a aprender. Una integración más decisiva del aprendizaje en la vida adulta es un componente esencial del proceso de realización de aprendizaje permanente.

2.2 Bases Teóricas

2.2.1. Estrategia

Estrategia, semánticamente "es el arte de dirigir las operaciones militares. En sentido figurado, arte, traza para dirigir un asunto. Estrategia es el uso reflexivo de los procedimientos que se utilizan para realizar una determinada tarea. Utilizar una estrategia, supone algo más que el conocimiento y la utilización de técnicas y procedimientos en la resolución de una tarea determinada..." (Hidalgo, 2000, p.09)

Por tanto, es una actividad significativa que se realiza para lograr un objetivo, es decir es una acción humana orientada a una meta intencional, consciente de conducta controlada y en relación con conceptos como plan, táctica, reglas y desde esta perspectiva las estrategias han sido consideradas como una actividad permanentemente intelectual encaminada a trazar el puente de unión entre el qué y el cómo pensar.

Estrategia didáctica

Para Hidalgo (2000), las estrategias didácticas referido como estrategia de enseñanza y aprendizaje es el conjunto de actividades significativas en el proceso de enseñanza - aprendizaje, tiene mucho que ver con el concepto de aprender a aprender. Su correcta aplicación requiere que el docente asimile la composición mental de sus estudiantes; sin embargo, las estrategias didácticas no son solo una forma de actuar, sino que hay un amplio abanico de estrategias.

Como dice, Díaz y Hernández (2000, citado por Huerta, 2005, p. 32), señalan "son procedimientos que utiliza el docente en forma reflexiva y flexible para promover el logro de aprendizajes significativos. Las estrategias de enseñanza son medios y recursos para prestar la ayuda pedagógica".

Monereo (2001, citado por Huerta, 2005, p. 51) sostiene "que es necesario hacer una distinción entre técnica y estrategia. Las técnicas pueden ser utilizadas de forma más o menos mecánica, sin que sea necesaria para su aplicación que exista un propósito de aprendizaje por parte de quién la utiliza, las estrategias en cambio son siempre conscientes e intencionales, dirigidas a un objetivo relacionado con el aprendizaje".

2.2.2. Materiales educativos y material didáctico

El material educativo es el conjunto de medios de los cuales se vale el profesor para la enseñanza-aprendizaje de los estudiantes, para que estos adquieran conocimientos de manera significativa. Es una manera práctica y objetiva donde el maestro ve resultados satisfactorios en la enseñanza y aprendizaje.

Para Giuseppe (1973) el material didáctico en la enseñanza es el nexo entre la palabra y la realidad, es decir, sustituye la realidad facilitando su objetivación. Lo ideal sería que toda actividad de aprendizaje se llevara a cabo dentro una situación real de vida.

Sarmiento (2007) afirma que los medios de enseñanza son "los instrumentos, equipos o materiales, concebidos como elementos curriculares mediadores de la expresión directa, que articulan en un determinado sistema de símbolos ciertos mensajes y persiguen la optimización del proceso de enseñanza y aprendizaje" (p. 35).

Características

Para Rojas (2001), los materiales educativos tienen las siguientes características:

a) **Versátiles.** Permiten desarrollar los lineamientos de la estructura curricular a partir del desarrollo cognitivo de los niños y niñas.

b) **Seguros.** Confeccionados con elementos no tóxicos (madera, hierro, hojalata) y pinturas naturales cuidando de no causar accidentes (puntas no filosas, bordes no filosos, etc.)

c) **Atractivos.** Que captan la atención e interés de los estudiantes por su diseño (formas) y policromía.

d) **Funcionales.** Se adaptan a múltiples situaciones del proceso de enseñanza y aprendizaje.

e) **Diversificables.** Pueden trabajarse en diferentes ejes temáticos y contextos.

f) **Durables y resistentes.** Que permitan a los usuarios su manipulación y experimentación las veces que se requieran para descubrir, experimentar y confirmar en el desarrollo del proceso enseñanza - aprendizaje.

2.2.3. Diferencia entre material educativo, material didáctico, recurso didáctico y medio educativo

Material educativo está destinado a los maestros, es decir, los maestros tengan claro qué es lo que tienen que enseñar, en otras palabras buscan fijar la intencionalidad pedagógica.

El material didáctico va directamente a las manos de los estudiantes. El material didáctico funciona como un mediador instrumental e incide en la educación desde muy temprana edad. El material didáctico se utiliza para lograr el aprendizaje significativo de los niños.

El recurso didáctico, es todo medio material (proyector, computadora, libro, video, etc.) que se utiliza como apoyo en la enseñanza normalmente presencial con la finalidad de facilitar o estimular el aprendizaje.

Castillo (1996), sostiene "Que la diferencia entre medios y materiales educativos. Que los medios didácticos son cualquier material elaborado con la intención de facilitar los procesos de enseñanza y aprendizaje" (p.45).

Gerlach (1972), define, "que los medios son las vías gráficas, fotográficas, electrónicas o mecánicas para capturar, procesar y reconstruir información visual o verbal..."(p.29)

De todas las afirmaciones podemos decir, que el medio viene a ser el uso combinado de los materiales y equipos. Es decir, es la suma de EQUIPOS y MATERIALES EDUCATIVOS. Esquema:

MEDIO EDUCATIVO = EQUIPO (Hardware) + MATERIAL EDUCATIVO (Software)

El medio puede ser visual, auditivo y audiovisual.

Equipo o recurso, es el soporte mecánico o maquinaria, diseñadas para fines específicos, que permiten la lectura del mensaje educativo de los materiales.

Ejemplo: Soporte de rotafolio, TV, DVD, cámara fotográfica, computadora, papelote.

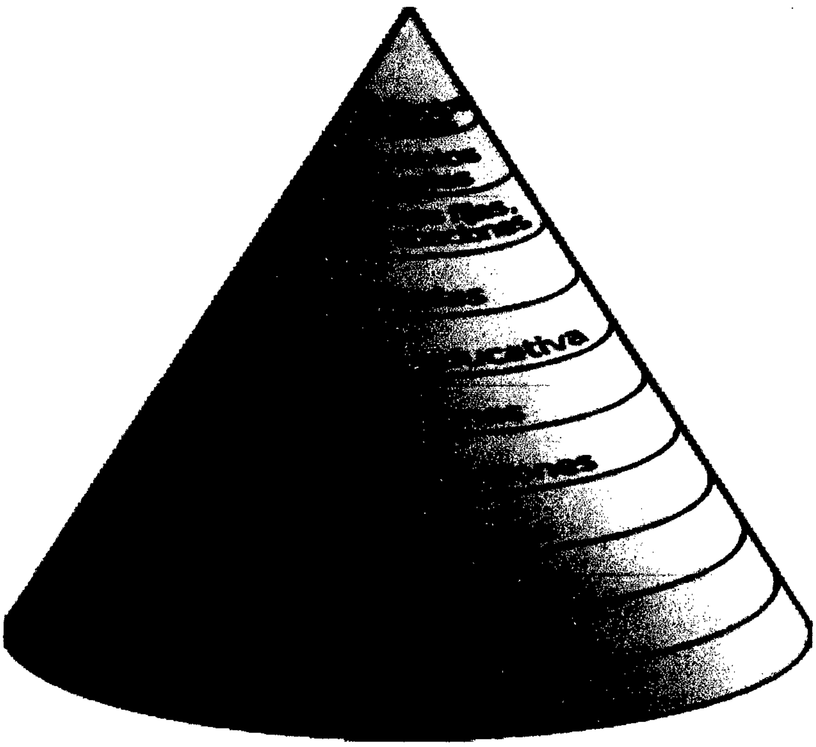
Material educativo, es un medio portador del mensaje educativo (contiene el mensaje).

Para Rojas (2001), "Materiales educativos es el conjunto de medios de los que se vale el profesor para la enseñanza aprendizaje de alumnos, para obtener resultados favorables" (p.10).

2.2.4. Clasificación de materiales educativos

Según Dale (1967), los materiales educativos se deben clasificar según la experiencia de aprendizaje a partir de la experiencia directa hacia la experiencia abstracta.

El Cono de la experiencia de Edgard Dale representa la profundidad del aprendizaje realizado con la ayuda de diversos medios. En la cúspide del cono se encuentra la *Representación oral* (descripciones verbales, escritas, etc). En la base del cono, representando la mayor profundidad de aprendizaje, se encuentra la *Experiencia directa* (realizar uno mismo la actividad que se pretende aprender). Para concretar el aprendizaje de la forma eficiente presenta niveles de abstracción, yendo desde la experiencia directa hasta la simbolización oral.



Ogalde (2013)	Cabrera (1987).	Rodríguez, W. (1999)	Gonzales (1991)
1. **Auditivos** • Grabación: fonográficos o cintas magnetográficas 2. **De imagen fija** • Cuerpos opacos (mensaje impreso) • Fotografías. • Transparencias. 3. **Gráficos** • Acetato (hoja transparente) • Carteles (cartulina) • Pizarrón. • Rotafolio 4. **Impresos.** • Libro. 5. **Mixtos.** • Películas • Vídeo 6. **Tridimensionales**	1. **Objetos reales** • Paseos. • Visitas. • Excursiones. • El jardín • El huerto • Las granjas. • Acuarios. • Terrarios. • Insectarios • Jaulas. • Maceteros. 2. **Representaciones.** • Plásticas: Yeso, Papel comprimido, madera, etc. • Fotográficas: Fotografías, Películas, y filminas. • Gráficas: Dibujos, cuadros, mapas, murales, mapas de	1. **Por su naturaleza.** a) *Objetivos:* Plantas, minerales, etc. *b) Representativos:* copias de los objetos, fotografías, grabaciones, dibujos, etc. *c) Simbólico:* gráficos, diagramas, la palabra, los números, etc. *d) Mixtos*: mapas, en relieve, dioramas, etc. 2. **Por su carácter.** a) *Fungibles: los materiales auxiliares (*papel, tiza, etc.) **b)** *No fungibles: Todos los materiales didácticos propiamente dichos* 3. **Por su empleo** a) *Visuales:* Láminas gráficas, dibujos, esquemas, etc. *b) Auditivos*: Grabadoras, discos, cintas magnetofónicas, radio, etc. *c) Manipulables:* arcilla, yeso,	1. El pizarrón. 2. Libro de texto. 3. Las vivencias y los libros de vivencias. 4. Los bosquejos. 5. Los informes. 6. La biblioteca escolar. 7. El cinematógrafo. 8. La radio y la televisión. 9. Los laboratorios escolares

• Objetos tridimensionales. 7. **Electrónicos.** • La computadora.	relieve, atlas, globos planetarios. 3. **Proyecciones.** • Proyector opaco. • Proyector de diapositivas. • Proyector de vistas fijas. 4. **Actividades Educativas.** Propias del proceso de E-A	plastilina, etc. *d) Audiovisuales:* televisión, cinematógrafo, etc. *e) Complejos:* combinación de varios usos. **También:** *a) Impresos:* libros, revista, periódico, folletos, etc. *b) Grabados: discos, cintas magnetofónicos, vistas fijas, fotografías, cinematógrafod, radio, televisión, etc.* *c) Manipulativos:* ábacos, calendarios, termómetros, reloj, arcilla, yeso, plastilina, papel, cartulina, etc. *d) Cartográficos: mapas, planos, globos, croquis, etc.* *e) Ilustrativos:* Gráficos, dibujos, láminas, carteles *f) Recreativos: Juguetes, dibujos, rompecabezas, juegos educativos, etc.* *g) Materiales con especial referencia a asignatura:* acuarios, terrarios, herbarios, huertos, jardín, materiales de cálculo, etc. *h) Estéticos:* instrumentos musicales, dibujos, pintura, discoteca, materiales de decoración, etc. *i) Recursos complejo:* excursiones y paseos, fiestas y veladas, teatro escolar, asociaciones, clubes, círculos, etc.	

2.2.5. Material concreto

Según Orellana (1999), se refiere a todo instrumento, objeto o elemento que el maestro facilita en el aula de clases, con el fin de mediar contenidos educativos desde la manipulación y experiencia que los estudiantes tengan con estos.

Los materiales concretos para cumplir con su objetivo, deben presentar las siguientes características:

- Deben ser constituidos con elementos sencillos, fáciles y fuertes para que los estudiantes los puedan manipular y se sigan conservando.
- Que sean objetos llamativos y que causen interés en los estudiantes.
- Que el objeto presente una relación directa con el tema a trabajar.
- Que los estudiantes puedan trabajar con el objeto por ellos mismos.
- Y, sobre todo que permitan la comprensión de los conceptos.

Estos materiales permiten a los niños investigar y explorar de manera individual e independiente, enriquece la experiencia sensorial, base del aprendizaje, desarrolla capacidades, actitudes o destrezas en el niño.

Por ese motivo se debe tener en cuenta al momento de seleccionar el material concreto los siguientes aspectos:

a) Aspecto físico:

- Debe ser resistente, garantizar una durabilidad a largo plazo.
- El tamaño debe permitir la fácil manipulación.
- Que tenga bordes redondeados y aristas que no corten.
- Verificar que esté elaborado con sustancias no tóxicas.
- Envases transparentes para su fácil identificación.
- Envases de fácil traslado.
- Que sea atractivo, diseños y colores que despierten la curiosidad del niño.

b) **Aspecto gráfico:**

- Impresión debe ser clara.
- Colores claramente definidos.
- Diagramación: ágil y fluida.
- Tamaño adecuado para que se aprecie sin dificultad.

c) **Aspecto pedagógico:**

- Debe tener relación con las capacidades curriculares, que permitan el desarrollo de habilidades además de ser vistosos.
- Que puedan ser utilizados para estimular competencias de las diferentes áreas.
- De fácil manipulación para que el niño lo use de manera autónoma.
- Debe ser compatible con los intereses y necesidades de aprendizaje de los niños.
- Adecuado al nivel de desarrollo de los educandos.
- Que permita al niño hacer uso de su imaginación.

Al hacer uso de material concreto estaremos facilitando el aprendizaje en el estudiante, ya que le brindaremos herramientas que lo aproximen a las capacidades que se desea desarrollar en él. Estos recursos ofrecen al estudiante los siguientes beneficios:

- Propicia el trabajo en grupo.
- Favorece el aprendizaje significativo.
- Estimula la observación y experimentación
- Desarrolla la conciencia crítica y la actividad creadora.
- Propicia la reflexión.
- Fomenta la investigación.

- Estimula el ejercicio de actividades que contribuyen al desarrollo de nuevas habilidades, destrezas, hábitos y actitudes.
- Sacia la necesidad de manipular y explorar.
- Permite el descubrimiento de la relación causa-efecto.
- Contribuye al uso de herramientas para la solución de problemas.

Los docentes son los encargados de hacer posible que el estudiante se beneficie con todas las propiedades que el material concreto le ofrece, si consideramos todos los aspectos que les hemos sugerido será de gran utilidad.

¿Qué ayuda proporciona el material concreto en el aprendizaje?

- Favorece el aprendizaje.
- Estimula la observación y experimentación.
- Desarrolla la conciencia crítica y la actividad creativa.
- Propicia la reflexión.
- Satisface la necesidad de manipular y explorar.
- Permite el descubrimiento de la relación de causa y efecto.
- Contribuye al uso de las herramientas para la solución de problemas.
- Propicia el trabajo en grupo.

2.2.6. **Aprendizaje**

Orellana (1996) define: "Es el proceso de construcción de una representación mental, el proceso de construcción de significados. Se entiende el aprendizaje dentro de la actividad constructiva del estudiante y no implica necesariamente la acumulación de conocimientos.

Así entendido, el estudiante es el responsable último de su propio proceso de aprendizaje" (p.39).

De Zubiría (2001), "El aprendizaje puede asumir las formas repetitivas o significativas según lo aprendido se relacione arbitraria o sustancialmente con la estructura de conocimientos. Será significativa si los nuevos conocimientos se vinculan de una manera clara y estable con las experiencias previas que dispone el educando. El aprendizaje será repetitivo si no se relaciona con los conocimientos previos, o sí asume una forma mecánica, por tanto, arbitraria y poco duradera" (p.78).

En tal sentido, podemos definir que es un proceso de construcción de conocimientos, en la interacción entre el individuo y su ambiente, que se convierte en conocimientos, actitudes y destrezas que la persona adquiere.

Aprendizaje de la matemática

Navarro (2007, p. 58) menciona:

> *El aprendizaje de la matemática abre espacios para establecer una relación fecunda entre diversos contextos y la matemática; su conocimiento se transforma en una llave que puede abrir puertas para la incursión en otros ámbitos del conocimiento" y, como aspecto muy importante y necesario, adquiere sentido en estudio del modelo en sí, estudio que se enriquece con el mundo del cual emerge y con la diversidad en la cual se puede aplicar.*

Al hablar de aprendizaje no podemos de dejar de mencionar a la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel. Ausubel considera que el aprendizaje por descubrimiento no debe ser presentado como opuesto al aprendizaje por exposición (recepción), ya que éste puede ser igual de eficaz, si se cumplen unas características. Así, el aprendizaje escolar puede darse por recepción o por descubrimiento, como estrategia de enseñanza, y puede lograr un aprendizaje significativo o memorístico y repetitivo.

2.2.7. Matemática

Según Palacio (2003) "La matemática es un conjunto de disciplinas que estudian las propiedades de entes abstractos como los números (aritmética), las diversas formas que puede presentar la dimensión (geometría), etc.; principalmente, a un nivel elevado de abstracción" (p.39).

Todas la necesitan porque provee de los recursos necesarios para enfrentar con éxito los distintos quehaceres de la vida cotidiana, permitiéndonos conocer la forma y tamaño de los objetos que nos rodean, nos ubica en el tiempo y en el espacio, nos enseña a contar, comparar, medir y a realizar operaciones estrictamente necesarias para la convivencia social y además, lo que no es tan evidente para todos, nos enseña a pensar correctamente.

A través de las distintas épocas la matemática ha jugado un importante papel en el desarrollo cultural de los pueblos desde los astrónomos mesopotámicos, que encontraron en ella un proceso racional para el estudio de los cuerpos celestes, hasta los complejos algorítmicos que subyacen en las tecnologías de la información y las comunicaciones actuales.

La matemática ha sido considerada un curso útil para todos. Su utilidad no es discutida, de ahí su presencia en los currículos escolares.

La matemática es un método con el cual se estudian objetos abstractos partiendo de las afirmaciones unas tras otras; la matemática actual es algo más que todo lo expresado, es entidad como actividad mental y como una modalidad muy evolucionada del pensamiento humano, como los estudios de las estructuras algebraicas, topológicas y grandes teorías.

2.2.8. Competencias

Según Navarro y Peralta (2000, p. 57), "La competencia es una habilidad compleja que integra un conjunto de saberes: reflexivo, ético y eficacia. El conocimiento de concepto, el manejo de procedimientos y determinados actitudes. Es un saber reflexivo, ético y eficiente. Es una capacidad de acción e interacción, eficacia sobre diversas situaciones problemáticas".

Según MINEDU (2009) señala, la competencia como la capacidad de las personas, son conjunto de potencialidades intelectuales para actuar con eficiencia y satisfacción sobre algún aspecto de la realidad personal, social, natural o simbólica. Cada competencia viene a ser un aprendizaje complejo que integra tres tipos de saberes: conocer, hacer y ser.

De las consideraciones expuestas, podemos señalar que las competencias, son conjunto de potencialidades que posee cada persona en los diferentes niveles intelectuales.

Según MINEDU (2015), las competencias que se está priorizando en la matemática son:

a) **Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad**. Implica desarrollar modelos de solución numérica, comprendiendo el sentido numérico y de magnitud, la construcción del significado de las operaciones, así como la aplicación de diversas estrategias de cálculo y estimación al resolver un problema. Esta competencia se desarrolla a través de las cuatro capacidades matemáticas las que se interrelacionan para manifestar formas de actuar y pensar en el estudiante. Esto involucra la comprensión del significado de los números y sus diferentes representaciones, propiedades y relaciones, así como el significado de las operaciones y cómo estas se relacionan al utilizarlas en contextos diversos.

b) **Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio**. Implica desarrollar progresivamente la interpretación y generalización de patrones, la comprensión y el uso de igualdades y desigualdades, y la comprensión y el uso de relaciones y funciones. Toda esta comprensión se logra usando el lenguaje algebraico como una herramienta de modelación de distintas situaciones de la vida real. Esta competencia se desarrolla a través de las cuatro capacidades matemáticas, que se interrelacionan para manifestar formas de actuar y pensar en el estudiante, esto involucra desarrollar modelos expresando un lenguaje algebraico, emplear esquemas de representación para reconocer las relaciones entre datos, de tal forma que se reconozca una regla de formación, condiciones de equivalencia o relaciones de dependencia, emplear procedimientos algebraicos y estrategias heurísticas para resolver problemas, así como expresar formas de razonamientos que generalizan propiedades y expresiones algebraicas.

c) **Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización.** Implica desarrollar progresivamente el sentido de la ubicación en el espacio, la interacción con los objetos, la comprensión de propiedades de las formas y cómo estas se interrelacionan, así como la aplicación de estos conocimientos al resolver diversas problemas. Esta competencia se desarrolla a través de las cuatro capacidades matemáticas, que se interrelacionan para manifestar formas de actuar y pensar en el estudiante, esto involucra desarrollar modelos expresando un lenguaje geométrico, emplear variadas representaciones que describan atributos de forma, medida y localización de figuras y cuerpos geométricos, emplear procedimientos de construcción y medida para resolver problemas, así como expresar formas y propiedades geométricas a partir de razonamientos.

d) **Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre.** Implica desarrollar progresivamente las formas cada vez más especializadas de recopilar, el procesar datos, así como la interpretación y valoración de los datos, y el análisis de situaciones de incertidumbre. Esta competencia se desarrolla a través de las cuatro capacidades matemáticas que se interrelacionan para manifestar formas de actuar y pensar en el estudiante, esto involucra desarrollar modelos expresando un lenguaje estadístico, emplear variadas representaciones que expresen la organización de datos, usar procedimientos con medidas de tendencia central, dispersión y posición, así como la probabilidad en variadas condiciones; por otro lado, se promueven formas de razonamiento basados en la estadística y la probabilidad para la toma de decisiones

2.2.9. Capacidades

Son conjunto de potenciales intelectuales desarrolladas que posee cada persona para actuar con idoneidad. Según MINEDU (2015), considera cuatro capacidades matemáticas:

a) **Matematiza situaciones**. Es la capacidad de expresar un problema, reconocido en una situación, en un modelo matemático. En su desarrollo se usa, interpreta y evalúa el modelo matemático, de acuerdo a la situación que le dio origen. La matematización destaca la relación entre las situaciones reales y la matemática, resaltando la relevancia del modelo matemático, el cual se define como un sistema que representa y reproduce las características de una situación del entorno.

b) **Comunica y representa ideas matemáticas.** Es la capacidad de comprender el significado de las ideas matemáticas, y expresarlas en forma oral y escrita usando el lenguaje matemático y diversas formas de representación con material concreto, gráfico, tablas, símbolos y recursos de las TIC, y transitando de una representación a otra. La comunicación es la forma de expresar y representar información con contenido matemático, así como la manera en que se interpreta (Niss, 2002, citado por MINEDU, 2015). Las ideas matemáticas adquieren significado cuando se usan diferentes representaciones y se es capaz de transitar de una representación a otra, de tal forma que se comprende la idea matemática y la función que cumple en diferentes situaciones. El manejo y uso de las expresiones y símbolos matemáticos que constituyen el lenguaje matemático se van adquiriendo de forma gradual en el mismo proceso de construcción de conocimientos. Conforme el estudiante va experimentando o explorando las nociones y relaciones, los va expresando de forma coloquial al principio, para luego pasar al lenguaje simbólico y, finalmente, dar paso a expresiones más técnicas y formales que permitan expresar con precisión las ideas matemáticas, las que responden a una convención.

c) **Elabora y usa estrategias.** Es la capacidad de planificar, ejecutar y valorar una secuencia organizada de estrategias y diversos recursos, entre ellos las tecnologías de información y comunicación, empleándolas de manera flexible y eficaz en el planteamiento y resolución de problemas, incluidos los matemáticos. Esto implica ser capaz de elaborar un plan de solución, monitorear su ejecución, pudiendo incluso reformular el plan en el mismo proceso con la finalidad de llegar a la meta. Asimismo, revisar todo el proceso de resolución, reconociendo si las estrategias y herramientas fueron usadas de manera apropiada y óptima. Las estrategias se definen como actividades conscientes e intencionales, que guían el proceso de resolución de problemas; estas pueden combinar la selección y ejecución de procedimientos matemáticos, estrategias heurísticas, de manera pertinente y adecuada al problema planteado.

d) **Razona y argumenta generando ideas matemáticas.** Es la capacidad de plantear supuestos, conjeturas e hipótesis de implicancia matemática mediante diversas formas de razonamiento (deductivo, inductivo y abductivo), así como el de verificarlos y validarlos usando argumentos. Esto implica partir de la exploración de situaciones vinculadas a la matemática para establecer relaciones entre ideas, establecer conclusiones a partir de inferencias y deducciones que permitan generar nuevas conexiones e ideas matemáticas. Por ello, esta capacidad implica que el estudiante:

- Explique sus argumentos al plantear supuestos, conjeturas e hipótesis.
- Observe los fenómenos y establezca diferentes relaciones matemáticas.
- Elabore conclusiones a partir de sus experiencias.
- Defienda sus argumentos y refute otros en base a sus conclusiones.

2.3. Definición de términos básicos

Aprendizaje. Es un proceso de construcción de conocimientos, en la interacción entre el individuo y su ambiente, que se convierte en conocimientos, actitudes y destrezas que la persona adquiere.

Aprendizaje activo. El aprendizaje activo consiste en mantener a los estudiantes involucrados en la actividad que los obligue a pensar y comentar sobre la información que se les presenta.

Capacidad. Son conjunto de potenciales intelectuales desarrolladas que posee cada persona para actuar con idoneidad.

Competencia. Es una habilidad compleja que integra un conjunto de saberes: reflexivo, ético y eficaz.

Comunica y representa ideas matemáticas. Es la capacidad de comprender el significado de las ideas matemáticas, y expresarlas en forma oral y escrita usando el lenguaje matemático y diversas formas de representación con material concreto, gráfico, tablas, símbolos y recursos TIC, y transitando de una representación a otra.

Estrategia. Es una actividad significativa que se realiza para lograr un objetivo, es decir es una acción humana orientada a una meta intencional, consciente de conducta controlada.

Estrategia didáctica. Son procedimientos que utiliza el docente en forma reflexiva y flexible para promover el logro de aprendizajes significativos.

Estrategia de aprendizaje. Las estrategias de aprendizaje, son procedimientos (conjunto de pasos, operaciones o habilidades) que un aprendiz emplea en forma consciente, controlada e instruccional como instrumentos flexibles para aprender significativamente, solucionar problemas y demandas académicas.

Material concreto. Se refiere a todo instrumento, objeto o elemento que el maestro facilita en el aula de clases, con el fin de mediar contenidos educativos desde la manipulación y experiencia que los estudiantes tengan con estos.

Material didáctico. En la enseñanza es el nexo entre la palabra y la realidad, es decir, sustituye la realidad facilitando su objetivación.

Material educativo. Es el conjunto de medios de los cuales se vale el profesor para la enseñanza-aprendizaje de los estudiantes, para que estos adquieran conocimientos de manera significativa.

Matematiza situaciones. Es la capacidad de expresar un problema, reconocido en una situación, en un modelo matemático. En su desarrollo se usa, interpreta y evalúa el modelo matemático, de acuerdo a la situación problemática que le dio origen.

Elabora y usa estrategias. Es la capacidad de planificar, ejecutar y valorar una secuencia organizada de estrategias y diversos recursos, entre ellos las tecnologías de información y comunicación, empleándolas de manera flexible y eficaz en el planteamiento y resolución de problemas, incluidos los matemáticos.

Razona y argumenta generando ideas matemáticas. Es la capacidad de plantear supuestos, conjeturas e hipótesis de implicancia matemática mediante diversas formas de razonamiento (deductivo, inductivo y abductivo), así como el de verificarlos y validarlos usando argumentos.

CAPÍTULO III

METODOLÓGIA DE LA INVESTIGACIÓN

3.1 Formulación de la hipótesis

3.1.1. Hipótesis General

El uso pertinente de materiales didácticos concretos influyen significativamente en el desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes de la serie 100 de la Escuela de Formación Profesional de Educación Inicial de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, 2015.

3.1.2 Hipótesis específico:

1) El uso adecuado de los materiales didácticos concretos influye positivamente en el desarrollo de la capacidad matematiza situaciones de los estudiantes.
2) El uso adecuado de los materiales didácticos concretos influye positivamente en el desarrollo de la capacidad comunica y representa ideas matemáticas de los estudiantes.
3) El uso adecuado de los materiales didácticos concretos influye positivamente en el desarrollo de la capacidad elabora y usa estrategias de los estudiantes.

4) El uso adecuado de los materiales didácticos concretos influye positivamente en el desarrollo de la capacidad razona y argumenta generando ideas matemáticas de los estudiantes.

3.2 Sistema de Variables

3.2.1 Variable Independiente: Materiales didácticos concretos.

Indicadores

X_1: Materiales didácticos concretos convencionales.

X_2: Materiales didácticos concretos no convencionales.

3.2.2 Variable Dependiente: Desarrollo de capacidades matemáticas.

Indicadores

Y_1: Matematiza situaciones.

Y_2: Comunica y representa ideas matemáticas.

Y_3: Elabora y usa estrategias.

Y_4: Razona y argumenta generando ideas matemáticas.

3.3 Operacionalización de las Variables

a) Concepto de la variable:

Variable independiente:

Materiales didácticos concretos. Es todo instrumento, objeto o elemento que el maestro facilita en el aula de clases, con el fin de mediar contenidos educativos desde la manipulación y experiencia que los estudiantes tengan con estos.

Variable Dependiente

Desarrollo de capacidades matemáticas. Son conjunto de potenciales intelectuales desarrolladas en la matemática que posee cada estudiante para actuar con idoneidad.

Variable interviniente

Entorno Familiar: Constituyen padre, madre, hermanos o hermanas y familiares, los influyen directa e indirectamente en su aprendizaje y gusto por las ciencias.

Entorno social: está constituido por sus compañeros, amistades, docentes, medios de comunicación, motivación o estado emocional, frecuencia con que asiste a las clases, naturaleza de los cursos del semestre, otros quienes directa o indirectamente influyen en su aprendizaje.

b) *Definición operacional de las variables:*

Materiales didácticos concretos y desarrollo de las capacidades Matemáticas será determinada a través de la aplicación de las técnicas de observación y pruebas pedagógicas.

c) *Cuadro de operacionalización de las variables:*

Variables	Dimensión	Indicadores	Escala	Valoración
Variable independiente Materiales didácticos concretos	Materiales didácticos convencionales	Uso de material concretos fabricados.	Nominal	Uso de material didáctico concreto seleccionado en sesiones.
	Materiales didácticos no convencionales	Uso de materiales concretos de procedencia de la zona.		
Variable dependiente Desarrollo de capacidades matemáticas	Matematiza situaciones	Expresa problemas diversos en modelos matemáticos.	Intervalo	Puntaje alcanzado: Excelente (17 a 20) Bueno (13 a 16) Regular (09 a 12) Malo (05 a 08) Deficiente (00 a 04)
	Comunica y representa ideas matemáticas	Expresa el significado de los conceptos matemáticos de manera oral y escrita, haciendo uso de representaciones y lenguaje matemático.		
	Elabora y usa estrategias	Planifica, ejecuta estrategias heurísticas, procedimientos de cálculo, comparación y estimación usando diversos recursos para resolver problemas.		
	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	Justifica y valida conclusiones, supuestos, conjeturas e hipótesis.		

3.4. Tipo y nivel de investigación

Tipo de Investigación: Aplicada

Es aplicada porque permitió adaptar las leyes de la pedagogía en el desarrollo de las capacidades matemáticas y por ende mejorar la calidad educativa de los estudiantes de los futuros profesionales de educación inicial.

Carrasco (2009, p. 43) refiere, “se investiga para actuar, transformar, modificar o producir cambios en un determinado sector de la realidad”.

Villegas (2005, p. 67) menciona que, "es sin duda el tipo de investigación más adecuado y necesario, en las actuales circunstancias, para la tarea educativa, porque el quehacer del maestro debe ser permanente búsqueda de nuevas tecnologías y la adaptación y aplicación de nuevas teorías a la práctica de la educación, a la pedagogía experimental, con la finalidad de transformar la realidad educativa".

Nivel de investigación: Experimental

El nivel de investigación es experimental, porque permitió determinar la influencia de la aplicación de los materiales didácticos concretos en el desarrollo de las capacidades matemáticas en los estudiantes de la Escuela de Formación Profesional de Educación Inicial de la serie 100. Es decir, la enseñanza de la matemática ha sido a través de la manipulación de la variable independiente (materiales didácticos concretos).

Según Villegas (2005, p.75), "la investigación experimental es la descripción de lo que será cuando ciertos factores son cuidadosa y rigurosamente controlados, a fin de describir el modo o la causa por la que se produce una situación o acontecimiento particular".

Valderrama (2009, p. 33) señala que: "este nivel de investigación está dirigida a responder causas de los eventos físicos o sociales, su interés se centra en el por qué ocurre un fenómeno y en qué condiciones se da éste".

3.5. Método de investigación

Método Inductivo. Método que permitió conocer con detalle la información matemática partiendo de aspectos particulares a la generalidad, mostrando así la motivación de los estudiantes por el aprendizaje de la Matemática.

Velásquez (2010, p. 238) señala que el método inductivo "es la forma de razonamiento por medio del cual se sepa del conocimiento de casos particulares a un conocimiento más general que refleja lo que hay de común en los fenómenos individuales".

Analítico. Método que permitió el análisis de los datos en el procesamiento de los resultados de la investigación.

Valderrama (2009, p. 78) "consiste en la separación de partes de un todo para estudiar en forma individual".

Método experimental. La investigación es de nivel experimental, porque se manipuló la variable independiente, materiales didácticos concretos, para generar efectos en el desarrollo de las capacidades matemáticas en las sesiones de clase en situaciones controladas.

Carrasco (2005, p. 272) señala que "el método experimental se emplea en aquellas donde se manipulan intencionalmente las variables independientes para ver sus efectos en sus variables dependientes, bajo el control del investigador y en la que hay un grupo control y otro grupo experimental".

Villegas (2005, p. 75), refiere:

> *"Muchos autores refieren que no es pertinente hablar de investigación experimental, en razón de que, la experimentación más que nada, es un método, un*

nivel o un diseño de la investigación. Sin embargo, como en la acción educativa y en otras tareas que nos llevan a realizar investigación, es necesario describir hechos o fenómenos provocados y controlados, entonces, sí se puede hablar de investigación experimental. Estudia las relaciones de causalidad utilizando la metodología experimental con la finalidad de controlar los fenómenos. Se fundamenta en la manipulación activa de una variable y el control sistemático de la otra variable".

3.6. Diseño de investigación

Diseño Cuasi experimental de un grupo en series temporales equivalentes. Con este diseño, se realizó la enseñanza de la matemática a través de la aplicación de materiales didácticos concretos y enseñanza tradicional de modo alternado en un determinado tiempo con sus correspondientes evaluaciones.

	Evaluación	Enseñanza Experimental	Evaluación	Enseñanza Tradicional	Evaluación
GE Grupo experimental	O_1	X_1	O_2		
				T_1	O_3
	O_3	X_2	O_4		
				T_2	O_5
	O_5	X_3	O_6		
				T_3	O_7
	O_7	X_4	O_8		

Donde:

GE: Grupo experimental

X_1, X_2, X_3, X_4: Enseñanza a través de la aplicación de materiales didácticos concretos.

T_1, T_2 y T_3: Enseñanza tradicional.

O_1, O_3, O_5, O_7 : Evaluaciones antes del experimento. (O_3, O_5, O_7 : Evaluaciones después de la enseñanza tradicional)

O_2, O_4, O_6, O_8 : Evaluaciones después del experimento.

