

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTÓBAL DE
HUAMANGA**

FACULTAD DE INGENIERÍA DE MINAS, GEOLOGÍA Y CIVIL

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL



**Modelo determinístico para el análisis de la respuesta
dinámica en presas de gravedad de concreto con fines de
irrigación**

**TESIS PARA OBTENER EL TÍTULO PROFESIONAL DE
INGENIERO CIVIL**

PRESENTADO POR:

Rocky Giban Ayala Bizarro

ASESOR:

MSc. Ing. Cristian Castro Pérez


Ayacucho - Perú

2019

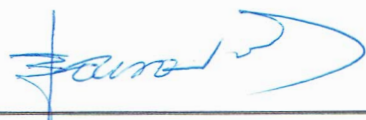
**“MODELO DETERMINÍSTICO PARA EL ANÁLISIS DE LA RESPUESTA
DINÁMICA EN PRESAS DE GRAVEDAD DE CONCRETO CON FINES DE
IRRIGACIÓN”**

RECOMENDADO : 25 DE JULIO DEL 2019

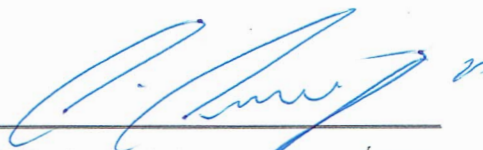
APROBADO : 21 DE AGOSTO DEL 2019



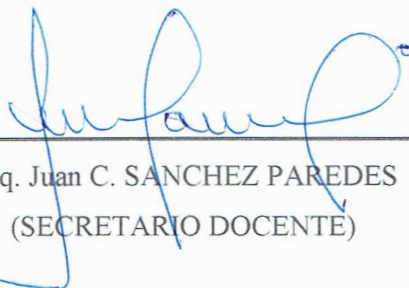
Dr. Ing. Jaime A. HUAMÁN MONTES
(PRESIDENTE)



Mg. Ing. Edward LEÓN PALACIOS
(MIEMBRO)

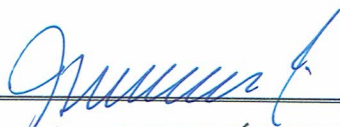


MSc. Ing. Cristian CASTRO PÉREZ
(MIEMBRO)

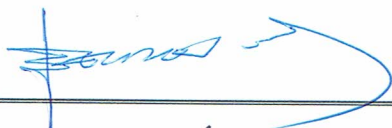


Arq. Juan C. SANCHEZ PAREDES
(SECRETARIO DOCENTE)

Según el acuerdo constatado en el acta, levantado el 21 de agosto del 2019, en la sustentación de tesis presentado por el Bachiller en Ciencias de la Ingeniería Civil Sr. Rocky Giban AYALA BIZARRO. Con la Tesis Titulado “MODELO DETERMINÍSTICO PARA EL ANÁLISIS DE LA RESPUESTA DINÁMICA EN PRESAS DE GRAVEDAD DE CONCRETO CON FINES DE IRRIGACIÓN”, fue calificada con la nota de EXCELENCIA de DIECIOCHO (18) por los que se da la respectiva APROBACIÓN.



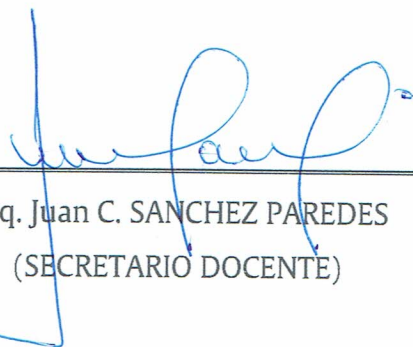
Dr. Ing. Jaime A. HUAMÁN MONTES
(PRESIDENTE)



Mg. Ing. Edward LEÓN PALACIOS
(MIEMBRO)



MSc. Ing. Cristian CASTRO PÉREZ
(MIEMBRO)



Arq. Juan C. SANCHEZ PAREDES
(SECRETARIO DOCENTE)

Resumen

La presente investigación se basa en el modelo determinístico de elementos finitos y el método de superposición modal para obtener las respuestas dinámicas en la presa de gravedad Ancascocha. Los métodos simplistas para el análisis sísmico de estructuras especiales como es el caso de las presas de gravedad de concreto son muy criticadas, ya que no consideran los efectos dinámicos. Es por ello que en esta tesis se describe la metodología de un análisis sísmico dinámico para estas estructuras.

Con la finalidad de buscar un correcto análisis dinámico se proponen dos modelos de la presa Ancascocha, el primero considerando la interacción presa-cimiento y el segundo sin considerar los efectos de la cimentación, así mismo se considera la interacción presa-embalse para los modelos propuestos. La complejidad de cálculo del análisis sísmico de estos modelos y la disposición de lenguajes de programación fueron motivos para la creación del programa SAGDA, el cual está basado en la metodología del análisis sísmico para presas de gravedad de concreto.

Los resultados de esta tesis muestran que es importante realizar un análisis sísmico dinámico a estas estructuras, como también considerar la interacción presa-cimiento y presa-embalse.

Palabras clave : Respuesta dinámica, análisis sísmico en presas, elementos finitos.

Abstract

The present investigation is based on the deterministic model of finite elements and the modal superposition method to obtain the dynamic responses in the Ancascocha gravity dam. Simplistic methods for the seismic analysis of special structures such as concrete gravity dams are highly criticized, since they do not consider the dynamic effects. That is why this thesis describes the methodology of a dynamic seismic analysis for these structures.

In order to search for a correct dynamic analysis, two models of the Ancascocha dam are proposed, the first considering the dam-foundation interaction and the second without considering the effects of the foundation, likewise the dam-reservoir interaction for the proposed models is considered. The complexity of calculating the seismic analysis of these models and the arrangement of programming languages were grounds for the creation of the SAGDA program, which is based on the seismic analysis methodology for concrete gravity dams.

The results of this thesis show that it is important to perform a dynamic seismic analysis of these structures, as well as to consider the dam-foundation and dam-reservoir interaction.

keywords : Dynamic response, seismic analysis in dams, finite elements.

Introducción

Las presas de gravedad de concreto son estructuras importantes que requieren cuidados especiales en su etapa de diseño y construcción. La presente investigación se enfoca en obtener las respuestas dinámicas de estas estructuras con el fin de conocer su comportamiento ante acciones sísmicas.

Para tal objetivo se recurrió a investigaciones, libros, artículos y ensayos encontrados en las investigaciones del ámbito nacional e internacional acerca del análisis dinámico, propiedades de los materiales y secciones en presas de gravedad.

La información local y regional sobre metodologías para el análisis dinámico de presas de gravedad son muy limitados, generalmente estas están consignadas en las referencias de los textos científicos fuera de la región, como el ICOLD y el SPANCOLD.

Del proyecto “Ampliación de la presa Ancascocha y afianzamiento del Valle Yauca”, se obtuvo los parámetros necesarios para realizar un adecuado análisis sísmico dinámica de la presa. Si bien esta información fue obtenido del estudio de factibilidad de la presa, el procedimiento y análisis que se desarrolló en la presente tesis es útil para cualquier presa de gravedad de concreto que se quiera analizar.

Consecuentemente a lo mencionado, este trabajo de investigación propone el análisis sísmico de la presa Ancascocha. El problema dinámico se ha resuelto mediante la utilización del método de superposición modal, que modela a la presa y a la cimentación mediante elementos finitos. Para el dominio de la presa se considera un elemento finito Q4 suavizado por flexión mientras que la cimentación se analiza con un elemento finito Q4 (cuadrilátero de cuatro nudos). También se consideró las presiones hidrodinámicas calculados con el método de elementos finitos. Para facilitar los cálculos numéricos mencionados se desarrolla el programa SAGDA, que permite el análisis sísmico de una presa de gravedad de concreto considerando los efectos de interacción presa-cimiento y presa-embalse.

Adicionalmente a estos cálculos se estudia la acción de la presión hidrostática, presión de lodos y subpresión con la finalidad de verificar la estabilidad por deslizamiento de la presa Ancascocha.

A mis padres Manuel y María quienes son mi guía y mi camino para poder cumplir con mis metas, a ellos quienes siempre apostaron en la educación y en mi formación personal para enfrentar las adversidades con dignidad y respeto.

A mis hermanos, a quienes respeto y admiro. Por brindarme su tiempo, un buen ejemplo y un hombro para poder descansar.

Agradecimientos

Al MSc. Ing. Cristian Castro Pérez, asesor de la presente tesis, por sus sugerencias, recomendaciones, apreciaciones y por brindarme la información necesaria para la formulación del presente trabajo de investigación.

A mis jurados el Msc. Ing. Hugo Vilchez Perez y Mg. Ing. Edward León Palacios, por todo el apoyo y consejos brindados durante la revisión de este trabajo.

Agradezco también al Ing. Joel Oré Iwanaga, por sus apreciaciones, recomendaciones y observaciones en la elaboración de este trabajo de investigación.

A los docentes de la Escuela de Formación Profesional de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga por su contribución durante mi desarrollo académico y profesional.

Finalmente, a LiEvy, a Yeny, a Yelsin, a Hilmar, a Dick, a Hedber, a mis amigos de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, a la comunidad de \LaTeX , a la comunidad de usuarios de MATLAB y todas las personas que contribuyeron en el desarrollo de este trabajo.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTÓBAL DE HUAMANGA

Ayacucho, Agosto de 2019

Rocky Giban Ayala Bizarro

Índice General

Resumen	ii
Abstract	ii
Introducción	iii
Dedicatoria	iv
Agradecimientos.....	v
Índice General	vi
Índice de Figuras.....	xi
Índice de Tablas	xiii
Glosarios.....	xiv
Lista de Acrónimos.....	xv
Símbolos.....	xvi
Capítulo I	
Planteamiento del Problema	1
1.1. Descripción del problema	1
1.2. Delimitación del problema.....	2
1.2.1. Espacial.....	2
1.2.2. Temporal.....	2
1.2.3. Temática y unidad de análisis.....	2
1.3. Formulación del problema.....	2
1.3.1. Problema general.....	3
1.3.2. Problemas específicos.....	3
1.4. Justificación e importancia.....	3
1.5. Limitaciones de la investigación.....	4
1.6. Objetivos.....	5
1.6.1. Objetivo general.....	5
1.6.2. Objetivos específicos.....	5
Capítulo II	
Marco Teórico.....	6
2.1. Antecedentes.....	6
2.1.1. Investigaciones internacionales.....	6
2.1.2. Investigaciones nacionales.....	8
2.2. Bases teóricas	8
2.2.1. La presa como obra de ingeniería.....	8
2.2.1.1. La presa de gravedad de concreto como estructura	9
2.2.1.2. Materiales	9
2.2.1.3. Evaluación de las cargas actuantes sobre presas.....	10

2.2.2. Ingeniería sísmica en presas de gravedad.....	10
2.2.2.1. Introducción al análisis sísmico.....	10
2.2.2.2. Peligro sísmico.....	11
2.2.2.3. Filosofía de diseño	12
2.2.2.4. Criterio de aceptación	13
2.2.2.5. Acción sísmica.....	13
2.2.3. Modelamiento numérico en presas de gravedad de concreto.....	14
2.2.3.1. Generalidades.....	14
2.2.3.2. Modelos determinísticos.....	14
2.2.3.3. Método de Elementos Finitos.....	15
2.2.3.4. Interacción presa-embalse-cimiento	16
2.2.4. Leyes constitutivas.....	19
2.2.4.1. Modelo elástico lineal.....	19
2.2.5. Análisis dinámico.....	21
2.2.5.1. Generalidades.....	21
2.2.5.2. Ecuación de movimiento.....	21
2.2.5.3. Análisis Modal, método de superposición modal.....	21
2.2.5.4. Niveles y metodologías de análisis dinámico de presas.....	24
Capítulo III	
Método de la Investigación.....	25
3.1. Enfoque	25
3.2. Alcance.....	25
3.3. Diseño de investigación	25
3.4. Población y muestra	26
3.4.1. Población.....	26
3.4.2. Muestra del estudio	26
3.5. Hipótesis	26
3.5.1. Hipótesis general	26
3.5.2. Hipótesis específicas.....	27
3.6. Operacionalización de variables.....	27
3.6.1. Variables.....	27
3.6.2. Indicadores.....	27
3.7. Técnicas e instrumentos.....	28
3.8. Desarrollo del trabajo de tesis.....	28
3.8.1. Identificación de la zona de estudio.....	28
3.8.2. Descripción de la presa.....	29
3.8.2.1. Hidrología	30
3.8.2.2. Geometría.....	31
3.8.2.3. Materiales y leyes constitutivas.....	33

3.8.3. Modelos numéricos para el análisis sísmico en presas	33
3.8.4. Formulación del método de elementos finitos	35
3.8.4.1. Definición del dominio.....	35
3.8.5. Mallado y elementos finitos utilizados.....	37
3.8.5.1. Mallado y grados de libertad.....	37
3.8.5.2. Elementos finitos Q4 suavizado por flexión	40
3.8.5.3. Elementos finitos Q4 para la roca	45
3.8.6. La matriz que relaciona la deformación unitaria-desplazamiento B	47
3.8.7. Matriz Jacobiana	48
3.8.8. Relación Esfuerzo-Deformación.....	50
3.8.9. Matriz de rigidez del elemento finito	50
3.8.9.1. Matriz de Rigidez para la presa	51
3.8.9.2. Matriz de Rigidez para la cimentación.....	51
3.8.9.3. Matriz de rigidez condensado	51
3.8.10. Análisis Dinámico de la presa.....	52
3.8.10.1. Matriz de masas.....	53
3.8.10.2. Obtención de periodos, frecuencia y modos de vibración	54
3.8.10.3. Factor de participación modal	55
3.8.10.4. Espectro de análisis	55
3.8.10.5. Criterios de combinación modal	56
3.8.10.6. Fuerzas horizontales.....	56
3.8.10.7. Cortantes Basal.....	57
3.8.10.8. Desplazamientos elásticos generado por sismo.....	57
3.8.10.9. Cortante Basal y coeficiente sísmico.....	57
3.8.11. Cargas primarias y secundarias sobre la presa	57
3.8.11.1. Presión hidrodinámica	58
3.8.11.2. Fuerzas hidrostáticas	63
3.8.11.3. Subpresión	63
3.8.11.4. Sedimentos	64
3.8.12. Estabilidad de la presa	65
3.8.12.1. Factores de seguridad estáticos	65
3.8.12.2. Factores de seguridad dinámicos.....	66
3.8.12.3. Coeficiente de seguridad	66
Capítulo IV	
Resultados	67
4.1. Análisis de resultados	67
4.1.1. Hipótesis general	67
4.1.1.1. Propiedades dinámicas de la estructura	67

4.1.2. Hipótesis específico 1	71
4.1.2.1. Respuesta dinámica de los modelos propuestos	71
4.1.3. Hipótesis específico 2	74
4.1.3.1. Resultados generales del modelo presa y presa-cimiento.....	75
4.1.3.2. Resultados del análisis sísmico con efectos de la presión hidrodinámica.	76
4.1.4. Hipótesis específico 3	77
4.1.4.1. Resultados de las cargas aplicados sobre la presa.....	77
4.1.4.2. Factor de estabilidad por deslizamiento.....	77
Conclusiones	78
Conclusiones.....	78
Recomendaciones	79
Referencias bibliográficas	80
Ingeniería de Presas.....	80
Ingeniería Sísmica	82
Elementos Finitos.....	83
Otros.....	83
Anexo A	
Programas SAGDA	84
A.1. Creación del mallado.....	84
A.2. Cálculo de la presión hidrodinámica	91
Anexo B	
Resultados del análisis sísmico detallado	95
B.1. Discretización mediante el programa SAGDA	95
B.2. Matriz de rigidez	95
B.2.1. Matriz constitutiva	95
B.2.2. Matriz de rigidez de un elemento finito de la presa	95
B.2.3. Matriz de rigidez de un elemento finito de la roca	96
B.2.4. Matriz de rigidez general presa-cimiento	97
B.2.5. Matriz de rigidez condensado presa-cimiento.....	98
B.3. Desplazamiento nodales por sismo	98
B.3.1. Matriz de masas.....	98
B.3.2. Modos de vibración	98
B.3.3. Frecuencias y periodos.....	99
B.3.4. Factor de participación modal y aceleraciones espectrales.....	99
B.3.5. Fuerzas horizontales y cortantes	100
B.3.6. Desplazamientos elásticos generado por sismo	100
B.4. Presión y fuerzas hidrodinámica	101
B.4.1. Matriz de rigidez del embalse.....	101
B.4.2. Discretización del dominio mediante el programa SAGDA	102

Anexo C	
Dimensionamiento de la presa	104
C.1. Características Hidráulicas	104
C.2. Características Geométricas	104
C.2.1. Altura de Coronación	104
C.2.2. Ancho de Coronación	105
C.2.3. Forma de la presa	105

Índice de Figuras

Figura 1	Sección típica de presas tipo gravedad de concreto.	9
Figura 2	Resumen de los distintos tipos de problemas de análisis sísmico.	13
Figura 3	Modelación de los subsistemas presa-cimiento y presa-embalse bidimensional. . .	16
Figura 4	Modos de vibración principales.	22
Figura 5	Cálculo de desplazamientos totales a partir de los modales	23
Figura 6	Porcentaje de presas de acuerdo a su tipología.	26
Figura 7	Ubicación de la presa Ancascocha	29
Figura 8	Ubicación de la presa Ancascocha	30
Figura 9	Alturas máximas y ordinarias del embalse sobre la presa.	30
Figura 10	Altura y ancho de coronación típica de la presa.	31
Figura 11	Altura y ancho de coronación típica de la presa.	32
Figura 12	Perfil geomecánico de la presa.	33
Figura 13	Módulos de trabajo del MEF.	34
Figura 14	Dominio y condiciones de borde del modelo 1.	36
Figura 15	Dominio y condiciones de borde del modelo 2.	36
Figura 16	Dominio y condiciones de borde del modelo 3.	37
Figura 17	Mallado del elemento finito modelo 1.	38
Figura 18	Mallado del elemento finito modelo 1.	38
Figura 19	Mallado del elemento finito modelo 3.	39
Figura 20	Grados de libertad del modelo 1.	39
Figura 21	Elemento finito Q4 suavizado por flexión.	40
Figura 22	Deformadas elementales de un elemento finito.	41
Figura 23	Función de forma asociado a los grados de libertad 1 y 2.	42
Figura 24	Función de forma asociado a los grados de libertad 3 y 4.	43
Figura 25	Función de forma asociado a los grados de libertad 5 y 6.	43
Figura 26	Función de forma asociado a los grados de libertad 7 y 8.	44
Figura 27	Elementos finito que conforma el cimiento.	46
Figura 28	Deformada elemental del elemento finito Q4.	46
Figura 29	Condensación de la matriz de rigidez general	52
Figura 30	Areas tributarias de cada nodo para obtener las masas	53
Figura 31	Espectro de aceleraciones para los sismos SMC y SBO.	56
Figura 32	Fuerzas consideradas en el análisis para combinaciones de carga	58
Figura 33	Presa-embalse dominio y distribución de las fuerzas hidrodinámicas	59
Figura 34	Elemento finito de 4 nodos considerado en el modelamiento del embalse.	61
Figura 35	Numero de nudos y elementos finitos en el embalse de los modelos 1 y 2.	62
Figura 36	Numero de nudos y elementos finitos en el embalse del modelo 3.	62
Figura 37	Grados de libertad en el dominio y en la cara del embalse del modelo 3.	62
Figura 38	Subpresión de presas en suelos rocosos.	64

Figura 39	Desplazamientos del primer y segundo modo de vibración(modelo 1).	68
Figura 40	Desplazamientos del primer y segundo modo de vibración(modelo 2).	69
Figura 41	Frecuencias de vibración(modelo 1 y 2).	70
Figura 42	Periodos de vibración(modelo 1 y 2).	70
Figura 43	Aceleraciones de la estructura respecto a los periodos de vibración.	71
Figura 44	Fuerzas sísmica obtenidas en cada modelo (tnf).	72
Figura 45	Desplazamiento producidos por cargas sísmicas (Modelo 1, cm).	73
Figura 46	Desplazamiento producidos por cargas sísmicas (Modelo 2, cm).	73
Figura 47	Esfuerzos generados por cargas sísmicas (Modelo 1, tnf/m ²).	74
Figura 48	Esfuerzos generados por cargas sísmicas (Modelo 2, tnf/m ²).	74
Figura 49	Propiedades dinámicas frecuencia y modos de vibración.	75
Figura 50	Respuestas dinámicas.	75
Figura 51	Fuerzas y presiones hidrodinámicas generados por acciones sísmicas(Modelo 1). .	76
Figura 52	Fuerzas y presiones hidrodinámicas generados por acciones sísmicas(Modelo 2). .	76
Figura B.1	Discretización del modelo 3 con el programa SAGDA.	95
Figura B.2	Desplazamiento por el efecto sísmico en las direcciones x y y.	101
Figura B.3	Discretización del embalse con el programa SAGDA.	102

Índice de Tablas

Tabla 1	<i>Niveles de un análisis sísmico.</i>	24
Tabla 2	<i>Niveles de análisis sísmico.</i>	24
Tabla 3	<i>Variables e Indicadores.</i>	28
Tabla 4	<i>Características geométricas de la presa Ancascocha.</i>	31
Tabla 5	<i>Coordenadas del eje de la presa.</i>	32
Tabla 6	<i>Propiedades de los materiales de la presa.</i>	33
Tabla 7	<i>Modelos propuestos para el análisis sísmico.</i>	34
Tabla 8	<i>Grados de libertad para cada dominio.</i>	40
Tabla 9	<i>Condiciones de cálculo de $\phi_1(s)$ y $\phi_1(t)$</i>	42
Tabla 10	<i>Condiciones de cálculo de $\phi_2(s)$ y $\phi_2(t)$</i>	42
Tabla 11	<i>Condiciones de cálculo de $\phi_3(s)$ y $\phi_3(t)$</i>	43
Tabla 12	<i>Condiciones de cálculo de $\phi_4(s)$ y $\phi_4(t)$</i>	44
Tabla 13	<i>Condiciones de cálculo de $\phi_5(s)$ y $\phi_5(t)$</i>	44
Tabla 14	<i>Condiciones de cálculo de $\phi_6(s)$ y $\phi_6(t)$</i>	45
Tabla 15	<i>Masas totales calculadas.</i>	54
Tabla 16	<i>Parámetros sísmicos.</i>	55
Tabla 17	<i>Cortante basal (tnf).</i>	57
Tabla 18	<i>Grados de libertad para cada dominio.</i>	63
Tabla 19	<i>Coefficientes según el tipo de roca.</i>	65
Tabla 20	<i>Fuerzas consideradas en condiciones estáticas.</i>	65
Tabla 21	<i>Fuerzas consideradas en condiciones dinámicas.</i>	66
Tabla 22	<i>Coefficientes de seguridad.</i>	66
Tabla 23	<i>Modos de vibración del modelo 1 (6 primeros de un total de 312).</i>	68
Tabla 24	<i>Modos de vibración del modelo 2 (6 primeros de un total de 184).</i>	68
Tabla 25	<i>Propiedades dinámica del modelo 1.</i>	69
Tabla 26	<i>Propiedades dinámica del modelo 2.</i>	69
Tabla 27	<i>Aceleraciones (m/s^2).</i>	71
Tabla 28	<i>Fuerzas sísmicas horizontales (tnf).</i>	72
Tabla 29	<i>Desplazamientos horizontales (cm).</i>	72
Tabla 30	<i>Desplazamientos verticales (cm).</i>	73
Tabla 31	<i>Cortantes basales para los modelos propuestos.</i>	74
Tabla 32	<i>Aceleraciones sobre el embalse (m/s^2).</i>	76
Tabla 33	<i>Resultado de las cargas primarias y secundarias sobre la presa.</i>	77
Tabla 34	<i>Estabilidad por deslizamiento estático y dinámico.</i>	77
Tabla B.1	<i>Resultados de la propiedades dinámica de la presa Ancascocha.</i>	99
Tabla C.2	<i>Características Hidráulicas de la presa Ancascocha.</i>	104

Glosarios

Cinturón de Fuego del Pacífico es el resultado directo de la tectónica de placas, el movimiento y la colisión de las placas de la corteza terrestre.⁴ La sección oriental del Cinturón es el resultado de la subducción de la placa de Nazca y la placa de Cocos debajo de la placa Sudamericana que se desplaza hacia el oeste.

Intensidad sísmica Es una descripción cualitativa de los efectos de los sismos (en ella intervienen la percepción de las personas así como los daños materiales y económicos sufridos a causa del evento).

Magnitud sísmica Es un número que busca caracterizar el tamaño de un sismo y la energía sísmica liberada (mide la energía liberada durante la ruptura de una falla).

Método de Mononobe Okabe modela el comportamiento de una cuña que se desliza sobre un plano de falla, actuando sobre un muro de contención. Es similar a la teoría estática de Coulomb, sin embargo, toma en cuenta dos acciones adicionales: las componentes vertical y horizontal producidas por el sismo.

Neotectónica es una subdisciplina de la tectónica, dedicada al estudio de los movimientos y deformaciones de la corteza terrestre (procesos geológicos y geomorfológicos) actuales o recientes en el tiempo geológico. El término también puede referirse a las movimientos/deformaciones en cuestión en sí mismos. Los geólogos se refieren al calendario correspondiente, como el período de neotectónico, y al anterior como el período palaeotectónico.

Periodo de retorno Es una representación usada comúnmente para presentar un estimativo de la probabilidad de ocurrencia de un evento determinado en un periodo determinado.

Vida Útil Es la duración estimada que una estructura puede tener, cumpliendo correctamente con la función para la cual ha sido diseñado. Normalmente se calcula en años de duración.

Vulnerabilidad Sísmica Es la propiedad intrínseca de la estructura, una característica de su propio comportamiento ante la acción de un sismo descrito a través de una ley de causa-efecto, donde la causa es el sismo y el efecto es el daño.

Lista de Acrónimos

ANA	: Autoridad Nacional del Agua
ATA	: Asesores Técnicos Asociados
CNEGP	: Comité Nacional Español de Grandes Presas
COPEGP	: Comité Peruano de Grandes Presas
CQC	: Combinación Cuadrática Completa
FERC	: Comisión Reguladora de Energía Federal
FFT	: Transformada Rápida de Fourier
GDL	: Grado de Libertad
ICOLD	: Comité Internacional de Grandes Presas
MATLAB	: Laboratorio de Matrices
MDF	: Método de Diferencias Finitos
MEF	: Método de Elementos Finitos
MMC	: Millones de Metros Cúbicos
MSNM	: Metros sobre el Nivel del Mar
NAMI	: Nivel de Agua Mínimo de Operación
NAMO	: Nivel de Agua Máximo de Operación
PGA	: Aceleración Máxima del Suelo
RAE	: Diccionario de la Lengua Española
RCC	: Concreto Compacto con Rodillo
SAGDA	: Seismic Analysis in Gravity Dams
SBO	: Sismo de Base Operativa
SMC	: Sismo Máximo Creíble
SPANCOLD	: Comité Nacional Español de Grandes Presas
SRSS	: Combinación de la Media Cuadrática
USACE	: Cuerpo de Ingenieros de Estados Unidos
USCOLD	: Comité de Estados Unidos sobre Grandes Presas

Símbolos

A_S	Aceleración [m/s ²]
A_T	Área Tributaria del nodo [m^2]
ν	Coefficiente de Poisson
c	Coefficiente Sismico
V_{basal}	Constante Basal
\mathbf{q}	Deformación [cm]
\mathbf{E}	Empuje [tn/m^2]
\mathbf{e}	Espesor [m]
ω	Valor de la Frecuencias [1/s]
ω_i	Frecuencias [1/s]
ϕ_1	Funciones de Forma [cm]
m_i	Masa Puntual del Nodo [s^2/m]
M_W	Matrix de Masas del Agua
B	Matriz de Desplazamiento B
D	Matriz de Elasticidad
M	Matriz de Masa
K_e	Matriz de Rigidez del Elemento Finito
K_G	Matriz de Rigidez Condensado
K_W	Matriz de Rigidez del Agua
K_{LG}	Matriz de Rigidez General
K_{presa}	Matriz de Rigidez General de la Presa
K_{roca}	Matriz de Rigidez General de la Roca
J	Matriz Jacobiana
\mathbf{T}	Periodo [s]
γ	Peso Especifico [tn/m^3]
γ	Peso Especifico del Material [Tn/m^3]
P_T	Peso Total [tn]
λ_i	Valores Propios
\mathbf{Q}	Vector de Cargas Generadas
ϕ	Modos de Vibración

Capítulo I

Planteamiento del Problema

En este capítulo se presentan las generalidades de este trabajo de tesis, describiendo los objetivos, la justificación del mismo, así como el planteamiento del problema, lo cual conduce a una hipótesis sobre el mismo.

1.1 Descripción del problema

En la actualidad el Perú cuenta con 743 presas de las cuales 48 se ubican en la región de Ayacucho, teniendo en cuenta su tipología las presas de gravedad o mampostería son las que predominan y ocupan el primer lugar con un total de 294 presas. (ANA, 2015)

Por otra parte el ANA (2017), señala sobre las presas de gravedad de concreto que; según los informes de los organismos internacionales que se ocupan de la seguridad de las presas, una de las principales causas de los accidentes y fallas ocurridos en todo el mundo es la actividad *Neotectónica* o proximidad a fallas activas regionales que puedan generar sismos peligros, los cuales pueden comprometer la estabilidad de la boquilla¹ y de la presa.

Considerando la gran cantidad de presas de gravedad construidas y la actividad *Neotectónica* en el Perú, por situarse geográficamente en el *Cinturón de Fuego del Pacífico*, es importante verificar la fiabilidad de los métodos empleados para realizar el análisis sísmico de estas estructuras, el cual deben continuar funcionando sin ningún daño después de un evento sísmico. Existen algunos métodos simplistas que generalmente se basan en coeficientes sísmicos (muchas veces sobrestimados) y en un conjunto de teorías (resistencia de materiales) que permiten al proyectista establecer materiales y geometrías necesarias para soportar esfuerzos y reacciones frente a sollicitaciones de carga sísmica. Entre los más conocidos se tienen a los métodos Pseudo-Estático y Mononobe-Okabe que tienen la finalidad de obtener la fuerza sísmica que actúan sobre las presas de tipo gravedad, estos métodos no consideran los efectos en relación con las propiedades dinámicas por lo tanto no son recomendables para el análisis sísmico para las presas de gravedad de concreto.

De este modo en el análisis sísmico de las presas de gravedad de concreto, se tomarán decisiones a partir de los modelos simplistas mencionados anteriormente, que por medio de procedimientos matemáticos serán llevados a cabo con éxito llegando a soluciones diferentes y factibles desde el punto de vista de la resistencia estructural y sísmica. El análisis sísmico de la presa Ancascocha

¹sitio de ubicación de la presa.

no es ajena a esta problemática ya que se utilizó el método de Mononobe-Okabe, el cual no tiene en cuenta la amplificación dinámica de las fuerzas de inercia a lo largo de la altura de la presa.

En este contexto, esta investigación propone utilizar un método dinámico con el modelo determinista de Elementos Finitos para obtener la respuesta dinámica en las presas de gravedad de concreto, para ello se realizará un análisis automatizado.

1.2 Delimitación del problema.

En las siguientes secciones se establecen los límites espaciales, temporales y temáticos del presente trabajo de investigación.

1.2.1 Espacial.

La investigación propuesta está aplicado a la presa de gravedad de concreto Ancascocha el cual pertenece a la alternativa elegida del proyecto de factibilidad “Ampliación de la presa Ancascocha y afianzamiento del valle de Yauca” ubicado en el distrito de Coracora provincia de Parinacochas, el cual no llegó a ser construida, sin embargo se tomó como referencia para realizar esta tesis y generalizar la metodología para obtener la respuesta dinámica en otras presas de gravedad de concreto a través del programa SAGDA creado en el software MATLAB.

1.2.2 Temporal.

Los datos que serán considerados para la realización del trabajo de investigación propuesto serán enmarcados dentro del periodo 1933 - 2017 considerando únicamente la temática del análisis sísmico en presas de gravedad, esto será obtenido a través de fuentes secundarias.

El proyecto de Tesis se elaboró en el periodo de diciembre de 2017 a marzo de 2019.

1.2.3 Temática y unidad de análisis.

Esta Tesis presenta el análisis de una presa de gravedad de concreto convencional para las acciones de cargas sísmicas logrando los resultados a través de modelos matemáticos como el método de elementos finitos y el análisis sísmico modal espectral teniendo en consideración la interacción de la presa con la cimentación y por otro lado la presa y el embalse.

La unidad del objeto de estudio de la investigación son las propiedades dinámicas obtenidas mediante un modelamiento dinámico con el método de elementos finitos de la presa Ancascocha y el coeficiente de estabilidad por deslizamiento de la presa para el efecto sísmico.

1.3 Formulación del problema.

En el Perú los cálculos de los efectos que genera un evento sísmico en el análisis de estructuras especiales, tal es el caso las presas de gravedad de concreto, se realizaron en las últimas décadas de una forma simplificada. Es de destacar el método **Pseudo-Estático** (o Método del

Coefficiente Sísmico) y el método de Mononobe-Okabe que debido a su naturaleza simplista son procedimientos ampliamente utilizados en el análisis sísmico de presas de gravedad de concreto, aunque es muy criticado por las normas internacionales FERC (2002).

En un análisis sísmico el método Pseudo-Estático, el método de Mononobe-Okabe y otros métodos simplistas producirán los mismos resultados para cualquier estructura dada con la misma masa (presas de hormigón, acueductos, muros de contención). Es decir, estas estructuras serán sometidas a la misma carga sísmica y no se considerarán los efectos en relación con las propiedades dinámicas, como por ejemplo los modos de vibración, período de vibración y frecuencias naturales. En consecuencia, los efectos de amplificación dinámica se descuidan y estas soluciones sólo son válidas para estructuras infinitamente rígidas.

De lo que se ha descrito se presentan las interrogantes de investigación:

1.3.1 Problema general.

¿Cómo se desarrolla un modelo determinístico basado en un análisis sísmico para evaluar la respuesta dinámica en presas de gravedad de concreto?

1.3.2 Problemas específicos.

- a) ¿Cuál es la respuesta dinámica producido ante acciones sísmicas obtenido con el método de superposición modal haciendo uso del modelo numérico de elementos finitos en la presa Ancascocha, ubicado en la región de Ayacucho?
- b) ¿Cómo influye la interacción presa-embalse y presa-cimiento ante acciones sísmicas en la presa estudiada?
- c) ¿Qué tanto afectan las cargas dinámicas producto de acciones sísmicas en la estabilidad por deslizamiento en la presa propuesta?

1.4 Justificación e importancia.

La investigación se justifica y es importante por las siguientes razones:

La escala de construcción, la importancia social y los efectos catastróficos que pueden producirse en el caso de colapso, convierten a las presas en estructuras singulares cuyo estudio merece un tratamiento cuidadoso y exhaustivo.

Los eventos sísmicos pueden causar daños o fallos en estructuras de presas. Los estudios de casos sobre el comportamiento sísmico de presas para eventos sísmicos mayores, afirman que la seguridad sísmica de presas es un fenómeno importante en la ingeniería de presas y requiere estudios más integrales para entender el comportamiento dinámico de presas sometidos a sismos severos. Es un fenómeno bien conocido que los terremotos pueden dar lugar a daños y fallos de presas y sus componentes estructurales.

En las últimas décadas los proyectos y la construcción de estructuras especiales de concreto; tal es el caso de las presas de gravedad, generalmente con fines de irrigación, son de gran importancia,

pues con ellas se puede beneficiar a un gran número de personas. Por lo tanto, para realizar estos proyectos es necesario utilizar técnicas adecuadas y vanguardistas que tomen en cuenta los factores principales que influyen su comportamiento cuando son sometidos bajo cargas sísmicas que permiten asegurar la estabilidad y el futuro funcionamiento de estas luego del evento.

La metodología planteada basado en un análisis dinámico con el método de elementos finitos servirá para conocer el comportamiento ante un evento sísmico de las presas de gravedad de concreto.

Al poder conocer las propiedades dinámicas y los efectos ante una fuerza sísmica; se tendrá la capacidad de poder optimizar y dimensionar adecuadamente la estructura dada, lo que generará mayor seguridad, y menores gastos en mantenimiento o construcción.

También la presente investigación se realiza con el propósito de aportar al conocimiento existente sobre el uso del MEF, como instrumento del análisis sísmico en presas de tipo gravedad mediante modelamientos estructurales automatizados con el programa SAGDA. Los resultados de esta investigación pueden ser incorporado como una alternativa de análisis, ya que se estaría demostrando que el uso de nuevas tecnologías y métodos de análisis en comparación a otros modelos de diseño por tanteos (factores de seguridad) generan resultados óptimos en relación a su geometría, comportamiento estructural y costos. Además, esta investigación conlleva a trabajos futuros que se pueden realizar con la necesidad de minimizar la utilización de recursos y consecuentemente mejorar la rentabilidad de los Proyectos de Inversión Pública específicamente en proyectos donde intervienen la construcción de presas para almacenamiento de agua, generación de energía y riego.

Utilidad Metodológica: La investigación da a conocer las ventajas de un análisis dinámico con un modelo para la interacción fluido-estructura en presas de gravedad de concreto, teniendo en cuenta que el método de elementos finitos es fundamental para dar solución a este tipo de problemas.

Valor teórico: Es importante conocer y entender la teoría y los conceptos matemáticos detrás del análisis dinámico de presas; para ello se determinará el comportamiento de una presa sometido a cargas sísmicas.

Por lo tanto, esta tesis es fundamental porque enfoca nuevas soluciones para encontrar y describir la respuesta dinámica en las presas de gravedad de concreto ante eventos sísmicos.

1.5 Limitaciones de la investigación.

Entre las principales limitaciones que se pudo evidenciar durante el desarrollo del estudio, encontramos las siguientes:

- Para la inclusión de un modelo de fluido-estructura en el análisis dinámico se determinará algunos parámetros teóricos encontrados en bibliografías confiables.

1.6 Objetivos.

Los objetivos planteados en el plan de investigación se mencionan en los siguientes renglones:

1.6.1 Objetivo general.

Realizar un modelo determinístico basado en el Método de Elementos Finitos, haciendo uso de software MATLAB, para obtener y cuantificar las propiedades dinámicas consideradas en las presas de gravedad de concreto, con el fin de evaluar las respuestas dinámicas en un análisis sísmico de estas estructuras.

1.6.2 Objetivos específicos.

- a) Calcular las aceleraciones, desplazamientos, fuerzas y esfuerzos obtenidos del análisis sísmico con el método de superposición modal utilizando el modelo de elementos finitos planteado a la presa Ancascocha.
- b) Describir los efectos hidrodinámicos(presa-embalse) y la interacción presa-cimiento en el análisis sísmico en la presa estudiada mediante el método de elementos finitos.
- c) Comparar los resultados obtenidos del coeficiente de seguridad dinámica y el coeficiente de seguridad estático por deslizamiento calculado con los diferentes estados de cargas que actúan sobre la presa estudiada.

Capítulo II

Marco Teórico.

En este capítulo se presenta una revisión del estado del arte, haciendo especial hincapié en la ingeniería sísmica de presas de gravedad de concreto, el modelo matemático de Elementos Finitos y el análisis dinámico con el método de Superposición Modal.

2.1 Antecedentes.

Los daños y el riesgo de las presas debido a terremotos hacen que este tipo de estructuras sea especialmente importante, por ello es vital que puedan resistir de manera segura a grandes movimientos sísmicos, ya que tales daños o fallas de la estructura de la presa llevaría a consecuencias desastrosas tanto para la vida humana como para el medio ambiente. Por lo tanto, dentro del aspecto científico ha recibido una atención considerable durante más de tres décadas y ha motivado el incremento de investigaciones relacionados sobre un comportamiento adecuado de las presas ante sismos (Ayothiraman, Maity & Khasung, 2008).

La información sobre metodologías para el análisis dinámico de presas, son muy limitados, la mayoría de estos consignados en las referencias de artículo y textos científicos del Comité Internacional de Grandes Presas (ICOLD) y el Comité Nacional Español de Grandes Presas (SPANCOLD).

2.1.1 Investigaciones internacionales

Tradicionalmente, el análisis de una presa de gravedad consideraba un simple modelo matemático de la estructura. Tal método se basaba en el concepto de que la resistencia a las fuerzas externas era bidimensional, por ello se analizaba sólo una única “tajada” en la dirección del cauce del agua. Las fuerzas sísmicas se expresaban como producto de un coeficiente sísmico y se trataban como fuerzas estáticas. Sólo se consideraban los efectos del movimiento horizontal del terreno aplicados en la dirección del cauce del agua (Picardo, 2008).

