UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTÓBAL DE HUAMANGA

ESCUELA DE POSGRADO

UNIDAD DE POSGRADO DE LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN DOCENCIA UNIVERSITARIA

VISUALIZACIÓN ANIMADA Y DESARROLLO DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS EN ESTUDIANTES DE LA ESCUELA PROFESIONAL DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS UNSCH AYACUCHO — 2018

Tesis para optar el Grado Académico de Maestro en Docencia Universitaria

PRESENTADA POR

Br. Ricardo Michel MALLQUI BAÑOS

ASESOR

Dr. Pedro HUAUYA QUISPE

AYACUCHO – PERÚ

2018

Dedicado a
mi familia

AGRADECIMIENTO

A la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, en especial a la Escuela de Posgrado y a la plana docente, quienes durante los años de estudio supieron guiar de mi formación profesional impartiendo sus conocimientos.

Al profesor Dr. Pedro HUAUYA QUISPE en su condición de asesor, quien me brindó apoyo incondicional en la ejecución del presente trabajo de investigación.

A los docenctes: Dr. Pedro Huauya Quispe, Mg. José Carlos Juarez Pulache y Mg. Oswaldo Morales Morales, quienes verificaron y validaron los instrumentos de recolección de datos y las sugerencias proporcionadas.

A los estudiantes y docentes de la Escuela Profesional Ciencias Físico Matemática de la UNSCH, quienes posibilitaron en la recolección de datos, del presente trabajo de investigación.

A las personas y amistades que de algún modo colaboraron en la realización de esta investigación.

TABLA DE CONTENIDO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABLAS

RESUMEN

El presente trabajo de investigación tuvo como objetivo determinar la influencia de la visualización animada en el desarrollo de competencias matemáticas, de los estudiantes de la EP, Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho – 2018. La investigación fue aplicada, de nivel experimental explicativa, diseño cuasiexperimental de un grupo con pre y posprueba en series temporales equivalentes (alternado); se empleo el método hipotético deductivo, experimental y estadístico descriptivo e inferencial; el lugar de estudio fue en la Escuela Profesional de Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho; la muestra fue no probabilística e intencional compuesta por un solo grupo experimental de 20 estudiantes de la serie 100, matriculados en el curso de geometría analítica, del semestre impar de la escuela profesional de Ciencias Físico Matemáticas UNSCH; los datos fueron recolectados a través de la prueba escrita y la ficha de observación; la prueba de validez de instrumentos se realizó a través de juicio de expertos y la confiabilidad, a través de prueba del Coeficiente de Pearson y la corrección de Spearman Brow. Se verificó la no normalidad de los datos, mediante la prueba de Shapiro – Wilks; se aplicó la prueba Wilcoxon para la prueba de hipótesis, con un nivel de confianza del 95 % y significancia del 5 % y se concluyó, que la aplicación de la visualización animada influye significativamente, en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes de la EP, Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho – 2018.

Palabra Clave: Visualización animada, desarrollo de competencias matemáticas, pensamiento crítico, creatividad matemática, inteligencia espacial y inteligencia lógica.

INTRODUCCIÓN

La investigación se realizó debido a que, en la Escuela Profesional de Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho, donde tradicionalmente los docentes tienen poca creatividad, en cuanto al uso de materiales y herramientas o estrategias de enseñanza – aprendizaje, implicando en el bajo rendimiento académico de los estudiantes, la deserción, la masificación de estudiantes en los primeros semestres académicos, la permanencia prolongada y desmotivación o rechazo hacia las matemáticas. De acuerdo a Gomez (2017) la visualización en matemática es un tipo particular de visualización científica, que consiste en determinados procesos y competencias, relacionados con la representación visual, para la apropiación de conocimientos matemáticos. Como tal constituye un objeto de estudio de la matemática educativa. Por lo tanto se propone esta variable, debido a la necesidad de implementar diversos factores para la adquisición de conocimientos matemáticos. La investigación se basa en experiencias bibliográficas y personales, las cuales se manifiestan permanentes en la estructura matemática.

Las razones expuestas, motivó la realización del presente trabajo investigación, titulada visualización animada y desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de la Escuela Profesional de Ciencias Físico matemáticas UNSCH Ayacucho — 2018; donde las variables de estudio son, la visualización animada y el desarrollo de competencias matemáticas, los cuales se analizaron con el objetivo de lograr evaluar, la repercusión de la primera en la segunda; se formuló el objetivo, determinar la influencia de la visualización animada en el desarrollo de competencias matemáticas, de los estudiantes de la EP, Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho – 2018, a fin de contribuir en el campo del conocimiento pedagógico y la práctica educativa, para mejorar las competencias matemáticas: simbolización matemática, modelación matemática, pensamiento crítico y la creatividad matemática.

El fundamento teórico del presente trabajo de investigación, está enmarcado con el enfoque, resolución de problemas para mejorar las competencias matemáticas. El contenido del presente trabajo de investigación está estructurado en cuatro capítulos, en el primer capítulo trata acerca del planteamiento del problema, el segundo se refiere al marco teórico, el tercer capítulo concierne a la metodología de investigación, el cuarto capítulo referido a los resultados de la investigación con la discusión respectiva, finalmente conclusiones y sugerencias.

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Identificación y descripción del problema

Con el transcurso de los años, el desarrollo de la tecnología hace que las imágenes vagas, imprecisas y subjetivas se muestren como imágenes precisas y objetivas. Al respecto Gomez (2017) afirma: "En las ultimas décadas la visualización en la educación matemática se reconoce como un aspecto importante del razonamiento matemático y los procesos de resolución de problemas. Varias investigaciones han demostrado que las actividades que promueven la construcción de las imágenes pueden mejorar enormemente el aprendizaje de las matemáticas" (p. 215). Como ejemplo se tiene a los conjuntos de Mandelbrot y Julia en la teoría de los fractales cuyas representationes se hicieron posible gracias a la tecnología informática, dotándolos de movimiento en función de algún parámetro en particular, de estos objetos estructuralmente complejos. Según Gomez (2017):

> *La matematización tiene un apoyo continuo en la intuición y en lo visual. Este proceso versa sobre la visualización matemática, no solo como las matemáticas reconocidas a través de imágenes sino como clave de significado en la comprensión e inspiradora en los descubrimientos matemáticos. A través de datos empíricos se reflexiona desde la Educación matemática universitaria, sobre las características de visualización geométrica y sobre algunos obstáculos y oportunidades de la enseñanza de la visualización con alumnado universitario.* (p. 10)

Los científicos siempre utilizaron imágenes mentales o gráficas para visualizar objetos y procesos en diversos campos, particularmente en la matemática. En la actualidad de acuerdo a Palais (2000), la visualización matemática, generada por computadoras es una herramienta muy efectiva en el análisis de fenómenos irrepresentables por métodos matemáticos clásicos. Por lo que es imprescindible la representación o visualización animada usando recursos informáticos en la investigación matemática o particularmente en el desarrollo de las capacidades matemáticas en los estudiantes de la Escuela Profesional de Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho.

Las imágenes producidas por algún software es particular, permite hacer experimentos científicos de manera mucho más fácil y rápida. Esta capacidad de investigación visual se convirtió en una herramienta muy útil, tanto en la matemática como en la física, particularmente en el estudio de la dinámica de un fluido o una turbulencia, la descripción de la velocidad de un objeto, el comportamiento de ciertas funciones abstractas propias de las matemáticas. Por lo tanto se estaría llegando a un equilibrio cognitivo reforzadas por esta herramienta didáctica, en la adquisición y desarrollo de competencias matemáticas. También Figueiras y Deulofeu (2010) refieren que:

> *El objetivo de familiarizar a los estudiantes con la construcción e interpretación de diagramas visuales en el proceso de resolución de un problema no es únicamente hacer posible que una imagen conduzca a la solución, sino activar tanto sus herramientas conceptuales como su reflexión sobre lo que significa resolver el problema (encontrar conjeturas y posteriormente demostrar) y sobre el significado mismo de la demostración.* (p. 224)

Esta herramienta es un proceso que se comparte entre estudiantes y docentes en el aspecto didáctico con el objetivo de obtener una comunicación eficiente y por lo tanto generar una buena asimilación cognitiva por parte de los estudiantes. Phillips, Norris, y Macnab (2010) afirman: "Los objetos de visualización de forma verosímil se pueden usar para ayudar en la interpretación de problemas matemáticos, para mostrar cómo cambian las cantidades a lo largo del tiempo y para mostrar las relaciones entre conceptos matemáticos relativos" (p. 16). Debido a la variedad de estilos de visualización se promueve una mayor dinámica entre los individuos que procesan la información matemática. En el Escuela Profesional de Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho, los matemáticos tienen poco familiaridad con la visualización animada, de objetos matemáticos, dedicándose solo a la interpretación simbólica de los fenómenos matemáticos, lo cual implica la adquisición limitada de capacidades matemáticas, restringiendo muchos aspectos de ésta, como la creatividad matemática, la simbolización matemática, la modelación matemática y el pensamiento crítico.

La investigación se realizó, debido a que, en la Escuela Profesional de Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho, los docentes tradicionales, tienen poca creatividad, en cuanto al uso de materiales y herramientas o estrategias de enseñanza y aprendizaje, generando un alto índice de desaprobados, rezagados y deserciones de estudiantes. Lo cual esta relacionado incluso con muchos otros con menor intensidad factores que, involucran el problema de la enseñanza y aprendizaje, entre las cuales están los factores internos y externos, asociados con el estudiante, tales como la alimentación, las amistades, el entorno familiar, social y económico.

Las limitaciones de la propuesta son, la poca familiaridad en la ejecución de los recursos orientados a la representación visual tales como los softwares, la disposición del tiempo en la manipulación de estos, finalmente el poco interés hacia la representación visual en la didáctica, por desconocimiento de los beneficios de la visualización animada.

El presente trabajo de investigación tiene el propósito de plantear el uso de la visualización animada en la mejora de las competencias matemáticas, en los estudiantes de la Escuela Profesional de Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho, y generar profesionales mas creativos y hábiles con las matemáticas, capaces de asociar el pensamiento matemático y crítico de manera integral con valores y principios en las distintas interacciones sociales, de esta manera respondiendo adecuada y óptimamente las necesidades de su entorno social. Este estudio también involucró sensibilizar a los estudiantes y docentes con respecto a la naturaleza visual de las matemáticas, buscando optimizar la relación de estos con las matemáticas y hacer del razonamiento lógico – visual una práctica aceptable en la Escuela Profesional de Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho.

1.2. Formulación del problema

1.2.1. Problema General

¿En que medida el uso de la visualización animada influye en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes de la EP, Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho – 2018?.

1.2.2. Problemas Específicos

- ¿De qué manera el uso de la visualización animada mejorará la simbolización matemática en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes?.
- ¿De qué manera el uso de la visualización animada mejorará la modelación matemática en el desarrollo de competencias matemáticas, de los estudiantes?.
- ¿De qué manera el uso de la visualización animada desarrollará el pensamiento crítico en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes?.
- ¿De qué manera el uso de la visualización animada incrementará la creatividad matemática en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes?.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general

Determinar la influencia de la visualización animada en el desarrollo de competencias matemáticas, de los estudiantes de la EP, Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho – 2018.

1.3.2. Objetivos específicos

- Verificar la mejora que genera la visualización animada de la simbolización matemática, en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.

- Demostrar la mejora que genera la visualización animada de la modelación matemática, en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.

- Comprobar el desasarrollo que genera la visualización animada en el pensamiento crítico, en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.

- Verificar la incremento que genera la visualización animada de la creatividad matemática, en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.

1.4. Justificación de la investigación

Las razones por la cuales se realizó este trabajo; se proponen en tres dimensiones: teórica, práctica y metodológica; justificadas con la hipótesis "la aplicación de la visualización animada influye significativamente, en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes de la EP, Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho – 2018". De acuerdo a Sampieri, Collado, y Lucio (2006):

> *Además de los objetivos y las preguntas de investigación, es necesario justificar el estudio mediante la exposición de sus razones (el para qué del estudio o por qué debe efectuarse). La mayoría de las investigaciones se ejecutan con un propósito definido, pues no se hacen simplemente por capricho de una persona, y ese propósito debe ser lo suficientemente significativo para que se justifique su realización. Además, en muchos casos se tiene que explicar por qué es conveniente llevar a cabo la investigación y cuáles son los beneficios que se derivarán de ella.* (p. 40)

De acuerdo con Méndez, la justificación de una investigación puede ser de carácter teórico, práctico o metodológico Méndez (1995).

1.4.1. Justificación teórica

Esta investigación se realizó con el propósito verificar el uso de las visualización animada, como una herramienta en el desarrollo de competencias matemáticas, de modo que los resultados de esta investigación pueda sistematizarse, y resultar como una propuesta para ser incorporado en el sistema de la teoría didactica de las ciencias de la educación, ya que se demostró que el uso de visualización animada mejora el nivel de desempeño de los estudiantes. Verificándose así la repercusión del variable independiente sobre la variable dependiente.

Al respecto Torres (2006) refiere que: "La justificación teórica se hace cuando el propósito del estudio es generar reflexión y debate académico sobre el conocimiento existente, confrontar una teoría, contrastar resultados, hacer epistemología del conocimiento existente o cuando se busca mostrar las soluciones de un modelo" (p. 106).

1.4.2. Justificación práctica

Esta investigación se realizó, porque se tuvo la necesidad de proponer estrategias en la solución de problemas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y generar razones acerca de la utilidad y aplicabilidad de los resultados del presente trabajo de investigación. En particular determinar la influencia de la visualización animada en el desarrollo de competencias matemáticas, de los estudiantes de la EP, Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho – 2018.

Según Torres (2006): "La justificación práctica se debe de hacer cuando el desarrollo de la investigación ayuda a resolver un problema o por lo menos, propone estrategias que al aplicarse contribuirían a resolverlo" (p. 106).

1.4.3. Justificación didáctica

Se propone una estrategia de enseñanza, basada en la visualización animada, que coadyuve en la calidad y desarrollo de competencias matemáticas, de los estudiantes. Lo cual se espera que pueda ser reforzada en futuras investigaciones, con más énfasis; en esta investigación se ha demostrado su validez y con fiabilidad de esta técnica didactica, por lo tanto podrá ser utilizado en otros trabajos de investigación.

De a cuerdo a Torres (2006): "En la investigación científica, la justificación metodológica del estudio se da cuando el proyecto que se va a realizar propone un nuevo método o una nueva estrategia para generar conocimiento válido y confiable" (p. 106).

1.5. Delimitación del problema

1.5.1. Delimitación del espacio

Este proyecto de investigación, se ejecutó en la Escuela Profesional de Ciencias Físico Matemáticas de la universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, ubicada en la provincia de Huamanga, region Ayacucho, cuyos resultados servirán de referencia en la práctica docente y externamente servirá de referencia para seguir colectivizando el uso conveniente del visualización animada a nivel local, regional y nacional.

1.5.2. Delimitación del tiempo

El presente trabajo de investigación se realizo entre los meses de abril a julio del año 2018, con los educandos de la serie 100 de la Escuela Profesional de Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1. Antecedentes de la investigación

2.1.1. Internacionales

Sordo (2005) en su tesis "Estudio de una estrategia didáctica basada en las nuevas tecnologías para la enseñanza de la geometría", de carácter cualitativo y cuantitativo la muestra compuesta de un grupo de alumnos de 3º de Educación Primaria de la Facultad de Educación de la Universidad Complutense de Madrid, lo cual fue dividido en dos subgrupos con el fin de obtener datos cualitativos y cuantitativos, los instrumentos fueron la entrevista, diario de campo y registro de notas. Aporta mejoras en la enseñanza aprendizaje de la geometría métrica, también llamada geometría de la regla y el compás, en la formación de maestros de Primaria. Para ello se ha utilizado una nueva estrategia didáctica con la incorporación de un programa de geometría dinámica como es el Geometer's Sketchpad. La estrategia didáctica tiene dos aportaciones fundamentales: por un lado, se produce una nueva organización didáctica de la geometría que se estructura en base a una teoría de la construcción del conocimiento de tipo computacional, en concreto el Adaptive Control of Thought (ACT) de Anderson. Por otro lado, la incorporación del programa Geometer's Sketchpad junto con la resolución de situaciones problema y el uso de Internet ha supuesto la puesta en juego de un nuevo clima de la clase de tipo cooperativo.

Fernández (2012) en su tesis "Una aproximación ontosemiótica a la visualización y el razonamiento espacial", de enfoque cualitativo y cuantitativo, pudiéndose describir como investigación de tipo mixto, el instrumento utilizado fue el cuestionario, el método fue estadístico, la muestra piloto compuesta de 44 estudiantes y la muestra definitiva de 400 estudiantes. El objetivo principal de esta investigación se centra en la evaluación de las habilidades de visualización y razonamiento espacial de futuros profesores de Educación Primaria. El enfoque del trabajo es de índole cognitivo, en el sentido de que se pretende evaluar conocimientos, formas de razonar y habilidades de pensamiento de los sujetos sobre los que se realiza el estudio. Teniendo en cuenta la diversidad de planteamientos y de nociones cognitivas usadas en las investigaciones, así como la finalidad educativa del estudio, se ha optado por utilizar un marco teórico integrativo sobre el conocimiento y la instrucción matemática, como es el "enfoque ontosemiótico". (EOS) que Godino, Gonzato, Cajaraville, y Fernández (2012) vienen desarrollando para la Didáctica de las Matemáticas. Uno de los objetivos propuestos es contribuir al desarrollo de este marco teórico en el campo de la evaluación de los aprendizajes geométricos. Se ha empleado como instrumento de evaluación para analizar las habilidades de visualización y razonamiento espacial un cuestionario elaborado específicamente para esta investigación, el cual se ha pasado a una muestra de 400 alumnos. El análisis se ha centrado en aplicar las categorías de objetos matemáticos primarios que propone el EOS (objetos lingüísticos, conceptos, propiedades, procedimientos, argumentos, situaciones, problemas), y las dualidades cognitivas (ostensivo – no ostensivo, particular – general, unitario – sistémico, expresión – contenido y personal – institucional) con el fin de elaborar una caracterización de la visualización espacial, la cual servirá de base para describir las habilidades de los estudiantes a la hora de resolver las tareas propuestas y comprender los conflictos que manifiestan. Las conclusiones del estudio muestran, a través del análisis ontosemiótico realizado, que estos estudiantes movilizan gran cantidad de objetos y procesos visuales; sin embargo, no lo hacen de forma eficiente y en numerosas ocasiones ni siquiera de forma consciente. Los resultados obtenidos en la investigación fueron coherentes con las hipótesis establecidas, poniendo de manifiesto importantes carencias en la comprensión de conceptos básicos geométricos y limitaciones a la hora de comunicar la información visual.