Según Barrientos (2006, p.66), "se aplica sobre un mismo grupo de trabajo varias veces la variable experimento, alternando el experimento".

Según Hernández et. al (2014, p.128), "los diseños experimentales se utilizan cuando el investigador pretende establecer el posible efecto de una causa que se manipula."

3.7. Población y muestra

Población

Constituido por 185 estudiantes de la serie 100 de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga.

Criterios de inclusión y exclusión

CRITERIO	INCLUSIÓN	EXCLUSIÓN
- Condición de matriculados	- Estudiantes regulares que llevan la asignatura de matemática MA-142 en el semestre 2015-II - estudiantes asistentes puntuales	- Repitentes - Retirados -Inasistentes

Muestra

Constituido por 38 estudiantes matriculados de la serie 100 en la asignatura de matemática básica (MA – 142) de la Escuela de Formación Profesional de Educación Inicial de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga.

Tipo de muestreo

No Probabilístico intencional. Para el presente trabajo se seleccionó intencionalmente a los estudiantes de Educación Inicial de la serie 100, semestre 2015-II, que llevaron la asignatura MA -142, Matemática Básica II, por tratarse que el profesor investigador enseñó la asignatura en dicha escuela.

Carrasco (2005, p. 243) indica que "en este tipo de muestra no todos los elementos de la población tienen la probabilidad de ser elegidos para formar parte de la muestra. Además, el investigador selecciona según su propio criterio sin ninguna regla matemática o estadística (muestra intencionada)".

3.8. **Técnicas e instrumentos de recolección de datos**

a) **Técnicas**

- **Observación.** Técnica que permitió observar el nivel de desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes antes y después de la aplicación de los materiales didácticos en la enseñanza de la matemática.

  Tafur (1995, p. 214) afirma que: "Teniendo en cuenta que la observación es una técnica de recopilación de datos semi primaria, la observación permite el logro de la información en la circunstancia en que ocurren los hechos y no cuando estos ya pasaron".

- **Prueba pedagógica.** Técnica que permitió evaluar el nivel de desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes.

Livas (1998, p. 68) dice: "Es un proceso a través del cual se compara una unidad preestablecida y que la evaluación es un proceso que consiste en obtener información sistemática y objetiva acerca de un fenómeno e interpretar dicha información a fin de seleccionar entre distintas alternativas de decisión".

- **Experimental.** Técnica que permitió aplicar los módulos de experimentación de la variable materiales didácticos concretos.

b) Instrumentos

- **El Ficha de observación**. Instrumento que permitió recoger datos sobre el nivel de desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes, luego de la enseñanza de la matemática a través de la aplicación de materiales didácticos concretos. *Ver Anexo 02.*

Carrasco (2005, p. 313) señala que: "se emplea para registrar datos que se generan como resultado del contacto directo entre el observador y la realidad que se observa".

- **Prueba escrita:** Instrumento que permitió recoger datos del logro de aprendizajes sobre las capacidades matematiza situaciones, comunica y representa ideas matemáticas, elabora y usa estrategias, razona y argumenta generando ideas matemáticas; instrumento elaborado según los indicadores establecidos en el presente trabajo de investigación.

Capacidades	Valoración cualitativa ordinal	Valoración cuantitativa
• Matematiza situaciones. • Comunica y representa ideas matemáticas. • Elabora y usa estrategias. • Razona y argumenta generando ideas matemáticas	Excelente	17 a 20
	Bueno	13 a 16
	Regular	09 a 12
	Malo	05 a 08
	Deficiente	00 a 04

- **Módulos de experimentación.** Módulo que permitió diseñar los materiales de intervención en la aplicación de la variable materiales didácticos concretos para generar en el desarrollo de las capacidades matemáticas. *Ver Anexos 05 y 06.*

3.8. Material de intervención

Plan de enseñanza con experimentos

Estuvo constituido por los módulos de experimentación las que se aplicaron al grupo experimental, según el siguiente detalle:

Grupo	Contenido temático	Módulo de experimentación	Periodo	Responsable
Enseñanza experimental	Números racionales: fracciones y operaciones. Generatriz. Operaciones.	Primer Módulo	3ra y 4ta semana de setiembre	Profesor investigador
	Razones y proporciones. Proporcionalidad directa e inversa	Segundo Módulo	3ra y 4ta semana de octubre	
	Regla de tres simple y porcentajes.	Tercer Módulo	3ra semana de noviembre	
	Análisis combinatorio: principios; variaciones y combinaciones.	Cuarto Módulo	4ta semana de noviembre	

Plan de enseñanza tradicional

Aquí se realiza las clases magistrales a través de una guía de clase acompañado de algunas Hojas de Problemas y/o ejercicios concernientes a los temas tratados, a modo de refuerzo, siendo el siguiente detalle:

Grupo	Contenido temático	Resumen de clase	Periodo	Responsable
Enseñanza tradicional	Numeración en distantes bases. Divisibilidad. MCM y MCD	Resumen 1	1ra y 2da semana setiembre	Profesor investigador
	Introducción a geometría. Ángulos	Resumen 2	1ra y 2da semana de octubre	
	Introducción a geometría. Polígonos	Resumen 3	1ra y 2da semana de noviembre	
	Recta y ecuaciones de la recta	Resumen 4	1ra y 2da semana de diciembre	

3.9. **Procesamiento de datos**

3.9.1. ***Prueba de Validez y* Confiabilidad *de los Instrumentos***

La validez de los instrumentos se realizó a través de *juicio de expertos,* profesionales con grado de Maestro o Doctor quienes verificaron y evaluaron la coherencia y secuencialidad de los instrumentos.

Cada experto consideró que los ítems de los instrumentos son de valoración buena, en un promedio de 88,9%; por consiguiente, el instrumento es válido y coherente con los propósitos de la investigación.

Expertos	Validación	situación
Mg. Juan Tacuri Mendoza	88,6%	Bueno
Mg. Requelme Darío Meza Salazar	89,9%	Bueno
Dr. Pedro Huauya Quispe	88,2%	Bueno
Promedio	88,9%	Bueno

La confiabilidad de consistencia interna del instrumento, fue determinada con la prueba piloto, en una muestra de 10 estudiantes que no fueron miembros de la muestra, aplicando Alpha de Cronbach, la fórmula referencial fue la siguiente:

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left[1 - \frac{\sum_{i=1}^{k} S_i^2}{S^2}\right]$$

Donde:

α = coeficiente de Cronbach

K= número de ítems o preguntas del instrumento

$\sum S_i^2$ = Suma de las varianzas de cada ítem

S^2 = Varianza total o varianza del instrumento

El coeficiente de confiabilidad de los instrumentos fueron superiores a 0,8 (80% aceptable), verificándose su adecuada estructuración para medir las variables en estudio:

Instrumentos	α de Cronbach	Interpretación
Ficha de observación	0,92	Aceptable
Prueba escrita	0,82	Aceptable
Total	0,87(87%)	Aceptable

3.9.2. ***Análisis e interpretación de Datos***

Se realizó con la ayuda del programa estadístico SPSS con la finalidad de asegurar la correcta administración y valoración de los datos obtenidos.

3.9.3. ***Prueba de Hipótesis y Contrastación***

Se realizó la prueba de distribución normal de datos, por tratarse de datos cuantitativos y decidir qué prueba estadística se va elegir para la prueba de hipótesis.

- **Prueba de normalidad**

Se realizó a través de la prueba de Shapiro - Wilk, para el cual se planteó previamente la hipótesis estadística:

Ho: Los datos tienen una distribución normal ($\rho > \alpha$)

H1: Los datos no tienen una distribución normal ($\rho < \alpha$)

Ingresado datos al programa SPSS, tenemos los siguientes resultados:

DATOS DE LA VARIABLE	NORMALIDAD DE CALIFICACIONES		
	Valor de significancia calculada (ρ)	Comparación	Valor de significancia asumida (α)
Desarrollo de las capacidades matemáticas	ρ = 0,06	>	α = 0,05
Interpretación: El valor de la significancia calculada es mayor que la asumida ($\rho = 0{,}06 > \alpha = 0{,}05$), entonces rechazamos la alterna y se acepta la nula, es decir, que los datos tienen distribución normal. Por tanto, es posible aplicar la prueba paramétrica, en este caso se aplica la prueba de ANOVA.			

Prueba de hipótesis

Se empleó la prueba ANOVA porque permitió analizar comparativamente los factores que influyen en el proceso. Cuya fórmula es:

$$F_c = \frac{S_b^{\,2}}{S_w^{\,2}}$$ Valor calculado de ANOVA (llamado distribución de Fisher)

Donde:

S_b^2: Estimación de la varianza entre las muestras

S_w^2: Estimación de la varianza al interior de las muestras

Según Córdova (2014), se usa ANOVA (llamada análisis de varianza), para hacer pruebas que cumplen las siguientes condiciones: La hipótesis trata sobre la comparación de varias medias y las variables son cuantitativas.

Según Gamarra y Berrospi (2008), el análisis de varianza (ANOVA) es una metodología que sirve para analizar las varianzas en distintas actividades o procedimientos en el interior de una muestra.

Por los argumentos que se especifica, se empleó la prueba de ANOVA, puesto que la aplicación de materiales didácticos concretos para desarrollar las capacidades matemáticas, se trabajó de modo alternado, **tradicional y experimental** en distintos tiempos, cada uno de las cuales tienen sus propias varianzas.

El ANOVA simple, de un factor, o de una vía (one way ANOVA), se refiere a la **comparación de medias de dos o más tratamientos**. Vamos a llamar factor a una variable cualitativa que usaremos para designar a los grupos o tratamientos a comparar. Los niveles del factor serán el número de tratamientos.

3.10. *Pasos de la prueba de hipótesis*

a) Planteamiento de la hipótesis estadística:

Hipótesis de investigación

El uso pertinente de materiales didácticos concretos influyen significativamente en el desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes de la serie 100 de la Escuela de Formación Profesional de Educación Inicial de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, 2015.

Nula (H_0):

El uso pertinente de materiales didácticos concretos no influye significativamente en el desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes.

Alterna (H_a):

El uso pertinente de materiales didácticos concretos si influye significativamente en el desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes.

b) Nivel de significancia al 5% que equivale $\alpha = 0,05$.

c) Nivel de confianza al 95%.

d) Decisión en interpretación del resultado de la prueba.

Condición	Significación	Interpretación	
		Ha	H_0
$F_c \geq F\alpha$	$\rho \leq 0,05$	Se acepta	Se rechaza
$F_c < F\alpha$	$\rho > 0,05$	Se rechaza	Se acepta

Donde:

F_c: Valor calculado de ANOVA.

F_α: Valor de la tabla estadística de ANOVA.

ρ : Valor calculado de la significancia.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

4.1. Análisis e interpretación de datos

4.1.1. Resultados descriptivos de la variable dependiente con la enseñanza tradicional y experimental.

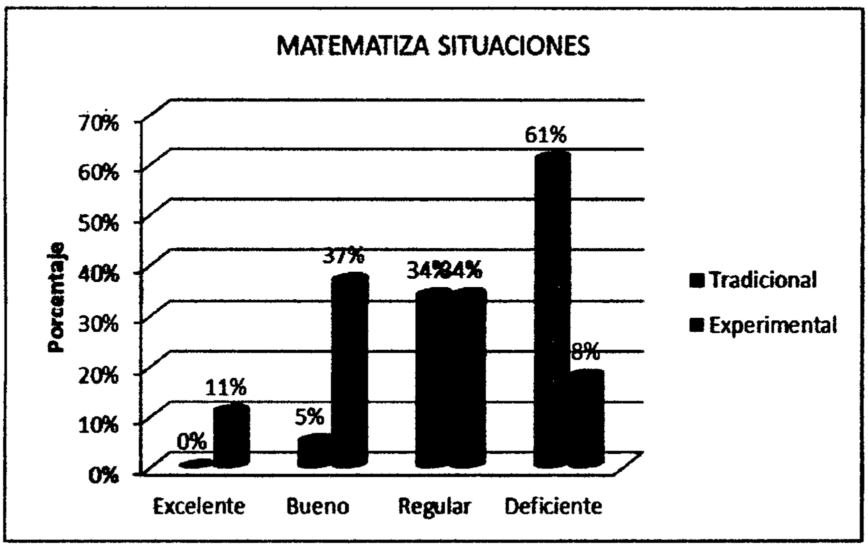
TABLA 1

MATEMATIZA SITUACIONES

Matematiza situaciones	Tradicional		Experimental	
	f	%	f	%
Excelente	0	0	4	11
Bueno	2	5	14	37
Regular	13	34	13	34
Deficiente	23	61	7	18
Total	38	100	38	100

FUENTE: Datos de la ficha de observación y prueba escrita, 2015

GRÁFICA 1



A partir de la tabla y gráfico 1 podemos visualizar, el logro de desarrollo de la capacidad matematiza situaciones con la enseñanza tradicional, fue 0% excelente, 5% bueno, 34% regular y 61% deficiente; mientras que, con la enseñanza con uso de materiales concretos, fue 11 % excelente, 37% bueno, 34% regular y 18% deficiente.

Por lo que, el mayor porcentaje de los estudiantes con la enseñanza con uso de materiales didácticos concretos, tienen mayor desarrollo de la capacidad matematiza situaciones. Es decir, los estudiantes identifican y describen problemas del campo temático en su contexto cotidiano, expresan en un modelo matemático a través de gráfico y simbólico, contrastan y verifican la validez del modelo matemático en forma concreta, gráfica y simbólica del campo temático.

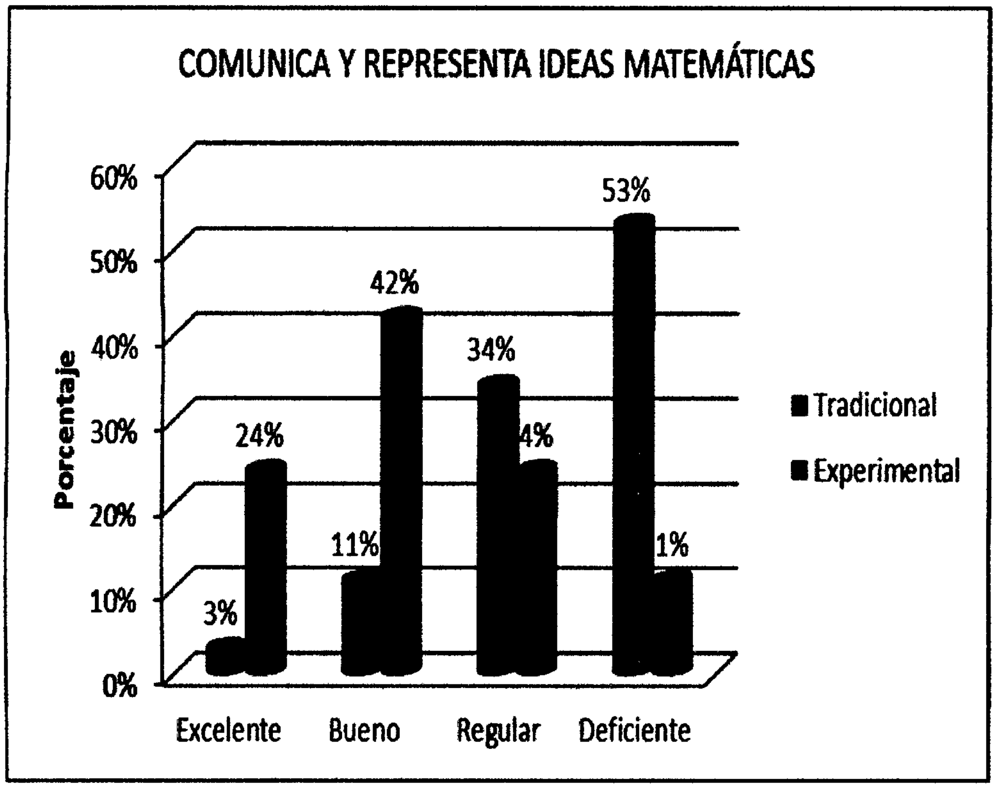
TABLA 2

COMUNICA Y REPRESENTA IDEAS MATEMÁTICAS

Comunica y representa ideas matemáticas	Tradicional		Experimental	
	f	%	f	%
Excelente	1	3	9	24
Bueno	4	11	16	42
Regular	13	34	9	24
Deficiente	20	53	4	11
Total	38	100	38	100

FUENTE: Datos de la ficha de observación y prueba escrita, 2015

GRÁFICO 2



A partir de la tabla y gráfico 2 podemos visualizar, el logro de desarrollo de la capacidad comunica y representa ideas matemáticas con la enseñanza tradicional, fue 3% excelente, 11% bueno, 34% regular y 53% deficiente; mientras que, con la enseñanza con uso de materiales concretos, fue 24 % excelente, 42% bueno, 24% regular y 11% deficiente.

Por lo que, el mayor porcentaje de los estudiantes con la enseñanza con uso de materiales didácticos concretos, tienen mayor desarrollo de la capacidad comunica y representa ideas matemáticas. Es decir, los estudiantes comprenden el significado del *campo temático* en su contexto, expresan el *campo temático* a través de lenguaje matemático, representan el *campo temático* a través de uso de materiales concretos, gráficos, pictóricos, simbólicos o vivenciales.

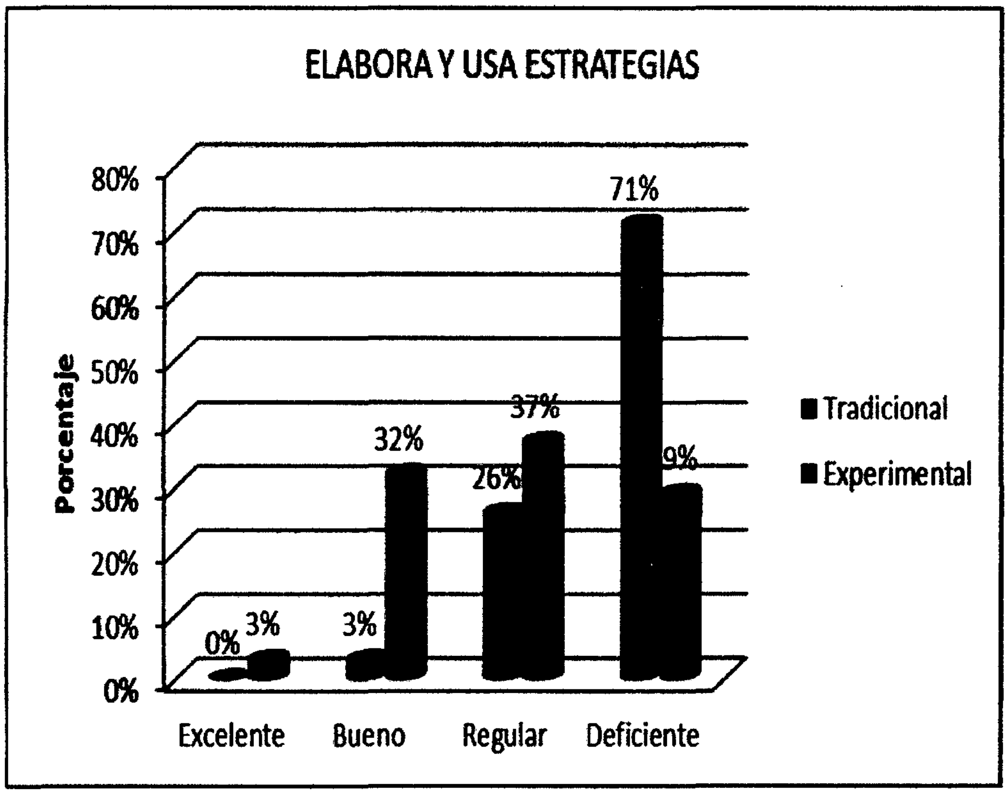
TABLA 3

ELABORA Y USA ESTRATEGIAS

Elabora y usa estrategias	Tradicional		Experimental	
	f	%	f	%
Excelente	0	0	1	3
Bueno	1	3	12	32
Regular	10	26	14	37
Deficiente	27	71	11	29
Total	38	100	38	100

FUENTE: Datos de la ficha de observación y prueba escrita, 2015

GRÁFICO 3



A partir de la tabla y gráfico 3 podemos visualizar, el logro de desarrollo de la capacidad elabora y usa estrategias con la enseñanza tradicional, fue 0% excelente, 3% bueno, 26% regular y 71% deficiente; mientras que, con la enseñanza con uso de materiales concretos, fue 3 % excelente, 32% bueno, 37% regular y 29% deficiente.

Por lo que, el mayor porcentaje de los estudiantes con la enseñanza con uso de materiales didácticos concretos, tienen mayor desarrollo de la capacidad elabora y usa estrategias. Es decir, los estudiantes elaboran y diseñan un plan de solución del problema del campo temático a través de diversos tipos, seleccionan y aplican procedimientos y estrategias de diversos tipos en la solución del problema del campo temático, valora a las estrategias aplicadas sobre su pertinencia y se le fueron útiles en la solución del problema del campo temático.

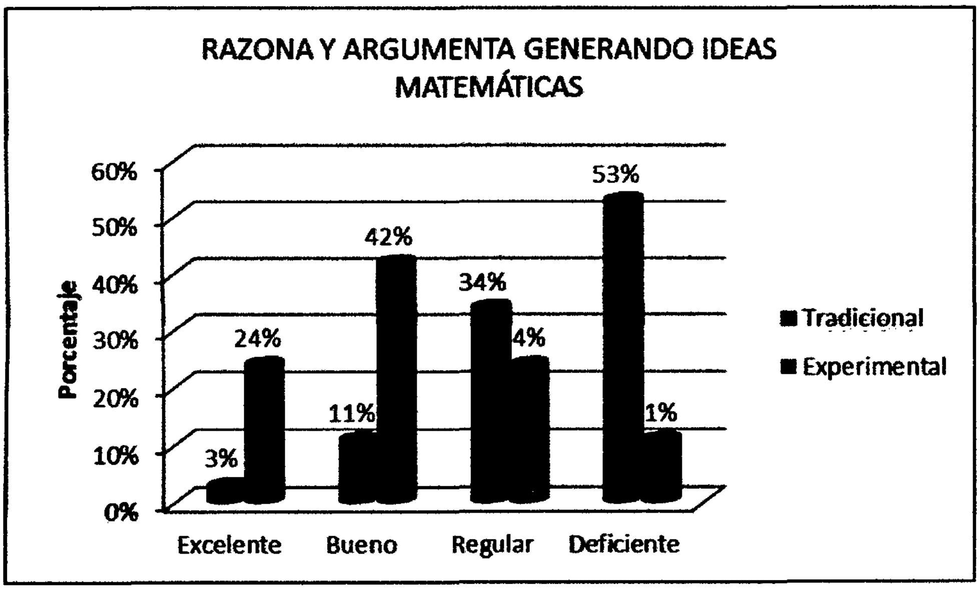
TABLA 4

RAZONA Y ARGUMENTA GENERANDO IDEAS MATEMÁTICAS

Razona y argumenta generando ideas matemáticas	Tradicional		Experimental	
	f	%	f	%
Excelente	1	3	9	24
Bueno	4	11	16	42
Regular	13	34	9	24
Deficiente	20	53	4	11
Total	38	100	38	100

FUENTE: Datos de la ficha de observación y prueba escrita, 2015

GRÁFICO 4



A partir de la tabla y gráfico 4 podemos visualizar, el logro de desarrollo de la capacidad razona y argumenta generando ideas matemáticas con la enseñanza tradicional, fue 3% excelente, 11% bueno, 34% regular y 11% deficiente; mientras que, con la enseñanza con uso de materiales concretos, fue 24 % excelente, 42% bueno, 24% regular y 11% deficiente.

Por lo que, el mayor porcentaje de los estudiantes con la enseñanza con uso de materiales didácticos concretos, tienen mayor desarrollo de la capacidad razona y argumenta generando ideas matemáticas. Es decir, los estudiantes plantean supuestos, conjeturas e hipótesis de implicancia del campo temático mediante diversas formas de razonamiento, explican sus argumentos del campo temático al plantear supuestos, conjeturas e hipótesis, elaboran conclusiones a partir de sus experiencias sobre el campo temático, defienden sus argumentos sobre el campo temático y refuta a otros, sobre la base de sus conclusiones.

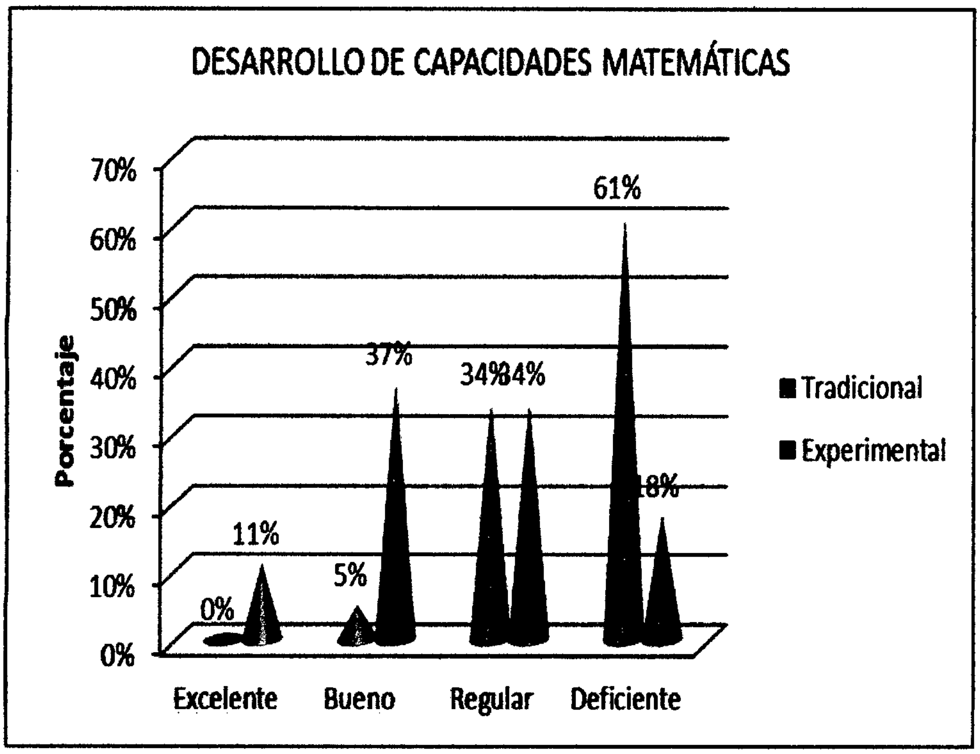
TABLA 5

DESARROLLO DE CAPACIDADES MATEMÁTICAS

Desarrollo de capacidades matemáticas	Tradicional		Experimental	
	f	%	F	%
Excelente	0	0	4	11
Bueno	2	5	14	37
Regular	13	34	13	34
Deficiente	23	61	7	18
Total	38	100	38	100

FUENTE: Datos de la ficha de observación y prueba escrita, 2015

GRÁFICO 5



A partir de la tabla y gráfico 5 podemos visualizar, el logro de desarrollo de capacidades matemáticas con la enseñanza tradicional, fue 0% excelente, 5% bueno, 34% regular y 61% deficiente; mientras que, con la enseñanza con uso de materiales concretos, fue 11 % excelente, 37% bueno, 34% regular y 18% deficiente.

Por lo que, el mayor porcentaje de los estudiantes con la enseñanza con uso de materiales didácticos concretos, tienen mayor desarrollo de capacidades matemáticas. Es decir, los estudiantes expresan problemas diversos en modelos matemáticos; expresan el significado de los conceptos matemáticos de manera oral y escrita, haciendo uso de representaciones y lenguaje matemático; planifican, ejecutan estrategias heurísticas, procedimientos de cálculo, comparación y estimación, usando diversos recursos para resolver problemas; y justifican y validan conclusiones, supuestos, conjeturas e hipótesis.

3.1. Resultados inferenciales

3.1.1. Prueba de análisis de varianza - ANOVA (enseñanza tradicional y experimental)

CUADRO 1

CALIFICACIÓN DE LA CAPACIDAD MATEMATIZA SITUACIONES CON LA ENSEÑANZA TRADICIONAL Y EXPERIMENTAL

N°	Tradicional	Experimental
1	09	10
2	08	09
3	09	13
4	08	11
5	06	12
6	13	13
7	11	14
8	13	16
9	08	16
10	09	14
11	10	13
12	12	16
13	08	09
14	11	16
15	09	11
16	07	09
17	12	12
18	09	11
19	12	13
20	08	09
21	13	15
22	11	17
23	10	15
24	11	15
25	16	18
26	07	13
27	10	15
28	09	10
29	09	14
30	12	13
31	12	16

32	09	14
33	08	11
34	12	17
35	14	14
36	09	13
37	08	10
38	08	17

FUENTE: Datos de la ficha de observación y prueba escrita, 2015

CUADRO 2

MEDIDA DE TENDENCIA CENTRAL Y DISPERSIÓN

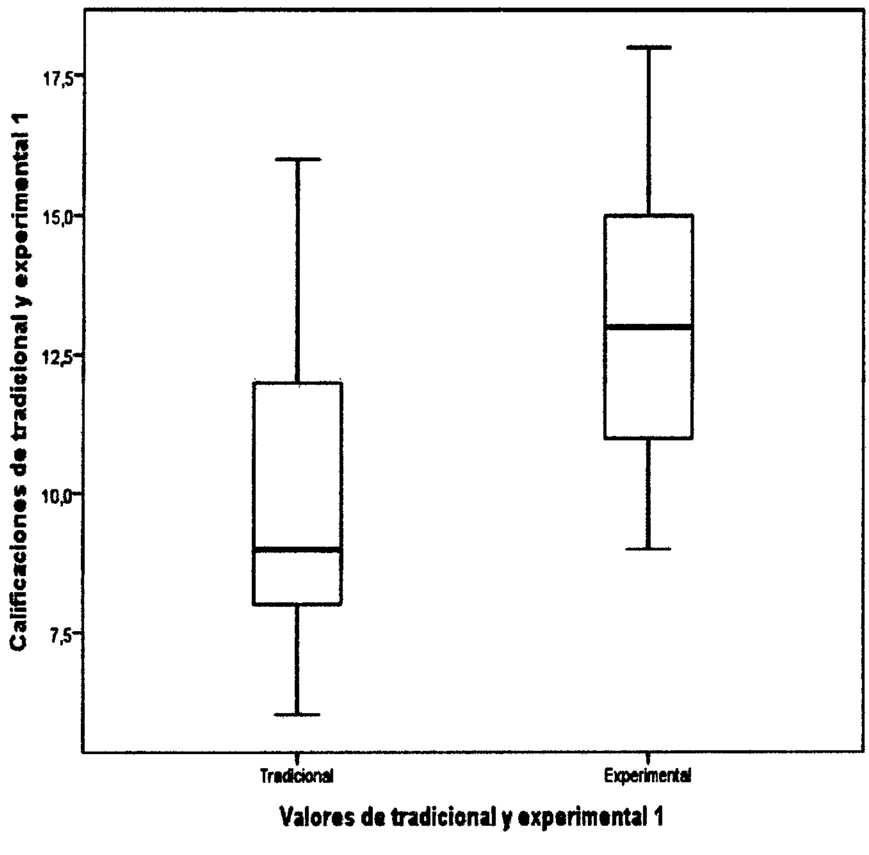
Estadísticos

		Calificaciones de la capacidad matematiza situaciones con enseñanza tradicional	Calificaciones de la capacidad matematiza situaciones con la enseñanza experimental
N	Válidos	38	38
	Perdidos	38	38
Media		10,00	13,26
Mediana		9,00	13,00
Moda		9	13
Desv. típ.		2,218	2,575
Varianza		4,919	6,632
Mínimo		6	9
Máximo		16	18
Percentiles	25	8,00	11,00
	50	9,00	13,00
	75	12,00	15,25
Diferencia de medias		3,2	

La calificación del desarrollo de la capacidad matematiza situaciones de los estudiantes con la enseñanza tradicional, fluctuaron entre 6 puntos (deficiente) y 16 puntos (bueno) con una media de 10 (deficiente) y una desviación típica de 2,218 puntos; mientras que con la enseñanza experimental, fluctuaron entre 9 (deficiente) y 18 (excelente) con una media de 13,2 puntos (regular) y una desviación típica de 2,575 puntos. Se observa que las calificaciones que más se repiten en la enseñanza tradicional son 9 puntos; mientras que con enseñanza con uso de materiales concretos es 13 puntos, asimismo, hay una diferencia significativa de 3,2 puntos más en la calificación la enseñanza con uso de materiales didácticos concretos, evidenciando mayor logro.

CUADRO 3

DIAGRAMA DE CAJAS Y BIGOTES DE LAS CALIFICACIONES DE LA CAPACIDAD MATEMATIZA SITUACIONES



En el cuadro 3 encontramos, que la caja que contiene las calificaciones con la enseñanza tradicional, el primer cuartil informa que el 25% de los estudiantes tienen calificaciones menores o iguales a 8, el segundo cuartil que alude a la mediana, informa que el 50% de los estudiantes tienen calificaciones menores o iguales 9, luego el tercer cuartil informa que el 75% de los estudiantes tienen calificaciones menores o iguales a 12, Observándose que la mitad de las calificaciones correspondientes a la parte central de su distribución se encuentran entre los valores cercanos de 8 y 12 y el rango de las calificaciones varían entre las calificaciones de 6 y 16, observándose, que la tendencia de las calificaciones en la mayoría de los estudiantes es baja.

Mientras que la caja que contiene las calificaciones con la enseñanza con materiales didácticos concretos, el primer cuartil informa que el 25% de los estudiantes tienen calificaciones menores o iguales a 11, el segundo cuartil que alude a la mediana, informa que el 50% de los estudiantes tienen calificaciones menores o iguales 13, luego el tercer cuartil informa que el 75% de los estudiantes tienen calificaciones menores o iguales a 15, Observándose que la mitad de las calificaciones correspondientes a la parte central de su distribución se encuentran entre los valores cercanos de 11 y 15 y el rango de las calificaciones varían entre las calificaciones de 9 y 18, observándose, que la tendencia de las calificaciones en la mayoría de los estudiantes es alta.

Comparando ambas cajas, se observa que la enseñanza con materiales didácticos concretos, las calificaciones de los estudiantes es mayor con relación a la enseñanza tradicional, existiendo una diferencia significativa de 3,2 puntos, evidenciando mayor logro.

CUADRO 4

PRUEBA DE ANOVA DE DIFERENCIA DE MEDIAS DE LA CAPACIDAD MATEMATIZA SITUACIONES CON LA ENSEÑANZA TRADICIONAL Y EXPERIMENTAL

ANOVA de un factor

	Suma de cuadrados	Gl	Media cuadrática	F	Sig.
Inter-grupos	202,316	1	202,316	35,032	,000
Intra-grupos	427,368	74	5,775		
Total	629,684	75			

Valor de ANOVA $F_c = 35,03$

Significancia asumida $\alpha = 0,05$

Significancia calculada $\rho = 0,00$

Según la prueba de ANOVA al 95% del nivel de confianza, el valor de la significancia calculada es menor a la significancia asumida (0,00 < 0,05), entonces rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la alterna, luego concluimos que existen diferencias estadísticamente significativas entre las calificaciones con la enseñanza tradicional y experimental. Por tanto, el uso adecuado de los materiales didácticos concretos influye positivamente en el desarrollo de la capacidad matematiza situaciones de los estudiantes. Comprobándose la verdad de la hipótesis específica 1.