Cabe destacar el método Pseudo-estático (o método del Coeficiente Sísmico), donde la masa estructural se trata como un cuerpo rígido acelerado. En este caso, el coeficiente sísmico coincide exactamente con la aceleración estructural, que generalmente se toma como una fracción de la aceleración gravitatoria. Debido a su naturaleza simplista, este procedimiento es utilizado ampliamente. Este tipo de análisis se define generalmente como un procedimiento tradicional para el diseño sísmico y están cada vez más destinados al olvido. (Ribeiro & Pedroso, 2017).

Westergaard (1933), desarrolló para el caso específico de las presas de concreto modelos analíticos para un sistema presa-embalse que se resumen en dos hipótesis principales que gobiernan el problema: (i) el fluido se trata como compresible y (ii) la presa se mueve con una presión uniforme a lo largo de su altura.

El ICOLD durante la mayor parte de su actividad ha mostrado constante interés por la investigación de estos temas tal es el caso que en 1969 se creó un Comité ICOLD para tratar los problemas relacionados al diseño sísmico y, como resultado, se publicaron dos Boletines. "A Review of Earthquake Resistant Design of Dams" en 1975 (Boletín no. 27, Comité presidido por M. Nose) y "Seismicity and Dam Design" en 1983 (Boletín no. 46, presidido por R. G. T. Lane)

Chopra (1978), después de demostrar que los procedimientos de diseño tradicionales no representan adecuadamente la realidad, se presenta un método para que el diseño de presas de gravedad de concreto se mantenga esencialmente dentro del rango de comportamiento elástico. Se consideran todos los factores que son significativos en la respuesta dinámica de las represas y se reconoce la capacidad del concreto para soportar tensiones dinámicas.

Fenves y Chopra (1983) introdujeron los efectos de **absorción de fondo** de embalse así como en Fenves y Chopra (1984), realizaron una serie de trabajos en el área de diseño sísmico de presas con numerosas contribuciones, tales como: efectos de interacción del sistema de **presa-embalse**, también Fenves y Chopra (1985) hablan sobre la participación de modos superiores en la respuesta dinámica y los efectos de la interacción **presa-cimiento**.

Consecuentemente Rashed (1983), presentó los resultados de la interacción presa-embalse para problemas 2D y 3D. Lee y Tsai (1991), desarrollaron un análisis de dominio de tiempo de forma cerrada utilizando una geometría simplificada de una presa, dando una solución exacta para las respuestas transitorias en los sistemas de embalses infinitos y estructuras flexibles.

El punto común de todos los trabajos citados anteriormente es la ecuación de onda que gobierna el dominio del fluido. Por lo tanto, la interacción presa-embalse se ha tratado como un problema vibro-acústico típico, con el desarrollo de soluciones de forma cerrada para el dominio del fluido, seguido de efectos de masa agregada aplicados a la presa (Ribeiro & Pedroso, 2017).

En las últimas décadas, las investigaciones sobre el diseño sísmico de presas de gravedad de concreto estuvieron marcadas por nuevos procedimientos de cálculo y contribuciones adicionales al legado de Westergaard.

Recientemente Ribeiro y Pedroso (2017), presenta una revisión de las técnicas actuales empleadas para análisis dinámico de presas de gravedad de concreto bajo acciones sísmicas. Estos autores proponen un desarrollo autónomo y detallados de los procedimientos tradicionales como el método Pseudo-Dinámico y el método Pseudo-Estático, con lo cual realizaron una comparación con el modelo de elementos finitos utilizando la respuesta transitoria de los sistemas presa-embalse, el cual concluyen que en algunos casos, la magnitud de los valores de fuerzas obtenidos a partir del análisis dinámico con elementos finitos fue aproximadamente diez veces mayor que los obtenidos en el método Pseudo-Estático.

2.1.2 Investigaciones nacionales

El Perú no cuenta con una normativa para el diseño de presas por tanto, se adoptan diferentes normativas internacionales, las que usualmente se emplean para el diseño de presas es la Normativa de la Dirección de Obras Hidráulicas Españolas "Instrucciones para el Proyecto, Construcción y Explotación de Grandes Presas".

A nivel nacional se han realizado investigaciones acerca del comportamiento sísmico de presas, los trabajos que destacan se detallan a continuación.

Infantes (1999), presentó un procedimiento de análisis sísmico para cualquier estructura de tierra basado en métodos y procedimientos que han sido desarrollados y evaluados en años anteriores. Este procedimiento involucra tres etapas de análisis. La primera en donde se aplica el popular método pseudo-estático, la segunda etapa es la referida a los procedimientos simplificados para el cálculo de las deformaciones permanentes y la tercera es la que involucra un análisis riguroso de respuesta sísmica.

Alva y Infantes (1999), presentaron una revisión de los métodos existentes para realizar el diseño sísmico de presas de tierra y enrocado. En primer lugar, se presenta el método Pseudo-estático que utiliza un coeficiente lateral sísmico. Después se ilustra el método simplificado de deformación permanente y finalmente se describe el análisis de estabilidad dinámico en base a la respuesta sísmica de la presa.

Carrion (2001), analiza el comportamiento de estructuras geotécnicas debido a las fuerzas sísmicas que es el parámetro más importante ya que a partir del registro tiempo-historia de aceleraciones de terremotos pasados, se pueden prever el comportamiento de estructuras a diseñarse o de estructuras existentes, ante un evento sísmico.

Macedo (2013), desarrolló una metodología para la evaluación del comportamiento dinámico de presas de tierra siguiendo un procedimiento de etapas. En la primera etapa consideró la instrumentación sísmica de la estructura con equipos acelerométricos, como segunda etapa obtuvo el procedimiento e interpretación de los registros obtenidos, en la tercera etapa realizó la calibración de un modelo de elementos finitos con el que se pueda obtener la respuesta cercana a la real para los sismos registrados en el equipo que instaló y finalmente la cuarta etapa consistió en evaluar la respuesta dinámica de la estructura para el sismo de diseño considerando las propiedades del modelo calibrado. Para su estudio realizó el análisis dinámico de la presa Yuracmayo.

2.2 Bases teóricas

2.2.1 La presa como obra de ingeniería

Según el Diccionario de la Lengua Española de la RAE (2001), la quinta acepción para la palabra presa es: *Muro grueso de piedra u otros materiales que se construye a través de un río, arroyo o canal,*

para detener el agua a fin de derivarla fuera del cauce. A partir de esta definición, se distinguen las siguientes condiciones para aplicar el término presa a una construcción u obra dada:

1. Estar ubicada en el cauce de un río, arroyo o canal.
2. Realizada con materiales diversos.
3. Tener un emplazamiento en forma transversal al eje del cauce.
4. Ser capaz de detener el escurrimiento del agua por el cauce para derivarla ya sea fuera del mismo.

2.2.1.1 La presa de gravedad de concreto como estructura

Básicamente las presas de gravedad son estructuras de concreto sólido que mantienen su estabilidad frente a las cargas de diseño desde la forma geométrica, la masa y la resistencia del concreto. Las presas de gravedad generalmente consisten en unas secciones sin flujo y una sección de desbordamiento o aliviadero. Los dos métodos generales de construcción de concreto para presas de gravedad son el concreto convencional colocado en masa y el Concreto Compacto con Rodillo (RCC) (National Academy Press, 1999).

Como se muestra en la figura 1 Las presas de concreto convencional son las más sencillas, pueden permitir amplios desagües por su coronamiento y en general son adaptables a condiciones adecuadas de fundación ofrecidas por el terreno de apoyo (Espinosa, 2010).

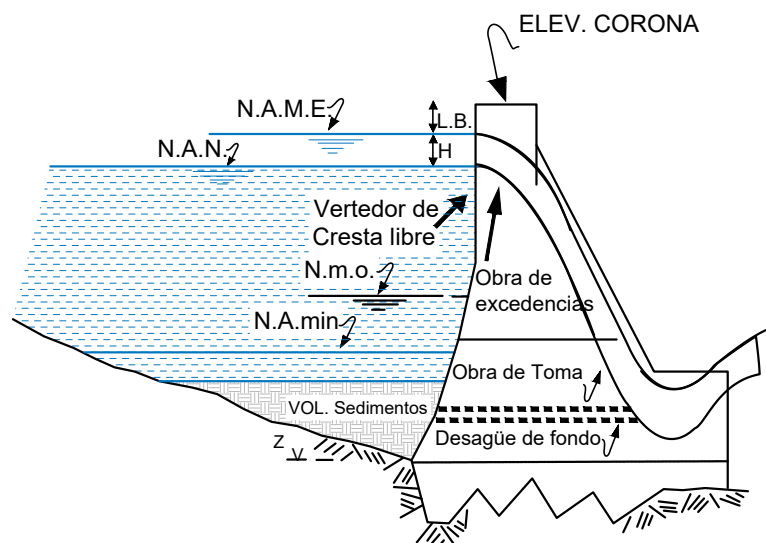


Figura 1 Sección típica de presas tipo gravedad de concreto.
Fuente: Obtenido de Espinosa (2010).

2.2.1.2 Materiales

A) El concreto convencional

El Concreto es un material rígido y puede llegar a aplicar en el plano de fundación tensiones de gran magnitud a los terrenos de fundación, por lo cual la roca que allí se encuentre deberá tener una capacidad portante adecuada para absorber esas cargas con un coeficiente de seguridad aceptable según las normas o criterios de proyecto adoptados (Espinosa, 2010).

Una presa de gravedad construida con concreto cumplirá los criterios de proyecto respecto a las

tensiones, durabilidad, permeabilidad y otras propiedades necesarias. Estas propiedades varían con la edad, el tipo de cemento, áridos, y otros aditivos, y sus propiedades en la mezcla (USBR, 1987).

2.2.1.3 Evaluación de las cargas actuantes sobre presas.

Es esencia de presas de gravedad el conocimiento de las fuerzas provistas que afectan a las tensiones y estabilidad de la estructura (USBR, 1987):

Es conveniente clasificar las cargas actuantes individuales en las presas de gravedad como primarias, secundarias o excepcionales. Dicha clasificación ayuda a apreciar apropiadamente combinaciones de las cargas que se deben considerar en su análisis. La clasificación se hace en función de su aplicabilidad y de la importancia relativa de la carga (Novak, Moffat, Nalluri & Narayanan, 2001).

Cargas primarias Se identifican como aquellas de mayor importancia para todas las presas, sin tener en cuenta su tipo.

- a) Peso propio.
- b) Empuje hidrostático.
- c) Presión intersticial y subpresión (fuerzas relacionadas con la infiltración).

Cargas secundarias Se aplican universalmente aunque en menor magnitud,

- d) Empuje de sedimentos.
- e) Cargas hidrodinámicas.
- f) Empuje de hielo.
- g) Efectos térmicos (dentro de presas de concreto).

Cargas excepcionales Se designan así sobre la base de su aplicación general limitada o por su poca probabilidad de ocurrencia (por ejemplo, los efectos tectónicos)

- h) Sismos.

Las cargas primarias y las excepcionales son destacablemente las de mayor importancia y las que influyen en las dimensiones y seguridad de la presa; los otros tipos de carga son de efecto muy secundario, en general. A todas ellas hay que añadir las reacciones del terreno que han de equilibrarlas (Cánovas, Bravo & Salet, 1998).

2.2.2 Ingeniería sísmica en presas de gravedad.

2.2.2.1 Introducción al análisis sísmico.

La introducción del diseño estructural por ordenador generó una revolución al posibilitar la realización de cálculos inabordables con anterioridad, además ha permitido automatizar notablemente los procesos de análisis y abordar problemas de complejidad creciente (Lázaro, 2017).

La escala de construcción, la importancia social y los efectos catastróficos que pueden producirse en el caso de colapso, convierten a las presas en estructuras singulares cuyo estudio merece un tratamiento cuidadoso y exhaustivo.

La respuesta de una presa a una excitación sísmica es la que se puede esperar de un sistema de varios grados de libertad cuyas matrices de masa, rigidez y amortiguamiento son independientes del contenido en frecuencias de la excitación. Sin embargo, debido a la presencia de agua embalsada, tanto las propiedades dinámicas como la respuesta de la presa son diferentes en el caso del embalse lleno o embalse vacío (Serrano, 2015).

En términos numéricos, se formula el problema de análisis de presas como la determinación de la respuesta dinámica de una presa de concreto, pero se plantean una serie de problemas secundarios, tales como el ser capaz de reproducir aspectos teóricos como el comportamiento real de los materiales constitutivos, la interacción presa-cimiento, la interacción presa-embalse o aspectos prácticos tales como modelar adecuadamente la geometría de la estructura.

2.2.2.2 Peligro sísmico.

Para cuantificar los efectos de los sismos en las presas de gravedad es necesario tomar en cuenta la vulnerabilidad de estas y la sismicidad del lugar. La vulnerabilidad se estima al conocer las características de la presa y la sismicidad es obtenida mediante un análisis de peligro o amenaza sísmica.

Existen dos enfoques generales empleados en la evaluación del peligro sísmico específico de sitio (Reiter, 1990). Un primer enfoque es el análisis determinístico y un segundo enfoque lo constituye el análisis probabilístico. Ambas metodologías son descritas con más detalle a continuación.

A) Análisis determinístico de peligro sísmico

El análisis determinístico emplea datos geológicos y sísmicos históricos disponibles para generar estimaciones discretas, de valor único, sobre los parámetros sísmicos en el sitio de evaluación. El análisis determinístico se inicia con la identificación y caracterización de las fuentes sismogénicas localizadas dentro de una distancia específica del sitio (Macedo, 2013).

En base a lo anterior y al catálogo histórico e instrumental se determinará el sismo extremo para cada zona sismogénica a ser considerada. El sismo Extremo se define como el sismo mas grande que una zona sismogénica puede producir, bajo las condiciones tectónicas conocidas. (Infantes, 1999)

Para los sismos de subducción se puede utilizar la ley de atenuación de aceleraciones propuestas por Casaverde y Vargas (1980). Esta ley basada en los registros de acelerógrafos de las componentes horizontales de diez sismos peruanos registrados en Lima y alrededores esta dado por:

$$a = 68.70 \cdot e^{0.8 \cdot Ms} (R + 25) \quad (2.1)$$

Donde:

a : Aceleración en cm/s^2 .

Ms : Magnitud de las ondas superficiales.

R : Distancia hipocentral en Km.

B) Análisis probabilístico de peligro sísmico

El análisis probabilístico de peligro sísmico considera todos los posibles escenarios sísmicos, combinando cada magnitud-distancia para cada fuente sismogénica. Dichos análisis son empleados para estimar la probabilidad de ocurrencia de aceleraciones de terreno (o espectrales) generados por sismos y para un periodo específico, característica que no es considerada por un estudio determinístico de peligro sísmico. El presente estudio, presenta el desarrollo de periodos de retorno específicos de 475, 975 y 2,475 años; 10%, 5% y 2% de probabilidad de excedencia en 50 años, respectivamente. (Macedo, 2013)

Esta metodología emplea los elementos de identificación y caracterización de la fuente semejante al análisis determinístico, más una evaluación sobre la probabilidad que ocurran los sismos de una magnitud dada en el sitio de análisis. La frecuencia de ocurrencia de sismos de diferentes magnitudes en cada fuente sísmica, junto con sus incertidumbres inherentes, están directamente consideradas en el análisis probabilístico. Al igual que la posible ocurrencia de eventos de cada magnitud en cualquier lugar de la fuente, incluyendo por supuesto la distancia más cercana (único parámetro que toma el análisis determinístico). (Macedo, 2013)

2.2.2.3 Filosofía de diseño

La filosofía de diseño sísmico actual para muchas estructuras ha avanzado a un estado en el que se requieren criterios de diseño dual (dos niveles). En términos generales, el nivel de diseño más alto está orientado a la seguridad de la vida, mientras que el nivel más bajo está destinado a una operación continua (es decir, un objetivo de diseño económico basado en la consideración del riesgo). Se recomienda el enfoque de criterios de diseño de dos niveles para garantizar que las estructuras (sobre el suelo y / o subterráneas) construidas en áreas sísmicas moderadas a altas representan la adecuación funcional y la economía al tiempo que reducen las fallas que ponen en peligro la vida.

A) Sismo de Base Operativa (SBO)

Se define como el evento sísmico que produce el mayor nivel de movimiento del suelo y puede esperarse razonablemente que ocurra durante la vida de diseño de la presa (por ejemplo, al menos una vez). El objetivo de diseño del SBO es que el sistema general continúe funcionando durante y después de un SBO y experimente poco o ningún daño (Tarambís, 2011).

B) Sismo Máximo Creíble (SMC)

Se define como un evento sísmico que produce el nivel mayor de movimiento del suelo y que tiene una pequeña probabilidad de excederse durante la vida útil de la instalación (por ejemplo, 5%). El objetivo de diseño de SMC es que la seguridad pública se mantenga durante y después de un SMC (Tarambís, 2011).

2.2.2.4 Criterio de aceptación

En general, se realiza un análisis dinámico cuyos resultados son evaluados para determinar si la respuesta de la estructura ante una carga sísmica es aceptable o no. En caso de no serlo, el diseño de una nueva estructura se puede llevar a cabo e incluso se puede utilizar métodos más refinados de análisis (Picardo, 2008).

La excitación del terreno que es producida durante un suceso sísmico puede ocasionar grietas en la estructura. Si la grieta progresa, la función que desempeña la estructura queda mermada finalmente. Si la excitación es extremadamente severa o si la excitación viene combinada con un desplazamiento de falla, es imaginable que continúe la progresión de las grietas y que finalmente conduzca a un mecanismo de fallo donde la presa no es capaz de mantener su función de retención (Picardo, 2008).

Se establece por tanto un criterio que mantenga el servicio de la presa durante un SBO y que proporcione un factor de seguridad razonable en función del desarrollo del mecanismo de fallo durante un SMC (Picardo, 2008).

2.2.2.5 Acción sísmica

A) Tipo de análisis

Dependiendo del tipo de análisis que se vaya a realizar, se utiliza un tipo de sistema de ecuaciones u otro. Las relaciones entre las acciones externas y las deformaciones se tienen en cuenta en la rigidez del elemento y en sus ecuaciones constitutivas (Lázaro, 2017).

En la figura 2, Sánchez (2016) da referencia a los tipos de análisis sísmico¹ que definitivamente ayudarán a comprender el comportamiento de las estructuras ante un terremoto .

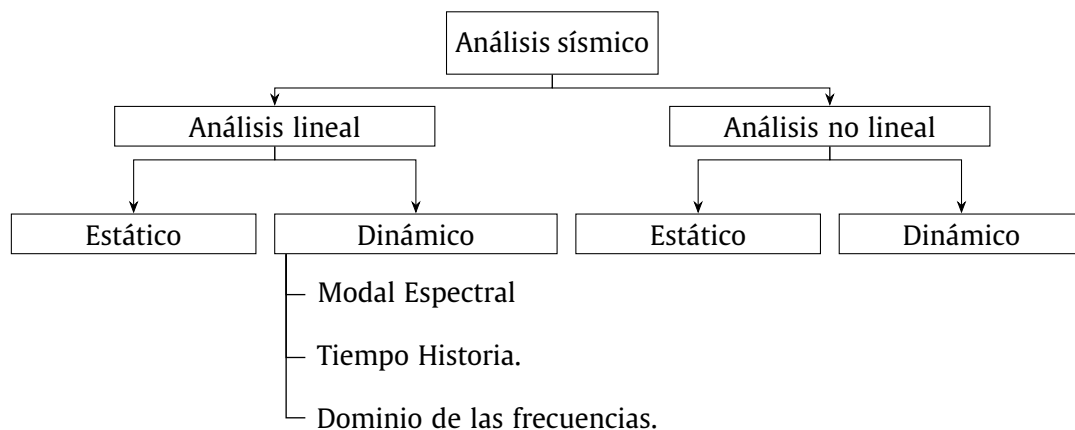


Figura 2 Resumen de los distintos tipos de problemas de análisis sísmico.

Fuente: Adaptado de Sánchez (2016).

B) Definición de la acción sísmica en función del tipo de análisis

Altarejos (2009), menciona que la acción sísmica está directamente relacionada con el tipo de análisis sísmico estructural que se vaya a realizar.

Así, en el caso de realizar un análisis pseudo-estático, la acción sísmica se define mediante la

¹No se tuvo en consideración el análisis de estabilidad estructural.

aceleración de cálculo en el terreno, conocida como Aceleración Máxima del Suelo (PGA). Si se realiza un análisis lineal, de tipo modal, suele ser suficiente la definición de la acción sísmica mediante su espectro de respuesta.

2.2.3 Modelamiento numérico en presas de gravedad de concreto

2.2.3.1 Generalidades.

En esta sección se exponen las características del modelo numérico de Elementos Finitos para el análisis de problemas relacionados con la respuesta dinámica en presas de gravedad de concreto. El Comité Internacional de Grandes Presas (ICOLD, 2004), agrupa los modelos en las siguientes categorías:

Deterministas los cuales están basados en la experiencia y las leyes físicas para obtener fórmulas sencillas y modelos matemáticos.

Estadísticos basados puramente en el análisis de datos y que buscan correlaciones con datos de auscultaciones.

Híbridos combinación de los dos anteriores.

Adaptativos basados en inteligencias artificiales, sistemas expertos y redes neuronales (en fase de investigación).

En los apartados siguientes se desarrollará las principales características de los modelos deterministas.

2.2.3.2 Modelos determinísticos.

Los modelos determinísticos permiten simular la respuesta de un sistema frente a acciones externas mediante el uso de modelos matemáticos basados en principios físicos, formulados para su resolución con técnicas de análisis numérico. Los modelos matemáticos se basan en las ecuaciones constitutivas de los materiales que conforman la presa y el cimiento. Estas ecuaciones constitutivas se deducen a partir de los principios de la mecánica de los medios continuos, la mecánica de suelos y rocas, la hidráulica, la hidrología y la hidrogeología. En función de las técnicas de análisis numérico utilizadas para tratar el problema, se tienen modelos de: (Altarejos, 2009).

- Métodos de elementos de contorno.
- Métodos de elementos del dominio (principalmente el Método de Elementos Finitos y el Método de Diferencias Finitos (MDF)).
- Métodos híbridos que combinan los dos anteriores.

La precisión de los resultados obtenidos depende de la adecuación del modelo matemático a la realidad modelada, de la calidad de la solución numérica, controlada por el tamaño de la malla elegida, del conocimiento de los parámetros que intervienen en las ecuaciones constitutivas, de las simplificaciones introducidas en el modelo y del conocimiento de las variables independientes

que intervienen en el problema (Altarejos, 2009).

A continuación se exponen las características principales del Método de Elementos Finitos.

2.2.3.3 Método de Elementos Finitos.

El método de los elementos finitos es un procedimiento numérico para resolver las ecuaciones diferenciales que se obtienen al formular problemas en el campo de la física y de la ingeniería. Es el más usado en la actualidad en el campo del análisis estructural. El método tiene su origen en la década de los 50 del siglo XX, en el campo de la industria aeroespacial. Posteriormente se aplica a otras ramas de la ingeniería, en problemas de conducción de calor, mecánica de fluidos, flujo en medios porosos, etc (Altarejos, 2009).

El fundamento de Zienkiewicz, Taylor y Zhu (2005), es que cualquier cantidad continua, ya sean desplazamientos, tensiones, temperaturas, etc., evaluada sobre una región del espacio, puede ser aproximada mediante un modelo discreto formado por un conjunto de funciones continuas a trozos definidas sobre un conjunto finito de subdominios. Estos subdominios, no solapados, se encuentran conectados entre sí mediante unos puntos comunes o nodos.

Conocidos los valores de la variable en los nodos de un subdominio, podemos conocer el valor de la variable en cualquier punto del mismo, mediante unas funciones denominadas “funciones de forma”

Sea V la función cuyo valor se desea conocer, N_e el número de subdominios, recintos o elementos finitos que se han considerado:

$$V \approx \bigcup_1^{N_e} \Phi^{(e)}(x, y, z) \quad (2.2)$$

Para cada uno de los recintos, el valor de la función en sus nodos, por ejemplo, si es un elemento triangular de 3 nodos i, j, k sería:

$$\begin{matrix} V_i^{(e)} \\ V_j^{(e)} \\ V_k^{(e)} \end{matrix} \quad (2.3)$$

Y el valor de la función en un punto dado de un elemento (por ejemplo, en un caso 2D, en un punto de coordenadas x, y perteneciente al elemento) se evalúa mediante la ecuación 2.4 .

$$\Phi^{(e)}(x, y) = N_i V_i^{(e)} + N_j V_j^{(e)} + N_k V_k^{(e)} \quad (2.4)$$

Donde N_i , N_j y N_k son las funciones de forma para el elemento finito considerado, cualquier combinación de estas funciones de forma representa una superficie plana, en consecuencia, N_i , N_j , N_k no son linealmente independientes; solo dos de ellas lo son. Finalmente, estas funciones de forma normalmente son lineales, cuadráticas o cúbicas. (Chandrupatla, 1999)

Las condiciones en el contorno (Γ) de la región analizada pueden ser de dos tipos: condiciones de tipo Dirichlet y condiciones de tipo Neumann. Si conocemos el valor de la función V sobre una parte del contorno (Γ_1) se tiene una condición de tipo Dirichlet.

$$\frac{\partial V}{\partial n} = f \text{ en } \Gamma_2 \quad (2.5)$$

En las condiciones Neumann lo que se conoce es la derivada normal de V sobre una parte del contorno (Γ_2):

$$V = g \text{ en } \Gamma_1 \quad (2.6)$$

La posición (u) de un punto dentro del elemento, su velocidad (\dot{u}) y su aceleración (\ddot{u}), vendrán dadas por la de los nodos que lo conforman, de acuerdo las ecuaciones 2.7.

$$\begin{aligned} u &= \sum_k N_k u_k \\ \dot{u} &= \sum_k N_k \dot{u}_k \\ \ddot{u} &= \sum_k N_k \ddot{u}_k \\ k &= 1, 2, 3 \dots, n \end{aligned} \quad (2.7)$$

Las ventajas del método de los elementos finitos es que permite formular el problema para cualquier ecuación diferencial, en medios homogéneos y no homogéneos, con una gran flexibilidad de localización de nodos y tamaños de elementos y que puede admitir prácticamente cualquier tipo de condiciones en el contorno.

2.2.3.4 Interacción presa-embalse-cimiento

La interacción dinámica del embalse y la presa con el cimiento se puede afrontar mediante la modelación completa del sistema Presa-Embalse-Cimiento o mediante la modelación parcial de subsistemas, por ejemplo, del subsistema Presa-Cimiento, como se recoge en la figura 3, introduciendo el efecto equivalente aproximado del embalse.

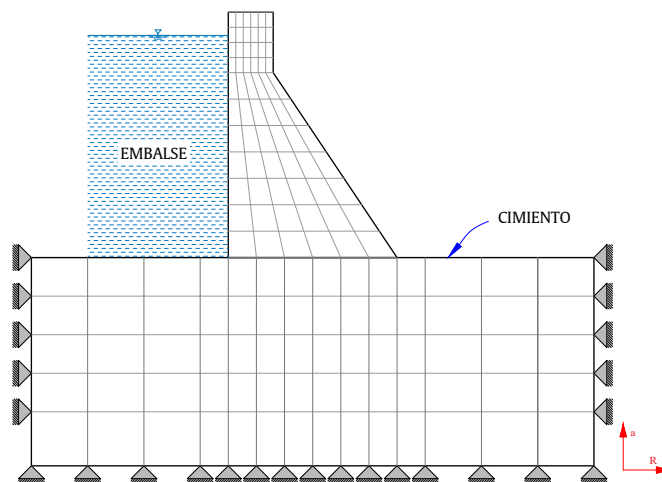


Figura 3 Modelación de los subsistemas presa-cimiento y presa-embalse bidimensional.
Fuente: Adaptado de USACE (1999)

A) Presa-embalse

La coexistencia de dos medios (la presa y el embalse) en contacto entre sí mediante una interfase, da lugar a que, por ser flexibles, ambos interactúen. Esto repercute sobre las presiones hidrodinámicas, pero además sobre las características dinámicas y sobre la respuesta de la presa a una excitación sísmica. (Mosquera, 1995)

Los efectos de la interacción presa-embalse, así como del amortiguamiento que tiene lugar en los contornos del embalse, son más significativos en la respuesta de presas bóveda, en comparación con las de gravedad. Esto se debe a que los términos hidrodinámicos adicionales (masas, amortiguamientos y fuerzas) tienen un mayor efecto en la respuesta dinámica de una presa esbelta que en la de una masiva. (Mosquera, 1995)

Los primeros estudios en este campo fueron llevados a cabo por Westergaard (1933) resolviendo el problema bidimensional consistente en el cálculo de las presiones hidrodinámicas sobre el paramento vertical de una presa rígida de sección triangular, sometida a una excitación horizontal armónica del terreno y en la dirección del río. Asimismo, consideró compresible el agua del embalse, cuyo fondo supuso horizontal y de extensión infinita hacia agua arriba. Westergaard obtuvo una expresión analítica para la distribución de la amplitud de las presiones hidrodinámicas sobre el plano superior externo; mostró que estas tienen fase opuesta a la aceleración del terreno, por lo que se podían interpretar como unas fuerzas equivalentes de inercia, correspondientes a una cierta masa de agua que acompaña solidariamente a la presa en su movimiento de sólido rígido. (Mosquera, 1995)

La presión dinámica, p , ejercida por el embalse sobre la presa, considerando el paramento vertical y suficientemente rígido, y despreciando la viscosidad del agua, fue obtenida por Westergaard (1933) para el caso de una vibración sinusoidal de la presa en sentido horizontal de periodo T , y para un nivel de embalse de altura H , de acuerdo con la ecuación 2.8 .

$$p(t) = m\alpha \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right), \quad (2.8)$$

donde:

α : aceleración sísmica horizontal.

m : masa inercial debida al embalse, calculada de acuerdo con la ecuación.

$$m = \frac{8\rho H}{\pi^2} \sum_n \frac{1}{n^2 C_n} \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi y}{2H}\right) \quad (2.9)$$

$$C_n = \sqrt{1 - \frac{16\rho H^2}{n^2 K T^2}},$$

donde:

ρ : densidad del agua

K : módulo de compresibilidad del agua

y : profundidad del punto con respecto al nivel del embalse.

Por otro lado (Mosquera, 1995) describe al Método de Elementos Finitos (MEF) como la herramienta más poderosa, para el estudio del comportamiento conjunto de la presa y del embalse. El cual ha sido empleado por numerosos autores, algunos de los cuales declaran que es un método efectivo y práctico de representar los efectos del embalse, por lo que no hay razón aparente para continuar adoptando modelos de masas añadidas de tipo Westergaard para el análisis de presas de gravedad (Clough, Ghanaat & Qiu, 1985). Estos modelos, además de no contemplar el acoplamiento entre la presa y el embalse, sobreestiman en general los valores de las presiones hidrodinámicas calculadas, con relación a un modelo basado en elementos finitos incompresible. Diversos estudios muestran que los modelos basados en elementos finitos arrojan una mejor aproximación a resultados medidos en diversas presas reales (en cuanto a presiones hidrodinámicas y modos de vibración) (Kuo, 1982); (Clough et al., 1985).

En síntesis, existen dos clases de enfoques del estudio mediante elementos finitos. El primero considera al fluido como un sólido degenerado, compresible, con módulo de deformación transversal nulo. Las variables del problema son los movimientos de los nudos. Es un enfoque relativamente simple de implementar, conduce a cálculos muy costosos, además de problemas de singularidad en la matriz de rigidez. (Mosquera, 1995)

En el segundo tipo de enfoque, las variables son las presiones. Las tensiones cortantes se suponen nulas. La compresibilidad del agua puede ser soslayada o bien tenida en cuenta. Si no se considera, esta formulación conduce a la obtención de la matriz de masa añadida (Fenves, Mojtahedi & Reimer, 1989). Para modelar el embalse en toda su longitud se recurre normalmente al empleo de elementos infinitos del fluido, bajo la hipótesis de compresibilidad. (Mosquera, 1995)

Hasta el momento presente, la gran mayoría de estudios sobre el comportamiento del sistema presa-embalse suponen rígido el terreno, lo que representa una simplificación notable del problema. Algunos estudios tienen en cuenta la flexibilidad del terreno. No obstante, la interacción presa-embalse-cimiento es un fenómeno mucho más complejo, el cual es objeto de numerosas y exhaustivas investigaciones en la actualidad. Asimismo, la mayor parte de los estudios consideran que la excitación es uniforme en todos los puntos del terreno para cada instante de tiempo. (Fenves et al., 1989)

B) Presa-cimiento

Al inicio los ingenieros estructurales y hasta la fecha algunos analizan las estructuras como si tuvieran un apoyo fijo, que no sufre asentamiento, o un asentamiento diferencial, pero no se han tomado en consideración las fuerzas internas producto de los asentamientos producto de la interacción suelo-estructura.

La primera vez que fue propuesto un procedimiento considerando la interacción de un suelo con la subestructura fue realizado por Winkler (1867).

La interacción de la estructura con su cimentación y con el suelo debajo de ésta, altera considerablemente el comportamiento obtenido por sólo considerar la estructura. Ello sustenta la necesidad de un modelo de validez computacional. Cada componente de un sistema es

interdependiente con los otros que lo integran, como es el caso de la figura en donde el suelo debajo de la columna central tiende a asentarse más. Ello obliga a un análisis interactivo. Estructura-suelo, constituyen en conjunto un sistema. La redistribución de cargas depende de la rigidez de la estructura, y la del suelo.

Al estudiar la interacción existente entre la estructura de concreto y el suelo es importante adoptar un sistema numérico adecuado que permita analizar estos dos componentes y el método adoptado para estudiar la presa es el MEF. (Moreno, 2012)

2.2.4 Leyes constitutivas.

Se presentan los modelos constitutivos utilizados el campo de la modelación del comportamiento de presas antes eventos sísmicos, para ello se describió los modelos constitutivos basados en la elasticidad lineal.

El objetivo del modelo constitutivo elástico lineal es determinar cómo cambia la configuración de un cuerpo, cuando se le aplica un sistema de fuerzas.

Las ecuaciones de equilibrio interno representan el sistema diferencial básico de todo cuerpo. Para su resolución es preciso determinar unas condiciones de contorno, y tener en cuenta el comportamiento mecánico característico del material. Este comportamiento o respuesta de un material frente a un conjunto de acciones, constituido por fuerzas externas o suministro de calor se define mediante las denominadas ecuaciones constitutivas (Altarejos, 2009).

2.2.4.1 Modelo elástico lineal

Las ecuaciones constitutivas clásicas de la elasticidad se denominan *Ley de Hooke generalizada* y son nueve ecuaciones que expresan la relación entre las componentes de tensión como funciones lineales homogéneas de las nueve componentes de deformación.

Un material es elástico si las tensiones en un determinado instante dependen solamente de la deformación local en ese instante y no de la historia pasada. Son materiales cuyas deformaciones son reversibles (Jiménez & Perate, 1980).

El modelo más sencillo y por ello el más utilizado es el elástico lineal isótropo homogéneo. Cuando el material es isótropo (no hay direcciones preferenciales en el material) las constantes elásticas deben ser las mismas para una misma partícula para todos los posibles sistemas de referencia cartesianos en los que se evalúen las componentes σ_{ij} y ε_{rs} .

De la ecuación general de la elasticidad lineal, la expresión de las ecuaciones en deformación plana ($\varepsilon_{zz} = 0$) son las siguientes:

$$\begin{aligned}\sigma_{XX} &= \alpha_1 \varepsilon_{XX} + \alpha_2 \varepsilon_{YY} \\ \sigma_{YY} &= \alpha_2 \varepsilon_{XX} + \alpha_1 \varepsilon_{YY} \\ \sigma_{XY} &= 2G \varepsilon_{XY} \\ \sigma_{ZZ} &= \alpha_1 (\varepsilon_{XX} + \varepsilon_{YY})\end{aligned}\tag{2.10}$$

siendo:

$$\alpha_1 = K + \frac{4}{3}G \quad (2.11)$$

$$\alpha_2 = K - \frac{2}{3}G$$

donde :

K : módulo de rigidez volumétrica o módulo de compresibilidad .

G : módulo de rigidez transversal .

A su vez:

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (2.12)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

donde :

E : módulo de elasticidad axial o módulo de Young ($E = \sigma_{axial}/\varepsilon_{axial}$).

ν : coeficiente de Poisson ($\nu = \varepsilon_{transversal}/\varepsilon_{axial}$).

La expresión de las deformaciones en función de los desplazamientos es:

$$\varepsilon_{XX} = \frac{\partial u_X}{\partial x} \quad (2.13)$$

$$\varepsilon_{YY} = \frac{\partial u_Y}{\partial y}$$

$$\varepsilon_{YY} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_X}{\partial y} + \frac{\partial u_Y}{\partial x} \right)$$

$$\varepsilon_{ZZ} = 0$$

(2.14)

La expresión de las ecuaciones de la elasticidad 2D en forma matricial es la siguiente:

$$D = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & 0 & 0 \\ \alpha_2 & \alpha_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2G & 0 \\ \alpha_2 & \alpha_2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

$$\sigma = (\sigma_{XX} \quad \sigma_{YY} \quad \sigma_{XY} \quad \sigma_{ZZ})^T \quad (2.16)$$

$$\varepsilon = (\varepsilon_{XX} \quad \varepsilon_{YY} \quad \varepsilon_{XY} \quad \varepsilon_{ZZ})^T \quad (2.17)$$

$$\sigma = D\varepsilon \quad (2.18)$$

Para poder plantear las ecuaciones sólo es preciso conocer dos parámetros elásticos del material que son el módulo de elasticidad (E) y el coeficiente de poisson (ν).

2.2.5 Análisis dinámico.

2.2.5.1 Generalidades.

El análisis de la respuesta de la presa frente a excitaciones de tipo dinámico (movimientos sísmicos, viento, oleaje, choques o impactos, explosiones), requiere formular modelos adecuados, de acuerdo con las técnicas disponibles. En el ámbito de presas el análisis dinámico es básicamente el análisis de la respuesta de la presa frente al sismo. Esta respuesta se evalúa normalmente en términos de aceleraciones, desplazamientos, tensiones y deformaciones en diversos puntos. (Barbat & Canet, 1994)

Durante un evento sísmico pueden desarrollarse fuerzas inerciales de gran magnitud que provocan niveles de movimientos incompatibles con la resistencia de los materiales, produciendo fenómenos de fisuración. (Barbat & Canet, 1994)

2.2.5.2 Ecuación de movimiento.

La excitación provocada por un sismo se puede definir como una fuerza inercial ocasionada por la aceleración sísmica. Esta fuerza inercial (acción) ha de estar en equilibrio con la respuesta del sistema. Esta respuesta se puede expresar como la suma de tres tipos de fuerzas:

1. Fuerzas inerciales debidas a la aceleración de la masa de la estructura.
2. Fuerzas mecánicas debidas a las deformaciones que tienen lugar en la estructura. (vinculadas por tanto a la rigidez de la misma)
3. Fuerzas de amortiguamiento (vinculadas a la disipación de energía que tiene lugar durante la deformación).

La suma de todas estas fuerzas debe estar en equilibrio en todo instante, t , por lo que la ecuación del movimiento se puede expresar como:

$$M \cdot a + C \cdot v + K \cdot d = -Mj a(t) \quad (2.19)$$

Los procedimientos utilizados para resolver el problema planteado en la ecuación 2.19 son:

- Método de solución paso a paso.
- Método de superposición Modal.
- Análisis modal espectral.
- Análisis en el dominio de frecuencias.

2.2.5.3 Análisis Modal, método de superposición modal.

Es el método más común y efectivo de los procedimientos para el análisis sísmico de sistemas estructurales lineales. Este método, luego de evaluar un conjunto de vectores ortogonales, reduce el gran conjunto de ecuaciones generales de movimiento a un pequeño número de ecuaciones diferenciales desacopladas de segundo orden. La solución numérica de estas ecuaciones implica una gran reducción del tiempo de cómputo.

Con este método se obtiene la respuesta completa, en su variación en el tiempo, de los desplazamientos de los nudos y fuerzas en los elementos debidos a un movimiento determinado en la base.