Planchart (2016) su tesis doctoral "La visualización y la modelación en la adquisición del concepto de función", de enfoque cualitativo, donde los sujetos de este estudio fueron estudiantes del curso de Précalculo de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, se utilizó el cuestionario y las entrevistas como instrumentos. Se enmarca en aquellos proyectos que tienen como línea de estudio el concepto de función, tema básico del curso de Precálculo. Investigación cualitativa . Integra cuatro aspectos medulares: proceso didáctico en la adquisición de las funciones, la visualización, los sistemas de representación, y la modelación desde el contexto físico y geométrico. Se aborda, en el contexto de enseñanza de Precálculo en Puerto Rico, específicamente, en cursos del currículo de la Universidad Interamericana. Por lo tanto, las conclusiones reflejan las características del proceso educativo que impacta a esta población estudiantil.

2.1.2. Nacionales

Padilla (2014) en su tesis "Aplicación del Software Geogebra y la resolución de problemas de geometría euclidiana plana en estudiantes del I ciclo de Ingeniería Civil de la Universidad Peruana de Los Andes 2013-II sede Lima". La investigación tuvo como objetivo determinar la influencia de la aplicación del Software GeoGebra en la resolución de problemas de Geometría Euclidiana Plana en estudiantes del I ciclo de Ingeniería Civil de la Universidad Peruana de los Andes 2013-II sede Lima. El tipo de estudio fue aplicada, el diseño cuasi experimental. La población fue de 300 estudiantes y la muestra fue de 60 de ambos sexo, esta muestra no fue asignada al azar; sino que dicho grupos ya estaban formados antes del experimento, son dos grupos intactos y divididos uno experimental y otro de control. Así mismo se utilizó una pre-prueba y post-prueba con los dos grupos. El método de investigación fue experimental educacional. Finalmente, se empleó la técnica de observación y de experimentación, y se usó el instrumento: lista de cotejo de pretest y postest; además las tablas de procesamiento de datos para tabular, y procesar los resultados de la evaluación tomado al grupo de control y experimental, fue a través del software SPSS 19,0. Los resultados obtenidos permitió concluir que la utilización del Software Geo Gebra, influye de una manera favorable en el aprendizaje de resolución de problemas geométricos, en el desarrollo de habilidades de visualización; en la perfección en las construcciones de manera precisa; a la vez en la motivación de los resultados.

Reyes (2015) en su tesis "Enculturación matemática y rendimiento académico en los futuros profesores de la Especialidad de Matemática en la UNMSM, 2015", realiza un análisis correlacional entre el nivel de enculturación matemática de los estudiantes de la Especialidad de Matemática de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos y su rendimiento académico para lo que se establecen los parámetros de correlación Pearson; mientras que para la distribución, los de Chi-cuadrado en las escalas de razón y categorías, respectivamente. La matemática es un producto natural. Se trata de una idea a la vez sencilla y profunda. Para empezar, es sencilla porque el sentido común nos dice que todo conocimiento tiene que ser un producto cultural. También, como decíamos, se trata de una idea profunda a causa de su desarrollo potencial en el terreno de la educación matemática. No se contenta con un mero examen de la esfera cultura, sino que también explora los aspectos significativos de ese desarrollo. Presenta una estructura curricular que genera nuevos procedimientos e ideas, además de respaldar otros ya existentes. Pero la enculturación no sólo aborda el contenido curricular. También trata de procesos que abordan aspectos culturales autóctonos esto es la etnomatemática.

2.1.3. Regionales

Munaylla (2016) en su tesis. "Materiales didácticos concretos en el desarrollo de capacidades matemáticas en estudiantes de educación inicial de la universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, 2015", tuvo como objetivo, determinar las influencias del uso de materiales didácticos concretos en el desarrollo de las competencias matemáticas de los estudiantes de la serie 100 de la Escuela de Formación Profesional de Educación Inicial de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga 2015, con un nivel de investigación experimental de diseño cuasiexperimental de un grupo en series temporales equivalentes, siendo el área de estudio la Facultad de Ciencias de la Educación; la muestra constituyó 38 estudiantes de la serie 100, que llevaron la asignatura de Matemática II, de la Escuela de Formación Profesional de Educación Inicial, los datos recolectados a través de la técnica de observación y prueba pedagógica. Se aplicó la prueba de análisis de varianza (ANOVA) para contrastación o prueba de hipótesis con un nivel de confianza del 95 % y nivel de significancia 5 %. Se llegó al resultado, en la enseñanza con uso de materiales concretos, el mayor porcentaje de los estudiantes tienen logros significativos en el desarrollo de competencias matemáticas. Es decir, los estudiantes expresan problemas diversos en modelos matemáticos; expresan el significado de los conceptos matemáticos de manera oral y escrita, haciendo uso de representaciones y lenguaje matemático; planifican, ejecutan estrategias heurísticas, procedimientos de cálculo, comparación y estimación, usando diversos recursos para resolver problemas; y justifican y validan conclusiones, supuestos, conjeturas e hipótesis. Por tanto, el uso pertinente de materiales didácticos concretos influyen significativamente en el desarrollo de las competencias matemáticas de los estudiantes de la serie 100 de la Escuela de Formación Profesional de Educación Inicial de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, 2015. Evidenciándose una diferencia estadísticamente significativa entre las calificaciones de la enseñanza tradicional y experimental, con un 95 % del nivel de confianza $(0,00 < 0,05)$. Palabras claves: Materiales concretos y desarrollo de las competencias matemáticas.

Gutiérrez (2015) en su tesis "Competencia matemática y mediación del aprendizaje, en estudiantes de la escuela de formación profesional de educación primaria, UNSCH – 2015", realizada tuvo como propósito determinar el grado de relación entre la competencia matemática y la mediación del aprendizaje en estudiantes de la Escuela Profesional de Educación Primaria, UNSCH – 2015, bajo la hipótesis de que existe una relación directa y significativa entre la competencia matemática y la mediación del aprendizaje en estudiantes de la Escuela de Formación Profesional de Educación Primaria, UNSCH – 2015. Con respecto a la metodología, el tipo de investigación es relacional sustantiva, de enfoque cuantitativo, nivel descriptivo relacional con diseño no experimental transeccional correlacional, sobre una población de 190 estudiantes, con una muestra de 56. Las técnicas de recolección de datos fueron la prueba pedagógica sobre competencia matemática, la observación y la encuesta referida a la mediación del aprendizaje, siendo los instrumentos: cuestionario de la prueba pedagógica, ficha de observación y el cuestionario de la encuesta. Los resultados de la investigación demuestran que, existen suficientes evidencias que indican que el nivel de competencia matemática y la mediación de aprendizaje en los estudiantes de la Escuela de Formación Profesional de Educación Primaria, UNSCH – 2015, se relacionan de manera directa significativa ($p = 0,000 < 0,05$; $Rs = 0,754$), aun cuando su poder explicativo (56,9 %) no es muy alta, es decir, las matemáticas es un medio esencial para los maestros de Educación Primaria a la hora de afrontar cuestiones y desafíos relativos a aspectos personales, profesionales, sociales y científicos de su vida, aunque no en todas las dimensiones de la mediación del aprendizaje. Palabras clave: Competencia matemática – mediación del aprendizaje.

Meza (2010) en su tesis "Estrategia metodológica activo colaborativo en el aprendizaje de matemática en estudiantes de economía, Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga – 2010", realizado con el objetivo de determinar la influencia de la aplicación de la estrategia metodológica activo-colaborativo en el aprendizaje de la matemática en estudiantes de Economía de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga. Ayacucho, 2010. Para tal propósito, se planteó un tipo de investigación aplicativo de nivel explicativo y diseño cuasiexperimental. El área de estudio constituyó la Escuela de Formación Profesional de Economía de la Facultad de Ciencias Económicas, Administrativas y Contables. La muestra estuvo constituida por 51 (100 %) estudiantes regulares de la serie 100, matriculados en la asignatura de Matemática II MA 142 del ciclo académico 2009 – II, distribuidos en dos grupos muestrales no equivalentes: experimental 30 y control 21, aplicando el cuestionario valorativo del aprendizaje colaborativo como estrategia de aprendizaje - enseñanza, la Escala de actitud hacia la matemática y la lista de cotejo. Para el contraste de hipótesis, se empleó la prueba t de diferencia de medias para grupos independientes, al 95 % de confianza.

2.2. Bases teóricas

2.2.1. Contexto de la investigación

La Escuela Profesional de Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho que imparte conocimientos sobre la matemática la física y la estadística, está ubicada en Ayacucho, según Velasco, Chávez, Rojas, y Richter (2008) Huamanga, es una ciudad diferenciada por incomparables expresiones culturales, instaurada como San Juan de la Frontera de Huamanga y distinguida asimismo como Huamanga, es una ciudad del Perú, capital de la provincia de Huamanga y del departamento de Ayacucho. Se halla ubicada en la depresión este de la Cordillera de los Andes a una altitud de 2.746 msnm y se identifica por su clima interesante, sosegado y seco, con brillo solar todo el año.

Las matemáticas en este contexto son recientes, con un mediano nivel de desarrollo, y limitado proceso didáctico por parte de los docentes, dejando de lado aspectos como las aplicaciones de las matemáticas e investigación en este campo. El objeto de este trabajo de investigación, enfatiza el aspecto didáctico de las matemáticas para la apropiada, aprehensión de los estudiantes de la Escuela Profesional de Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho.

2.2.2. Visualización animada

Es la capacidad de generar imágenes provistas de movimiento (*dinámicas*), mental o gráficamente (sobre una superficie o por computadora) con el objetivo de estudiar entes abstractos o figurativos, particularmente en el campo de la didáctica. Duval (1999, p. 15 citado en Gomez, 2017, p. 15) afirma: "La complejidad de la visualización matemática no radica en sus unidades visuales que son menos y más homogéneas que para las imágenes sino en la selección implícita de las variables visuales contrastadas dentro de la configuración de unidades que son relevantes y las que no". La variedad de softwares nos permite la animación y representación de objetos figurativos o abstractos que permiten realizar un análisis minucioso de sus propiedades. Lo cual constituye elementos básicos de estudio de la matemáticas educativas. Gomez (2017) afirma:

> *La matematización tiene un apoyo continuo en la intuición y en lo visual. Este trabajo versa sobre la visualización matemática, no solo como las matemáticas reconocidas a través de imágenes sino como clave de significado en la comprensión e inspirado en los descubrimientos matemáticos. A través de datos empíricos se reflexiona desde la educación matemática universitaria, sobre las características de visualización geométrica y sobre algunos obstáculos y oportunidades de la enseñanza de la visualización con alumnado universitario.* (p. 10)

La visualización es la representación semiótica de un objeto, una estructura tridimensional. Muestra la sinopsis de un objeto lo cual permite comprenderlo de una manera más rápida y concisa, manifestando las interrelaciones de sus elementos. La visualización proporciona una forma casi sin esfuerzo de adquirir nueva información, cuyos resultados siempre vienen con un grado de inmediatez, claridad y fuerza que hace que la visualización sea apta como un medio de descubrimiento y explicación Giaquinto (2007). Mediante este procesos la asimilación cognitiva se hace más fácil involucrando diversos factores de aprehensión en lo estudiantes.

La imágenes se procesan en distintos niveles perceptivos del individuo dependiendo, si el objeto visualizado es concreto o abstracto; el proceso abstracto siempre está relacionado con lo concreto pues ésta es evocada y transformada luego de una experiencia perceptiva es decir existe una relación de lo material a lo immaterial. La visualización espacial, como tema de investigación didáctica, evalúa los procesos y competencias necesarios para resolver situaciones donde es necesario crear una imagen mental.

- **Visualización mental.** Se procesa e nivel mental. A mucha gente le cuesta visualizar las escenas o situaciones, lo cual les complica la resolución de determinados problemas. Esta dificultad para visualizar escenas, es probable que se deba a que tiene menos desarrollada la inteligencia espacial que otras L. Sánchez, García, y Mora (2009). Esta técnica debe ir combinada de la inteligencia lógica y la espacial.

  De hecho hay situaciones que visualizando la situación es muy sencillo resolver el problema, sin embargo si empezamos a hacer cuentas nos perdemos. ¿Cuántas veces ha necesitado dibujar un problema o esquema para entenderlo? Al visualizar la situación es capaz de apreciar detalles que mediante formulación numérica o aplicar otro tipo de técnicas pasarían desapercibidos.

- **Visualización gráfica.** Esta se representa como un ente perceptible, generado por medio de varios mecanismos computacionales o mecánicos; debido a la interactividad entre la visualización mental por lo que este se procesa a este nivel L. Sánchez et al. (2009). Es encarar disponer de un sensibilidad hacia el comportamiento de las formas para poder desarrollar un representación adecuada.

  Existen varios programas que hacen posible un análisis visual, tales como: Mathlab, Geogebra, Mathematica, 3Ds max, Auto Cad, etc. Estos proveen un análisis numérico y/o visual en los primeros casos y un análisis visual decorativo o de diseño en los segundos casos. Para el objetivo de este trabajo de investigación se pone mayor interés en el caso del análisis numérico y gráfico, utilizando el programa Geogebra.

2.2.3. La teoría científica pedagógica Ontosemiótico

El presente trabajo de investigación, se fundamenta en el enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática por Juan D. Godino (Jaén, España, 26 de marzo de 1947), un matemático e investigador en Didáctica de la Matemática conocido por ser el creador de este enfoque, Coordina un grupo de investigación sobre los fundamentos teóricos y metodológicos de la investigación en didáctica de las matemáticas Godino et al. (2012).

Desde 1993 viene desarrollando un marco teórico específico conocido como Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos, en el cual colaboran diversos investigadores, principalmente Vicenç Font de la Universidad de Barcelona y Carmen Batanero.

Juan Díaz Godino introdujo un término muy novedoso *ontosemiótico* para caracterizar su teoría adoptando una perspectiva global que articula diversos modelos usadas en didáctica de la matemática. Su teoría propone.

1. un modelo epistemológico sobre las matemáticas, basado en presupuestos antropológicos socioculturales.

2. un modelo de cognición matemática, sobre bases de la semiología.

3. un modelo instruccional, sobre bases socio – constructivistas.

4. un modelo ecológico, en el que tiene lugar la sociedad de estudio y la comunicación matemática.

Godino y sus colaboradores han desarrollado un conjunto de nociones teóricas que configuran un enfoque ontológico y semiótico de la cognición e instrucción matemática, por el papel central que asignan al lenguaje, a los procesos de comunicación e interpretación y a la variedad de objetos intervinientes

1. **Los problemas epistemológico y cognitivo en didáctica de la matemática.** Problema epistemológico; ¿Qué es un objeto matemático?; o de manera equivalente, ¿Cuál es el significado de un objeto matemático (número, derivada, media, etc.) en un contexto o marco institucional determinado?

   Este problema epistemológico, esto es, referido al objeto matemático como entidad cultural o institucional, se complementa dialécticamente con el problema cognitivo asociado, o sea, el objeto como entidad personal o psicológica: Problema cognitivo: ¿Qué significa el objeto, para un sujeto en un momento y circunstancias dadas?. La problemática de fundamentación teórica de la investigación en Didáctica de las Matemáticas donde se han estudiado distintos enfoques y teorías propuestas en el área de conocimiento y disciplinas relacionadas Godino et al. (2012), llevaron a la convicción de la necesidad y utilidad de clarificar, comparar y articular las principales teorías existentes.

2. **Importancia y complejidad de las representaciones en la investigación en didáctica de las matemáticas.** Hablar de representación equivale a hablar de conocimiento, significado, comprensión, modelización, etc. Sin duda, estas nociones constituye el núcleo central, no sólo de nuestra disciplina, sino también de la epistemología, psicología y demás ciencias y tecnologías que se ocupan de la cognición humana, su naturaleza, origen y desarrollo.

3. **El problema ontológico de las representaciones y del significado.** El uso de los términos “representación” y “significación” se realiza en circunstancias en las cuales una entidad, frecuentemente de tipo lingüístico, se pone en relación con otra. Este uso se asemeja, por una parte al que se hace en matemáticas cuando se define una función entre objetos matemáticos (correspondencia). Este aspecto relacional de la representación y significación no parece nada conflictivo. El problema surge cuando nos interesamos por los tipos de objetos que se relacionan, los criterios de correspondencia y la finalidad con la que se establecen las relaciones. El conflicto surge cuando junto al lenguaje y los objetos del mundo que nos rodea se ponen en juego entidades no ostensivas que solemos designar como conceptos, nociones, ideas, abstracciones.

4. **Significación y representación en el EOS:** Se ha afrontado el problema de la significación y representación mediante la elaboración de una ontología matemática

explícita sobre presupuestos iniciales de tipo antropológico, ya que el conocimiento se considera ligado indisolublemente a la actividad en la cual el sujeto se implica y es dependiente de la institución cultural y contexto social del que forma parte.

5. **Sistemas de prácticas operativas y discursivas.** Se considera práctica matemática a toda actuación o expresión (verbal, gráfica, etc.) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas Godino et al. (2012). A la pregunta,

   ¿Qué es el objeto matemático media aritmética?, ¿qué significa o representa la expresión "media aritmética"?, se propone como respuesta, "el sistema de prácticas que realiza una persona (significado personal), o compartidas en el seno de una institución (significado institucional) para resolver un tipo de situaciones-problemas en los cuales se requiere encontrar un representante de un conjunto de datos"

   Las instituciones son concebidas como "comunidades de prácticas" e incluyen las clases y niveles escolares, grupos étnicos, etc. Las prácticas matemáticas son realizadas por las personas, bien individualmente, o de manera compartida en el seno de instituciones con el soporte y condicionamiento de un trasfondo ecológico de naturaleza material, biológica y sociocultural.

6. **Objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas.** En las prácticas matemáticas intervienen objetos ostensivos (símbolos, gráficos, etc.) y no ostensivos (que evocamos al hacer matemáticas) y que son representados en forma textual, oral, gráfica o incluso gestual. De los sistemas de prácticas matemáticas emergen nuevos objetos que provienen de las mismas y dan cuenta de su organización y estructura (tipos de problemas, acciones, definiciones, propiedades, argumentaciones).

   Los estudiantes comparten algunas prácticas como resultado de la enseñanza (usan la propiedad de que todas las subtangentes de la función exponencial son iguales a 1); pero también existen diferencias en otras prácticas (uso de representaciones gráficas o no, simbolismos diferentes, etc.).

   A partir del sistema de prácticas realizadas en la clase emergen nuevos objetos: la derivada de $f(x) = e^x$ es $f'(x) = e^x$; la justificación de esta proposición es otro objeto emergente que puede ser diferente de la prueba dada en la universidad, o incluso por diferentes estudiantes.

7. **Relaciones entre objetos (Función semiótica).** En el ejemplo hay una red de funciones semióticas representacionales; la función exponencial es designada median-

te un simbolismo gráfico y algebraico; los conceptos de tangente, subtangente, derivada, etc., son también representados por palabras y símbolos.