CUADRO 5

CALIFICACIÓN DE LA CAPACIDAD COMUNICA Y REPRESENTA IDEAS MATEMÁTICAS CON LA ENSEÑANZA TRADICIONAL Y EXPERIMENTAL

N°	Tradicional	Experimental
1	10	11
2	09	10
3	10	14
4	09	12
5	07	13
6	14	14
7	12	15
8	14	17
9	09	17
10	10	15
11	11	14
12	13	17
13	09	10
14	12	17
15	10	12
16	08	10
17	13	13
18	10	12
19	13	14
20	09	10
21	14	16
22	12	18
23	11	16
24	12	16
25	17	19
26	08	14
27	11	16
28	10	11
29	10	15
30	13	14
31	13	17
32	10	15
33	09	12
34	13	18
35	15	15
36	10	14
37	09	11
38	09	18

FUENTE: Datos de la ficha de observación y prueba escrita, 2015

CUADRO 6

MEDIDA DE TENDENCIA CENTRAL Y DISPERSIÓN

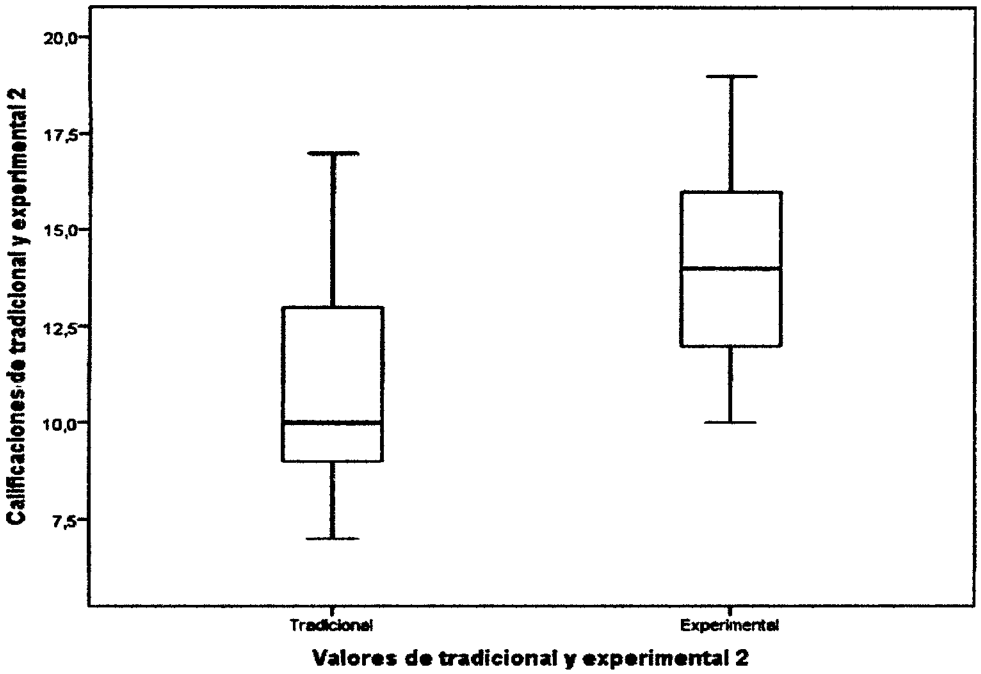
Estadísticos

		Calificaciones de la capacidad comunica y representa ideas matemáticas con enseñanza tradicional	Calificaciones de la capacidad comunica y representa ideas matemáticas con enseñanza experimental
N	Válidos	38	38
	Perdidos	38	38
Media		11,00	14,26
Mediana		10,00	14,00
Moda		10	14
Desv. típ.		2,218	2,575
Varianza		4,919	6,632
Mínimo		7	10
Máximo		17	19
Percentiles	25	9,00	12,00
	50	10,00	14,00
	75	13,00	16,25
Diferencia de medias		3,2	

La calificación del desarrollo de la capacidad capacidad comunica y representa ideas matemáticas de los estudiantes con la enseñanza tradicional, fluctuaron entre 7 puntos (deficiente) y 17 puntos (bueno) con una media de 11 (regular) y una desviación típica de 2,218 puntos; mientras que con la enseñanza experimental, fluctuaron entre 10 (deficiente) y 19 (excelente) con una media de 14,2 puntos (regular) y una desviación típica de 2,575 puntos. Se observa que las calificaciones que más se repiten en la enseñanza tradicional es 10 puntos; mientras que con enseñanza con uso de materiales didácticos concretos es 14 puntos, asimismo, hay una diferencia significativa de 3,2 puntos más en la calificación la enseñanza con uso de materiales concretos, evidenciando mayor logro.

CUADRO 7

DIAGRAMA DE CAJAS Y BIGOTES DE LAS CALIFICACIONES DE LA CAPACIDAD COMUNICA Y REPRESENTA IDEAS MATEMÁTICAS



En el cuadro 7 encontramos, que la caja que contiene las calificaciones con la enseñanza tradicional, el primer cuartil informa que el 25% de los estudiantes tienen calificaciones menores o iguales a 9, el segundo cuartil que alude a la mediana, informa que el 50% de los estudiantes tienen calificaciones menores o iguales 10, luego el tercer cuartil informa que el 75% de los estudiantes tienen calificaciones menores o iguales a 13, Observándose que la mitad de las calificaciones correspondientes a la parte central de su distribución se encuentran entre los valores cercanos de 9 y 13 y el rango de las calificaciones varían entre las calificaciones de 7 y 17, observándose, que la tendencia de las calificaciones en la mayoría de los estudiantes es baja.

Mientras que la caja que contiene las calificaciones la enseñanza con materiales concretos, el primer cuartil informa que el 25% de los estudiantes tienen calificaciones menores o iguales a 12, el segundo cuartil que alude a la mediana, informa que el 50% de los estudiantes tienen calificaciones menores o iguales 14, luego el tercer cuartil informa que el 75% de los estudiantes tienen calificaciones menores o iguales a 16. Observándose que la mitad de las calificaciones correspondientes a la parte central de su distribución se encuentran entre los valores cercanos de 12 y 16 y el rango de las calificaciones varían entre las calificaciones de 10 y 19, observándose, que la tendencia de las calificaciones en la mayoría de los estudiantes es alta.

Comparando ambas cajas, se observa que la enseñanza con materiales didácticos concretos, las calificaciones de los estudiantes son mayores con relación a la enseñanza tradicional, existiendo una diferencia significativa de 3,2 puntos, evidenciado mayor logro.

CUADRO 8

PRUEBA DE ANOVA DE DIFERENCIA DE MEDIAS DE LA CAPACIDAD COMUNICA Y REPRESENTA IDEAS MATEMÁTICAS CON LA ENSEÑANZA TRADICIONAL Y EXPERIMENTAL

ANOVA de un factor

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Inter-grupos	202,316	1	202,316	35,032	,000
Intra-grupos	427,368	74	5,775		
Total	629,684	75			

Valor de ANOVA $F_c = 35,03$

Significancia asumida $\alpha = 0,05$

Significancia calculada $\rho = 0,00$

Según la prueba de ANOVA al 95% del nivel de confianza, el valor de la significancia calculada es menor a la significancia asumida (0,00 < 0,05), entonces rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la alterna, luego concluimos que existen diferencias estadísticamente significativas entre las calificaciones con la enseñanza tradicional y experimental. Por tanto, el uso adecuado de los materiales didácticos concretos influye positivamente en el desarrollo de la capacidad comunica y representa ideas matemáticas de los estudiantes. Comprobándose la verdad de la hipótesis específica 2.

CUADRO 9

CALIFICACIÓN DE LA CAPACIDAD ELABORA Y USA ESTRATEGIAS CON LA ENSEÑANZA TRADICIONAL Y EXPERIMENTAL

N°	Tradicional	Experimental
1	08	09
2	07	08
3	08	12
4	07	10
5	05	11
6	12	12
7	10	13
8	12	15
9	07	15
10	08	13
11	09	12
12	11	15
13	09	08
14	10	15
15	08	10
16	06	08
17	11	11
18	08	10
19	11	12
20	07	08
21	12	14
22	09	16
23	09	14

24	10	14
25	15	17
26	06	12
27	09	14
28	08	09
29	08	13
30	11	12
31	11	15
32	08	13
33	07	10
34	11	16
35	13	13
36	08	12
37	07	09
38	07	16

FUENTE: Datos de la ficha de observación y prueba escrita, 2015

CUADRO 10

MEDIDA DE TENDENCIA CENTRAL Y DISPERSIÓN

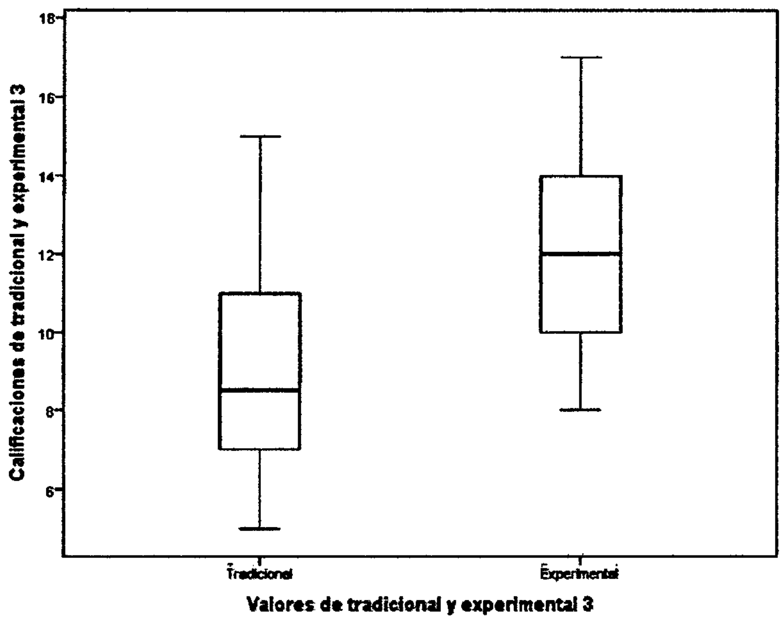
Estadísticos

		Calificaciones de la capacidad elabora y usa estrategias con enseñanza tradicional	Calificaciones de la capacidad elabora y usa estrategias con enseñanza experimental
N	Válidos	38	38
	Perdidos	38	38
Media		9,03	12,26
Mediana		8,50	12,00
Moda		8	12
Desv. típ.		2,187	2,575
Varianza		4,783	6,632
Mínimo		5	8
Máximo		15	17
Percentiles	25	7,00	10,00
	50	8,50	12,00
	75	11,00	14,25
Diferencia de medias		3,2	

La calificación del desarrollo de la capacidad elabora y usa estrategias de los estudiantes con la enseñanza tradicional, fluctuaron entre 5 puntos (deficiente) y 15 puntos (bueno) con una media de 9 (deficiente) y una desviación típica de 2,187 puntos; mientras que con la enseñanza experimental, fluctuaron entre 8 (deficiente) y 17 (excelente) con una media de 12,2 puntos (regular) y una desviación típica de 2,575 puntos. Se observa que las calificaciones que más se repiten en la enseñanza tradicional es 8 puntos; mientras que con enseñanza con uso de materiales concretos es 12 puntos, asimismo, hay una diferencia significativa de 3,2 puntos más en la calificación la enseñanza con uso de materiales didácticos concretos, evidenciando mayor logro.

CUADRO 11

DIAGRAMA DE CAJAS Y BIGOTES DE LAS CALIFICACIONES DE LA CAPACIDAD ELABORA Y USA ESTRATEGIAS



En el cuadro 11 encontramos, que la caja que contiene las calificaciones con la enseñanza tradicional, el primer cuartil informa que el 25% de los estudiantes tienen calificaciones menores o iguales a 7, el segundo cuartil que alude a la mediana, informa que el 50% de los estudiantes tienen calificaciones menores o iguales 8,5, luego el tercer cuartil informa que el 75% de los estudiantes tienen calificaciones menores o iguales a 11, Observándose que la mitad de las calificaciones correspondientes a la parte central de su distribución se encuentran entre los valores cercanos de 7 y 11 y el rango de las calificaciones varían entre las calificaciones de 5 y 15, observándose, que la tendencia de las calificaciones en la mayoría de los estudiantes es baja.

Mientras que la caja que contiene las calificaciones con la enseñanza de materiales concretos, el primer cuartil informa que el 25% de los estudiantes tienen calificaciones menores o iguales a 10, el segundo cuartil que alude a la mediana, informa que el 50% de los estudiantes tienen calificaciones menores o iguales 12, luego el tercer cuartil informa que el 75% de los estudiantes tienen calificaciones menores o iguales a 14, Observándose que la mitad de las calificaciones correspondientes a la parte central de su distribución se encuentran entre los valores cercanos de 10 y 14 y el rango de las calificaciones varían entre las calificaciones de 8 y 17, observándose, que la tendencia de las calificaciones en la mayoría de los estudiantes es alta.

Comparando ambas cajas, se observa que la enseñanza con materiales didácticos concretos, las calificaciones de los estudiantes son mayores con relación a la enseñanza tradicional, existiendo una diferencia significativa de 3,2 puntos, evidenciado mayor logro.

CUADRO 12

PRUEBA DE ANOVA DE DIFERENCIA DE MEDIAS DE LA CAPACIDAD ELABORA Y USA ESTRATEGIAS CON LA ENSEÑANZA TRADICIONAL Y EXPERIMENTAL

ANOVA de un factor

	Suma de cuadrados	Gl	Media cuadrática	F	Sig.
Inter-grupos	199,066	1	199,066	34,879	,000
Intra-grupos	422,342	74	5,707		
Total	621,408	75			

Valor de ANOVA $F_c = 34,87$

Significancia asumida $\alpha = 0,05$

Significancia calculada $\rho = 0,00$

Según la prueba de ANOVA al 95% del nivel de confianza, el valor de la significancia calculada es menor a la significancia asumida (0,00 < 0,05), entonces rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la alterna, luego concluimos que existen diferencias estadísticamente significativas entre las calificaciones con la enseñanza tradicional y experimental. Por tanto, el uso adecuado de los materiales didácticos concretos influye positivamente en el desarrollo de la capacidad elabora y usa estrategias de los estudiantes. Comprobándose la verdad de la hipótesis específica 3.

CUADRO 13

CALIFICACIÓN DE LA CAPACIDAD RAZONA Y ARGUMENTA GENERANDO IDEAS MATEMÁTICAS CON LA ENSEÑANZA TRADICIONAL Y EXPERIMENTAL

N°	Tradicional	Experimental
1	10	11
2	09	10
3	10	14
4	09	12
5	07	13
6	14	14
7	12	15
8	14	17
9	09	17
10	10	15
11	11	14
12	13	17
13	09	10
14	12	17
15	10	12
16	09	10
17	13	13
18	10	12
19	13	14
20	09	10
21	14	16
22	12	18
23	11	16
24	12	16
25	17	19
26	08	14
27	11	16
28	10	11
29	10	15
30	13	14
31	13	17
32	10	15
33	09	12
34	13	18
35	15	15
36	10	14
37	09	11
38	09	18

FUENTE: Datos de la ficha de observación y prueba escrita, 2015

CUADRO 14

MEDIDA DE TENDENCIA CENTRAL Y DISPERSIÓN

Estadísticos

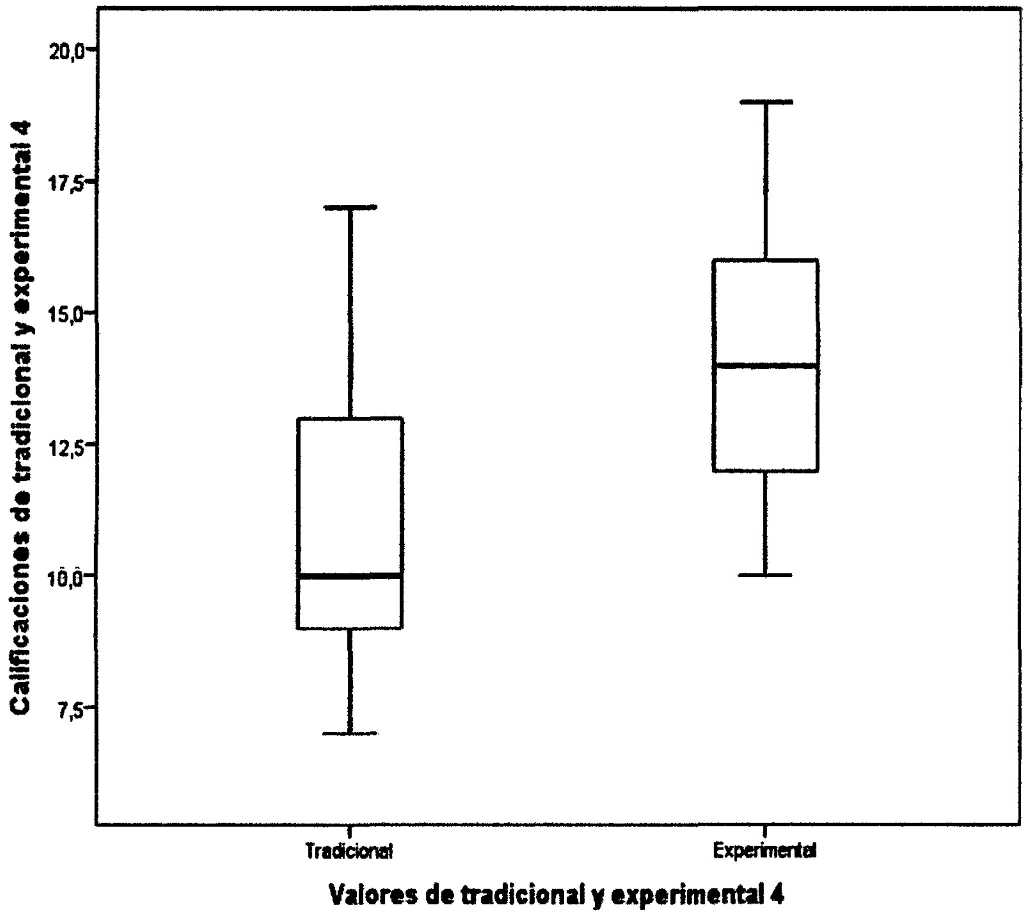
		Calificaciones de la capacidad razona y argumenta generando ideas matemáticas con enseñanza tradicional	Calificaciones de la capacidad razona y argumenta generando ideas matemáticas con enseñanza experimental
N	Válidos	38	38
	Perdidos	38	38
Media		11,03	14,26
Mediana		10,00	14,00
Moda		9[a]	14
Desv. típ.		2,187	2,575
Varianza		4,783	6,632
Mínimo		7	10
Máximo		17	19
Percentiles	25	9,00	12,00
	50	10,00	14,00
	75	13,00	16,25
Diferencia de medias		3,2	

a. Existen varias modas. Se mostrará el menor de los valores.

La calificación del desarrollo de la capacidad razona y argumenta generando ideas matemáticas de los estudiantes con la enseñanza tradicional, fluctuaron entre 7 puntos (deficiente) y 17 puntos (excelente) con una media de 11 (regular) y una desviación típica de 2,187 puntos; mientras que con la enseñanza experimental, fluctuaron entre 10 (deficiente) y 19 (excelente) con una media de 14,2 puntos (regular) y una desviación típica de 2,575 puntos. Se observa que las calificaciones que más se repiten en la enseñanza tradicional son 9 puntos; mientras que con enseñanza de uso de materiales concretos es 14 puntos, asimismo, hay una diferencia significativa de 3,2 puntos más en la calificación la enseñanza con uso de materiales concretos, evidenciando mayor logro.

CUADRO 15

DIAGRAMA DE CAJAS Y BIGOTES DE LAS CALIFICACIONES DE LA CAPACIDAD RAZONA Y ARGUMENTA GENERANDO IDEAS MATEMÁTICAS



En el cuadro 15 encontramos, que la caja que contiene las calificaciones con la enseñanza tradicional, el primer cuartil informa que el 25% de los estudiantes tienen calificaciones menores o iguales a 9, el segundo cuartil que alude a la mediana, informa que el 50% de los estudiantes tienen calificaciones menores o iguales 10, luego el tercer cuartil informa que el 75% de los estudiantes tienen calificaciones menores o iguales a 13, Observándose que la mitad de las calificaciones correspondientes a la parte central de su distribución se encuentran entre los valores cercanos de 9 y 13 y el rango de las calificaciones varían entre las calificaciones de 7 y 17, observándose, que la tendencia de las calificaciones en la mayoría de los estudiantes es baja.

Mientras que la caja que contiene las calificaciones con la enseñanza de materiales didácticos concretos, el primer cuartil informa que el 25% de los estudiantes tienen calificaciones menores o iguales a 12, el segundo cuartil que alude a la mediana, informa que el 50% de los estudiantes tienen calificaciones menores o iguales 14, luego el tercer cuartil informa que el 75% de los estudiantes tienen calificaciones menores o iguales a 16, Observándose que la mitad de las calificaciones correspondientes a la parte central de su distribución se encuentran entre los valores cercanos de 12 y 16 y el rango de las calificaciones varían entre las calificaciones de 10 y 19, observándose, que la tendencia de las calificaciones en la mayoría de los estudiantes es alta.

Comparando ambas cajas, se observa que la enseñanza con materiales concretos, las calificaciones de los estudiantes son mayores con relación a la enseñanza tradicional, existiendo una diferencia significativa de 3,2 puntos, evidenciando mayor logro.

CUADRO 16

PRUEBA DE ANOVA DE DIFERENCIA DE MEDIAS DE LA CAPACIDAD RAZONA Y ARGUMENTA GENERANDO IDEAS MATEMÁTICAS CON LA ENSEÑANZA TRADICIONAL Y EXPERIMENTAL

ANOVA de un factor

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Inter-grupos	199,066	1	199,066	34,879	,000
Intra-grupos	422,342	74	5,707		
Total	621,408	75			

Valor de ANOVA $F_c = 34{,}87$

Significancia asumida $\alpha = 0{,}05$

Significancia calculada $\rho = 0{,}00$

Según la prueba de ANOVA al 95% del nivel de confianza, el valor de la significancia calculada es menor a la significancia asumida (0,00 < 0,05), entonces rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la alterna, luego concluimos que existen diferencias estadísticamente significativas entre las calificaciones con la enseñanza tradicional y experimental. Por tanto, el uso adecuado de los materiales didácticos concretos influye positivamente en el desarrollo de la capacidad razona y argumenta generando ideas matemáticas de los estudiantes. Comprobándose la verdad de la hipótesis específica 4.

CUADRO 17

CALIFICACIÓN DEL DESARROLLO DE LAS CAPACIDADES MATEMÁTICAS CON LA ENSEÑANZA TRADICIONAL Y EXPERIMENTAL

N°	Tradicional	Experimental
1	09	10
2	08	09

3	09	13
4	08	11
5	06	12
6	13	13
7	11	14
8	13	16
9	08	16
10	09	14
11	10	13
12	12	16
13	09	09
14	11	16
15	09	11
16	08	09
17	12	12
18	09	11
19	12	13
20	08	09
21	13	15
22	11	17
23	10	15
24	11	15
25	16	18
26	07	13
27	10	15
28	09	10
29	09	14
30	12	13
31	12	16
32	09	14
33	08	11
34	12	17
35	14	14
36	09	13
37	08	10
38	08	17

FUENTE: Datos de la ficha de observación y prueba escrita, 2015

CUADRO 18

MEDIDA DE TENDENCIA CENTRAL Y DISPERSIÓN

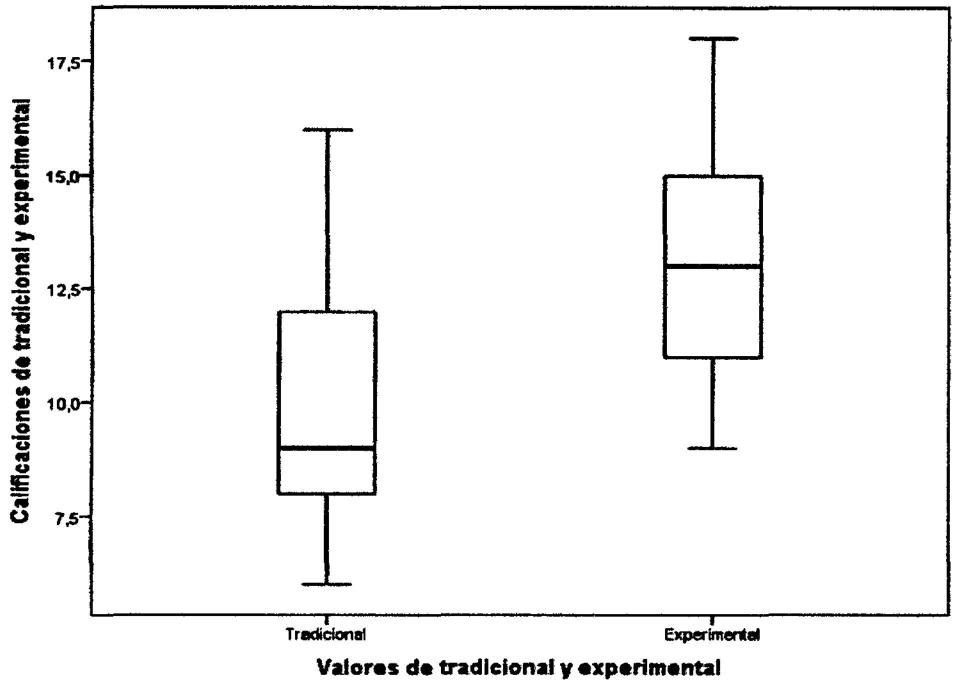
Estadísticos

		Calificaciones del desarrollo de las capacidades matemáticas con enseñanza tradicional	Calificaciones del desarrollo de las capacidades matemáticas con enseñanza experimental
N	Válidos	38	38
	Perdidos	38	38
Media		10,05	13,26
Mediana		9,00	13,00
Moda		9	13
Desv. típ.		2,168	2,575
Varianza		4,700	6,632
Mínimo		6	9
Máximo		16	18
Percentiles	25	8,00	11,00
	50	9,00	13,00
	75	12,00	15,25
Diferencia de medias		3,2	

La calificación del desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes con la enseñanza tradicional, fluctuaron entre 6 puntos (deficiente) y 16 puntos (bueno) con una media de 10 (deficiente) y una desviación típica de 2,168 puntos; mientras que con la enseñanza experimental, fluctuaron entre 9 (deficiente) y 18 (excelente) con una media de 13,2 puntos (regular) y una desviación típica de 2,575 punto s. Se observa que las calificaciones que más se repiten en la enseñanza tradicional son 9 puntos; mientras que con enseñanza de uso de materiales concretos es 13 puntos, asimismo, hay una diferencia significativa de 3,2 puntos más en la calificación la enseñanza con uso de materiales concretos, evidenciando mayor logro.

CUADRO 19

DIAGRAMA DE CAJAS Y BIGOTES DE LAS CALIFICACIONES DEL DESARROLLO DE LAS CAPACIDADES MATEMÁTICAS



En el cuadro 3 encontramos, que la caja que contiene las calificaciones con la enseñanza tradicional, el primer cuartil informa que el 25% de los estudiantes tienen calificaciones menores o iguales a 8, el segundo cuartil que alude a la mediana, informa que el 50% de los estudiantes tienen calificaciones menores o iguales 9, luego el tercer cuartil informa que el 75% de los estudiantes tienen calificaciones menores o iguales a 12, Observándose que la mitad de las calificaciones correspondientes a la parte central de su distribución se encuentran entre los valores cercanos de 8 y 12 y el rango de las calificaciones varían entre las calificaciones de 6 y 16, observándose, que la tendencia de las calificaciones en la mayoría de los estudiantes es baja.

Mientras que la caja que contiene las calificaciones con la enseñanza de materiales didácticos concretos, el primer cuartil informa que el 25% de los estudiantes tienen calificaciones menores o iguales a 11, el segundo cuartil que alude a la mediana, informa que el 50% de los estudiantes tienen calificaciones menores o iguales 13, luego el tercer cuartil informa que el 75% de los estudiantes tienen calificaciones menores o iguales a 15, Observándose que la mitad de las calificaciones correspondientes a la parte central de su distribución se encuentran entre los valores cercanos de 11 y 15 y el rango de las calificaciones varían entre las calificaciones de 9 y 18, observándose, que la tendencia de las calificaciones en la mayoría de los estudiantes es alta.

Comparando ambas cajas, se observa que la enseñanza con materiales didácticos concretos, las calificaciones de los estudiantes son mayores con relación a la enseñanza tradicional, existiendo una diferencia significativa de 3,2 puntos, evidenciado mayor logro.

CUADRO 20

PRUEBA DE ANOVA DE DIFERENCIA DE MEDIAS DEL DESARROLLO DE LAS CAPACIDADES MATEMÁTICAS CON LA ENSEÑANZA TRADICIONAL Y EXPERIMENTAL

ANOVA de un factor

	Suma de cuadrados	Gl	Media cuadrática	F	Sig.
Inter-grupos	195,842	1	195,842	34,566	,000
Intra-grupos	419,263	74	5,666		
Total	615,105	75			

Valor de ANOVA $F_c = 34{,}56$

Significancia asumida $\alpha = 0{,}05$

Significancia calculada $\rho = 0,00$

Según la prueba de ANOVA al 95% del nivel de confianza, el valor de la significancia calculada es menor a la significancia asumida (0,00 < 0,05), entonces rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la alterna, luego concluimos que existen diferencias estadísticamente significativas entre las calificaciones con la enseñanza tradicional y experimental. Por tanto, el uso pertinente de materiales didácticos concretos influyen significativamente en el desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes de la serie 100 de la Escuela de Formación Profesional de Educación Inicial de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, 2015. Comprobándose la verdad de la hipótesis general.

4.2. **Discusión de resultados**

A continuación discutimos los siguientes resultados:

1) En la enseñanza con uso de materiales concretos, el mayor porcentaje de los estudiantes tienen logro significativo en el desarrollo de la capacidad matematiza situaciones con respecto de la enseñanza tradicional. Es decir, los estudiantes identifican y describen problemas del campo temático en su contexto cotidiano, expresan en un modelo matemático a través de gráfico y simbólico, contrastan y verifican la validez del modelo matemático en forma concreta, gráfica y simbólica del campo temático. Por tanto, el uso adecuado de los materiales didácticos concretos influye positivamente en el desarrollo de la capacidad matematiza situaciones de los estudiantes. Evidenciándose una diferencia estadísticamente significativa entre las

calificaciones de la enseñanza tradicional y experimental, con un 95% del nivel de confianza (0,00<0,05).

Resultado que contrasta según Pachano y Terán de Serrentino (2008), (a) Se partió de las experiencias previas de los alumnos, es decir, de la ejemplificación de las figuras conocidas de su entorno, para relacionarlas con las estructuras geométricas que forman parte de un contenido específico. Se consideró apremiante, entonces, para la construcción del conocimiento matemático, estudiar diversas figuras y cuerpos geométricos y así consolidar las definiciones que surgen de las propias experiencias de construcción, visualización, dibujo y medición de figuras. En correspondencia con Luengo (2001), corroboramos la importancia de la relación del nuevo contenido con las experiencias previas, ratificando que el "aprendizaje significativo" es un aprendizaje relacionado. (b) Se brindó la oportunidad de la integración de las áreas curriculares a partir del estudio y análisis de los contenidos geométricos. En este sentido, las estrategias diseñadas para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría permitieron integrar áreas tales como: Matemática, Lengua y Literatura, Educación Estética, Ciencias de la Naturaleza y Tecnología y Ciencias Sociales. De esta manera, se promueve la adquisición del conocimiento de forma integral y no parcelado ni atomizado. Al respecto, Macnab y Cummine (1992) señalan que los docentes deben propiciar estrategias innovadoras que estimulen la iniciativa, creatividad e inventiva del estudiante, que permitan la posibilidad de integrar la matemática con la realidad y con otras áreas del saber. (c) Se diseñó el conjunto de estrategias a partir del trabajo mancomunado de los distintos actores que intervinieron en la investigación: niños, docentes e investigadoras. Cada experiencia se convirtió en un recurso valioso para la configuración final del conjunto de estrategias basadas en el enfoque constructivista. Según Pozo (1994) y Díaz y Hernández (2002), las estrategias constituyen procedimientos o secuencias de acciones que el docente puede utilizar en forma reflexiva y flexible para promover el logro de aprendizajes significativos y la solución de problemas. Muy particularmente, González (2004) señala que "resolver problemas es uno de los saberes que han de poseer quienes se dediquen profesionalmente a la enseñanza de la Matemática en los diferentes niveles escolares" (pp.11-12). (d) Se promovió el uso de materiales concretos para cada una de las estrategias diseñadas. Estos materiales permitieron fomentar la creatividad en los niños hacia el logro de aprendizajes contextualizados y por ende, significativos. Destacamos esta característica fundamental de la Teoría Constructivista como actividad relevante a ser integrada en las estrategias para el aprendizaje de la geometría, en apego a los planteamientos de Gallego (1997) quien sostiene que el aprendizaje requiere contextualización.

Sarmiento (2007) afirma que los medios de enseñanza son "los instrumentos, equipos o materiales, concebidos como elementos curriculares mediadores de la expresión directa, que articulan en un determinado sistema de símbolos ciertos mensajes y persiguen la optimización del proceso de enseñanza y aprendizaje".

Según Minedu (2015) es la capacidad de expresar un problema, reconocido en una situación, en un modelo matemático. En su desarrollo se usa, interpreta y evalúa el modelo matemático, de acuerdo a la situación que le dio origen. La matematización destaca la relación entre las situaciones reales y la matemática, resaltando la relevancia del modelo matemático, el cual se define como un sistema que representa y reproduce las características de una situación del entorno.

2) En la enseñanza con uso de materiales didácticos concretos, el mayor porcentaje de los estudiantes tienen logro significativo en el desarrollo de la capacidad comunica y representa ideas matemáticas. Es decir, los estudiantes comprenden el significado del *campo temático* en su contexto, expresan el *campo temático* a través de lenguaje matemático, representan el *campo temático* a través de uso de materiales concretos, gráficos, pictóricos, simbólicos o vivenciales. Por tanto, el uso adecuado de los materiales didácticos concretos influye positivamente en el desarrollo de la capacidad comunica y representa ideas matemáticas de los estudiantes. Evidenciándose una diferencia estadísticamente significativa entre las calificaciones de la enseñanza tradicional y experimental, con un 95% del nivel de confianza (0,00<0,05).

Según Vilca y Charca (2002), (a) Los juegos matemáticos permiten planificar las actividades de aprendizaje significativo, partiendo de un problema, precisando competencias y contenidos, despertando el interés y la satisfacción por aprender las matemáticas. (b) La aplicación de los juegos matemáticos como estrategia cognitiva, permitió mejorar el nivel de aprendizaje de los contenidos, procedimental, conceptual y actitudinal del área de matemática.

De Zubiría (2001), el aprendizaje puede asumir las formas repetitivas o significativas según lo aprendido se relacione arbitraria o sustancialmente con la estructura de conocimientos. Será significativa si los nuevos conocimientos se vinculan de una manera clara y estable con las experiencias previas que dispone el educando. El aprendizaje será repetitivo si no se relaciona con los conocimientos previos, o sí asume una forma mecánica, por tanto, arbitraria y poco duradera.

Según Minedu (2015), es la capacidad de comprender el significado de las ideas matemáticas, y expresarlas en forma oral y escrita usando el lenguaje matemático y diversas formas de representación con material concreto, gráfico, tablas, símbolos y recursos TIC, y transitando de una representación a otra. La comunicación es la forma de expresar y representar información con contenido matemático, así como la manera en que se interpreta (Niss, 2002, citado por Minedu, 2015). Las ideas matemáticas adquieren significado cuando se usan diferentes representaciones y se es capaz de transitar de una representación a otra, de tal forma que se comprende la idea matemática y la función que cumple en diferentes situaciones. El manejo y uso de las expresiones y símbolos matemáticos que constituyen el lenguaje matemático se van adquiriendo de forma gradual en el mismo proceso de construcción de conocimientos. Conforme el estudiante va experimentando o explorando las nociones y relaciones, los va expresando de forma coloquial al principio, para luego pasar al lenguaje simbólico y, finalmente, dar paso a expresiones más técnicas y formales que permitan expresar con precisión las ideas matemáticas, las que responden a una convención.