El método de superposición modal utilizando el espectro de diseño supone un comportamiento elástico y lineal del sistema analizado. La característica esencial de esta técnica de análisis es que la respuesta global de la estructura se obtiene por medio de la combinación de las respuestas obtenidas por separado para cada modo fundamental de vibración del sistema. En el campo de las presas, sólo los primeros modos de vibración tienen relevancia en el comportamiento. (Altarejos, 2009)

En la Figura 4, se indican los tres primeros modos de oscilación, Φ_{ij} , de un sistema sencillo de tres grados de libertad, con masas distribuidas de valor m_i .

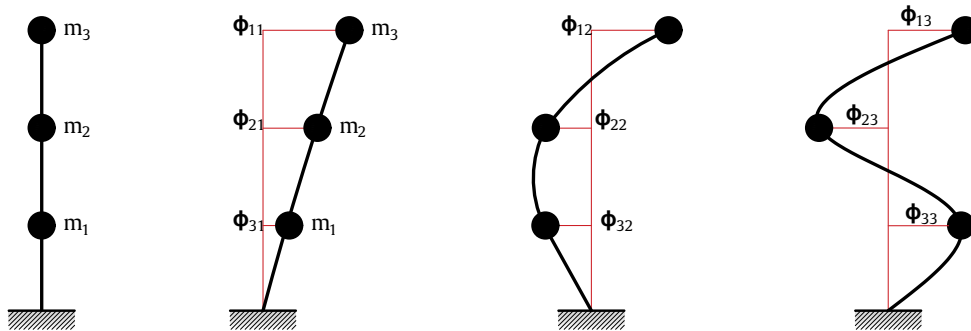


Figura 4 Modos de vibración principales
Fuente: Adaptado de USACE (1999)

Se suele representar el espectro de respuesta en términos de aceleraciones más que en desplazamientos, y en lugar de representar la curva como aceleraciones-frecuencias, lo habitual es hacerlo como aceleraciones-periodos. El periodo de oscilación, T , se calcula a partir de la frecuencia mediante: (Altarejos, 2009).

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (2.20)$$

Una vez obtenido el espectro de respuesta, el siguiente paso es calcular los periodos fundamentales de oscilación del sistema y su forma. Para las presas de gravedad se pueden emplear procedimientos simplificados (Fenves & Chopra, 1983; Goyal & Chopra, 1989).

A continuación se fija el amortiguamiento, que para sismos de proyecto es del 5% y para intensidades superiores se puede fijar entre el 7 y el 10%. Con estos datos se obtiene, a partir del espectro de respuesta, las aceleraciones para cada modo de oscilación (Altarejos, 2009).

Es posible obtener para cada modo de oscilación, no sólo los desplazamientos modales máximos, como se recoge en la Figura 5, sino también otras magnitudes de interés, como los esfuerzos y fuerzas inerciales, mediante análisis estructurales del sistema.

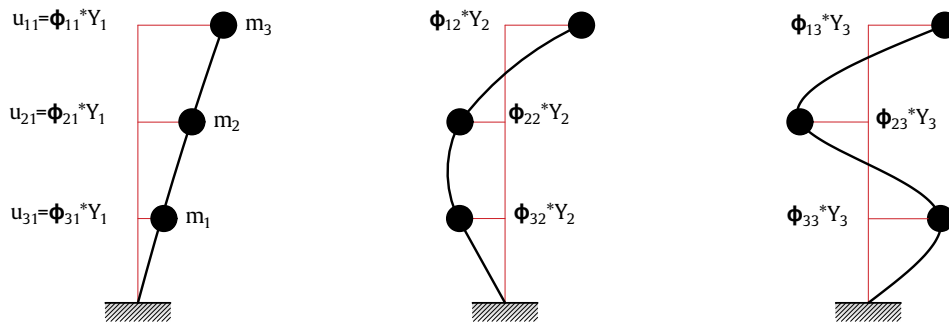


Figura 5 Cálculo de desplazamientos totales a partir de los modales

Fuente: Adaptado de USACE (1999)

Por ejemplo, las fuerzas inerciales actuando sobre el sistema se pueden obtener de acuerdo con la ecuación 2.21 .

$$f_{jn} = m_j \omega^2 u_{jn} \quad (2.21)$$

En este punto conocemos las magnitudes máximas asociadas a cada modo de oscilación por separado. En la realidad, las respuestas de cada modo de oscilación no son simultáneas, por lo que es preciso combinarlas mediante una técnica que tenga en cuenta este hecho.

Dos métodos de combinación muy utilizados son el denominado de Combinación Cuadrática Completa (CQC) y la Combinación de la Media Cuadrática (SRSS).

El método CQC (Wilson, Der y Bayo (1981)), se basa en la teoría de las oscilaciones aleatorias y tiene validez cuando se aplica a casos en los que la duración de la excitación sísmica es varias veces superior al periodo fundamental de la estructura, y en los que el espectro de respuesta en el rango de los periodos de los modos de oscilación fundamentales presenta variaciones de las aceleraciones suaves.

Consiste en la obtención de unos coeficientes modales cruzados, ρ_{ij} , para cada par de modos de oscilación (i,j) , calculados de acuerdo con las ecuaciones 2.22 .

$$\rho_{ij} = \frac{8v^2 (1+r)r^{3/2}}{(1-r^2)^2 + 4v^2 r(1+r)^2} \quad (2.22)$$

$$r = \frac{T_j}{T_i}$$

La respuesta total del sistema en la dirección k , correspondiente a una excitación sísmica en la dirección k , y considerando N modos de oscilación, se obtiene mediante la ecuación 2.23 .

$$u_k = \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N u_{ki} \rho_{ij} u_{kj} \right)^{1/2} \quad (2.23)$$

Para modos de oscilación de periodos significativamente distintos, los coeficientes cruzados tienden a cero ($i \neq j$) y la formulación degenera en la del método SRSS.

$$u_k = \left(\sum_{j=1}^N u_{kj}^2 \right)^{1/2} \quad (2.24)$$

Para una excitación sísmica en 2 ó 3 direcciones, el análisis se realiza por separado para cada dirección y los resultados totales se calculan mediante la media cuadrática. Un inconveniente del análisis de espectro de respuesta mostrado es que en los resultados que se obtienen se pierde el signo de las tensiones, lo que puede dar lugar a problemas de interpretación de los resultados.

2.2.5.4 Niveles y metodologías de análisis dinámico de presas

El análisis dinámico de presas se plantea principalmente para estudiar la respuesta para los subsistemas presa-embalse y presa-cimiento frente a la actuación de acciones sísmicas. De acuerdo con CNEGP (2003), se plantean tres niveles de análisis, en función de la Clasificación de la presa (A, B ó C) y de la sismicidad de la zona (Baja, Media o Elevada), de acuerdo con la tabla 1.

Tabla 1 Niveles de un análisis sísmico.

Clasificación de la presa	Sismicidad		
	Baja	Media	Elevada
A	P ₁	P ₂	P ₃
B	P ₁	P ₂	P ₃
C	P ₁	P ₂	P ₃

Fuente: Tomado de CNEGP (2003).

P_i indica el procedimiento de cálculo. Un nivel P1 supone que no es necesario realizar cálculos sísmicos. Para el nivel P2 se considera suficiente realizar cálculos pseudo-estáticos. En el nivel P3 siempre es preciso realizar cálculos pseudo-estáticos y según la altura y magnitud del embalse, hay que realizar cálculos mediante técnicas de análisis dinámico.

Con relación al tipo de análisis y a la consideración en el mismo del cimiento, el embalse, los sedimentos depositados y las discontinuidades, el estado del arte de la metodologías utilizadas en la actualidad se resume en la tabla 2.

Tabla 2 Niveles de análisis sísmico.

Tipo de análisis	Cimiento	Embalse
Preliminar	No requiere	No requiere
Pseudo-estático	Comprobación de deslizamientos y roturas por corte	Westergaard
Pseudo-dinámico	Homogéneo y viscoelástico	Fluido compresible
Análisis modal	Elementos finitos	Elementos finitos

Fuente: Adaptado de Ghrib, Lger, Tinawi, Lupien y Veilleux (1998).

Capítulo III

Método de la Investigación

En este capítulo se desarrolló el procedimiento para la determinación de la respuesta dinámica de la presa Ancascocha mediante el Método de Elementos Finitos y superposición modal. Asimismo, se describen los cálculos realizados en la interacción presa-cimiento, presa-embalse y un modelo simplificado.

3.1 Enfoque

Según la información analizada, la investigación se puede clasificar en cuantitativa y cualitativa. Estos dos enfoques son muy valiosos ya que han realizado notables aportes al avance del conocimiento (Borja, 2012).

Esta investigación se desarrolló por medio del método **cuantitativo**, apostándose a un planteamiento de estudio delimitado y concreto, de los cuales se derivaron nuestros objetivos y preguntas de investigación, se revisó la literatura y se construyó un marco o una perspectiva teórica. De las preguntas se estableció la hipótesis y determinaron las variables; se trazó un plan para probarlas (diseño); se midieron las variables en un determinado contexto; se analizaron las mediciones obtenidas para obtener una serie de conclusiones respecto de las hipótesis propuestas.

3.2 Alcance

El alcance de la investigación nos indicará el resultado, lo que se obtendrá a partir de ella y condicionará el método que se seguirá para obtener dichos resultados.

Esta investigación tiene un estudio **correlacional**; pues se tiene como finalidad establecer el grado de relación o asociación no causal existente entre dos o más variables. Se caracteriza porque primero se miden las variables y luego, mediante pruebas de hipótesis correlacionales y la aplicación de técnicas estadísticas, se estima la correlación.

3.3 Diseño de investigación

Investigación es de tipo **no experimental**, pues los hechos y las variables ya ocurrieron y esta investigación observa variables y relaciones entre éstas en su contexto natural. La investigación no experimental, podría definirse como la investigación que se realiza sin manipular deliberadamente variables decir, se trata de estudios en los que no hacemos variar en forma intencional las variables independientes para ver su efecto sobre otras variables. (Muños, 2011)

En la investigación no experimental las variables independientes ocurren y no es posible manipularlas, no se tiene control directo sobre dichas variables ni se puede influir en ellas, porque ya sucedieron, al igual que sus efectos. (Muños, 2011)

3.4 Población y muestra

3.4.1 Población.

La población sujeta de estudio está constituida por las presas de gravedad de concreto los cuales son los predominantes en relación a otros tipos de presas ubicados en el Perú; con un total de 294 presas corresponden al 39.6% que se identificó a través de la figura 6.

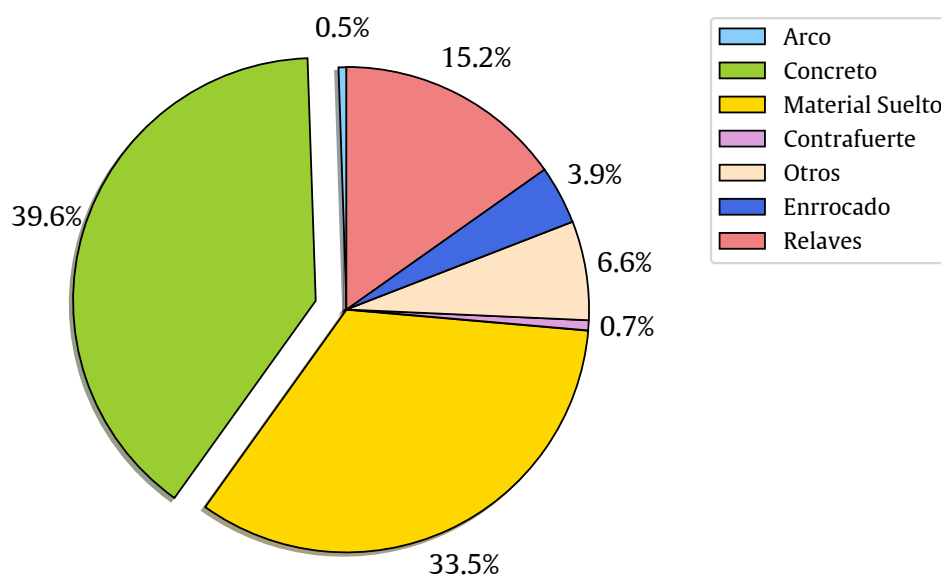


Figura 6 Porcentaje de presas de acuerdo a su tipología.

Fuente: Obtenido de ANA (2015)

3.4.2 Muestra del estudio

Por ser del ámbito local y haber identificado las variables y exploración de la zona de estudio, la muestra para esta tesis se centra en la presa de gravedad Ancascocha, que se encuentran ubicado en el distrito de Coracora provincia de Parinacochas.

3.5 Hipótesis

3.5.1 Hipótesis general

El Método de Elementos Finitos es un modelo determinístico basado en ecuaciones constitutivas el cual nos permite obtener las propiedades dinámicas (periodos frecuencias, modos de vibración) de las presas de gravedad de concreto, estas propiedades son consideradas en el análisis sísmico para poder evaluar detalladamente las variables de la respuestas dinámicas de estas estructuras. La programación en el software MATLAB es un medio necesario para poder calcular estas variables

por la complejidad de sus cálculos.

3.5.2 Hipótesis específicas

- a) El análisis sísmico modal espectral realizado a la presa Ancascocha describe de manera aceptable la respuesta dinámica y el comportamiento a nivel estructural de esta presa.
- b) En un análisis dinámico la inclusión de un modelo matemático que soluciona numéricamente el problema de la interacción presa-embalse y presa-cimiento contribuye a obtener resultados acordes a la realidad de la presa ante un evento sísmico, puesto que la interacción presa-embalse modifican el periodo de vibración natural, excluir este efecto nos limitaríamos en encontrar resultados adecuados.
- c) La estabilidad por deslizamiento de la presa Ancascocha se mide en base a los coeficientes de seguridad estático y dinámicos al inicio y al final de la vida útil, para las diferentes cargas, de manera que el coeficiente dinámico es el más crítico por considerar la carga excepcional del sismo.

3.6 Operacionalización de variables

3.6.1 Variables

Las variables son datos que, al ser tabulados y mostrados como informaciones, con respecto a las cuales se formulan las apreciaciones descriptivas que luego son calificadas e interpretadas en el análisis para presentarlas integradas y resumidas como apreciaciones resultantes, que al usarse como premisas permitan contrastar cada subhipótesis con las que están directamente relacionadas, en esta investigación. (Caballero, 2014)

Existen básicamente dos variables que participan de todo proceso de investigación conocidas como; variables independientes y dependientes.

Variables Dependientes. Son aquellas que expresan la consecuencia o efecto de un fenómeno que va determinado por la causa de la variable independiente. Las variables dependientes estudiadas son la *respuesta dinámica* y el *estabilidad por deslizamiento*.

Variables Independientes. Aquellas que consideran las causas de las variables dependientes. Las variables independientes objeto de estudio en la tesis son las *propiedades de los materiales* y las *propiedades dinámicas*.

3.6.2 Indicadores

Al referirnos a las variables sabemos que estos no son observables directamente. Por lo tanto, se deben buscar procedimientos que permitan la medición indirecta mediante manifestaciones externas, empíricas y observables. Tales expresiones son los indicadores. (Hernández, 2014)

Indicadores asociados a las variables dependientes: *Índice de fuerzas, esfuerzos, aceleraciones, longitud de las deformaciones* y el *factor de seguridad*.

Indicadores asociados a las variables independientes. *Módulos de elasticidad, coeficientes de poisson, pesos específicos, periodos naturales, frecuencias naturales y modos de vibración.*

La tabla 3 en resumen muestra, la relación entre las variables e indicadores propuestos.

Tabla 3 Variables e Indicadores.

	Variables	Indicadores	Medición
Dependiente	Respuesta dinámica	Fuerzas (F_{sismo})	tnf
		Esfuerzos (σ_{sismo})	tnf/m ²
		Aceleraciones (A_s)	m/s ²
		Deformaciones (q_{sismo})	cm
	La estabilidad por deslizamiento	Factores de seguridad ($FS_{deslizamiento}$)	
Independientes	Propiedades de los materiales	Módulos de elasticidad (E)	tnf/m ²
		Coeficientes de poisson (ν)	
		Pesos específicos (γ)	tnf/m ²
	Propiedades dinámica	Periodos (T)	s
		Frecuencias (ω)	1/s
		Modos de vibración (ϕ)	

Fuente: Elaboración propia.

3.7 Técnicas e instrumentos

Para poder contrastar la hipótesis general y las hipótesis específicas se requerirá aplicar lo siguiente:

- Técnica del análisis documental** consistió en seleccionar las ideas relevantes de las fuentes bibliográficas especializados, fichas textuales, documentos oficiales e Internet a fin de expresar su contenido y plasmarlo según el dominio de las variables de la tesis.
- La técnica de la observación de campo** Se realizó la recolección de datos, muestreos y ensayos de campo para realizar los respectivos análisis de laboratorio de manera que se obtuvo los parámetros necesarios para obtener el dominio de las variables de la tesis.

Los coeficientes de elasticidad para los diferentes materiales utilizados en el modelamiento sísmico de la presa, se obtuvieron de los ensayos geotécnicos realizados en la zona de estudio.

3.8 Desarrollo del trabajo de tesis

Para cumplir con los objetivos de esta tesis fue necesario realizar el procedimiento de cálculo del MEF y el método de superposición modal incluyendo los subsistemas presa-cimiento y presa-embalse.

3.8.1 Identificación de la zona de estudio

La investigación se centra en obtener las respuestas dinámicas de la presa Ancascocha, el cual se encuentra en la zona de estudio correspondiente al distrito de Chaviña provincia de Lucanas de la

región de Ayacucho.

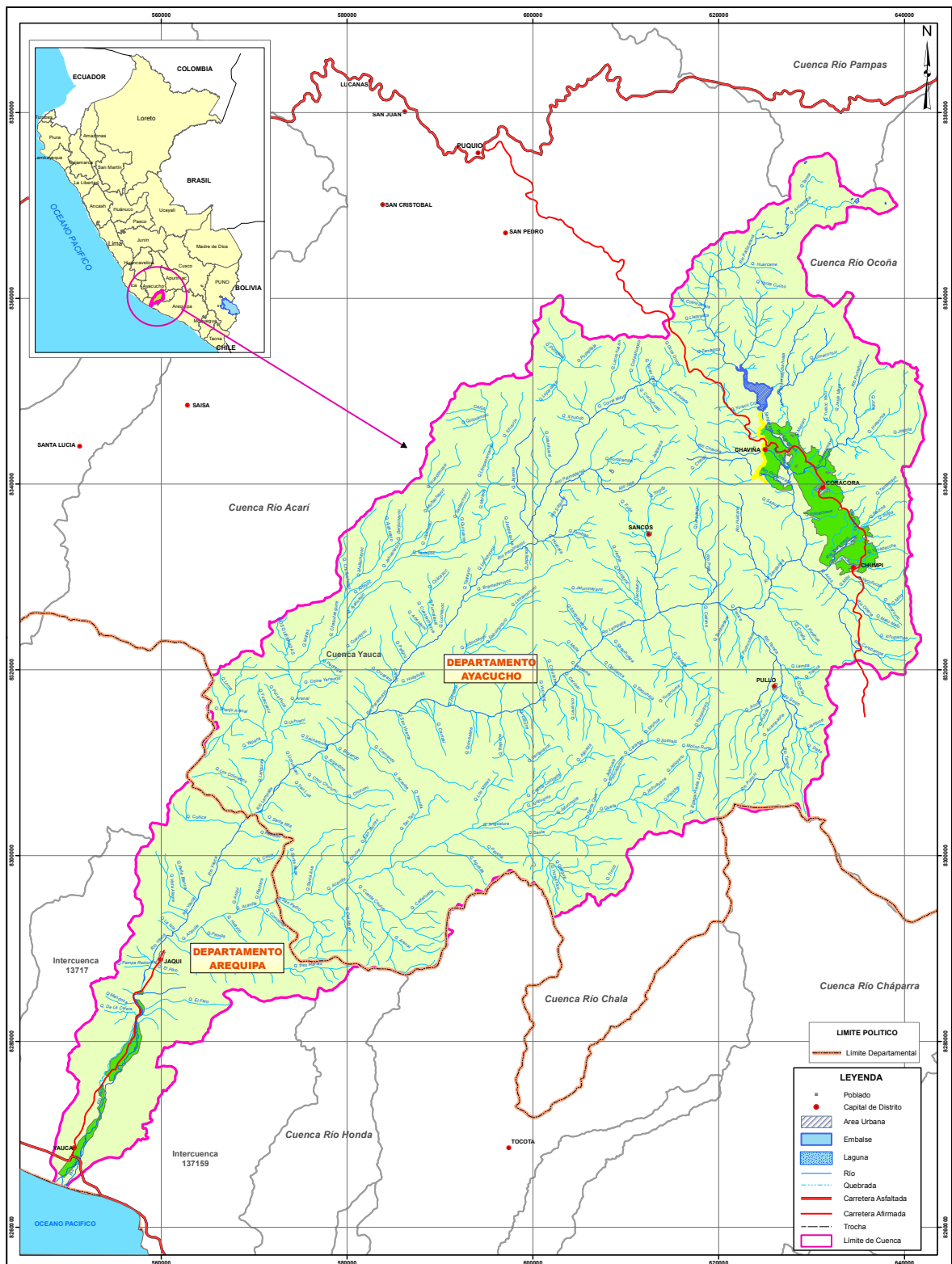


Figura 7 Ubicación de la presa Ancascocha
Fuente: Elaboración propia.

3.8.2 Descripción de la presa.

La presa de gravedad de concreto Ancascocha, propuesto en el proyecto de factibilidad “Ampliación de la presa Ancascocha y afianzamiento del valle de Yauca” será una estructura

de contención que prevé graduar las aguas del río Sangarará con la capacidad para almacenar un volumen útil de 50 MMC, logrando regular en promedio 62 MMC anuales, esta presa estará ubicada inmediatamente aguas abajo de la actual presa Ancascocha¹.



Figura 8 Ubicación de la presa Ancascocha
Fuente: Obtenido de Google Earth

3.8.2.1 Hidrología

El espejo de agua deberá alcanzar una altura máxima, limitada por las condiciones morfológicas del vaso, coincidiendo con el nivel de agua máximo de operación (NAMO) que alcanzará el reservorio, fijado en la cota 3425.80 msnm.

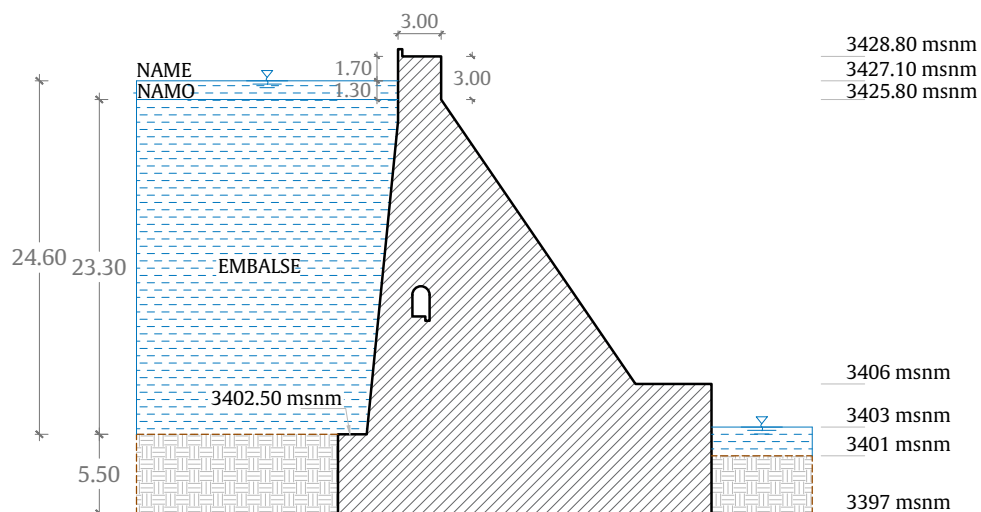


Figura 9 Alturas máximas y ordinarias del embalse sobre la presa.
Fuente: Elaboración propia.

El borde libre en la presa, toma en cuenta la longitud del espejo de agua en el embalse, la altura teórica de la ola, la carga de agua que actuará sobre la cresta del vertedero para permitir el tránsito

¹Presa de gravedad existente, construido en el año 1984

de las descargas máximas y una altura de resguardo.

3.8.2.2 Geometría

Es una presa vertedora de gravedad de concreto, con una longitud de coronación de 140, cota de corona igual a 3428.80 msnm y altura máxima de 32.3 m, incluyendo una cimentación de 4 m debajo del terreno natural.

A) Altura y ancho de coronación

Se determinó el nivel de coronación, la cual se establece añadiendo al nivel máximo de operación del embalse (NAMO), la sobreelevación necesaria del aliviadero para el tránsito de la venida de diseño, más la altura de oleaje y altura de resguardo o seguridad.

La sobreelevación del aliviadero o carga de agua determinada que se presentaría en el reservorio, alcanzando una altura sobre el NAMO de 3.00 m.

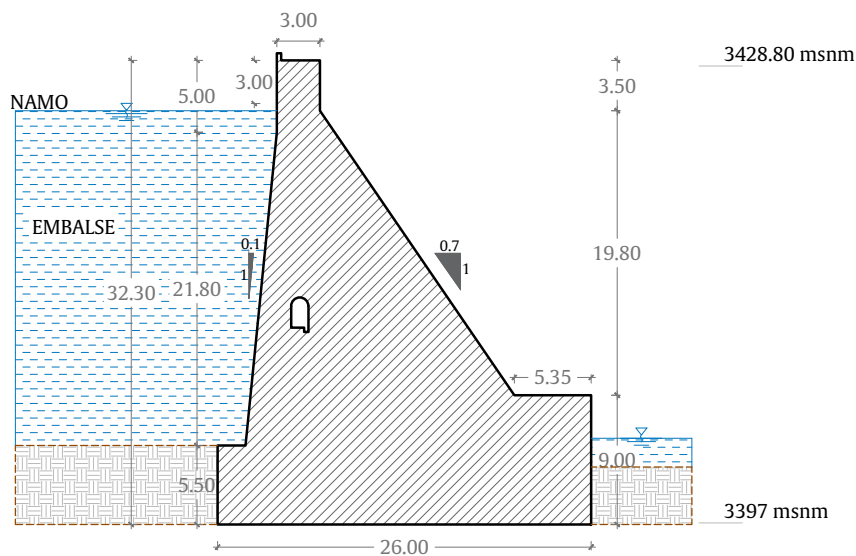


Figura 10 Altura y ancho de coronación típica de la presa.

Fuente: Elaboración propia.

En la tabla C.2 se detalla las dimensiones de la presa mostradas en la figura 10.

Tabla 4 Características geométricas de la presa Ancascocha.

Parámetro	Valor
Nivel máximo del embalse (NAMO)	3,425.80 msnm
Nivel de agua máxima extraordinaria (NAME)	3,427.10 msnm
Tirante de sobreelevación	1.30 m
Altura por oleaje y resguardo	1.70 m
Altura total de seguridad	3.00 m
Nivel de coronación (3,425.80 +3.00)	3,428.80 msnm
Ancho de coronación	3.00 m

Fuente: Elaboración propia.

Sobre el nivel de la corona se proyecta un muro de concreto a todo lo largo de la presa, de 0.50 m de altura por 0.30 m de espesor, alcanzando la cota 3429.30 msnm.

B) Forma del Cuerpo de presa

El eje de la presa Ancascocha se ubica inmediatamente aguas abajo de la presa existente, sobre la cota de cauce 3401.50 msnm, entre los Pis, PI-01, PI-02, PI-03 y PI-04, con las siguientes coordenadas que se detallan en la tabla 5.

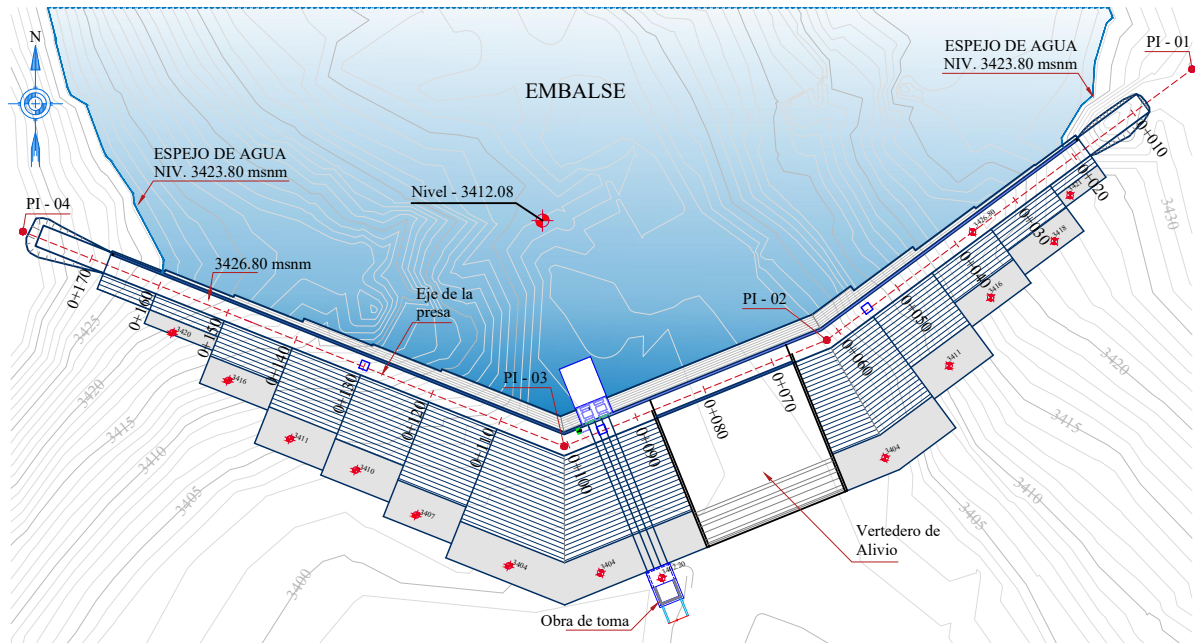


Figura 11 Altura y ancho de coronación típica de la presa.
Fuente: Elaboración propia.

Tabla 5 Coordenadas del eje de la presa.

PI	Este	Norte
PI - 1	624685.955	8348458.036
PI - 2	624636.144	8348421.110
PI - 3	624600.347	8348406.631
PI - 4	624526.562	8348435.907

Fuente: Elaboración propia.

Una característica importante relacionado a la topografía elegida de la presa es que la morfología de la boquilla presenta condiciones favorables para proyectar una presa de concreto en la zona de estrechamiento.

C) Niveles de cimentación

En cuanto a los niveles de fundación en los cuales se apoyará la presa de concreto, el proyecto toma en cuenta el perfil recomendado en el estudio geológico geotécnico, para lo cual se considera la excavación de una capa de roca descompuesta, con espesores similares a los especificados en dicho perfil. Reiterando a nivel de referencia que luego de la excavación para la fundación deberán colocarse las inyecciones de impermeabilización y consolidación en toda la fundación conforme se indica en estudio geotécnico.

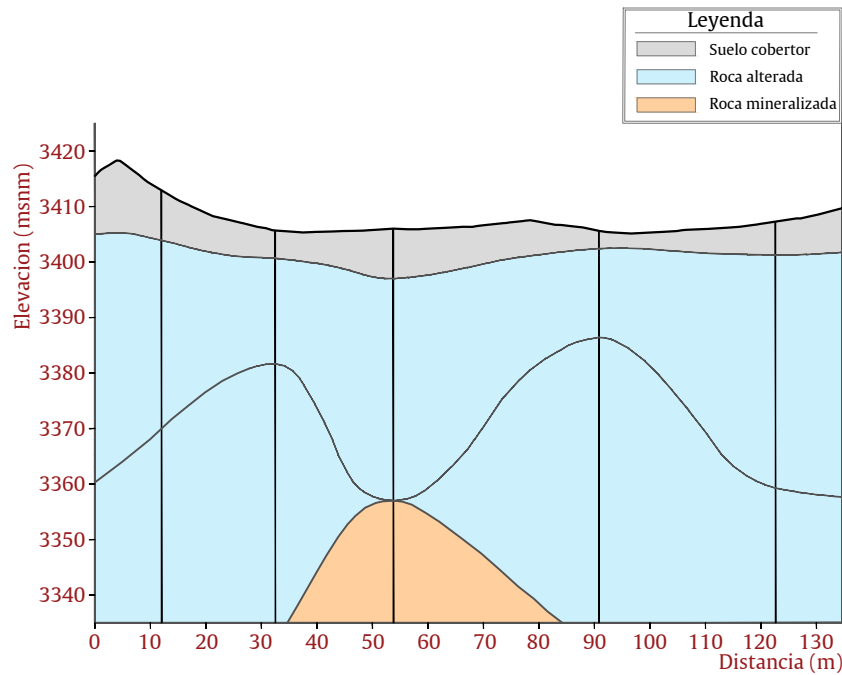


Figura 12 Perfil geomecánico de la presa.
Fuente: Obtenido de ATA (2012).

La cimentación de la presa estará conformada generalmente por rocas macizas que también conforman la presa y el embalse, desde aguas arriba de la curva “L” hasta la cola del embalse; están constituidas por andesitas, traquiandesitas, dacitas y dacíticas riolíticas. En general estas rocas están poco alteradas y son relativamente sólidas, se sepultan hacia la cubeta con ángulos que varían entre los 10°-30°, aparentemente no muestran perturbaciones importantes. (ATA, 2013)

3.8.2.3 Materiales y leyes constitutivas

Como se ha definido en apartados anteriores, la presa es de concreto normal y tanto el concreto como la roca del cimiento siguen una ley elástica lineal. Las propiedades del concreto y del terreno que constituye el cimiento se resumen en la tabla 6.

Tabla 6 Propiedades de los materiales de la presa.

Material	γ (tn/m ³)	E (tnf/m ²)	ν
Concreto simple	2.4	2139361.95	0.20
Roca	2.52	106255.45	0.25

Fuente: Obtenido de (ATA, 2013).

En cuanto a la ley constitutiva se utilizó un modelo elástico lineal, el cual la versión generalizada es “reducida” al caso de cuerpos **homogéneos** e **isotrópicos**, donde se establecieron las ecuaciones básicas de la elasticidad.

3.8.3 Modelos numéricos para el análisis sísmico en presas

En esta sección se desarrolló el procedimiento del análisis sísmico para las presas de gravedad de concreto, el cual se consideró tres modelos, la primera referida a la interacción presa-cimiento, la

segunda a la misma presa pero sin considerar los efectos de la cimentación (apoyado en la base de la cimentación) y por último el modelo de presa con una geometría simplificada (idealización equivalente de a la geometría de la presa), este se propuso con fines de explicar algunos procedimientos del diseño sísmico; los tres modelos pertenecen a la presa Ancascocha.

En resumen, para efectos de esta tesis se consideró los modelos de la tabla 7.

Tabla 7 Modelos propuestos para el análisis sísmico.

Característica	Modelo
Presa con interacción del cimiento	modelo 1
Presa apoyada en la cimentación	modelo 2
Presa de geometría simplificada	modelo 3

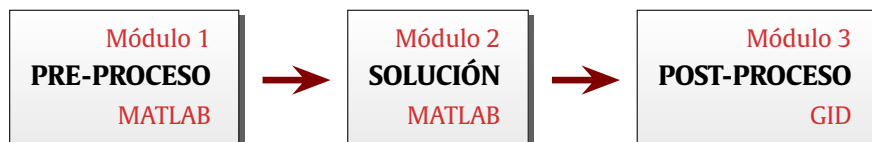
Fuente: Elaboración propia.

Cabe mencionar que los resultados que se muestran en el capítulo IV son de los dos primeros modelos, en tanto para el tercer modelo se mostrará el procedimiento en el anexo B.

El modelo determinista elegido para el análisis sísmico de la presa es el Método de Elementos Finitos que nos permitió simular la respuesta de un sistema ante acciones externas mediante modelos matemáticos basados en principios físicos y de esta manera obtener las propiedades dinámicas. También como la presa presenta una geometría continua se utilizó la sección transversal representado en un plano 2D basado en la teoría de la deformación plana regido en las ecuaciones del modelo elástico lineal.

Como es habitual en el cálculo de elementos finitos, hay que disponer de tres módulos de trabajo, los cuales son comunes a cualquier tipo de análisis que se vaya a realizar para nuestro modelo elástico. Estos tres módulos son:

Figura 13 Módulos de trabajo del MEF.



Pre-proceso El pre-proceso se realizó con el software MATLAB, consta en la creación de la geometría, los tipos de elementos finitos a utilizar y la representación del dominio, así como la creación del mallado. Además, se definen los materiales que se utilizaron. También corresponde a este módulo la asignación de cargas y la aplicación de las condiciones de contorno sobre los nodos y elementos

Solución Al igual que el módulo 1, se realizó con la programación en MATLAB y es la parte donde se efectuó todo el cálculo para generar los resultados requeridos en esta tesis. El tipo de problema que se desarrolló fue de deformación plana bidimensional.

Post-proceso Una vez realizada la solución, se obtienen los resultados deseados, como desplazamientos, deformaciones, fuerzas, tensiones y el coeficiente sísmico; estos resultados serán expuestos a través del software MATLAB y GID.

El análisis sísmico se desarrolló a través del método de superposición modal, el cual simplifica la ecuación de movimiento para obtener las respuestas dinámicas en la presa.

3.8.4 Formulación del método de elementos finitos

Para la realización del modelo con elementos finitos se definió

Dominio: Espacio geométrico donde se analizó el sistema, para este caso el modelo geométrico está compuesto por la presa, una porción de la roca donde está cimentado la presa y el embalse. La interacción dinámica de la presa y el embalse con el cimiento se propuso mediante la modelización parcial de subsistemas como presa-cimiento, introduciendo un efecto aproximado del embalse.

Condiciones de borde: Variables conocidas y que condicionan el cambio del sistema: cargas (empuje hidrostático, empuje hidrodinámico, aceleración de la gravedad). En cuanto a las condiciones en los límites del dominio, para el modelo 1 y 3 se han considerado las paredes de la roca como indeformables, es decir no hay desplazamientos en los contornos del dominio, para el modelo 2 se consideró una base fija sin desplazamientos y para el sistema del embalse se consideró las presiones nulas en los bordes para los 3 modelos propuestos.

Incógnitas: Son las variables del sistema que deseamos conocer después de que las condiciones de contorno han actuado sobre el sistema, con esto nos referimos a las fuerzas sísmicas, deformaciones, aceleraciones, presiones hidrodinámicas, fuerzas hidrodinámicas, esfuerzos que se generarán en la presa.

3.8.4.1 Definición del dominio

El dominio para los tres modelos en general consta de tres elementos el primero constituye la estructura de la presa y el segundo una sección del cimiento y el tercero el embalse.

A) Dominio de los modelos 1

Los dominios de este modelo están compuestos por la estructura de la presa, una porción de roca y el embalse (ver Figura 14). Para la interacción dinámica de estos tres dominios se propuso la modelación numérica mediante subsistemas parciales como presa-cimiento y presa-embalse. En cuanto a al dominio del cimiento se consideró 3 veces la base de la presa (B) y 1.5 la altura de la presa (H). (Altarejos, 2009)

Se consideró una longitud de 200 m para el dominio del embalse, el cual después de este punto las presiones sobre la presa son insignificantes. Referente a la interacción presa-embalse, estos dos medios interactúan entre sí por el hecho de ser flexibles. Esto repercute sobre las presiones hidrodinámicas y sobre la respuesta de la presa a la excitación sísmica. Para este caso se consideró flexible la estructura y el fluido compresible que nos permitió asumir un modelo más real para conocer el efecto dinámico del embalse con una buena aproximación. (Lázaro, 2017)

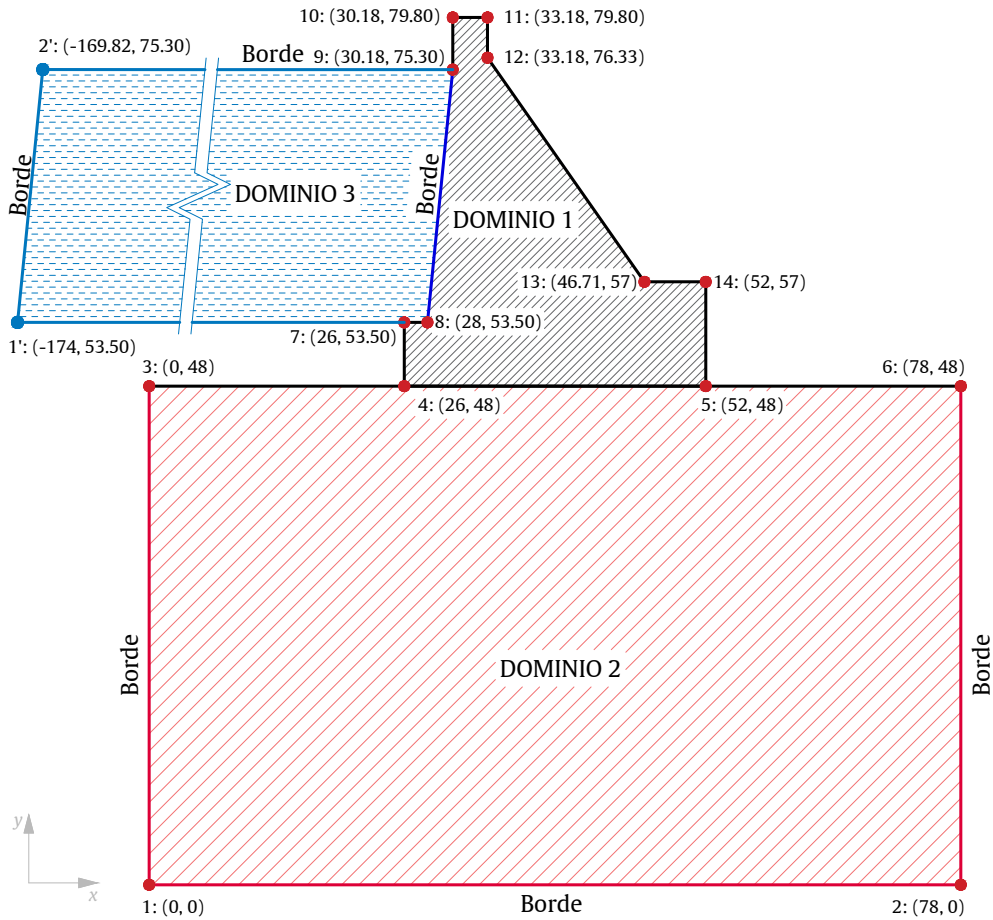


Figura 14 Dominio y condiciones de borde del modelo 1.
Fuente: Elaboración propia.