La representación gráfica se usa también como una herramienta para desarrollar una "demostración" de la propiedad de que todas las subtangentes son iguales a 1.

Una aproximación ontosemiótica a la representación y significación, es una mirada holística sobre las mismas, la cual permite afrontar la gran complejidad asociada al uso de estas nociones en educación matemática. Esta mirada holística ayuda a entender los fenómenos de la representación y significación como la parte visible de un "complejo iceberg" en la base del cual nos encontramos con un entramado de objetos, prácticas y ostensivos asociados, estructurados en configuraciones epistémicas y cognitivas.

El enfoque ontosemiótico, postula que la expresión y el contenido pueden ser cualquier tipo de objeto, filtrado por las restantes dualidades, lo cual proporciona mayor competencia analítica y explicativa. Además, el tipo de relación entre expresión y contenido puede ser muy variado, no sólo el representacional. Por ejemplo: "está asociado con", "es parte de", "es causa razón de", etc. La gran flexibilidad que aporta esta manera de entender la función semiótica permite no restringirnos a entender la "representación" sólo como un objeto (generalmente de tipo lingüístico).

2.2.3.1. Inteligencia visual espacial

La inteligencia espacial es una de las ocho inteligencias consideradas por Howard (1993) en su libro *Multiple Intelligences: The Theory in Practice*. Esta inteligencia posibilita manipular diversos elementos sobre el espacio y es importante en aquellas personas con aptitudes plásticas. Según Howard (1993) la inteligencia espacial es la capacidad de representar a nivel mental o gráfica sobre el color, la linea, forma, figura, espacio y su interrelación entre estos elementos que conforman una unidad; es además la capacidad que tiene el individuo de procesar la información en tres dimensiones. Los individuos con esta aptitud pueden manipular objetos, correlacionándolas, apreciando características y pensando en imágenes provistas de movimiento.

Las características de la inteligencia espacial son: Percibir el entorno, distinguiendo volúmenes, direcciones y interconexiones espaciales de los elementos que forman el entorno, Reinterpretar mentalmente elementos concretos observados con anterioridad con predisposición de una representación gráfica, reidentificar un mismo objeto en distintas circunstancias. La representación queda fijada en el individuo que es capaz de identificarla sin la la referencia de la posición espacial y temporal del objeto, preveer sucesos consecuentes de transformaciones en el espacio tridimensional imaginando la variabilidad de la estructura física de un objeto, percibir similaridad entre elementos que aparecen distintos, identificar características comunes o diferenciadas en los objetos pertenecientes al entorno del individuo.

2.2.3.2. Inteligencia visual lógica

La inteligencia lógico – matemática es una de las ocho inteligencias consideradas por Howard (1993) en su libro *Multiple Intelligences: The Theory in Practice*. Esta inteligencia promueve a la resolución de problemas matemáticos y es una característica de personas con formación científica. De acuerdo a Howard (1993) es la capacidad de manipular los números eficazmente con un razonamiento influido por un pensamiento lógico matemático y se evidencia generalmente en trabajos relacionados con conceptos abstractos o estructuras complejas de orden lógico. Los individuos que tienen un alto nivel de esta aptitud pueden realizar esquemas o estructuras complejas, tanto figurativas como abstractas, es decir estos individuos están predispuestos al razonamiento lógico estético.

Los indicadores que se consideraron en la investigación son los siguientes: Comprende conceptos lógicos, posee habilidad para el razonamiento, y busca explicaciones racionales, Aplica principios científicos, como el razonamiento inductivo, deductivo, y el pensamiento lógico, Formula y verifica hipótesis, en base a principios lógicos matemáticos, y las organiza en categorías, Reconoce relaciones de causa y efecto simple, concreto y secuenciación básica de entes abstractos, Utiliza una serie de procesos y conductas metacognitivas, facilitando el pensamiento abstracto.

2.2.4. Competencia matemática

De acuerdo a Niss (2004): “La competencia matemática significa la capacidad de entender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de contextos y situaciones intra y extra – matemáticas en las cuales la matemática desempeña o podría desempeñar un papel” (p. 5).

Desde esta posición, entendemos la competencia matemática como aquella que nos permite dar un uso funcional al conocimiento matemático en diversas situaciones desde una profunda comprensión. Los alumnos, cuando se enfrentan a problemas en contextos del mundo real, tendrán que, entre otras cosas, activar las competencias matemáticas pertinentes para resolver el problema. Para ello necesitan disponer de una cultura matemática que les permita analizar, razonar y comunicar efectivamente, al plantear, resolver e interpretar problemas de naturaleza matemática en una variedad de situaciones, que involucran conceptos cuantitativos, espaciales, probabilísticos u otros conocimientos matemáticos.

De otro lado la competencia matemática es la capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos. Incluye razonar matemáticamente y utilizar conceptos, procedimientos, herramientas y hechos matemáticos para describir, explicar y predecir fenómenos. Esto ayuda a las personas a reconocer la presencia de las matemáticas en el mundo y a emitir juicios y decisiones bien fundamentados que necesitan los ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos. Según Romero y Gómez (2014).

> *Así, en su relación con el mundo real, los ciudadanos se enfrentan regularmente a situaciones matemáticas cuando compran, viajan, se alimentan, pagan sus impuestos, gestionan sus finanzas personales, organizan su tiempo y sus entornos vitales, juzgan cuestiones políticas, y muchas otras, en las que usan el razonamiento cuantitativo, relacional o espacial. En estas y en muchas otras ocasiones tienen que mostrar su competencia matemática para clarificar, formular y resolver problemas ya que, en todos estos casos, abordan y resuelven cuestiones mediante herramientas matemáticas. La competencia en matemáticas se considera parte principal de la preparación educativa puesto que ideas y conceptos matemáticos son herramientas para actuar sobre la realidad. Por ello, la evaluación en matemáticas se centra sobre esta competencia general como finalidad esencial del programa PISA.* (p. 4)

Las competencias o procesos generales elegidos por el proyecto PISA descritos en Romero y Gómez (2014), son:

1. **Pensar y razonar.** Esta competencia incluye (a) plantear cuestiones propias de las matemáticas (¿Cuántos hay? ¿Cómo encontrarlo? Si es así, ¿entonces?); (b) conocer los tipos de respuestas que ofrecen las matemáticas a las cuestiones anteriores; (c) distinguir entre diferentes tipos de enunciados (definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis, ejemplos, afirmaciones condicionadas); y (d) entender y utilizar los conceptos matemáticos en su extensión y sus límites.

2. **Argumentar.** Esta competencia incluye (a) conocer lo que son las pruebas matemáticas y cómo se diferencian de otros tipos de razonamiento matemático; (b) seguir y valorar cadenas de argumentos matemáticos de diferentes tipos; (c) disponer de sentido para la heurística (¿Qué puede o no ocurrir y por qué?); y (d) crear y expresar argumentos matemáticos.

3. **Comunicar.** Esta competencia incluye (a) expresarse uno mismo en una variedad de vías, sobre temas de contenido matemático, de forma oral y también escrita; y (b) entender enunciados sobre estas materias de otras personas en forma oral y escrita.

4. **Modelar.** Esta competencia incluye las siguientes competencias de PISA (a) estructurar el campo o situación que va a modelarse; (b) traducir la realidad a una

estructura matemática; (c) interpretar los modelos matemáticos en términos reales: trabajar con un modelo matemático; (d) reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados; (e) comunicar acerca de un modelo y de sus resultados (incluyendo sus limitaciones); y (f) dirigir y controlar el proceso de modelización.

5. **Plantear y resolver problemas.** Esta competencia se compone de los siguientes indicadores (a) plantear, formular y definir diferentes tipos de problemas matemáticos (puros, aplicados, de respuesta abierta, cerrados); y (b) resolver diferentes tipos de problemas matemáticos mediante una diversidad de vías.

6. **Representar.** Esta competencia se compone de los siguientes indicadores (a) decodificar, interpretar y distinguir entre diferentes tipos de representación de objetos matemáticos y situaciones, así como las interrelaciones entre las distintas representaciones; y (b) escoger y relacionar diferentes formas de representación de acuerdo con la situación y el propósito del estudio.

7. **Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones.** Esta competencia incluye (a) decodificar e interpretar el lenguaje simbólico y formal y entender sus relaciones con el lenguaje natural; (b) traducir desde el lenguaje natural al simbólico y formal; (c) manejar enunciados y expresiones que contengan símbolos y fórmulas; y (d) utilizar variables, resolver ecuaciones y comprender los cálculos.

8. **Uso de herramientas y recursos.** Esta competencia incluye utilizar los recursos y herramientas familiares en contextos, modos y situaciones que son distintos del uso con el que fueron presentados.

Se eligieron algunas competencias basadas en PISA (Programme for International Student Assessment) en el presente trabajo de investigación, para la elaboración de los indicadores de la variable dependiente desarrollo de competencias matemáticas, estas porque de acuerdo a Zabala (2008) están interrelacionadas según el siguiente criterio simbolización matemática (utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico); modelación matemática (representar y planteamiento); pensamiento crítico (pensar, razonar y argumentar) y creatividad matemática (comunicar y uso de herramientas). Por lo tanto las ocho competencias se resumen en solo cuatro en este caso. Por lo tanto las ocho competencias se resumen en solo cuatro en este caso. Por lo tanto las ocho competencias se resumen en solo cuatro competencias.

2.2.4.1. Simbolización matemática

La ciencia es muy útil, importante y hermosa, pero su apreciación exige el conocimiento del lenguaje de las matemáticas y su simbolización. Al igual que la notación musical, la notación matemática actual tiene una sintaxis estricta basada en la lógica y codifica la información de manera única. De acuerdo a L. Sánchez et al. (2009), la mayor parte de la matemática que se utiliza hoy en día no se generó hasta el siglo XVIII. Antes de eso, las matemáticas eran escritas con palabras, un proceso exhaustivo que limitaba el progreso matemático; en el siglo XVIII, Euler, fue responsable de muchas de las notaciones empleadas en la actualidad. La notación moderna hace que las matemáticas sean mucho más fácil para los profesionales, pero para los principiantes resulta complicada. La notación abstrae las matemáticas al máximo, resultando que algunos casos algunos símbolos contengan una mayor cantidad de información.

El lenguaje matemático posee mayor rigurosidad en comparación al lenguaje cotidiano lo cual es casi imprecisa y ambigua. Esta exigencia es debido a inmutabilidad de las notaciones en la demostraciones matemáticas. El lenguaje matemático y su reconocimiento por los principates es tediosa debido a su variabilidad, contextualizacion, inflexibilidad, y el uso de palabras técnicas, los cuales deben ser contextualizadas. De acuerdo a O'Halloran (2005):

> *La visión de las matemáticas como multisemiótica tiene implicaciones sobre las formas en que se entienden el lenguaje matemático y científico. Tradicionalmente, la naturaleza del lenguaje científico se ha visto de manera aislada más que como un recurso semiótico que se ha configurado a través del uso del simbolismo matemático y la visualización. El lenguaje científico se desarrolló de cierta manera como una respuesta a las funciones que se cumplieron simbólica y visualmente. En una escala más global, todo nuestro repertorio lingüístico ha sido formado por el uso de otros recursos semióticos, con el resultado de que muchas de nuestras construcciones lingüísticas contemporáneas son de naturaleza metafórica.* (p. 14)

La lógica estudia la forma del razonamiento, es una disciplina que por medio de reglas y técnicas determina si un argumento es válido. La lógica es ampliamente aplicada en la filosofía, matemáticas, computación, física. En general la lógica se aplica en la tarea diarias. La lógica al ser un lenguaje científico aspirará a los ideales de economía, precisión, claridad, univocidad, rigor e impersonalidad propios de la ciencia. L. Sánchez et al. (2009) refieren que:

> *No obstante, en este escrito se ha decidido modificar la nominación de esta etapa llamándola Simbolizar, ya que en la investigación a la cual alude esta memoria se encontró que dadas las condiciones de los estudiantes (jóvenes con alto rendimiento en matemáticas, actitudes positivas hacia ellas e identificados como talentosos) para ellos resulta natural y además necesario, el empleo de símbolos matemáticos, no se muestran satisfechos con un resultado hasta que no lo expresan en forma*

simbólica. (p. 215)

1. **Proposiciones simples, conectores y el adverbio *no*.** Se explicita su forma lógica empleando las conjunciones gramaticales y el adverbio 'no' en sustitución de expresiones equivalentes. Podemos empezar determinando las proposiciones simples, y los nexos y/o negaciones.

2. **Proposiciones compuestas, jerarquización y formalización.** Se halla su fórmula reemplazando cada proposición atómica por una variable proposicional, las conjunciones gramaticales por sus operadores lógicos correspondientes y el adverbio *no* por el operador negativo.

3. **Leyes del álgebra de proposiciones.** Existen abundantes equivalencias lógicas. Sin embargo, todas estas pueden deducirse a partir de unas pocas equivalencias fundamentales, llamadas comúnmente leyes del álgebra de proposiciones, que generan una estructura simbólica que incluye variables y parámetros.

   Equivalencias Lógicas que nos permiten reducir esquemas moleculares complejos y expresarlos en forma más sencilla. También son llamadas leyes lógicas, y representan formas proposicionales en la que si se sustituyen sus variables por los enunciados correspondiente el resultado será una proposición lógicamente verdadera. Con fundamento en el contenido de la definición de ley lógica se evidencia la relación de está con las tautologías: toda tautología es una ley lógica. A continuación se muestran las leyes lógicas fundamentales:

4. **Fórmula bien formada.** En lógica matemática, una fórmula bien formada, también llamada expresión bien formada, es una cadena de caracteres o palabra generada según una gramática formal a partir de un alfabeto dado. Un lenguaje formal se define como el conjunto de todas sus fórmulas bien formadas. En la Teoría de la demostración, las demostraciones son secuencias de fórmulas bien formadas, donde la última fórmula de la secuencia es aquello que se demuestra. Esta fórmula final se llama teorema cuando juega un papel importante, o lema cuando juega un papel accesorio en la demostración de un teorema.

Se consideran estas formas de simbolización de acuerdo a Venero (2006).

2.2.4.2. Modelación Matemática

De acuerdo a Ribas et al. (2006) en las ciencias aplicadas y aspectos tecnológicos, un modelo matemático es una variedad de un modelo científico que emplea formulas matemáticas interrelacionando variables; con el objetivo de estudiar comportamientos de sistemas complejos, las cuales son difíciles de observar en la realidad expresando relaciones, proposiciones sustantivas de hechos, variables, parámetros, entidades y relaciones entre variables. Rodríguez y Steegmann (2016) afirman:

> *Un modelo matemático es una descripción, en lenguaje matemático, de un objeto que existe en un universo no matemático. Estamos familiarizados con las previsiones del tiempo, las cuales se basan en un modelo matemático meteorológico; así como con los pronósticos económicos, basados éstos en un modelo matemático referente a economía. [...] En términos generales, en todo modelo matemático se puede determinar 3 fases: Construcción del modelo (transformación del objeto no-matemático en lenguaje matemático). Análisis del modelo (estudio del modelo matemático). Interpretación del análisis matemático (Aplicación de los resultados del estudio matemático al objeto inicial no-matemático).* (p. 2)

Los beneficios de un modelo dependerán de la situación a ser modelada y del problema planteado. Diferentes modelos de una misma situación producirán diferentes simplificaciones de la realidad y, en consecuencia, generan diferentes resultados. Haberman (2004) afirma: "Sin embargo, cuando la teoría y el experimento coinciden cuantitativamente, entonces podemos estar más seguros de la validez de la teoría. De esta manera, las matemáticas se convierten en una parte integral del método científico" (p. 215).

También, un mismo modelo puede servir para distintas situaciones. Por ejemplo, la función $f(t) = Ke^{rt}$ puede modelar tanto el crecimiento durante el tiempo t de una población que posea inicialmente K individuos con una tasa instantánea relativa de crecimiento r; así como puede modelar la capitalización continua de una suma de dinero K colocada al r % durante el tiempo t, para lo cual basta reinterpretar las constantes y variables de acuerdo al contexto específico. Ribas et al. (2006) mencionan algunos *principios generales y condiciones* que deben cumplir dichos modelos.

- **Equivalencia.** Que es la correspondencia del modelo al evento real que lo interpreta de manera optima.
- **Objetividad.** Correspondencia de las conclusiones científicas a las condiciones reales.
- **Simplicidad.** Los modelos matemáticos no deben estar saturados de elementos secundarios.
- **Sensibilidad.** La competencia del modelo de responder a la variación de los parámetros iniciales.
- **Estabilidad.** Cada perturbación pequeña de los parámetros iniciales le corresponde una alteración pequeña en la solución del problema.

- **Universalidad.** Cualidad que se aplica a aquello que es válido para todos, es decir que es de carácter universal sin excepción alguna.

En muchos casos la construcción o creación de modelos matemáticos útiles, sigue una serie de *fases* bien determinadas:

1. **Identificación de un problema.** O situación compleja que necesita ser simulada, optimizada o controlada y por tanto requeriría un modelo matemático predictivo y aplicativo en el contexto.

2. **Elección del tipo de modelo.** Esto requiere precisar qué tipo de respuesta pretende obtenerse, cuales son los datos de entrada o factores relevantes, y para qué pretende usarse el modelo. Esta elección de acuerdo Camacho Machín et al. (2009), debe ser suficientemente simple como para permitir un tratamiento matemático asequible con los recursos disponibles. Esta fase requiere además identificar el mayor número de datos fidedignos, rotular y clasificar las incógnitas (variables independientes y dependientes) y establecer consideraciones físicas, químicas, geométricas, etc. que representen adecuadamente el fenómeno en estudio.

3. **Formalización del modelo.** En la que se detallarán qué forma tienen los datos de entrada, qué tipo de herramienta matemática se usará, como se adaptan a la información previa existente. También podría incluir la confección de algoritmos, ensamblaje de archivos informáticos, etc. En esta fase posiblemente se introduzcan también simplificaciones suficientes para que el problema matemático de modelización sea tratable computacionalmente.

4. **Comparación de resultados.** Los resultados obtenidos como predicciones necesitan ser comparados con los hechos observados para ver si el modelo está prediciendo bien.

Es importante mencionar que la inmensa mayoría de los modelos matemáticos no son exactos y tienen un alto grado de idealización y simplificación, ya que una modelización muy exacta puede ser más complicada de tratar que una simplificación conveniente, y por lo tanto resulta menos útil. También es importante recordar que el mecanismo con el que se desarrolla un modelo matemático repercute en el desarrollo de otras técnicas de conocimientos enfocadas al área socio cultural.

2.2.4.3. Pensamiento crítico

Stella (2005) refiere que el pensamiento crítico es un proceso que se propone analizar, entender o evaluar la manera en la que se organizan los conocimientos que pretenden interpretar y representar el mundo, en particular las opiniones o afirmaciones que en la vida cotidiana suelen aceptarse como verdaderas. Es importante procesar la información de esta manera para estructurar el conocimiento de una manera más solido que genere otros a base de estos.