3) En la enseñanza con uso de materiales didácticos concretos, el mayor porcentaje de los estudiantes tienen logro significativo en el desarrollo de la capacidad elabora y usa estrategias. Es decir, los estudiantes elaboran y diseñan un plan de solución del problema del campo temático a través de diversos tipos, seleccionan y aplican procedimientos y estrategias de diversos tipos en la solución del problema del campo temático, valora a las estrategias aplicadas sobre su pertinencia y se le fueron útiles en la solución del problema del campo temático. Por tanto, el uso adecuado de los materiales didácticos concretos influye positivamente en el desarrollo de la capacidad elabora y usa estrategias de los estudiantes. Evidenciándose una diferencia

estadísticamente significativa entre las calificaciones de la enseñanza tradicional y experimental, con un 95% del nivel de confianza (0,00<0,05).

Según Meza (2010), con un nivel de confianza al 95%, la aplicación de la estrategia metodológica activo colaborativo influye significativamente el incremento del aprendizaje de resolución de ejercicios y problemas matemáticos en estudiantes de economía de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga.

Navarro (2007) menciona, "El aprendizaje de la matemática abre espacios para establecer una relación fecunda entre diversos contextos y la matemática; su conocimiento se transforma en una llave que puede abrir puertas para la incursión en otros ámbitos del conocimiento" y, como aspecto muy importante y necesario, adquiere sentido en estudio del modelo en sí, estudio que se enriquece con el mundo del cual emerge y con la diversidad en la cual se puede aplicar. Al hablar de aprendizaje no podemos de dejar de mencionar a la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel. Ausubel considera que el aprendizaje por descubrimiento no debe ser presentado como opuesto al aprendizaje por exposición (recepción), ya que éste puede ser igual de eficaz, si se cumplen unas características. Así, el aprendizaje escolar puede darse por recepción o por descubrimiento, como estrategia de enseñanza, y puede lograr un aprendizaje significativo o memorístico y repetitivo.

Según, MINEDU (2015), es la capacidad de planificar, ejecutar y valorar una secuencia organizada de estrategias y diversos recursos, entre ellos las tecnologías de información y comunicación, empleándolas de manera flexible y eficaz en el planteamiento y resolución de problemas, incluidos los matemáticos. Esto implica ser capaz de elaborar un plan de solución, monitorear su ejecución, pudiendo incluso reformular el plan en el mismo proceso con la finalidad de llegar a la meta. Asimismo, revisar todo el proceso de resolución, reconociendo si las estrategias y herramientas fueron usadas de manera apropiada y óptima. Las estrategias se definen como actividades conscientes e intencionales, que guían el proceso de resolución de problemas; estas pueden combinar la selección y ejecución de procedimientos matemáticos, estrategias heurísticas, de manera pertinente y adecuada al problema planteado.

4) En la enseñanza con uso de materiales didácticos concretos, el mayor porcentaje de los estudiantes tienen logro significativo en el desarrollo de la capacidad razona y argumenta generando ideas matemáticas. Es decir, los estudiantes plantean supuestos, conjeturas e hipótesis de implicancia del campo temático mediante diversas formas de razonamiento, explican sus argumentos del campo temático al plantear supuestos, conjeturas e hipótesis, elaboran conclusiones a partir de sus experiencias sobre el campo temático, defienden sus argumentos sobre el campo temático y refuta a otros, sobre la base de sus conclusiones. Por tanto, el uso adecuado de los materiales didácticos concretos influye positivamente en el desarrollo de la capacidad razona y argumenta generando ideas matemáticas de los estudiantes. Evidenciándose una diferencia estadísticamente significativa entre las calificaciones de la enseñanza tradicional y experimental, con un 95% del nivel de confianza (0,00<0,05).

Según Janampa (2002), las estrategias metodológicas generan cambios significativas en el aprendizaje de los estudiantes porque son utilizados intencional y flexiblemente. (b) La educación para el aprendizaje significativa supone la capacidad de desarrollar estrategias de aprendizaje de la vida, aprender a aprender. Una integración más decisiva del aprendizaje en la vida adulta es un componente esencial del proceso de realización de aprendizaje permanente.

Según Palacio (2003, p. 39) la matemática es un conjunto de disciplinas que estudian las propiedades de entes abstractos como los números (aritmética), las diversas formas que puede presentar la dimensión (geometría), etc.; principalmente, a un nivel elevado de abstracción. Todas las necesitan porque provee de los recursos necesarios para enfrentar con éxito los distintos quehaceres de la vida cotidiana, permitiéndonos conocer la forma y tamaño de los objetos que nos rodean, nos ubica en el tiempo y en el espacio, nos enseña a contar, comparar, medir y a realizar operaciones estrictamente necesarias para la convivencia social y además, lo que no es tan evidente para todos, nos enseña a pensar correctamente.

Según MINEDU (2015), es la capacidad de plantear supuestos, conjeturas e hipótesis de implicancia matemática mediante diversas formas de razonamiento (deductivo, inductivo y abductivo), así como el verificarlos y validarlos usando argumentos. Esto implica partir de la exploración de situaciones vinculadas a la matemática para establecer relaciones entre ideas, establecer conclusiones a partir de inferencias y deducciones que permitan generar nuevas conexiones e ideas matemáticas.

5) En la enseñanza con uso de materiales didácticos concretos, el mayor porcentaje de los estudiantes tienen logro significativo en el desarrollo de capacidades matemáticas. Es decir, los estudiantes expresan problemas diversos en modelos matemáticos; expresan el significado de los conceptos matemáticos de manera oral y escrita, haciendo uso de representaciones y lenguaje matemático; planifican, ejecutan estrategias heurísticas, procedimientos de cálculo, comparación y estimación, usando diversos recursos para

resolver problemas; y justifican y validan conclusiones, supuestos, conjeturas e hipótesis. Por tanto, el uso pertinente de materiales didácticos concretos influyen significativamente en el desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes de la serie 100 de la Escuela de Formación Profesional de Educación Inicial de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, 2015. Evidenciándose una diferencia estadísticamente significativa entre las calificaciones de la enseñanza tradicional y experimental, con un 95% del nivel de confianza (0,00<0,05).

Según Giuseppe (1973) el material didáctico en la enseñanza es el nexo entre la palabra y la realidad, es decir, sustituye la realidad facilitando su objetivación. Lo ideal sería que toda actividad de aprendizaje se llevara a cabo dentro una situación real de vida.

Cucho y Mendes (2012), el uso de los materiales educativos no convencionales influyen significativamente en el nivel de rendimiento académico en la asignatura de Física. Los materiales didácticos no convencionales presentan un alto grado de eficacia en la indagación y experimentación en la asignatura de Física, los materiales didácticos no convencionales influyen de manera sustancial en lo actitudinal en la asignatura de Física en los estudiantes del colegio.

Según Villarroel y Sgreccia (2011), que la implementación de este tipo de materiales en la enseñanza de la Geometría en 1° Año de la Educación Secundaria tiene plena coherencia con los principios de la corriente matemática que fundamenta este trabajo de investigación, por cuanto satisface los seis principios que la identifican: favoreciendo un aprendizaje activo donde el alumno aprende haciendo (Principio de actividad); siendo realizables e imaginables permitiendo iniciar el proceso de matematización (Principio de realidad); funcionando como puentes entre los distintos niveles de organización de la Matemática (Principio de niveles); favoreciendo la construcción de sus propias herramientas y juicios matemáticos mediante la manipulación directa de los mismos (Principio de reinvención guiada); estableciendo relaciones entre los distintos ejes y unidades curriculares dentro de la Matemática y con las demás áreas de conocimiento, proporcionando mayor coherencia a la enseñanza (Principio de interrelación) y, por último, fomentando el aprendizaje como una actividad social donde la reflexión conjunta y el intercambio de ideas permiten alcanzar niveles de comprensión más elevados (Principio de interacción). Esta investigación ha realizado su aporte en ese sentido, identificando y caracterizando los materiales didácticos concretos que pueden utilizarse en 1° Año de la Educación Secundaria y reconociendo las habilidades geométricas que permiten desarrollar. Además se considera que los resultados de esta investigación pueden considerarse como puntos de partida para futuras indagaciones, tales como: Ubicados en la enseñanza de la Geometría en 1° Año de la Educación Secundaria: ¿qué otros materiales didácticos concretos, si es que existen, se utilizan fuera de Iberoamérica?, ¿cuáles son los riesgos de un uso inapropiado de los materiales didácticos concretos?, ¿qué instancias de formación de profesores se requieren para contribuir a un uso intencional y responsable de los materiales didácticos concretos?; En el mismo nivel educativo, pensando ahora en el área Matemática en general: ¿cuáles otros materiales didácticos concretos existen para los restantes ejes?, ¿por qué, a pesar de conocer sus beneficios y contar la institución con ellos, los materiales didácticos concretos a veces no son usados en las clases?.

Según MINEDU (2009) señala, la competencia como la capacidad de las personas, son conjunto de potencialidades intelectuales para actuar con eficiencia y satisfacción sobre algún aspecto de la realidad personal, social, natural o simbólica. Cada competencia viene a ser un aprendizaje complejo que integra tres tipos de saberes: conocer, hacer y ser.

CONCLUSIONES

1. En la enseñanza con uso de materiales didácticos concretos, el mayor porcentaje de los estudiantes tienen logro significativo en el desarrollo de la capacidad matematiza situaciones con respecto de la enseñanza tradicional. Es decir, los estudiantes identifican y describen problemas del campo temático en su contexto cotidiano, expresan en un modelo matemático a través de gráfico y simbólico, contrastan y verifican la validez del modelo matemático en forma concreta, gráfica y simbólica del campo temático. Por tanto, el uso adecuado de los materiales didácticos concretos influye positivamente en el desarrollo de la capacidad matematiza situaciones de los estudiantes. Evidenciándose una diferencia estadísticamente significativa entre las calificaciones de la enseñanza tradicional y experimental, con un 95% del nivel de confianza (0,00<0,05).
2. En la enseñanza con uso de materiales didácticos concretos, el mayor porcentaje de los estudiantes tienen logro significativo en el desarrollo de la capacidad comunica y representa ideas matemáticas. Es decir, los estudiantes comprenden el significado del *campo temático* en su contexto, expresan el *campo temático* a través de lenguaje matemático, representan el *campo temático* a través de uso de materiales concretos, gráficos, pictóricos, simbólicos o vivenciales. Por tanto, el uso adecuado de los materiales didácticos concretos influye positivamente en el desarrollo de la capacidad comunica y representa ideas matemáticas de los estudiantes. Evidenciándose una

diferencia estadísticamente significativa entre las calificaciones de la enseñanza tradicional y experimental, con un 95% del nivel de confianza (0,00<0,05).

3. En la enseñanza con uso de materiales didácticos concretos, el mayor porcentaje de los estudiantes tienen logro significativo en el desarrollo de la capacidad elabora y usa estrategias. Es decir, los estudiantes elaboran y diseñan un plan de solución del problema del campo temático a través de diversos tipos, seleccionan y aplican procedimientos y estrategias de diversos tipos en la solución del problema del campo temático, valora a las estrategias aplicadas sobre su pertinencia y se le fueron útiles en la solución del problema del campo temático. Por tanto, el uso adecuado de los materiales didácticos concretos influye positivamente en el desarrollo de la capacidad elabora y usa estrategias de los estudiantes. Evidenciándose una diferencia estadísticamente significativa entre las calificaciones de la enseñanza tradicional y experimental, con un 95% del nivel de confianza (0,00<0,05).

4. En la enseñanza con uso de materiales concretos, el mayor porcentaje de los estudiantes tienen logro significativo en el desarrollo de la capacidad razona y argumenta generando ideas matemáticas. Es decir, los estudiantes plantean supuestos, conjeturas e hipótesis de implicancia del campo temático mediante diversas formas de razonamiento, explican sus argumentos del campo temático al plantear supuestos, conjeturas e hipótesis, elaboran conclusiones a partir de sus experiencias sobre el campo temático, defienden sus argumentos sobre el campo temático y refuta a otros, sobre la base de sus conclusiones. Por tanto, el uso adecuado de los materiales didácticos concretos influye positivamente en el desarrollo de la capacidad razona y argumenta generando ideas matemáticas de los estudiantes. Evidenciándose una

diferencia estadísticamente significativa entre las calificaciones de la enseñanza tradicional y experimental, con un 95% del nivel de confianza (0,00<0,05).

5. En la enseñanza con uso de materiales concretos, el mayor porcentaje de los estudiantes tienen logro significativo en el desarrollo de capacidades matemáticas. Es decir, los estudiantes expresan problemas diversos en modelos matemáticos; expresan el significado de los conceptos matemáticos de manera oral y escrita, haciendo uso de representaciones y lenguaje matemático; planifican, ejecutan estrategias heurísticas, procedimientos de cálculo, comparación y estimación, usando diversos recursos para resolver problemas; y justifican y validan conclusiones, supuestos, conjeturas e hipótesis. Por tanto, el uso pertinente de materiales didácticos concretos influyen significativamente en el desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes de la serie 100 de la Escuela de Formación Profesional de Educación Inicial de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, 2015. Evidenciándose una diferencia estadísticamente significativa entre las calificaciones de la enseñanza tradicional y experimental, con un 95% del nivel de confianza (0,00<0,05).

SUGERENCIAS

Los resultados de la investigación a la luz de la exigencia de la sociedad del conocimiento del siglo XXI, nos permiten recomendar:

1. A los docentes de las Instituciones Educativas de la región y nacional, a fin de que promueva la enseñanza de la matemática a través del uso de materiales didácticos concretos para desarrollar significativamente el desarrollo de las capacidades matemáticas.
2. A las autoridades de la Educación Básica Regular (DREA, UGEL) a fin de promover y reestructurar el diseño curricular regional con énfasis en el uso de materiales didácticos concretos en la enseñanza de la matemática.
3. A los docentes de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, a fin de que genere e inserte en su nuevo plan curricular con enfoque centrado en la resolución de problemas de lo concreto a lo abstracto.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Ausubel, D. (1983). Psicología educativa: Un punto de vista cognoscitivo. (2ª ed.). México: Trillas.
2. Barrientos, P. (2006). La investigación científica, enfoques metodológicos. Lima: Editorial Graph S.A.C.
3. Bruner, J.S. (1980). Investigaciones sobre el desarrollo cognoscitivo. Madrid: Pablo del Río.
4. Cabrera, R. L. (1987). Diseño de materiales educativo. Lima: San Marcos.
5. Carrasco, S. (2005) Metodología de la Investigación Científica: Pautas metodológicas para diseñar y elaborar proyectos de investigación. Lima: San Marcos.
6. Castillo, J. L. (1996). Materiales educativos". Lima: San Marcos.
7. Córdova, I. (2014). Informe de investigación cuantitativa. Lima: San Marcos.
8. Cucho, L. y Méndez, M. (2012). Uso de materiales educativos no convencionales en el rendimiento académico en física en los estudiantes del colegio "Catalina Huanca" de Uyuccasa, Ayacucho, 2012. Tesis de licenciatura en la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga.
9. Dale, E. (1967). Métodos de enseñanza. México: Trillas.
10. De Zubiría, J. (2001). Pedagogía conceptual. (2ª ed.). Colombia: Fondo de publicaciones.
11. Díaz, J. y Hernández, J. (2000). Hacia un Nuevo Paradigma Pedagógico. Lima: San Marcos.
12. Hernández, R. y otros (2014). Metodología de la investigación. (6ª ed.) México: Mc Graw Hill.
13. Hidalgo, M. (2000). Educación centrada en el aprendizaje. Lima: INADEP.
14. Huerta, M. (2005). Enseñar a aprender significativamente. Lima: San Marcos.

15. Gamarra y otros (2008). Estadística e investigación. Lima: San Marcos.
16. Gerlach, J. (1972). Materiales educativos. Lima: San Marcos.
17. Gimeneo, K. y Loayza, R. (2009). Materiales de enseñanza. Lima: San Marcos.
18. Giuseppe, I. (1973). Hacia una Didáctica General Dinámica. Argentina: Kapelusz S.A.
19. Gonzales, A. (1991). Materiales educativos. Lima: San Marcos.
20. Livas, P. (1998). Prueba cognitiva. Pensamiento crítico y creativo. México: Trillas.
21. Menéndez (2000). Materiales de enseñanza. Lima: San Marcos.
22. Meza, R. (2010). Estrategia metodológica activo colaborativo en el aprendizaje de la matemática en estudiantes de economía. Tesis de maestría en la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga.
23. Ministerio de Educación (2009). Diseño Curricular Nacional.
24. Ministerio de Educación (2015). Rutas de aprendizaje.
25. Monereo, C. (2001). Estrategias de enseñanza y aprendizaje. Madrid: Graó.
26. Navarro, E. (2007). Metodología Activa. Método de educación Virtual. Lima: San Marcos.
27. Navarro, J. y Peralta, Q. (2000). Competencias. Lima: San Marcos.
28. Ochoa, T. (2002). La educación en nutrición un modelo de trabajo de autoestima y auto concepto bajo el enfoque centrado en la persona. México: Trillas.
29. Ogalde, I. y Bordavid, H. (1991). Medios y recursos de apoyo a la docencia. México: Trillas.
30. Orellana, K. (1996). Estrategias, medios y materiales. Lima: Abedul.
31. Pachano, I. y Terán de Serrentino, A. (2008). Estrategias para la enseñanza y aprendizaje de la geometría en la educación básica: una experiencia constructivista. Trabajo de investigación realizada en la Universidad Nacional de los Andes de Venezuela.
32. Palacios, R. (2003). Didáctica Universitaria. Lima: Serie Ensayos.
33. Peñaloza, W. (1991). Tecnología educativa. (2ª ed.) Lima: Escuela Empresarial Andina del Convenio Andrés Bello.
34. Piaget, J. (1969). Psicología y Pedagogía. México: Mcgraw- Hill.
35. Rivera, M. (1999). Materiales educativos. Universidad Pedagógica Nacional. Lima: Red Académica.
36. Rodríguez, W. (1999). Pedagogía. Lima: San Marcos.

37. Roeders, M. (1996). Aprendizaje significativo. Barcelona: Pearson educación.
38. Rojas, L. E. (2001). Los materiales educativos. Lima: San Marcos.
39. Sarmiento, V. (2007). Estrategias, medios y materiales para el aprendizaje significativo. Lima: Abedul.
40. Tafur, R. (1995). La tesis universitaria. Lima: San Marcos.
41. Valderrama, S. (2009). Pasos para elaborar proyectos y tesis de investigación científica. Lima: San Marcos.
42. Velásquez, A. R. (2010). Metodología de investigación científica. Lima: San Marcos.
43. Vigotsky, L. (1979). Desarrollo de los procesos psicológicos superiores. Buenos Aires: Pléyade.
44. Vilca, F. y Charca, K. (2002). Los juegos matemáticos como estrategia cognitiva, en el Aprendizaje Significativo, de sistemas numéricos y funciones, en los alumnos del primer grado" del C.E.S. "QUICHO", del distrito de Ollachea- Puno. Tesis de Licenciatura en la Universidad Nacional del Altiplano de Puno, en la tesis titulada.
45. Villarroel, D. y Sgressia, M. (2011). Materiales didácticos concretos en geometría en primer año de educación secundaria. Trabajo de investigación en la Universidad Nacional de Rosario de Argentina.
46. Villegas, L. (2005). Metodología de la investigación pedagógica. (3ª ed.). Lima: San Marcos.

WEBGRAFÍA

47. Martín, A (2010). Estrategia Metodológica para la enseñanza. [En línea]. Consultado: [20, mayo, 2015]. Disponible en: http://www. Slideshare.net/anacois/estrategias-metodológicas/.

ANEXO N° 01: MATRIZ DE CONSISTENCIA

MATERIALES DIDÁCTICOS CONCRETOS EN EL DESARROLLO DE CAPACIDADES MATEMÁTICAS EN ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN INICIAL DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTÓBAL DE HUAMANGA, 2015

PROBLEMA	*OBJETIVOS*	*HIPOTESIS*	*VARIABLES*	*METODOLOGIA*
Problema Principal: *¿En qué medida el uso de materiales didácticos concretos influyen en el desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes de la serie 100 de la Escuela de Formación Profesional de Educación Inicial de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, 2015?* ***Problemas Específicos:*** 1. *¿Cómo influye el uso de materiales didácticos concretos en el desarrollo de la capacidad matematiza situaciones de los estudiantes?* 2. *¿Cómo influye el uso de materiales didácticos concretos en el desarrollo de la capacidad comunica y representa ideas matemáticas de los estudiantes?* 3. *¿Cómo influye el uso de materiales didácticos concretos en el desarrollo de la capacidad elabora y usa estrategias de los estudiantes?* 4. *¿Cómo influye el uso de materiales didácticos concretos en el desarrollo de la capacidad razona y argumenta generando ideas matemáticas de los estudiantes?*	***General:*** *Determinar las influencias del uso de materiales didácticos concretos en el desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes de la serie 100 de la Escuela de Formación Profesional de Educación Inicial de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, 2015* ***Objetivos Específicos:*** • *Determinar la influencia que genera el uso de materiales didácticos concretos en el desarrollo de la capacidad matematiza situaciones de los estudiantes.* • *Determinar la influencia que genera el uso de materiales didácticos concretos en el desarrollo de la capacidad comunica y representa ideas matemáticas de los estudiantes.* • *Determinar la influencia que genera el uso de materiales didácticos concretos en el desarrollo de la capacidad elabora y usa estrategias de los estudiantes.* • *Determinar la influencia que genera el uso de materiales didácticos concretos en el desarrollo de la capacidad razona y argumenta generando ideas matemáticas de los estudiantes.*	***Hipótesis General:*** *El uso pertinente de materiales didácticos concretos influyen significativamente en el desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes de la serie 100 de la Escuela de Formación Profesional de Educación Inicial de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, 2015* ***Hipótesis Específicas:*** 1. *El uso adecuado de los materiales didácticos concretos influye positivamente en el desarrollo de la capacidad matematiza situaciones de los estudiantes.* 2. *El uso adecuado de los materiales didácticos concretos influye positivamente en el desarrollo de la capacidad comunica y representa ideas matemáticas de los estudiantes.* 3. *El uso adecuado de los materiales didácticos concretos influye positivamente en el desarrollo de la capacidad elabora y usa estrategias de los estudiantes.* 4. *El uso adecuado de los materiales didácticos concretos influye positivamente en el desarrollo de la capacidad razona y argumenta generando ideas matemáticas de los estudiantes.*	*VARIABLE INDEPENDIENTE (X)* *Materiales didácticos concretos* *Indicadores* X_1: *Materiales didácticos concretos convencionales* X_2: *Materiales didácticos concretos no convencionales* *VARIABLE DEPENDIENTE(Y)* *Desarrollo de capacidades matemáticas* *Indicadores* Y_1: *Matematiza situaciones* Y_2: *Comunica y representa ideas matemáticas* Y_3: *Elabora y usa estrategias* Y_4: *Razona y argumenta generando ideas matemáticas*	***Tipo de Investigación:*** ❑ *Aplicada* ***Nivel de Investigación:*** ❑ *Experimental* ***Métodos:*** ❑ *Inductivo* ❑ *Deductivo* ❑ *Explicativo* ❑ *Experimental* ***Diseño de Investigación:*** ❑ *Cuasi experimental de un grupo en series temporales equivalentes* ***Técnica:*** ***Directa:*** Entrevista y Observación. ***Indirecta:*** Prueba pedagógica ***Instrumento:*** *-Guía de entrevista.* *- Ficha de observación* *-Prueba escrita* ***Población:*** ❑ *Constituido por 185 estudiantes de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga.* ***Muestra:*** ❑ *Constituido por 38 estudiantes de la serie 100 de la Escuela de Formación Profesional de Educación Inicial de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga.* ***Tipo de Muestreo:*** ❑ *No probabilístico.* ***Procesamiento de datos*** *Se realizará procesamiento de datos a través de la estadística descriptiva e inferencial*

ANEXO N° 02: *FICHA DE OBSERVACIÓN*

ESCUELA PROFESIONAL: Educación Inicial, ASIGNATURA: Matemática Básica II (MA-142), SERIE: 100 par INVESTIGADOR: Joel Munaylla Jayo

EQUIVALENCIAS DE VALORACIÓN

Puntaje	*1*			*2*		*3*	*4*		*5*	*6*		*7*	*8*		*9*	*10*		*11*	*12*		*13*
Nota	*00*	*01*	*02*	*03*	*04*	*05*	*06*	*07*	*08*	*09*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*	*15*	*16*	*17*	*18*	*19*	*20*

En cada recuadro de los ítems, escribe 1 si es "SI" y 0 si es "NO", según corresponda:

N°	Capacidades matemáticas	Competencia: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad, de regularidad, equivalencia y cambio, de forma, movimiento y de localización														
		Matematiza situaciones			Comunica y expresa ideas matemáticas			Elabora y usa estrategias			Razona y argumenta generando ideas matemáticas				Puntaje	Nota
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13		
	APELLIDOS Y NOMBRES	*Identifica y describe problemas del campo temático en su contexto cotidiano.*	Expresa en un modelo matemático del *campo temático* a través de gráfico y simbólico.	Contrasta y verifica la validez del modelo matemático en forma concreta, gráfico y simbólico del *campo temático.*	Comprende el significado del *campo temático* en su contexto .	Expresa el *campo temático* a través de lenguaje matemático.	Representa el *campo temático* a través de uso de materiales concretos, gráficos, pictórico, simbólico o vivencial	Elabora y diseña un plan de solución del problema del *campo temático a través de diversos tipos.*	Selecciona y aplica procedimientos y estrategias de diversos tipos en la solución del problema del *campo temático.*	Valora a las estrategias aplicadas sobre su pertinencia y se le fueron útiles en la solución del problema del *campo temático.*	Plantea supuesto, conjeturas e hipótesis de implicancia del *campo temático* mediante diversas formas de razonamiento.	Explica sus argumentos del *campo temático* al plantear supuestos, conjeturas e hipótesis.	Elabora conclusiones a partir de sus experiencias sobre el *campo temático.*	Defiende sus argumentos sobre el *campo temático* y refuta a otros, sobre la base de sus conclusiones.		
1	ARANGO CHAVEZ, LIDIA	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	7	11
2	ARANGO HUMAREDA, OSHIN	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	6	09
3	CALDERON CASTRO, LUS MERCEDES															
4	CARDENAS HUALLPA,YULIANA VALENTINA															
5	CCAULLA CONTRERAS,VIKSI ROSANDRIA															
6	CHAVEZ LEON, BRIGGITT BERIOS															

7	ESPINOZA QUISPE,JACKELINE TERESITA															
8	GALVEZ CURO,KATY MILAGROS															
9	GAMBOA ÑAUPA, FABIOLA															
10	GARCIA PARIONA,KARLA JASMIN															
11	GONZALES CABRERA, MÓNICA															
12	GUTIERREZ DE LA CRUZ, LUCERO MAGALY															
13	HERMOZA ALARCON, NATALY															
14	ICHACCAY VILCA, MIKI EDITH															
15	LEGUIA GUZMAN, DORIS FLOR															
16	LOPEZ HUAYHUA, LUZ MERY															
17	LOZANO ESPINOZA,ANDIELA MARISOL															
18	LUDEÑA LUJAN, REBECA															
19	MENDOZA LLALLAHUI, SOLEDAD															
20	MOROTE LLALLAHUI, MARLENY															
21	NUÑEZ RAMIREZ, ROSAURA ABIGAEL															
22	ÑAUPARI QUISPE, PILAR															
23	OCHANTE PALOMINO, ZINTHIA VENICIA															
24	PALOMINO CHAICO,ARCELY IRENIA															
25	PALOMINO HUASACCA, ANDREA EMILY															
26	PAREDES QUISPE, ANTONIA															
27	PARIAN RUIZ,EIDY ROBERTA															
28	PAUCCA FLORES, DAYSI YENY															
29	POMACANCHARI ÑAUPA, LISBETH N.															
30	POMASONCCO DURAND, MEREGILDA															
31	QUISPE FARFAN,YESSENIA LIZBETH															
32	RODRIGUEZ TABOADA, OLINDA															
33	RUIZ TORRES, SEYLA ELIDA															
34	SULCA CHAVEZ, ESTHER DAMARIS															
35	TAMBRACC ÑAUPARI,LIDIA															
36	TIPE PEREZ, MARIA CAROLINA															
37	VARGAS MENDEZ, KATHERINA															
38	VICAÑA TAIPE, JANETH															

ANEXO N° 03: PRUEBA ESCRITA

PRUEBA ESCRITA DE MATEMÁTICA (para la enseñanza experimental)

APELLIDOS Y NOMBRES: ....

CÓDIGO: ....Documento DNI:....................................FECHA:............

ESCUELA PROFESIONAL: .... FIRMA: ....

MAMATIZA SITUACIONES (4 puntos)

1. El profesor Juan plantea un reto a sus estudiantes: El reservorio de agua de la Picota se puede llenar con dos llaves A y B en 6 horas y 8 horas respectivamente. Si estando inicialmente vacío el reservorio, se abren simultáneamente las dos llaves; ¿ en cuánto tiempo se llenará el reservorio?
   a) ¿Identifica a qué situación problemática del contexto social, resuelve el problema? y ¿En cuánto tiempo se demorará en llenarse el reservorio?
   b) ¿Cómo puede expresar en un modelo matemático dicha solución para otros reservorios de mayor tamaño?
   c) Contrasta la solución del problema con fundamento matemático de aplicación similar en otro contexto.

COMUNICA Y REPRESENTA IDEAS MATEMÁTICAS (10 puntos)

2. Rosa compra un conjunto de vestir a 116,30 nuevos soles; un terno por 34,20 nuevos soles más que el conjunto de vestir y una casaca por 46,40 menos que el terno.
   a) ¿Cuál es el significado matemático del problema?
   b) ¿Cuánto gastó Rosa en la compra?
   c) Representa la solución del problema a través del gráfico y simbólico
3. Un comerciante compró 3600 vasos de 12,60 nuevos soles cada uno. Rompe varios de ellos y vende los restantes a S/. 16,60 cada uno, logrando un beneficio de S/ 65026.
   a) ¿Cuál es el significado matemático del problema?
   b) ¿Cuántos vasos rompió?
   c) Representa la solución del problema a través del gráfico y simbólico

ELABORA Y USA ESTRATEGIAS (3 puntos)

4. Los problemas (1) , (2) y (3):
   a) ¿Qué otras estrategias de solución utilizaría usted para resolver?
   b) ¿Las otras estrategias aplicadas en la solución fueron de utilidad?
   c) ¿Qué importancia tiene utilizar diversas estrategias en la solución del problema?

RAZONA Y ARGUMENTA GENERANDO IDEAS MATEMÁTICAS (3puntos)

5. En los problemas (1), (2) y (3):
   a) ¿Tienen una única solución?, ¿cuál sería tu propuesta?
   b) ¿Cómo explicas tu propuesta en la solución del problema?
   c) ¿Sobre qué campo temático aborda los problemas (1), (2) y (3)?

PRUEBA ESCRITA DE MATEMÁTICA (para la enseñanza tradicional)

APELLIDOS Y NOMBRES: ....
CÓDIGO: ....Documento DNI:..............................FECHA:.................
ESCUELA PROFESIONAL: .... FIRMA: ....

1. Calcula el complemento de $29°53`27``$
2. Halla el suplemento de $135°41`11``$
3. El doble de la medida de un ángulo es igual al triple de la medida de su complemento. Halla la medida del ángulo
4. ¿Cuántas diagonales tiene un heptágono?
5. Los lados consecutivos de un cuadrado miden: $8 + x$ metros y $3x$ metros. Hallar su área.
6. ¿Qué distancia real medida en kilómetros hay entre dos ciudades que están separadas por 40 cm en un mapa a escala 1 / 500000?
7. Efectuar (dar respuesta en forma de fracción y decimal redondeado a milésimos)

$$E = \frac{0,\hat{3} + 0,8\hat{3} - 1,1\hat{3}}{0,\hat{1} + 0,\hat{2} + 0,\hat{3} + 0,\hat{4} - 0,2}$$

8. Si $435_n = 1370_{n+1}$ Determinar n; cómo se expresa en base decimal el número.

ANEXO N° 04: FICHA DE VALIDACIÓN DE EXPERTOS

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTÓBAL DE HUAMANGA

INFORME DE OPINIÓN DE EXPERTOS DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

I. DATOS GENERALES

1.1. Apellidos y nombres del informante: Mg Juan Tacuri Mendoza
1.2. Cargo e institución donde labora: Docente en la UNSCH
1.3. Nombre de los instrumentos motivo de la evaluación: Ficha de observación
1.4. Título de la investigación: Materiales didácticos concretos en el desarrollo de capacidades mat. en est. de ed. inicial UNSCH
1.5. Autor del instrumento: Br. Joel Aníbal Munaylla Jayo

II. CRITERIOS DE VALIDACIÓN

INDICADORES	CRITERIOS DE VALIDACIÓN	CALIFICACIÓN Deficiente 00-20%	Baja 21-49%	Regular 50-59%	Bueno 60-89%	Muy bueno 90-100%	Total
1. CLARIDAD	¿Está formulado con lenguaje claro, apropiado y sencillo?				85%		
2. OBJETIVIDAD	¿Las preguntas realmente recogen datos de las variables y los indicadores?					90%	
3. ACTUALIZACIÓN	¿El instrumento es adecuado para el tipo de variables de estudio?					91%	
4. ORGANIZACIÓN	¿La presentación formal (tipo y tamaño de letra, etc.) del instrumento es apropiada?				88%		
5. SUFICIENCIA	¿Los ítems o preguntas son suficientes para recoger datos de todos los indicadores?				86%		
6. INTENCIONALIDAD	¿Los ítems o preguntas responden al problema y objetivos de la investigación?					91%	
7. CONSISTENCIA	¿Los ítems o preguntas tienen un sustento teórico y científico?				88%		
8. COHERENCIA	¿Los ítems o preguntas son comprensibles y están bien redactados?					90%	
9. METODOLOGÍA	¿La estructura ofrece un orden lógico y coherente, organizado por cada variable e indicador?					90%	
10. PERTINENCIA	¿El tipo del instrumento es pertinente para recoger datos de las variables de estudio?				87%		
						PROMEDIO	88.6 %

OPINIÓN DE APLICABILIDAD: Los instrumentos realizados, es aplicable para mayor información

Fecha: 21-09-15

Firma del Experto

Teléfono: 966603381

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTÓBAL DE HUAMANGA

INFORME DE OPINIÓN DE EXPERTOS DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

I. DATOS GENERALES

1.1. Apellidos y nombres del informante Mg. Requelme Dario Meza Salazar
1.2. Cargo e institución donde labora Docente en la UNSCH
1.3. Nombre de los instrumentos motivo de la evaluación: Ficha de observación
1.4. Título de la investigación: Materiales Didácticos concretos en el desarrollo de capacidades matemáticas en estud. de Ed. Inicial
1.5. Autor del instrumento: Br. Joel Aníbal Munaylla Izyo.

II. CRITERIOS DE VALIDACIÓN

INDICADORES	CRITERIOS DE VALIDACIÓN	CALIFICACIÓN Deficiente 00-20%	Baja 21-49%	Regular 50-59%	Bueno 60-89%	Muy bueno 90-100%	Total
1. CLARIDAD	¿Está formulado con lenguaje claro, apropiado y sencillo?				86%		
2. OBJETIVIDAD	¿Las preguntas realmente recogen datos de las variables y los indicadores?					90%	
3. ACTUALIZACIÓN	¿El instrumento es adecuado para el tipo de variables de estudio?					93%	
4. ORGANIZACIÓN	¿La presentación formal (tipo y tamaño de letra, etc) del instrumento es apropiada?					90%	
5. SUFICIENCIA	¿Los ítems o preguntas son suficientes para recoger datos de todos los indicadores?				89%		
6. INTENCIONALIDAD	¿Los ítems o preguntas responden al problema y objetivos de la investigación?					90%	
7. CONSISTENCIA	¿Los ítems o preguntas tienen un sustento teórico y científico?					92%	
8. COHERENCIA	¿Los ítems o preguntas son comprensibles y están bien redactados?					90%	
9. METODOLOGÍA	¿La estructura ofrece un orden lógico y coherente, organizado por cada variable e indicador?					91%	
10. PERTINENCIA	¿El tipo del instrumento es pertinente para recoger datos de las variables de estudio?				88%		
						PROMEDIO	89.9%

OPINIÓN DE APLICABILIDAD: Los instrumentos son pertinentes y es aplicable para la recopilación de datos.