B) Dominio del modelos 2

Los dominios de este modelo están compuestos por la estructura de la presa y el embalse. También se consideró una longitud de 200 m para el dominio del embalse, el cual después de este punto las presiones sobre la presa son insignificantes. Se asumió a la estructura de la presa flexible y el fluido del embalse compresible.

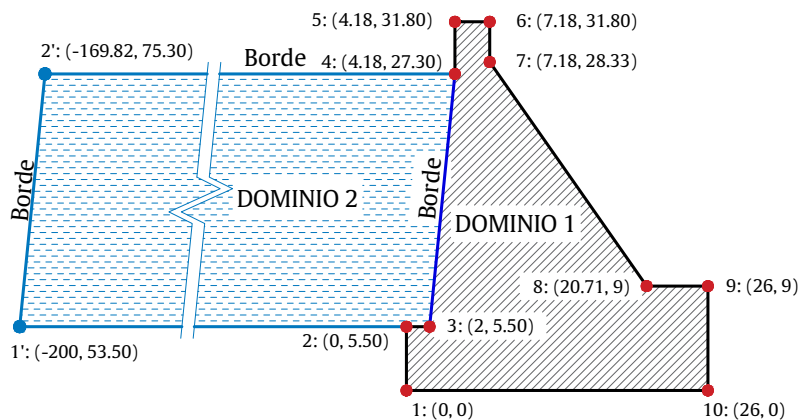


Figura 15 Dominio y condiciones de borde del modelo 2.
Fuente: Elaboración propia.

Al igual que los modelos 1 se consideró una longitud de 200 para el dominio del embalse.

C) Dominio modelos 3

Los dominios de este modelo estas compuestos por la estructura de la presa, una porción de roca y el embalse(ver Figura 16).

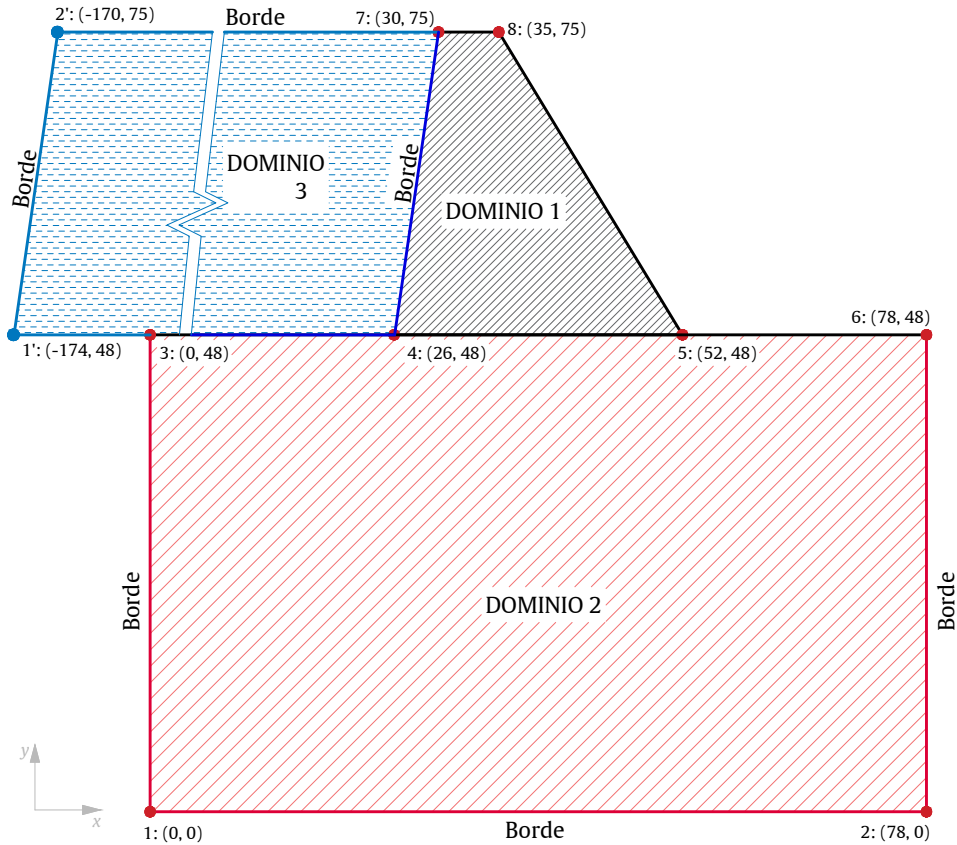


Figura 16 Dominio y condiciones de borde del modelo 3.

Fuente: Elaboración propia.

Al igual que los modelos 1 y 2 se consideró una longitud de 200 m para el dominio del embalse.

3.8.5 Mallado y elementos finitos utilizados

Una vez definido el dominio este se divide en una serie de elementos conectados por nodos. Sobre estos nodos es donde se van a materializar las incógnitas del sistema, por lo que los resultados se calculan en estos puntos. Se pueden definir como los puntos del espacio donde se considera que existen grados de libertad.

El conjunto de estos puntos del espacio o nodos, es lo que conocemos como “malla”. Para la materialización del mallado se ha utilizado el programa **SAGDA**, con lo que se crea una malla cuyos elementos son cuadrangulares, tanto para la presa, la roca y el agua.

3.8.5.1 Mallado y grados de libertad

El mallado del modelo 1 (ver figura 17) consta de 346 nudos y 296 elementos finitos. Los grados de libertad libres asignados al modelo 1 fueron divididos en primarios (horizontales) y secundarios (verticales), primero se numeró los grados de libertad principal desde el nudo libre del dominio de la porcion de roca y finalmente se numera los grados de libertad secundarias, estos valores se

muestran en la tabla 8.

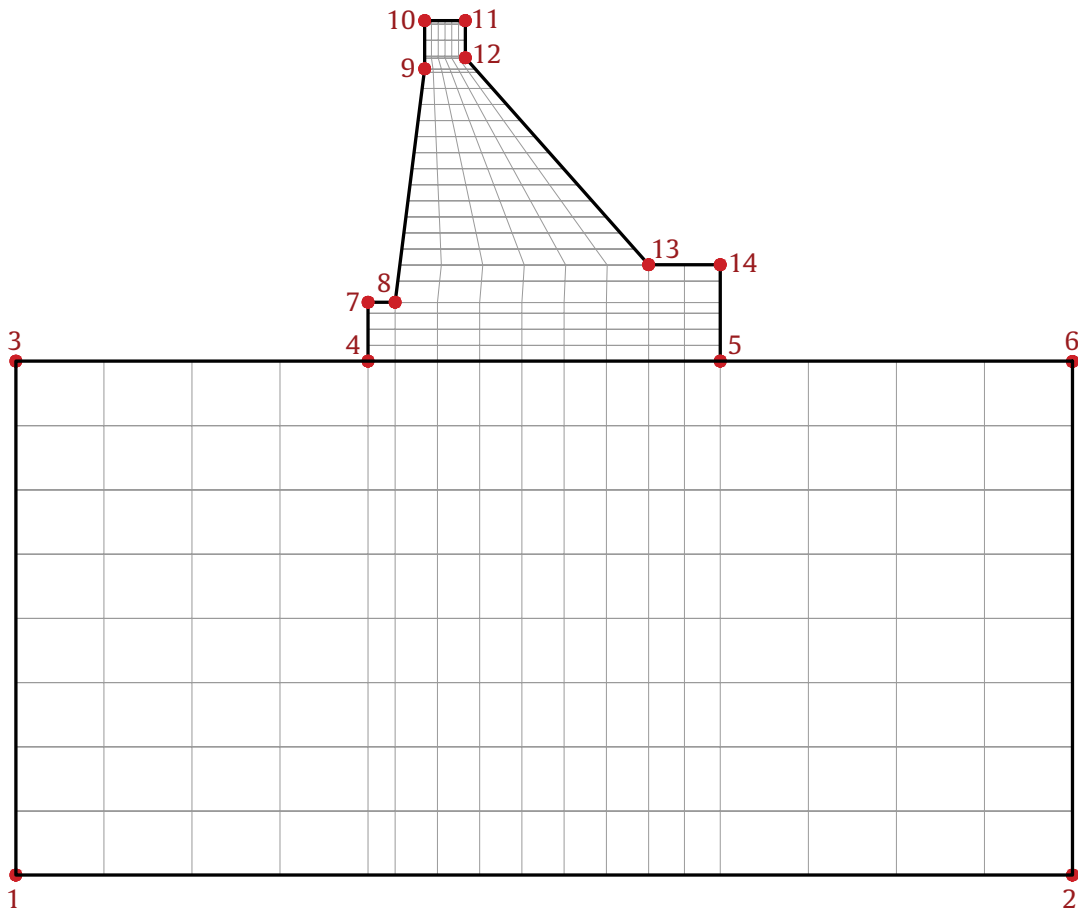


Figura 17 Mallado del elemento finito modelo 1.
Fuente: Obtenido del programa FEMPres.

Mientras en el modelo 2 (ver figura 18) se definió 194 nudos y 160 elementos finitos.

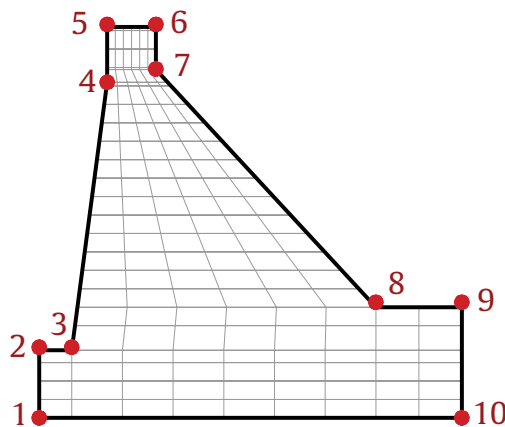


Figura 18 Mallado del elemento finito modelo 1.
Fuente: Obtenido del programa FEMPres.

El modelo 3 (ver figura 19) presenta una discretización simplificada de su dominio, el cual consta de 20 nudos y 12 elementos finitos. Se realizó este planteamiento con la finalidad de poder visualizar de una manera sencilla algunos resultados en el proceso de cálculo del análisis sísmico.

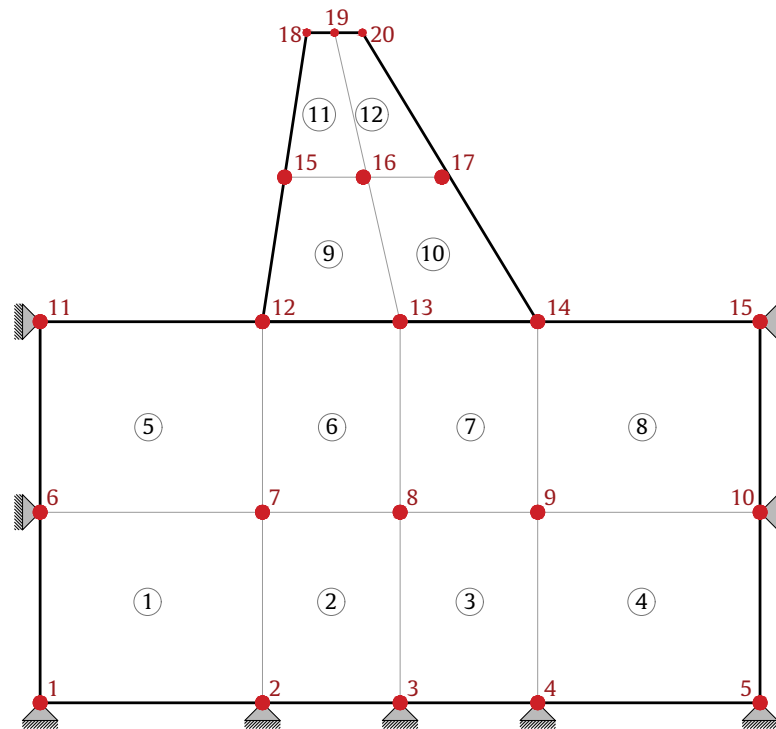


Figura 19 Mallado del elemento finito modelo 3.
Fuente: Obtenido del programa FEMPres.a.

En cuanto a los grados de libertad, pueden ser principales y secundarias. Primero se numeró los grados de libertad principal que para un análisis sísmico viene a ser las horizontales y finalmente se numera los grados de libertad secundarias que serían los verticales esto se observa en la figura 20.

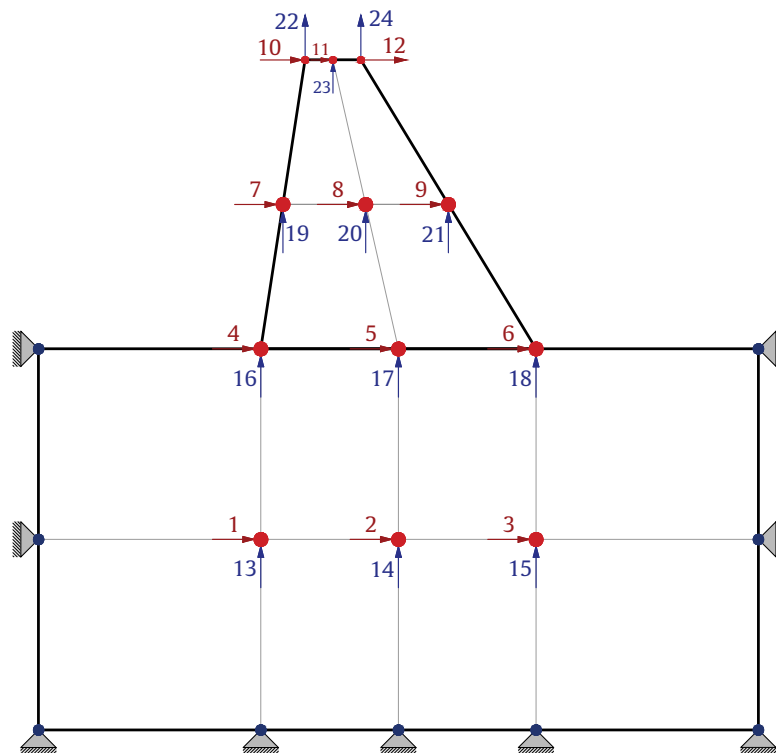


Figura 20 Grados de libertad del modelo 1.
Fuente: Elaboración propia

En la tabla 8 se muestran los grados libertad de cada modelo.

Tabla 8 Grados de libertad para cada dominio.

Dominio	Grados de libertad		
	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
Presa	368	368	12
Cimiento	256	—	12
Total	624	368	24
Principales	312	184	12
Secundarios	312	184	12

Fuente: Elaboración propia.

En la figura 20 se observa que los grados de libertad principales pertenecientes a la presa son 7, 8, 9, 10, 11 y 12; al cimiento le corresponden los numerales 1, 2, 3, 4, 5 y 6.

Esta forma de asignar y nombrar los grados de libertad fueron muy necesarios para simplificar el proceso de cálculo del Método de Elementos Finitos.

El programa **SAGDA** realiza la asignación de los grados de libertad para cualquier geometría de una presa dada.

3.8.5.2 Elementos finitos Q4 suavizado por flexión

Este elemento finito de cuatro nodos tiene dos desplazamientos en cada nodo y adicionalmente cuatro desplazamiento en el centro para poder considerar el comportamiento a flexión. El elemento se encuentra en un sistema coordenado cuyo origen está en el centro del elemento (coordenadas naturales). En la figura 21 se presenta un esquema de este tipo de elemento finito con sus respectivos grados de libertad.

Tal y como dice Oñate (1992) y F. R. Aguiar (2010), este elemento finito es utilizado para el análisis de las presas de gravedad de concreto el cual considera el comportamiento a flexión de la presa.

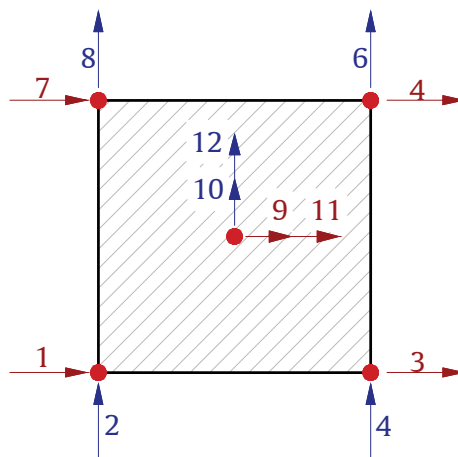


Figura 21 Elemento finito Q4 suavizado por flexión.

Fuente: Adaptado de Oñate (1992).

En la figura 21 se detalló el esquema y los grados de libertad de este elemento finito. Las deformadas elementales o desplazamientos unitarios correspondientes a cada grado de libertad

son:

$$q^t = [u_1 v_2 \ u_3 v_4 \ u_5 v_6 \ u_7 v_8 \ u_9 v_{10} \ u_{11} v_{12}] \quad (3.1)$$

A) Desplazamiento de un punto dentro del elemento finito

El elemento finito considerado tiene desplazamientos en los cuatro nodos y adicionalmente desplazamiento en el centro para poder considerar el comportamiento a flexión. El elemento se encuentra en un plano cartesiano cuyo origen está en el centro del elemento (coordenadas naturales). Las coordenadas de un punto cualquiera dentro del elemento finito indican el desplazamiento de dicho punto y se encuentran gobernadas por las siguientes expresiones.

$$\begin{aligned} u(s, t) &= u_1 \phi_1 + u_2 \phi_2 + u_3 \phi_2 + u_4 \phi_4 + u_5 \phi_5 + u_6 \phi_6 \\ v(s, t) &= v_1 \phi_1 + v_2 \phi_2 + v_3 \phi_2 + v_4 \phi_4 + v_5 \phi_5 + v_6 \phi_6 \end{aligned} \quad (3.2)$$

donde :

$u(i)$: Deformadas elementales horizontal en coordenadas naturales.

$v(i)$: Deformadas elementales verticales en coordenadas naturales.

$\phi(i)$: Función de forma correspondiente a cada coordenada elemental.

De la ecuación 3.2 podemos decir que las deformadas elementales desde 1 hasta 4 son las de las esquinas, mientras que las deformadas elementales 5 y 6 representan al centro del elemento finito como se muestra en la figura 22.

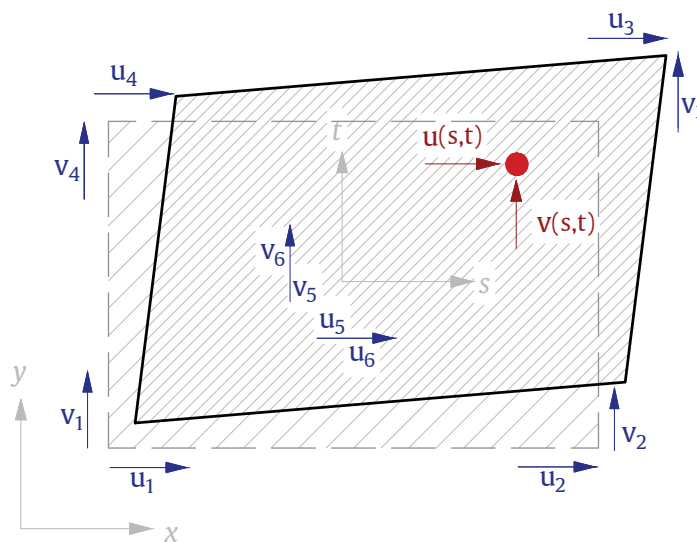


Figura 22 Deformadas elementales de un elemento finito.
Fuente: Adaptado de Sosa (2011).

B) Funciones de forma para el elemento finito

Las funciones de forma o de interpolación son expresiones que nos indican cómo se va a comportar el elemento finito cuando se aplique un desplazamiento unitario en cada uno de los grados de libertad considerados en los nodos y son obtenidos mediante la interpolación de Lagrange.

Como el dominio está discretizado, con las funciones de forma se puede obtener los resultados

en cada subdominio empleando la solución en los propios nodos de la malla, así mediante la aproximación con estas funciones se llegaría a la solución en cada subdominio y por tanto en cualquier punto del dominio.

El elemento finito considerado para el análisis, denominado Q_4 , va a tener 6 funciones de forma, como se pudo observar en la figura 22, y como se explicó en el párrafo anterior, las cuatro primeras formas corresponden a los nodos esquineros y las dos adicionales a los nodos centrales.

A continuación, se presenta la forma como a partir de las deformaciones unitarias en los nodos se encuentra las ecuaciones planteadas para cada función de forma:

Función de forma asociado a los GDL 1 y 2

Tabla 9 Condiciones de cálculo de $\phi_1(s)$ y $\phi_1(t)$

s_i	$u(s)$	t_i	$v(t)$
-1	u_1	-1	v_1
1	0	1	0

Fuente: Elaboración propia.

Con las condiciones de cálculo de la tabla 9 se tiene las siguientes ecuaciones.

$$L_1(s) = \frac{s-1}{-1-1} = \frac{1-s}{2} \longrightarrow \phi_1(s) = \frac{1-s}{2}$$

$$L_1(t) = \frac{t-1}{-1-1} = \frac{1-t}{2} \longrightarrow \phi_1(t) = \frac{1-t}{2}$$

$$\phi_1(s, t) = \phi_1(s) \cdot \phi_1(t) \tag{3.3}$$

$$\phi_1(s, t) = 0.25(1-s)(1-t)$$

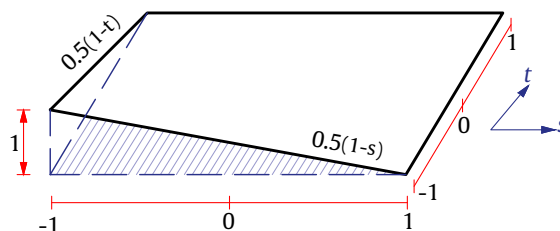


Figura 23 Función de forma asociado a los grados de libertad 1 y 2.

Fuente: Adaptado de Moreno (2012).

Función de forma asociado a los GDL 3 y 4

Tabla 10 Condiciones de cálculo de $\phi_2(s)$ y $\phi_2(t)$

s_i	$u(s)$	t_i	$v(t)$
-1	0	-1	v_2
1	u_2	1	0

Fuente: Elaboración propia.

Con las condiciones de cálculo de la tabla 10 se tiene las siguientes ecuaciones.

$$L_1(s) = \frac{s+1}{1+1} = \frac{1+s}{2} \longrightarrow \phi_2(s) = \frac{1+s}{2}$$

$$L_1(t) = \frac{t-1}{-1-1} = \frac{1-t}{2} \longrightarrow \phi_2(t) = \frac{1-t}{2}$$

$$\phi_2(s, t) = \phi_2(s) \cdot \phi_2(t) \tag{3.4}$$

$$\phi_2(s, t) = 0.25(1+s)(1-t)$$

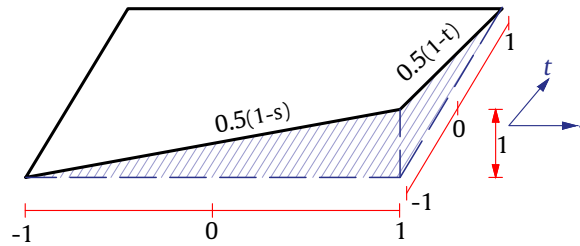


Figura 24 Función de forma asociado a los grados de libertad 3 y 4.
Fuente: Adaptado de Moreno (2012).

Función de forma asociado a los GDL 5 y 6

Tabla 11 Condiciones de cálculo de $\phi_3(s)$ y $\phi_3(t)$

s_i	$u(s)$	t_i	$v(t)$
-1	0	-1	0
1	u_3	1	v_3

Fuente: Elaboración propia.

Con las condiciones de cálculo de la tabla 11 se tiene las siguientes ecuaciones.

$$L_1(s) = \frac{s+1}{1+1} = \frac{1+s}{2} \longrightarrow \phi_3(s) = \frac{1+s}{2}$$

$$L_1(t) = \frac{t+1}{1+1} = \frac{1+t}{2} \longrightarrow \phi_3(t) = \frac{1+t}{2}$$

$$\phi_3(s, t) = \phi_3(s) \cdot \phi_3(t) \tag{3.5}$$

$$\phi_3(s, t) = 0.25(1+s)(1+t)$$

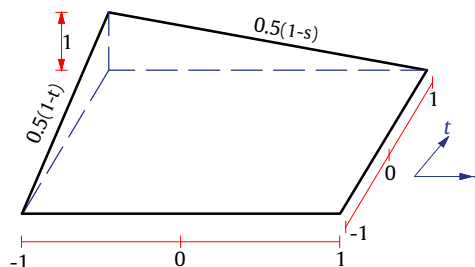


Figura 25 Función de forma asociado a los grados de libertad 5 y 6.
Fuente: Adaptado de Moreno (2012).

Función de forma asociado a los GDL 7 y 8

Tabla 12 Condiciones de cálculo de $\phi_4(s)$ y $\phi_4(t)$

s_i	$u(s)$	t_i	$v(t)$
-1	u_4	-1	0
1	0	1	v_4

Fuente: Elaboración propia.

Con las condiciones de cálculo de la tabla 12 se tiene las siguientes ecuaciones.

$$L_1(s) = \frac{s-1}{-1-1} = \frac{1-s}{2} \longrightarrow \phi_4(s) = \frac{1-s}{2}$$

$$L_1(t) = \frac{t+1}{1+1} = \frac{1+t}{2} \longrightarrow \phi_4(t) = \frac{1+t}{2}$$

$$\phi_4(s, t) = \phi_4(s) \cdot \phi_4(t)$$

$$\phi_4(s, t) = 0.25(1+s)(1+t) \tag{3.6}$$

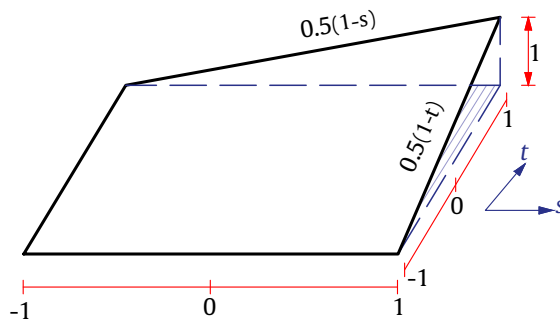


Figura 26 Función de forma asociado a los grados de libertad 7 y 8.
Fuente: Adaptado de Moreno (2012).

Función de forma asociado a los GDL 9 y 10

Tabla 13 Condiciones de cálculo de $\phi_5(s)$ y $\phi_5(t)$

s_i	$u(s)$	t_i	$v(t)$
-1	0	-1	0
0	u_5	0	0
1	0	1	0

Fuente: Elaboración propia.

Con las condiciones de cálculo de la tabla 13 se tiene las siguientes ecuaciones.

$$L_2(s) = \frac{(s+1)(s-1)}{(0+1)(0-1)} = \frac{s^2-1}{-1} \longrightarrow \phi_5(s) = 1-s^2$$

$$\phi_5(s, t) = 1-s^2 \tag{3.7}$$

Función de forma asociado a los GDL 11 y 12

Tabla 14 Condiciones de cálculo de $\phi_6(s)$ y $\phi_6(t)$

s_i	$u(s)$	t_i	$v(t)$
-1	0	-1	0
0	0	0	v_6
1	0	1	0

Fuente: Elaboración propia.

Con las condiciones de cálculo de la tabla 14 se tiene las siguientes ecuaciones.

$$L_2(t) = \frac{(t+1)(t-1)}{(0+1)(0-1)} = \frac{t^2-1}{-1} \longrightarrow \phi_6(s) = 1-t^2$$

$$\phi_6(s, t) = 1-t^2 \quad (3.8)$$

C) Derivadas de las funciones de forma con respecto a "s" y "t"

Para la obtención de la matriz de compatibilidad \mathbf{B} es necesario conocer las derivadas de las funciones de forma que se obtuvo anteriormente, este proceso que se sigue nos permitirá determinar más adelante los esfuerzos generados en el elemento finito ante una deformación y también su respectiva matriz de rigidez.

Derivadas con respecto a "s"

$$\frac{\partial \phi_1(s, t)}{\partial s} = -0.25(1-t) \quad (3.9 a)$$

$$\frac{\partial \phi_2(s, t)}{\partial s} = -0.25(1-t) \quad (3.9 b)$$

$$\frac{\partial \phi_3(s, t)}{\partial s} = -0.25(1+t) \quad (3.9 c)$$

$$\frac{\partial \phi_4(s, t)}{\partial s} = -0.25(1+t) \quad (3.9 d)$$

$$\frac{\partial \phi_5(s, t)}{\partial s} = -2s \quad (3.9 e)$$

$$\frac{\partial \phi_6(s, t)}{\partial s} = 0 \quad (3.9 f)$$

Derivadas con respecto a "t"

$$\frac{\partial \phi_1(s, t)}{\partial t} = -0.25(1-s) \quad (3.10 a)$$

$$\frac{\partial \phi_2(s, t)}{\partial t} = -0.25(1+s) \quad (3.10 b)$$

$$\frac{\partial \phi_3(s, t)}{\partial t} = -0.25(1+s) \quad (3.10 c)$$

$$\frac{\partial \phi_4(s, t)}{\partial t} = -0.25(1-s) \quad (3.10 d)$$

$$\frac{\partial \phi_5(s, t)}{\partial t} = 0 \quad (3.10 e)$$

$$\frac{\partial \phi_6(s, t)}{\partial t} = -2t \quad (3.10 f)$$

3.8.5.3 Elementos finitos Q4 para la roca

Para el cimiento se utilizó un elemento finito de cuatro nodos Q4 con 8 GDL.

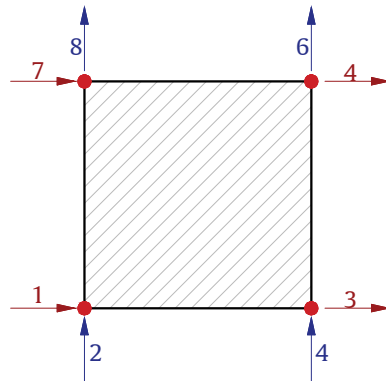


Figura 27 Elemento finito que conforma el cimient.
Fuente: Adaptado de Logacho (2012).

Este elemento finito tiene dos desplazamientos en los todos sus nodos. Las deformadas elementales o desplazamientos unitarios correspondientes a cada grado de libertad son:

$$q^t = [u_1 v_2 \ u_3 v_4 \ u_5 v_6 \ u_7 v_8] \quad (3.11)$$

A) Desplazamiento de un punto dentro del elemento finito

El elemento finito considerado tiene desplazamientos en los cuatro nodos. Al igual que el elemento finito Q4 por flexión este elemento se encuentra en un plano cartesiano cuyo origen está en el centro del elemento (coordenadas naturales).

$$\begin{aligned} u(s,t) &= u_1 \phi_1 + u_2 \phi_2 + u_3 \phi_2 + u_4 \phi_4 \\ v(s,t) &= v_1 \phi_1 + v_2 \phi_2 + v_3 \phi_2 + v_4 \phi_4 \end{aligned} \quad (3.12)$$

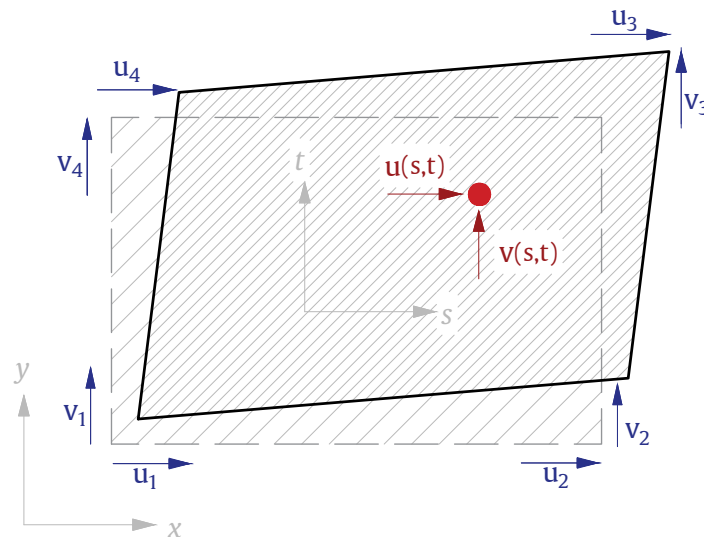


Figura 28 Deformada elemental del elemento finito Q4.
Fuente: Elaboración propia.

B) Funciones de forma para el elemento finito.

El elemento finito considerado para el análisis, denominado Q_4 , tiene 4 funciones de forma, como se pudo observar en la figura 28 los cuales fueron descritas en las ecuaciones 3.3 , 3.4 , 3.5 y 3.6 .

3.8.6 La matriz que relaciona la deformación unitaria-desplazamiento B

La matriz B es la que permite relacionar las deformaciones unitarias del elemento finito con los desplazamientos nodales y está definida en la ecuación 3.13 :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{q} \quad (3.13)$$

Donde $\boldsymbol{\varepsilon}$ es el vector que contiene las deformaciones unitarias en sentido X y Y del elemento finito. \mathbf{q} son las deformadas elementales o desplazamientos unitarios, en donde se encuentran los desplazamientos en los grados de libertad considerados por elemento finito como se puede observar en las ecuaciones tanto para la presa y para la roca respectivamente.

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

$$\mathbf{q}_{presa}^t = [u_1 v_2 \ u_3 v_4 \ u_5 v_6 \ u_7 v_8 \ u_9 v_{10} \ u_{11} v_{12}] \quad (3.15)$$

$$\mathbf{q}_{cimiento}^t = [u_1 v_2 \ u_3 v_4 \ u_5 v_6 \ u_7 v_8] \quad (3.16)$$

La matriz B ordena las derivadas parciales de las funciones de forma con respecto al sistema coordenado X-Y.

$$\mathbf{B}_{(i)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_i(s, t)}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial \phi_i(s, t)}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi_i(s, t)}{\partial y} & \frac{\partial \phi_i(s, t)}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

La matriz B para todas las funciones de forma de la estructura de la presa queda de la siguiente manera:

$$\mathbf{B}_{(i)presa} = [B_1 \ B_2 \ B_3 \ B_4 \ B_5 \ B_6] \quad (3.18)$$

Para el dominio del cimiento la matriz B es:

$$\mathbf{B}_{(i)cimiento} = [B_1 \ B_2 \ B_3 \ B_4] \quad (3.19)$$

En consecuencia la relación entre las deformaciones y los desplazamientos en función de la matriz B queda representada por la ecuación 3.21 para el dominio de la presa.

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{presa} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial \phi_2}{\partial x} & 0 & \frac{\partial \phi_3}{\partial x} & 0 & \frac{\partial \phi_4}{\partial x} & 0 & \frac{\partial \phi_5}{\partial x} & 0 & \frac{\partial \phi_6}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial \phi_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial \phi_2}{\partial y} & 0 & \frac{\partial \phi_3}{\partial y} & 0 & \frac{\partial \phi_4}{\partial y} & 0 & \frac{\partial \phi_5}{\partial y} & 0 & \frac{\partial \phi_6}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi_1}{\partial y} & \frac{\partial \phi_1}{\partial x} & \frac{\partial \phi_2}{\partial y} & \frac{\partial \phi_2}{\partial x} & \frac{\partial \phi_3}{\partial y} & \frac{\partial \phi_3}{\partial x} & \frac{\partial \phi_4}{\partial y} & \frac{\partial \phi_4}{\partial x} & \frac{\partial \phi_5}{\partial y} & \frac{\partial \phi_5}{\partial x} & \frac{\partial \phi_6}{\partial y} & \frac{\partial \phi_6}{\partial x} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_4 \\ u_5 \\ v_6 \\ u_7 \\ v_8 \\ u_9 \\ v_{10} \\ u_{11} \\ v_{12} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Para el dominio de la roca la relación entre deformación y desplazamiento es.

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{cimiento} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial \phi_2}{\partial x} & 0 & \frac{\partial \phi_3}{\partial x} & 0 & \frac{\partial \phi_4}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial \phi_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial \phi_2}{\partial y} & 0 & \frac{\partial \phi_3}{\partial y} & 0 & \frac{\partial \phi_4}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi_1}{\partial y} & \frac{\partial \phi_1}{\partial x} & \frac{\partial \phi_2}{\partial y} & \frac{\partial \phi_2}{\partial x} & \frac{\partial \phi_3}{\partial y} & \frac{\partial \phi_3}{\partial x} & \frac{\partial \phi_4}{\partial y} & \frac{\partial \phi_4}{\partial x} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_4 \\ u_5 \\ v_6 \\ u_7 \\ v_8 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

3.8.7 Matriz Jacobiana

La matriz Jacobiana nos permitió determinar la matriz de rigidez tanto de la presa como del cimiento a partir del algoritmo de la Cuadratura de Gauss, donde el valor del determinante de la matriz Jacobiana es igual al área de influencia de un punto de integración de esta cuadratura. Esta matriz se encuentra definida de la siguiente manera:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x(s, t)}{\partial s} & \frac{\partial y(s, t)}{\partial s} \\ \frac{\partial x(s, t)}{\partial t} & \frac{\partial y(s, t)}{\partial t} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

De esta manera, al derivar las ecuaciones del sistema coordenado con respecto a s y t se obtienen los elementos de esta la matriz Jacobiana:

$$\begin{aligned} \frac{\partial x(s, t)}{\partial s} &= 0.25[(t-1)x_1 + (1-t)x_2 + (1+t)x_3 - (1+t)x_4] \\ \frac{\partial y(s, t)}{\partial s} &= 0.25[(t-1)y_1 + (1-t)y_2 + (1+t)y_3 - (1+t)y_4] \\ \frac{\partial x(s, t)}{\partial t} &= 0.25[(s-1)x_1 - (1+s)x_2 + (1+s)x_3 + (1-s)y_4] \\ \frac{\partial y(s, t)}{\partial t} &= 0.25[(s-1)y_1 - (1+s)y_2 + (1+s)y_3 + (1-s)y_4] \end{aligned} \quad (3.23)$$

Para los grados de libertad por flexión en la presa se tendrá una nueva matriz Jacobiana que se obtiene al reemplazar los valores de $s = 0$ y $t = 0$ en la ecuación 3.23 .

$$\begin{aligned}\frac{\partial x(s, t)}{\partial s} &= 0.25[x_1 + x_2 + x_3 - x_4] \\ \frac{\partial y(s, t)}{\partial s} &= 0.25[y_1 + y_2 + y_3 - y_4] \\ \frac{\partial x(s, t)}{\partial t} &= 0.25[x_1 - x_2 + x_3 + y_4] \\ \frac{\partial y(s, t)}{\partial t} &= 0.25[y_1 - y_2 + y_3 + y_4]\end{aligned}\quad (3.24)$$

$$\mathbf{J} \mathbf{a} = 0.25 \cdot \begin{bmatrix} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 & y_1 + y_2 + y_3 - y_4 \\ x_1 - x_2 + x_3 + y_4 & y_1 - y_2 + y_3 + y_4 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Adicionalmente la inversa de la matriz Jacobiana nos sirve para determinar la matriz \mathbf{B} , como se indica a continuación.

$$\begin{aligned}\frac{\partial \phi_i}{\partial s} &= \frac{\partial \phi_i}{\partial x(s, t)} \frac{\partial x(s, t)}{\partial s} + \frac{\partial \phi_i}{\partial y(s, t)} \frac{\partial y(s, t)}{\partial s} \\ \frac{\partial \phi_i}{\partial t} &= \frac{\partial \phi_i}{\partial x(s, t)} \frac{\partial x(s, t)}{\partial t} + \frac{\partial \phi_i}{\partial y(s, t)} \frac{\partial y(s, t)}{\partial t}\end{aligned}\quad (3.26)$$

Ordenando matricialmente la ecuación 3.26 se tiene.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_i}{\partial s} \\ \frac{\partial \phi_i}{\partial t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x(s, t)}{\partial s} & \frac{\partial y(s, t)}{\partial s} \\ \frac{\partial x(s, t)}{\partial t} & \frac{\partial y(s, t)}{\partial t} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_i}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_i}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Se puede observar que en la expresión matricial anterior está inmersa la matriz Jacobiana con lo que también puede escribirse en la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_i}{\partial s} \\ \frac{\partial \phi_i}{\partial t} \end{bmatrix} = \mathbf{J} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_i}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_i}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Del mismo modo puede obtenerse también la siguiente expresión para llegar a la matriz Jacobiana inversa:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_i}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_i}{\partial y} \end{bmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_i}{\partial s} \\ \frac{\partial \phi_i}{\partial t} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Al calcular el determinante de la matriz \mathbf{J} se tiene el área de influencia del punto de integración en la cuadratura de Gauss y además se utiliza para hallar el gradiente de las funciones de forma,

el cual se indicó de forma compacta en la ecuación 3.29.