El Pensamiento Crítico se apoya en la formulación de lo que se llama criterios de verdad. Un criterio de verdad es aquella característica o procedimiento por el cual podemos distinguir la verdad de la falsedad y estar seguros del valor de un enunciado Poveda (2010). El criterio implica el requisito o requisitos que podemos utilizar para la valoración de una declaración. De acuerdo a Stella (2005):

> *Se define, desde un punto de vista práctico, como el proceso mediante el cual se usa el conocimiento y la inteligencia para llegar de forma efectiva, a la postura más razonable y justificada sobre un tema.*
>
> *El desarrollo del pensamiento crítico, estrechamente ligado a la expansión de conocimiento, requiere de los siguientes tres factores:*
>
> - *Entornos para practicar el conocimiento crítico (en sus dos tipos, conocimiento en sí y conocimiento como instrumento para contribuir a la mejora de la vida).*
> - *Tendencia a los pensamientos críticos.*
> - *Acceso a contenidos críticos.*
>
> *Ser capaz de utilizar un pensamiento crítico significa que no se acepte la opinión de la sociedad, teniendo así ideas individuales, se conocen los argumentos a favor y en contra y se toma una decisión propia respecto a lo que se considere verdadero o falso, aceptable o inaceptable, deseable o indeseable.*
>
> *Este pensamiento también es un pensamiento objetivo, basado en el compromiso de las propias ideas según su entorno como creencias individuales. Lo crítico enfrenta y evalúa los prejuicios sociales constantemente.* (p. 215)

El pensamiento crítico es una habilidad que todo ser humano debe desarrollar ya que tiene cualidades muy específicas y que nos ayudan a resolver problemas de una mejor manera, nos hace más analíticos, nos ayuda a saber clasificar la información en viable y no viable, nos hace más curiosos, querer saber e investigar más acerca de temas de interés. Poveda (2010) dice que cuando se desarrollan este tipo de habilidades, también se desarrollan muchas otras competencias del cerebro como la creatividad, la intuición, la razón y la lógica, entre otras. Pensar de esta manera involucra dominar muchos aspectos como los mencionados; es decir independientes de contextos y incertidumbres manteniéndose relacionado con el fenómeno proceso que se propone analizar, con el objetivo de entender o evaluar la manera en cual se organizan los conocimientos que pretenden interpretar y representar el mundo.

> *Derivado de las especificidades analíticas de esta forma de pensamiento, se ha desarrollado una perspectiva que tiende a inhibir el uso y sentido de la crítica porque se considera puede contravenir el orden que guarda la sociedad. Entre los pasos a seguir, los especialistas señalan que hay adoptar la actitud de un pensador crítico; reconocer y evitar los prejuicios cognitivos; identificar y caracterizar argumentos; evaluar las fuentes de información; y, finalmente, evaluar los argumentos.* Gomez (2017, p. 15)

1. **Interpretación.** Se debe comprender y expresar o concebir la realidad de un modo personal, destacando lo más importante como, datos, juicios, eventos, expresiones, etc. expresar o concebir la realidad de un modo personal.

2. **Análisis.** Se refiere a reconocer las intenciones reales o ficticias de conceptos, ideas, descripciones. También se debe reconocer las ideas subliminales o propósitos ocultos de algún texto, argumento, noticia, etc.

3. **Razonamiento lógico – crítico.** La mayor parte de las actividades cotidianas ordinarias son efectuadas sin reflexiones. El pensamiento reflexivo consiste esencialmente en el intento de resolver un problema. En el pensamiento reflexivo nuestras ideas están dirigidas hacia un objetivo; la solución del problema que nos puso a pensar. El pensar es un proceso mental en el que pasamos de un pensamiento a otro. Un pensamiento es un elemento que requiere frase completa para su expresión plena Orlando (2012). Cuando un pensamiento está conectado de forma consciente con otro con el fin de crear la conclusión hacia la cual está dirigido, se habla de razonamiento que consiste en establecer relaciones entre ideas o conceptos y obtener conclusiones o formar juicios las que son conectadas con el objetivo de extraer conclusiones.

    a) Si alguien tiene una conclusión que está amenazada por algún inconveniente, hecho que es incapaz de ser explicado, es mejor que abandone su conclusión y encontrar otra que sea capaz de explicar el nuevo hecho, esta podría ser la manera correcta de proceder.

    b) El Razonamiento lógico-crítico también consiste en clasificar cada caso particular de algo dado como un ejemplo de uno de dos extremos cuando en realidad existe una amplia gama de probabilidades intermedias.

c) Frecuentemente los argumentos están hechos para despertar emociones en el lector o en el que escucha, así se trata de convencerlo en lugar de hacerlo con conclusiones basadas en buenas razones.

4. **Evaluación.** Se valora la credibilidad del autor, orador, o medio de comunicación y se comparan fortalezas y debilidades de las fuentes, armándose de evidencias para determinar el grado de credibilidad que posee.

5. **Inferencias.** Es identificar los puntos importantes, destacarlos, evaluarlos, desmenuzarlos y a partir de eso, llegar a conclusiones razonables.

6. **Explicación.** Esta habilidad hará la información clara, concisa, reflexiva y coherente. Es la forma en que el razonamiento se presenta como argumento.

7. **Metacognición.** También llamada auto regulación. Es la habilidad del conocimiento que permite que los buenos pensadores críticos se examinen y se hagan una autocorrección.

2.2.4.4. Creatividad matemática

De acuerdo a Callejo (2003), la creatividad matemática es el proceso de presentar un problema a la mente con claridad (ya sea imaginándolo, visualizándolo, suponiéndolo, meditando, contemplando, etc.) y luego originar o inventar una idea, concepto, noción o esquema según líneas nuevas o no convencionales. Supone estudio y reflexión más que acción.

Cuando una persona va más allá del análisis de un problema e intenta poner en práctica una solución se produce un cambio. Esto se llama creatividad; ver un problema, tener una idea, hacer algo sobre ella, tener resultados positivos. Los docentes tienen que fomentar un proceso que incluya oportunidades para el uso de la imaginación, experimentación y acción. Reconociendo los pilares estructurales de la matemática tales como la definición, el teorema y la demostración matemática, con el objetivo de generar una diversidad de posibilidades en la asimilación e interpretación de resultados matemáticos.

Newman (2007) refiere que la creatividad es el proceso de presentar un problema a la mente con claridad (ya sea imaginándolo, visualizándolo, suponiéndolo, meditando, contemplando, etc.) y luego originar o inventar una idea, concepto, noción o esquema según líneas nuevas o no convencionales. Supone estudio y reflexión más que acción. es la capacidad de ver nuevas posibilidades y hacer algo al respecto. Cuando se va más allá del análisis de un problema e intenta poner en práctica una solución se produce un cambio. Esto se llama creatividad ver un problema, tener una idea, hacer algo sobre ella, tener resultados positivos

Entonces diremos que después de razonar y abstraer, podemos dar el paso a la creatividad o las soluciones las infinitas soluciones, a cualquier problema. Por lo tanto está latente en los seres humanos en mayor o menor grado, se puede entrenar para desarrollarla, y es importante la inventiva emocional y cuando se trata de crear lo emocional y no racional es tan importante como lo intelectual y lo racional.

> *Primero, las ideas creativas deben representar algo diferente, nuevo o innovador. En segundo lugar, las ideas creativas son de alta calidad. En tercer lugar, las ideas creativas también deben ser apropiadas para la tarea en cuestión o para una redefinición de esa tarea. Por lo tanto, una respuesta creativa es novedosa, buena y relevante.* Kaufman y Sternberg (2010, p. 17)

Los procesos mentales y la medición de la creatividad El primer intento sistemático para definir los procesos mentales asociados con la creatividad fue propuesto por Guilford (1968) quien estableció que la creatividad puede organizase en categorías que se distinguen por rasgos asociados con la producción de una persona en un momento dado, asumiendo que no había sido producido o llevado a cabo antes por ese mismo individuo. La creatividad se puede descomponer en los siguientes indicadores propuesot por Guilford (1968):

1. **Flexibilidad.** Implica una capacidad básica de adaptación en contraposición a un estilo rígido, y esta referida al manejo de variadas categorías de respuestas frente a una situación. Además de entregar respuestas validas estas poseen el sello de variedad.

2. **Originalidad.** Es la cualidad de las obras creadas o inventadas que las hace ser nuevas o novedosas, y que las distingue de las copias, las falsificaciones, los plagios o las obras derivadas. Una obra original ni deriva de otras obras ni es una copia realizada sobre otra, que sería su origen. Proveer respuestas inusitadas en lugar de respuestas o reacciones típicas o promedio.

3. **Pensamiento divergente.** El pensamiento divergente es un proceso de pensamiento de generar ideas creativas mediante la exploración de muchas posibles soluciones. El pensamiento lógico no sirve en lo absoluto ni existe esa palabra. Por contraste, el pensamiento divergente típicamente ocurre de forma espontánea, de modo fluido, tal que muchas ideas son generadas en una pequeña cantidad de tiempo y estas conexiones inesperadas son dibujadas en nuestra mente Hervas (2017). Después de que los procesos de pensamiento divergente han sido completados, las ideas e información son organizadas y estructuradas usando pensamiento convergente.

4. **Síntesis.** Lo opuesto a la abstracción, es la capacidad de combinar varios com-

ponentes para llegar a un todo creativo. Es decir, es un proceso que partiendo del análisis de los elementos de un problema es capaz de crear nuevas definiciones concluyentes de la realidad del asunto estudiado. El análisis detalla, describe, mientras la síntesis concluye con explicaciones creativas del funcionamiento de un sistema o un problema Palacios (2005). Esto es debido a que la síntesis origina la redefinición al establecer nuevas relaciones entre las partes de un sistema, sea cual sea el ámbito de actuación (social, político, laboral y comunicativo).

2.2.4.5. Enfoque centrado en resolución de problemas

De acuerdo a A. Sánchez (2002) el enfoque de resolución de problemas esta basado en motivar formas de enseñanza – aprendizaje que generan resultados a situaciones problemáticas contextuales, recurriendo a tareas de progresiva demanda cognitiva y pertinentes a sus características socio cultural que movilicen recursos y saberes pertinentes. Las fases para la resolución de un problema son: Comprensión del problema, diseño o adaptación de una estrategia, ejecución de una estrategia y reflexión. Las situaciones problemáticas deben plantearse en un contexto real o científico.

> *El verdadero problema es aquel que pone al alumno en una situación nueva, ante la cual no dispone de procedimiento inmediato para su resolución. Por ende, un problema se define en cuanto a su relación con el sujeto que lo enfrenta y no en cuanto a sus propiedades intrínsecas. Un problema puede ser un ejercicio para un alumno de un curso superior y de hecho un enunciado que fue un problema para un alumno deja de serlo una vez que lo resuelve.* Isoda y Olfos (2009, p. 99)

En los cursos de matemáticas se ha venido encontrando un desfase entre el manejo algorítmico y el conceptual aplicado a la solución de problemas de situaciones reales, por tal motivo, se hace necesario diseñar estrategias didácticas que permitan cerrar esta brecha y así mejorar el desempeño del estudiante y futuro profesional. Coronel y Curotto (2008) afirman: “hablar de problemas implica considerar aquellas situaciones que demandan reflexión, búsqueda, investigación y donde para responder hay que pensar en las soluciones y definir una estrategia de resolución que no conduce, precisamente, a una respuesta rápida e inmediata” (p. 464). Caracterizada por la ayuda del profesor en la construcción de una comprensión profunda de las ideas y procesos matemáticos involucrándo a los estudiantes en crear, conjeturar, explorar, probar, y verificar.

2.3. Definiciones de términos básicos

Animación La animación es el proceso que logra dar movimiento a dibujos u objetos inanimados por lo general. Esto es posible gracias a una secuencia de dibujos o fotografías que al estar ordenadas consecutivamente logran generar un movimiento creíble ante nuestros ojos, los cuales se prestan al juego de la ilusión visual.

Capacidad Circunstancia o conjunto de condiciones, cualidades o aptitudes, especialmente intelectuales, que permiten el desarrollo de algo, el cumplimiento de una función, el desempeño de un cargo, etc.

Ciencia Conjunto de conocimientos objetivos y verificables sobre una materia determinada que son obtenidos mediante la observación y la experimentación, la explicación de sus principios y causas y la formulación y verificación de hipótesis y se caracteriza, además, por la utilización de una metodología adecuada para el objeto de estudio y la sistematización de los conocimientos.

Científico Persona que participa y realiza una actividad sistemática para adquirir nuevos conocimientos en el campo de las ciencias naturales, es decir, que realiza la investigación científica. En un sentido más restringido, un científico es un individuo que utiliza el método científico.

Competencias Las competencias didácticas son las competencias humanas que constan de diferentes conocimientos, habilidades, pensamientos, carácter y valores de manera integral en las distintas interacciones que tienen las personas para la vida en los ámbitos personal, social y laboral.

Competencias matemáticas La competencia matemática consiste en la habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral.

Creatividad La creatividad es la capacidad de generar nuevas ideas o conceptos, de nuevas asociaciones entre ideas y conceptos conocidos, que habitualmente producen soluciones originales. La creatividad es sinónimo del pensamiento original, la imaginación constructiva, el pensamiento divergente o el pensamiento creativo.

Estadística Es una rama de las matemáticas y una herramienta que estudia usos y análisis provenientes de una muestra representativa de datos, que busca explicar las correlaciones y dependencias de un fenómeno físico o natural, de ocurrencia en forma aleatoria o condicional.

Estadística descriptiva Conjunto de métodos que implican la recolección, presentación y caracterización de un conjunto de datos a fin de describir en forma apropiada las diversas características de estas.

Estadística inferencial Conjunto de métodos o técnicas que posibilitar la generación o toma de decisiones en base a una información parcial obtenida mediante técnicas descriptivas.

Física Ciencia que estudia las propiedades de la materia y de la energía y establece las leyes que explican los fenómenos naturales, excluyendo los que modifican la estructura molecular de los cuerpos.

Inteligencia Facultad de la mente que permite aprender, entender, razonar, tomar decisiones y formarse una idea determinada de la realidad.

Inteligencia espacial Capacidad que tiene el individuo frente a aspectos como color, línea, forma, figura, espacio, y la relación que existe entre ellos. Es además, la capacidad que tiene una persona para procesar información en tres dimensiones.

Inteligencia lógica Capacidad de razonamiento formal para resolver problemas relacionados con los números y las relaciones que se pueden establecer entre ellos, así como para pensar siguiendo las reglas de la lógica.

Lógica Conjunto de conocimientos que tienen por objeto la enunciación de las leyes que rigen los procesos del pensamiento humano; así como de los métodos que han de aplicarse al razonamiento y la reflexión para lograr un sistema de raciocinio que conduzca a resultados que puedan considerarse como certeros o verdaderos.

Matemática Es una ciencia formal que, partiendo de axiomas y siguiendo el razonamiento lógico, estudia las propiedades y relaciones entre entidades abstractas como números, figuras geométricas o símbolos.

Modelo matemático Intento de describir alguna parte del mundo real en términos matemáticos.

Pensamiento crítico Proceso que se propone analizar, entender o evaluar la manera en cual se organizan los conocimientos que pretenden interpretar y representar el mundo, en particular las opiniónes o afirmaciones que en la vida cotidiana suelen aceptarse como verdaderas.

Razonamiento Operación lógica mediante la cual, partiendo de uno o más juicios, se deriva la validez, la posibilidad o la falsedad de otro juicio distinto.

Simbolización La simbolización es el hecho de representar cualquier cosa con ayuda de un símbolo. Por extensión, la simbolización también es la capacidad que tiene un individuo para representar las cosas. Desde el punto de vista psicoanalítico, la simbolización permite expresarse de forma no verbal.

Visualización Visualización es el acto y la consecuencia de visualizar. Este verbo, por su parte, refiere a desarrollar mentalmente la imagen de algo abstracto, a otorgar características visibles a aquello que no se ve. La visualización científica es la transformación de datos científicos y abstractos en imágenes.

Visualización animada La visualización animada es cualquier técnica para crear imágenes, diagramas dotadas de movimientos o transformaciones para comunicar un mensaje. En el aspecto científico es la transformación de datos científicos y abstractos en imágenes. La visualización a través de imágenes visuales ha sido una forma efectiva de comunicar ideas abstractas y concretas desde los albores de la humanidad.

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

3.1. Sistema de hipótesis

3.1.1. Hipótesis principal

La aplicación de la visualización animada influye significativamente, en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes de la EP, Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho – 2018.

3.1.2. Hipótesis específicas

- La aplicación de la visualización animada, mejora significativamente la simbolización matemática en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.
- La aplicación de la visualización animada, mejora significativamente la modelación matemática en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.
- La aplicación de la visualización animada, desarrolla considerablemente el pensamiento crítico en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.
- La aplicación de la visualización animada, incrementa considerablemente la creatividad matemática en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.

3.2. Sistema de variables

1. **Variable Independiente** (Visualización animada)
2. **Variable Dependiente** (Desarrollo de competencias matemáticas)

3.3. Operacionalización de variables

3.3.0.1. Definición conceptual de variables

- **Variable Independiente (Visualización animada).** De acuerdo a Hitt (1998) es la capacidad de generar imágenes dinámicas, mental o gráficamente (sobre una superficie o una computadora) con el objetivo de estudiar un objeto matemático, lo cual es plausible dividirlo en dos dimensiones inteligencia espacial y inteligencia lógica. Las herramientas desarrolladas para este fin son guías visuales animadas, con el fin de comprender fenómenos matemáticos.

- **Variable Dependiente (Desarrollo de competencias matemáticas).** De acuerdo a Quiroga, Coronado, y Quintana (2011) es el incremento de factores que identifican la eficacia del procesamiento mental matemático en un entorno social determinado, las que deben seguir una secuencia de pasos tales como la simbolización matemática, la modelación matemática, el pensamiento crítico y la creatividad matemática.

3.3.0.2. Operacionalización de variables

Visualización animada

Para analizar las características del proceso de aplicación de la visualización animada, se establecieron como dimensiones la inteligencia espacial y la inteligencia lógica, que cuentan con un total de 10 indicadores, que permitieron determinar el objetivo general esperado, por lo que se aplicaron módulos de clases, talleres, exposición y discusión para mejorar el desarrollo de competencias matemáticas. Refiérase a la Tabla 1.