Fecha: 18-09-15

Firma del Experto

Teléfono: 966846990

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTÓBAL DE HUAMANGA

INFORME DE OPINIÓN DE EXPERTOS DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

I. DATOS GENERALES

1.1. Apellidos y nombres del informante Dr. Pedro Huayya Quispe

1.2. Cargo e institución donde labora Docente en la UNSCH

1.3. Nombre de los instrumentos motivo de la evaluación: Ficha de observación y Prueba escrita

1.4. Título de la investigación: Materiales didácticos concretos en el desarrollo de capacidades matemáticas en est. de ed. inicial-UNSCH.

1.5. Autor del instrumento: Br. Joel Anibal Munaylla Juyo

II. CRITERIOS DE VALIDACIÓN

INDICADORES	CRITERIOS DE VALIDACIÓN	CALIFICACIÓN Deficiente 00-20%	Baja 21-49%	Regular 50-59%	Bueno 60-89%	Muy bueno 90-100%	Total
1 CLARIDAD	¿Está formulado con lenguaje claro, apropiado y sencillo?				92%		
2 OBJETIVIDAD	¿Las preguntas realmente recogen datos de las variables y los indicadores?					91%	
3 ACTUALIZACIÓN	¿El instrumento es adecuado para el tipo de variables de estudio?					90%	
4 ORGANIZACIÓN	¿La presentación formal (tipo y tamaño de letra, etc.) del instrumento es apropiada?				89%		
5 SUFICIENCIA	¿Los ítems o preguntas son suficientes para recoger datos de todos los indicadores?				85%		
6 INTENCIONALIDAD	¿Los ítems o preguntas responden al problema y objetivos de la investigación?					92%	
7 CONSISTENCIA	¿Los ítems o preguntas tienen un sustento teórico y científico?				87%		
8 COHERENCIA	¿Los ítems o preguntas son comprensibles y están bien redactados?					90%	
9 METODOLOGÍA	¿La estructura ofrece un orden lógico y coherente, organizado por cada variable e indicador?					91%	
10. PERTINENCIA	¿El tipo del instrumento es pertinente para recoger datos de las variables de estudio?				85%		
						PROMEDIO	88,2%

OPINIÓN DE APLICABILIDAD: Los instrumentos son pertinentes y es aplicable para recoger datos

ESCUELA DE POST GRADO

Fecha: 18-09-15

Firma del Experto Dr. Pedro Huayya Quispe

Teléfono #988337790

ANEXO N° 05 MATERIAL EXPERIMENTAL

MATERIALES DIDÁCTICOS CONCRETOS EN EL DESARROLLO DE LAS CAPACIDADES MATEMÁTICAS EN ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN INICIAL DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTÓBAL DE HUAMANGA, 2015

I. INTRODUCCIÓN

Los materiales didácticos concretos juegan un papel fundamental en el desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes universitarios.

Las Matemáticas aparecen junto al quehacer del ser humano, hoy son más que nunca una herramienta indispensable y considerada como soporte de toda ciencia que desarrolla el ser humano, pues es absurdo pensar que solo las personas alfabetas sepan utilizar la matemática, sino veamos nuestro entorno como son: los mercados, los servicios de transporte urbano, las ferias de comunidades campesinas, etc. es decir, hoy no solamente se desarrolla la matemática individualmente sino va de la mano con las demás ciencias.

La importancia del presente trabajo de investigación, radica en buscar nuevos cambios en el proceso educativo, por formar profesionales con sentido reflexivo, crítico, asertivo y proactivo y no simples seres pasivos, sumisos y muchas veces reactivos, por fortalecer la enseñanza de la matemática relacionando a recurso concretos en la enseñanza de la matemática. Por los argumentos que se especifica, con el presente trabajo de investigación espero contribuir: a que el futuro profesional en educación inicial, sepa el conocimiento matemático y logre el desarrollo de sus capacidades matemáticas; hacia al cambio de actitud en la enseñanza de la matemática, cambiar los modelos tradicionales de enseñanza universitaria; sirva de modelo o guía para réplicas posteriores por los colegas docentes del área de Matemáticas, buscando mejorar lo iniciado, al menos en nuestra institución universitaria y por qué no masificar su utilización a nivel regional y nacional; mejorar el rendimiento académico en los estudiantes universitarios, buscando la excelencia educativa, profesionales de calidad y competentes.

Justificación metodológica.

Existe necesidad urgente en los docentes la búsqueda de nuevas formas metodológicas de enseñanza de la Matemática por su naturaleza abstracta de sus contenidos, en el afán de buscar mecanismos que permitan un aprendizaje significativo de los estudiantes universitarios, incorporar en el aprendizaje la enseñanza de la matemática de lo concreto a lo abstracto, de lo simple a complejo con participación activa y dinámica de los aprendices, para disminuir el bajo rendimiento académico de los estudiantes y evitar la masificación de estudiantes en los primeros semestres académicos, permanencia de más de un semestre en la universidad, deserción y/o retiro de la universidad (frustración) y desmotivación y rechazo por las matemáticas. Además se busca, disminuir el grado de abstracción matemática, y mejorar las habilidades de razonamiento las cuales faciliten el proceso de enseñanza – aprendizaje y favorecen el alcance de una actitud crítica y propositiva del futuro profesor en educación inicial.

Resulta oportuno modificar nuestros métodos tradicionales de enseñanza universitaria con fines de Acreditación y Certificación de la Calidad Universitaria en que estamos involucrados docentes, estudiantes y comunidad universitaria los que nos exigen productos de calidad, competentes, altamente eficientes creativos y eficaces.

Los materiales concretos utilizados:

- Reloj analógico, granos de maíz, regla graduada.
- Hoja cuadricula de 100 cuadraditos, correctores, lapiceros, boletas de venta.
- Sillas.
- Cuerpos geométricos (tarro de leche, caja de latón, caja de cartón, sombrero en forma de cono, pelotas, dados, monedas).

II. OBJETIVO DEL EXPERIMENTO

2.1. Determinar las influencias del uso del material concreto: reloj analógico y granos de maíz en el desarrollo de la capacidad matematiza situaciones, comunica y representa ideas matemáticas de los estudiantes, en el campo temático de fracciones.

2.2. Determinar las influencias del uso del material concreto: correctores, hoja de papel cuadriculado en el desarrollo de la capacidad matematiza situaciones, comunica y representa ideas matemáticas y elabora estrategias de los estudiantes, en el campo temático proporcionalidad y porcentajes.

2.3. Determinar las influencias del uso del material concreto: boletas de venta y monedas en el desarrollo de la capacidad matematiza situaciones y elabora estrategias en situaciones de cantidad de los estudiantes, en el campo temático proporcionalidad directa e inversa.

2.4. Determinar las influencias del uso del material concreto: boletas de venta y monedas en el desarrollo de la capacidad matematiza situaciones, comunica y representa ideas matemáticas de los estudiantes, en el campo temático regla de tres simple y porcentaje.

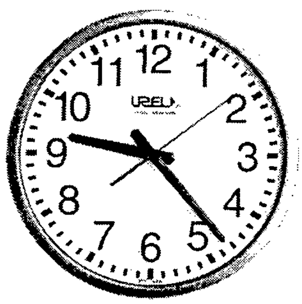
2.5. Determinar las influencias del uso del material concreto: monedas, dado y sillas en el desarrollo de la capacidad matematiza situaciones, comunica y representa ideas matemáticas de los estudiantes, en el campo temático principio de conteo y variación.

2.6. Determinar las influencias del uso del material concreto: monedas, dado y sillas en el desarrollo de la capacidad matematiza situaciones, comunica y representa ideas matemáticas de los estudiantes, en el campo temático permutaciones y combinaciones.

III. DESCRIPCIÓN DE CADA MATERIAL ESTRATÉGICO

3.1. Reloj analógico y grano de maíz

Descripción del reloj analógico: Es aquel material que indica la hora en una esfera numerada, mediante manecillas o agujas que indican la hora, los minutos y los segundos. Se designa un reloj como analógico al que tiene estas características independientemente que su funcionamiento sea mecánico, eléctrico o electrónico, por oposición a los relojes digitales que indican la hora mediante numeración digital.



Actividad con reloj analógico

Se introduce operaciones. Una hora equivale a 60 minutos.

a) 30 min = ½h. Además. Se tiene que 30 min +30 min = 60 min. Es decir: ½h + ½h = 1h

b) ¾ de hora $=\frac{3}{4}\times 60min = 45min$. $\frac{1}{12} de\ hora = \frac{1}{12}\times 60min = 5min$

c) 10 min=1/6 h. Podemos escribir 10 min +10 min +10min= 30 min
1/6 h+ 1/6h + 1/6h = 3/6h = 1/2h

d) $5min + 15min + 5min = 25min$

$$\frac{1}{12}h + \frac{3}{12}h + \frac{1}{12}h = \frac{5}{12}h$$

e) $30min - 10min = 20min$ lo que equivale $\frac{6}{12}h - \frac{2}{12}h += \frac{4}{12}h = \frac{1}{3}h$

f) 2horas y ¼ de hora equivale a 2h+1/4 h = $2\frac{1}{4}$h = 120min+15min=135min

Grano de maíz.

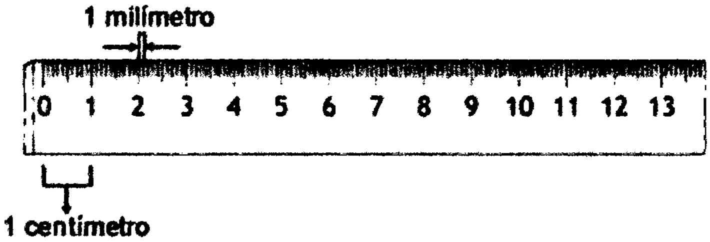
Es un grano de distinto color pequeño y abultado que crece agrupada en una especie de racimo compacto que se llama mazorca.

Actividades con el maíz

El docente forma grupos de trabajo y entrega granos de maíz a cada grupo (4 al primero, 8 al segundo, 12 al tercero, 16 al cuarto y 20 al quinto). En cada equipo de trabajo, representan las fracciones con los granos de maíz.

Regla graduada

Es un instrumento de medición con forma de plancha delgada y rectangular que incluye una escala graduada dividida en unidades de longitud.



Actividades con la regla

Los estudiantes realizan las mediciones las partes de las fracciones para comparar con el todo con respecto del campo temático.

Correctores, lapiceros y boletos

Actividades

En cada grupo, se entregó dos correctores tres lapiceros, para la razón de un número de correctores al número de lapiceros: 2/3. La razón del número de lapiceros al número de correctores: 3/2, así sucesivamente.

Cuerpos geométricos (caja forma de paralelepípedo, caja de panetón, conos, cilindro y otros)

Son materiales que se ha tomado de objetos ya prediseñados por la fábrica y en otros casos se han elaborado

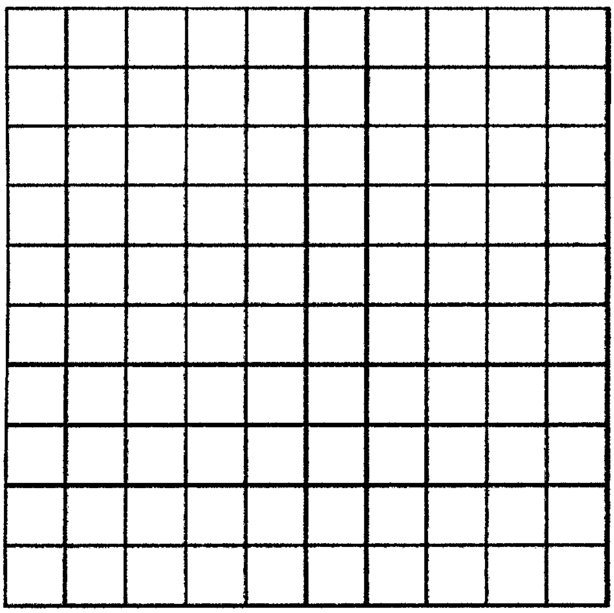


Actividades

Con dichos cuerpo geométricos, se trabajó en la aplicación de razones y proporciones, permutaciones, áreas y volúmenes de cuerpos geométricos, variantes en el proceso de experimentación.

Cartulina cuadriculada de 100 partes

Es una cartulina que está dividida en 100 partes de la misma dimensión cada división, cada división equivale a 1%, de modo el total equivale a 100%.



Actividad con cartulina cuadriculada

Se trabajó la equivalencia de los porcentajes en fracciones y decimales, haciendo uso de la regla de tres simple directa.

3.2. Módulos de experimentación:

Módulo de experimentación	Campo temático	Responsable
Primer módulo	Fracciones	Profesor de aula (el investigador).
Segundo módulo	Proporcionalidad directa e inversa	
Tercer módulo	Regla de tres simple y porcentajes	
Cuarto módulo	Análisis combinatorio	

IV. PROCESO DE LA EXPERIMENTACIÓN

4.1. FASE DE INICIO: Aprendiendo lo que sabemos

Los estudiantes se familiarizan con la situación del contexto y utilizan sus saberes anteriores, el docente propone actividad significativa: Presentación de los materiales de trabajo de diversa índole, sobre todo con material concreto. Los estudiantes generan interrogantes bajo la orientación del docente. El docente orienta y problematiza proponiendo situaciones problemáticas.

4.2. FASE DE PROCESO: Construyendo los nuevos saberes

Bajo la orientación del docente, los estudiantes determinan las estrategias para realizar la aplicación de los materiales concretos, realizan la manipulación de los materiales bajo la guía del profesor, registran datos e informaciones, organizan a partir de lo concreto, gráficos y simbólico para el logro de aprendizaje de la matemática. Finalmente, elabora conclusiones con base en las evidencias o resultados obtenidos.

4.3. FASE DE CIERRE: Evaluando lo aprendido

Explica sus conclusiones en forma lógica y clara basándose en las evidencias y a través de diversos medios y recursos tecnológicos. Luego los estudiantes realizan la metacognición y reflexión sobre sus aprendizajes.

BIBLIOGRAFÍA

1) Minedu (2015). Rutas de Aprendizaje.
2) Aritmética Moderna. Luis Rubiños Torres.

ANEXO N° 06: MÓDULOS DE EXPERIMENTACIÓN

MÓDULO DE EXPERIMENTACIÓN N° 01

VALORANDO LOS RECURSOS DE FRACCIÓN EN LA REALIDAD COTIDIANA

I. **DATOS INFORMATIVOS**

1.1. Nombre del investigador: Joel Aníbal Munaylla Jayo

1.2. Escuela Profesional: Educación Inicial

1.3. Serie: 100 (Par)

1.4. Asignatura: Matemática Básica II

1.5. Ambiente: Aula

1.6. Lugar y fecha: Ayacucho 14 de setiembre 2015

II. **ORGANIZACIÓN EXPERIMENTAL**

2.1. Hipótesis de investigación: El uso pertinente de materiales didácticos concretos influyen significativamente en el desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes de la serie 100 de la Escuela de Formación Profesional de Educación Inicial de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, 2015.

2.2. Variable de estudio: Aplicación de material didáctico concreto

- Variable de experimentación: uso pertinente de materiales didácticos concretos
- Variable dependiente: Desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes

2.3. Organización del desarrollo de las capacidades

APRENDIZAJE ESPERADO			
COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO	CAMPO TEMÁTICO
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE CANTIDAD	Matematiza situaciones	Relaciona problemas cotidianos diversos con modelos que involucran fracciones	Fracciones. Operaciones con fracciones.
	Comunica y representa ideas matemáticas	Expresa el significado de fracciones de manera oral y escrita haciendo uso de diferentes representaciones y lenguaje matemático	

III. **PROCESO DE EXPERIMENTACIÓN**

Fases del experimento	Actividades de experimentación	Indicadores de logro	Materiales concretos de experimentación	Tiempo
Inicio	• Comenta con los estudiantes lo que se realizó en la sesión anterior, explorando saberes, reconocen qué propósito tienen en la actividad del día. • El docente presenta un reloj análogo, contextualiza y genera preguntas. Luego pregunta	Participación	Un reloj	20min

	sobre otros ejemplos en la vida real: tubo de agua, jarras de medida, etc. (mostrando el material). • A través de preguntas fija el tema.	activa.	analógico,	
Proceso	• El docente forma grupos de trabajo y entrega granos de maíz a cada grupo (4 al primero, 8 al segundo, 12 al tercero, 16 al cuarto y 20 al quinto) • Indica a cada grupo, que separen las tres cuartas partes del total. Los estudiantes analizan e intercambian ideas para realizar la tarea. Luego terminado el trabajo grupal ordenan sus asientos y escuchan. • El docente genera preguntas sobre cómo lo hicieron, anotando a las respuestas en la pizarra. • Un estudiante de cada grupo explica, realizando la gráfica para 1/4, 3/4, 4/4, 7/4, etc. • Luego explicamos en forma simbólica 1/4, 3/4, 4/4, 7/4 (1+3/4), explicando las clases de fracciones. • Se les propone expresar como número decimal a las siguientes fracciones. ½, 1/4, ¾, 1/8, 5/8. • El docente con la participación de los estudiantes conceptúa y define sobre fracción. • Ejemplifica la fracción y decimales a través de ejercicios y problemas conceptualizados. • Luego se propone ejercicios y problemas sobre fracciones, pasando a formar grupos de trabajo y resuelven el ejercicio y problemas. Se le indica el tiempo para su ejecución. • Ordenan sus asientos y un representante de los grupos exponen la solución de los ejercicios y problemas. Simultáneamente el docente evalúa el logro de aprendizaje de los estudiantes. • Finalmente el docente realiza la conclusión, generalizando los conceptos de fracción y sobre clasificación de fracciones.	Relaciona problemas cotidianos para la comprensión las fracciones Expresa el significado de fracciones de manera oral y escrita haciendo uso de diferentes representaciones y lenguaje matemático	Granos de maíz. Una regla graduada Un pabilo Hoja de resumen	80min
Cierre	•El docente promueve la metacognición, generando la autoevaluación entre los estudiantes, para contrastar el logro de aprendizaje esperado en la sesión y realiza la retroalimentación. •Indica a los estudiantes sobre las tareas a realizar en el domicilio.	Identifican la fortaleza y dificultades de aprendizaje	Hoja de resumen	20min

IV. BIBLIOGRAFÍA

- Rutas de aprendizaje 2015. MINEDU
- Aritmética Moderna. Luis Rubiños Torres.

V. ANEXO: Resumen científico

El Investigador

RESUMEN CIENTÍFICO PARA CLASE EXPERIMENTAL 01

DATOS INFORMATIVOS

1) Nombre del investigador: Joel Anibal Munaylla Jayo
2) Escuela Profesional: Educación Inicial
3) Serie: 100 (Par)
4) Asignatura: Matemática Básica II
5) Ambiente: Aula
6) Lugar y fecha: Ayacucho 14 de setiembre 2015.

INICIO (motivación, exploración de saberes previos, conflicto cognitivo)
Saludo y presentación del tema de fracciones y decimales con preguntas sobre números naturales y fracciones. ¿Dónde se encuentran las fracciones?, en la casa, en la calle y otros lugares.
El docente presenta un reloj analógico para noción de medias y cuartos de hora.
¿Para qué sirven las fracciones?, ¿Qué clases de fracciones conoce?

PROCESO (construcción del aprendizaje)

i) Desarrollo de la actividad con material concreto. El profesor forma grupos de trabajo. Indica obtener ¾ de cada total de maíces.
ACTIVIDAD CON MAICES SOBRE FRACCIONES.
Primero: Separar conjuntos de maíces de 4, 8, 12, 16 y 20 elementos.
Segundo: De cada conjunto de maíces obtenga las tres cuartas partes.
Tercero: Representar gráficamente . Luego simbolizar usando numerales.
Los estudiantes los ejecutan y luego exponen.

ii) ACTIVIDAD CON EL RELOJ ANALÓGICO.
Se introduce operaciones. Una hora equivale a 60 minutos.
a) 30 min = ½h. Además. Se tiene que 30 min +30 min = 60 min. Es decir: ½h + ½h = 1h
b) ¾ de hora $=\frac{3}{4}\times 60min = 45min$. $\frac{1}{12} de\ hora = \frac{1}{12}\times 60min = 5min$
c) 10 min=1/6 h. Podemos escribir 10 min +10 min +10min= 30 min
1/6 h+ 1/6h + 1/6h = 3/6h = 1/2h

d) $5min + 15min + 5min = 25min$
$$\frac{1}{12}h + \frac{3}{12}h + \frac{1}{12}h = \frac{5}{12}h$$

e) $30min - 10min = 20min$
$$\frac{6}{12}h - \frac{2}{12}h + = \frac{4}{12}h = \frac{1}{3}h$$

f) 2horas y ¼ de hora equivale a 2h+1/4 h = $2\frac{1}{4}$h = 120min+15min=135min

iii) RESUMEN:
FRACCIÓN: $\frac{a}{b}$ equivale $a{:}b$; siendo b distinto de cero (no hay división por cero).
FRACCION PROPIA. Cuando $a < b$
Ejemplo: ¾
FRACCION IMPROPIA: Cuando $a > b$. Ejemplo: 7/4. Una fracción impropia tiene representación con numeral mixto:
$\frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4} = 1\frac{3}{4}$
Observación: Cuando $a = b, se\ tiene\ que\ \frac{a}{a} = 1$
Numerador y denominador de una fracción $\frac{a}{b}$
$a\ recibe\ el\ nombre\ de\ numerador$ y que indica las tantas partes que se toma de la repartición.
$b\ recibe\ el\ nombre\ de\ denominador$ e indica el número de partes en que se ha dividido el todo.
SUMA Y RESTA DE FRACCIONES DE IGUAL DENOMINADOR.
1) $\frac{a}{n} + \frac{c}{n} = \frac{a+c}{n}$ 2) $\frac{a}{n} - \frac{c}{n} = \frac{a-c}{n}$

SUMA Y RESTA DE FRACCIONES CON DENOMINADORES DIFERENTES.
Para llevar al caso anterior se reducen las fracciones a común denominador.
MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE FRACCIONES

1) $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

2) $\frac{a}{b} \times N = \frac{a \times N}{b}$

3) $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times c}$

Decimales:

½=0,5; ¼=0,25; ¾=0,75; 1/8=0,125; 5/8=0,625. Se obtiene dividiendo el numerador entre el denominador

CIERRE (reflexión, evaluación)
¿Qué tema hicimos hoy?, ¿Les ha gustado?
Se deja cinco ejercicios.

Ayacucho, 14 de setiembre del 2015.

MÓDULO DE EXPERIMENTACIÓN N° 02 (I)

VALORANDO LOS RECURSOS DE PROPORCIONALIDAD EN LA REALIDAD COTIDIANA

I: DATOS INFORMATIVOS

1.7. Nombre del investigador: Joel Anibal Munaylla Jayo

1.8. Escuela Profesional: Educación Inicial

1.9. Serie: 100 (Par)

1.10. Asignatura: Matemática Básica II

1.11. Ambiente: Aula

1.12. Lugar y fecha: Ayacucho 21 de octubre 2015

II: ORGANIZACIÓN EXPERIMENTAL

2.1. Hipótesis de investigación: El uso pertinente de materiales didácticos concretos influyen significativamente en el desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes de la serie 100 de la Escuela de Formación Profesional de Educación Inicial de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, 2015.

I.2. Variable de estudio: Aplicación de material didáctico concreto

- Variable de experimentación: uso pertinente de materiales didácticos concretos
- Variable dependiente: Desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes

I.3. Organización del desarrollo de las capacidades

APRENDIZAJE ESPERADO			
COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO	CAMPO TEMÁTICO
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE CANTIDAD	Matematiza situaciones. Comunica y representa ideas matemáticas.	Relaciona problemas cotidianos diversos con modelos que involucran la proporcionalidad inversa , regla de tres y porcentajes	Proporcionalidad directa e inversa. Parte 1.
	Elabora y usa estrategias. Razona y argumenta generando ideaspatro	Expresa el significado de Regla de tres y porcentajes de manera oral y escrita haciendo uso de diferentes representaciones y lenguaje matemático.	

III: PROCESO DE EXPERIMENTACIÓN

Fases del experimento	Actividades de experimentación	Indicadores de logro	Materiales concretos de experimentación	Tiempo
Inicio	• Comenta con los estudiantes lo que se realizó en la sesión anterior, explorando saberes, reconocen qué propósito tienen en la actividad del día.			20min

<table>
<tr>
<td></td>
<td>• A través de preguntas fija el tema.

**¿Cuándo comparamos dos magnitudes siempre estarán en la misma proporción es decir si uno aumente el otro también, o existe casos que uno aumenta y la otra disminuye?¿cómo haremos para resolver problemas donde uno aumenta y el otro disminuye? ¿Conoce porcentajes? ¿para qué se usa?
Generando conflicto cognitivo**</td>
<td>Participación activa.</td>
<td>Una hoja de papel de 100 cuadraditos.</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Proceso</td>
<td>• El docente forma grupos de trabajo.
Indica a cada grupo, asignar por cada dos correctores tres lapiceros. Se llamará razón de número de correctores al número de lapiceros: 2/3. La razón del número de lapiceros al número de correctores: 3/2
• El docente genera preguntas sobre cómo lo hicieron, anotando a las respuestas en la pizarra.
• Un estudiante de cada grupo explica, realizando las gráficas
• Comparación de edades : En cada grupo se pregunta sus edades y se comparan por cociente.
• Simulación de compra de entradas al cine municipal.
Cada boleto cuesta 4 nuevos soles.
<table><tr><td>Nr. Boletos</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>Costo</td><td>4</td><td>8</td><td>12</td><td>16</td><td>20</td></tr></table>Se establece la serie de razones equivalentes:

$\frac{1}{4}=\frac{2}{8}=\frac{3}{12}=\frac{4}{16}=\frac{5}{20}$ La razón de proporcionalidad es ¼

• El docente con la participación de los estudiantes conceptúa y define Razón, Proporción y proporcionalidad directa.
• Ejemplifica la proporcionalidad a través de ejercicios y problemas conceptualizados.
• Luego se propone ejercicios y problemas sobre fracciones, pasando a formar grupos de trabajo y resuelven el ejercicio y problemas. Se le indica el tiempo para su ejecución.
• Ordenan sus asientos y un representante de los grupos exponen la solución de los ejercicios y problemas. Simultáneamente el docente evalúa el logro de aprendizaje de los estudiantes.
• Finalmente el docente realiza la conclusión, generalizando los conceptos de razón, proporción y proporcionalidad directa.</td>
<td>Relaciona problemas cotidianos para la comprensión de la proporcionalidad

Expresa el significado de proporcionalidad de manera oral y escrita haciendo uso de diferentes representaciones y lenguaje matemático</td>
<td>Correctores.
Lapiceros.
Boleta de venta.
Los estudiantes.
Hoja de resumen.</td>
<td>80min</td>
</tr>
</table>

Cierre	•El docente promueve la metacognición, generando la autoevaluación entre los estudiantes, para contrastar el logro de aprendizaje esperado en la sesión y realiza la retroalimentación. •Indica a los estudiantes sobre las tareas a realizar en el domicilio.	Identifican la fortaleza y dificultades de aprendizaje	Hoja de resumen	20min

IV: BIBLIOGRAFÍA

- Rutas de aprendizaje. Minedu.
- Aritmética Moderna. Luis Rubiños Torres.

V: ANEXO: Resumen cientifico

El Investigador

RESUMEN CIENTÍFICO PARA CLASE EXPERIMENTAL 02-I
PROPORCIONALIDAD

INICIO (motivación, exploración de saberes previos, conflicto cognitivo)
Saludo y presentación del tema razón y proporción geométrica. Proporcionalidad directa.
Luego se pregunta ¿cuándo comparamos dos magnitudes siempre estarán en la misma proporción es decir si uno

Se pregunta ¿todo es posible medir? Como llamaremos a todo lo que se puede medir? Generando lluvia de ideas. ¿Cuáles son las dimensiones de una Hoja A4?. Se mide con una regla graduada. 21cmx29,5cm. ¿cuál es su área?
aumente el otro también, o existe casos que uno aumenta y la otra disminuye?¿cómo haremos para resolver problemas donde uno aumenta y el otro disminuye? Generando conflicto cognitivo

PROCESO (construcción del aprendizaje)
1) Desarrollo de la actividad con material concreto. El profesor forma grupos de trabajo. Indica.-
Asignar por cada dos correctores tres lapiceros. Se llamará razón de número de correctores al número de lapiceros: 2/3.
La razón del número de lapiceros al número de correctores: 3/2
2) Comparar edades. Dar las edades de dos integrantes del grupo y compararlas por cociente.
18/20 o 2018

3) Simulación de compra de entradas al cine Municipal. Cada boleto cuesta 4 nuevos soles.

Nr. Boletos	1	2	3	4	5
Costo	4	8	12	16	20

Se establece la serie de razones equivalentes:

$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16} = \frac{5}{20}$ La razón de proporcionalidad es ¼

$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16} = \frac{5}{20} = 0{,}25 = k$; $\quad 0{,}25 = k$

Magnitud. Cualquier característica de un cuerpo capaz de ser medida.
Razón geométrica: $\frac{a}{b} = k$, $a{:}b = k$ Donde a es antecedente y b es consecuente y k razón geométrica.
A dos razones iguales se denomina proporción: $\frac{3}{12} = \frac{4}{16}$
Proporción geométrica
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ Donde se cumple $ad = bc$ "el producto de los extremos es igual al producto de los medios"
b y c son términos medios, a y d términos extremos.
Observación: Una proporción geométrica será discreta , si sus términos medios son diferentes y será continua, cuando sus términos medios son iguales.

Magnitudes directamente proporcionales: La magnitud A es directamente proporcional a la magnitud B,
si $\frac{A}{B} = constante$ o si $\frac{B}{A} = constante$.
Observación: Las magnitudes A y B son directamente proporcionales; si al aumentar o disminuir los valores de A, los valores en B también aumentan o disminuyen en la misma proporción.

Magnitudes inversamente proporcionales: La magnitud A es inversamente proporcional a la magnitud B,
si AB= $constante$.

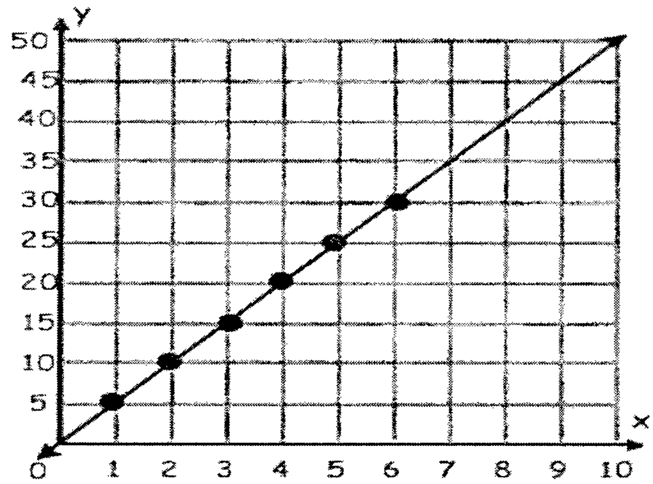
Observación: Las magnitudes A y B son inversamente proporcionales; si al aumentar o disminuir los valores de A, los valores en B disminuyen o aumen tan en la misma proporción.

APLICACIÓN

Juana ha utilizado 20 huevos para hacer 4 tortas iguales. ¿Cuántos huevos necesita para hacer 6 tortas? ¿Cuántos huevos necesita para hacer 3 tortas? ¿y para hacer 2?

Grafica de los resultados hasta 6 tortas.

x	1	2	3	4	5	6
y	5	10	15	20	25	30



Como puedes ver, el gráfico es una línea recta que pasa por el origen. Además si nos fijamos en la tabla, nos podemos dar cuenta que el cociente entre las dos magnitudes ($\frac{y}{x}$) es constante. En este caso el valor de la constante de proporcionalidad es k= 5.

$\frac{5}{1} = \frac{10}{2} = \frac{15}{3} = \frac{20}{4} = \frac{25}{5} = \frac{30}{6} = 5$; k= 5.

<u>CIERRE</u> (reflexión, evaluación) ¿Qué tema hicimos hoy?, ¿Les ha gustado?. Se deja cinco ejercicios.

Ayacucho,21 de octubre del 2015.

MÓDULO DE EXPERIMENTACIÓN N° 02 (II)

VALORANDO LOS RECURSOS DE PROPORCIONALIDAD EN LA REALIDAD COTIDIANA

I: DATOS INFORMATIVOS

I.4. Nombre del investigador: Joel Anibal Munaylla Jayo
I.5. Escuela Profesional: Educación Inicial
I.6. Serie: 100 (Par)
I.7. Asignatura: Matemática Básica II
I.8. Ambiente: Aula
I.9. Lugar y fecha: Ayacucho 26 de octubre 2015

II: ORGANIZACIÓN EXPERIMENTAL

I.1. Hipótesis de investigación: El uso pertinente de materiales didácticos concretos influyen significativamente en el desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes de la serie 100 de la Escuela de Formación Profesional de Educación Inicial de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, 2015.

2.2. Variable de estudio: Aplicación de material didáctico concreto

- Variable de experimentación: uso pertinente de materiales didácticos concretos
- Variable dependiente: Desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes

2.3. Organización del desarrollo de las capacidades

APRENDIZAJE ESPERADO			
COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO	CAMPO TEMÁTICO
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE CANTIDAD	Matematiza situaciones de cantidad. Comunica y representa ideas matemáticas	Usa modelos referidos a la proporcionalidad directa e inversa al resolver problemas.	Proporcionalidad directa e inversa. Parte 2.
	Elabora y usa estrategias en situaciones de cantidad	Diseña un plan que considera procedimientos, estrategias o recursos para resolver problemas que requieren investigar con magnitudes.	

III: PROCESO DE EXPERIMENTACIÓN

Fases del experimento	Actividades de experimentación	Indicadores de logro	Materiales concretos de experimentación	Tiempo
Inicio	• Comenta con los estudiantes lo que se realizó en la sesión anterior, explorando saberes, reconocen qué propósito tienen en la actividad del día. • A través de preguntas fija el tema. **Se pregunta ¿todo es posible medir? Como llamaremos a todo lo que se puede medir? Generando lluvia de ideas. ¿Cuáles son las dimensiones de una Hoja A4?. Se mide con**	Participación activa.	Una regla graduada. Una hoja de	20min

<table>
<tr>
<td></td>
<td>una regla graduada. 21cmx29,5cm. ¿cuál es su área?
Luego se pregunta ¿cuándo comparamos dos magnitudes siempre estarán en la misma proporción es decir si uno aumente el otro también, o existe casos que uno aumenta y la otra disminuye?¿cómo haremos para resolver problemas donde uno aumenta y el otro disminuye? Generando conflicto cognitivo</td>
<td></td>
<td>papel A4</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Proceso</td>
<td>
El docente forma grupos de trabajo .
Indica a cada grupo, asignar por cada dos correctores tres lapiceros. Se llamará razón de número de correctores al número de lapiceros: 2/3. La razón del número de lapiceros al número de correctores: 3/2

Comparación de edades : En cada grupo se pregunta sus edades y se comparan por cociente.
Simulación de compra de entradas al cine municipal.
Cada boleto cuesta 4 nuevos soles.
<table>
<tr><td>Nr. Boletos</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr>
<tr><td>Costo</td><td>4</td><td>8</td><td>12</td><td>16</td><td>20</td></tr>
</table>
Se establece la serie de razones equivalentes:
$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16} = \frac{5}{20}$ La razón de proporcionalidad es ¼
ACTIVIDAD CON MONEDAS.
Colocar 12 monedas de dos nuevos soles en modos distintos.
<table>
<tr><td>Número de monedas altura</td><td>Nro. Monedas base en fila</td></tr>
<tr><td>1</td><td>12</td></tr>
<tr><td>2</td><td>6</td></tr>
<tr><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>4</td><td>3</td></tr>
<tr><td>6</td><td>2</td></tr>
<tr><td>12</td><td>1</td></tr>
</table>

Se observa: (1)(12)=(2)(6)=(3)(4)=(4)(3)=(6)(2) =(12)(1) = 12

El docente con la participación de los estudiantes conceptúa y define Razón, Proporción y proporcionalidad directa e inversa.
Ejemplifica la proporcionalidad a través de ejercicios y problemas conceptualizados.
Luego se propone ejercicios y problemas sobre proporcionalidad directa e inversa, pasando a formar grupos de trabajo y resuelven problemas. Se le indica el tiempo para su ejecución.
Ordenan sus asientos y un representante de los grupos exponen la solución de los ejercicios y problemas. Simultáneamente el docente evalúa el logro de aprendizaje de los estudiantes.