3.8.8 Relación Esfuerzo-Deformación

Al ser un caso de deformación plana, la matriz de elasticidad está definida por la siguiente ecuación:

$$\mathbf{D} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Donde E es el módulo de elasticidad y ν es el coeficiente de Poisson, esta matriz nos sirvió para relacionar la ecuación constitutiva elástico lineal con el método de elementos finitos.

La matriz constitutiva del comportamiento elástico para la roca y la presa se calculó reemplazando las propiedades de los materiales de la tabla 6 en la ecuación 3.30 para los dos modelos propuestos.

$$\mathbf{D}_{presa} = \begin{bmatrix} 1932183.57 & 483045.89 & 0 \\ 483045.89 & 1932183.57 & 0 \\ 0 & 0 & 724568.84 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D}_{roca} = \begin{bmatrix} 95629.91 & 31876.64 & 0 \\ 31876.64 & 127506.54 & 0 \\ 0 & 0 & 31876.64 \end{bmatrix}$$

3.8.9 Matriz de rigidez del elemento finito

El procedimiento que se siguió para determinar la matriz de rigidez para el cimiento y la presa parte de los conceptos de la energía potencial de deformación, la cual se la debe expresar en función de los desplazamientos de la siguiente manera.

$$\mathbf{q}^t \mathbf{K}_e \mathbf{q} = \int_V \boldsymbol{\varepsilon}^t \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon} dV \quad (3.31)$$

Dónde:

$$\mathbf{K}_e = \int_V \mathbf{B}^t \mathbf{D} \mathbf{B} dV \quad (3.32)$$

Integrando en coordenadas naturales se llega a:

$$\mathbf{K}_e = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{B}^t \mathbf{D} \mathbf{B} \det(\mathbf{J}) e dA \quad (3.33)$$

Se puede emplear la cuadratura de Gauss para cuatro puntos, obteniendo la siguiente ecuación:

$$\mathbf{K}_e = \sum_{i=1}^4 \mathbf{B}^t \mathbf{D} \mathbf{B} \det(\mathbf{J}) e A_i \quad (3.34)$$

Donde \mathbf{K}_e es la matriz de rigidez del elemento finito, \mathbf{B} es la matriz de compatibilidad que relaciona la deformación y el desplazamiento ($\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B}\mathbf{q}$), es la matriz de elasticidad para tensión plana, $\det(\mathbf{J})$ es el determinante de la matriz Jacobiana, e el espesor y dA es el diferencial de área.

3.8.9.1 Matriz de Rigidez para la presa

La matriz de rigidez de la estructura de la presa es la que fue indicada en la ecuación 3.32 el cual fue obtenido por ensamblaje directo de cada elemento finito que se definió en la presa.

Los valores de las matrices de deformación unitaria-desplazamiento \mathbf{B} y la matriz constitutiva \mathbf{D} serán característicos de la presa como se desarrolló anteriormente.

La matriz de rigidez resultante de cada elemento finito de la presa tendrá 12 grados de libertad, ya que se consideró el efecto de flexión.

Esta matriz de rigidez se condensa para poder obtener una matriz del elemento finito de 8 grados de libertad, esto para combinarlo con la matriz del elemento finito de la cimentación.

3.8.9.2 Matriz de Rigidez para la cimentación

Al estudiar la interacción existente entre la estructura de concreto y el suelo es importante adoptar un sistema numérico adecuado que permita analizar estos dos componentes y el método adoptado para estudiar la presa es el Método de Elementos Finitos.

La matriz de rigidez resultante de cada elemento finito de la presa tendrá 8 grados de libertad, dos en cada esquina, esta consideración permite representar de mejor manera las características mecánicas de la roca los cuales se mostraron en la tabla donde se definió los materiales.

3.8.9.3 Matriz de rigidez condensado

Con las matrices de rigidez de la presa y la roca se procede a combinarlas y formar una sola matriz de rigidez presa-cimiento (\mathbf{K}_G).

$$\mathbf{K}_G = \mathbf{K}_{presa} + \mathbf{K}_{roca} \quad (3.35)$$

En la matriz \mathbf{K}_G se obtuvo con la condensación estática que permitió obtener la matriz de rigidez asociada a los grados de libertad principales de la presa modelo.

Se numeró los grados de libertad principales que son los horizontales debido a que ante la componente de un sismo los desplazamientos laterales son de mayor magnitud. Por lo tanto La matriz de rigidez lateral \mathbf{K}_{LG} , se halló con la ecuación 3.36.

Figura 29 Condensación de la matriz de rigidez general

$$\mathbf{K}_{LG} = \left[\begin{array}{c|c} \overbrace{K_{AA}}^{na} & \overbrace{K_{AB}}^{nb} \\ \hline K_{BA} & K_{BB} \end{array} \right] \begin{array}{l} \left. \vphantom{\begin{array}{c|c} \end{array}} \right\} na \\ \left. \vphantom{\begin{array}{c|c} \end{array}} \right\} nb \end{array}$$

$$\mathbf{K}_{LG} = \mathbf{K}_{AA} - \mathbf{K}_{AB} \cdot \mathbf{K}_{BB}^{-1} \cdot \mathbf{K}_{BA} \quad (3.36)$$

Donde \mathbf{K}_{AA} , \mathbf{K}_{AB} , \mathbf{K}_{BB} , \mathbf{K}_{BA} son submatrices de la matriz de rigidez \mathbf{K}_C , na el número de coordenadas principales y nb el número de coordenadas secundarias. La suma de na y nb es el número de grados de libertad de la estructura.

3.8.10 Análisis Dinámico de la presa

El análisis dinámico se realizó a través del método de superposición modal, el cual considera los efectos de los modos más altos de la respuesta de una estructura, algunos de los cuales pueden contribuir significativamente en la respuesta global de esa estructura.

En forma general, se puede indicar que el sistema de ecuaciones diferenciales que gobiernan los problemas dinámicos está definido por la ecuación (3.37). (F. R. Aguiar, 2008)

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{Q} \quad (3.37)$$

Donde:

\mathbf{M} : matriz de masa.

\mathbf{C} : matriz de amortiguamiento.

\mathbf{K} : matriz de rigidez.

\mathbf{q} : vector de desplazamiento.

$\dot{\mathbf{q}}$: vector de velocidad.

$\ddot{\mathbf{q}}$: vector de aceleración.

\mathbf{Q} : vector de cargas generalizadas ($\mathbf{Q} = -\mathbf{M}\mathbf{J}a(t)$).

\mathbf{M} : matriz de masa.

La ecuación 3.37 corresponde a un sistema de ecuaciones diferenciales acoplado, el método de superposición modal nos permitió desacoplarlo esto se lleva a cabo mediante el siguiente cambio de variable.

$$\mathbf{q} = \Phi \mathbf{X} \quad (3.38)$$

Donde \mathbf{X} representa el vector de desplazamientos en el nuevo sistema de coordenadas y la letra griega Φ , la matriz modal, que es la matriz que contiene los modos de vibración del modelo

analizado.

$$\Phi = [\phi^{(1)} \phi^{(2)} \phi^{(3)} \dots \phi^{(n)}] \quad (3.39)$$

Con el nuevo sistema de coordenadas X el sistema de ecuaciones diferenciales se encuentra desacoplado, también se suele denominar a este nuevo sistema como coordenadas principales, la ecuación que gobierna la dinámica, ahora en este nuevo sistema de coordenadas que viene expresado por la ecuación:

$$\Phi^t M \Phi \ddot{X} + \Phi^t C \Phi \dot{X} + \Phi^t K \Phi X = \Phi^t Q \quad (3.40)$$

3.8.10.1 Matriz de masas

La matriz de masas se obtuvo mediante el modelo de masas concentradas, que nos permite realizar el análisis sísmico ante componentes horizontales.

Para el cálculo de la matriz se parte de la obtención del área cooperante correspondiente a cada nudo del sistema discretizado. Como se puede observar en la ecuación 3.41 es una matriz diagonal y está en función de los grados de libertad principales de sistema presa-cimiento.

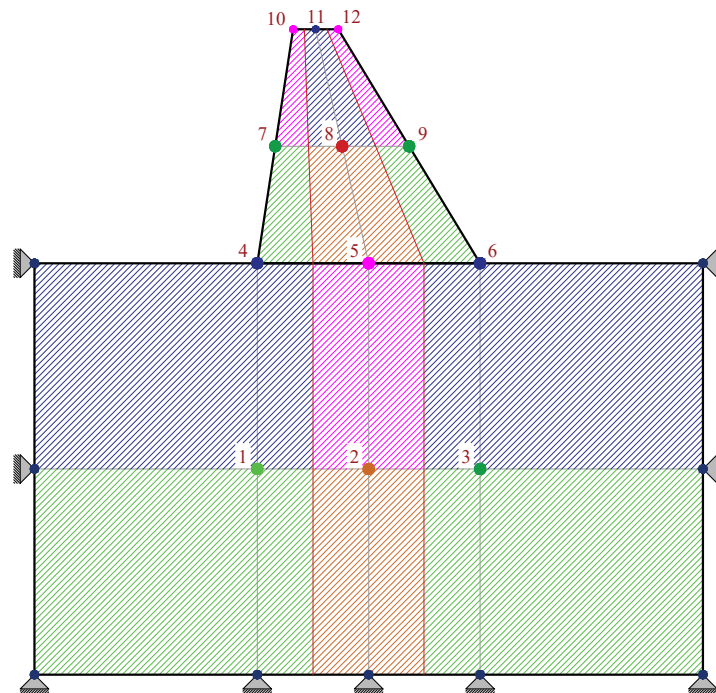


Figura 30 Areas tributarias de cada nodo para obtener las masas
Fuente: Elaboración propia.

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_n \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

La masa correspondiente a cada grado de libertad se calculó con la ecuación 3.42 .

$$m_i = \frac{A_T \cdot e \cdot \gamma}{g} \quad (3.42)$$

Donde:

m_i : masa puntual del nodo i (tn · s²/m).

A_T : área tributaria del nodo i (m²).

e : espesor considerado para el análisis (m).

γ : peso específico de material (tnf/m³).

Tabla 15 Masas totales calculadas.

Dominio	Masa (tn · s ² /m)		
	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
Presa	108.32	108.32	102.49
Cimiento	962.74	—	962.74
Total	1071.06	108.32	1065.23

Fuente: Elaboración propia.

3.8.10.2 Obtención de periodos, frecuencia y modos de vibración

Modos de vibración Una vez obtenidas las matrices de rigidez y de masas, se resolvió el problema de valores y vectores propios, los vectores propios $\phi^{(i)}$ representan los modos de vibración. Uno de los métodos para encontrar los modos de vibración y las frecuencias de la estructura, es el método de Jacobi Generalizado el cual está plasmado en el programa **SAGDA**.

$$\mathbf{K}_{LG}\phi - \lambda \mathbf{M}\phi = 0 \quad (3.43)$$

Frecuencias y periodos Junto con los modos de vibración (eigen vectores) se cálculo los eigen valores y a partir de este se puede calcular las propiedades dinámicas como son, la frecuencia de vibración y el periodo para cada modo.

$$\text{Det}|\mathbf{K}_{LG} - \omega^2[\mathbf{M}]| = 0 \quad (3.44)$$

$$\omega_i = \sqrt{\lambda_i} \quad (3.45)$$

Donde:

λ_i : Valores propios.

ω_i : Frecuencias (1/s).

$$T_i = \frac{2 * \pi}{\omega_i} \quad (3.46)$$

Donde:

T_i : Periodo asociado a cada modo de vibración.

3.8.10.3 Factor de participación modal

Con los períodos se ingresa al espectro de diseño y se determinan las aceleraciones de diseño A_i asociadas a cada periodo (T_i). Luego con los modos de vibración $\Phi^{(i)}$ obtenidos previamente, se calculan los factores de participación modal γ_i , los cuales están definidos por la siguiente ecuación:

$$\gamma = \frac{\Phi^{(i)t} M b}{\Phi^{(i)t} M \Phi^{(i)}} \quad (3.47)$$

Donde: b es el vector de incidencia², el cual es unitario.

3.8.10.4 Espectro de análisis

Para el análisis de la presa se consideró el sismo denominados SMC, con un periodo de retorno que este alrededor de 970 años. (USCOLD, 1999). El espectro de diseño que se utilizó para el análisis sísmico de la presa Ancascocha se elaboró de acuerdo a la norma peruana E-030 y al estudio de riesgo sísmica elaborado por ATA (2013).

Debido a la recopilación de F. R. Aguiar (2008), para la obtención de la categoría de una estructura, se tomó como base al sismo Ocasional el cual tiene un periodo de retorno de 50 años con una probabilidad de excedencia de 50% y un periodo de retorno de 72 años, por consecuencia la categoría de la presa tendrá un valor de $U = 1.5$. Para calcular la aceleración sobre la estructura se utilizó la ecuación 3.48 .

$$S_a = \frac{ZUC_1 S}{R} g \quad (3.48)$$

Tabla 16 Parámetros sísmicos.

Descripción	Símbolo	Tipo	Valor
Factor de zona (SMC)	Z_{SMC}	—	0.40
Factor de zona (SBO)	Z_{SBO}	—	0.18
Categoría de la estructura	U	—	1.50
Tipo de suelo	S	S_1	1.00
Período que define al factor C	T_p	—	0.40
Período que define al factor C	T_L	—	2.50
Factor de reducción sísmica	R_o	—	2

Fuente: Obtenido de ATA (2013).

El factor de reducción sísmica R se calculó con la siguiente ecuación descrita por F. R. Aguiar (2008).

$$R = R_\mu \cdot R_\Omega \cdot R_R \quad (3.49)$$

Donde:

²Representa a las coordenadas principales con las cuales se realiza el análisis sísmico de la presa (desplazamientos horizontales).

R_{μ} : factor de reducción por ductilidad.

R_{Ω} : factor de reducción por sobre resistencia.

R_R : factor de reducción por redundancia.

Para tener un buen factor de seguridad $R_{\mu} = 2$

$$R = 1 \cdot 2 \cdot 1 = 2$$

Con los valores de la tabla 16 se generó el siguiente espectro de diseño. Para para el sismo SMC se utilizó una aceleración pico de 0.4g y para el sismo SBO una aceleración de 0.18g. Para el valor de la gravedad se tomó, ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

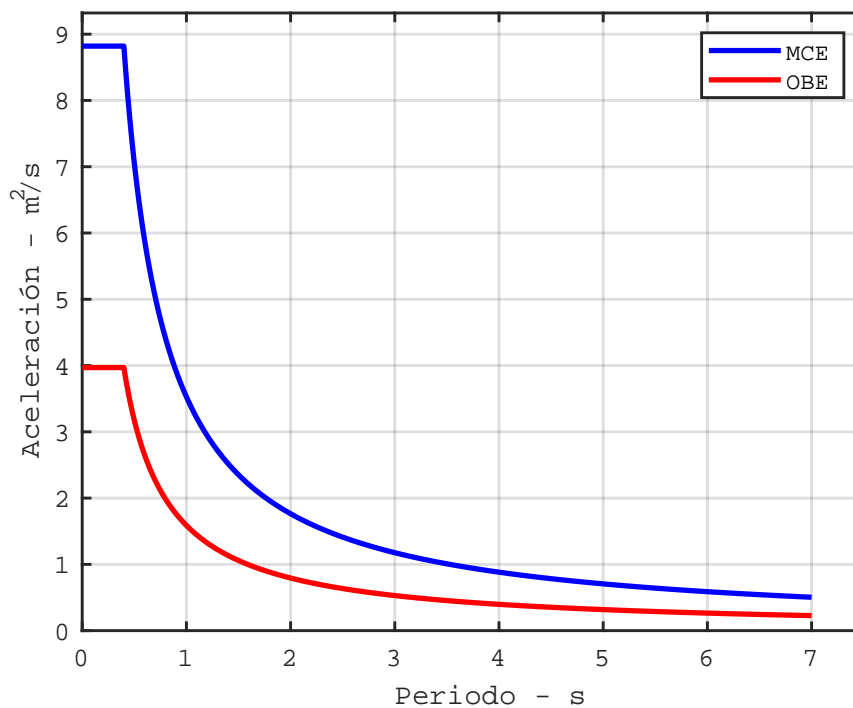


Figura 31 Espectro de aceleraciones para los sismos SMC y SBO.

Fuente: Elaboración propia.

3.8.10.5 Criterios de combinación modal

Para encontrar la respuesta máxima probables de fuerzas y desplazamientos, se utilizará el la fórmula de combinación modal provisto en la norma E030-2018, el cual se determina mediante la ecuación 3.50 .

$$r = 0.25 \left| \sum_{i=1}^N |r_i| \right| + 0.75 \sqrt{\sum_{i=1}^N |r_i|^2} \quad (3.50)$$

3.8.10.6 Fuerzas horizontales

Aplicando los valores obtenidos en la ecuación 3.50 las fuerzas máximas para cada modo de vibración se calculan con la ecuación 3.51 .

$$F^{(i)} = \gamma_{ix} S_{di} M \phi^{(i)} \quad (3.51)$$

3.8.10.7 Cortantes Basal

La cortante basal se calculó con la sumatoria acumulada de cada fuerza obtenida en los grados de libertad.

Tabla 17 Cortante basal (tnf).

Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
3892.40	304.11	3683.10

Fuente: Elaboración propia.

La cortante basal sirve para calcular el coeficiente sísmico de la presa, por ello en la tabla 17 se muestra las cortantes basales calculados en cada modelo.

3.8.10.8 Desplazamientos elásticos generado por sismo

El desplazamiento horizontal en cada grado de libertad principal fue obtenido a partir de la ecuación 3.52 .

$$q_h^{(i)} = \gamma_i S_a M \phi^{(i)} \quad (3.52)$$

Los desplazamientos verticales se calcularon a partir de la ecuación 3.53 .

$$q_v^{(i)} = \text{inv}(K_{bb}) \cdot K_{ba} \cdot q_h \quad (3.53)$$

Donde K_{bb} y X_{ba} son matrices obtenidas de la condensación estática de la matriz de rigidez general de la presa.

3.8.10.9 Cortante Basal y coeficiente sísmico

Con la sumatoria de las fuerzas sísmicas resultantes se obtiene el cortante basal, el cual junto con el peso total P_T permiten determinar el coeficiente sísmico (adimensional) aplicando la siguiente ecuación:

$$c = \frac{V_{basal}}{P_T} \quad (3.54)$$

3.8.11 Cargas primarias y secundarias sobre la presa

Las presas presentan una complejidad en su respuesta estructural que marca un fuerte contraste con la evidente simplicidad de su concepto estructural y su forma. En comparación con la mayoría de las otras estructuras de ingeniería, las presas también requieren funcionar en o muy cerca de las cargas de diseño específicas durante una gran proporción de su vida útil, estas acciones de cargas pueden predeterminarse con mucha precisión (Novak et al., 2001).

Para poder determinar efectivamente como trabaja la presa bajo determinadas condiciones de carga, es necesario fijar las presiones que actúan en la presa durante un sismo o cuando se encuentra operando normalmente. Las fuerzas actuantes sobre la presa son las indicadas en la

figura 32.

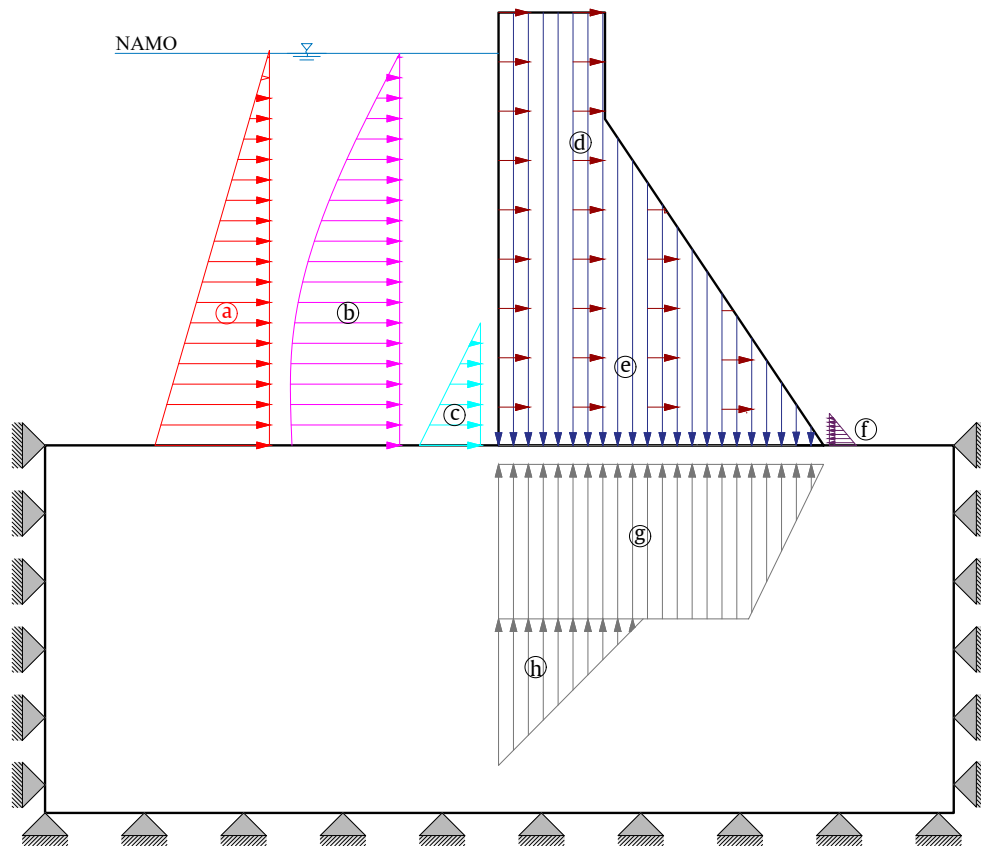


Figura 32 Fuerzas consideradas en el análisis para combinaciones de carga
Fuente: Adaptado de Medina (2012).

Donde:

- a* : Presión hidrostática en la cara aguas arriba .
- b* : Presión hidrodinámica.
- c* : Presión por sedimentos.
- d* : Fuerzas sísmicas en el cuerpo de la presa.
- e* : Peso propio.
- f* : Peso del agua en la cara aguas abajo
- g* : Empuje.
- h* : Subpresión.

3.8.11.1 Presión hidrodinámica

A) Consideraciones

Se describe el proceso que se realizó para el cálculo de las fuerzas hidrodinámicas generadas en la cara de la presa aguas arriba, para ello primero se numeró las consideraciones y conceptos propuestos por Tiliouine y Seghir (1998).

1. Es un fluido incompresible.
2. La pérdida de energía por la viscosidad es despreciable, ya que el agua es un líquido que

tiene una capacidad óptima de fluir y en el caso de existir esta pérdida es mucho menor comparándola con la inercia de su movimiento.

3. El líquido se extiende a una determinada distancia actuante en la dirección aguas arriba de la presa.

B) Elementos finitos para el cálculo de presiones hidrodinámicas

Para el cálculo de la presión hidrodinámica se empleó el Método de Elementos Finitos, el cual se toma elementos cuadrangulares de cuatro nodos para modelar el embalse. En la figura 33 se presenta la nomenclatura que se va a utilizar proceso de cálculos de las fuerzas hidrodinámicas.

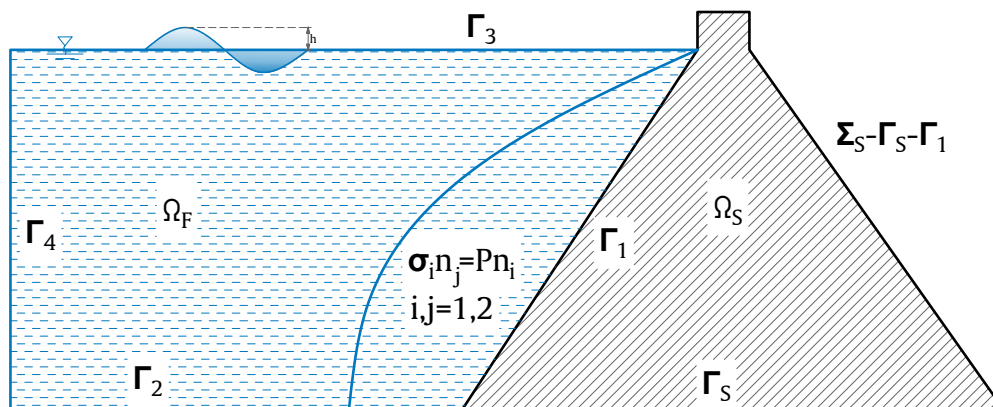


Figura 33 Presa-embalse dominio y distribución de las fuerzas hidrodinámicas
Fuente: Adaptado de Tiliouine y Seghir (1998).

Donde:

Ω_S : Dominio de la presa.

Ω_F : Dominio del reservorio.

Γ_1 : Interfaz fluido - presa, donde se considera la continuidad de esfuerzos de la presa σ_{ij} con la presión hidrodinámica P_{hd}

Γ_S : Dominio de la base de la presa.

Γ_2 : Dominio de la base del reservorio.

Γ_3 : Dominio de la superficie en equilibrio del reservorio.

Γ_4 : Dominio del borde del reservorio.

n_i : unidad normal exterior.

El análisis sísmico en los dominios de la presa y el embalse, parte del siguiente sistema de ecuaciones diferenciales de segundo orden:

$$\mathbf{M}_p \ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}_p \dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}_p \mathbf{U} = \mathbf{F}_g + \mathbf{F}_p \quad (3.55)$$

Donde:

\mathbf{M}_w : Matriz de masas de la presa.

\mathbf{C}_w : Matriz de ammortiguamiento de la presa.

\mathbf{K}_w : Matriz de rigidez de la presa.

U_w : Variable nodal básica que representa los desplazamientos relativos en los puntos nodales del modelo de elementos finitos de la presa a ser analizada, cuya dirección con respecto al tiempo se denota con el énfasis sobre ella (\ddot{U}, \dot{U}).

F_g : Vector de cargas generalizadas debido a la acción sísmica.

F_p : Vector de fuerzas debido a la presión hidrodinámica que actúa en el borde de la presa.

Al considerar un modelo de embalse en el cual el fluido que lo compone es incompresible y el paramento de la presa es rígido, la discretización del sistema de elementos finitos responde a la siguiente ecuación:

$$\mathbf{M}_w \ddot{\mathbf{P}} + \mathbf{K}_w \mathbf{P} = \mathbf{q}_a \quad (3.56)$$

Donde:

\mathbf{P} : Vector de presiones, donde su segunda derivada es $\ddot{\mathbf{P}}$.

\mathbf{M}_w : Matriz de masas del agua la cual se calcula en la ecuación 3.57 .

\mathbf{K}_w : Matriz de rigidez del agua la cual se calcula en la ecuación 3.58 .

\mathbf{q}_a : Vector de cargas que actúa en la pantalla de la presa que se encuentra en contacto con el agua, que viene dado por la ecuacion 3.59 .

$$\mathbf{M}_w = \int_{\Gamma_3} N_p^t \frac{1}{g} N_p d\Gamma \quad (3.57)$$

$$\mathbf{K}_w = \int_{\Omega_3} \nabla N_p^t N_p d\Omega \quad (3.58)$$

$$\mathbf{q}_a = - \int_{\Gamma_1} \rho_f \ddot{U}_n^g N_p^t d\Gamma \quad (3.59)$$

Donde ρ_f representa la densidad del agua, \ddot{U}_n^g es la componente normal externa del vector de aceleración del suelo, N_p^t es el vector transpuesto constituido por las funciones de forma definidas para el borde de la presa, de las presiones.

Pues bien, al haber sido omitida la compresibilidad del agua y dado que en general los efectos de onda superficial pueden ignorarse para propósitos prácticos, así como el considerar el paramento rígido, el vector de presiones hidrodinámicas que actúan en los puntos nodales del modelo agua embalse se puede estimar directamente a partir de:

$$\mathbf{P} = -\mathbf{K}_w^{-1} \cdot \mathbf{q}_a \quad (3.60)$$

C) Funciones de forma

El elemento finito agua tiene cuatro nodos y por cada nodo se considera un grado de libertad como se indica en la figura 34.

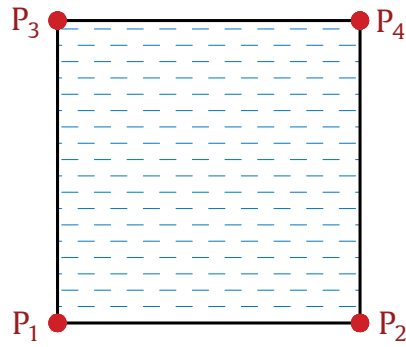


Figura 34 Elemento finito de 4 nodos considerado en el modelamiento del embalse.
Fuente: Adaptado de Tiliouine y Seghir (1998).

Del mismo modo que la sección 3.8.9, se determinó la matriz Jacobiana para pasar de coordenadas naturales (s, t) a coordenadas reales (x, y) . Una vez obtenida la matriz Jacobiana se aplica la cuadratura de Gauss para determinar el área de influencia en el punto de integración. Con ello también se determina las funciones de forma ∇N_p , el cual se calcula como se indica en la siguiente ecuación 3.61. (Logacho, 2012)

$$\nabla = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1^w(s, t)}{\partial x} & \frac{\partial \phi_2^w(s, t)}{\partial x} & \frac{\partial \phi_3^w(s, t)}{\partial x} & \frac{\partial \phi_4^w(s, t)}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_1^w(s, t)}{\partial y} & \frac{\partial \phi_2^w(s, t)}{\partial y} & \frac{\partial \phi_3^w(s, t)}{\partial y} & \frac{\partial \phi_4^w(s, t)}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

D) Vector de cargas del agua

Para el cálculo de vector de cargas se aplicó la ecuación 3.62 deducida por R. Aguiar, Sosa y Mroginski (2011).

$$\ddot{U}_n^g = \alpha g \frac{1}{\sqrt{1 + \beta^2}} \quad (3.62)$$

Donde:

g : Aceleración de la gravedad.

β : Talud igual a la $\cot(\theta)$.

θ : Angulo de inclinacion de la cara aguas arriba de la presa.

α : Coeficiente sísmico de la presa.

Las cargas o fuerzas nodales aplicadas en la cara de la presa se las puede calcular mediante la siguiente ecuación:

$$Q_w = \gamma \alpha \frac{1}{\sqrt{1 + \beta^2}} L_i \quad (3.63)$$

Donde:

γ : Peso específico del agua.

L_i : Longitud del elemento finito en la cara de la presa en contacto con el agua.

E) Modelos Propuestos

El embalse del modelo 1 y 2 consta de 1200 elementos finitos conformado por 1296 nudos. Esta representación se realizó con el programa **SAGDA**.

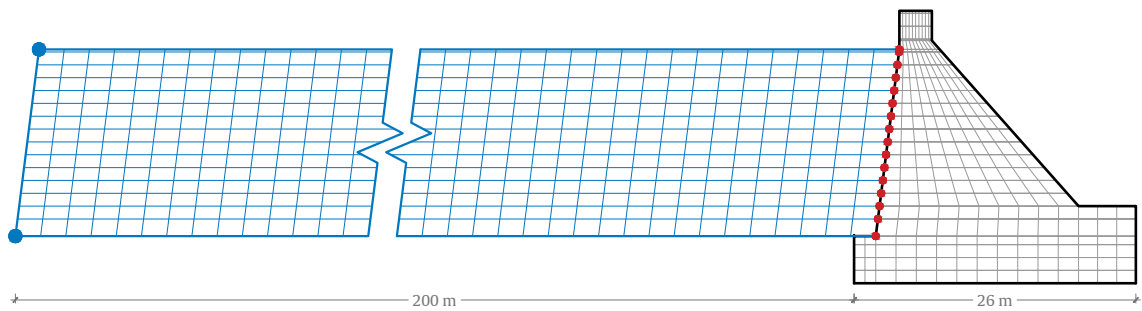


Figura 35 Numero de nudos y elementos finitos en el embalse de los modelos 1 y 2.

Fuente: Elaboración propia.

El embalse para el modelo 3 se dividió en 4 elementos finitos conformado por 9 nudos como se aprecia en la figura 36.

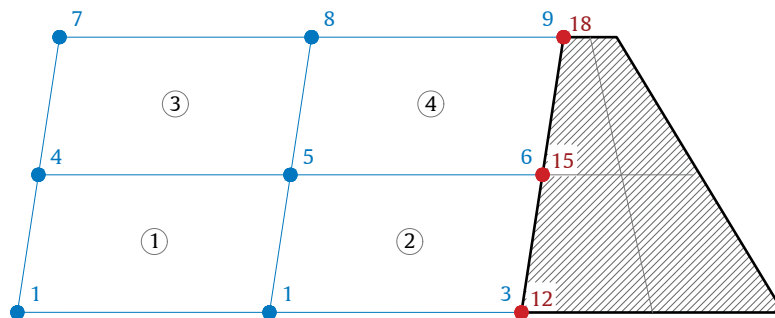


Figura 36 Numero de nudos y elementos finitos en el embalse del modelo 3.

Fuente: Elaboración propia.

Una vez realizado la discretización e identificado las condiciones de contorno se procedió a enumerar los grados de libertad que tiene el embalse. Cada nudo representa a la presión dinámica ejercida sobre embalse a causa del efecto sísmico.

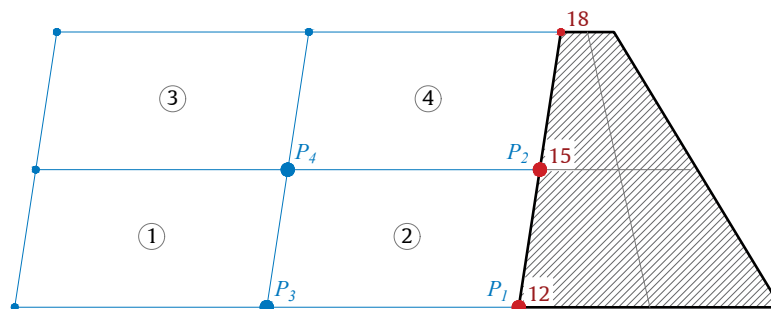


Figura 37 Grados de libertad en el dominio y en la cara del embalse del modelo 3.

Fuente: Elaboración propia.

Los grados de libertad obtenidos en el dominio del embalse se muestra en la tabla 18.

Tabla 18 Grados de libertad para cada dominio.

Dominio	Grados de libertad		
	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
Embalse	1200	1200	4

Fuente: Elaboración propia.

Obtenido la rigidez del elemento finito agua $K_w^{(i)}$ se procede a obtener la rigidez del elemento finito de todo el embalse K_w para lo cual se ejecuta el programa rigidez presa en donde se obtiene una matriz para el modelo 1 de 1200×1200 mientras que para el modelo 2 se tendrá de 4×4 que son los grados de libertad. Seguidamente se condensa para obtener una matriz de rigidez general K_{LW} asociado a los grados de libertad en la cara de la presa con la ecuación 3.64 .

$$K_{LW} = K_{AA} - K_{AB} \times K_{BB}^{-1} \times K_{BA} \quad (3.64)$$

3.8.11.2 Fuerzas hidrostáticas

La presión hidrostática se calcula mediante la siguiente la ecuación 3.65 .

$$P_{hs} = PE_w \cdot y \quad (3.65)$$

Donde:

P_{hs} : Presión hidrostática.

y : Profundidad de cálculo de la P_{hs} .

PE_w : Peso específico del líquido. ($PE_w = \rho \cdot g$)

ρ : Densidad del líquido.

g : Aceleración de la gravedad.

3.8.11.3 Subpresión

La subpresión se consideró como una carga linealmente variable dependiente de los niveles del reservorio aguas arriba y aguas abajo. Con la construcción de las cortinas de impermeabilización y de drenaje en la roca de fundación que se tiene previsto construir en la base de la presa se pretende disminuir este efecto que actúa directamente sobre la estabilidad de la presa. (Logacho, 2012)

La subpresión se calculó utilizando el procedimiento que recomienda la USBR, que disminuye en un 33% la subpresión por trabajo de drenaje. Para determinar la carga de subpresión se utilizó la ecuación 3.66 , para los dos primeros modelos planteados en esta tesis $25 < H_T < 75$. (Moreno, 2012)

$$W_f = 0.5 \gamma_w H_T [L(1 - \alpha_0) + b\alpha_1''] \alpha_2 \quad (3.66)$$

Donde:

γ_w : Peso específico del líquido del reservorio.

H : Diferencia de altura entre cota aguas arriba y cota de aguas abajo.

L : Longitud medida desde la esquina inferior aguas arriba de la presa hasta el lugar donde se encuentra el drenaje que está conectado a la galería.

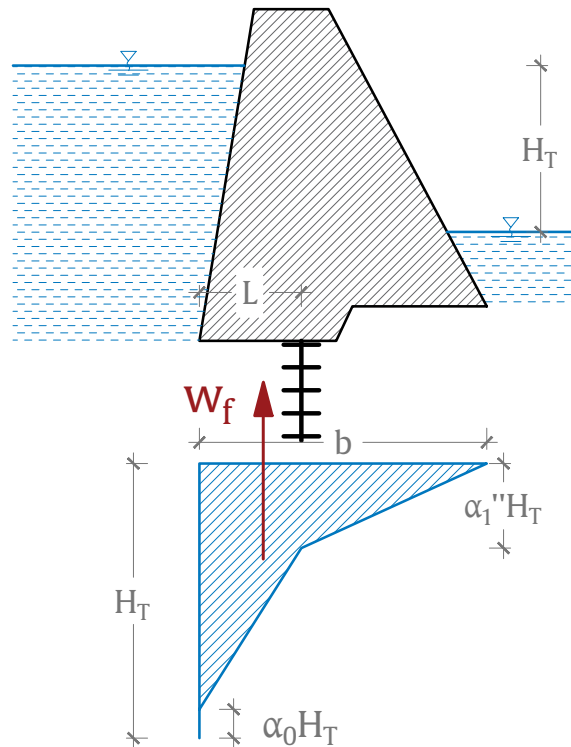


Figura 38 Subpresión de presas en suelos rocosos.
Fuente: Adaptado de Sandoval (2011).

De la aplicación de la ecuación 3.66 para la condición de la presa, se tiene que la carga variable es de la forma triangular y el valor de la subpresión es el área de la misma, esta fuerza al ser multiplicada por un brazo de palanca medido desde el punto donde se mida la estabilidad hacia el lugar de aplicación de la subpresión, nos determinará el momento volcador que actúa en la presa.