Tabla 1

Definición operacional de la variable independiente

VI	D	Indicadores	Escala	Valores
Visualización animada	Inteligencia espacial	Percibe la realidad, apreciando tamaños, direcciones y relaciones espaciales de objetos abstractos lógicos	Cualitativa ordinal	Siempre (3) Casi siempre (2) Casi nunca (1) Nunca (0)
		Reproduce mental y gráficamente objetos matemáticos que se han observado con anterioridad		
		Identifica y fija la imagen, independientemente del lugar, posición o situación en que el objeto se encuentre		
		Imagina y prevé cómo puede variar un objeto que sufre algún tipo de cambio en función de alguna variable		
		Describe similitudes entre objetos distintos, e identifica aspectos comunes o diferencias en los objetos		
	Inteligencia lógica	Comprende conceptos lógicos, posee habilidad para el razonamiento, y busca explicaciones racionales		
		Aplica principios científicos, como el razonamiento inductivo, deductivo, y el pensamiento lógico		
		Formula y verifica hipótesis, en base a principios lógicos matemáticos, y las organiza en categorías		
		Reconoce relaciones de causa y efecto simple, concreto y secuenciación básica de entes abstractos		
		Utiliza una serie de procesos y conductas metacognitivas, facilitando el pensamiento abstracto		

Tabla 2

Definición operacional de la variable dependiente

VD	D	Indicadores	Escala	Valores
Desarrollo de competencias matemáticas	Simbolización matemática	Decodifica el lenguaje simbólico y relaciona con el lenguaje natural	Cuantitativa continua	Valoración cuantitaitva de 0 a 20 Categorias: Excelente $]15, 20]$, bueno $]10, 15]$, regular $]05, 10]$, y malo $[00, 05]$
		Traduce sucesos desde el lenguaje natural al simbólico y formal – lógico		
		Maneja enunciados y expresiones que contengan símbolos y fórmulas		
		Utiliza variables, resuelve ecuaciones y comprende los cálculos		
	Modelación matemática	Identifica y estructura el campo o situación que va a modelarse		
		Modela y traduce la realidad a una estructura matemática		
		Formaliza e interpreta los modelos matemáticos en términos reales		
		Reflexiona, analiza y ofrece la crítica de un modelo y sus resultados		
	Pensamiento crítico	Interpreta y distingue diferentes tipos de enunciados y proposiciones		
		Entiende y utiliza conceptos matemáticos en su extensión y límites		
		Conoce las pruebas matemáticas y diferencia tipos de razonamiento		
		Sigue y valora cadenas de argumentos matemáticos de diferentes tipos		
	Creatividad matemática	Adapta lo no convencional, referida al manejo de categorías de respuesta		
		Emite respuestas válidas, novedosas e inesperadas, que impresionen		
		Produce alternativas de solución, y posee la capacidad de menera única		
		Combina componentes para llegar a un todo creativo, generando nuevos conceptos		

Desarrollo de competencias matemáticas

Con el objetivo de incrementar el desarrollo de competencias matemáticas, éste se estructuró de acuerdo a los siguientes indicadores como la simbolización matemática, la modelación matemática, el pensamiento crítico y la creatividad matemática, las cuales constan de cuatro indicadores respectivamente. Se recogió los datos usando la ficha de observación, la prueba escrita y la ficha de opinión. refiérase a la Tabla 2.

3.4. Aspecto metodológico

3.4.1. Enfoque de la investigación

El presente trabajo de investigación se fundamentó en el enfoque cuantitativo, porque, utilizó la recolección de datos numéricos para probar las hipótesis con base en la medición numérica y el análisis estadístico descriptivo e inferencial, con el fin establecer pautas de comportamiento y probar teorías.

De acuerdo a Torres (2006) la orientación cuantitativa se fundamenta en el cálculo de características de los fenómenos sociales, lo cual presupone derivar de un cuadro conceptual adecuado al problema examinado, generando una cadena de proposiciones que enuncien relaciones entre si, las variables experimentadas, de forma justificada. Este procedimiento tiende a extender y sistematizar resultados. Según Sampieri et al. (2006).

> *La orientación cuantitativa se constituye, de un conjunto de términos que es secuencial y demostrativo. Cada fase antecede a la subsiguiente y no es posible omitir o evitar sucesos. La disposición es inflexible. Parte de una idea que va delimitándose y, una vez definida, se proceden a generar objetivos y cuestiones de exploración, se revisa la bibliografía y se elabora un marco o una configuración teórica. De las cuestiones se forman hipótesis y establecen variables; se bosqueja un procedimiento para experimentar la cual se conoce como diseño, se calculan las variables en un determinado contexto; se exploran los datos obtenidos, recurriendo a procesos estadísticos, y se deduce una serie de conclusiones*. (p. 97)

3.4.2. Tipo y nivel de investigación

3.4.2.1. Tipo de investigación

La investigación fue de tipo aplicada, con la finalidad de contribuir al conocimiento científico del aprendizaje y generar herramientas pedagógicas. De acuerdo a Valderrama (2015):

> *Es también llamada práctica, empírica, activa y se encuentra íntimamente ligada a la investigación básica, ya que depende de sus descubrimientos y aportes teóricos para poder generar beneficios y bienestar a la sociedad. Se fundamenta en la investigación teórica; su finalidad especifica es aplicar las teorías existentes a la producción de normas y procedimientos tecnológicos.* (p. 15)

Al respecto Torres (2006), describe la investigación aplicada, como el manejo de las sapiencias, en la experiencia cotidiana, para emplearlos, en la totalidad de los casos, en beneficio de la humanidad.

3.4.2.2. Nivel de investigación

La investigación fue de nivel explicativa experimental, porque se buscó la causa y efecto en cada una de las variables de estudio, con manipulación de la variable independiente, es decir, se manipuló la variable visualización animada, para efectos o influencias en la desarrollo de competencias matemáticas.

Por lo que Khotari (2004) explica que en una investigación experimental, de pruebas de hipótesis, cuando un grupo está expuesto a las condiciones habituales, se denomina *grupo de control*, pero cuando lo esta en alguna condición nueva o especial, se denomina un *grupo experimental* .

3.4.3. Diseño de investigación

Fue de diseño preexperimental de un mismo grupo con pre y postprueba en series temporales equivalentes (Alternado).

El diseño de la investigación fue preexperimental de un mismo grupo de trabajo con pre y posprueba, porque se tomó un solo grupo experimental. De acuerdo a Barrientos (2006) este diseño se permite aplicar los módulos de experimentación en un periodo determinado y luego se trabaja de manera tradicional, alternando sucesivamente. El esquema de referencia es:

$$\begin{array}{llllll}
\text{GE:} & X_1 & \cdots & O_1 & & \\
 & & & X_0 & \cdots & O_2. \\
 & X_2 & \cdots & O_3 & & \\
 & & & X_0 & \cdots & O_4. \\
 & X_3 & \cdots & O_5 & & \\
 & & & X_0 & \cdots & O_6. \\
 & X_4 & \cdots & O_7 & & \\
 & & & X_0 & \cdots & O_8.
\end{array}$$

Donde GE (grupo experimental), X_1 a X_4 son variables de interés aplicadas en momentos diferentes, O_1 a O_8 son las observaciones realizadas en cada serie de tiempo. X_0 significa la no aplicación del experimento pero si el tratamiento normal anterior.

Sampieri et al. (2006) refiere que el diseño preexperimental se basa en un solo grupo, cuyo grado de control es mínimo. Generalmente es útil como un primer acercamiento al problema de investigación en la realidad. Por ejemplo un profesor – investigador que decide poner en marcha un nuevo sistema de entrenamiento del razonamiento matemático en uno de sus grupos de alumnos más conocidos (grupo experimental) y evalúa sus habilidades al terminar el curso (medición postprueba), con la pretensión de establecer la existencia de mejoras en su razonamiento

El diseño de preprueba – postprueba con un solo grupo consiste en aplicar una prueba a un grupo previa al estímulo o tratamiento experimental; después se le administra el tratamiento y finalmente se le aplica una prueba posterior al tratamiento. Este diseño ofrece una ventaja sobre estudios de casos con una sola medición, hay un punto de referencia inicial para ver qué nivel tenía el grupo en las variables dependientes antes del estímulo, es decir, hay un seguimiento del grupo.

3.4.4. Métodos de investigación

3.4.4.1. Método experimental

En el presente trabajo de investigación, se manipuló la visualización animada, para ver sus efectos en la variable desarrollo de competencias matemáticas, en situaciones semicontroladas con 20 alumnos, matriculados en el curso de geometría analítica, de la EP de Ciencias Físico Matemáticas UNSCH – Ayacucho.

Khotari, 2004, se refiere al método experimental como un método científico que está orientado al futuro, en el sentido de que, el investigador está tratando de evaluar algo nuevo. Es un proceso de contribución al conocimiento ya adquirido. Por lo tanto, el experimentador opera bajo el supuesto básico, donde lo que desea, evaluar nunca ha existido y no existe ahora. Situación que significa aquí, en el sentido de un programa, plan de estudios o método para organizar una clase, así como una situación, creada para ser probada mediante un diseño.

3.4.4.2. Método hipotético deductivo

El presente método permitió analizar los fundamentos teóricos, referidos a las variables de estudio, para luego plantear la hipótesis y definir de manera particular las dimensión e indicadores.

Según Rodríguez-Jiménez y Perez Jacinto (2017), al describir el método hipotético deductivo, describe como aquel método que parte de las hipótesis, sustentadas, para el perfeccionamiento teórico de un determinado conocimiento, lo cual, al seguir las reglas lógicas de la deducción, permite alcanzar nuevas soluciones y pronósticos experimentales, las que a su vez son sometidas a confrontación.

3.4.4.3. Método estadístico

En el presente trabajo de investigación, por su carácter cuantitativo se utilizó la estadística descriptiva, en el proceso de análisis de datos de cada una de las variables de estudio y la estadística inferencial en el caso de la variable dependiente. Según Khotari (2004).

> *Los datos, después de ser obtenidos, deben ser procesados y analizados de acuerdo con un esquema establecido para tal propósito, en el momento de desarrollar el plan de investigación. Esto es fundamental para un estudio científico y asegurar la obtención de todos los datos relevantes, para hacer comparaciones y análisis contemplados. Técnicamente hablando, el procesamiento implica la edición, codificación, clasificación y tabulación de datos, para que sean susceptibles de análisis. El término análisis se refiere al cálculo de ciertas cantidades, junto con la búsqueda de patrones de relación que existen entre los grupos de datos. Así, en el proceso de análisis, las relaciones o las diferencias que apoyan o contradicen las hipótesis deben someterse a pruebas estadísticas y deducir conclusiones. (p. 20)*

3.4.4.4. Método analítico

Método que permitió descomponer a cada una de las variables de estudio, en sus dimensiones e indicadores para su mejor estudio e inferir en la conclusión.

Según Khotari (2004) este método consta en el desarrollo de herramientas de cálculo que implica un proceso de cuatro etapas: Desarrollo de conceptos, descripción de las dimensiones del concepto, elección de indicadores y formación del índice. Basada en la experimentación y la lógica empírica, que junto a la observación de fenómenos y su análisis estadístico, es el más usado en el campo de las ciencias sociales y en las ciencias naturales.

3.4.5. Población y muestra

3.4.5.1. Población

Se constituyó por 280 alumnos de la EP de Ciencias Físico Matemáticas UNSCH – Ayacucho, matriculados en el semestre impar de año 2018. Los criterios que se consideraron en la selección de la muestra se describen en el Tabla 3

De acuerdo a Sampieri et al. (2006), la población o universo es el agregado de todos los casos que concuerdan con determinadas descripciones o características, es decir es un conjunto de elementos que tiene al menos una misma característica que pueden ser medidos cuantitativamente o cualitativamente.

Tabla 3

Criterio de inclusión y exclusión

Población	Aptos	No aptos
Estudiantes matriculados del semestre impar	Estudiantes regulares Asistentes puntuales	Estudiantes repitentes Estudiantes retirados Estudiantes del quinto superior Estudiantes no asistentes

3.4.5.2. Muestra

En el presente trabajo de investigación, la muestra fue no probabilística e intencional, compuesta por un solo grupo experimental de 20 estudiantes de la serie 100, matriculados en el curso de geometría analítica del semestre impar, de la escuela profesional de Ciencias Físico Matemáticas UNSCH, Ayacucho – 2018, al cual se le aplicó el diseño cuasiexperimental de un mismo grupo con pre y postprueba en series temporales equivalentes (Alternado).

Según Torres (2006), la muestra es una subcolección de elementos de la población seleccionada, de donde se obtendrá información para el desarrollo del estudio y del cual se hará mediciones y observaciones de la variable dependiente e independiente, con el propósito de observar la relación entre ellas.

3.4.5.3. Muestreo

Fue no probabilístico e intencional, esta técnica de muestreo permitió elegir a los individuos en un proceso que no brindó a todos ellos, iguales oportunidades de ser seleccionados, porque los grupos ya estuvieron formados con los estudiantes de la serie 100 en la Escuela Profesional de Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho, que cursaban la asignatura de Geometría Analítica.

Herrera (2002) se refiere a la muestra no probabilística como aquella donde las unidades de la población tiene la misma posibilidad de ser elegidas y pertenecer a la muestra. Es deliberado, ya que esta práctica se opera en poblaciones indistintas. Aquí el especialista, conociendo la población y con buen juicio resuelve que características de análisis compondrá la muestra. También Valderrama (2015) precisa.

> *Este tipo de muestreo suele manifestarse evidente influencia del investigador, pues éste elige la muestra por razones de comodidad. Cuando el emplear el muestreo aleatorio genera excesivo costo o exagerado tiempo Por ello suele mostrar grandes márgenes de error y es poco confidencial. No es posible extrapolar los resultados a la población es deliberado pues este tipo de muestreo se identifica por una voluntad*

intencional de conseguir muestras particulares mediante la inserción en la muestra de grupos teóricamente representativos. (p. 57)

3.4.6. Técnicas e instrumentos de recolección de datos

3.4.6.1. Técnica de recolección de datos

Observación

Técnica que permitió examinar, apreciar y analizar directamente a los estudiantes en una situación didáctica determinada, conforme a un plan determinado y recopilando los datos en una forma sistemática, con la orientación de un guía o cuestionario, para orientar la observación. Con el objetivo de que la visualización animada influya en el desarrollo de competencias matemáticas.

Según Khotari (2004) el método de observación es el método más utilizado, especialmente en estudios relacionados con ciencias. La observación se convierte en una herramienta científica y en el método de recolección de datos para el investigador, cuando sirve a un propósito de investigación formulado, se planifica y registra sistemáticamente y se somete a controles de validez y fiabilidad.

Prueba pedagógica

Técnica que permitió recoger datos de manera escrita, para verificar el contraste que generó la intervención de la visualización animada, en el logro del desarrollo de competencias matemáticas, aplicada en cada observación establecida, distribuida en módulos de aplicación con temas de geometría analítica.

Calva (1998) refiere: "Es un proceso a través del cual se compara una unidad preestablecida y que la evaluación es un proceso que consiste en obtener información sistemática y objetiva acerca de un fenómeno e interpretar dicha información a fin de seleccionar entre distintas alternativas de decisión" (p. 68).

Experimental

Técnica que permitió aplicar los módulos de experimentación de la variable visualización animada.

Según Sampieri et al. (2006) el método experimental es propio de la investigación cuantitativa. Requiere la manipulación intencional de una acción (variables) para analizar sus posibles efectos. Está centrado en la consecución de las destrezas necesarias para la utilización de la instrumentación científica.

3.4.6.2. Instrumento de recolección de datos

La ficha de observación

En el cual se incluyeron indicadores que permitieron conocer el desarrollo de la variable independiente, e indicadores que permitieron verificar el desarrollo de la variable dependiente, en la muestra. En este caso el proceso fue observado a través del evento práctico teórico, que hicieron los observados.

La ficha de opinión

Este instrumento permitió recoger la opinión de los estudiantes con respecto al uso de la visualización animada, y averiguar el impacto de esta. La encuesta consistió en una ficha, en la que los estudiantes emitieron su opinión, con respecto a la variable de estudio.

Esta ficha tiene autor (la persona quien lo escribe), el tema de que se trata, items o cuestionarios. La información obtenida a partir de estas encuesta es un elemento muy importante para verificar la aceptación de la estrategia, por parte de los estudiantes y la comunidad educativa en general. Refiérase al Anexo 7.

Prueba escrita

Instrumento que permitió recoger datos del desarrollo de las competencias matemáticas simbolización matemática, modelación matemática, pensamiento crítico y creatividad matemática; elaborado de acuerdo a los indicadores y valoraciones cualitativas y cuantitativas descrito en la presente investigación. Refiérase a la Tabla 4 y anexo 6.

Tabla 4

Criterio de calificación

Competencias	**Valoración cualificada**	**Valoración cuantificada**
Simbolización matemática	Excelente	$]15, 20]$
Modelación matemática	Bueno	$]10, 15]$
Pensamiento crítico	Regular	$]05, 10]$
Creatividad matemática	Malo	$[00, 05]$

Módulos de experimentación

Módulos que permitieron elaborar los materiales de aplicación de la variable, visualización animada con el objetivo de generar el desarrollo de competencias matemáticas. Se elaboraron cuatro módulos con los siguientes temas: vectores, recta y circulo, parábola, elipse e hipérbola; los cuales van acompañadas con sus respectivos resúmenes. Refiérase al Anexo 11.

3.4.7. Material de intervención

El material de intervención con experimentación, estuvo constituido por módulos de experimentación, que se aplicaron al grupo, en series de tiempos; refiérase a la Tabla 5. El material de intervención sin experimentación, en el que se realizó las clases con el uso de sesiones convencionales. Refiérase a la siguiente Tabla 6.

Tabla 5

Material de intervención con experimentación

Grupo	Contenido	Módulos	Fecha	Responsable
Enseñanza experimental	Círculo	Módulo 1	1° y 2° semana de mayo	Investigador
	Parábola	Módulo 2	1° y 2° semana de mayo	
	Elipse	Módulo 3	1° y 2° semana de junio	
	Hipérbola	Módulo 4	1° y 2° semana de julio	

Tabla 6

Material de intervención sin experimentación

Grupo	Contenido	Resúmenes	Fecha	Responsable
Enseñanza tradicional	Círculo	Resumen 1	3° y 4° semana de mayo	Investigador
	Parábola	Resumen 2	3° y 4° semana de mayo	
	Elipse	Resumen 3	3° y 4° semana de junio	
	Hipérbola	Resumen 4	3° y 4° semana de julio	

3.4.8. Recolección, procesamiento y presentación de datos

3.4.8.1. Validación de instrumentos

Consistió en validar el contenido del instrumento por el criterio de jueces o expertos (con maestría o doctorado), quienes verificaron y evaluaron la coherencia y secuencialidad de los instrumentos.

La opinión de los expertos consultados permitió establecer la validez de los instrumentos, que se emplearon en la investigación. La validez se estableció mediante el método del juicio de expertos. Refiérase al Anexo 8 y 12.