</td>
<td>Relaciona problemas cotidianos para la comprensión de la proporcionalidad

Expresa el significado de proporcionalidad de manera oral y escrita haciendo uso de diferentes representaciones y lenguaje matemático</td>
<td>Correctores.
Lapiceros.
Boleta de venta.
Los estudiantes.
12 monedas de denominación dos soles.
Hoja de resumen.</td>
<td>80min</td>
</tr>
</table>

	• Finalmente el docente realiza la conclusión, generalizando los conceptos de razón, proporción y proporcionalidad directa e inversa.			
Cierre	•El docente promueve la metacognición, generando la autoevaluación entre los estudiantes, para contrastar el logro de aprendizaje esperado en la sesión y realiza la retroalimentación. •Indica a los estudiantes sobre las tareas a realizar en el domicilio.	Identifican la fortaleza y dificultades de aprendizaje	Hoja de resumen	20min

IV: BIBLIOGRAFÍA

- Rutas de aprendizaje. Minedu.
- Aritmética Moderna. Luis Rubiños Torres.

V: ANEXO: Resumen científico

El Investigador

RESUMEN CIENTÍFICO PARA CLASE EXPERIMENTAL 02-II
PROPORCIONALIDAD DIRETA E INVERSA

INICIO (motivación, exploración de saberes previos, conflicto cognitivo)

Saludo y presentación del tema razón y proporción geométrica. Proporcionalidad directa.

Luego se pregunta ¿cuándo comparamos dos magnitudes siempre estarán en la misma proporción es decir si uno

Se pregunta ¿todo es posible medir? Como llamaremos a todo lo que se puede medir? Generando lluvia de ideas. ¿Cuáles son las dimensiones de una Hoja A4?. Se mide con una regla graduada. 21cmx29,5cm. ¿cuál es su área?

aumente el otro también, o existe casos que uno aumenta y la otra disminuye?¿cómo haremos para resolver problemas donde uno aumenta y el otro disminuye? Generando conflicto cognitivo

PROCESO (construcción del aprendizaje)

4) Desarrollo de la actividad con material concreto. El profesor forma grupos de trabajo. Indica.-

Asignar por cada dos correctores tres lapiceros. Se llamará razón de número de correctores al número de lapiceros: 2/3.
La razón del número de lapiceros al número de correctores: 3/2

5) Comparar edades. Dar las edades de dos integrantes del grupo y compararlas por cociente.

18/20 o 20/18

6) Simulación de compra de entradas al cine Municipal. Cada boleto cuesta 4 nuevos soles.

Nr. Boletos	1	2	3	4	5
Costo	4	8	12	16	20

Se establece la serie de razones equivalentes:

$\frac{1}{4}=\frac{2}{8}=\frac{3}{12}=\frac{4}{16}=\frac{5}{20}$ La razón de proporcionalidad es ¼

$\frac{1}{4}=\frac{2}{8}=\frac{3}{12}=\frac{4}{16}=\frac{5}{20}=0{,}25=k\,;\qquad 0{,}25=k$

- ACTIVIDAD CON MONEDAS.

Colocar 12 monedas de dos nuevos soles en modos distintos.

Número de monedas altura	Nro. Monedas base en fila
1	12
2	6
3	4
4	3
6	2
12	1

Se observa: (1)(12)=(2)(6)=(3)(4)=(4)(3)=(6)(2) =(12)(1) = 12

Estas magnitudes son inversamente proporcionales.

Magnitud. Cualquier característica de un cuerpo capaz de ser medida.

Razón geométrica: $\frac{a}{b}=k$, $a:b=k$ Donde a es antecedente y b es consecuente y k razón geométrica.

A dos razones iguales se denomina proporción: $\frac{3}{12}=\frac{4}{16}$

Proporción geométrica

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ Donde se cumple $ad=bc$ "el producto de los extremos es igual al producto de los medios"

b y c son términos medios, a y d términos extremos.

OBSERVACIÓN: Una proporción geométrica será discreta , si sus términos medios son diferentes y será continua, cuando sus términos medios son iguales.

Magnitudes directamente proporcionales: La magnitud A es directamente proporcional a la magnitud B, si $\frac{A}{B}=constante$ o si $\frac{B}{A}=constante.$

Observación: Las magnitudes A y B son directamente proporcionales; si al aumentar o disminuir los valores de A, los valores en B también aumentan o disminuyen en la misma proporción.

Magnitudes inversamente proporcionales: La magnitud A es inversamente proporcional a la magnitud B, si $AB = constante$.

Observación: Las magnitudes A y B son inversamente proporcionales; si al aumentar o disminuir los valores de A, los valores en B disminuyen o aumentan en la misma proporción.

APLICACIÓN

PROPORCIONALIDAD DIRECTA.

Juana ha utilizado 20 huevos para hacer 4 tortas iguales. ¿Cuántos huevos necesita para hacer 6 tortas? ¿Cuántos huevos necesita para hacer 3 tortas? ¿y para hacer 2?

Grafica de los resultados hasta 6 tortas.

Como puedes ver, el gráfico es una línea recta que pasa por el origen. Además si nos fijamos en la tabla, nos podemos dar cuenta que el cociente entre las dos magnitudes ($\frac{y}{x}$) es constante. En este caso el valor de la constante de proporcionalidad es k= 5.

$$\frac{5}{1} = \frac{10}{2} = \frac{15}{3} = \frac{20}{4} = \frac{25}{5} = \frac{30}{6} = 5; \quad k = 5.$$

PROPORCIONALIDAD INVERSA

1.) Completa el cuadro.

N° de Trabajadores	N° de días
1	120
2	60
3	40
4	30
5	24
6	20
8	15
10	12

Dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando al aumentar el valor de una variable la otra disminuye proporcionalmente, y viceversa.
En las magnitudes inversamente proporcionales el **producto de las variables permanece constante.**

2.) Responde las siguientes preguntas observando el cuadro anterior:

a.) Cuando el número de trabajadores se duplica, ¿qué ocurre con el número de días?
b.) Cuando el número de trabajadores se triplica, ¿qué ocurre con el número de días?
c.) Cuando el número de trabajadores se reduce a la mitad, ¿qué ocurre con el número de días?
d.) Para cada par de valores de trabajador versus día encuentra el producto de ellos (anótalos al lado de la tabla) ¿es un valor constante ese producto?
e.) Las variables trabajadores versus días son directamente o inversamente proporcionales? ¿Por qué?

<u>**CIERRE**</u> (reflexión, evaluación) ¿Qué tema hicimos hoy?, ¿Les ha gustado?. Se deja cinco ejercicios.

Ayacucho,26 de octubre del 2015.

MÓDULO DE EXPERIMENTACIÓN N° 03

VALORANDO LOS RECURSOS DE PORCENTAJES EN LA REALIDAD

I: DATOS INFORMATIVOS

1.1 Nombre del investigador: Joel Anibal Munaylla Jayo
1.2 Escuela Profesional: Educación Inicial
1.3 Serie: 100 (Par)
1.4 Asignatura: Matemática Básica II
1.5 Ambiente: Aula
1.6 Lugar y fecha: Ayacucho 16 de noviembre 2015

II: ORGANIZACIÓN EXPERIMENTAL

2,1, Hipótesis de investigación: El uso pertinente de materiales didácticos concretos influyen significativamente en el desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes de la serie 100 de la Escuela de Formación Profesional de Educación Inicial de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, 2015.

I.2. Variable de estudio: Aplicación de material didáctico concreto

- Variable de experimentación: uso pertinente de materiales didácticos concretos
- Variable dependiente: Desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes

I.3. Organización del desarrollo de las capacidades

APRENDIZAJE ESPERADO			
COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO	CAMPO TEMÁTICO
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad	Matematiza situaciones	Elabora un organizador de información relacionado a la clasificación de las fracciones y decimales, sus operaciones, porcentaje y variaciones porcentuales.	Regla de tres y porcentajes
	Comunica y representa ideas matemáticas	Expresa la equivalencia de los números racionales (fracciones, decimales y porcentaje) con soporte concreto, gráfico y otros.	

III: PROCESO DE EXPERIMENTACIÓN

Fases del experimento	Actividades de experimentación	Indicadores de logro	Materiales concretos de experimentación	Tiempo

Inicio	Comenta con los estudiantes lo que se realizó en la sesión anterior, explorando saberes, reconocen qué propósito tienen en la actividad del día. A través de preguntas fija el tema. **¿Cuándo comparamos dos magnitudes siempre estarán en la misma proporción es decir si uno aumente el otro también, o existe casos que uno aumenta y la otra disminuye?¿cómo haremos para resolver problemas donde uno aumenta y el otro disminuye? ¿Conoce porcentajes? ¿Para qué se usa?** ¿Qué relación hay entre porcentaje, fracción y decimal? **Generando conflicto cognitivo**	Participación activa.	Una hoja de papel de 100 cuadraditos.	20min
Proceso	• El docente forma grupos de trabajo . **El tanto por ciento significa que da cada 100 que tengamos, cogemos la cantidad indicada. Es decir, que el 20% indica que de cada 100 que tengamos, cogemos 20.** Indica a cada grupo, coger de cada 100 maices 30 y otras cantidades. También en cuadricula de 100 cuadraditos El docente genera preguntas sobre cómo lo hicieron, anotando a las respuestas en la pizarra. • Un estudiante de cada grupo explica, realizando las gráficas • Expresan en fracción y decimal. • El docente con la participación de los estudiantes conceptúa y define Tanto por ciento, y porcentajes. • Ejemplifica los porcentajes a través de ejercicios y problemas conceptualizados. • Luego se propone ejercicios y problemas sobre porcentajes, pasando a formar grupos de trabajo. • Ordenan sus asientos y un representante de los grupos exponen la solución de los ejercicios y problemas. Simultáneamente el docente evalúa el logro de aprendizaje de los estudiantes. • Finalmente el docente realiza la conclusión, generalizando los conceptos de Tanto por ciento, porcentajes y sus aplicaciones.	Relaciona problemas cotidianos para la comprensión de porcentajes- Expresa el significado de tanto por ciento de manera oral y escrita haciendo uso de diferentes representaciones y lenguaje matemático	Una hoja de papel de 100 cuadraditos. 300 maíces.	80min
Cierre	• El docente promueve la metacognición, generando la autoevaluación entre los estudiantes, para contrastar el logro de aprendizaje esperado en la sesión y realiza la retroalimentación. • Indica a los estudiantes sobre las tareas a realizar en el domicilio.	Identifican la fortaleza y dificultades de aprendizaje	Hoja de resumen	20min

IV: BIBLIOGRAFÍA

- Rutas de aprendizaje. Minedu.
- Aritmética Moderna. Luis Rubiños Torres.

V: ANEXO: Resumen científico

Investigador

RESUMEN CIENTÍFICO PARA CLASE EXPERIMENTAL 03

INICIO

Comenta con los estudiantes lo que se realizó en la sesión anterior, explorando saberes, reconocen qué propósito tienen en la actividad del día.
A través de preguntas fija el tema.

¿Cuándo comparamos dos magnitudes siempre estarán en la misma proporción es decir si uno aumente el otro también, o existe casos que uno aumenta y la otra disminuye?¿cómo haremos para resolver problemas donde uno aumenta y el otro disminuye? ¿Conoce porcentajes? ¿Para qué se usa? ¿Qué relación hay entre porcentaje, fracción y decimal?
Generando conflicto cognitivo

PROCESO (construcción del aprendizaje)
Con grupos de trabajo:

ACTIVIDAD CON PAPEL DE 10 POR 10 CUADRADITOS.
A cada grupo se indica sombrear una determinada cantidad de cuadraditos. Expresan como n% = n/100, dan su equivalente en fracción simplificada y también en forma decimal.
Completar:

1) SOMBREAR......20....... CUADRADITOS DE LOS CIEN. COMO SE LEE COMO FRACCIÓN.
   ...VEINTE CIEN AVOS...........20/100...
   Se lee también " ......20......... por cada cien" Como se simboliza; ......20%.....................
2) COMPLETE.

Tanto por ciento	Fracción decimal	Fracción simplificada	Representación decimal
20 %	20/100	1/5	0,20
75 %	75/100	¾	0,75

ACTIVIDAD CON MAICES
Desarrollo de la actividad con material concreto. El profesor forma grupos de trabajo. Indica obtener 20% de cada total de 100 maices. De 200 maíces y de 300 maíces.
También obtener los 25 %; 50 %; 40 % .

RESUMEN:

% representa 1/100
Tanto por ciento: $n\% = \frac{n}{100}$, se toma n por cada 100.
Porcentaje. Es el resultado cuando se aplica el tanto por ciento a una cantidad N.
$a\%\ de\ N = \left(\frac{a}{100}\right)N$
Se resuelven diversos problemas de aplicación.

CIERRE (reflexión, evaluación)
¿Qué tema hicimos hoy?, ¿Les ha gustado?
Se deja cinco ejercicios.

Ayacucho, 16 de noviembre del 2015.

MÓDULO DE EXPERIMENTACIÓN N° 04 (I)

VALORANDO LAS TECNICAS DE CONTEO EN LA REALIDAD

I: DATOS INFORMATIVOS

1.1 Nombre del investigador: Joel Anibal Munaylla Jayo

1.2 Escuela Profesional: Educación Inicial

1.3 Serie: 100 (Par)

1.4 Asignatura: Matemática Básica II

1.5 Ambiente: Aula

1.6 Lugar y fecha: Ayacucho 23 de noviembre 2015

II. **ORGANIZACIÓN EXPERIMENTAL**

II.1. Hipótesis de investigación: El uso pertinente de materiales didácticos concretos influyen significativamente en el desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes de la serie 100 de la Escuela de Formación Profesional de Educación Inicial de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, 2015.

II.2. Variable de estudio: Aplicación de material didáctico concreto

- Variable de experimentación: uso pertinente de materiales didácticos concretos
- Variable dependiente: Desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes

II.3. Organización del desarrollo de las capacidades

APRENDIZAJE ESPERADO			
COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO	CAMPO TEMÁTICO
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad	Matematiza situaciones. Razona y argumenta generando ideas maten	Relaciona problemas cotidianos diversos con modelos que involucran las técnicas de conteo. Usa el principio de adición y multiplicación.	Análisis combinatorio. Parte 1.
	Comunica y representa ideas matemáticas.	Expresa el significado de las técnicas de conteo, variaciones, permutaciones de manera oral y escrita haciendo uso de diferentes representaciones y lenguaje matemático.	

III. **PROCESO DE EXPERIMENTACIÓN**

Fases del experimento	Actividades de experimentación	Indicadores de logro	Materiales concretos de experimentación	Tiempo
Inicio	Comenta con los estudiantes lo que se realizó en la sesión anterior, explorando saberes, reconocen qué propósito tienen en la actividad del día. A través de preguntas fija el tema. Si en una reunión hay 3 hombres y 4 mujeres. ¿De cuántas maneras es posible establecer una pareja de baile hombre-mujer? Si en una sala se tiene una fila de 10 sillas, 5 personas de cuántas maneras se pueden sentarse?. Posiblemente de muchas maneras	Participación activa.	Una moneda y un dado normal	20min

<table>
<tr><td></td><td>Pero si entran 10 personas, ¿cuántas maneras diferentes podrán escoger las sillas donde sentarse. Posiblemente muchas maneras.
¿Cuántas ensaladas conteniendo exactamente cuatro frutas se pueden hacer si se dispone de diez frutas diferentes?
Para resolver problemas de ordenaciones de elementos y subconjuntos es necesario saber sobre variaciones, permutaciones y combinaciones.</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Proceso</td><td>Con grupos de trabajo:

ACTIVIDAD 1. Responda. ¿Cuántos resultados diferentes se puede obtener lanzando una moneda o un dado?

Ejecute con el material concreto. Expresar en forma gráfica. Hacer un diagrama y simbolizar.

Responda. ¿Cuántos resultados diferentes se puede obtener lanzando una moneda y un dado a la vez?

Ejecute con el material concreto. Expresar en forma gráfica. Hacer un diagrama y simbolizar.

ACTIVIDAD 2. Dos estudiantes (A y B) ¿de cuántas maneras diferentes alineadas pueden ordenarse para tomarse una foto de recuerdo?. Materializar con dos integrantes del grupo. Expresar en forma gráfica. Hacer un diagrama y simboliza.

Un modelo de cálculo ¿cómo sería?

Tres estudiantes (A , B y C) ¿de cuántas maneras diferentes alineadas pueden ordenarse para tomarse una foto de recuerdo?

Concretizar con tres integrantes del grupo.

Expresar en forma gráfica. Hacer un diagrama y simboliza.

Un modelo de cálculo ¿cómo sería?</td><td>Relaciona problemas cotidianos para la comprensión de técnicas de conteo.

Expresa el significado de permutaciones de manera oral y escrita haciendo uso de diferentes representaciones y lenguaje matemático</td><td>Una moneda y un dado.
Estudiantes de cada grupo.
4 Sillas en fila y 4 estudiantes.</td><td>80min</td></tr>
</table>

	Si fueran cuatro estudiantes (A, B, C y D) ¿cómo sería el modelo? ¿De cuántas maneras diferentes tres estudiantes (A, B y C) pueden sentarse alrededor de una mesa circular?. Hacer simulaciones. ACTIVIDAD 3. Tres estudiantes (A , B y C) ¿de cuántas maneras pueden sentarse en dos sillas?. Concretizar con tres integrantes del grupo. Expresar en forma gráfica. Hacer un diagrama y simboliza. Un modelo de cálculo ¿cómo sería? El docente genera preguntas sobre cómo lo hicieron, anotando a las respuestas en la pizarra. • Un estudiante de cada grupo explica, realizando las gráficas • Expresan algunos modelos diseñados. • El docente con la participación de los estudiantes conceptúa los métodos de conteo (análisis combinatorio). • Ejemplifica permutaciones, variaciones ordinarias y con repetición a través de ejercicios y problemas conceptualizados. • Luego se propone ejercicios y problemas sobre combinatoria, pasando a formar grupos de trabajo. • Ordenan sus asientos y un representante de los grupos exponen la solución de los ejercicios y problemas. Simultáneamente el docente evalúa el logro de aprendizaje de los estudiantes. • Finalmente el docente realiza la conclusión, generalizando los conceptos de principios del conteo, permutaciones, variaciones ordinarias y con repetición.			
Cierre	•El docente promueve la metacognición, generando la autoevaluación entre los estudiantes, para contrastar el logro de aprendizaje esperado en la sesión y realiza la retroalimentación. •Indica a los estudiantes sobre las tareas a realizar en el domicilio.	Identifican la fortaleza y dificultades de aprendizaje	Hoja de resumen	20min

IV. **BIBLIOGRAFÍA**

- Rutas de aprendizaje. Minedu.
- Aritmética Moderna. Luis Rubiños Torres.

V. **ANEXO:** Resumen científico

El Investigador

RESUMEN CIENTÍFICO PARA CLASE EXPERIMENTAL 04-I

INICIO
Comenta con los estudiantes lo que se realizó en la sesión anterior, explorando saberes, reconocen qué propósito tienen en la actividad del día.
A través de preguntas fija el tema.

PROCESO (construcción del aprendizaje)
Con grupos de trabajo:

ACTIVIDAD 1

a) Responda. ¿Cuántos resultados diferentes se puede obtener lanzando una moneda o un dado?
Ejecute con el material concreto.

Expresar en forma gráfica.

Hacer un diagrama y simbolizar.

b) Responda. ¿Cuántos resultados diferentes se puede obtener lanzando una moneda y un dado a la vez?
Ejecute con el material concreto.

Expresar en forma gráfica.

Hacer un diagrama y simbolizar.

ACTIVIDAD 2

a) Dos estudiantes (A y B) ¿de cuántas maneras diferentes alineadas pueden ordenarse para tomarse una foto de recuerdo?.
Materializar con dos integrantes del grupo.

Expresar en forma gráfica.

Hacer un diagrama y simboliza.

Un modelo de cálculo ¿cómo sería?

b) Tres estudiantes (A , B y C) ¿de cuántas maneras diferentes alineadas pueden ordenarse para tomarse una foto de recuerdo?
Concretizar con tres integrantes del grupo.

Expresar en forma gráfica.

Hacer un diagrama y simboliza.

Un modelo de cálculo ¿cómo sería?

c) Si fueran cuatro estudiantes (A, B, C y D) ¿cómo sería el modelo?

d) ¿De cuántas maneras diferentes tres estudiantes (A, B y C) pueden sentarse alrededor de una mesa circular?

ACTIVIDAD 3

Tres estudiantes (A , B y C) ¿de cuántas maneras pueden sentarse en dos sillas?

Concretizar con tres integrantes del grupo.

Expresar en forma gráfica.

Hacer un diagrama y simboliza.

Un modelo de cálculo ¿cómo sería?

RESUMEN:

Técnicas de conteo. Parte de la matemática que se ocupa de calcular el número de maneras diferentes como se pueden acomodar los elementos de un conjunto bajo ciertas condiciones dadas. Aquí se estudia variaciones, permutaciones y combinaciones.

Principio fundamental para contar. Si un acontecimiento puede ocurrir de m formas diferentes y si siguiendo a ese acontecimiento un segundo acontecimiento puede ocurrir en n formas diferentes, entonces el número de formas que puede ocurrir el acontecimiento en ese orden es mn.

Principio de adición. Si un evento A se realiza de ma maneras y otro evento B se realiza de n maneras, entonces el evento A o el evento B se realizarán de m + n maneras.

Factorial de un número natural. Se define: $n! = n(n-1)(n-2)....(2)(1)$; $0!=1$; $1!=1$

Variaciones. El número de variaciones de n objetos tomados de r en r se expresa: $V_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$

Variaciones con repetición: $VR\ m^n = m^n$

Permutaciones. $V_n^n = Pn = n!$

Permutaciones circulares. $P_{cn} = n(n-1)!$

Permutación lineal con elementos repetidos. El número de permutaciones de n objetos de los cuales p son similares, q son similares, r son similares,... es: $P^n_{p,q,r,...} = \frac{n!}{p!q!r!...}$

Se resuelven diversos problemas de aplicación.

CIERRE (reflexión, evaluación)
¿Qué tema hicimos hoy?, ¿Les ha gustado?
Se deja cinco ejercicios.

Ayacucho, 23 de noviembre del 2015.

DISEÑO DE EXPERIMENTACIÓN N° 04 (II)

VALORANDO LAS TECNICAS DE CONTEO EN LA REALIDAD. PERMUTACIONES Y COMBINACIONES.

I: DATOS INFORMATIVOS

1.1. Nombre del investigador: Joel Anibal Munaylla Jayo
1.2. Escuela Profesional: Educación Inicial
1.3. Serie: 100 (Par)
1.4. Asignatura: Matemática Básica II
1.5. Ambiente: Aula
1.6. Lugar y fecha: Ayacucho 25 de noviembre 2015

2. ORGANIZACIÓN EXPERIMENTAL

2.1. Hipótesis de investigación: El uso pertinente de materiales didácticos concretos influyen significativamente en el desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes de la serie 100 de la Escuela de Formación Profesional de Educación Inicial de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, 2015.

2.2. Variable de estudio: Aplicación de material didáctico concreto

- Variable de experimentación: uso pertinente de materiales didácticos concretos
- Variable dependiente: Desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes

2.3. Organización del desarrollo de las capacidades

APRENDIZAJE ESPERADO			
COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO	CAMPO TEMÁTICO
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad	Matematiza situaciones. Elabora y usa estrategias.	Relaciona problemas cotidianos diversos con modelos que involucran las técnicas de conteo. Usa el principio de adición y multiplicación.	Análisis combinatorio. Parte 2.
	Comunica y representa ideas matemáticas.	Expresa el significado de las técnicas de conteo: variaciones, permutaciones y combinaciones de manera oral y escrita haciendo uso de diferentes representaciones y lenguaje matemático.	

3. PROCESO DE EXPERIMENTACIÓN

Fases del experimento	Actividades de experimentación	Indicadores de logro	Materiales concretos de experimentación	Tiempo
Inicio	Comenta con los estudiantes lo que se realizó en la sesión anterior, explorando saberes, reconocen qué propósito tienen en la actividad del día.			20min

	A través de preguntas fija el tema. Si en una sala se tiene una fila de 10 sillas, 5 personas de cuántas maneras se pueden sentarse?. Posiblemente de muchas maneras Pero si entran 10 personas, ¿cuántas maneras diferentes podrán escoger las sillas donde sentarse. Posiblemente muchas maneras. ¿Cuántas ensaladas conteniendo exactamente cuatro frutas se pueden hacer si se dispone de diez frutas diferentes? ¿De cuántas formas distintas podemos elegir una comisión de tres personas de entre un grupo de cinco?. Para resolver problemas de ordenaciones de elementos y subconjuntos es necesario saber sobre variaciones, permutaciones y combinaciones.	Participación activa.		
Proceso	• El docente forma grupos de trabajo . Actividad 1. Responda experimentalmente. Cuántos resultados diferentes se obtiene al lanzar una moneda o un dado, pero no ambos. Haga un diagrama. Realice todas las posibilidades. Actividad 2. Responda experimentalmente. Cuántos resultados diferentes se obtiene al lanzar una moneda y un dado simultáneamente. Haga un diagrama de árbol. Actividad 3. Objetivar con simulación efectiva. De cuántas maneras se pueden sentarse 4 personas en 4 sillas en fila. De cuántas maneras se pueden sentarse 4 personas si las sillas están alrededor de una mesa circular. Actividad 4. A) De los cinco integrantes del grupo (A, B, C, D y D) obtener todos los subconjuntos formados, tomados de tres en tres, expresar todos los resultados experimentalmente, graficar y simbolizar; ¿cuántos son? B) De los cinco integrantes del grupo (A, B, C, D y D) obtener todos los subconjuntos formados dos en dos, expresar todos los resultados experimentalmente, graficar y simbolizar; ¿cuántos son? C) De los cinco integrantes del grupo (A, B, C, D y D) obtener todos los subconjuntos formados cuatro en cuatro, expresar todos los resultados experimentalmente, graficar y simbolizar; ¿cuántos son? D) De los cinco integrantes del grupo (A, B, C, D y D) obtener todos los subconjuntos formados tomados uno en uno, expresar todos los resultados experimentalmente, graficar y simbolizar; ¿cuántos son? E) Analiza la diferencia de permutaciones y combinaciones mediante un ejemplo de	Relaciona problemas cotidianos para la comprensión de análisis combinatorio Expresa el significado de técnicas de conteo de manera oral y escrita haciendo uso de diferentes representaciones y lenguaje matemático de permutaciones y combinaciones.	Una moneda y un dado. Los 5 miembros de cada grupo. 4 Sillas y 4 estudiantes.	80min

	clarificación. El docente genera preguntas sobre cómo lo hicieron, anotando a las respuestas en la pizarra. • Un estudiante de cada grupo explica, realizando las gráficas • Expresan algunos modelos diseñados. • El docente con la participación de los estudiantes conceptúa los métodos de conteo (análisis combinatorio). • Ejemplifica permutaciones, variaciones ordinarias y con repetición a través de ejercicios y problemas conceptualizados. • Luego se propone ejercicios y problemas sobre combinatoria, pasando a formar grupos de trabajo. • Ordenan sus asientos y un representante de los grupos exponen la solución de los ejercicios y problemas. Simultáneamente el docente evalúa el logro de aprendizaje de los estudiantes. • Finalmente el docente realiza la conclusión, generalizando los conceptos de principios del conteo, permutaciones, variaciones ordinarias y con repetición. • Permutación y combinación. Se establece diferencias.			
Cierre	•El docente promueve la metacognición, generando la autoevaluación entre los estudiantes, para contrastar el logro de aprendizaje esperado en la sesión y realiza la retroalimentación. •Indica a los estudiantes sobre las tareas a realizar en el domicilio.	Identifican la fortaleza y dificultades de aprendizaje	Hoja de resumen	20min

4. BIBLIOGRAFÍA

- Rutas de aprendizaje. Minedu.
- Aritmética Moderna. Luis Rubiños Torres.

5. ANEXO: Resumen cientifico

El Investigador

RESUMEN CIENTÍFICO PARA CLASE EXPERIMENTAL 04-II

INICIO

Comenta con los estudiantes lo que se realizó en la sesión anterior, explorando saberes, reconocen qué propósito tienen en la actividad del día.
A través de preguntas fija el tema.

PROCESO (construcción del aprendizaje)
Con grupos de trabajo:
Actividad 1.
Responda experimentalmente. Cuántos resultados diferentes se obtiene al lanzar una moneda o un dado, pero no ambos. Haga un diagrama. Realice todas las posibilidades.
Actividad 2.
Responda experimentalmente. Cuántos resultados diferentes se obtiene al lanzar una moneda y un dado simultáneamente. Haga un diagrama de árbol.
Actividad 3. Objetivar con simulación efectiva.
De cuántas maneras se pueden sentarse 4 personas en 4 sillas en fila.
De cuántas maneras se pueden sentarse 4 personas si las sillas están alrededor de una mesa circular.
Actividad 4.

a) De los cinco integrantes del grupo (A, B, C, D y D) obtener todos los subconjuntos formados, tomados de tres en tres, expresar todos los resultados experimentalmente, graficar y simbolizar; ¿cuántos son?
b) De los cinco integrantes del grupo (A, B, C, D y D) obtener todos los subconjuntos formados dos en dos, expresar todos los resultados experimentalmente, graficar y simbolizar; ¿cuántos son?
c) De los cinco integrantes del grupo (A, B, C, D y D) obtener todos los subconjuntos formados cuatro en cuatro, expresar todos los resultados experimentalmente, graficar y simbolizar; ¿cuántos son?
d) De los cinco integrantes del grupo (A, B, C, D y D) obtener todos los subconjuntos formados tomados uno en uno, expresar todos los resultados experimentalmente, graficar y simbolizar; ¿cuántos son?
e) Analiza la diferencia de permutaciones y combinaciones mediante un ejemplo de clarificación.

RESUMEN:

Técnicas de conteo. Parte de la matemática que se ocupa de calcular el número de maneras diferentes como se pueden acomodar los elementos de un conjunto bajo ciertas condiciones dadas. Aquí se estudia variaciones, permutaciones y combinaciones.
Principio fundamental para contar. Si un acontecimiento puede ocurrir de m formas diferentes y si siguiendo a ese acontecimiento un segundo acontecimiento puede ocurrir en n formas diferentes, entonces el número de formas que puede ocurrir el acontecimiento en ese orden es mn.
Principio de adición. Si un evento A puede ocurrir de m maneras diferentes , otro evento B de n maneras diferentes, entonces el evento A o el evento B, pero no ambos, se realizarán m+n maneras.
Factorial de un número natural. Se define: $n! = n(n-1)(n-2)....(2)(1)$; $0!=1$; $1!=1$

Variaciones. El número de variaciones o permutaciones de n objetos tomados de r en r se expresa: $V_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$

$$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Variaciones con repetición: $VR_m^n = (n)(n)(n)\dots(n) = n^m$

Permutaciones. $V_n^n = Pn = n!$

Permutaciones circulares. $P_{cn} = n(n-1)!$

Permutaciones lineal con elementos repetidos. El número de permutaciones de n objetos de los cuales p son similares, q son similares, r son similares,...es: $P^{n}_{p,q,r,...} = \frac{n!}{p!q!r!...}$

Combinaciones: se definen combinaciones de n elementos de orden r, o tomados de r en r, al conjunto de agrupaciones de r-elementos que se pueden formar con los n-elementos iniciales sin que se repita ninguno y de modo que una agrupación se diferencia de otra solo en los elementos que la configuran.

$\boxed{C_r^n = \frac{n!}{(n-r)!\cdot r!} = \binom{n}{r} = C(n,r)}$ a la expresión $\binom{n}{r}$ se la denomina número combinatorio de orden r y numerador n.

Aplicando la permutación, ya estudiada, al conjunto {a,b,c,d} tomando 3 a la vez, se tienen P(4,3) = 24 arreglos, que son:

abc abd bcd acd
acb adb bdc adc
bac bad cbd cad
bca bda cdb cda
cab dab dbc dac
cba dba dcb dca

Si descartamos el orden en el que las letras están enumeradas tenemos 4 combinaciones: abc abd bcd acd Así, C(4,3) = 4, se toma como subconjuntos de tres elementos del conjunto {a,b,c,d} . Vemos que cada una de estas combinaciones se puede arreglar de 6 (3!) modos, para dar la lista de permutaciones. Por tanto, P(4,3) = 24 = 3!C(4,3).

Variaciones de cinco elementos tomados de dos en dos:

Primero ordenamos los elementos en línea a, b, c, d y e.

Tenemos: $V_2^5 = 5 \cdot 4 = 20$

Ver tabla 1

Tabla 1

a,b	a,c	a,d	a,e	b,c	b,d	b,e	c,d	c,e	d,e
b,a	c,a	d,a	e,a	c,b	d,b	e,b	d,c	e,c	e,d

Combinaciones de cinco elementos tomados de dos en dos:

Coinciden con la primera fila de la tabla_1 y se forman igual que ésta.

$\boxed{C_2^5 = \frac{5!}{(5-2)!\cdot 2!} = 10}$ Subconjuntos tomados dos en dos de $\{a, b, c, d, e\}$

En permutaciones se tiene en cuenta el orden en que aparecen, en cambio en las combinaciones no se toma en cuenta el orden en que aparecen. Se resuelven diversos problemas de aplicación.

CIERRE (reflexión, evaluación)
¿Qué tema hicimos hoy?, ¿Les ha gustado?
Se deja cinco ejercicios.

Ayacucho, 25 de noviembre del 2015.

Análisis combinatorio

ACTIVIDAD 1

a) Responda. ¿Cuántos resultados diferentes se puede obtener lanzando una moneda o un dado?
Ejecute con el material concreto. Expresar en forma gráfica. Hacer un diagrama y simbolizar.

b) Responda. ¿Cuántos resultados diferentes se puede obtener lanzando una moneda y un dado a la vez?
Ejecute con el material concreto. Expresar en forma gráfica. Hacer un diagrama y simbolizar.

ACTIVIDAD 2

a) Dos estudiantes (A y B) ¿de cuántas maneras diferentes alineadas pueden ordenarse para tomarse una foto de recuerdo?.
Materializar con dos integrantes del grupo.

Expresar en forma gráfica. Hacer un diagrama y simboliza. Un modelo de cálculo ¿cómo sería?

b) Tres estudiantes (A , B y C) ¿de cuántas maneras diferentes alineadas pueden ordenarse para tomarse una foto de recuerdo?
Concretizar con tres integrantes del grupo.

Expresar en forma gráfica. Hacer un diagrama y simboliza. Un modelo de cálculo ¿cómo sería?

Si fueran cuatro estudiantes (A, B, C y D) ¿cómo sería el modelo?

- ¿De cuántas maneras diferentes tres estudiantes (A, B y C) pueden sentarse alrededor de una mesa circular?