3.8.11.4 Sedimentos

Aparte de las presiones hidrostáticas, se consideró que existe una acumulación de sedimentos hasta la cota 3407.5 msnm. Los sedimentos son calculados mediante la ecuación 3.67 descrita a continuación para el final de la vida útil de las presas propuestas.

$$P_{sed} = \gamma_{sed} h_i \tan^2 \left(45 - \frac{\phi}{2} \right) \quad (3.67)$$

Donde:

γ_{sed} : Peso específico del sedimento (1.3 Tn/m³).

h_i : Altura a la que se desea calcular los sedimentos.

ϕ : Angulo de fricción interna (para suelos rocosos $\phi = 25^\circ$).

3.8.12 Estabilidad de la presa

La estabilidad de la Presa se obtuvo a partir del coeficiente de seguridad al deslizamiento, el mismo que está en función de las fuerzas actuantes sobre la estructura de la presa. Esta se calculó mediante la ecuación 3.68 .

$$K_{sd} = \frac{fN \cos \alpha + T \operatorname{sen} \alpha + c B}{T \cos \alpha + N \operatorname{sen} \alpha} \quad (3.68)$$

Donde:

T : Sumatoria de las fuerzas horizontales que actúan sobre la presa.

N : Sumatoria de las fuerzas verticales que actúan sobre la presa.

α : Angulo de inclinación en la base de la presa.

B : Base de la presa sobre la roca.

Tabla 19 Coeficientes según el tipo de roca.

Tipo de roca	f	c
Granitos u otras rocas no fisuradas, con resistencia temporal a la compresión mayor a 400 Kg/cm ²	0.75	40
Rocas poco fisuradas con mejoramiento de lechada de cemento hasta la profundidad mayor o igual a 0.1 H, con resistencia temporal a la compresión mayor a 400 Kg/cm ²	0.70	30
Rocas fisuradas, con resistencia temporal a la compresión entre 50 y 400 Kg/cm ²	0.65	20

Fuente: Tomado de Sandoval (2011).

Para la presa Ancascocha se tuvo un tipo de roca fisurada con una resistencia a la compresión mayor de 400 Kg/cm², por tanto los valores que se tomó para el cálculo de la estabilidad es de 0.75 para f y de 30 para c. Para el análisis de la presa se consideró dos instancias, una es cuando no existe la presencia sísmica, obteniendo el coeficiente de seguridad estático y la otra es cuando se presenta el sismo, obteniendo el coeficiente de seguridad dinámica.

3.8.12.1 Factores de seguridad estáticos

Se calculó los factores de seguridad al deslizamiento en condiciones estáticas considerando las siguientes fuerzas:

Tabla 20 Fuerzas consideradas en condiciones estáticas.

Sentido de fuerzas	Tipo de fuerzas
Verticales (N)	<ul style="list-style-type: none"> • Peso Propio. • Subpresión.
Horizontales (T)	<ul style="list-style-type: none"> • F. Hidrostáticas. • F. Sedimentos

Fuente: Elaboración propia.

A partir de las combinaciones indicadas, los coeficientes de seguridad para la condición estática, es decir sin fuerza sísmica ni fuerza hidrodinámica, se calcularon con la ecuación 3.69 :

$$K_{sd} = \frac{f N \cos \alpha + T_{estatico} \operatorname{sen} \alpha + c B}{T_{estatico} \cos \alpha + N \operatorname{sen} \alpha} \quad (3.69)$$

3.8.12.2 Factores de seguridad dinámicos

Para el cálculo de los factores de seguridad dinámico, se consideró las siguientes fuerzas:

Tabla 21 Fuerzas consideradas en condiciones dinámicas.

Sentido de fuerzas	Tipo de fuerzas
Verticales (N)	<ul style="list-style-type: none"> • Peso Propio. • Subpresión
Horizontales (T)	<ul style="list-style-type: none"> • F. Sísmicas. • F. Hidrodinámicas. • F. Hidrostáticas. • F. Sedimentos

Fuente: Elaboración propia.

A partir de las fuerzas indicadas, los coeficientes de seguridad para la condición dinámica se calcularon con la ecuación 3.70.

$$K_{sd} = \frac{f N_{dinamico} \cos \alpha + T_{dinamico} \operatorname{sen} \alpha + c B}{T_{dinamico} \cos \alpha + N_{dinamico} \operatorname{sen} \alpha} \quad (3.70)$$

3.8.12.3 Coeficiente de seguridad

Para este estudio se ha tomado como referencia las publicaciones de la USACE (2000) quienes presentan coeficientes de seguridad y valores admisibles del Concreto según el tipo de fuerza analizado, estos valores se los presenta en la tabla 22.

Tabla 22 Coeficientes de seguridad.

Valores admisibles	Carga		
	Usual	Inusual	Extremo
Concreto-Roca	Deslizamiento		
	3.00	2.00	1.00

Fuente: Tomado de USACE (2000).

Capítulo IV

Resultados

En esta capítulo se muestra los resultados obtenidos del análisis sísmico calculados con MEF y el método de superposición modal utilizando un espectro de respuesta, los cálculos se realizaron a través del programa SAGDA, el cual resuelve la metodología de elementos finitos para el análisis dinámico en presas de gravedad de concreto de una sección dada.

4.1 Análisis de resultados

Como se mencionó en el capítulo III, se propuso tres modelos de presas, los dos primeros representan a la presa Ancascocha y el tercero modelo también representa a la presa Ancascocha, pero con una sección transversal simplificada; en resumen en el modelo 1 se consideró la interacción presa-cimiento y en el modelo 2, se tuvo en cuenta a la presa sin efectos de la cimentación como se aprecia en las figuras 17 y 18. Por ello en este capítulo se exponen los resultados del análisis dinámico de los modelos 1 y 2 conforme lo planteado en los objetivos de esta tesis. Los resultados del análisis dinámico del tercer modelo fueron mostrados en el anexo A. Los resultados se han obtenido en base al MEF y al análisis sísmico mediante el método de superposición modal en la presa propuesta, por su gran complejidad del procesamiento numérico de estos métodos se utilizó el programa “SAGDA” creado en el software MATLAB el cual es el medio que se utilizó para poder calcular las variables de diseño analizadas en el capítulo III.

4.1.1 Hipótesis general

Como primer resultado se tiene la creación del programa “SAGDA” en el software MATLAB (ver anexo A), ya que se demostró en el capítulo III la gran cantidad de procesamiento computacional que requiere el MEF para obtener los resultados del análisis dinámico de una presa de gravedad de concreto. Este programa nos permite calcular las propiedades y respuestas dinámicas de una presa de gravedad de concreto.

4.1.1.1 Propiedades dinámicas de la estructura

A) Modos de vibración

En primera instancia se muestra los vectores propios normalizados, conocidos como modos de vibración, el cual representan ante una acción sísmica las formas de vibrar que tendrá la estructura en un instante de tiempo, .

El modelo 1 presenta una matriz de modos de $[312 \times 312]$ y el modelo 2 una matriz de $[184 \times 184]$, cada modo de vibración están asignados a los grados de libertad principales de cada modelo propuesto.

Los modos de vibración del modelo 1(presa con efectos la interacción suelo-estructura) son vistas en la tabla 23, donde solo se muestra los valores de los 6 primeros modos de un total de 312.

Tabla 23 Modos de vibración del modelo 1 (6 primeros de un total de 312).

Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5	Modo 6
-0.00093	0.00367	0.00928	0.00412	-0.01564	0.01211
-0.0011	0.00697	0.01682	0.00583	-0.02389	0.02255
-0.00084	0.01041	0.0218	0.0063	-0.02635	0.03221
-0.00049	0.01338	0.02718	0.00545	-0.02205	0.03996
-0.00029	0.01424	0.02758	0.00493	-0.01956	0.04172
-0.00003	0.01534	0.0273	0.00388	-0.01472	0.04392

En la figura 39 se observa que el desplazamiento máximo en el primer modo de vibración tiene un valor de -0.0363 m, mientras en el segundo modo de vibración el desplazamiento máximo es de -0.0144 m.

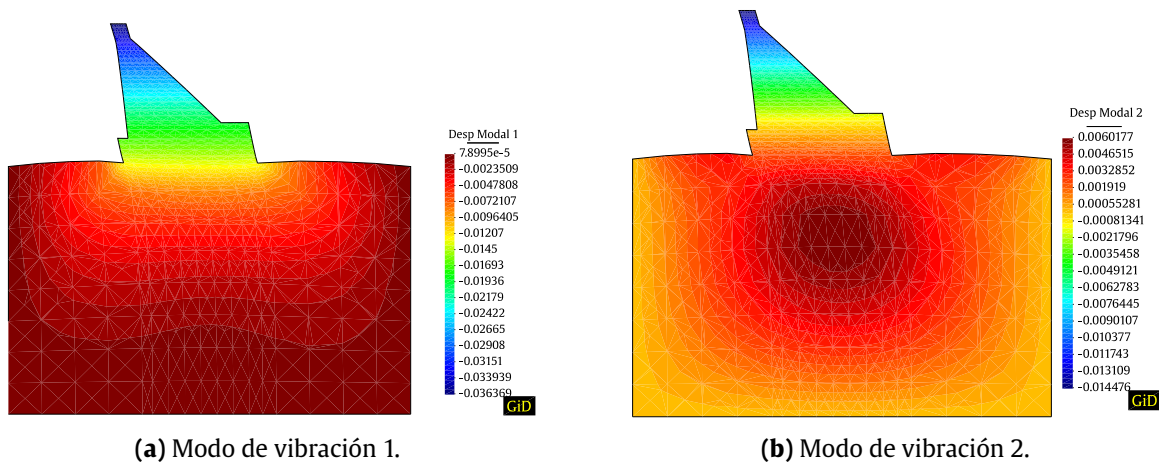


Figura 39 Desplazamientos del primer y segundo modo de vibración(modelo 1).

Para el modelo 2(presa sin efectos la interacción suelo-estructura) los valores de los modos de vibración son vistas en la tabla 24.

Tabla 24 Modos de vibración del modelo 2 (6 primeros de un total de 184).

Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5	Modo 6
0.00507	-0.01309	-0.0205	0.00449	0.05662	0.07604
0.00358	-0.01058	-0.01857	0.00628	0.05061	0.07088
0.0024	-0.0106	-0.02251	0.01186	0.05238	0.07279
0.0016	-0.01075	-0.02537	0.01806	0.04363	0.06015
0.00176	-0.01102	-0.02611	0.0248	0.02677	0.04384
0.00237	-0.01086	-0.02503	0.03201	0.00695	0.03227

En la figura 40 se observa que el desplazamiento máximo en el primer modo de vibración tiene un valor de 0.0016255 m, mientras en el segundo modo de vibración el desplazamiento máximo es de 0.00038747 m.

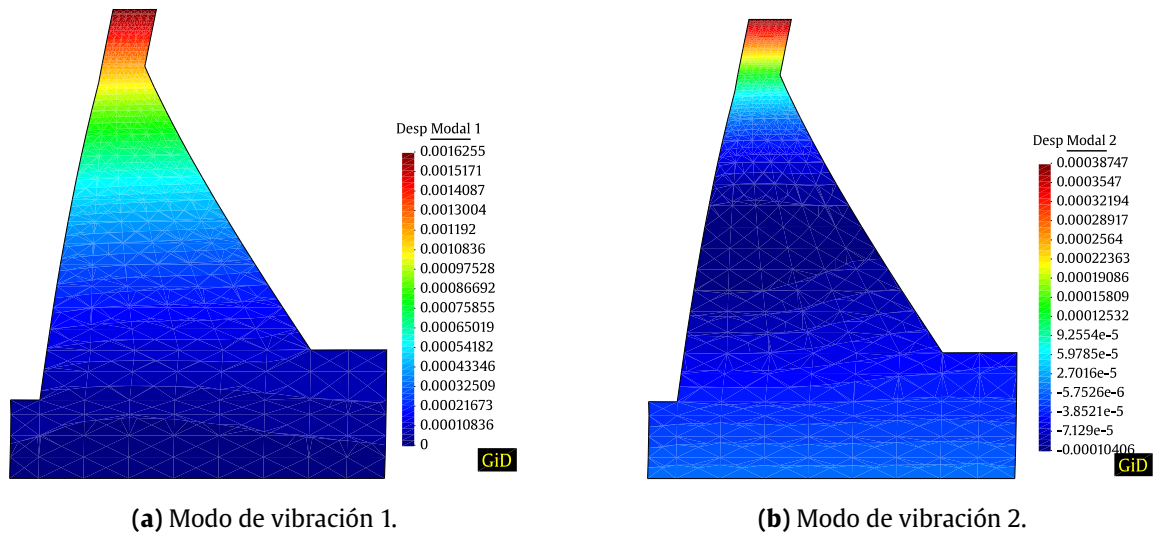


Figura 40 Desplazamientos del primer y segundo modo de vibración(modelo 2).

B) Frecuencias y periodos de vibración

Consecuentemente a los eigen vectores, se obtienen los valores propios, las frecuencias y periodos de la estructura para cada modo de vibración. En las tablas 25 y 26 se muestran los resultados de los 5 primeros periodos y frecuencias de los modelos 1 y 2 propuestos.

Tabla 25 Propiedades dinámica del modelo 1.

Modos	Eigen Valores	Frecuencias Periodo	
		ω (1/s)	T (s)
Modo 1	303.718	17.427	0.3605
Modo 2	798.078	28.25	0.2224
Modo 3	1616.475	40.205	0.1563
Modo 4	2239.205	47.32	0.1328
Modo 5	2675.764	51.728	0.1215

Tabla 26 Propiedades dinámica del modelo 2.

Modos	Eigen Valores	Frecuencias Periodo	
		ω (1/s)	T (s)
Modo 1	5024.896	70.886	0.0886
Modo 2	22107.965	148.687	0.0423
Modo 3	61761.234	248.518	0.0253
Modo 4	131075.918	362.044	0.0174
Modo 5	189156.407	434.921	0.0144

La figura 41 muestra los valores de las frecuencias de vibración de los modelos 1 y 2, obtenidos con

el programa **SAGDA**, los cuales representan la cantidad de repeticiones periódicas de la estructura en cada modo de vibración, cada frecuencia está asignado a un modos de vibración como por ejemplo el primer modo de vibración del modelo 1 realizará 17.427 repeticiones en un periodo de 0.3606 segundos, para el modelo 2 la estructura realizará 70.886 repeticiones en un periodo de 0.0886 segundo y además mientras mayor sea modo de vibrar mayor será la cantidad de repeticiones.

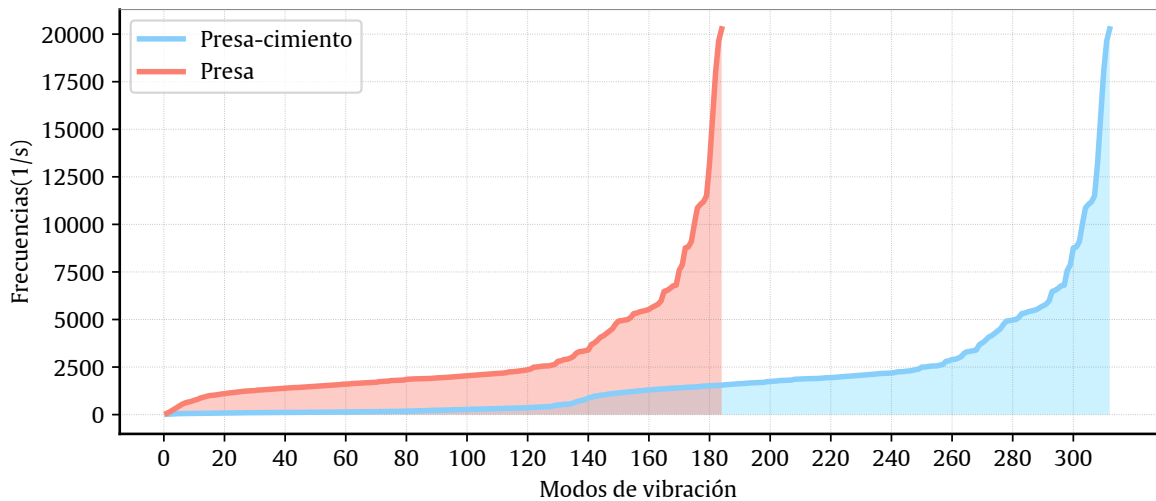


Figura 41 Frecuencias de vibración(modelo 1 y 2).

En la figura 42 se muestra los periodos de vibración para el modelo 1(312 periodos de vibración) y modelo 2(184 periodos de vibración), cada periodo está asociada a un modo de vibración. El periodos fundamental(modos 1) para el modelo 1 es de 0.3605 s mientras que el modelo 2 tiene un periodo fundamental de 0.0886 s.

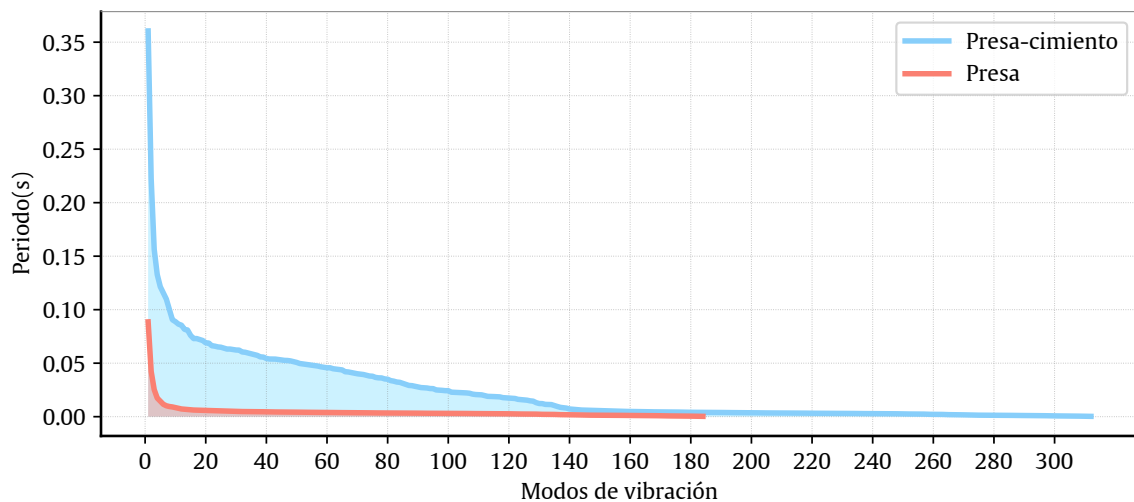


Figura 42 Periodos de vibración(modelo 1 y 2).

4.1.2 Hipótesis específico 1

La respuesta dinámica de la estructura se manifiesta a través de las aceleraciones, desplazamientos, fuerzas y esfuerzos generados por una carga sísmica que actúa en la estructura.

4.1.2.1 Respuesta dinámica de los modelos propuestos

A) Aceleraciones

Las aceleraciones modales se obtuvieron a partir de la ecuación 3.48 el cual se utilizó el espectro de respuesta para el sismo SMC.

Tabla 27 Aceleraciones (m/s^2).

Modos	Aceleraciones A_s	
	Modelo 1	Modelo 2
Modo 1	3.97	3.31
Modo 2	3.97	3.31
Modo 3	3.97	3.31
Modo 4	3.97	3.31
Modo 5	3.97	3.31
Modo 6	3.97	3.31

Las aceleraciones que actúan sobre los modelos 1 y 2 dependen de sus periodos naturales, es por ello que el modelo 1 presenta una mayor aceleración que el modelo 2 en cada modo de vibrar de la estructura. Los valores de la aceleración para los modelos 1 y 2 se muestran en la figura 43.

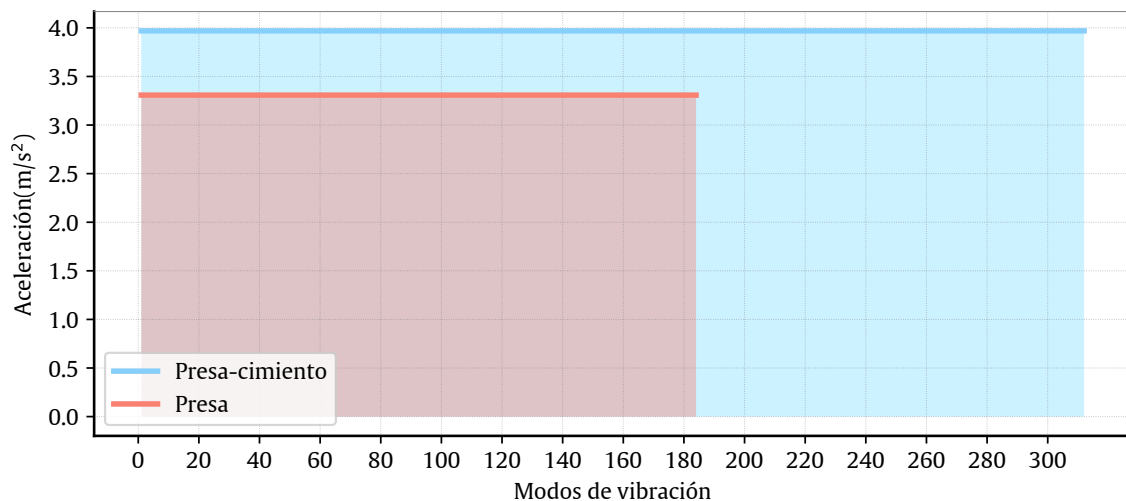


Figura 43 Aceleraciones de la estructura respecto a los periodos de vibración.

B) Fuerzas

Según la ecuación 3.51 se calculó las fuerzas sísmicas horizontales en cada modo de vibración, para así realizar la combinación modal con la ecuación 3.50, donde se obtuvieron las fuerzas sísmicas horizontales en cada grado de libertad principal. A consecuencia de las fuerzas sísmicas

calculadas se logró calcular las cortantes para cada grado de libertad de los modelos propuestos.

Tabla 28 Fuerzas sísmicas horizontales (tnf).

Modelo 1		Modelo 2	
G.D.L.	F_s	G.D.L.	F_s
307	0.571	285	0.488
308	0.571	286	0.487
309	0.571	287	0.487
310	0.571	288	0.488
311	0.571	289	0.489
312	0.285	290	0.245

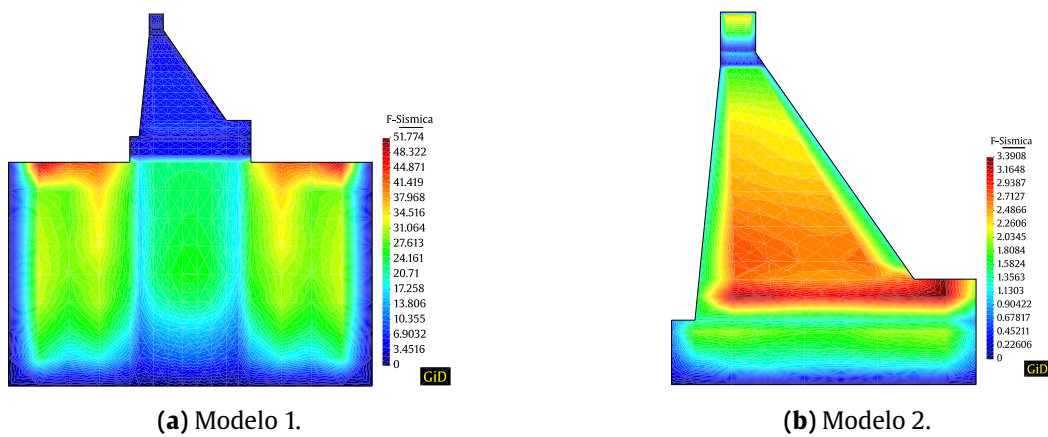


Figura 44 Fuerzas sísmica obtenidas en cada modelo (tnf).

La fuerza sísmica total o cortante basal que actúa en el modelo 1, presa-cimiento, fue de 3892.40 tnf mientras que en el modelo 2, presa sola, tuvo un valor de 304.11 tnf.

Para el modelo 1 las fuerzas sísmicas distribuidas en cada nudo que se calculó en el cuerpo de la presa varían entre 0 y 6.90 tnf mientras que en el modelo 2 varían entre 0 y 3.39 tnf.

C) Desplazamientos

A través de la ecuación 3.52 se obtuvieron los desplazamientos modales horizontales, estos desplazamientos fueron combinados para así tener los desplazamientos en cada grado de libertad horizontal.

Tabla 29 Desplazamientos horizontales (cm).

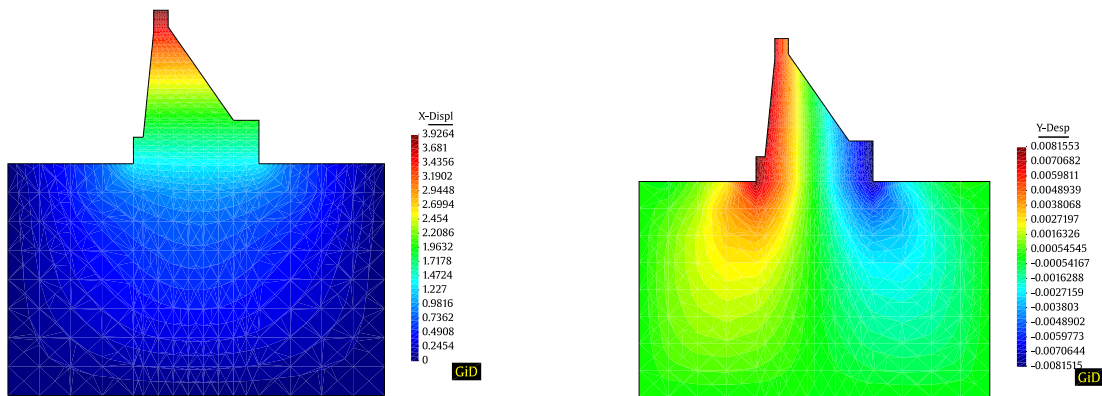
Modelo 1		Modelo 2	
G.D.L.	q_h	G.D.L.	q_h
307	3.615	179	0.167
308	3.614	180	0.167
309	3.614	181	0.167
310	3.615	182	0.167
311	3.615	183	0.167
312	3.615	184	0.167

En la tabla 29 se muestran los desplazamientos horizontales en los últimos GDL, correspondientes a los modelos 1 y 2. donde se tienen valores máximos de 3.6 cm y 0.17 cm respectivamente.

En la tabla 30 se muestran los desplazamientos verticales obtenidos a partir de la ecuación ??, el cual está asociado a los GDL correspondientes a los modelos 1 y 2. donde se tienen valores máximos de 0.84 cm y 0.058 cm respectivamente.

Tabla 30 Desplazamientos verticales (cm).

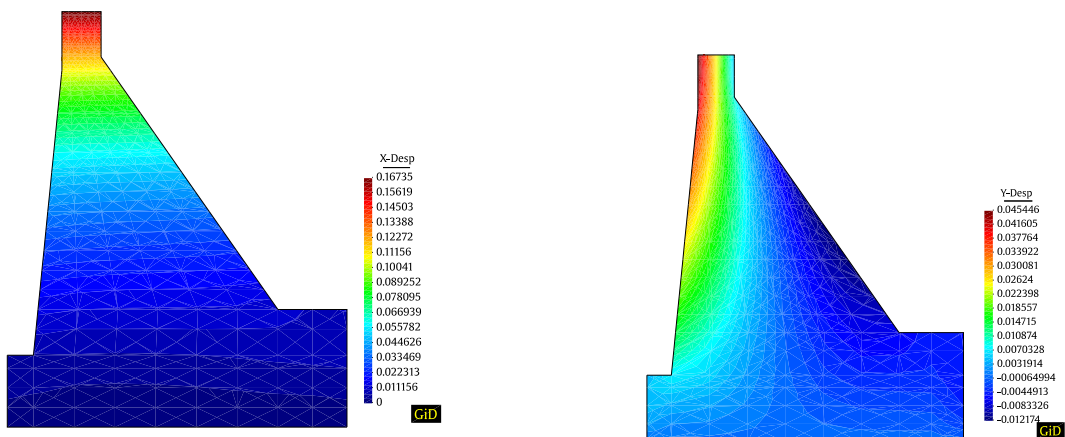
Modelo 1		Modelo 2	
G.D.L.	q_v	G.D.L.	q_v
307	0.841	179	0.058
308	0.776	180	0.048
309	0.71	181	0.038
310	0.645	182	0.028
311	0.58	183	0.018
312	0.514	184	0.007



(a) Desplazamientos horizontales.

(b) Desplazamientos verticales.

Figura 45 Desplazamiento producidos por cargas sísmicas (Modelo 1, cm).



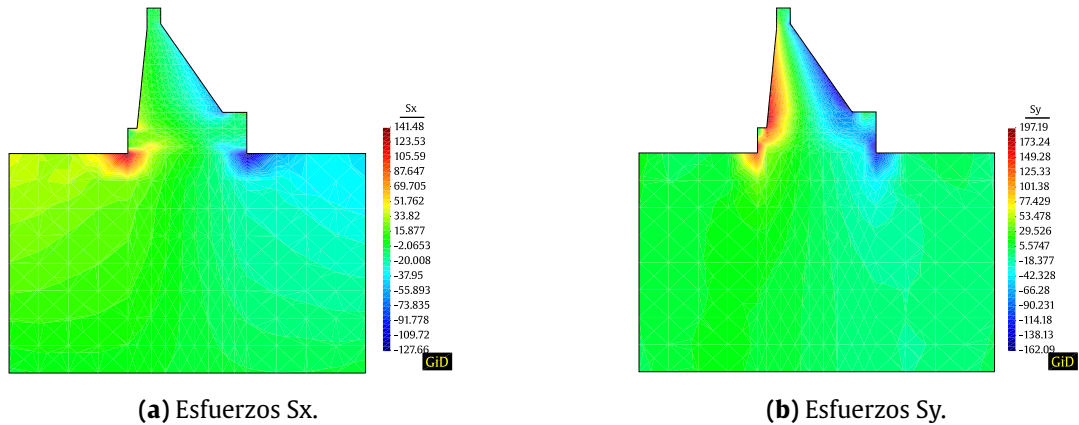
(a) Desplazamientos horizontales.

(b) Desplazamientos verticales.

Figura 46 Desplazamiento producidos por cargas sísmicas (Modelo 2, cm).

D) Esfuerzos generados por el sismo

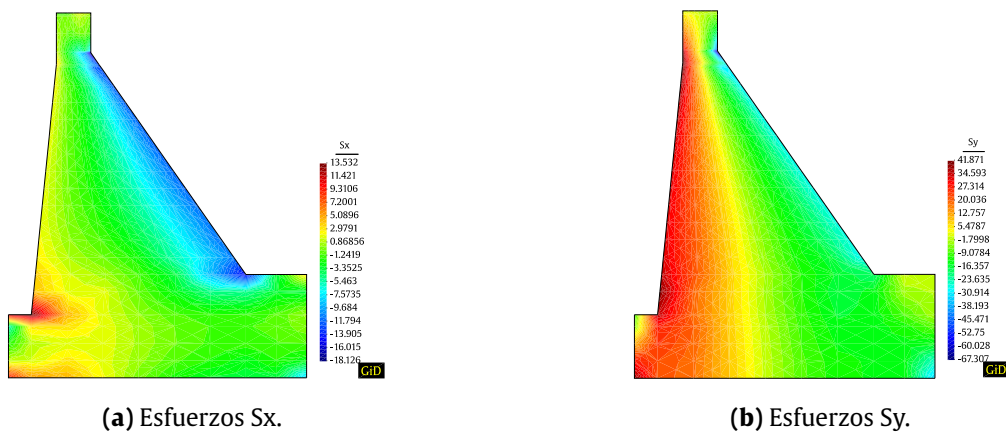
Consecuentemente a las fuerzas, el programa SAGDA calculó los esfuerzos generados por la acción sísmica en la dirección X y Y, de los cuales se muestra un diagrama de colores con los valores correspondientes a estos esfuerzos, para el modelo 1 y 2.



(a) Esfuerzos Sx.

(b) Esfuerzos Sy.

Figura 47 Esfuerzos generados por cargas sísmicas (Modelo 1, tnf/m²).



(a) Esfuerzos Sx.

(b) Esfuerzos Sy.

Figura 48 Esfuerzos generados por cargas sísmicas (Modelo 2, tnf/m²).

E) Coeficiente sísmico

Por último en la siguiente tabla 31 se presentan los valores del coeficiente sísmico para cada modelo propuesto y con el sismo SMC.

Tabla 31 Cortantes basales para los modelos propuestos

Modelo	Coeficiente sísmico (c)
Modelo 1	0.366
Modelo 2	0.287

4.1.3 Hipótesis específico 2

En un análisis dinámico la inclusión de un modelo matemático que soluciona numéricamente el problema de la interacción presa-embalse y presa-cimiento contribuye a obtener resultados

acordes a la realidad de la presa ante un evento sísmico, puesto que la interacción presa-embalse modifican el periodo de vibración natural, excluir este efecto nos limitaríamos en encontrar los resultados adecuados.

4.1.3.1 Resultados generales del modelo presa y presa-cimiento

Los resultados de las propiedades dinámicas y respuestas dinámicas obtenido en esta tesis para los modelos presa-cimiento (modelo 1) y presa (modelo 2) sin efectos de la cimentación se resumen en las figuras 49 y 50.

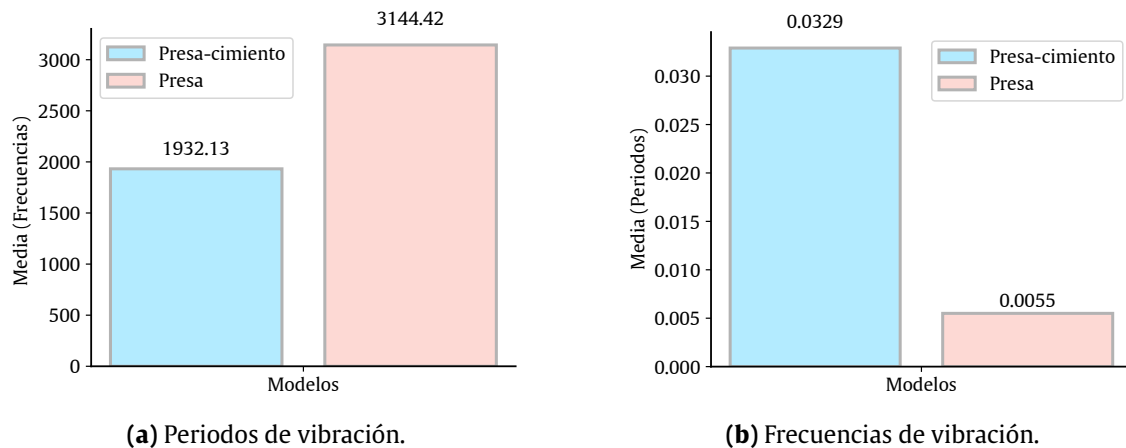


Figura 49 Propiedades dinámicas frecuencia y modos de vibración.

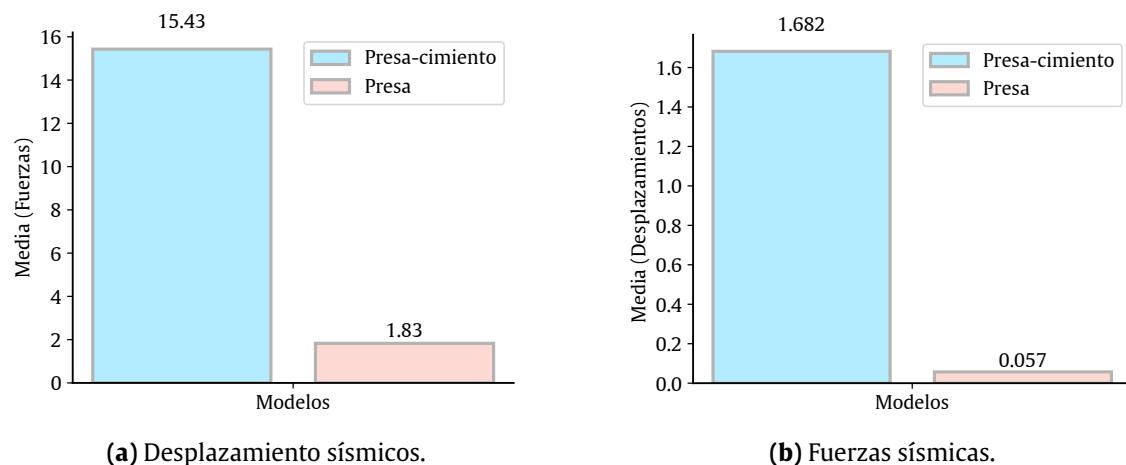


Figura 50 Respuestas dinámicas.

También es importante resaltar que el periodo fundamental del modelo 1, estructura presa-cimiento, fue mayor que el del modelo 2, presa sola, en un 598%.

Las fuerzas sísmicas del modelo 1 (presa-cimiento) en promedio fueron mayores en un 843% al calculado en el modelo 2 (presa).

Los desplazamientos calculados del modelo 1 (presa-cimiento) fueron mucho mayores al modelo de la presa apoyada (modelo 2).

En cuanto a la cortante basal tomando solamente al cuerpo de la presa para los modelos 1 y 2, se

tienen los valores de 758.05 tnf y de 304.11 tnf.

4.1.3.2 Resultados del análisis sísmico con efectos de la presión hidrodinámica

A) Aceleraciones sobre el embalse

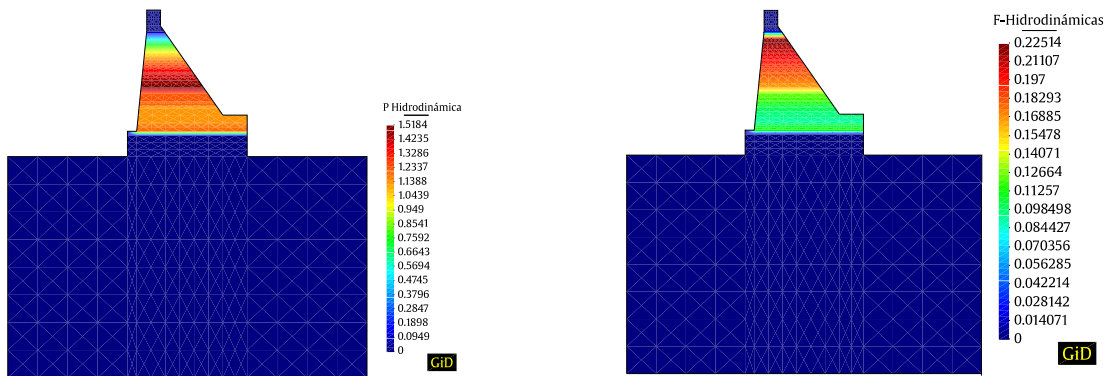
Las aceleraciones producidas por la carga sísmica en el embalse asociado a cada GDL se muestran en la tabla 32.

Tabla 32 Aceleraciones sobre el embalse (m/s^2).

Modos	Aceleraciones A_s	
	Modelo 1	Modelo 2
1	5.854	2.284
2	6.227	2.512
3	6.512	2.681
4	6.803	2.875
5	7.1	3.088
6	7.404	3.324

B) Fuerzas y presiones hidrodinámicas

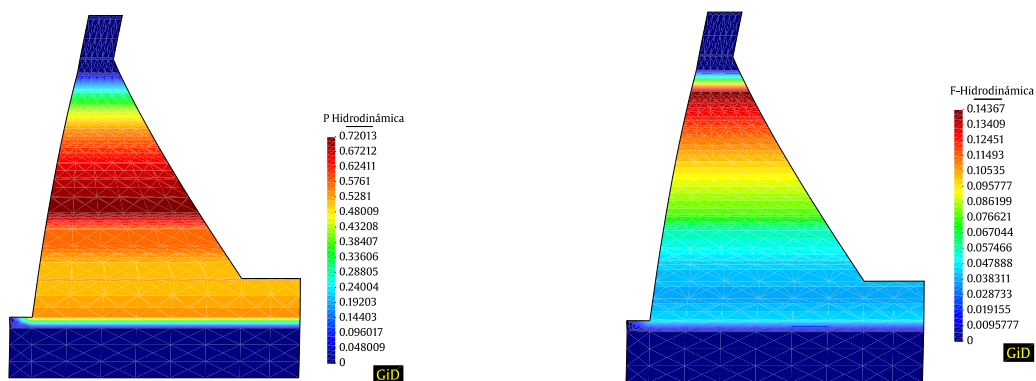
Se muestra los resultados de las fuerzas y presiones hidrodinámicas obtenidos a partir del MEF.



(a) Presiones hidrodinámicas.

(b) Fuerzas hidrodinámicas.

Figura 51 Fuerzas y presiones hidrodinámicas generados por acciones sísmicas (Modelo 1).



(a) Presiones hidrodinámicas.