> *La validez, en términos generales, se refiere al grado en que un instrumento mide realmente la variable que pretende medir. Por ejemplo, un instrumento válido para medir la inteligencia debe medir la inteligencia y no la memoria. Un método para medir el rendimiento bursátil tiene que medir precisamente esto y no la imagen de una empresa. Un ejemplo aunque muy obvio de completa invalidez sería intentar*

medir el peso de los objetos con una cinta métrica en lugar de con una báscula. Sampieri et al. (2006, p. 200)

Cada experto consideró que los ítems de los instrumentos son de valoración aceptable, en un promedio de 79 %; por consiguiente, el instrumento es válido y coherente con los propósitos de la investigación refiérase a la Tabla 7.

Tabla 7

La validez de los instrumentos

Expertos	Validación	Situación
Dr. Pedro Huauya Quispe	0,80	Aceptable
Mg. José Carlos Juarez Pulache	0,83	Aceptable
Mg. Oswaldo Morales Morales	0,87	Aceptable
Promedio	0,83 (83 %)	Aceptable

3.4.8.2. Confiabilidad de instrumentos

Existen diversos procedimientos para calcular la confiabilidad de un instrumento de medición. Todos utilizan formulas que producen coeficientes de confiabilidad. La mayoría de estos coeficientes pueden oscilar entre cero y uno, donde un coeficiente de cero significa, nula confiabilidad y uno representa un máximo de confiabilidad. En este caso se verificó la confiabilidad de los instrumentos de medición, mediante el Coeficiente de Pearson y la corrección de Spearman Brow.

La confiabilidad de consistencia interna de los instrumentos, se determinó con la prueba piloto, en una muestra de 10 estudiantes, refiérase al anexo 14, que no fueron miembros de la muestra, aplicando mitades de Coeficiente de Pearson y la corrección de Spearman Brow Jackson (2012). La fórmula referencial es

$$r_{xy} = \frac{n\sum xy - \sum x \cdot \sum y}{\sqrt{n\sum x^2 - \sum x \cdot \sum x} \cdot \sqrt{n\sum y^2 - \sum y \cdot \sum y}}$$

y la corrección con Spearman Brow, $r = \frac{2r_{xy}}{1+r_{xy}}$

Donde n tamaño de muestra x es la puntuación de la primera mitad (Impares) y es la puntuación de la segunda mitad (Pares) r_{xy} es el coeficiente Pearson r es el coeficiente de Spearman Brow. Si $0 \leq r \leq 0.8$ se considera no confiable y si $0.8 < r \leq 1$ se considera que el instrumento es apropiado.

Ingresando los datos de la prueba piloto (Anexo 14) al programa Excel, se obtuvo los siguientes coeficientes de confiabilidad de los instrumentos (ficha de obaservacion, ficha de opinión y la prueba escrita); que fueron superiores a 86 % (aceptable) en promedio, verificándose la estructuración adecuada de los items en los instrumentos, que permitieron medir eficazmente las variables en estudio. Refiérase a la tabla 8.

Tabla 8

Coeficientes de confiabilidad de los instrumentos

Instrumentos	Coeficiente	Interpretación
Ficha de observación	0.90	Elevada
Ficha de opinión	0.92	Aceptable
Prueba escrita	0.79	Aceptable
PROMEDIO	0.86 (86 %)	Aceptable

> *La confiabilidad de un instrumento de medición es el grado en que su aplicación repetida al mismo individuo u objeto genera resultados similares. Por ejemplo, si se midiera en este momento la temperatura ambiental usando un termómetro y éste indicara que hay* $22°C$*, y un minuto más tarde se consultara otra vez y señalara* $5°C$*, tres minutos después se observara nuevamente y éste indicara* $40°C$*, dicho termómetro no sería confiable, ya que su aplicación repetida produce resultados distintos.* Sampieri et al. (2006, p. 61)

3.4.8.3. Análisis descriptivo

Los datos obtenidos, luego de aplicar los instrumentos fueron organizados en una base de datos, a partir del cual se procedió a su presentación y análisis estadístico descriptivo mediante las medidas de resumen, presentación de tablas y gráficos estadísticos, utilizando los paquetes estadísticos Excel y SPSS.

3.4.8.4. Análisis inferencial

Prueba de normalidad

Se utilizó la prueba de Shapiro – Wilks para verificar si los datos de la muestra, proceden de una población normal, con el objetivo de elegir el tipo de prueba a realizarse, en la prueba de hipótesis. Al respecto Gamarra, Rivera, Wong, y Pujay (2010) se refieren: “Esta prueba se utiliza para comprar (contrastar) dos muestras dependientes o relacionadas. Esta prueba además de considerar el sentido de las diferencias considera también la magnitud de las mismas [...]. El método es aplicable a muestras pequeñas siempre y cuando sean mayores a 6 y menores a 25” (pg. 21).

De acuerdo a Surhone, Timpledon, y Marseken (2010), dada una muestra aleatoria simple de tamaño n $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ se quiere saber si procede de una población con distribución normal. El método consiste en seguir los siguientes pasos. Se ordena la muestra de menor a mayor, obteniendo el nuevo vector muestral $(x'_1, x'_2, \ldots, x'_n)$, siendo x'_i el i-ésimo valor muestral tras la ordenación. Se calcula el estadístico de contraste

$$w = \frac{1}{ns^2}\left(\sum_{i=1}^{h} a_{in}\left(x'_{n-i+1} - x'_i\right)\right)^2 = \frac{1}{ns^2}A^2$$

donde $A = \sum_{i=1}^{h} a_i\left(x'_{n-i+1} - x'_i\right)$; s^2 es la varianza muestral y

$$h = \begin{cases} \frac{1}{n} & \text{si } n \text{ es par} \\ \frac{n-1}{2} & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases}$$

y las a_i suelen aparecer tabuladas en los manuales. La distribución del estadístico w se encuentra también tabulada para cada nivel de significación. El contraste de normalidad se planteó en los siguientes términos; H_0: la muestra procede de una población normal; frente a la alternativa H_1: la muestra no procede de una población normal.

Tabla 9

Prueba de normalidad

Tradicional				Experimental		
x_i	$x_{n+1-i} - x_i$	a_i	$a_i\,(x_{n+1-i} - x_i)$	x_i	$x_{n+1-i} - x_i$	$a_i\,(x_{n+1-i} - x_i)$
6	8	0.4734	3.79	11	6	2.84
7	7	0.3211	2.25	11	5	1.61
8	6	0.2565	1.54	12	4	1.03
8	4	0.2085	0.83	12	4	0.83
9	3	0.1686	0.51	12	3	0.51
10	2	0.1334	0.27	12	3	0.40
10	2	0.1013	0.20	13	2	0.20
10	2	0.0711	0.14	14	0	0.00
11	0	0.0422	0.00	14	0	0.00
11	0	0.014	0.00	14	0	0.00
11		A	9.53	14	A	7.41
11		s^2	5.06	14	s^2	3.08
12		w	0.896	14	w	0.892
12				15		
12				15		
12				15		
12				16		
14				16		
14				16		
14				17		

Fuente: Base de datos (Anexo 15 – Datos experimental de la variable dependiente)

Se ingreso las calificaciones promedio $\overline{x}_T(t)$ (tradicional) y $\overline{x}_T(e)$ (experimental), ubicada en el Anexo 15 (Datos experimentales y datos tradicionales de la VD), obtenidas en el proceso experimental y no experimental, al programa Excel, obteniéndose los resultados indicados en la Tabla 9. Observando la tabla de Shapiro – Wilk se verifica que $w = 0.896$ (tradicional), $w = 0.892$ (experimental) están entre 0.884 que corresponde a $p = 0.02$ y 0.905 asociado a $p = 0.05$, interpolando solo el valor del resultado w en la tradicional (w en la experimental es menor que en la tradicional), usando la interpolación lineal, llegamos al p–valor correspondiente

$$p = 0.02 + \frac{0.896 - 0.884}{0.905 - 0.884}(0.05 - 0.02) = 0.037 < 0.05 = \alpha.$$

Por lo tanto ya que el valor de la significancia calculada es menor que la asumida ($p = 0.037 < \alpha = 0.05$ en tradicional y en experimental). Por lo tanto se aceptó la hipótesis alterna y se rechazó hipótesis la nula, es decir, los datos no proceden de una población normal. Por lo cual, no fue posible aplicar una prueba paramétrica.

Este resultado condujo a la aplicación la prueba no paramétrica de wilcoxon, debido a que la muestra está formado por *un solo grupo* (generando *dos medidas dependientes*), los datos son *ordinales* que *no* siguen una *distribución normal*. Según Gamarra et al. (2010): "Esta prueba se utiliza para comparar (contrastar) dos muestras dependientes o relacionadas. Esta prueba, además de considerar las diferencias de las puntuaciones, considera también la magnitud de las mismas" (p. 220).

Prueba de hipótesis

Se probaron las hipótesis a través de la prueba no paramétrica de Wilcoxon. De acuerdo a Corder y Foreman (2011, p. 50): "Para una prueba de dos colas con $\alpha = 0.05$, no debemos rechazar la hipótesis nula si $-1.96 < z_c < 1.96$". Donde

$$z_c = \frac{w - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}}$$

Los pasos de la prueba de hipótesis son:

- Planteamiento de las hipótesis estadísticas (nula y alternativa).
- Nivel de significancia al 5 % que equivale $\alpha = 0.05$.
- Nivel de confianza del 95 % (bilateral).
- Decisión e interpretación del resultado de la prueba de las hipótesis será de acuerdo al valor crítico de $z_c = \left(w - \frac{n(n+1)}{4}\right) / \sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}$, relacionado al valor teórico

de $z_t = 1.96$ ($\alpha = 0.05$). Refiérase a la Tabla 10 y la figura 1.

Tabla 10

Criterios de la prueba de hipótesis

Significación	Interpretación	
	Hipótesis alterna H_1	Hipótesis nula H_0
$\lvert z_c\rvert \geq \lvert z_t\rvert$	Se acepta	Se rechaza
$\lvert z_c\rvert < \lvert z_t\rvert$	Se rechaza	Se acepta

Donde $|z_c| \geq |z_t|$ corresponde a la región de rechazo de la hipótesis nula H_0 equivalentemente el intervalo $(-\infty, z_t = -1.96] \cup [z_t = 1.96, \infty)$ y $|z_c| > z_t$ corresponde a la región de aceptación de la hipótesis nula H_0 equivalentemente el intervalo $[z_t = -1.96, z_t = 1.96]$. Por simplicidad se utilizará z en lugar de z_c

Figura 1. **Curva de Gauss en la prueba de las hipótesis**

Acerca de la prueba de hipótesis Sampieri et al. (2006), en el asunto cuantitativo las hipótesis entran a una prueba o reconocimiento experimental para establecer si son apoyadas u objetadas, de acuerdo con lo que el investigador observa. En realidad, no se puede probar que una hipótesis sea verdadera o falsa, sino argumentar que fue reforzada o no de acuerdo con ciertos datos obtenidos en una investigación particular. Las hipótesis, en el aspecto cuantitativo, se ponen a prueba en la realidad mediante el uso de una estructura de investigación asociada con los datos, se recogen estos datos con uno o varias herramientas de medida, luego se examinan y explican.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

4.1. Análisis e interpretación

Las calificaciones de los veinte estudiantes, fueron analizadas estadísticamente, estableciendo la jerarquía: siempre (1), casi siempre (2), casi nunca (3) y nunca (4) en el caso de la variable independiente; excelente $]15, 20]$, bueno$]10, 15]$, regular $]05, 10]$, y malo $[00, 05]$ para el caso de la variable dependiente finalmente, si (3), a veces (2) y no (1) en el caso de la ficha de opinión. Los resultados de la ficha de observación se promediaron con los resultados de las calificaciones de la variable dependiente. refiérase al (Anexo 15). Se expone las medidas estadísticas y los gráficos correspondientes, con las denotaciones clásicas de media ($\overline{x}$), mediana (Me), moda (Mo), varianza (s^2), desviacion estandar (s), cuartil i – ésimo (Q_i), máximo (Máx), mínimo (Mín) y la frecuencia absoluta (f). Se compara las calificaciones promedio de los datos tradicional y experimental, de acuerdo a las jerarquías establecidas en el diseño de investigación; con el objetivo de verificar la influencia del uso visualización animada en el desarrollo de competencias matemáticas.

4.1.1. Resultados descriptivos de la variable independiente

En la Tabla 11 (Correspondiente a la columna Inteligencia espacial) se observa, que la inteligencia espacial es practicada por los estudiantes en un 60 % siempre, 30 % casi siempre, 10 % casi nunca, y nunca 0 %.

Por lo tanto, la inteligencia espacial es practicada frecuentemente por los estudiantes, es decir, reproduce mental y gráficamente objetos matemáticos que se han observado con anterioridad, identifica y fija la imagen, independientemente del lugar, posición o situación en que el objeto se encuentre, imagina y prevé cómo puede variar un objeto que sufre algún tipo de cambio en función de alguna variable, describe similitudes entre objetos distintos, e identifica aspectos comunes o diferencias en los objetos, y comprende conceptos lógicos, posee habilidad para el razonamiento, y busca explicaciones racionales.

En la Tabla 11 (Correspondiente a la columna Inteligencia lógica) se observa, que la inteligencia lógica es practicada por los estudiantes en un 55 % siempre, 40 % casi siempre, 5 % casi nunca, y nunca 0 %.

Por lo tanto, la inteligencia lógica es practicada frecuentemente por los estudiantes; es decir, comprende conceptos lógicos, posee habilidad para el razonamiento, y busca explicaciones racionales, aplica principios científicos, como el razonamiento inductivo, deductivo, y el pensamiento lógico, formula y verifica hipótesis, en base a principios lógicos matemáticos, y las organiza en categorías, reconoce relaciones de causa y efecto simple, concreto y secuenciación básica de entes abstractos, y utiliza una serie de procesos y conductas metacognitivas, facilitando el pensamiento abstracto.

Tabla 11

Desarrollo de inteligencia espacial y inteligencia lógica

	Inteligencia espacial		Inteligencia lógica	
Escala	*f*	%	*f*	%
Siempre	12	60	11	55
Casi siempre	6	30	8	40
Casi nunca	2	10	1	5
Nunca	0	0	0	0
TOTAL	20	100	20	100

Fuente: Base de datos (Anexo 15 – Datos experimentales de la variable independiente)

En la Tabla 12 se observa, que la visualización animada, es practicada por los estudiantes en un 60 % siempre, 35 % casi siempre, 5 % casi nunca, y nunca 0 %.

Lo que implica que la visualización animada, es practicada frecuentemente por los estudiantes, es decir practican indistintamente la, inteligencia espacial y inteligencia lógica.

Tabla 12

Desarrollo de la visualización animada

Escala	*f*	%
Siempre	12	60
Casi siempre	7	35
Casi nunca	1	5
Nunca	0	0
TOTAL	20	100

Fuente: Base de datos (Anexo 15 – Datos experimentales de la variable independiente)

4.1.2. Resultados descriptivos de la ficha de opinión

En la Tabla 13 (Correspondiente a la columna Motivador) se observa, que la visualización animada, si es motivador por el 55 %, a veces es motivador por el 35 % y no es motivador por el 10 % de estudiantes.

Por lo tanto, la visualización animada, despierta curiosidad de aprendizaje de los estudiantes y genera interés de aprendizaje en los estudiantes.

En la Tabla 13 (Correspondiente a la columna Formativa) se observa, que la visualización animada, si es formativa por el 60 %, a veces es formativa por el 35 % y no es formativa por el 5 % de estudiantes.

Por lo tanto, la visualización animada, promueve participación activa de los estudiantes, facilita el aprendizaje significativo de la matemática, permite comprender de manera concreta la matemática, facilita la solución rápida de los problemas matemáticos, permite contextualizar la matemática en su contexto sociocultural del estudiante.

En la Tabla 13 (Correspondiente a la columna Pertinencia) se observa, que la visualización animada, si es reforzador por el 55 %, a veces es reforzador por el 40 % y no es reforzador por el 5 % de estudiantes. Por lo tanto, la visualización animada, promueve autoevaluación de aprendizajes de los estudiantes, facilita mayor socialización de aprendizaje de los estudiantes, genera reflexión de logros y dificultades de aprendizaje.

Tabla 13

Desarrollo de los indicadores: Motivador, formativa y reforzador

	Motivador		Formativa		Pertinencia	
Escala	*f*	%	*f*	%	*f*	%
Si	11	55	12	60	11	55
A veces	7	35	7	35	8	40
No	2	10	1	5	1	5
TOTAL	20	100	20	100	20	100

Fuente: Base de datos (Anexo 15 – Datos experimentales de la ficha de opinión)

En la Tabla 14 se observa, que la visualización animada es considerada pertinente por el 60 %, a veces es pertinente por el 35 % y no es pertinente por el 5 % de estudiantes.

Tabla 14

Desarrollo sobre la opinión de la visualización animada

Escala	*f*	%
Si	12	60
A veces	7	35
No	1	5
TOTAL	20	100

Fuente: Base de datos (Anexo 15 – Datos experimentales de la ficha de opinión)

Es decir, la visualización animada es motivador, formativa y reforzador. Implicando en la aceptación de esta metodología de enseñanza y aprendizaje por pate de los estudiantes. Indudablemente este método ha sido aceptado, en otros entornos sociales, con resultados muy alentadores implicando una desarrollo idóneo del proceso didáctico.

4.1.3. Resultados descriptivos de la variable dependiente

4.1.3.1. Análisis descriptivo de la simbolización matemática

Tabla 15

Medidas estadísticas de la simbolización matemática

Medidas de resumen	Tradicional	Experimental	diferencia
Promedio ($\overline{x}$)	11.05	13.95	2.90
Varianza (s^2)	5.21	4.47	
Desviación estándar (s)	2.28	2.11	
Moda (Mo)	11	16	
Cuartil 1 (Q_1)	9.3	12.0	
Mediana (Me)	11.0	14.0	3.00
Cuartil 3 (Q_3)	12.8	16.0	
Mínimo (Mín)	7	10	
Máximo (Máx)	15	17	
Rango (R)	8	7	
Coeficiente de variación (CV)	20.7	15.2	

Fuente: Base de datos (Anexo 15 – Datos experimentales de la variable dependiente)

Sin la aplicación de la visualización animada (enseñanza tradicional), el 68.27 % ($13.65 \approx 14$) de los estudiantes obtuvieron puntajes entre $\overline{x} - s = 11.05 - 2.28 = 8.77$ y $\overline{x} - s = 11.05 + 2.28 = 13.33$, además el 50 % de los estudiantes supera el puntaje Me $= 11$ (bajo), con una alta variabilidad (CV $= 20.7\,\% = (s/\overline{x})\,100\,\% \geq 20\,\%$). Con la aplicación de la visualización animada (enseñanza experimental), el 68.27 % ($13.65 \approx 14$) de los estudiantes obtuvieron puntajes entre $\overline{x} - s = 13.95 - 2.11 = 11.84$ y $\overline{x} - s = 13.95 + 2.11 = 16.06$, además el 50 % supera el puntaje Me $= 14$ (alto), con una baja variabilidad (CV $= 15.2\,\% \leq 20\,\%$). Comparando los promedios y las medianas, se observa un incremento en el desarrollo de la simbolización matemática, en $\Delta\overline{x} = 13.95 - 11.05 = 2.9$ puntos y en ΔMe $= 14 - 11 = 3$ respectivamente. Por lo tanto se prueba que, la aplicación de la visualización animada, mejora significativamente la simbolización matemática en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.