ACTIVIDAD 3

Tres estudiantes (A , B y C) ¿de cuántas maneras pueden sentarse en dos sillas?

Concretizar con tres integrantes del grupo.

Expresar en forma gráfica.

Hacer un diagrama y simbolizar. Un modelo de cálculo ¿cómo sería?

ANEXO N° 07. RESUMENES DE CLASES TRADICIONALES.

Una clase expositiva es una exposición extensa en la que el profesor presenta información de forma organizada y en una secuencia lógica. Se caracteriza por largos periodos de discurso ininterrumpido por parte del profesor, en los que los estudiantes quedan relegados al rol de espectadores pasivos en clase. Normalmente, en las clases expositivas el profesor utiliza unos apuntes de referencia, y ocasionalmente, ayudas visuales para mejorar la presentación.

RESUMEN N°01.

I. SISTEMAS DE NUMERACIÓN

Los números se pueden representar en distintos sistemas de numeración que se diferencian entre sí por su base. Así el sistema de numeración decimal es de base 10, el binario de base 2, el octal de base 8 y el hexadecimal de base 16. El diseño de todo sistema digital responde a operaciones con números discretos y por ello necesita utilizar los sistemas de numeración y sus códigos. En los sistemas digitales se emplea el sistema binario debido a su sencillez.

Cualquier número de cualquier base se puede representar mediante la siguiente ecuación polinómica:

$$N = a_1 \cdot b^n + a_2 \cdot b^{n-1} + a_3 \cdot b^{n-2} + \ldots + a_0 \cdot b^0 + a_{-1} \cdot b^{-1} + \ldots$$

Siendo b la base del sistema de numeración. Se cumplirá que b>1; a_i es un número perteneciente al sistema que cumple la siguiente condición: $0 \leq a_i < b$.

1.1. SISTEMA DECIMAL

Su origen lo encontramos en la India y fue introducido en España por los árabes. Su base es 10. Emplea 10 caracteres o dígitos diferentes para indicar una determinada cantidad: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. El valor de cada símbolo depende de su posición dentro de la cantidad a la que pertenece. Veámoslo con un ejemplo:

$$136_{10} = 1 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0$$

$$136{,}42_{10} = 1 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2}$$

1.2. SISTEMA BINARIO. Es el sistema digital por excelencia, aunque no el único, debido a su sencillez. Su base es 2 Emplea 2 caracteres: 0 y 1. Estos valores reciben el nombre de bits (dígitos binarios). Así, podemos decir que la cantidad 10011 está formada por 5 bits. Veamos con un ejemplo como se representa este número teniendo en cuenta que el resultado de la expresión polinómica dará su equivalente en el sistema decimal:

$$10011_2 = 1 \cdot 10^4 + 0 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0 = 19_{10}$$

1.3. SISTEMA OCTAL. Posee ocho símbolos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Su base es 8. Este sistema tiene una peculiaridad que lo hace muy interesante y es que la conversión al sistema binario resulta muy sencilla ya que, $8 = 2^3$. Así, para convertir un número de base 8 a binario se sustituye cada cifra por su equivalente binario en el apartado 1.5. Conversiones se estudiará esta conversión.

1.4. SISTEMA HEXADECIMAL. Está compuesto por 16 símbolos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F. Su base es 16. Es uno de los sistemas más utilizados en electrónica, ya que además de simplificar la escritura de los números binarios, todos los números del sistema se pueden expresar en cuatro bits binarios al ser $16 = 2^4$. La conversión de un número hexadecimal a uno binario es muy sencilla al igual que en el sistema octal, profundizaremos en ello en el apartado 1.5.

1.5. CONVERSIONES

CONVERSIÓN ENTRE BINARIO Y DECIMAL

Si la conversión es de binario a decimal, aplicaremos la siguiente regla: se toma la cantidad binaria y se suman las potencias de 2 correspondientes a las posiciones de todos sus dígitos cuyo valor sea 1. Veamos dos ejemplos:

$101111_2 = 1.2^5+0.2^4+1.2^3+1.2^2+1.2^1+1.2^0 = 45_{10}$

$10101_2 = 1.2^4+0.2^3+1.2^2+0.2^1+1.2^0 = 21_{10}$

Si la conversión es de decimal a binario, aplicaremos la siguiente regla: se toma la cantidad decimal dada y se divide sucesivamente entre 2. Los restos obtenidos en cada división (0, 1), forman la cantidad binaria pedida, leída desde el último cociente al primer resto. Se presentaran los ejemplos en forma de tabla debido a la dificultad que supone utilizar el sistema tradicional de división con el editor:

<table>
<tr><th>Nº Decimal</th><th>Base</th><th>Cociente</th><th>Resto</th><td rowspan="7">$107_{10} = 1101011_2$</td></tr>
<tr><td>107</td><td>2</td><td>53</td><td>1</td></tr>
<tr><td>53</td><td>2</td><td>26</td><td>1</td></tr>
<tr><td>26</td><td>2</td><td>13</td><td>0</td></tr>
<tr><td>13</td><td>2</td><td>6</td><td>1</td></tr>
<tr><td>6</td><td>2</td><td>3</td><td>0</td></tr>
<tr><td>3</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="9">Cuando tengamos un número con decimales seguiremos el siguiente procedimiento: multiplicaremos por 2 la parte decimal y se toma como digito binario su parte entera. El proceso se repite con la fracción decimal resultante del paso anterior, hasta obtener una fracción decimal nula, o bien hasta obtener el número de cifras binarias que se desee. Ejemplo: 107,645. Como anteriormente convertimos 107 a binario, el resultado de la conversión quedaría así:
$1101011,10100101_2$</td><th>Fracción decimal</th><th>Multiplicado por:</th><th>Resultado</th><th>Dígito binario</th></tr>
<tr><td>0,645</td><td>2</td><td>1,290</td><td>1</td></tr>
<tr><td>0,290</td><td>2</td><td>0,580</td><td>0</td></tr>
<tr><td>0,580</td><td>2</td><td>1,160</td><td>1</td></tr>
<tr><td>0.160</td><td>2</td><td>0,320</td><td>0</td></tr>
<tr><td>0,320</td><td>2</td><td>0.64</td><td>0</td></tr>
<tr><td>0.64</td><td>2</td><td>1.28</td><td>1</td></tr>
<tr><td>0.28</td><td>2</td><td>0.56</td><td>0</td></tr>
<tr><td>0.56</td><td>2</td><td>1.12</td><td>1</td></tr>
</table>

CONVERSIÓN ENTRE OCTAL Y BINARIO

Si la conversión es de octal a binario cada cifra se sustituirá por su equivalente binario. Tendremos en cuenta la siguiente tabla para hacer la conversión de modo más rápido:

Carácter octal	Nº binario	
0	000	Ejemplo: $55,35_8$
1	001	
2	010	Resultado: $101\ 101,\ 011\ 101_2$
3	011	
4	100	
5	101	
6	110	
7	111	

Si la conversión es de binario a octal se realiza de modo contrario a la anterior conversión, agrupando los bits enteros y los fraccionarios en grupos de 3 a partir de la coma decimal. Si no se consiguen todos los grupos de tres se añadirán, los ceros que sean necesarios al último grupo, veámoslo con un ejemplo:

	Agrupación	Equivalente octal
Ejemplo: $11011111,11111_2$	010	2
Resultado: $237,76_8$	011	3
Observa como ha sido necesario añadir un cero en la última agrupación de la parte entera y otro en la parte fraccionaria para completar los grupos de 3 dígitos.	111	7
	,	,
	111	7
	110	6

CONVERSIÓN ENTRE OCTAL Y DECIMAL

Si la conversión es de octal a decimal se procederá como observas en el ejemplo:

$$740_8 = 7.8^2+4.8^1+4.8^0 = 484_{10}$$

Si la conversión es de decimal a octal se procederá de modo similar a la conversión de decimal a binario, pero dividiendo *entre 8*. Comprueba los resultados en el siguiente ejemplo:

$$426_{10} = 652_8$$

CONVERSIÓN ENTRE BINARIO Y HEXADECIMAL

La conversión entre binario y hexadecimal es igual al de la conversión octal y binario, pero teniendo en cuenta los caracteres hexadecimales, ya que se tienen que agrupar de 4 en 4. La conversión de binario a hexadecimal se realiza según el ejemplo siguiente:

Sistema binario	Sistema Hexadecimal	
0000	0	Ejemplo: $1011111,110001_2$
0001	1	
0010	2	Agrupando obtenemos el siguiente resultado: $0101\ 1111,\ 1100\ 0100_2$
0011	3	
0100	4	Sustituyendo según la tabla logramos la conversión esperada:
0101	5	
0110	6	
0111	7	$5F,\ C4_{16}$
1000	8	

1001	9	
1010	A	
1011	B	
1100	C	
1101	D	
1110	E	
1111	F	

La conversión de hexadecimal a binario simplemente sustituiremos cada carácter por su equivalente en binario, por *ejemplo:* $69DE_{16}$= 0110 1001 1101 1110_2.

1.6. EJERCICIOS PROPUESTOS:

Para pasar de binario a decimal

a) 11001_2 Solución: 25_{10}
b) 1011011011_2 Solución: 731_{10}

Pasar de hexadecimal a binario

a) $86BF_{16}$ Solución: 1000011010111111_2
b) $2D5E_{16}$ Solución: 0010110101011110_2

Pasar de octal a decimal :a) 106_8 Solución: 70_{10}
b) 742_8 Solución: 482_{10}

II. DIVISIBILIDAD. MCM y MCD

NUMEROS PRIMOS

Un número entero *P* es primo si es un número mayor que 1 y los únicos enteros que lo dividen son 1, -1, *P* y *–P*. A los números de la forma *–P* donde es un primo les llamaremos primos negativos
Por ejemplo: 5, es divisible por (1, -1, 5, -5), primo positivo.
-5, es divisible por (1, -1, 5, -5), primo negativo.

La sucesión de los números primos, (positivos), comienza con 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17,...
Hay infinitos números primos, es decir, existen números primos tan grandes como se quiera. La distribución de los números primos es muy irregular. Hay algunos que son números impares consecutivos, como 3 y 5; estos se llaman ***primos gemelos***.
El MCD de dos enteros *a y b* es el mayor entero positivo que divide a *a* y *b* con resto cero. Si el MCD de dos enteros es 1, se dice que los dos números son ***primos relativos*** o ***primos entre sí***.A los números que son el producto de dos o más primos les llamaremos ***compuestos***.

Teorema Fundamental De La Aritmética

Todo entero n > 1 puede descomponerse de manera única como un producto de potencias de números primos de la siguiente manera:

$$n = p_1^{a_1} p_2^{a_2} \dots p_n^{a_n}$$

donde las $p_1, p_2, \dots, p_n$ *son primos tal que:* $p_1 < p_2 < \dots < p_n$ *y* $a_1, a_2, \dots, a_n$ *son enteros positivos.*

Por ejemplo:
$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$
$825 = 3 \times 5^2 \times 11$

$46137 = 3 \times 7 \times 13^3$

DIVISIBILIDAD

Un número es divisible entre otro cuando lo contiene exactamente un número entero de veces. *En otras palabras si un número divide a otro número, el cociente debe ser exacto.*

Definición. Sean a y b dos números enteros. Decimos que a divide a b (lo que simbolizamos con $a \mid b$) si existe un entero c tal que $b = (a)(c)$

Esto equivale a decir, que b es múltiplo de a. O que la división $b \div a$ no deja residuo.

Si a no divide a b, escribimos $a \nmid b$. Esto es lo mismo que decir que la división $b \div a$ deja residuo.

Ejemplos:

$3 \mid 12$ *pues* $12 = 4 \times 3$

$4 \nmid 10$ ya que no existe un entero c tal que $10 = 4c$.

$4 \mid 20$ ya que si $c = 5$, $20 = 4c$.

$3 \mid 0$ dado que $0 = 3c$ cuando $c = 0$.

$1 \mid 5$ puesto que $5 = 1 \times 5$

$5 \nmid 1$ dado que $1 \neq 5c$ para cualquier entero c.

Para cualquier entero a, $a + 1 \mid a^2 - 1$. Ya que $a^2 - 1 = (a + 1) \times k$, con $k = a - 1$.

Criterios de divisibilidad

A continuación damos algunos criterios de divisibilidad que facilitan la búsqueda de los factores primos.

Divisibilidad por 2

Un número es divisible por 2 cuando termina en cero o cifra par.

Divisibilidad por 3

Un número es divisible por 3 cuando la suma de sus dígitos es un múltiplo de 3. Por ejemplo: 168351 es divisible por 3 pues 1 + 6 + 8+ 3 + 5 + 1 = 24, el cuál es múltiplo de 3.

Divisibilidad por 5

Un número es divisible por 5 cuando termina en cero o en cinco.

Divisibilidad por 7

Un número es divisible por 7 cuando separando la primera cifra de la derecha, multiplicándola por 2, restando este producto de lo que queda a la izquierda y así sucesivamente, da cero o múltiplo de 7.

Veamos un ejemplo: ¿2401 es divisible por 7?

240_1 x 2 = 2, 240 - 2 = 238, 23_8 x 2 = 16, 23 - 16 = 7.

Entonces, 2041 sí es divisible por 7. Verifiquemos:

2401 / 7 = 343.

Divisibilidad por 11

Un número es divisible por 11 cuando la diferencia entre la suma de los dígitos que ocupan un lugar impar, y la suma de los dígitos de lugar par, (puede ser de derecha izquierda ó inversamente es decir, que la diferencia pudiera dar negativa), es cero o múltiplo de 11.

Por ejemplo. Veamos si 94378 es divisible por 11:

9<u>4</u>3<u>7</u>, de derecha a izquierda:

Pares (subrayados): 4 y 7, 4 + 7 = 11

Impares: 9, 3 y 8, 9 + 3 = 12

Impares - Pares = 12 - 11 = 1, luego 9437 no es divisible por 11. (Verifíquelo)

Divisibilidad por 13, 17 y 19

El procedimiento para investigar la divisibilidad por 13, 17 y 19 es similar al de la divisibilidad por 7, sólo que al separar la primera cifra de la derecha, ésta se multiplica por 9, 5 y 17 respectivamente; siendo un número divisible por 13, 17 y 19 si al final del proceso sobra un cero o un múltiplo de 13, cero o un múltiplo de 17, cero o un múltiplo de 19.

Ejemplo. Investigar la divisibilidad de 1501.

Con 13:

150_1 x 9 = 9, 150 - 9 = 141, 14_1 x 9 = 9, 14 - 9 = 5.

No es divisible por 13.

Con 17:

150_1 x 5 = 5, 150 - 5 = 145, 14_5 x 5 = 25, 14 - 25 = -11.

No es divisible por 17.
150_1 x 17 = 17,   150 - 17 = 133,   13_3 x 17 = 51,   13 - 51 = -38.
Si es divisible por 19. Verifiquemos:
1501 / 19 = 79.

MINIMO COMÚN MÚLTIPLO (MCM) Y MÁXIMO COMÚN DIVISOR (MCD)

En ocasiones es conveniente conocer el menor de los múltiplos comunes (MCM), y el mayor de los divisores comunes (MCD) de varios números enteros. La regla de obtener dichos números es:

- Para encontrar el MCM de varios números enteros se multiplican los factores primos comunes y no comunes de los números tomados con sus mayores exponentes.
- Para encontrar el MCD de varios números enteros se multiplican los factores primos comunes de los números tomados con sus menores exponentes.

Si m es el MCD de a y b esto se denotará por m = (a, b); otra manera de calcular el MCD es usando el ***algoritmo de Euclides***, el cual se basa en la siguiente propiedad:
Si $m = (a, b)$ y $a = bq + r$ con $0 \leq r < b$, entonces $m = (b, r)$.
Y consiste en lo siguiente:
Dividimos a / b obteniendo un residuo r_1, después dividimos b / r_1 y obtenemos un residuo r_2, a continuación dividimos r_1 / r_2 obteniendo un residuo r_3, y así sucesivamente hasta llegar a un residuo cero, el MCD de a y b será el último residuo diferente de cero.
El algoritmo de Euclides se incluye aquí debido a su utilidad en la demostración de algunos teoremas importantes de la divisibilidad entre enteros.
Ejemplos. Usando el ***algoritmo de Euclides***, encontrar el MCD de:
a) 328 y 1804;
b) 105 y 385

a) 1804 / 328 = 5 y resto = 164
328 / 164 = 2 y resto = 0   Por lo tanto (1804, 328) = 164
b) 385 / 105 = 3 y resto = 70
105 / 70 = 1 y resto = 35
70 / 35 = 2 y resto = 0   Por lo tanto (385, 105) = 35
Otra propiedad importante del MCD es que:
Si $a > b$ $(a,b) = (b,a-b)$.
Ejemplo. Calcular (1001,1000)
Solución: (1001,1000) = (1000,1001 –1000) = (1000,1) = 1.

EJERCICIOS

1. Alicia va al club cada día, Beatriz va cada 2 días, Carlos va cada 3, Daniel cada 4, Enrique cada 5, Francisco cada 6 y Gabriela cada 7. Si hoy están todos en el club, ¿Dentro de cuántos días volverán a reunirse?

2. En un concurso de baile los jueces califican a los competidores con números enteros. El promedio de las calificaciones de un competidor es 5.625. ¿Cuál es el número mínimo de jueces para que eso sea posible?

3. La maestra distribuyó la misma cantidad de dulces entre cada uno de 5 niños y se quedó tres para ella misma. No se acuerda cuántos dulces tenía, pero se acuerda que era un múltiplo de 6 entre 65 y 100. ¿Cuántos dulces tenía?
4. 96 niños en un campamento de verano van a separarse en grupos de forma que cada grupo tenga el mismo número de niños. ¿De cuántas maneras puede hacerse la separación si cada grupo debe de tener más de 5 pero menos de 20 niños?
5. Al hacer la división de 1 entre 5^{2000}, ¿cuál será el último dígito que aparezca antes de llegar a puros ceros?
6. Un número entero positivo es múltiplo de exactamente 8 enteros positivos (incluyendo a él mismo y a la unidad). Si es múltiplo de 21 y de 35, ¿cuál es el número?
7. A Julio le dieron el número secreto de su nueva tarjeta de crédito, y observó que la suma de los cuatro dígitos del número es 9 y ninguno de ellos es 0; además el número es múltiplo de 5 y mayor que 1995. ¿Cuál es la tercera cifra de su número secreto?
8. ¿Cuántos números múltiplos de 6 menores que 1000 tienen la propiedad de que la suma de sus cifras es 21?
9. Un niño corta un cuadrado de tres días por tres días de la página de un calendario. Si la suma de las nueve fechas es divisible entre 10 y sabemos que la fecha de la esquina superior izquierda es múltiplo de 4, ¿cuál es la fecha de la esquina inferior derecha?
10. ¿Cuántas parejas de enteros positivos a y b satisfacen que $a^2 - b^2 = 15$?
11. Una sucesión se forma de la manera siguiente: el primer término es 2 y cada uno de los términos siguientes se obtiene del anterior elevándolo al cuadrado y restándole 1 (los primeros términos son 2, $2^2 - 1 = 3$, $3^2 - 1 = 8$, $8^2 - 1 = 63$, ...). La cantidad de números primos que hay en la sucesión es:
12. ¿Cuál de los siguientes números es más grande?

(a) 2^{12} (b) 4^{15} (c) 8^{11} (d) 12^{8} (e) 32^{6}

13. ¿Cuántas cifras tiene el número $2^{1998} \times 5^{2002}$?

Ayacucho, setiembre de 2015.

RESUMEN N°02.

ELEMENTOS DE GEOMETRÍA PLANA. ANGULOS

• **Proposición**. Enunciado de un hecho, ley, principio o de una cuestión por resolver.
• **Axioma**. Proposición, que siendo evidente, no requiere demostración.
• **Postulado**. Proposición cuya verdad, aunque no tenga la evidencia de un axioma, se admite sin demostración.
• **Teorema**. Proposición cuya verdad necesita demostración.
• **Corolario**. Proposición que es consecuencia inmediata de otra y cuya demostración requiere poco o ningún razonamiento nuevo.
• **Hipótesis**. En un teorema, es lo que se supone dado o cierto. Es la información con la que se cuenta para demostrar el teorema.
• **Tesis**. *En un teorema*, es lo que se quiere demostrar, la expresión o propiedad geométrica o matemática que se deducirá a partir de la hipótesis.

Ejemplos de axiomas
1. Si a cantidades iguales se suman o sustraen cantidades iguales, los resultados son iguales.
2. Si cantidades iguales se multiplican o dividen por cantidades iguales, los resultados son iguales (este axioma no se aplica cuando el divisor es cero).
3. Dos cantidades iguales a una tercera son iguales entre sí.
4. Toda cantidad puede reemplazarse por su igual.
5. Si una cantidad es mayor que otra, y ésta mayor que una tercera, la primera es mayor que la tercera.

Ejemplos de postulados
1. Por dos puntos dados cualesquiera puede hacerse pasar una recta y sólo una.
2. El camino más corto entre dos puntos es la recta que los une.
3. Es siempre posible describir una circunferencia de centro y radio dados.
4. Toda figura puede hacerse cambiar de posición sin alterar su forma ni sus dimensiones.
5. Todos los ángulos de lados colineales son iguales.

Ejemplos de corolarios
1. Dos puntos determinan una recta.
2. Dos rectas no pueden cortarse en más de un punto.
3. Todos los ángulos rectos son iguales.
4. En un punto cualquiera de una recta puede levantarse un perpendicular a esa recta y sólo una.
5. Ángulos iguales tienen complementos iguales, suplementos iguales y conjugados iguales.

Ejemplos de teoremas
1. Si un segmento es dado, entonces este tiene exactamente un punto medio.
2. Si dos ángulos son congruentes y suplementarios, entonces cada ángulo es un ángulo recto.
3. Si dos ángulos son complementarios con dos ángulos congruentes, entonces los dos ángulos son congruentes entre sí.
4. Si un triángulo es equiangular, entonces el triángulo es equilátero.
5. Si dos secantes intersecan en el interior de un circulo, entonces la medida del ángulo formado es un medio de la suma de las medidas de los arcos interceptados por el ángulo y su ángulo vertical.

.ÁNGULOS

Definición y clasificación de ángulos

Definición: Un ángulo es la figura formada por dos semirrectas que se interceptan en un punto. Las semirrectas son los lados del ángulo y el punto de intersección es su vértice.

Los ángulos se clasifican de la siguiente manera:
1. Según su medida:

Ángulo	Definición	Ejemplos
Ángulo agudo θ	$0° < \theta < 90°$	12°, 45°, 89°
Ángulo recto θ	$\theta = 90°$	
Ángulo obtuso θ	$90° < \theta < 180°$	91°, 157°, 179°
Ángulo llano o rectilíneo	$\theta = 180°$	
Ángulo reflejo o entrante	$180° < \theta < 360°$	190°, 240°, 350°

2. Por pares de ángulos:

Pares de ángulos	Definición	Ejemplos
Ángulos complementarios α y β	$\alpha + \beta = 90°$	21°,79°; 0°, 90° ; 45°, 45°
Ángulos suplementarios α y β	$\alpha + \beta = 180°$	115°, 65° ; 2°, 178° ; 50°, 130°
Ángulos conjugados α y β	$\alpha + \beta = 360°$	36°, 324° ; 103°, 257° ; 180°, 180°

Ángulos en grados y radianes

Existen dos sistemas generalmente usados para medir los ángulos. En matemáticas elementales el sistema más empleado es el de la medida en grados, en éste la unidad es el grado, el cual es igual al

ángulo central que subtiende un arco cuya longitud es igual a 1/360 de la longitud de la circunferencia. El grado se subdivide en 60 minutos y el minuto en 60 segundos.

Otro sistema es el de medida circular, en éste la unidad es el radián entendido como la medida del ángulo central de una circunferencia subtendido por un arco igual en longitud al radio de la circunferencia.

Para calcular la medida en radianes correspondientes a 360°, se debe encontrar el número de veces que se puede trazar un arco circular de longitud r a lo largo de la circunferencia, resultando un número irracional. Como el perímetro de la circunferencia es 2π, el número de veces que r unidades se pueden trazar es 2π radianes corresponden a 360°.

Relaciones entre grados y radianes

1) $180° = \pi$ radianes 2) $1° = \pi/180$ radianes $= 0{,}0175$ rad 3) 1 radián $= 180°/\pi \approx 57.29°$

Cuando se usa la medida angular en radianes, no debe indicarse unidades; en consecuencia, si un ángulo mide 5 radianes, se escribe $\theta = 5$, en lugar de $\theta = 5$ radianes.

Ejercicios:

Los ángulos siguientes están dados en medida circular (radianes), expresarlos en grados.

1) $\frac{\pi}{3}$ 2) $\frac{7\pi}{5}$ 3) $\frac{5\pi}{6}$ 4) $\frac{\pi}{2}$ 5) $\frac{\pi}{4}$ 6) $\frac{4\pi}{3}$

7) 1.6 8) $\frac{1}{2}$ 9) 3 10) $\frac{3\pi+2}{5}$ 11) $\frac{\pi+1}{6}$ 12) $\frac{4\pi-1}{3}$

Expresar los ángulos siguientes en radianes.

13) 22.5°	14) 142° 43' 2''	15) 45.6°	16) 135°
17) 125° 23' 19''	18) 243.87°	19) 100.28°	20) 60°
21) 120°	22) 990°	23) 720°	24) 205° 35' 4''

PROBLEMAS RESUELTOS SOBRE ÁNGULOS

1. Encontrar la medida de un ángulo; sabiendo que dicho ángulo es igual a un octavo de su suplemento.

a. 10° b. 20° c. 25° d. 30° e. 45°

Resolución

Sea "Φ" la medida del ángulo.

Suplemento de Φ = 180° – Φ .... (1).

Del dato:

$\phi = \frac{1}{8}$ (*suplemento de* ϕ)................................(2).

Reemplazando (1) en (2):

$$\phi = \frac{1}{8}(180° - \phi) \Rightarrow 8\phi = 180° - \phi$$

∴ Φ = 20° Rpta. B

2. La diferencia entre el suplemento y el complemento de la medida de un ángulo es igual al séxtuplo de la medida del ángulo. ¿Cuánto mide el ángulo?

a. 10° b. 15° c. 20° d. 30° e. 60°

Resolución

Sea "Φ" la medida de un ángulo.

Suplemento de Φ = 180° – Φ .... (1).

Suplemento de Φ = 90° – Φ .... (2).

Del dato:

Suplemento de Φ – complemento de Φ = 6. Φ...................(3)

Reemplazando (1) y (2) en (3):

(180° – Φ) – (90° – Φ) = 6. Φ

⇒ ∴180° – Φ – 90° + Φ = 6. Φ

90° = 6. Φ Φ = 15° Rpta. B

3. El suplemento del complemento del suplemento de la medida de un ángulo es igual a ocho veces la medida del ángulo. Encontrar el suplemento del triple de la medida del ángulo.

a. 100° b. 120° c. 60° d. 90° e. 80°

Resolución

Sea "Φ" la medida de un ángulo.

Suplemento de Φ = 180° – Φ

Complemento del Suplemento de Φ = 90° – (180° – Φ)

Suplemento del complemento del suplemento de Θ = 180° – [90°-(180° - Θ)] .... (1).

Del dato:

Suplemento del complemento del suplemento de Θ = 8.Θ..............(2).

Reemplazando (1) en (2):

180° – [90°- (180° - Θ)] = 8.Θ

180° – [90°- (180° + Θ)] = 8.Θ

180° – 90° + 180° – Θ = 8.Θ ⟶ 270° = 9.Θ

Θ = 30° Rpta. 90°

Ayacucho, octubre de 2015

RESUMEN N°03.

Nociones elementales sobre polígonos y sus elementos.

☑ **Línea poligonal o quebrada:** es la figura formada por varios segmentos concatenados. A los segmentos se les denomina **lados** y a los puntos de unión **vértices**. Pueden ser:

- ✓ **Abierta:** cuando el primer extremo del primer segmento no enlaza con el segundo extremo del último segmento.
- ✓ **Cerrada:** cuando el primer y el último segmento enlazan.

☑ **Polígono:** parte del plano limitada por una poligonal cerrada.

- ✓ **Convexo:** es convexo cuando la recta determinada por la prolongación de uno cualquiera de sus lados divide al plano de tal forma que todos los vértices del polígono quedan en el mismo semiplano
- ✓ **Cóncavo:** cuando no ocurre lo anterior con uno o más lados.

☑ **Perímetro:** es la suma de todos los segmentos del polígono.

☑ **Diagonal:** todo segmento que une dos vértices no consecutivos de un polígono.

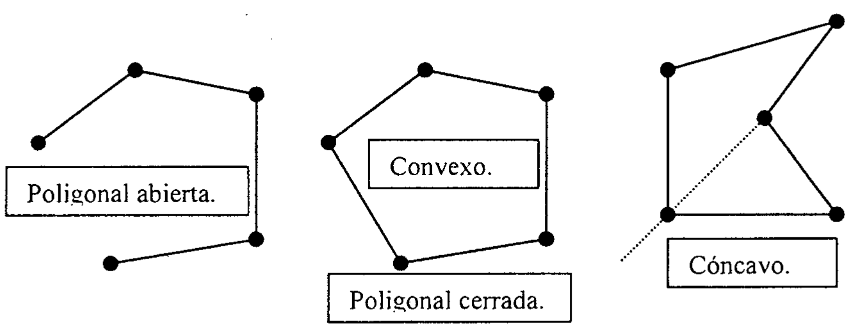
- ✓ **Número total de diagonales de un polígono:** $\boxed{d = n \cdot (n-3)}$, siendo **n** el número de lados o vértices del polígono, ya que si te fijas bien, por cada vértice solo se pueden trazar $n-3$ diagonales.
- ✓ **Número total de diagonales distintas:** $\boxed{D = \frac{n \cdot (n-3)}{2}}$, ya que todas se repiten una vez.

☑ **Ángulos:**

- ✓ **Interiores, î:** son los que abarcan uno o más lados del polígono, están formados por dos lados consecutivos.
- ✓ **Exteriores, ê:** los formados por un lado y la prolongación de su contiguo, o bien, los suplementarios de los interiores. La suma de todos ellos, en un polígono convexo, es de cuatro rectos, 360º. Como $\hat{i} + \hat{e} = 180°$, $\boxed{\sum \hat{e} = 4 \cdot 90°}$, y si **n** es el número de lados o vértices, entonces $\sum(\hat{i} + \hat{e}) = n \cdot 180°$, ya que hay tantos ángulos internos como externos, y tantos como vértices. Juntándolo todo, tenemos que $\sum(\hat{i} + \hat{e}) = \sum \hat{i} + \sum \hat{e} = n \cdot 180° \Rightarrow \sum \hat{i} = n \cdot 180° - 2 \cdot 180°$, o lo que es lo mismo $\boxed{\sum \hat{i} = (n-2) \cdot 180°}$.

☑ **Clases de polígonos:** hay varias formas de clasificarlos:

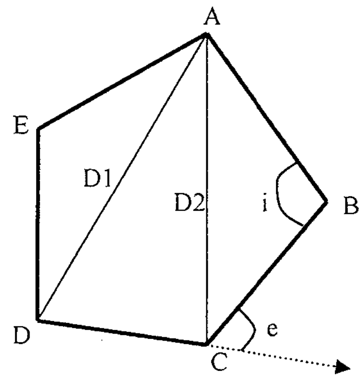
- ✓ **Atendiendo a la forma en sí:**
  - ➢ **Equiláteros:** cuando tienen los lados iguales entre sí, aunque no los ángulos.
  - ➢ **Equiángulos:** cuando tienen los ángulos iguales entre sí, aunque no los lados
  - ➢ **Regulares:** son aquellos que tienen todos sus lados y ángulos iguales entre sí.
  - ➢ **Irregulares:** cuando los ángulos y los lados no son iguales entre sí.
- ✓ **Atendiendo a sus ángulos:**



- **Convexos.**
- **Cóncavos.**

✓ **Atendiendo al número de lados:**

- **Triángulos**, tienen tres lados.
- **Cuadriláteros**, tienen cuatro lados.
- **Pentágonos**, tienen cinco lados.
- **Hexágonos**, tienen seis lados.
- **Heptágonos**, tienen siete lados.
- **Octágonos u octógonos**, tienen ocho lados.
- **Eneágonos**, tienen nueve lados.
- **Decágonos**, tienen diez lados.
- **Undecágonos**, tienen once lados.
- **Dodecágonos**, tienen doce lados.
- **Pentadecágonos**, tienen quince lados.
- **Icosígonos**, tienen veinte lados.
- ....
- Para el resto de los casos se suelen nombrar como "polígono de *n-lados*".



Diagonales por el vértice A, D1 y D2.
i ángulo interno y e ángulo externo.

☑ **Polígonos regulares:**

✓ **Centro:** es el punto equidistante de los vértices, es el centro de la circunferencia circunscrita al mismo, y también el centro de la circunferencia inscrita.

> - Un polígono se dice inscrito a una circunferencia cuando todos sus vértices están situados sobre la misma y sus lados son cuerdas de ella. De tal circunferencia se dice que está circunscrita al polígono.
> - Un polígono se dice circunscrito a una circunferencia cuando todos sus lados son tangentes a la misma. De tal circunferencia se dice que está inscrita al polígono.

✓ **Radio, r:** es la distancia del centro a un vértice, es el radio de la circunferencia circunscrita al polígono.

✓ **Apotema, a:** es la distancia del centro a un lado, es el radio de la circunferencia inscrita al polígono.

✓ **Ángulo central, ĉ:** es el ángulo formado por dos radios consecutivos. La suma de todos ellos es de cuatro rectos, dos llanos o 360º. Luego, un ángulo central de un polígono de **n-lados** vale $\boxed{\hat{c} = \frac{360°}{n}}$.

✓ **Ángulo interior, î:** un ángulo interior de un polígono regular de **n-lados** vale $\boxed{\hat{i} = \frac{180° \cdot (n-2)}{n}}$.

✓ **Ángulo exterior, ê:** un ángulo exterior de un polígono regular de **n-lados** vale $\boxed{\hat{e} = \frac{360°}{n}}$, luego se deduce que:

- $\boxed{\hat{e} = \hat{c}}$, $\boxed{\hat{e} + \hat{i} = \hat{c} + \hat{i} = 180°}$.

Actividades de aplicación.

P1.- El ángulo exterior de un polígono mide 85º. ¿Cuánto medirá el ángulo interior correspondiente?.

P2.- Calcular la suma de los ángulos interiores de un pentágono. Si fuera regular, ¿Cuánto mediría cada uno?.

P3.- ¿Cuánto mide el ángulo interior de un hexágono regular?.

P4.- ¿Cuál es el polígono cuyos ángulos interiores suman 1260º?.

P5.- ¿Cuál es el polígono regular cuyo ángulo exterior mide 45º?.

P6.- ¿Puede haber un polígono regular cuyo ángulo exterior mida 75º?. ¿Y con un ángulo interior de igual medida?.

P7.- ¿Cuánto vale la suma del ángulo interior y del ángulo exterior de un decágono regular?.

P8.- ¿Cuánto vale el ángulo interior de un polígono regular de doce lados?.

P9.- ¿Cuánto vale el ángulo exterior de un pentágono regular?.

P10.- El ángulo interior de un polígono regular mide 156º. ¿Cuántos lados tiene el polígono?.

P11.- El ángulo exterior de un polígono regular vale 20º. ¿Cuántos lados tiene el polígono?.

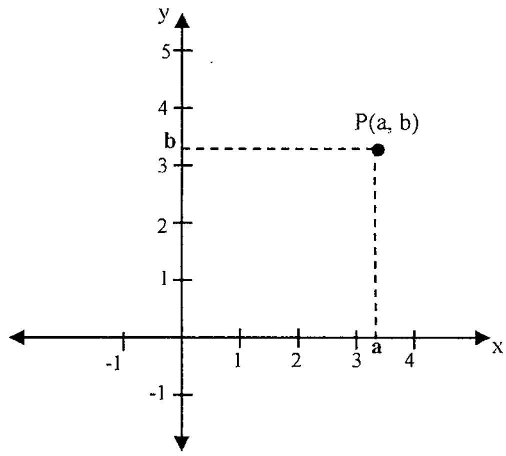
P12.- ¿Cuántos lados posee el polígono cuyos ángulos interiores suman 2340º?.