(b) Fuerzas hidrodinámicas.

Figura 52 Fuerzas y presiones hidrodinámicas generados por acciones sísmicas (Modelo 2).

La fuerza hidrodinámica total que actúa en el modelo presa cimientado fue de 17.59 tnf mientras en la presa sola tuvo un valor de 8.91 tnf.

4.1.4 Hipótesis específico 3

4.1.4.1 Resultados de las cargas aplicados sobre la presa

Tabla 33 Resultado de las cargas primarias y secundarias sobre la presa.

Carga	Vida útil			
	Modelo 1		Modelo 2	
	Inicio	Final	Inicio	Final
Sismo	770.03	770.03	304.65	304.11
Hidrodinámico	17.59	17.59	8.91	8.91
Hidrostático	253.13	153.13	253.13	153.13
Subpresión	93.66	93.66	93.66	93.66
Sedimentos	–	27.71	–	27.71
Peso propio	1061.5	1061.5	1061.5	1061.5

4.1.4.2 Factor de estabilidad por deslizamiento

Con todos los resultados obtenidos en la tabla 34 se verificó la estabilidad por deslizamiento de la presa para el caso estático y dinámico al inicio y final de la vida útil de la presa.

Tabla 34 Estabilidad por deslizamiento estático y dinámico.

Tipo	Vida útil			
	Modelo 1		Modelo 2	
	Inicio	Final	Inicio	Final
$k_{estatico}$	5.76	8.06	5.76	8.06
$k_{dinamico}$	1.40	1.50	2.57	2.95

Se aprecia que los factores de seguridad en condiciones dinámicas mejoran cuando se considera la acción que provoca la acumulación de sedimentos en el fondo del embalse, no así en el caso estático, ya que como puede verse los factores de seguridad en tales condiciones van a ir disminuyendo durante el transcurso del tiempo de vida útil de la presa.

Conclusiones

Conclusiones

De acuerdo con los objetivos establecidos en el primer capítulo y las variables de diseño analizadas en el tercer capítulo, la investigación llevada a cabo y el posterior análisis de resultados se concluye:

1. Se ha conseguido realizar el modelamiento sísmico de la presa Ancascocha de tipo gravedad de concreto, utilizando el programa SAGDA creado en MATLAB. Para resolver el problema dinámico se utilizó el método de superposición modal mediante elementos finitos, el cual se consideró la interacción parcial presa-cimiento y fluido-estructura, dando como resultados las propiedades dinámicas iniciales (modos de vibración, frecuencias, periodos) y la respuesta dinámica de la presa ante efectos de cargas de sismos. El periodo fundamental del modelo 1 y modelo 2 se calcularon a través de las frecuencias naturales de la presas, los cuales resultaron $T = 0.3605$ s y $T = 0.0886$ s respectivamente. También los resultados de este análisis han sido representados gráficamente con ayuda de la herramienta de post-procesamiento disponible en el programa GID, y las series de datos fueron procesados con el lenguaje de programación Python.
2. Se calcularon las aceleraciones, desplazamientos, fuerzas y esfuerzos, como parte de la respuesta dinámica con el método de superposición modal. Se utilizó el método de elementos finitos para definir las propiedades dinámicas iniciales de la presa, donde el dominio del cimiento se discretizó con elementos cuadrangulares de 8 grados de libertad y la estructura de la presa con 12 grados de libertad. La respuesta de la aceleración máxima considerando el sismo SMC en la estructura del modelo 1(presa-cimiento) fue de 3.97 m/s² y consecuentemente el desplazamiento máximo obtenido tuvo un valor de 3.615 cm ubicada en la corona de la presa. Por otro lado para el modelo 2(presa) se obtuvo una aceleración máxima de 3.31 m/s², y un desplazamiento máximo de 0.167 cm.
3. Se consideró el efecto hidrodinámico(presa-cimiento) en la presa Ancascocha mediante el método de elementos finitos y como se comprobó en la presente tesis, dependen básicamente de la acción sísmica que a través de la aceleración del suelo produce un movimiento en el agua. El cálculo de las aceleración producidas en el embalse, se trabajó con el método de aceleraciones variables obtenidas a partir del coeficiente sísmico que tuvo un valor de $\alpha = 0.366$ para el modelo 1 y de $\alpha = 0.287$ para el modelo 2; de los cuales se calcularon las presiones y fuerzas hidrodinámicas. Para realizar estos cálculo, se discretizó el dominio del embalse con 1200 elementos. Finalmente se aprecia que las fuerzas hidrodinámicas son menores en comparación con las hidrostáticas, y ambas son menores

que las fuerzas resultantes de la acción sísmica.

El modelo 1 (presa-cimiento), generó que las fuerzas sísmicas en la presa Ancascocha sean altas en comparación con el modelo 2(presa) que presentó fuerzas sísmicas pequeñas. Esto es debido a que para el modelo 1, las fuerzas sísmicas afectan directamente al deslizamiento de la presa, el cual es generado por una mayor duración de la onda sísmica a través del cimiento. Por ello estas fuerzas sísmicas necesitarán de una aplicación de mucho más tiempo para desplazar a la presa del modelo 1.

4. Con respecto a la estabilidad por deslizamiento respecto al coeficiente dinámico, se tuvo que el modelo 1 presenta el menor factor de seguridad $k_{dinamico} = 1.40$ que por una parte es mayor al valor mínimo admisible de 1.0 que recomienda el USACE. Por otro lado este valor es el más crítico, esto se debe a que este modelo considera la interacción presa-cimiento, que nos permite tener un análisis más acorde a la realidad. Por lo tanto se concluye que es importante considerar la interacción presa-cimiento el efecto sísmico para verificar la estabilidad de las presas de gravedad de concreto.

Recomendaciones

1. Un análisis sísmico de una presa de gravedad con algún método simplista como el pseudo-estático, no considera todos los efectos dinámicos descritos en esta tesis y en algunos casos tampoco consideran la forma de la presa. Por ello es recomendable utilizar un método dinámico, como el método de superposición modal con elementos finitos, el cual considera todas las características dinámicas de la presa.
2. Para obtener la respuesta dinámica en las presas de gravedad de concreto se recomienda hacer uso del programa SAGDA, por la facilidad del ingreso y salida de los resultados de muestra el programa.
3. Para resolver el problema dinámico en las presas de gravedad de concreto, se recomienda aplicar el procedimiento realizado en esta investigación con el fin de obtener las fuerzas, esfuerzos y desplazamientos ante acciones sísmicas para estas estructuras.
4. Entre todos los métodos para realizar el cálculo de las presiones hidrodinámicas en embalses de presas de gravedad se recomienda hacer uso del método de elementos finitos para obtener mejores resultados en el análisis sísmico.

Trabajos futuros

1. Analizar el comportamiento sísmico de otro tipo de presas (arcos, contrafuerte).
2. A partir de la respuesta dinámica, verificar la vulnerabilidad de las presas de gravedad de concreto.
3. Optimizar la geometría de las presas de gravedad de concreto con métodos deterministas.
4. Analizar el comportamiento sísmico a las presas de relaves, con pasta generada de los mismos relaves y geotubos.

Referencias bibliográficas

Ingeniería de Presas

- Altarejos, G. L. (2009). *Contribución a la estimación de la probabilidad de fallo de presas de hormigón en el contexto del análisis de riesgos* (tesis de doctorado). Universidad Politécnica de Valencia, Valencia.
- Alva, H. J. E. & Infantes, Q. M. (1999). Diseño de Presas de Tierra y Enrocado. En *Congreso Nacional de Ingeniería Civil*. Ponencia presentada al XII Congreso Nacional de Ingeniería Civil. Colegio de Ingenieros del Perú, CDH. Huánuco, Perú.
- Asesores Tecnicos Asociados S.A. (2012). Investigación geofísica por levantamiento eléctrico polo dipolo y sondeos eléctricos verticales. *Estudio de factibilidad del proyecto Ampliación de la presa Ancascocha y afianzamiento del valle de Yauca*.
- Asesores Tecnicos Asociados S.A. (2013). Estudios basicos: geología, geotecnia y riesgo sísmico. *Estudio de factibilidad del proyecto Ampliación de la presa Ancascocha y afianzamiento del valle de Yauca*.
- Autoridad Nacional del Agua. (2015). Inventario de presas en el Perú. *Ministerio de Agricultura y Riego*, 97.
- Autoridad Nacional del Agua. (2017). *Normas de seguridad para las presas en el Perú*. Perú: Ministerio de Agricultura y Riego.
- Ayothiraman, R., Maity, D. & Khasung, G. (2008). Effect of foundation-reservoir interaction on seismic behaviour of gravity dams. En *International Conference on Case Histories in Geotechnical Engineering*. Sixth International Conference on Case Histories in Geotechnical Engineering. Missouri University of Science and Technology. United States.
- Cánovas, d. C. E. V., Bravo, G. G. & Salete, D. E. (1998). *Tratado Básico de Presas* (4a ed.). España: Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.
- Carrion, P. M. A. (2001). *Análisis de estructuras geotécnicas asistido por computadora* (tesis de pregrado). Universidad Nacional de Ingeniería, Lima.
- Chopra, A. K. [A K]. (1978). Earthquake resistant design of concrete gravity dams. *Journal of the Structural Division, ASCE*, 104(6), 953–971.
- Comité Nacional Español de Grandes Presas. (2003). *Guía Técnica nº2: Criterios para proyectos de presas y sus obras anejas*. España: Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.
- Espinosa, M. E. (2010). *Ingeniería de presas de escollera*. Mendoza, Argentina: Ex Libris Editorial.
- Federal Energy Regulatory Commission. (2002). Chapter III Gravity Dams. En *Federal Energy Regulatory Commission, Office of Hydropower Licensing*. Engineering guidelines for evaluation of hydropower projects. Washington.

- Fenves, G. & Chopra, A. K. [Anil K]. (1983). Effects of reservoir bottom absorption on earthquake response of concrete gravity dams. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 11(6), 809–829.
- Fenves, G. & Chopra, A. K. [Anil K]. (1984). *Earthquake analysis and response of concrete gravity dams*. Berkeley: Earthquake Engineering Research Center, University of California.
- Fenves, G. & Chopra, A. K. [Anil K]. (1985). Effects of reservoir bottom absorption and dam water foundation rock interaction on frequency response functions for concrete gravity dams. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 13(1), 13–31.
- Infantes, Q. M. A. (1999). *Análisis sísmico de estructuras de tierra* (tesis de pregrado). Universidad Nacional de Ingeniería, Lima.
- International Commission on Large Dams. (2004). Guidelines for use of numerical models in dam engineering. Proposal for new bulletin. *Ad-Hoc Committee on Computational Aspects*.
- Lázaro, M. C. (2017). *Análisis estático y sísmico de una presa arco-gravedad* (tesis de maestría). Universidad Politécnica de Cartagena, Cartagena.
- Lee, G. C. & Tsai, C. S. (1991). Time domain analyses of dam reservoir system. I: Exact solution. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 117(9), 1990–2006.
- Macedo, E. J. L. (2013). *Evaluación de la respuesta sísmica de presas de tierra en términos de la variabilidad de espectros de diseño* (tesis de maestría). Universidad Nacional de Ingeniería, Lima.
- National Academy Press. (1999). *Earthquake Engineering for Concrete Dams: Design, Performance, and Research Needs*. Washington, DC.
- Novak, P., Moffat, A. I. B., Nalluri, C. & Narayanan, R. (2001). *Hydraulic Structures* (3rd ed.). London: Taylor & Francis.
- Picardo, P. A. (2008). *Modelos Analíticos de la respuesta sísmica de presas de gravedad y torres de toma considerando la interacción presa-torre de toma-embalse y la absorción de fondo de embalse* (tesis de pregrado). Universidad de Sevilla, Sevilla.
- Rashed, A. (1983). *Dynamic Analyses of Fluid-Structure Systems* (PhD thesis). California Institute of Technology, Pasadena, California.
- Reiter, L. (1990). *Earthquake Hazard Analysis: Issues and Insights*. New York: Columbia University Press.
- Ribeiro, P. M. V. & Pedroso, L. J. (2017). Dynamic response of dam-reservoir systems: review and a semi-analytical proposal. *Latin American Journal of Solids and Structures*, 14(4), 259–612.
- Serrano, M. J. F. (2015). *Análisis dinámico experimental y numérico de una presa bóveda: Ajuste del modelo* (tesis de maestría). Universidad Politécnica de Madrid, Madrid, España.
- Tarambís, R. J. P. (2011). *Interacción fluido-estructura en el análisis sísmico de la presa chontal* (tesis de pregradp). Escuela Politécnica del Egército, Sangolqupi.
- U.S. Army Corps of Engineers. (2000). *Evaluation and comparison of stability analysis and pplift criteria for concrete gravity gams by three federal agencies*. Washington, DC.

- U.S. Dept. of the Interior, Bureau of Reclamation. (1987). *Design of small dams* (3rd ed.). Washington, D.C.: Water resources technical publication.
- United States Committee on Large Dams. (1999). Updated guidelines for selecting seismic parameters for dam projects, 63.
- Westergaard, H. M. (1933). Water pressures on dams during earthquakes. *Transactions ASCE*, 59(8), 418–472.
- Winkler, E. (1867). *The doctrine of elasticity and strength (sobre elasticidad y resistencia)*. Praga.

Ingeniería Sísmica

- Aguiar, F. R. (2008). *Análisis sísmico de edificios*. Quito: Escuela Politécnica del Ejército.
- Aguiar, F. R. (2010). *Estudio de peligrosidad sísmica y espectro de diseño de la presa: Minas La Unión Pitahuiña*. Quito: Consultora ASTEC GEODATA.
- Aguiar, R., Sosa, D. & Mroginski, J. (2011). Cálculo de la presión hidrodinámica con elementos finitos. Modelo de fluido incompresible. *VI Congreso de Ciencia y Tecnología ESPE*.
- Barbat, A. H. & Canet, J. M. (1994). *Estructuras sometidas a acciones sísmicas : calculo por ordenador* (2a ed.). Barcelona: Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería.
- Casaverde, L. & Vargas, J. (1980). Zonificación sísmica del Perú. II Seminario Latinoamericano de Ingeniería Sismo-Resistente. Organizacion de Estados Americanos y Pontificia Universidad Catolica del Perú. Lima, Peru.
- Clough, R. W., Ghanaat, Y. & Qiu, X. (1985). *Dynamic interaction effects in arch dams*. Berkeley: Earthquake Engineering Research Center, University of California.
- Fenves, G., Mojtahedi, S. & Reimer, R. (1989). A computer program for earthquake analysis of concrete arch dam. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 89(12).
- Ghrib, F., Lger, P., Tinawi, R., Lupien, R. & Veilleux, M. (1998). A progressive methodology for seismic safety evaluation of gravity dams: from preliminary screening to non-linear finite element analysis. *The International Journal of Hydropower and Dams*, 126–138.
- Goyal, A. & Chopra, A. K. [A K]. (1989). Earthquake analysis and response of intake-outlet towers. *Earthquake engineering and structural dynamics*, 18, 325–344.
- Kuo, J. S. (1982). *Fluid-Structure interactions: added mass computations for incompressible fluid*. Berkeley: Earthquake Engineering Research Center, University of California.
- Logacho, A. E. O. (2012). *Análisis sísmico y estudio de la subpresión en la presa Santa Cruz* (tesis de pregrado). Escuela Politécnica del Ejército, Sangolquí.
- Medina, G. C. A. (2012). *Análisis sísmico de presas enrocadas con pantalla de hormigón: caso presa Mazar* (tesis de pregrado). Escuela Politécnica del Ejército, Sangolquí.
- Moreno, B. F. M. (2012). *Análisis sísmico de la presa Minas San Francisco mediante elementos finitos considerando la interaccion suelo-estructura* (tesis de pregrado). Escuela Politécnica del Ejército, Sangolquí.
- Mosquera, J. C. (1995). Efectos hidrodinamicos en el analisis sísmico de presas boveda. *Ingeniería del Agua*, 2(1).

- Sánchez, G. (2016). *Apuntes de análisis avanzado de estructuras*. España: Universidad Politécnica de Cartagena.
- Sandoval, W. (2011). *Tipos de presas y cálculo de presas en suelos rocosos* (tesis de pregrado). Escuela Politécnica del Ejército, Sangolquí.
- Sosa, C. D. A. (2011). *Análisis sísmico de presas y cálculo de la presión hidrodinámica aplicado a la presa Minas San Francisco y presa Tierras Blancas* (tesis de pregrado). Escuela Politécnica del Ejército, Sangolquí.
- Tiliouine, B. & Seghir, A. (1998). Fluid-structure models for dynamic studies of dam-water systems. *Ecole Nationale Polytechnique*.
- U.S. Army Corps of Engineers. (1999). *Response spectra and seismic analysis for concrete hydraulic structures*. Washington, DC.
- Wilson, E. L., Der, K. A. & Bayo, E. P. (1981). A replacement for the SRSS method in seismic analysis. *Journal of earthquake engineering and structural dynamics*, 9, 187–194.

Elementos Finitos

- Chandrupatla, T. R. (1999). *Introducción al estudio del elemento finito en ingeniería* (2da). Estados Unidos: Prentice Hall and Pearson.
- Jiménez, S. J. A. & Perate, C. L. (1980). *Geotecnia y Cimientos*. Madrid: Rueda.
- Oñate, I. E. (1992). *Cálculo de estructuras por el Método de Elementos Finitos, análisis estático lineal* (2da). Barcelona, España: Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería.
- Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L. & Zhu, J. Z. (2005). *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals* (6a ed.). Burlington: Elsevier Butterworth-Heinemann.

Otros

- Borja, S. M. (2012). *Metodología de la investigación científica para ingenieros*. Chiclayo.
- Caballero, R. A. (2014). *Metodología integral innovadora para planes y tesis*. Mexico: Cengage Learning.
- Hernández, S. R. (2014). *Metodología de la investigación* (6a ed.). Mexico: Mc Graw Hill Education.
- Muñoz, R. C. (2011). *Como elaborar y asesorar una investigación de tesis* (2a ed.). Mexico: Pearson Education.
- Real Academia Española. (2001). *Diccionario de la lengua española* (22.a ed.). Madrid, España.

Anexo A

Programas SAGDA

A.1 Creación del mallado

Código Fuente 1: Preproceso del programa SAGDA

```
1 function FEMPresa(x,y,xefs,yefs,nefp,yefp,Ydisc)
2 %=====
3 %Variables de entrada
4 %=====
5 %x=Coordenas en x de la presa
6 %y=Coordenas en y de la presa
7 %xefs=Distancias en x de cada elemento finito del cimientto.
8 %yefs=Distancia en y de cada elemento finito del cimientto.
9 %nefp=Numero de espaciamentos en x de cada elemento finito de la presa.
10 %yefp=Numero de espaciamentos en y de cada elemento finito de la presa.
11 %Ydisc=Distancias en y de cada elemneto finito para la presa
12 %=====
13 %Variables de calculo
14 %=====
15 %xefs=Longitud en x de cada eleemnto finito suelo.
16 %yefs=Longitud en y de cada eleemnto finito suelo.
17 %nefp=Numero e elementos iniciales en cada piso presa.
18 %yefp=Longitud en y de cada eleemnto finito presa.
19 %Ydisc=Agrega automaticamente un punto en y para discretizar.
20 %nn=Numero de nudos iniciales global.
21 %laltr=Longitud de la altura del suelo.
22 %lbasr=Longitud de la base del suelo.
23 %nrbas=Numero nodos restringidos iniciales base suelo.
24 %nrлат=Numero nodos restringidos finales laterales suelo.
25 %npisp=Numero de pisos del suelo.
26 %xip=Coordenada x inicial de la presa.
27 %xfp=Coordenada x final de la presa.
28 %yip=Coordenada y final de la presa.
29 %yfp=Coordenada y final de la presa.
30 %npisp=Numero de pisos aprox. de la presa.
31 %vxD=[];vyD=[];vxI=[];vyI=[] Coordenadas verticales de presa.
32 %convD=Conectividad derecha presa.
33 %convI=Conectividad izquierda presa
34 %vxD=Coordenadas en x derecha presa(lineas verticales)
35 %vyD=Coordenadas en y derecha presa(lineas verticales)
36 %vxI=Coordenadas en x izquierda presa(lineas verticales)
37 %vyI=Coordenadas en y izquierda presa(lineas verticales)
38 %vv=0;Ypp=[];m=0; Altura, numero de pisos de la presa.
39 %Ypp=Distancias verticales de cada linea horizontal presa.
40 %npisp=Numero de pisos exactos de la presa.
41 %Ypp=Coordenadas de los pisos de la presa.
42 %xi=Punto inicial de cada linea horizontal.
43 %xf=Punto final de cada linea horizontal.
44 %xia=Coordenada de inicio de Xc.
```

```

45 %xfa=Coordenada final de Xc
46 %ipisp=Nudo donde inicia el enmallado en cada piso presa.
47 %Xp=Distancias en X, numero de elem por piso de la presa.
48 %Xp=Cordenadas de cada nudo de la presa.
49 %pisop=Cantidad de elementos por cada piso presa.
50 %ipisp=Nudo donde inicia el enmallado en cada piso presa.
51 %nod=Numero nodos totales.
52 %nods=Numero de nodos del suelo.
53 %relem=Numero de elementos del suelo.
54 %npisp=Numero de pisos de la presa.
55 %pelem=Numero de elementos de la presa.
56 %inodp=Nodeo inicial de la presa.
57 %fnodp=Nodeo final de la presa.
58 %nrp=Numero nodos restringidos base presa.
59 %nvolp=Lista de nodos volados de la presa.
60 %elem=Numero total de elementos.
61 %=====
62 %Variables obtenidos.
63 nn=length(x); laltr=y(3); lbasr=x(2);
64 nrbas=ceil(lbasr/xefs)+1; nrlat=ceil(laltr/yefs);
65 npiss=nrlat; xip=[x(4)]; xfp=[x(5)]; yip=[y(3)]; yfp=[max(y)];
66 npisp=ceil((yfp-yip)/yefp); convI=[]; convD=[]; m=0; p=0;
67 vxD=[]; vyD=[]; vxI=[]; vyI=[];
68 for i=1:length(conp)
69 a=conp(i,1); b=conp(i,2); yy=y(b)-y(a);
70 if yy==0; continue; end;
71 if yy<0
72 m=m+1; convD(m,1)=a; convD(m,2)=b;
73 vxD(m,1)=x(a)-xip; vxD(m,2)=x(b)-xip;
74 vyD(m,1)=y(a)-yip; vyD(m,2)=y(b)-yip;
75 else
76 p=p+1;
77 convI(p,1)=a; convI(p,2)=b;
78 vxI(p,1)=x(a)-xip; vxI(p,2)=x(b)-xip;
79 vyI(p,1)=y(a)-yip; vyI(p,2)=y(b)-yip;
80 end
81 end
82 convD; convI; vxD; vyD; vxI; vyI;
83 conh=[]; p=0; hx=[]; hy=[];
84 for i=1:length(conp)
85 a=conp(i,1); b=conp(i,2); xx=y(b)-y(a);
86 if xx==0
87 p=p+1; conh(p,1)=a; conh(p,2)=b;
88 hx(p,1)=x(a)-xip; hx(p,2)=x(b)-xip;
89 hy(p,1)=y(a)-yip; hy(p,2)=y(b)-yip;
90 end
91 end
92 [r,c] = find(hy==max(hy),1);
93 if length(hx(:,1))~=1
94 hxI=hx(1:r-1,:); hxD=hx(r+1:length(hx),:);
95 [~,I]=sort(hxD); I=sort(I(:,1),'descend');
96 hxD=hxD(I(:,1),:); hyI=hy(1:r-1,:);
97 hyD =sort(hy(r+1:length(hy),:));
98 else
99 hxI=[0]; hxD=[0]; hyI=[0]; hyD=[0];
100 end
101 [~,I]=sort(hy); hx=hx(I(:,1),:); hy=sort(hy); vv=0; Ypp=[]; m=0;
102 for j=1:length(hy(:,1))
103 hyy=hy(j,1);
104 for i=1:npisp

```

```

105 vv=vv+yefp;
106 m=m+1;
107 if vv<hy(j,1)
108 Ypp(m)=vv;
109 elseif vv>=hy(j,1)
110 Ypp(m)=hyy;
111 break
112 end
113 end
114 end
115 Ypp; ypoint=[];m=0;
116 for i=1:length(y)
117 if (y(i)-yip)>0
118 m=m+1; ypoint(m)=y(i)-yip;
119 end
120 end
121 Ydisc=Ydisc-yip; Ypp=sort([Ypp Ydisc ypoint]);
122 Ypp=unique(tol(Ypp)); npisp=length(Ypp); xi=[];xf=[];m=0;p=0;
123 for i=1:npisp
124 for j=1:length(vyI(:,1))
125 va=Ypp(i); vb=abs(vyI(j,2));
126 if va<=vb
127 m=m+1;
128 xi(m)=interp1(vyI(j,:),vxI(j,:),Ypp(i),'linear');
129 break
130 end
131 end
132 for j=length(vyD(:,1))-1:1
133 va=Ypp(i); vb=abs(vyD(j,1));
134 if va<=vb
135 p=p+1; xf(p)=interp1(vyD(j,:),vxD(j,:),Ypp(i),'linear');
136 break
137 end
138 end
139 end
140 Ypp; xi; xf; xia=max(max(hxI)); xfa=min(min(hxD)); yia=hyI(length(hyI));
141 yfa=hyD(length(hyD)); Xc=[];m=0;pxI=[0 0];pxD=[0 0];m=0;n=0;
142 for i=1:npisp
143 xa=xi(i);xb=xf(i);
144 if xia~=0 & Ypp(i)<=yia
145 xa=xia;
146 end
147 if xfa~=0 & Ypp(i)<=yfa
148 xb=xfa;
149 end
150 diC=abs(xa-xb)/nefp; xdis=xa;
151 for j=1:nefp-1
152 xdis=xdis+diC; Xc(i,j)=xdis;
153 end
154 p=0;
155 for j=1:length(hxI(:,1))
156 if Ypp(i)==hyI(j)
157 m=m+1; xdi=hxI(j,1)+diC; pxI(m,1)=0;
158 while xdi<hxI(j,2)
159 p=p+1; pxI(m,1)=p; pxI(m,2)=1; xdi=xdi+diC;
160 end
161 end
162 end
163 p=0;
164 for j=1:length(hxD(:,1))

```



```

165 if Ypp(i)==hyD(j)
166 n=n+1; xdi=hxD(j,1)+diC; xdi; pxD(n,1)=0;
167 while xdi<hxD(j,2)
168 p=p+1; pxD(n,1)=p; pxD(n,2)=1; xdi=xdi+diC;
169 end
170 xdi;
171 end
172 end
173 end
174 Xc; pxD; pxD; pisop=[]; ipisp=zeros(npisp,4); Xp=[]; xii=0;Xa=[];Xb=[];
175 for i=1:npisp
176 xii=xi(i);
177 if xii>=xia || hyI(1)==0
178 Xa=[xi(i)];
179 else
180 xa=xii; xb=hxI(1,2); m=0;Xa=[];
181 for j=1:length(hxI(:,1))
182 if Ypp(i)==hyI(j)
183 ipisp(i,1)=pxI(j,1); ipisp(i,3)=1000;
184 end
185 if pxI(j,1)==0 Xa=[xi(i) xia];
186 continue
187 end
188 if xii>=hxI(j,2) xb=hxI(j+1,2);
189 continue
190 end
191 di=abs(xa-xb); es=di/(pxI(j,1)+1);
192 for k=1:pxI(j,1)+1
193 m=m+1; Xa(m)=xa; xa=xa+es;
194 end
195 xa=xb;
196 if j==length(hxI(:,1))
197 xb=hxI(length(hxI(:,1)),2);
198 Xa(m+1)=xb;
199 else
200 xb=hxI(j+1,2);
201 end
202 Xa;
203 end
204 end
205 Xa; xff=xf(i);
206 if xff<=xfa || hyD(1)==0
207 Xb=[xf(i)];
208 else
209 xa=xff; xb=hxD(1,1); m=0;Xb=[];
210 for j=1:length(hxD(:,1))
211 if Ypp(i)==hyD(j)
212 ipisp(i,2)=pxD(j); ipisp(i,4)=1000;
213 end
214 if pxD(j,1)==0 Xb=[xf(i) xfa];
215 continue
216 end
217 if xff <= hxD(j,1) xb=hxD(j+1,1);
218 continue
219 end
220 di=abs(xa-xb); es=di/(pxD(j,1)+1);
221 for k=1:pxD(j,1)+1
222 m=m+1; Xb(m)=xa; xa=xa-es;
223 end
224 xa=xb;

```

```

225 if j==length(hxD(:,1))
226 xb=hxD(length(hxD(:,1)),1); Xb(m+1)=xb;
227 else
228 xb=hxD(j+1,1);
229 end
230 Xb;
231 end
232 end
233 Xb=sort(Xb); Xpp=[Xa Xc(i,:) Xb]; pisop(i)=length(Xpp)-1; Xp=[Xp Xpp];
234 end
235 Xp=Xp'; pisop; ipisp; Yp=[];yy=0;m=0;
236 for i=1:length(Ypp)
237 for j=1:pisop(i)+1
238 m=m+1;Yp(m)=Ypp(i);
239 end
240 end
241 Yp=Yp'; Xpg=Xp+xip; Ypg=Yp+yip; Xc=[]; xa=0;xb=xfp-xip;
242 if xia~=0
243 xa=xia;
244 end
245 if xfa~=0
246 xb=xfa;
247 end
248 diC=abs(xa-xb)/nefp; xdis=xa;
249 for j=1:nefp-1
250 xdis=xdis+diC; Xc(j)=xdis;
251 end
252 xii=0; m=0;Xa=[];xa=xii; nnn=length(hxI(1,:));
253 if nnn==1
254 xb=xfp;
255 else
256 xb=hxI(1,2);
257 end
258 for j=1:length(hxI(:,1))
259 if j==1 & xb==0
260 if hxI(1,2)~=0
261 Xa=[0 hxI(1,2)];
262 else
263 Xa=[0];
264 end
265 break
266 end
267 if pxI(j,1)==0
268 Xa=[0 xia];
269 continue
270 end
271 if xii>=hxI(j,2)
272 xb=hxI(j+1,2);
273 continue
274 end
275 di=abs(xa-xb); es=di/(pxI(j,1)+1);
276 for k=1:pxI(j,1)+1
277 m=m+1; Xa(m)=xa; xa=xa+es;
278 end
279 xa=xb;
280 if j==length(hxI(:,1))
281 xb=hxI(length(hxI(:,1)),2); Xa(m+1)=xb;
282 else
283 xb=hxI(j+1,2);
284 end

```

```

285 Xa;
286 end
287 xff=xf(1); xa=xfp-xip;xb=hxD(1,1);m=0;Xb=[];
288 for j=1:length(hxD(:,1))
289 if j==1 & pxD(j,2)==0
290 if hxD(1,1)~=0
291 Xb=[hxD(1,1) xa];
292 else
293 Xb=[xa]; end
294 break
295 end
296 if pxD(j,1)==0; Xb=[xa xfp]; continue; end
297 if xff <= hxD(j,1); xb=hxD(j+1,1); continue
298 end
299 di=abs(xa-xb); es=di/(pxD(j,1)+1);
300 for k=1:pxD(j,1)+1
301 m=m+1; Xb(m)=xa; xa=xa-es;
302 end
303 xa=xb;
304 if j==length(hxD(:,1))
305 xb=hxD(length(hxD(:,2)),1); Xb(m+1)=xb;
306 else
307 xb=hxD(j+1,1);
308 end
309 Xb;
310 end
311 Xa; Xc=Xc(1,:); Xb=sort(Xb); Xpb=uniquetol([Xa Xc Xb]+xip);
312 %Calculo de las coordenadas del suelo netamente
313 Xss=[];Xss(1)=0;m=1;p=0;
314 for i=2:nrbas
315 m=m+1; Xss(m)=Xss(m-1)+xefs;
316 if Xss(m)>=xip & Xss(m)<=xfp; p=p+1;
317 if p==1;npp=m; end;
318 Xss(m)=[]; Xss=[Xss Xpb]; m=m+length(Xpb)-1;
319 end
320 if Xss(m)>=lbasr; Xss(m)=lbasr; break; end
321 end
322 Xs=repmat(Xss,1,npiss+1)'; nrbas=length(Xss); Yss=[];Ys(1)=0;yy=0;m=0;
323 for i=1:nrlat+1
324 for j=1:nrbas; m=m+1; Yss(m)=yy;
325 if Yss(m)>=laltr; Yss(m)=laltr; end
326 end
327 yy=yy+yefs;
328 end
329 Ys=Yss'; Xs; Xsp=[Xs;Xpg]; Ysp=[Ys;Ypg];
330 nod=length(Xsp); nods=nrbas*(nrlat+1); relem=(nrbas-1)*npiss;
331 npisp=length(pisop); pelem=sum(pisop);inodp=npp+nrbas*npiss;
332 fnodp=inodp+length(Xpb)-1; nrp=pisop(1)+1; nvolp=[]; elem=relem+pelem
333 celem=zeros(elem,4);
334 m=0;aa=0; celem=[];
335 for i=1:nrlat
336 for j=1:nrbas-1
337 m=m+1; aa=aa+1; celem(m,1)=aa; celem(m,2)=aa+1;
338 celem(m,3)=aa+nrbas+1; celem(m,4)=aa+nrbas;
339 end
340 aa=aa+1;
341 end
342 iip=inodp; ffp=nrbas*(npiss+1)+1; a=0;b=0;c=0;d=0;
343 for i=1:npisp
344 a=iip;b=iip+1;c=ffp+1;d=ffp;

```

```

345 for j=1:pisop(i)
346 m=m+1; celem(m,1)=a; celem(m,2)=b; celem(m,3)=c;
347 celem(m,4)=d; a=a+1; b=b+1; c=c+1; d=d+1;
348 end
349 iip=ffp; ffp=ffp+pisop(i)+1;
350 if ipisp(i,1)~=0 || ipisp(i,3)==1000
351 iip=iip+ipisp(i,1)+1;
352 end
353 iip; ffp;
354 end
355 celem; XE=[]; YE=[];
356 for i=1:elem
357 XE(i,:)=Xsp(celem(i,:)); YE(i,:)=Ysp(celem(i,:));
358 end
359 %0-Dibujo del Mallado
360 fig1=figure; hold on; set(gca, 'FontName', 'Gulliver')
361 for i=1:elem
362 f=plot(XE(i,:), YE(i,:)); f.LineWidth = 0.1;
363 f.LineStyle='-'; f.Color= [0.6 0.6 0.6];
364 end
365 m=0;
366 for i=1:(length(cons)+length(conp))
367 if i<=length(cons)
368 a=cons(i,1); b=cons(i,2);
369 else
370 m=m+1; a=conp(m,1); b=conp(m,2);
371 end
372 xx=[x(a) x(b)]; yy=[y(a) y(b)]; p=plot(xx, yy);
373 %Propiedades de la presa
374 p.LineWidth = 1; p.LineStyle='-'; p.MarkerSize=1.5; p.Marker= 'o';
375 p.MarkerFaceColor= [1 0 0]; p.MarkerEdgeColor= [1 0 0]; p.Color= [0 0 0];
376 aa(i)=i;
377 end
378 aa(i) = [];aa=aa';b = num2str(aa);c = cellstr(b); dx = -3.2; dy =-1.8;
379 text(x+dx, y+dy, c, 'fontsize',5, 'FontName', 'Gulliver-Bold');
380 %Propiedades de grillas.
381 grid off
382 axis off
383 set(fig1, 'Visible', 'off');
384 mar=5; ix=min(x)-mar;ax=max([x 90])+mar; iy=min(y)-mar;ay=max([y 90])+mar;
385 set(gca, 'xlim',[ix, ax], 'ylim',[iy, ay]); hold off;
386 D = fig1.PaperPosition; set(fig1, 'PaperSize', [D(3) D(4)])
387 print(fig1, 'Discretizacion', '-dpdf')
388 CG=zeros(nod,2); nk=nod-nrbas-2*nrlat; k=0;i=0;
389 for m=1:npiss+1
390 for j=1:nrbas; i=i+1;
391 if i<=nrbas
392 CG(i,1)=0; CG(i,2)=0;
393 elseif or(i==m*nrbas,i==m*nrbas-nrbas+1)
394 CG(i,1)=0; CG(i,2)=0;
395 else; k=k+1; nk=nk+1; CG(i,1)=k; CG(i,2)=nk; end
396 end
397 end
398 for m=1:npisp; nn=pisop(m);
399 for j=1:nn+1; i=i+1; k=k+1; nk=nk+1; CG(i,1)=k; CG(i,2)=nk; end
400 end
401 icod=8; VC=zeros(elem,icod);
402 for i=1:elem; j=1;
403 for k=1:4; VC(i,j)=CG(celem(i,k):celem(i,k)); j=j+1;
404 VC(i,j)=CG(celem(i,k):celem(i,k),2); j=j+1; end

```

405 end

A.2 Cálculo de la presión hidrodinámica

Código Fuente 2: Calculo de la Presión Hidrodinámica

```

1 function FEMAgua(PEw,welem,conw,Lw,ebfw)
2 %=====
3 %Variables de entrada
4 %=====
5 %PEw=Peso especifico del agua
6 %conw=Conectividad de los nudos del agua
7 %Lw=
8 %ebfw=Espaciamiento horizontal de cada ef del agua en la base
9 %=====
10 %Variables de calculo
11 %=====
12 %Ypw=Coordenas de los pisos, desde arriba de la presa.
13 %yh=Profundidades verticales de calculo de la Presion Hidrostatica
14 %Phs=Presion hidrostatica en cada nivel de la presa, desde arriba.
15 %Fhs=Fuerzas hidrostaticas para cada nudo x nivel, en la base es 0.
16 %Xwg=Coordendas de X globales presa
17 %Ywg=Coordendas de Y globales presa
18 %Kw=Rigidez del agua
19 %KLw=Matriz de rigidez lateral
20 %Uw=Aceleracion normal a la cara de la presa.
21 %Fhd=Cargas hidrodinamicas nodales aplicados en la cara de la presa.
22 %Fhdv=Cargas hidrodinamicas nodales aplicados en la cara de la presa.
23 %=====
24 Ypw=[sort(Ypp,'descend') 0]; jj=elem+1; posws=[];
25 pisoa=pisop(length(pisop):-1:1); hs=[];k=0;
26 for i=1:npisp
27 yy=Ypw(i); jj=jj-pisoa(i);
28 if Hwf>max(Ypp); disp('Desvorda'); end
29 if yy>Hwf || Hwi>yy; continue; end
30 k=k+1; hs(k)=yy; posws(k)=jj;
31 end
32 posws=sort(posws);
33 if Hwi==0; hs=[hs 0];
34 else
35 posws(1)=[];
36 end
37 posws; hs=sort(hs); npisw=length(hs); xfw=[];
38 xlw=[];k=0;ylw=[];m=0; beta=[];
39 for i=1:length(conw(:,1))
40 xlw(i,1)=x(conw(i,1))-xip; ylw(i,1)=y(conw(i,1))-yip;
41 xlw(i,2)=x(conw(i,2))-xip; ylw(i,2)=y(conw(i,2))-yip;
42 for j=1:length(hs)
43 if hs(j)<=ylw(i,2) & hs(j)>=ylw(i,1) & i==1
44 m=m+1; xfw(m)=interp1(ylw(i,:),xlw(i,:),hs(j),'linear');
45 beta(m)=(xlw(i,2)-xlw(i,1))/(ylw(i,2)-ylw(i,1));
46 continue
47 end
48 if hs(j)<ylw(i,2) & hs(j)>=ylw(i,1) & i~1
49 m=m+1; xfw(m)=interp1(ylw(i,:),xlw(i,:),hs(j),'linear');
50 beta(m)=(xlw(i,2)-xlw(i,1))/(ylw(i,2)-ylw(i,1)); continue
51 end
52 end