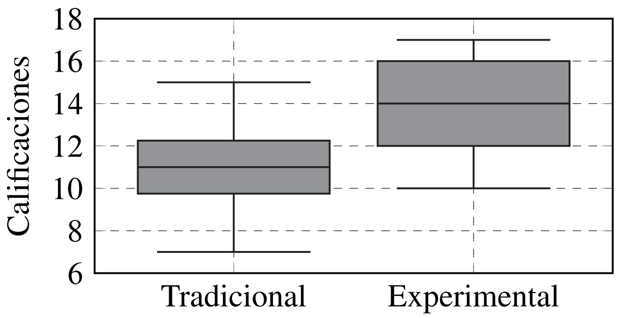


Figura 2. **Diagrama de cajas de la simbolización matemática**

En la figura 2 se observa el diagrama de cajas, donde se indica los cuartiles y los rangos; con la enseñanza tradicional ($Q_1 = 9.3$, $Q_2 = \text{Me} = 11$, $Q_3 = 12.8$ y $\text{R} = 8$) y con la enseñanza experimental ($Q_1 = 12$, $Q_2 = \text{Me} = 14$, $Q_3 = 16$ y $\text{R} = 7$). Es decir, las calificaciones tienden a incrementarse favorablemente, con la aplicación de la visualización animada. Es decir, las calificaciones tienden a incrementarse favorablemente, con la aplicación de la visualización animada.

Tabla 16

Desarrollo de la simbolización matemática

Escala	Tradicional		Experimental	
	f	%	*f*	%
Excelente	0	0	6	30
Bueno	13	65	13	65
Regular	7	35	1	5
Malo	0	0	0	0
TOTAL	20	100	20	100

Fuente: Base de datos (Anexo 15 – Datos experimentales de la variable dependiente)

En la Tabla 16 se observa, con la enseñanza tradicional, los estudiantes lograron desarrollar la capacidad; simbolización matemática en un 0 % malo, 35 % regular, 65 % bueno y 0 % excelente. Mientras que con la enseñanza experimental lograron desarrollar 0 % malo, 5 % regular, 65 % bueno y 30 % excelente. Es decir, con la aplicación de la visualización animada se ha logrado significativamente el desarrollo de la capacidad; simbolización matemática. Por lo tanto el estudiante decodifica el lenguaje simbólico y relaciona con el lenguaje natural, traduce sucesos desde el lenguaje natural al simbólico y formal – lógico, maneja enunciados y expresiones que contengan símbolos y fórmulas, y utiliza variables, resuelve ecuaciones y comprende los cálculos.

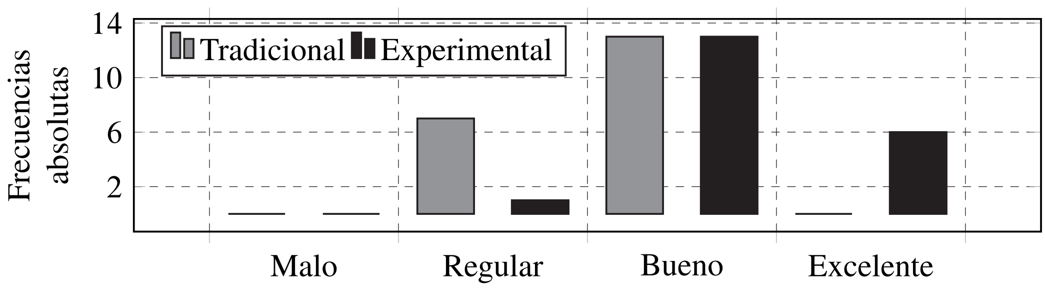


Figura 3. **Gráfico de barras de la simbolización matemática**

En la figura 3 se observa el gráfico de barras, indicando el desplazamiento de sus medidas de tendencia central, de la tradicional ($\overline{x} = 11.05$, $\text{Me} = 11$ y $\text{Mo} = 11$) a la experimental ($\overline{x} = 13.95$, $\text{Me} = 14$ y $\text{Mo} = 16$). Es decir existe mejora en el desarrollo de competencias matemáticas.

4.1.3.2. Análisis descriptivo de la modelación matemática

Tabla 17

Medidas estadísticas de la modelación matemática

Medidas de resumen	Tradicional	Experimental	Diferencia
Promedio ($\overline{x}$)	10.95	14.15	3.20
Varianza (s^2)	4.89	2.98	
Desviación estándar (s)	2.21	1.73	
Moda (Mo)	12	15	
Cuartil 1 (Q_1)	9.3	12.3	
Mediana (Me)	11.0	14.5	3.50
Cuartil 3 (Q_3)	12.0	15.8	
Mínimo (Mín)	6	11	
Máximo (Máx)	14	17	
Rango (R)	8	6	
Coeficiente de variación (CV)	20.2	12.2	

Fuente: Base de datos (Anexo 15 – Datos experimentales de la variable dependiente)

Sin la aplicación de la visualización animada (enseñanza tradicional), el 68.27 % (13.65 $\approx$ 14) de los estudiantes obtuvieron puntajes entre $\overline{x} - s = 10.95 - 2.21 = 8.74$ y $\overline{x} - s = 10.95 + 2.21 = 13.16$, además el 50 % de los estudiantes supera el puntaje Me $= 11$ (bajo), con una alta variabilidad (CV $= 20.2\,\% = (s/\overline{x})\,100\,\% \geq 20\,\%$). Con la aplicación de la visualización animada (enseñanza experimental), el 68.27 % (13.65 $\approx$ 14) de los estudiantes obtuvieron puntajes entre $\overline{x} - s = 14.15 - 1.73 = 12.42$ y $\overline{x} - s = 14.15 + 1.73 = 15.88$, además el 50 % supera el puntaje Me $= 14.5$ (alto), con una baja variabilidad (CV $= 12.2\,\% \leq 20\,\%$). Comparando los promedios y las medianas, se observa un incremento en el desarrollo de la modelación matemática, en $\Delta\overline{x} = 14.15 - 10.95 = 3.20$ puntos y ΔMe $= 14.5 - 11 = 3.5$ puntos, respectivamente. Por lo tanto se prueba que, la aplicación de la visualización animada, mejora significativamente la modelación matemática en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.

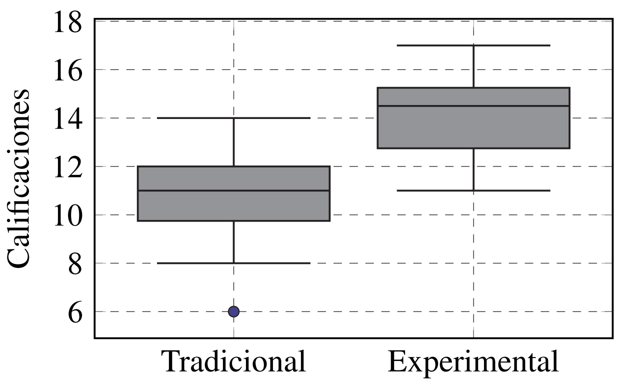


Figura 4. **Diagrama de cajas de la modelación matemática**

En la figura 4 se observa el diagrama de cajas, donde se indica los cuartiles y los rangos; con la enseñanza tradicional (cuartil 1 $Q_1 = 9.3$, cuartil 2 $Q_2 = \text{Me} = 11$, cuartil 3 $Q_3 = 12$ y rango $\text{R} = 8$) y con la enseñanza experimental ($Q_1 = 12.3$, $Q_2 = \text{Me} = 14.5$, $Q_3 = 15.8$ y $\text{R} = 6$). Es decir, las calificaciones tienden a incrementarse favorablemente con la aplicación de la visualización animada.

Tabla 18

Desarrollo de la modelación matemática

Escala	Tradicional		Experimental	
	f	%	*f*	%
Excelente	0	0	5	25
Bueno	14	70	15	75
Regular	6	30	0	0
Malo	0	0	0	0
TOTAL	20	100	20	100

Fuente: Base de datos (Anexo 15 – Datos experimentales de la variable dependiente)

En la Tabla 18 se observa, sin la aplicación de la visualización animada, los estudiantes lograron desarrollar la capacidad simbolización matemática en un 0 % malo, 30 % regular, 70 % bueno y 0 % excelente. Mientras que con la aplicación de la visualización animada lograron desarrollar 0 % malo, 0 % regular, 75 % bueno y 25 % excelente. Es decir, con la aplicación de la visualización animada se ha logrado significativamente el desarrollo de la capacidad simbolización matemática. Por lo tanto el estudiante identifica y estructura el campo o situación que va a modelarse; modela y traduce la realidad a una estructura matemática; formaliza e interpreta los modelos matemáticos en términos reales; y reflexiona, analiza y ofrece la crítica de un modelo y sus resultados.

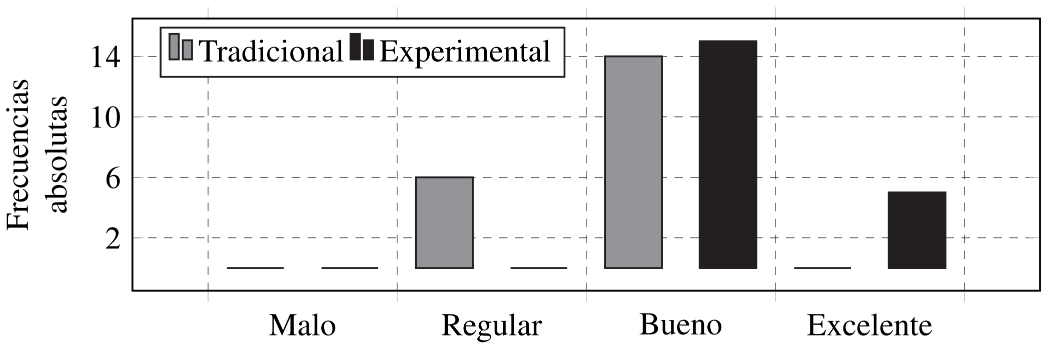


Figura 5. **Diagrama de barras de la modelación matemática**

En la figura 5 se observa el gráfico de barras, indicando el desplazamiento de sus medidas de tendencia central, de la tradicional ($\overline{x} = 10.95$, $\text{Me} = 11$ y $\text{Mo} = 12$) a la experimental ($\overline{x} = 14.15$, $\text{Me} = 14.5$ y $\text{Mo} = 15$). Es decir existe una mejora en el desarrollo de competencias matemáticas.

4.1.3.3. Análisis descriptivo del pensamiento crítico

Tabla 19

Medidas estadísticas del pensamiento crítico

Medidas de resumen	Tradicional	Experimental	Diferencia
Promedio ($\overline{x}$)	10.60	14.25	3.65
Varianza (s^2)	4.88	3.57	
Desviación estándar (s)	2.21	1.89	
Moda (Mo)	11	14	
Cuartil 1 (Q_1)	9.0	12.3	
Mediana (Me)	11.0	14.0	3.00
Cuartil 3 (Q_3)	12.0	16.0	
Mínimo (Mín)	6	11	
Máximo (Máx)	14	18	
Rango (R)	8	7	
Coeficiente de variación (CV)	20.8	13.3	

Fuente: Base de datos (Anexo 15 – Datos experimentales de la variable dependiente)

Sin la aplicación de la visualización animada (enseñanza tradicional), el 68.27 % (13.65 $\approx$ 14) de los estudiantes obtuvieron puntajes entre $\overline{x} - s = 10.60 - 2.21 = 8.39$ y $\overline{x} - s = 10.60 + 2.21 = 12.81$, además el 50 % de los estudiantes supera el puntaje Me $=$ 11 (bajo), con una alta variabilidad (CV $= 20.8\,\% = (s/\overline{x})\,100\,\% \geq 20\,\%$). Con la aplicación de la visualización animada (enseñanza experimental), el 68.27 % (13.65 $\approx$ 14) de los estudiantes obtuvieron puntajes entre $\overline{x} - s = 14.25 - 1.89 = 12.36$ y $\overline{x} - s = 14.25 + 1.89 = 16.14$, además el 50 % supera el puntaje Me $=$ 14 (alto), con una baja variabilidad (CV $= 13.3\,\% \leq 20\,\%$). Comparando los promedios y las medianas, se observa un incremento en el desarrollo del pensamiento crítico, en $\Delta\overline{x} = 14.25 - 10.60 = 3.65$ puntos y ΔMe $= 14 - 11 = 3$ puntos. Por lo tanto se prueba que, la aplicación de la visualización animada, desarrolla considerablemente el pensamiento crítico en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.

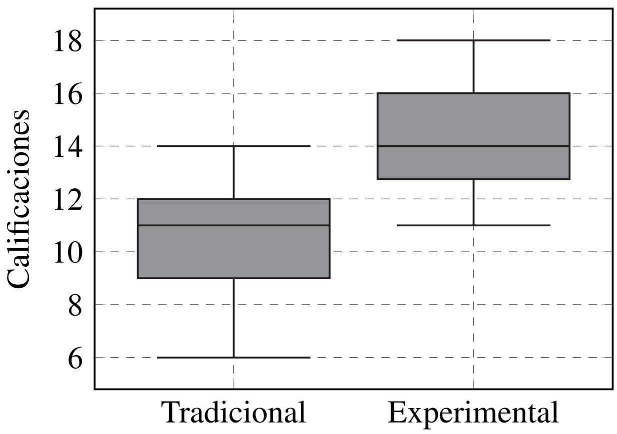


Figura 6. **Diagrama de cajas del pensamiento crítico**

En la figura 6 se observa el diagrama de cajas, donde se indica los cuartiles y los rangos; con la enseñanza tradicional ($Q_1 = 9$, $Q_2 = \text{Me} = 11$, $Q_3 = 12$ y $\text{R} = 8$) y con la enseñanza experimental ($Q_1 = 12.3$, $Q_2 = \text{Me} = 14$, $Q_3 = 16$ y $\text{R} = 7$). Es decir, las calificaciones tienden a incrementarse favorablemente con la aplicación de la visualización animada.

Tabla 20

Desarrollo del pensamiento crítico

Escala	Tradicional		Experimental	
	f	%	f	%
Excelente	0	0	6	30
Bueno	12	60	14	70
Regular	8	40	0	0
Malo	0	0	0	0
TOTAL	20	100	20	100

Fuente: Base de datos (Anexo 15 – Datos experimentales de la variable dependiente)

En la Tabla 20 se observa, sin la aplicación de la visualización animada, los estudiantes lograron desarrollar la competencia, simbolización matemática en un 0 % malo, 40 % regular, 60 % bueno y 0 % excelente. Mientras que con la aplicación de la visualización animada lograron desarrollar 0 % malo, 0 % regular,70 % bueno y 30 % excelente. Por lo tanto resulta, que con la aplicación de la visualización animada, se ha logrado significativamente el desarrollo de la capacidad pensamiento crítico. Entonces el estudiante interpreta y distingue diferentes tipos de enunciados y proposiciones, entiende y utiliza conceptos matemáticos en su extensión y límites, conoce las pruebas matemáticas y diferencia tipos de razonamiento, y sigue y valora cadenas de argumentos matemáticos de diferentes tipos.

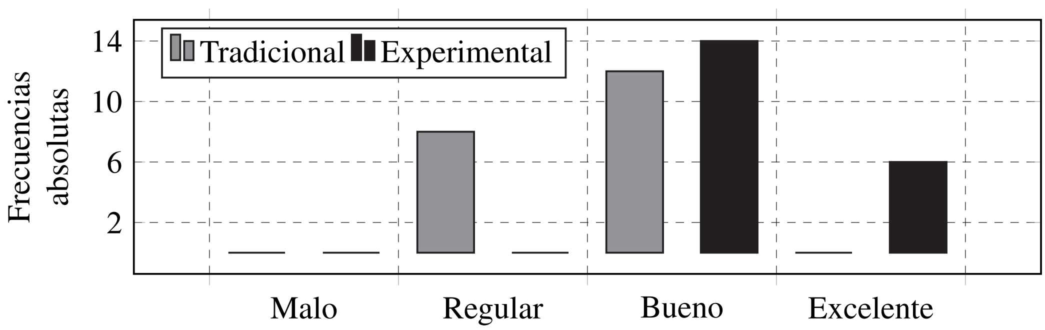


Figura 7. **Gráfico de barras del pensamiento crítico**

En la figura 7 se observa el gráfico de barras, indicando el desplazamiento de sus medidas de tendencia central, de la tradicional ($\overline{x} = 10.60$, $\text{Me} = 11$ y $\text{Mo} = 11$) a la experimental ($\overline{x} = 14.25$, $\text{Me} = 14$ y $\text{Mo} = 14$). Es decir existe una mejora considerable en el desarrollo de competencias matemáticas.

4.1.3.4. Análisis descriptivo de la creatividad matemática

Tabla 21

Medidas estadísticas de la creatividad matemática

Medidas de resumen	Tradicional	Experimental	Diferencia
Promedio ($\overline{x}$)	11.05	14.35	3.30
Varianza (s^2)	5.42	2.77	
Desviación estándar (s)	2.33	1.66	
Moda (Mo)	11	15	
Cuartil 1 (Q_1)	9.3	13.0	
Mediana (Me)	11.0	15.0	4.00
Cuartil 3 (Q_3)	12.8	15.8	
Mínimo (Mín)	6	12	
Máximo (Máx)	14	17	
Rango (R)	8	5	
Coeficiente de variación (CV)	21.1	11.6	

Fuente: Base de datos (Anexo 15 – Datos experimentales de la variable dependiente)

Sin la aplicación de la visualización animada (enseñanza tradicional), el 68.27 % ($13.65 \approx 14$) de los estudiantes obtuvieron puntajes entre $\overline{x} - s = 11.05 - 2.33 = 8.72$ y $\overline{x} - s = 11.05 + 2.33 = 13.38$, además el 50 % de los estudiantes supera el puntaje Me $= 11$ (bajo), con una alta variabilidad (CV $= 21.1\,\% = (s/\overline{x})\,100\,\% \geq 20\,\%$). Con la aplicación de la visualización animada (enseñanza experimental), el 68.27 % ($13.65 \approx 14$) de los estudiantes obtuvieron puntajes entre $\overline{x} - s = 14.35 - 1.66 = 12.69$ y $\overline{x} - s = 14.35 + 1.66 = 16.01$, además el 50 % supera el puntaje Me $= 15$ (alto), con una baja variabilidad (CV $= 11.6\,\% \leq 20\,\%$). Comparando los promedios y las medianas, se observa un incremento en el desarrollo de la creatividad matemática, en $\Delta\overline{x} = 14.35 - 11.05 = 3.3$ puntos y ΔMe $= 15 - 11 = 4$ puntos respectivamente. Se prueba que la aplicación de la visualización animada, incrementa considerablemente la creatividad matemática en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.