Ayacucho, noviembre de 2015.

RESUMEN N°04.

LA LINEA RECTA Y SUS ECUACIONES.

Ejes de coordenadas



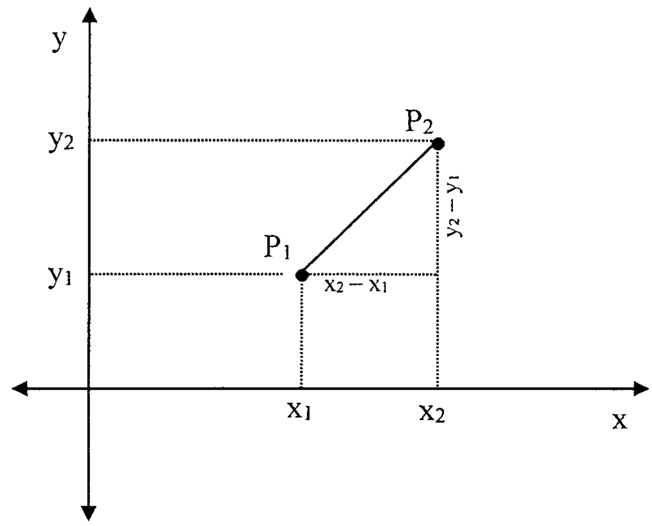
El sistema de ejes coordenados está formado por dos rectas numéricas, una horizontal y otra vertical llamadas ejes.

El eje horizontal (eje x) se denomina eje de las abscisas y el eje vertical (eje y) se denomina eje de las ordenadas.

Sobre el sistema de ejes coordenados es pueden ubicar todos los pares ordenados de la forma (a, b), como lo muestra la figura.

En el punto P(a, b) los elementos a y b se llaman coordenadas del punto P

Distancia entre dos puntos



Supongamos que $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$
Son dos puntos del plano tal como se observa en la figura.

La distancia entre P_1 y P_2 se puede determinar, por ejemplo, mediante el teorema de Pitágoras, de la siguiente manera:

$$\left(\overline{P_1P_2}\right)^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

Así la distancia de P_1 a P_2 es:

$$\overline{P_1P_2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

__Ejemplo:__ La distancia entre los puntos A(-4, 7) y B(3, -5) es:

$$\overline{AB} = \sqrt{(3 - (-4))^2 + (-5 - 7)^2}$$

$$= \sqrt{49 + 144}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{193}$$

Representación gráfica de la línea recta

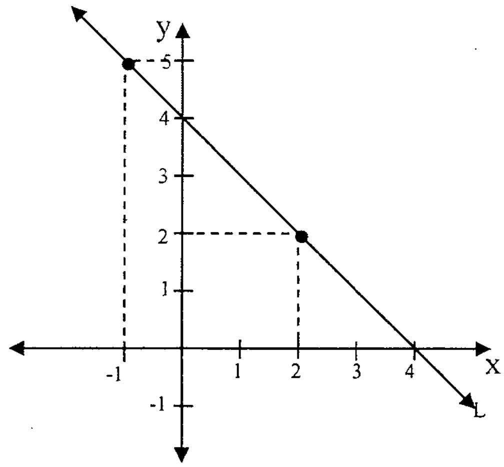
En toda igualdad de la forma $ax + by = c$, donde $a, b, c \in \mathbb{R}$, representa una ecuación lineal con dos incógnitas, las soluciones son pares ordenados de la forma (x, y). Este par ordenado (x, y) corresponde a un punto del plano cartesiano.

<u>Ejemplo</u>: la ecuación L: $x + y = 4$

Tabla de valores

X	y	(x, y)
2	2	(2, 2)
1	3	(1, 3)
0	4	(0, 4)
-1	5	(-1, 5)

Gráfico



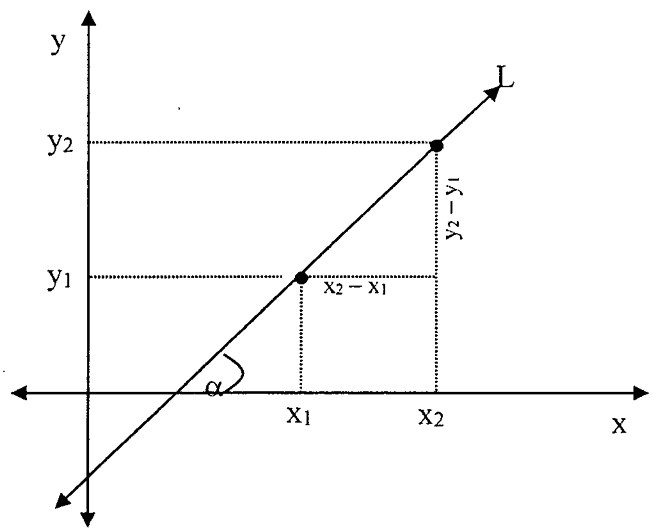
<u>Observaciones:</u>

- A toda ecuación lineal (de primer grado) con dos incógnitas le corresponde gráficamente una recta.
- Cada par ordenado de números (x, y) corresponde a las coordenadas de un punto que es solución de la ecuación dada, es decir satisface esta ecuación.
- Los puntos que cada par ordenado representa pertenecen a la recta correspondiente.

PENDIENTE DE UN RECTA

Se denomina pendiente "m" de una recta al grado de inclinación "α" que tiene respecto del eje de las abscisas (eje x)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



Ejercicios

Supongamos que se tienen 4 rectas L_1, L_2, L_3 y L_4 de modo que :

L_1 pasa por los puntos: A(1, 2) y B(2, 1)

L_2 pasa por los puntos: P(1, 2) y Q(5,2)

L_3 pasa por los puntos: D(1,2) y E(1,-5)

L_4 pasa por los puntos: R(1,2) y T(-2,-6)

1. Grafica cada una de éstas rectas en un mismo sistema de ejes cartesianos.
2. Calcula la pendiente de cada una de éstas rectas.
3. Establece conclusiones válidas en relación a la inclinación de cada una de estas rectas con respecto al eje x y compáralo con el valor de su pendiente.
4. ¿Qué ocurre cuando $y_2 = y_1$?, ¿y si $x_2 = x_1$?
   Interpreta y dibuja las siguientes situaciones:

5. $m = \frac{2}{3}$

6. $m = \frac{-2}{3}$

Dado el cuadrilátero ABCD cuyos vértices son los puntos A(1,2), B(5,2), C(3,4) y D(7,4)

7. Demuestra que éste cuadrilátero es un paralelógramo.
8. Calcula el perímetro del paralelógramo.

   Decimos que tres o mas puntos son colineales cuando pertenecen a una misma línea recta, determina, en cada caso, si los puntos son o no colineales. Realiza además el gráfico correspondiente:

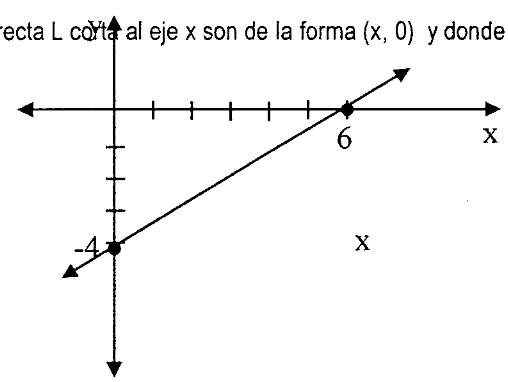
9. A(2, 3) ; B(4, 5) ; C(6, 7)
10. A(-5, 1) ; B(1, 15) ; C(-4, 15)

Haz el gráfico correspondiente a las siguientes rectas, en un mismo sistema de ejes coordenados y establece conclusiones válidas respecto a lo que observas en ellas.

11. L_1: $y = 2x - 1$
12. L_3: $x + y = -3$
13. L_4: $y = x$
14. L_5 : $2x - y + 3 = 0$
15. L_2: $y = \frac{1}{2}x$
16. $x + 2y = 1$

Puntos de intersección de una recta con los ejes coordinados

Según la gráfica que se muestra a continuación, los puntos donde la recta L corta al eje x son de la forma (x, 0) y donde corta al eje y , de la forma (0, y).



Ejemplo:

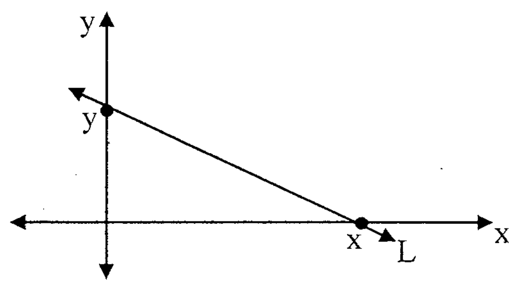
Hallar la intersección de la recta $2x - 3y = 12$ con los ejes coordenados:

a.

ntersección con el eje x : se hace $y = 0$
Resulta: $2x = 12$

de donde : $x = 6$

Así la recta corta al eje x en el punto (6, 0)



b.

ntersección con el eje y : se hace $x = 0$
Resulta: $-3y = 12$

de donde : $y = -4$

Así la recta corta al eje y en el punto (0, -4)

Ejercicios

Dadas las siguientes rectas encuentra la intersección de ellas con los ejes coordenados:

17. $x - 2y = 2$

18. $3x - 6y = 18$

19. $x + \frac{1}{2}y = 1$

20. $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 1$

Toda igualdad de la forma $ax + by = c$, donde $a,b,c \in R$, también se puede escribir en la forma $y = mx + n$, es decir como una función, donde m es la pendiente o *coeficiente de dirección* y n es la intersección de la recta con el eje y , llamada también *coeficiente de posición.*

De esta forma, podemos afirmar que una recta está perfectamente definida si se conocen:

a. Dos puntos de ella

Ejemplo: Determina la ecuación de la recta que pasa por los puntos A(5, 4) y B(7, 8)

Calculemos su pendiente $m = \frac{8-4}{7-5} \Leftrightarrow m = \frac{4}{2} \Leftrightarrow m = 2$

Como $y = mx + n$, considerando el punto A(5,4) con $x = 5$ e $y = 4$

Tenemos $4 = 2 \cdot 5 + n$

$4 = 10 + n$ /-10

$-6 = n$

Luego: $y = 2x - 6$ es la ecuación pedida

b. Un punto y su pendiente.

Ejemplo: Determina la ecuación de la recta que pasa por los puntos A(2, -5) y tiene pendiente -4

Como, el punto dado es A(2,-5) con $x = 2$ e $y = -5$ y el valor de la pendiente es $m=-4$

Entonces $y = mx + n$

Tenemos $-5 = -4 \cdot 2 + n$
$-5 = -20 + n$ /+20

$15 = n$

Luego: $y = -4x + 15$ es la ecuación pedida

Ejercicios

Encuentra la ecuación de la recta que:

21. Pasa por el punto P(-1, 3) y cuya pendiente es -2
22. Pasa por los puntos R(-1, 2) y T(1, 7)

Analiza cuidadosamente las rectas que cumplen:

23. Su pendiente es $m = 0$
24. Sus ecuaciones son de la forma $x = a$
25. Sus ecuaciones son de la forma $y = mx$

Ayacucho, diciembre de 2015.

ANEXO N° 08: BASE DE DATOS

RESULTADOS DE LA EVALUACIÓN EN LA ENSEÑANZA TRADICIONAL

	Matematiza situaciones					Comunica y representa ideas matemáticas					Elabora y usa estrategias					Razona y argumenta generando ideas matemáticas					PROMEDIO
N°	E1	E2	E3	E4	C1	E1	E2	E3	E4	C2	E1	E2	E3	E4	C3	E1	E2	E3	E4	C4	
1	07	11	09	08	09	10	09	12	08	10	07	08	08	08	08	11	10	10	09	10	09
2	08	09	08	08	08	09	08	09	08	09	08	07	07	07	07	08	09	09	09	09	08
3	07	09	09	10	09	11	10	10	09	10	09	08	08	08	08	11	10	10	09	10	09
4	07	09	08	08	08	08	09	09	09	09	06	08	07	08	07	09	10	07	11	09	08
5	05	06	06	07	06	08	07	07	07	07	05	06	05	05	05	08	07	07	07	07	06
6	13	14	13	12	13	14	15	14	13	14	11	12	12	12	12	15	13	14	14	14	13
7	10	11	11	12	11	13	12	12	11	12	10	09	10	10	10	11	12	12	13	12	11
8	14	13	13	12	13	14	15	14	12	14	12	13	12	12	12	16	13	14	14	14	13
9	08	09	08	07	08	09	08	09	09	09	08	07	07	07	07	09	08	09	09	09	08
10	10	08	09	09	09	10	11	10	09	10	07	08	08	08	08	10	11	10	10	10	09
11	10	11	10	08	10	12	11	11	10	11	09	08	09	09	09	12	11	11	11	11	10
12	11	12	12	12	12	13	12	13	13	13	11	11	11	12	11	13	14	13	13	13	12
13	07	08	08	09	08	08	09	09	09	09	08	09	09	09	09	10	09	09	08	09	09
14	10	11	11	11	11	13	11	12	12	12	11	10	10	10	10	12	11	12	12	12	11
15	09	08	09	10	09	11	10	10	09	10	08	09	08	08	08	10	09	10	10	10	09
16	05	07	07	08	07	09	08	08	08	08	06	05	06	06	06	08	09	09	09	09	07
17	12	11	12	11	12	14	12	13	13	13	12	11	11	10	11	13	14	13	12	13	12
18	08	09	09	10	09	10	11	10	09	10	08	09	08	07	08	09	10	10	10	10	09
19	12	13	12	11	12	12	13	13	14	13	11	12	11	10	11	13	14	13	13	13	12
20	08	09	08	08	08	09	08	09	09	09	07	08	07	07	07	09	08	09	09	09	08
21	13	12	13	13	13	16	13	14	14	14	12	11	12	12	12	15	14	14	14	14	13
22	11	10	11	11	11	13	12	12	11	12	09	08	09	09	09	12	11	12	12	12	11
23	09	10	10	11	10	11	10	11	11	11	08	09	09	09	09	11	10	11	11	11	10
24	10	11	11	11	11	12	13	12	12	12	10	09	10	10	10	12	12	12	11	12	11
25	15	17	16	16	16	16	18	17	17	17	14	15	15	15	15	17	16	17	17	17	16
26	08	07	07	06	07	09	08	08	07	08	06	07	06	06	06	08	09	08	07	08	07
27	10	11	10	09	10	11	10	11	11	11	09	08	09	09	09	11	11	11	10	11	10
28	09	10	09	09	09	10	09	10	10	10	08	08	08	08	08	11	10	10	09	10	09
29	08	09	09	10	09	09	11	10	10	10	09	08	08	08	08	08	09	10	12	10	09
30	12	11	12	13	12	14	12	13	13	13	12	10	11	11	11	14	12	13	13	13	12
31	11	13	12	12	12	12	13	13	14	13	11	11	11	11	11	12	14	13	13	13	12
32	07	09	09	10	09	09	10	10	10	10	07	08	08	09	08	09	10	10	10	10	09
33	08	07	08	08	08	08	09	09	09	09	07	08	07	07	07	09	10	09	09	09	08
34	11	12	12	12	12	13	12	13	13	13	11	12	11	11	11	13	12	13	13	13	12
35	13	14	14	15	14	16	15	15	14	15	14	12	13	13	13	16	13	15	15	15	14
36	09	10	09	08	09	10	09	10	10	10	08	09	08	07	08	10	09	10	10	10	09
37	07	08	08	08	08	09	08	09	09	09	07	06	07	07	07	08	09	09	10	09	08
38	09	07	08	08	08	09	09	09	08	09	07	08	07	07	07	08	11	09	08	09	08

RESULTADOS DE LA EVALUACIÓN EN LA ENSEÑANZA EXPERIMENTAL(Ficha de observación y examen)

Matematiza situaciones												
N°	F1	E1	P1	F2	E2	P2	F3	E3	P3	F4	E4	P4
1	08	09	09	08	09	09	09	10	10	10	10	10
2	09	07	08	09	09	09	09	09	09	11	09	10
3	13	12	13	15	12	14	12	12	12	14	13	14
4	09	10	10	08	09	09	11	12	12	12	12	12
5	13	13	13	11	12	12	12	12	12	10	11	11
6	14	13	14	12	13	13	14	13	14	11	12	12
7	15	14	15	14	14	14	12	13	13	15	15	15
8	16	16	16	15	16	16	15	15	15	15	17	16
9	15	14	15	16	16	16	18	16	17	16	12	14
10	12	13	13	16	12	14	16	13	15	17	11	14
11	14	09	12	14	11	13	15	11	13	14	12	13
12	16	13	15	17	15	16	18	16	17	16	13	15
13	09	05	07	13	08	11	10	11	11	09	07	08
14	17	15	16	18	16	17	17	15	16	17	15	16
15	11	07	09	14	10	12	14	12	13	10	06	08
16	11	07	09	12	11	12	07	08	08	07	09	08
17	11	12	12	13	13	13	12	12	12	11	11	11
18	09	12	11	08	13	11	10	10	10	11	11	11
19	15	13	14	14	12	13	13	13	13	14	10	12
20	08	09	09	07	09	08	11	09	10	07	10	09
21	16	15	16	14	12	13	15	13	14	16	14	15
22	19	17	18	18	16	17	16	12	14	19	15	17
23	15	13	14	16	14	15	15	15	15	17	15	16
24	16	16	16	14	15	15	14	14	14	15	15	15
25	19	17	18	18	16	17	18	18	18	18	17	18
26	12	13	13	12	11	12	14	12	13	13	13	13
27	14	14	14	16	14	15	15	13	14	16	14	15
28	11	07	09	11	09	10	07	11	09	12	08	10
29	15	13	14	14	14	14	14	15	15	14	12	13
30	14	10	12	14	12	13	12	11	12	14	12	13
31	18	16	17	16	14	15	17	15	16	15	15	15
32	14	12	13	14	14	14	15	13	14	14	12	13
33	10	11	11	13	11	12	12	10	11	11	08	10
34	17	15	16	17	17	17	18	16	17	17	15	16
35	13	13	13	15	13	14	14	14	14	14	12	13
36	13	13	13	12	12	12	14	12	13	13	11	12
37	11	07	09	11	07	09	10	10	10	12	10	11
38	17	15	16	18	16	17	18	18	18	17	15	16

Comunica y expresa ideas matemáticas												
N°	F1	E1	P1	F2	E2	P2	F3	E3	P3	F4	E4	P4
1	09	09	09	11	12	12	11	09	10	12	09	11
2	09	08	09	10	09	10	11	10	11	07	09	08
3	14	15	15	12	13	13	15	12	14	15	13	14
4	13	10	12	12	09	11	13	11	12	10	11	11
5	14	12	13	13	12	13	13	12	13	12	13	13
6	13	16	15	12	13	13	14	14	14	12	16	14
7	16	15	16	14	14	14	16	13	15	16	14	15
8	17	18	18	16	16	16	18	15	17	17	16	17
9	15	16	16	17	18	18	19	17	18	15	18	17
10	14	13	14	15	14	15	14	14	14	17	14	16
11	13	12	13	14	13	14	17	13	15	14	13	14
12	15	18	17	17	15	16	18	16	17	15	18	17
13	08	09	09	08	09	09	12	09	11	08	09	09
14	16	17	17	15	16	16	17	16	17	17	16	17
15	10	11	11	12	12	12	13	09	11	10	13	12
16	08	09	09	09	11	10	10	11	11	09	10	10
17	13	12	13	13	11	12	12	12	12	14	11	13
18	11	12	12	11	14	13	13	10	12	12	11	12
19	15	13	14	14	12	13	14	13	14	15	12	14
20	09	12	11	12	08	10	08	09	09	06	10	08
21	16	16	16	13	16	15	14	17	16	15	16	16
22	19	18	19	18	17	18	15	16	16	18	17	18
23	14	15	15	15	16	16	15	19	17	16	15	16
24	16	17	17	16	15	16	18	14	16	16	14	15
25	18	19	19	19	20	20	19	17	18	16	18	17
26	11	12	12	13	13	13	14	13	14	13	16	15
27	15	14	15	15	15	15	14	18	16	17	14	16
28	10	08	09	11	12	12	09	10	10	11	12	12
29	12	14	13	14	14	14	16	16	16	14	15	15
30	13	14	14	13	16	15	12	16	14	13	13	13
31	17	15	16	16	17	17	17	16	17	16	15	16
32	13	16	15	15	13	14	14	14	14	14	17	16
33	12	09	11	12	10	11	11	12	12	11	12	12
34	16	17	17	18	17	18	17	18	18	17	16	17
35	14	17	16	14	15	15	15	13	14	14	15	15
36	16	12	14	13	12	13	14	13	14	12	17	15
37	09	12	11	09	14	12	11	14	13	09	07	08
38	17	18	18	17	20	19	19	17	18	17	16	17

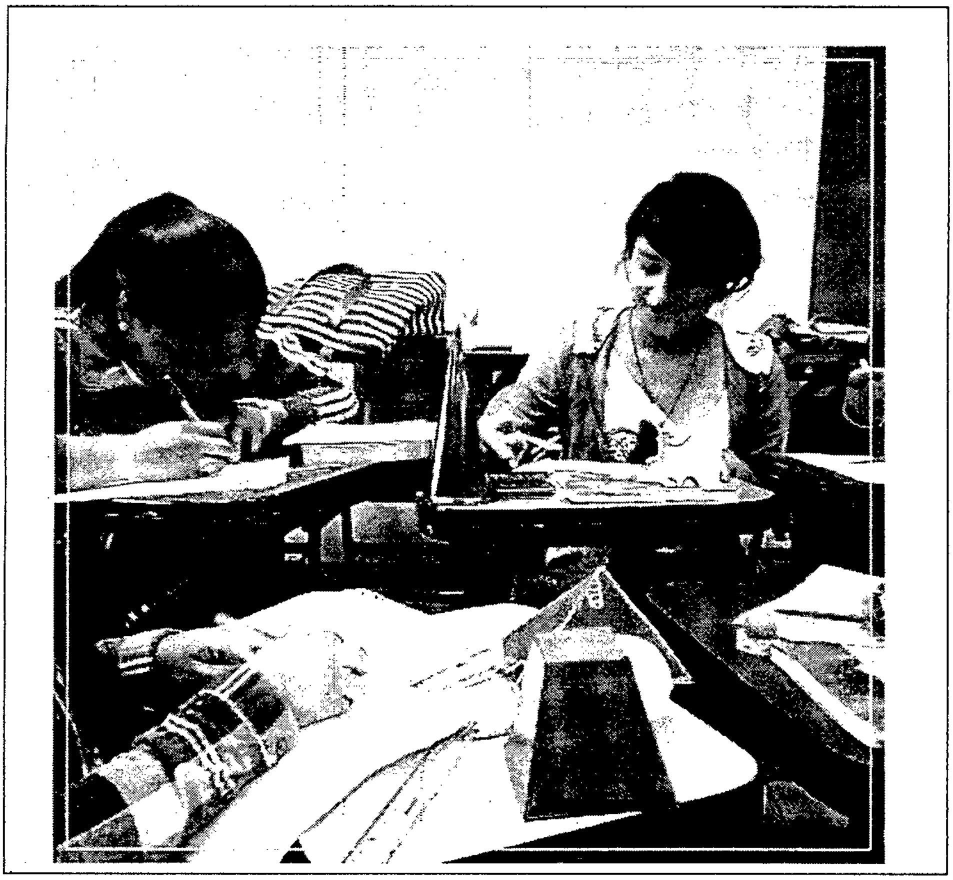
RESULTADOS DE LA EVALUACIÓN EN LA ENSEÑANZA EXPERIMENTAL(Ficha de observación y examen)

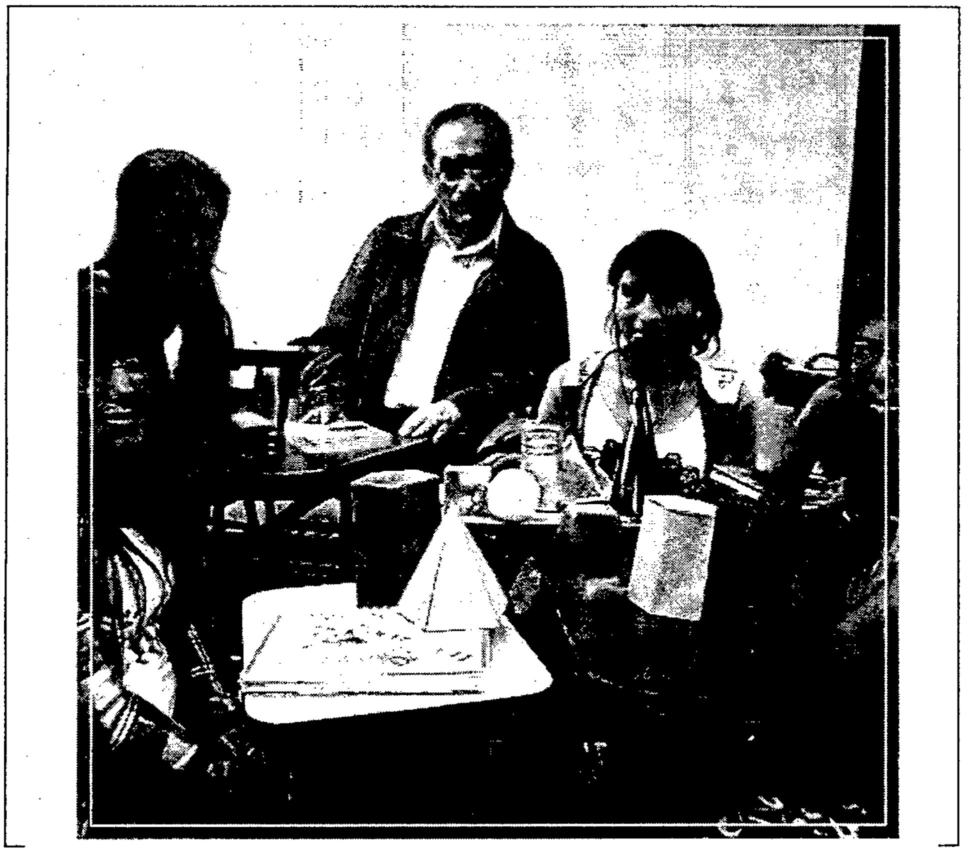
	Elabora y usa estrategias												Razona y argumenta generando ideas matemáticas											
N°	F1	E1	P1	F2	E2	P2	F3	E3	P3	F4	E4	P4	F1	E1	P1	F2	E2	P2	F3	E3	P3	F4	E4	P4
1	07	07	07	08	08	08	08	09	09	11	09	10	11	12	12	11	11	11	09	12	11	09	10	10
2	11	12	12	06	05	06	08	06	07	07	07	07	15	14	15	11	08	10	09	09	09	07	09	08
3	11	11	11	12	08	10	14	13	14	12	12	12	14	16	15	12	12	12	12	14	13	13	14	14
4	09	08	09	09	09	09	11	09	10	12	08	10	12	09	11	12	10	11	13	11	12	14	12	13
5	13	09	11	10	09	10	12	12	12	11	10	11	11	12	12	12	13	13	13	15	14	12	13	13
6	14	12	13	12	11	12	12	12	12	11	11	11	15	13	14	15	13	14	16	14	15	14	14	14
7	14	12	13	15	13	14	13	12	13	12	11	12	15	15	15	14	15	15	16	14	15	17	15	16
8	17	15	16	16	16	16	14	12	13	15	13	14	19	17	18	16	16	16	15	13	14	18	18	18
9	15	15	15	15	13	14	15	15	15	17	15	16	17	16	17	16	16	16	18	18	18	19	17	18
10	15	13	14	12	12	12	15	13	14	12	12	12	15	13	14	16	14	15	17	15	16	16	13	15
11	12	11	12	14	12	13	13	11	12	11	11	11	13	15	14	14	12	13	16	13	15	14	14	14
12	17	15	16	15	15	15	15	13	14	15	15	15	17	15	16	17	16	17	18	15	17	19	17	18
13	08	09	09	09	07	08	07	07	07	08	08	08	09	08	09	08	09	09	11	11	11	08	11	10
14	17	15	16	16	14	15	14	14	14	13	12	13	19	17	18	17	15	16	18	16	17	16	17	17
15	13	11	12	11	10	11	07	10	09	08	08	08	11	10	11	13	11	12	13	12	13	12	11	12
16	11	09	10	06	07	07	08	08	08	07	07	07	08	09	09	09	09	09	12	08	10	11	10	11
17	11	09	10	12	10	11	12	12	12	13	11	12	16	12	14	13	11	12	12	13	13	12	16	14
18	11	09	10	12	12	12	11	11	11	18	14	16	14	12	13	13	11	12	10	11	11	14	12	13
19	11	10	11	11	11	11	14	12	13	12	11	12	14	12	13	16	12	14	16	13	15	14	13	14
20	08	09	09	09	09	09	06	07	07	07	07	07	12	10	11	13	11	12	07	08	08	08	09	09
21	17	15	16	14	12	13	14	14	14	14	14	14	18	16	17	16	14	15	17	15	16	16	16	16
22	18	16	17	17	15	16	16	14	15	17	15	16	19	18	19	18	16	17	19	17	18	15	17	16
23	15	14	15	14	12	13	14	14	14	12	13	13	17	15	16	16	14	15	16	15	16	15	15	15
24	15	15	15	17	15	16	14	12	13	13	11	12	15	17	16	15	15	15	15	17	16	16	16	16
25	19	17	18	17	15	16	17	17	17	18	16	17	19	20	20	19	17	18	19	19	19	19	16	18
26	14	12	13	12	12	12	11	11	11	14	10	12	14	13	14	13	11	12	16	14	15	14	13	14
27	15	15	15	12	14	13	12	16	14	12	13	13	18	16	17	17	15	16	16	14	15	17	15	16
11	09	10	10	08	07	08	09	07	08	09	09	09	12	11	12	14	12	13	10	07	09	09	07	08
29	14	14	14	12	12	12	13	13	13	13	13	13	17	16	17	15	14	15	14	14	14	15	15	15
30	13	12	13	12	11	12	11	11	11	12	12	12	15	12	14	12	13	13	13	14	14	15	13	14
31	17	15	16	15	15	15	14	13	14	14	14	14	18	16	17	16	16	16	18	16	17	17	17	17
32	12	11	12	11	11	11	13	12	13	14	14	14	15	15	15	13	12	13	16	16	16	15	14	15
33	11	11	11	10	11	11	09	08	09	08	08	08	14	10	12	11	12	12	10	12	11	14	12	13
34	17	17	17	16	17	17	14	15	15	17	15	16	18	18	18	18	20	19	16	18	17	19	17	18
35	14	13	14	12	12	12	13	13	13	12	13	13	16	15	16	16	14	15	15	13	14	15	14	15
36	14	12	13	13	10	12	11	10	11	12	12	12	13	14	14	13	17	15	15	12	14	14	13	14
37	11	09	10	08	09	09	08	08	08	09	09	09	12	10	11	13	11	12	13	08	11	13	09	11
38	18	16	17	16	16	16	16	14	15	17	15	16	19	17	18	19	19	19	18	15	17	19	16	18

RESULTADOS DE LA EVALUACIÓN EN LA ENSEÑANZA EXPERIMENTAL (Promedio)

Matematiza situaciones						Comunica y representa ideas matemáticas					Elabora y usa estrategias					Razona y argumenta generando ideas matemáticas					PROMED
N°	P1	P2	P3	P4	C1	P1	P2	P3	P4	C2	P1	P2	P3	P4	C3	P1	P2	P3	P4	C4	
1	09	09	10	10	10	09	12	10	11	11	07	08	09	10	09	12	11	11	10	11	10
2	08	09	09	10	09	09	10	11	08	10	12	06	07	07	08	11	10	09	08	10	09
3	13	14	12	14	13	15	13	14	14	14	11	10	14	12	12	15	12	13	14	14	13
4	10	09	12	12	11	12	11	12	11	12	09	09	10	10	10	11	11	12	13	12	11
5	13	12	12	11	12	14	13	13	13	13	11	10	12	11	11	12	13	14	13	13	12
6	14	13	14	12	13	15	13	14	14	14	13	12	12	11	12	14	13	15	14	14	13
7	15	14	13	15	14	16	14	15	15	15	13	14	13	12	13	15	14	15	16	15	14
8	16	16	15	16	16	18	16	17	17	17	16	16	13	14	15	18	16	14	18	17	16
9	15	16	17	14	16	16	18	18	17	17	15	14	15	16	15	17	16	18	18	17	16
10	13	14	15	14	14	14	15	14	16	15	14	12	14	12	13	14	15	16	15	15	14
11	12	13	13	13	13	13	14	15	14	14	12	13	12	11	12	14	13	15	14	14	13
12	15	16	17	15	16	17	16	17	17	17	16	15	14	15	15	16	17	17	18	17	16
13	07	11	11	08	09	09	09	11	09	10	09	08	07	08	08	09	09	11	10	10	09
14	16	17	16	16	16	17	16	17	17	17	16	15	14	13	15	18	16	17	17	17	16
15	09	12	13	08	11	11	12	11	12	12	12	11	09	08	10	11	12	13	12	12	11
16	09	12	08	08	09	09	10	11	10	10	10	07	08	07	08	09	09	10	11	10	09
17	12	13	12	11	12	13	12	12	13	13	10	11	12	10	11	14	12	13	14	13	12
18	11	11	10	11	11	12	13	12	12	12	10	12	11	16	12	13	12	11	13	12	12
19	14	13	13	12	13	14	13	14	14	14	11	11	13	12	12	13	14	15	14	14	13
20	09	08	10	09	09	11	10	09	08	10	09	09	07	07	08	11	12	08	09	10	09
21	16	13	14	15	15	16	15	16	16	16	16	13	14	14	14	17	15	16	16	16	15
22	18	17	14	17	17	19	18	16	18	18	17	16	15	16	16	19	17	18	16	18	17
23	14	15	15	16	15	15	16	17	16	16	15	13	14	13	14	16	15	16	15	16	15
24	16	15	14	15	15	17	16	16	15	16	15	16	13	12	14	16	15	16	16	16	15
25	18	17	18	18	18	19	20	18	17	19	18	16	17	17	17	20	18	19	18	19	18
26	13	12	13	13	13	12	13	14	15	14	13	12	11	12	12	14	12	15	14	14	13
27	14	15	14	15	15	15	15	16	16	16	15	13	14	13	14	17	16	15	16	16	15
28	09	10	09	10	10	09	12	10	12	11	10	08	08	09	09	12	13	09	08	11	10
29	14	14	15	13	14	13	14	16	15	15	14	12	13	13	13	16	15	14	15	15	14
30	12	13	12	13	13	14	15	14	13	14	13	12	11	12	12	14	13	14	14	14	13
31	17	15	16	15	16	16	17	17	16	17	16	15	14	14	15	17	16	17	17	17	16
32	13	14	14	13	14	15	14	14	16	15	12	11	13	14	13	15	13	16	15	15	14
33	11	12	11	10	11	11	11	12	12	12	11	11	09	08	10	13	12	11	13	12	11
34	16	17	17	16	17	17	18	18	17	18	17	16	15	16	16	18	19	17	18	18	17
35	13	14	14	13	14	16	15	14	15	15	14	12	13	13	13	16	15	14	15	15	14
36	13	12	13	12	13	14	13	14	15	14	13	12	11	12	12	14	15	14	14	14	13
37	09	09	10	11	10	11	12	13	08	11	10	09	08	09	09	11	12	11	11	11	10
38	16	17	18	16	17	18	19	18	17	18	17	16	15	16	16	18	19	17	18	18	17

ANEXO N° 09: FOTOGRAFÍAS






0.00 25.00 50.00 75.00 100.00 125