```

```

53 end
54 xfw; xiw=xfw-Lw;beta; hh=[]; L=[];
55 hsa=sort(hs,'descend'); yh=max(hs)-hsa;
56 for i=1:npisw
57 if i==npisw; break
58 end
59 hh(i)=abs(yh(i)-yh(i+1));
60 L(i)=sqrt((xfw(i)-xfw(i+1))^2 + (hs(i)-hs(i+1))^2 );
61 end
62 hh; L; Phs=yh*PEw; Fhs=[];
63 %0-Fuerza Hidrostatica.
64 hh;
65 for i=1:npisw-1
66 AA=(Phs(i)+Phs(i+1))*hh(i)*0.5; Fhs(i)=AA*esp;
67 end
68 Fhs; Fnhs=FDistribuirCarga(posws,VC,Fhs,ngl,pisop,npisw);
69 %0-Calculo de la presion y fuerzas hidrodinamicas.
70 elemw=ebfw*(npisw-1); Xwc=[];Xw=[];
71 for i=1:npisw
72 xa=xiw(i); xb=xfw(i); diw=abs(xa-xb); espw=diw/ebfw;
73 for j=1:ebfw-1; xa=xa+espx; Xwc(j)=xa; end
74 Xww=[xiw(i) Xwc xfw(i)]; Xw=[Xw Xww];
75 end
76 Yww=hs; Yw=[];m=0;
77 for i=1:npisw
78 for j=1:ebfw+1; m=m+1; Yww(m)=hs(i); end
79 Yww;
80 end
81 Yw=Yww; Xwg=Xw+xip; Ywg=Yw+yip;
82 %0-Nudos de cada elemento (conectividad de cada elemento finito)
83 celemw=zeros(elemw,4); m=0;aa=0; celemw=[];
84 for i=1:npisw-1
85 for j=1:ebfw
86 m=m+1; aa=aa+1; celemw(m,1)=aa; celemw(m,2)=aa+1;
87 celemw(m,3)=aa+ebfw+2; celemw(m,4)=aa+ebfw+1;
88 end
89 aa=aa+1;
90 end
91 celemw; XEw=[]; YEw=[];
92 for i=1:elemw
93 XEw(i,:)=Xwg(celemw(i,:)); YEw(i,:)=Ywg(celemw(i,:));
94 end
95 XEw; YEw; elemw; nodw=npisw*(ebfw+1); nglw=(npisw-1)*(ebfw)
96 CGw=zeros(nodw,1); nk=nod-nrbas-2*nrlat; k=0;m=0;
97 for i=1:npisw
98 nww=nglw-npisw+i+1;
99 for j=1:ebfw+1
100 m=m+1; nnw=nww-(npisw-1)*(j-2);
101 if j==1 || i==npisw; nnw=0; end
102 CGw(m)=nnw;
103 end
104 end
105 CGw;icodw=4; VCw=zeros(elemw,icodw);
106 for i=1:elemw
107 for k=1:4; VCw(i,k)=CGw(celemw(i,k):celemw(i,k)); end
108 end
109 VCw; Kw=zeros(nglw,nglw);
110 for ielem =1:elemw
111 Kww=FRigidezEmbalse(1,XEw,YEw,ielem);
112 for j=1:4

```

```

113 jj=VCw(ielem,j);
114 if jj==0
115 continue
116 end
117 for m=1:4
118 mm=VCw(ielem,m);
119 if mm==0
120 continue
121 end
122 Kw(jj,mm)=Kw(jj,mm)+Kww(j,m);
123 end
124 end
125 if ielem==1
126 PrintKww= Kww; PrintKwwp=VCw(ielem,:);
127 end
128 end
129 Kw; na=npisw-1; nb=nglw-na; Kxx=Kw(1:na,1:na);
130 Kxy=Kw(1:na,na+1:nglw); Kyx=Kxy'; Kyy=Kw(na+1:nglw,na+1:nglw);
131 KLw=Kxx-Kxy*inv(Kyy)*Kyx; KLw;
132 Uw=alpha*g*1./((sqrt(1+beta.^2))); Li=L; Fhd=[];
133 for i=1:npisw-1
134 Fhd(i)=PEw*alpha*1/((sqrt(1+beta(i)^2))*Li(i);
135 end
136 Fhd; Phd= inv(KLw)*Fhd';
137 Fnhd=FDistribuirCarga(posws,VC,Fhd,ngl,pisop,npisw);
138 Pnhd=FDistribuirCarga(posws,VC,Phd,ngl,pisop,npisw);
139 Fhd=[Fhd 0]; Phd=[Phd ; 0]'; Uvw=[]; xvc=[]; m=posws;
140 for i=1:npisw-1
141 xvc(i)=VC(m(i),1);
142 end
143 for i=1:npisw-1
144 Uvw(i)=qe(xvc(i))*(2*pi/T(1))^2+Ao/R;
145 end
146 Uvw; Fhdv=[];
147 for i=1:npisw-1; Fhdv(i)=Uvw(i)/sqrt(1+beta(i)^2)*PEw*Li(i)/g; end
148 Fhdv; Phdv=inv(KLw)*Fhdv';
149 Fnhdv=FDistribuirCarga(posws,VC,Fhdv,ngl,pisop,npisw);
150 Pnhdv=FDistribuirCarga(posws,VC,Phdv,ngl,pisop,npisw);
151 Fhdv=[Fhdv 0]; Phdv=[Phdv ; 0]';
152 %0-Dibujó del Mallado
153 fig2=figure;hold on; XEwD=[XEw XEw(:,1)]; YEwD=[YEw YEw(:,1)];
154 for i=1:elemw
155 f=plot(XEwD(i,:), YEwD(i,:)); f.LineWidth = 0.1;
156 f.LineStyle='-'; f.Color= [0 0 0.8];
157 end
158 for i=1:elem
159 f=plot(XE(i,:), YE(i,:)); f.LineWidth = 0.1;
160 f.LineStyle='-'; f.Color= [0.6 0.6 0.6];
161 end
162 m=0;
163 for i=1:(length(cons)+length(conp))
164 if i<=length(cons)
165 a=cons(i,1); b=cons(i,2);
166 else
167 m=m+1; a=conp(m,1); b=conp(m,2);
168 end
169 xx=[x(a) x(b)]; yy=[y(a) y(b)]; p=plot(xx, yy);p.LineWidth = 1;
170 p.LineStyle='-'; p.MarkerSize=1; p.Marker= 'o';
171 p.MarkerFaceColor= [1 0 0]; p.Color= [1 0 0];
172 end

```

```
173 grid off; axis on
174 xlabel('x'); ylabel('y'); title('MALLADO');
175 mar=5; ix=min([x -Lw])-mar; ax=max(x)+mar;
176 iy=min(y)-mar; ay=max(y)+mar; hold off;
177 D = fig2.PaperPosition; set(fig2, 'PaperSize', [D(3) D(4)])
178 print(fig2, 'Embalse', '-dpdf')
```


Anexo B

Resultados del análisis sísmico detallado

B.1 Discretización mediante el programa SAGDA

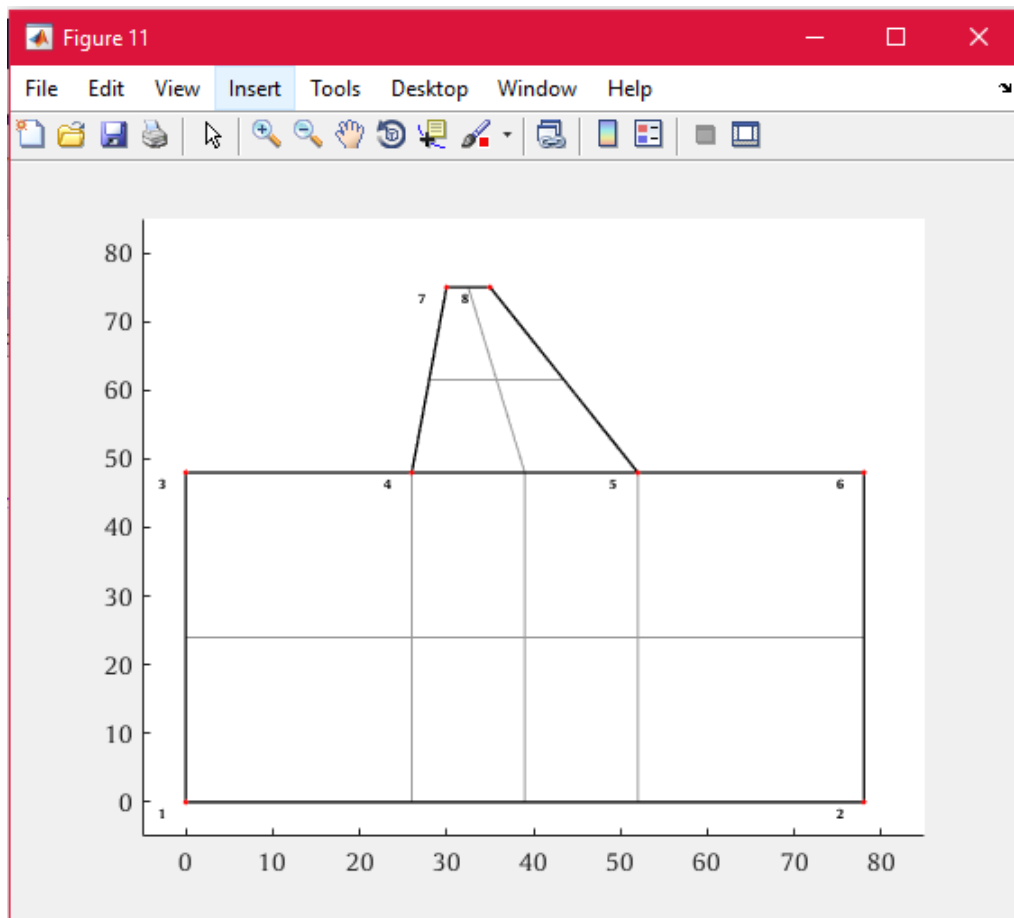


Figura B.1 Discretización del modelo 3 con el programa SAGDA.
Fuente: Elaboración propia.

B.2 Matriz de rigidez

B.2.1 Matriz constitutiva

B.2.2 Matriz de rigidez de un elemento finito de la presa

Para el caso de la presa se utilizó el elemento finito Q4 con flexión que tiene 12 grados de libertad, haciendo uso de la ecuación 3.34, se obtiene las matrices de rigidez de los 12 elementos finitos de la presa en el modelo 3.

$$\mathbf{K}_{presa}^{(*)} = 10^6 \times \begin{bmatrix}
 & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{4} & \mathbf{5} & \mathbf{6} & \mathbf{7} & \mathbf{8} & \mathbf{9} & \mathbf{10} & \mathbf{11} & \mathbf{12} \\
 \mathbf{1} & -0.0009 & 0.0037 & 0.0093 & 0.0041 & -0.0156 & 0.0121 & -0.0009 & 0.0037 & 0.0093 & 0.0041 & -0.0156 & 0.0121 \\
 \mathbf{2} & -0.0011 & 0.007 & 0.0168 & 0.0058 & -0.0239 & 0.0226 & -0.0011 & 0.007 & 0.0168 & 0.0058 & -0.0239 & 0.0226 \\
 \mathbf{3} & -0.0008 & 0.0104 & 0.0218 & 0.0063 & -0.0264 & 0.0322 & -0.0008 & 0.0104 & 0.0218 & 0.0063 & -0.0264 & 0.0322 \\
 \mathbf{4} & -0.0005 & 0.0134 & 0.0272 & 0.0055 & -0.0221 & 0.04 & -0.0005 & 0.0134 & 0.0272 & 0.0055 & -0.0221 & 0.04 \\
 \mathbf{5} & -0.0003 & 0.0142 & 0.0276 & 0.0049 & -0.0196 & 0.0417 & -0.0003 & 0.0142 & 0.0276 & 0.0049 & -0.0196 & 0.0417 \\
 \mathbf{6} & 0 & 0.0153 & 0.0273 & 0.0039 & -0.0147 & 0.0439 & 0 & 0.0153 & 0.0273 & 0.0039 & -0.0147 & 0.0439 \\
 \mathbf{7} & -0.0009 & 0.0037 & 0.0093 & 0.0041 & -0.0156 & 0.0121 & -0.0009 & 0.0037 & 0.0093 & 0.0041 & -0.0156 & 0.0121 \\
 \mathbf{8} & -0.0011 & 0.007 & 0.0168 & 0.0058 & -0.0239 & 0.0226 & -0.0011 & 0.007 & 0.0168 & 0.0058 & -0.0239 & 0.0226 \\
 \mathbf{9} & -0.0008 & 0.0104 & 0.0218 & 0.0063 & -0.0264 & 0.0322 & -0.0008 & 0.0104 & 0.0218 & 0.0063 & -0.0264 & 0.0322 \\
 \mathbf{10} & -0.0005 & 0.0134 & 0.0272 & 0.0055 & -0.0221 & 0.04 & -0.0005 & 0.0134 & 0.0272 & 0.0055 & -0.0221 & 0.04 \\
 \mathbf{11} & -0.0003 & 0.0142 & 0.0276 & 0.0049 & -0.0196 & 0.0417 & -0.0003 & 0.0142 & 0.0276 & 0.0049 & -0.0196 & 0.0417 \\
 \mathbf{12} & 0 & 0.0153 & 0.0273 & 0.0039 & -0.0147 & 0.0439 & 0 & 0.0153 & 0.0273 & 0.0039 & -0.0147 & 0.0439
 \end{bmatrix}$$

Para el ensamblado de esta matriz de rigidez se deberá condensar a solo 8 grados de libertad para ser compatible con el elemento finito de la roca, la condensación se realizó con la ecuación 3.36 .

$$\mathbf{K}_{presa}^{(1)} = 10^6 \times \begin{bmatrix}
 & \mathbf{6} & \mathbf{34} & \mathbf{7} & \mathbf{35} & \mathbf{12} & \mathbf{40} & \mathbf{11} & \mathbf{39} \\
 \mathbf{4} & 0.87 & 0.29 & -0.59 & -0.07 & -0.58 & -0.31 & 0.3 & 0.1 \\
 \mathbf{16} & 0.29 & 0.66 & 0.04 & 0.09 & -0.3 & -0.53 & -0.02 & -0.23 \\
 \mathbf{5} & -0.59 & 0.04 & 0.84 & -0.25 & 0.3 & -0.07 & -0.55 & 0.29 \\
 \mathbf{17} & -0.07 & 0.09 & -0.25 & 0.58 & 0.05 & -0.23 & 0.28 & -0.44 \\
 \mathbf{8} & -0.58 & -0.3 & 0.3 & 0.05 & 1.09 & 0.35 & -0.81 & -0.1 \\
 \mathbf{20} & -0.31 & -0.53 & -0.07 & -0.23 & 0.35 & 0.87 & 0.03 & -0.1 \\
 \mathbf{7} & 0.3 & -0.02 & -0.55 & 0.28 & -0.81 & 0.03 & 1.06 & -0.29 \\
 \mathbf{19} & 0.1 & -0.23 & 0.29 & -0.44 & -0.1 & -0.1 & -0.29 & 0.77
 \end{bmatrix}$$

Esta matriz corresponde a los grados de libertad del primer elemento finito de la presa.

B.2.3 Matriz de rigidez de un elemento finito de la roca

La matriz de rigidez de la roca de la presa se utilizó el elemento finito Q4 que tiene 8 grados de libertad, haciendo uso de la ecuación 3.34 , se obtiene las matrices de rigidez de los 12 elementos finitos de la roca en el modelo 3.

$$\mathbf{K}_{roca}^{(1)} = 10^6 \times \begin{bmatrix}
 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{29} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
 \mathbf{0} & 0.04 & 0.02 & -0.02 & 0 & -0.02 & -0.02 & 0 & 0 \\
 \mathbf{0} & 0.02 & 0.06 & 0 & 0.01 & -0.02 & -0.03 & 0 & -0.04 \\
 \mathbf{0} & -0.02 & 0 & 0.04 & -0.02 & 0 & 0 & -0.02 & 0.02 \\
 \mathbf{0} & 0 & 0.01 & -0.02 & 0.06 & 0 & -0.04 & 0.02 & -0.03 \\
 \mathbf{1} & -0.02 & -0.02 & 0 & 0 & 0.04 & 0.02 & -0.02 & 0 \\
 \mathbf{29} & -0.02 & -0.03 & 0 & -0.04 & 0.02 & 0.06 & 0 & 0.01 \\
 \mathbf{0} & 0 & 0 & -0.02 & 0.02 & -0.02 & 0 & 0.04 & -0.02 \\
 \mathbf{0} & 0 & -0.04 & 0.02 & -0.03 & 0 & 0.01 & -0.02 & 0.06
 \end{bmatrix}$$

Esta matriz corresponde a los grados de libertad del primer elemento finito de la roca.

B.2.4 Matriz de rigidez general presa-cimiento

Calculado las matrices de rigidez de cada elemento finito para la roca y la presa, se tiene que ensamblar todo en una sola matriz general dependiente de los grados de libertad que se asignaron, para el modelo uno se tiene una matriz general de 24×24 y para el modelo 3; a continuación se mostrará esta matriz de rigidez general.

$$K_G = 10^6 \times \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 18 & 19 & 20 & 21 & 22 & 23 & 24 \\ 0.21 & -0.11 & 0 & 0.03 & -0.03 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.02 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.11 & 0.26 & -0.11 & -0.03 & 0.05 & -0.03 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.02 & 0 & -0.02 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.11 & 0.21 & 0 & -0.03 & 0.03 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.02 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.03 & -0.03 & 0 & 0.98 & -0.65 & 0 & 0.3 & -0.58 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.02 & 0 & 0.29 & -0.07 & 0 & 0.1 & -0.31 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.03 & 0.05 & -0.03 & -0.65 & 2.02 & -0.7 & -0.55 & 0.64 & -0.75 & 0 & 0 & 0 & -0.02 & 0 & 0.02 & 0.04 & 0.18 & -0.22 & 0.29 & 0.15 & -0.44 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.03 & 0.03 & 0 & -0.7 & 0.87 & 0 & -0.44 & 0.31 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.02 & 0 & 0 & -0.11 & -0.11 & 0 & 0.17 & 0.05 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.3 & -0.55 & 0 & 2.47 & -2.08 & 0 & 0.88 & -1.02 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.02 & 0.28 & 0 & -0.01 & -0.05 & 0 & 0.14 & -0.34 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.58 & 0.64 & -0.44 & -2.08 & 5.06 & -2.23 & -0.99 & 1.86 & -1.24 & 0 & 0 & 0 & -0.3 & 0.15 & 0.16 & -0.08 & 0.58 & -0.5 & 0.27 & 0.39 & -0.66 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.75 & 0.31 & 0 & -2.23 & 2.67 & 0 & -0.93 & 0.94 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.43 & 0.17 & 0 & -0.54 & 0.6 & 0 & -0.05 & 0.24 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.88 & -0.99 & 0 & 2.32 & -2.22 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.02 & 0.25 & 0 & -0.28 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.02 & 1.86 & -0.93 & -2.22 & 4.68 & -2.38 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.32 & 0.39 & -0.07 & -0.14 & 0.61 & -0.47 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.24 & 0.94 & 0 & -2.38 & 2.69 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.64 & 0.36 & 0 & -0.61 & 0.89 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.02 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2 & -0.02 & 0 & -0.05 & -0.02 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.02 & 0 & -0.02 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.02 & 0.17 & -0.02 & -0.02 & -0.03 & -0.02 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.02 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.02 & 0.2 & 0 & -0.02 & -0.05 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.02 & 0 & 0.29 & 0.04 & 0 & -0.02 & -0.3 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.05 & -0.02 & 0 & 0.76 & 0.08 & 0 & -0.23 & -0.53 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.02 & 0 & 0.02 & -0.07 & 0.18 & -0.11 & 0.28 & 0.15 & -0.43 & 0 & 0 & 0 & -0.02 & -0.03 & -0.02 & 0.08 & 1.74 & 0.01 & -0.44 & -0.27 & -1.06 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.02 & 0 & 0 & -0.22 & -0.11 & 0 & 0.16 & 0.17 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.02 & -0.05 & 0 & 0.01 & 0.41 & 0 & -0.23 & -0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0.29 & 0 & -0.01 & -0.08 & 0 & 0.02 & -0.32 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.23 & -0.44 & 0 & 1.34 & -0.31 & 0 & 0.3 & -0.67 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.31 & 0.15 & 0.17 & -0.05 & 0.58 & -0.54 & 0.25 & 0.39 & -0.64 & 0 & 0 & 0 & -0.53 & -0.27 & -0.23 & -0.31 & 2.85 & -0.54 & -0.58 & 0.93 & -1.32 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.44 & 0.05 & 0 & -0.5 & 0.6 & 0 & -0.07 & 0.36 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.06 & -0.1 & 0 & -0.54 & 1.69 & 0 & -0.49 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.14 & 0.27 & 0 & -0.28 & -0.14 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3 & -0.58 & 0 & 0.96 & -0.68 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.34 & 0.39 & -0.05 & 0 & 0.61 & -0.61 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.67 & 0.93 & -0.49 & -0.68 & 1.84 & -0.93 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.66 & 0.24 & 0 & -0.47 & 0.89 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.32 & 0.5 & 0 & -0.93 & 1.75 \end{pmatrix}$$

B.2.5 Matriz de rigidez condensado presa-cimiento

A través de la condensación hacia los grados de libertad principal de la estructura presa-cimiento se calculó la rigidez condensada.

$$\mathbf{K}_{LG} = 10^6 \times \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0.21 & -0.11 & 0 & 0.02 & -0.03 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \end{matrix} \\ \begin{matrix} -0.11 & 0.26 & -0.11 & -0.04 & 0.04 & -0.04 & 0 & 0.01 & 0.01 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & -0.11 & 0.21 & 0 & -0.03 & 0.03 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0.02 & -0.04 & 0 & 0.82 & -0.7 & 0.01 & 0.35 & -0.43 & -0.03 & 0 & 0.03 & 0.01 \end{matrix} \\ \begin{matrix} -0.03 & 0.04 & -0.03 & -0.7 & 1.65 & -0.76 & -0.51 & 0.7 & -0.47 & -0.02 & 0.08 & 0.04 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & -0.04 & 0.03 & 0.01 & -0.76 & 0.82 & 0.02 & -0.4 & 0.36 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0.35 & -0.51 & 0.02 & 2.31 & -2.1 & 0.06 & 0.87 & -0.95 & -0.05 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 0.01 & 0 & -0.43 & 0.7 & -0.4 & -2.1 & 4.43 & -2.12 & -0.86 & 1.66 & -0.87 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 0.01 & 0 & -0.03 & -0.47 & 0.36 & 0.06 & -2.12 & 2.29 & 0.04 & -0.93 & 0.8 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -0.02 & 0 & 0.87 & -0.86 & 0.04 & 2.19 & -2.19 & -0.03 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0.03 & 0.08 & 0 & -0.95 & 1.66 & -0.93 & -2.19 & 4.43 & -2.12 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0.01 & 0.04 & 0 & -0.05 & -0.87 & 0.8 & -0.03 & -2.12 & 2.21 \end{matrix} \end{matrix}$$

B.3 Desplazamiento nodales por sismo

B.3.1 Matriz de masas

La matriz de masas es una matriz diagonal y está asociado a los grados de libertad principal de la estructura presa-cimiento, el modelo 1 tiene un tamaño de 12x12 y el modelo 2 la dimensión es de 902x902. Cada grado de libertad tiene un área tributaria que le corresponde .

$$\mathbf{M}_G = 10^6 \times \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 200.57 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 80.23 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 0 & 200.57 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 200.57 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 80.23 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 200.57 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 17.15 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 34.3 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 17.15 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8.47 & 0 & 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 16.94 & 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8.47 \end{matrix} \end{matrix}$$

B.3.2 Modos de vibración

A través de la ecuación 3.43 el cual emplea el algoritmo de *Jacobi Generalizado* se resolvió el problema de valores y vectores propios, se muestra los vectores propios normalizados, conocido como modos de vibración de la estructura.

$$\phi = \begin{pmatrix} \text{Modo 1} & \text{Modo 2} & \text{Modo 3} & \text{Modo 4} & \text{Modo 5} & \text{Modo 6} & \text{Modo 7} & \text{Modo 8} & \text{Modo 9} & \text{Modo 10} & \text{Modo 11} & \text{Modo 12} \\ -0.0051 & -0.0418 & 0.0166 & 0.05 & 0.005 & -0.0201 & 0.0008 & 0.0008 & 0.0001 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0061 & -0.0455 & 0.009 & 0.0001 & -0.013 & 0.1003 & -0.0055 & -0.0026 & -0.0001 & 0.0001 & 0 & 0 \\ -0.0051 & -0.0417 & 0.0179 & -0.0497 & 0.0005 & -0.0207 & 0.0008 & 0.001 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0378 & -0.0043 & -0.0242 & -0.0025 & 0.0488 & 0.0056 & 0.0176 & 0.0143 & 0.0032 & -0.0024 & 0.0004 & -0.0003 \\ -0.0383 & -0.004 & -0.0218 & -0.0004 & -0.0004 & -0.0064 & -0.0297 & -0.097 & -0.0004 & 0.013 & -0.001 & 0.0021 \\ -0.0379 & -0.0041 & -0.0234 & 0.002 & -0.0497 & -0.0074 & 0.0125 & 0.0169 & -0.0026 & -0.0025 & -0.0004 & -0.0003 \\ -0.0491 & 0.0222 & 0.0411 & 0.0006 & -0.0034 & -0.0015 & -0.0974 & 0.0224 & 0.1568 & -0.1064 & 0.0724 & -0.0508 \\ -0.0489 & 0.0219 & 0.0396 & 0.0004 & 0.0063 & 0.0006 & -0.0898 & 0.0524 & -0.0032 & 0.1073 & -0.0006 & 0.0484 \\ -0.0489 & 0.0218 & 0.0397 & 0.0001 & 0.0156 & 0.0006 & -0.0947 & 0.0231 & -0.1562 & -0.1152 & -0.0624 & -0.0502 \\ -0.0618 & 0.0525 & 0.1214 & 0.0018 & -0.0022 & 0.013 & 0.0921 & -0.029 & -0.0956 & 0.078 & 0.2161 & -0.159 \\ -0.0618 & 0.0525 & 0.1214 & 0.0018 & -0.0055 & 0.012 & 0.0815 & -0.0366 & 0.0011 & -0.0684 & 0.0021 & 0.1577 \\ -0.0618 & 0.0524 & 0.1211 & 0.0019 & -0.009 & 0.0118 & 0.0807 & -0.0229 & 0.0963 & 0.0658 & -0.2298 & -0.1521 \end{pmatrix}$$

B.3.3 Frecuencias y periodos

Consecuentemente a los eigen valores se obtienen las frecuencias y periodos de la estructura en cada modo de vibración.

Tabla B.1 Resultados de la propiedades dinámica de la presa Ancascocha.

Modos	Eigen Valores	Frecuencias	Periodo
		ω (1/s)	T (s)
Modo 1	171.91	13.11	0.48
Modo 2	442.27	21.03	0.3
Modo 3	780.72	27.94	0.22
Modo 4	1027.18	32.05	0.2
Modo 5	3693.78	60.78	0.1
Modo 6	3756.98	61.29	0.1
Modo 7	13111.66	114.51	0.05
Modo 8	22174.07	148.91	0.04
Modo 9	100979.56	317.77	0.02
Modo 10	194433.42	440.95	0.01
Modo 11	293133.94	541.42	0.01
Modo 12	578104.69	760.33	0.01

Fuente: Elaboración propia.

B.3.4 Factor de participación modal y aceleraciones espectrales

A partir de la ecuación 3.47 se calculó los valores de la participación modal para cada modo de vibración, para el modelo 3 tuvo una dimensión de 1x12.

Las aceleraciones modales se obtuvieron a partir de la ecuación 3.48 y los espectros de diseño para los sismos SMC.

$$\gamma = \begin{matrix} \phi_i & & m/s^2 \\ \left[\begin{array}{c} 26.25 \\ 19.11 \\ 3.22 \\ 0.03 \\ 0.09 \\ 0.57 \\ 0.01 \\ 0.14 \\ 0.01 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right] & \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \end{matrix} & \left[\begin{array}{c} 3.31 \\ 3.97 \\ 3.97 \\ 3.97 \\ 3.97 \\ 3.97 \\ 3.97 \\ 3.97 \\ 3.97 \\ 3.97 \\ 3.97 \\ 3.97 \end{array} \right] \end{matrix} =$$

B.3.5 Fuerzas horizontales y cortantes

Según la ecuación 3.51 se calculó las fuerzas sísmicas horizontales en cada modo de vibración, para así realizar la combinación modal con la ecuación 3.50, donde se obtuvieron las fuerzas sísmicas horizontales en cada grado de libertad principal.

$$F_s = \begin{matrix} T_n \\ \left[\begin{array}{c} 643.93 \\ 280.9 \\ 642.23 \\ 666.1 \\ 269.12 \\ 666.69 \\ 79.27 \\ 157.54 \\ 78.8 \\ 58.18 \\ 116.35 \\ 58.13 \end{array} \right] \end{matrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \end{matrix}$$

La Cortante basal es 3717.24 Tn.

B.3.6 Desplazamientos elásticos generado por sismo

Finalmente a través de la ecuación 3.52 se obtuvieron los desplazamientos horizontales y con la ecuación ?? los verticales, los cuales fueron combinados para así tener los desplazamientos en cada grado de libertad.

$$\begin{array}{c}
 \text{cm} \\
 \mathbf{q}_h = \begin{bmatrix} 0.76 \\ 0.84 \\ 0.76 \\ 1.92 \\ 1.94 \\ 1.92 \\ 2.52 \\ 2.5 \\ 2.5 \\ 3.26 \\ 3.26 \\ 3.26 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \end{matrix} \\
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 \text{cm} \\
 \mathbf{q}_v = \begin{bmatrix} 0.42 \\ 0 \\ -0.43 \\ 0.7 \\ -0.04 \\ -0.68 \\ 0.7 \\ 0.16 \\ -0.34 \\ 0.66 \\ 0.42 \\ 0.17 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \end{matrix}
 \end{array}$$

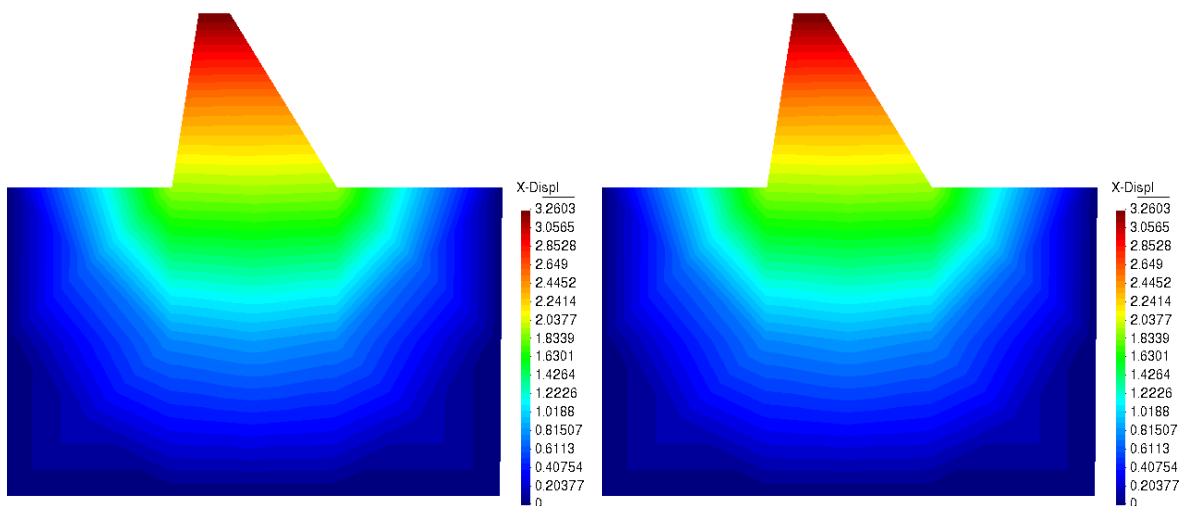


Figura B.2 Desplazamiento por el efecto sísmico en las direcciones x y y.

El coeficiente sísmico para el modelo 3 fue de $c = 0.3561$.

B.4 Presión y fuerzas hidrodinámica

B.4.1 Matriz de rigidez del embalse

Obtenido la rigidez del elemento finito agua se procede a obtener la rigidez del elemento finito de todo el embalse para lo cual se ejecuta el programa rigidez presa en donde se obtiene una matriz de 4×4 que son los grados de libertad.

$$\mathbf{K}_{roca}^{(1)} = 10^3 \times \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 3 & 4 & 0 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0.61 & -0.32 & -0.25 & -0.03 \\ -0.32 & 0.81 & -0.03 & -0.45 \\ -0.25 & -0.03 & 0.61 & -0.32 \\ -0.03 & -0.45 & -0.32 & 0.81 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 0 \\ 3 \\ 4 \\ 0 \end{matrix} \end{matrix}$$

La matriz de rigidez del embalse se condensa a los primeros grados de libertad en este caso queda una matriz de 2×2 . para la condensación se utiliza la siguiente ecuación.

$$\mathbf{K}_{roca}^{(1)} = 10^3 \times \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 1 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0.66 & -0.2 \\ -0.2 & 1.22 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \end{matrix}$$

B.4.2 Discretización del dominio mediante el programa SAGDA

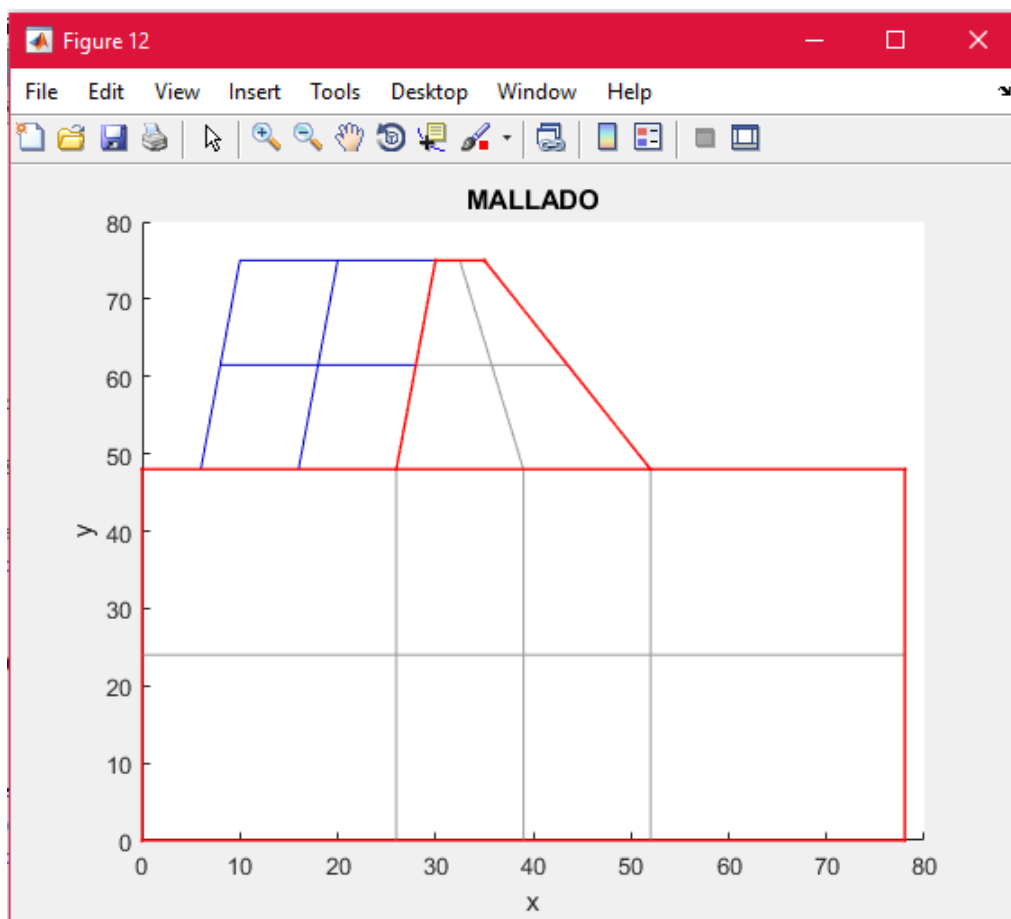


Figura B.3 Discretización del embalse con el programa SAGDA.
Fuente: Elaboración propia.

A) Fuerzas y presiones hidrodinámicas aplicado a la cara de la presa

Estas fuerzas están aplicados en la cara de la presa y se calcularon con la ecuación ??, según la formulación de aceleraciones variables y siguiente el procedimiento del capítulo anterior con la rutina $C_{presionAgua}$

$$\mathbf{F}_{hd} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1.85 \\ 1.85 \\ 1.85 \\ 2.32 \\ 2.32 \\ 2.32 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \\ \phi_5 \\ \phi_6 \\ \phi_7 \\ \phi_8 \\ \phi_9 \\ \phi_{10} \\ \phi_{11} \\ \phi_{12} \end{matrix} \quad \mathbf{P}_{hd} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3.57 \\ 3.57 \\ 3.57 \\ 2.49 \\ 2.49 \\ 2.49 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \\ \phi_5 \\ \phi_6 \\ \phi_7 \\ \phi_8 \\ \phi_9 \\ \phi_{10} \\ \phi_{11} \\ \phi_{12} \end{matrix}$$

Anexo C

Dimensionamiento de la presa

C.1 Características Hidráulicas

De acuerdo con los resultados del estudio hidrológico, considerando la disponibilidad de los recursos hídricos disponibles evaluados en el eje de la presa, y las nuevas demandas de agua en el valle Yauca, se presenta un resumen de las características del reservorio proyectado:

Tabla C.2 Características Hidráulicas de la presa Ancascocha.

Descripción	Valor
Nivel máximo del embalse (NAMO)	3425.80 msnm
Nivel de agua máxima extraordinaria (NAME)	3427.10 msnm
Nivel máximo de sedimentos (NAMINO)	3400.00 msnm
Volumen máximo de sedimentos (50 años)	1.66 Hm ³
Volumen Muerto (laguna natural)	17.71 Hm ³
Volumen útil del embalse	50.00 Hm ³
Volumen total del embalse	68.51 Hm ³
Borde libre (altura sobre el (NAME)	1.70 m
Altura por oleaje y resguardo	1.70 m
Altura total de seguridad	3.00 m

Fuente: Elaboración propia.

C.2 Características Geométricas

C.2.1 Altura de Coronación

Se determinó el nivel de coronación, la cual se establece añadiendo al nivel máximo de operación del embalse (NAMO), la sobreelevación sobre el aliviadero necesaria para el tránsito de la avenida de diseño, más la altura de oleaje y altura de resguardo o seguridad, para el tipo de presa de concreto considerada.

La sobreelevación sobre el aliviadero determinada en función de la avenida de $Tr = 1000$ años (55 m³/s) que se presentaría en el reservorio, alcanzaría una altura sobre el NAMO de 3.00 m.

La altura de resguardo o seguridad (3.00 m), se considera en el hipotético caso en que encontrándose el embalse lleno, se produjera la descarga máxima de diseño.

C.2.2 Ancho de Coronación

Para el ancho de la corona de la presa se dimensionó con la fórmula, $C = 0.6\sqrt{H}$, ancho en m se aplica a presas de concreto, de altura mayor a 15.0 m. En este caso, resulta un ancho de 2.68 m, valor que se redondea a 3.00 m.

C.2.3 Forma de la presa

La sección de la presa de concreto, se proyecta con talud aguas arriba de 0.1/1, (h/v) y aguas abajo con talud 0.7/1, (h/v), corona de ancho 3.0 m, de altura máxima 32.30 m, medida desde la cimentación hasta la corona (ver figura 10).

A) Descripción del Aliviadero de Excedencias

Se proyecta un aliviadero de excedencias de 20.00 m de longitud, ubicado en la parte central del cuerpo de presa, con capacidad para evacuar un caudal máximo superior a 50 m³/s. En el talud de aguas abajo se proyecta un trampolín de radio 2.50 m, cuyo nivel más bajo alcanza la cota 3402.63 msnm. Los muros laterales del aliviadero para encauzamiento del caudal de excedencias, se proyectan de 1.0 m de altura, entre los niveles 3425.33 hasta 3406 msnm.

B) Descripción de la Presa

Sobre el nivel de la corona se proyecta un muro de concreto a todo lo largo de la presa, de 0.50 m de altura por 0.30 de espesor, alcanzando la cota 3429.30 msnm.

En cuanto a los niveles de fundación en los cuales se apoyara la presa de concreto, el proyecto toma en cuenta el perfil recomendado en el estudio geológico geotécnico, para lo cual se considera la excavación de una capa de roca descompuesta, con espesores similares a los especificados en dicho perfil. Reiterando a nivel de referencia que luego de la excavación para la fundación deberán colocarse las inyecciones de impermeabilización y consolidación en toda la fundación conforme se indica en estudio geotécnico. La presa de gravedad contaría con un aliviadero en el cuerpo de presa (tipo vertedero libre) de 20.00 m de ancho y cresta en el nivel 3425.80 msnm.