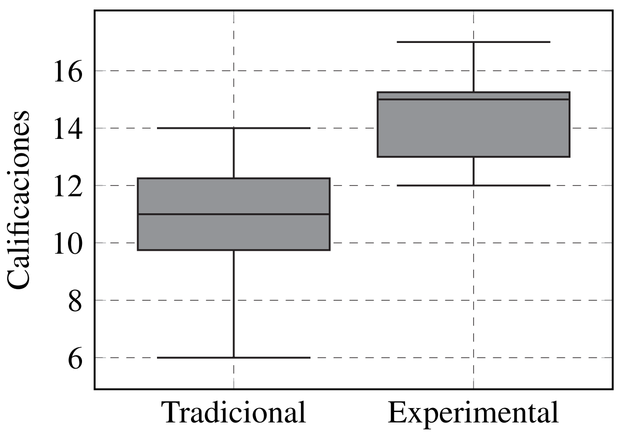


Figura 8. **Diagrama de cajas de la creatividad matemática**

En la figura 8 se observa el diagrama de cajas, donde se indica los cuartiles y los rangos; con la enseñanza tradicional ($Q_1 = 9.3$, $Q_2 = \text{Me} = 11$, $Q_3 = 12.8$ y R = 8) y con la enseñanza experimental ($Q_1 = 13$, $Q_2 = \text{Me} = 15$, $Q_3 = 15.8$ y R = 5). Es decir, las calificaciones tienden a incrementarse favorablemente con la aplicación de la visualización animada.

Tabla 22

Desarrollo de la creatividad matemática

Escala	Tradicional		Experimental	
	f	%	*f*	%
Excelente	0	0	5	25
Bueno	14	70	15	75
Regular	6	30	0	0
Malo	0	0	0	0
TOTAL	20	100	20	100

Fuente: Base de datos (Anexo 15 – Datos experimentales de la variable dependiente)

En la Tabla 22 se observa que, sin la aplicación de la visualización animada, los estudiantes desarrollaron la capacidad creatividad matemática en un 0 % malo, 30 % regular, 70 % bueno y 0 % excelente. Mientras que con la aplicación de la visualización animada lo desarrollaron 0 % malo, 0 % regular, 75 % bueno y 25 % excelente. Es decir, la aplicación de la visualización animada, contribuyó en el desarrollo de la simbolización matemática. Por lo tanto el estudiante adapta lo no convencional, referida al manejo de categorías de respuesta, emite respuestas válidas, novedosas e inesperadas, que impresionen, produce alternativas de solución, y posee la capacidad de menera única, y combina componentes para llegar a un todo creativo, generando nuevos conceptos.

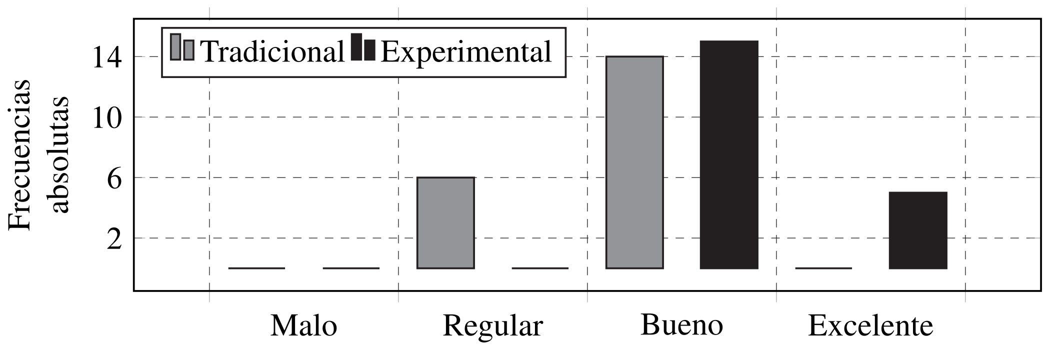


Figura 9. **Gráfico de barras de la creatividad matemática**

En la figura 9 se observa el gráfico de barras, indicando el desplazamiento de sus medidas de tendencia central, de la tradicional ($\overline{x} = 11.05$, Me = 11 y Mo = 11) a la experimental ($\overline{x} = 14.35$, Me = 15 y Mo = 15). Por tanto se mejora en el desarrollo de competencias matemáticas.

4.1.3.5. Análisis descriptivo del desarrollo de competencias matemáticas

Tabla 23

Medidas estadísticas del desarrollo de competencias matemáticas

Medidas de resumen	Tradicional	Experimental	Diferencia
Promedio ($\overline{x}$)	10.70	13.85	3.15
Varianza (s^2)	5.06	3.08	
Desviación estándar (s)	2.25	1.76	
Moda (Mo)	12	14	
Cuartil 1 (Q_1)	9.3	12.0	
Mediana (Me)	11.0	14.0	3.00
Cuartil 3 (Q_3)	12.0	15.0	
Mínimo (Mín)	6	11	
Máximo (Máx)	14	17	
Rango (R)	8	6	
Coeficiente de variación (CV)	21.0	12.7	

Fuente: Base de datos (Anexo 15 – Datos experimentales de la variable dependiente)

Sin la aplicación de la visualización animada (enseñanza tradicional), el 68.27 % ($13.65 \approx 14$) de los estudiantes obtuvieron puntajes entre $\overline{x} - s = 10.70 - 2.25 = 8.45$ y $\overline{x} - s = 10.70 + 2.25 = 12.95$, además el 50 % de los estudiantes supera el puntaje Me $= 11$ (bajo), con una alta variabilidad (CV $= 21\,\% = (s/\overline{x})\,100\,\% \geq 20\,\%$). Con la aplicación de la visualización animada (enseñanza experimental), el 68.27 % ($13.65 \approx 14$) de los estudiantes obtuvieron puntajes entre $\overline{x}-s = 13.85-1.76 = 12.09$ y $\overline{x}-s = 13.85+1.76 = 15.61$, además el 50 % supera el puntaje Me $= 14$ (alto), con una baja variabilidad (CV $= 12.7\,\% \leq 20\,\%$). Comparando los promedios y las medianas, se observa un incremento en el desarrollo de la desarrollo de competencias matemáticas, en $\Delta\overline{x} = 13.85 - 10.70 = 3.15$ puntos y ΔMe $= 14 - 11 = 3$ puntos respectivamente. Por tanto, la aplicación de la visualización animada influye significativamente, en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes de la EP, Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho – 2018.

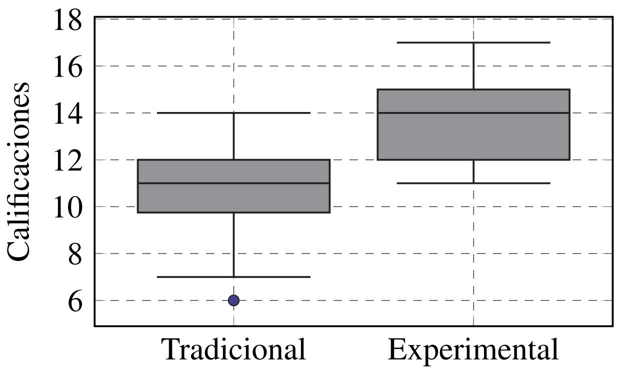


Figura 10. **Diagrama de cajas del desarrollo de competencias matemáticas**

En la figura 10 se observa el diagrama de cajas, donde se indica los cuartiles y los rangos; con la enseñanza tradicional ($Q_1 = 9.3$, $Q_2 = \text{Me} = 11$, $Q_3 = 12$ y R $= 8$) y con la enseñanza experimental ($Q_1 = 12$, $Q_2 = \text{Me} = 14$, $Q_3 = 15$ y R $= 6$). Es decir, las calificaciones tienden a incrementarse favorablemente con la aplicación de la visualización animada

Tabla 24

Desarrollo de competencias matemáticas

Escala	Tradicional		Experimental	
	f	%	*f*	%
Excelente	0	0.0	4	20
Bueno	12	60.0	16	80
Regular	8	40.0	0	0
Malo	0	0.0	0	0
TOTAL	20	100	20	100

Fuente: Base de datos (Anexo 15 – Datos experimentales de la variable dependiente)

En la Tabla 24 se observa, sin la aplicación de la visualización animada, los estudiantes lograron desarrollar la competencia; desarrollo de competencias matemáticas en un 0 % malo, 40 % regular, 60 % bueno y 0 % excelente. Mientras que con la aplicación de la visualización animada lograron desarrollar 0 % malo, 0 % regular, 80 % bueno y 20 % excelente. Lo cual implica que la aplicación de la visualización animada influye significativamente, en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes de la EP, Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho – 2018, es decir el estudiante desarrolló, la simbolización matemática, la modelación matemática, el pensamiento crítico y la creatividad matemática.

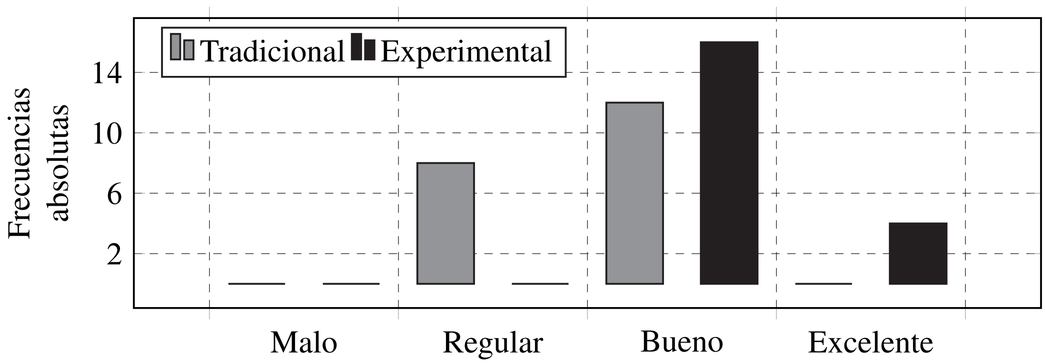


Figura 11. **Gráfico de barras del desarrollo de competencias matemáticas**

En la figura 11 se observa el gráfico de barras, indicando el desplazamiento de sus medidas de tendencia central, de la tradicional ($\overline{x} = 10.70$, Me $= 11$ y Mo $= 12$) a la experimental ($\overline{x} = 13.85$, Me $= 14$ y Mo $= 14$). Es decir existe una mejora en el desarrollo de competencias matemáticas.

4.2. Resultados inferenciales

La prueba se realiza mediante el uso de la prueba del Wilcoxon, ya que los datos no siguen una distribución normal, que consiste, según Corder y Foreman (2011) en obtener el valor $w = \text{mín}\{w(+), w(-)\}$, dónde: $w(+) = \sum_{z_i>0} R_i$ es la suma de rangos correspondientes a diferencias positivas, $w(-) = \sum_{z_i<0} R_i$ es la suma de rangos correspondientes a diferencias negativas $z_i = x_i - y_i$ lo cual deriva de los n pares de observaciones, denominadas (x_i, y_i). El objetivo de la prueba es comprobar si puede determinarse que los valores x_i e y_i son o no iguales. Si el tamaño de n es de al menos 20, la distribución del estadístico w de Wilcoxon tiende a formar una distribución normal. Esto significa que se puede usar el valor z para evaluar la hipótesis. Si, por otro lado, el tamaño de n es bajo, y particularmente si está por debajo de 10, se debe usar el valor w para evaluar la hipótesis. En este caso se utilizó el valor crítico $z = \frac{w - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}}$; el valor teórico de $z_t = 1.96$ que corresponde a la significancia $\alpha = 0.05$ y un nivel de confianza del 95 %. En esta investigación, la prueba obedece a la siguiente Tabla 25.

Tabla 25

Significancia e interpretación estadística

Significación	Interpretación	
	Hipótesis alterna H_1	Hipótesis nula H_0
$\lvert z\rvert \geq \lvert z_t\rvert$	Se acepta	Se rechaza
$\lvert z\rvert < \lvert z_t\rvert$	Se rechaza	Se acepta

También debe tener en cuenta que si el puntaje de diferencia de un sujeto es cero, es decir, si un sujeto tiene el mismo puntaje en ambas condiciones de tratamiento, entonces la prueba descarta, al individuo del análisis, por lo tanto se reduce el tamaño de la muestra. Debido a que en este trabajo de investigación la muestra es mayor que 10, entonces reemplazamos en $z = \left(w - \frac{n(n+1)}{4}\right) / \sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}$. Donde n el tamaño de estudiantes con puntajes distintos en ambos tratamientos, es decir se descartan a los estudiantes con puntajes $0 = z_i = x_i - y_i$. Se utiliza la siguiente leyenda con el objetivo de reducir el espacio de los encabezados de las tablas; es decir x son los datos de la enseñanza tradicional, e y los datos de la enseñanza experimental. A continuación se prueban cada una de las hipótesis, acompañado con sus respectivas curvas Gauss.

De acuerdo a Sampieri et al. (2006): “Una prueba de una cola normalmente está asociada a una hipótesis alternativa para la cual se conoce el signo de la potencial diferencia antes de ejecutar el experimento y la prueba. La hipótesis alternativa referida a una prueba de una cola podría redactarse así: media(A) < media(B) o media(A) > media(B), dependiendo de la dirección esperada de la diferencia”.

4.2.1. Prueba de la hipótesis específica 1

Tabla 26

Rangos de Wilcoxon de la hipótesis específica 1

N°	x	y	$x-y$	$\lvert x-y \rvert$	sign($x-y$)	Rango	Signo (rango)
1	12	17	−5	5	−1	14.5	−14.5
2	7	15	−8	8	−1	17.5	−17.5
3	11	13	−2	2	−1	8	−8
4	11	12	−1	1	−1	2.5	−2.5
5	11	11	0				
6	8	13	−5	5	−1	14.5	−14.5
7	12	16	−4	4	−1	12.5	−12.5
8	13	15	−2	2	−1	8	−8
9	8	16	−8	8	−1	17.5	−17.5
10	8	14	−6	6	−1	16	−16
11	10	10	0				
12	12	14	−2	2	−1	8	−8
13	9	11	−2	2	−1	8	−8
14	14	15	−1	1	−1	2.5	−2.5
15	11	12	−1	1	−1	2.5	−2.5
16	14	16	−2	2	−1	8	−8
17	15	17	−2	2	−1	8	−8
18	11	12	−1	1	−1	2.5	−2.5
19	10	14	−4	4	−1	12.5	−12.5
20	14	16	−2	2	−1	8	−8
						$w(+)$	0
						$w(-)$	171

Fuente: Base de datos (Anexo 15 – Datos experimentales de la variable dependiente)

H_0: La aplicación de la visualización animada, no mejora significativamente la simbolización matemática en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.

H_1: La aplicación de la visualización animada, mejora significativamente la simbolización matemática en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.

Con una significancia de $\alpha = 0.05$ y de acuerdo a la Tabla 26, $n = 18$ y $w = \text{mín}\{w(+), w(-)\} = 0$, generan el valor de

$$z = \frac{w - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}} = \frac{0 - \frac{18(18+1)}{4}}{\sqrt{\frac{18(18+1)(2\cdot 18+1)}{24}}} = -3.724.$$

Con un nivel de confianza del 95 %, se observa que el valor calculado es mayor que el asumido ($\lvert -3.724 \rvert > 1.96$), lo que indica rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alterna, entonces, la aplicación de la visualización animada, mejora significativamente la simbolización matemática en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes. Es decir el estudiante decodifica el lenguaje simbólico y relaciona con el lenguaje natural, traduce sucesos desde el lenguaje natural al simbólico y formal – lógico, maneja enunciados y expresiones que contengan símbolos y fórmulas y utiliza variables, resuelve ecuaciones y comprende los cálculos.

Figura 12. **Curva de Gauss en la prueba de la hipótesis específica 1**

4.2.2. Prueba de la hipótesis específica 2

Tabla 27

Rangos de Wilcoxon de la hipótesis específica 2

N°	x	y	$x-y$	$\lvert x-y \rvert$	sign($x-y$)	Rango	Signo (rango)
1	12	16	−4	4	−1	13.5	−13.5
2	6	14	−8	8	−1	18.5	−18.5
3	11	14	−3	3	−1	10.5	−10.5
4	11	12	−1	1	−1	2.5	−2.5
5	11	12	−1	1	−1	2.5	−2.5
6	8	13	−5	5	−1	15.5	−15.5
7	13	15	−2	2	−1	6.5	−6.5
8	12	15	−3	3	−1	10.5	−10.5
9	8	16	−8	8	−1	18.5	−18.5
10	8	14	−6	6	−1	17	−17
11	10	11	−1	1	−1	2.5	−2.5
12	12	15	−3	3	−1	10.5	−10.5
13	9	12	−3	3	−1	10.5	−10.5
14	14	15	−1	1	−1	2.5	−2.5
15	12	12	0				
16	14	16	−2	2	−1	6.5	−6.5
17	12	17	−5	5	−1	15.5	−15.5
18	11	13	−2	2	−1	6.5	−6.5
19	11	15	−4	4	−1	13.5	−13.5
20	14	16	−2	2	−1	6.5	−6.5
						$w(+)$	0
						$w(-)$	190

Fuente: Base de datos (Anexo 15 – Datos experimentales de la variable dependiente)

H_0: La aplicación de la visualización animada, no mejora significativamente la modelación matemática en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.

H_1: La aplicación de la visualización animada, mejora significativamente la modelación matemática en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.

Con una significancia de $\alpha = 0.05$ y de acuerdo a la Tabla 27, $n = 19$ y $w = \min\{w(+), w(-)\} = 0$, generan el valor de

$$z = \frac{w - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}} = \frac{0 - \frac{19(19+1)}{4}}{\sqrt{\frac{19(19+1)(2\cdot 19+1)}{24}}} = -3.823.$$

Con un nivel de confianza del 95 %, se observa que el valor calculado es mayor que el asumido ($|-3.823| > 1.96$), lo que indica rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alterna, entonces, la aplicación de la visualización animada, mejora significativamente la modelación matemática en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes. Es decir el estudiante identifica y estructura el campo o situación que va a modelarse, modela y traduce la realidad a una estructura matemática, formaliza e interpreta los modelos matemáticos en términos reales y reflexiona, analiza y ofrece la crítica de un modelo y sus resultados.

Figura 13. **Curva de Gauss en la prueba de la hipótesis específica 2**

4.2.3. Prueba de la hipótesis específica 3

H_0: La aplicación de la visualización animada, no desarrolla considerablemente el pensamiento crítico en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes,

H_1: La aplicación de la visualización animada, desarrolla considerablemente el pensamiento crítico en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.

Con una significancia de $\alpha = 0.05$ y de acuerdo a la Tabla 28, $n = 19$ y $w = \min\{w(+), w(-)\} = 0$, generan el valor de

$$z = \frac{w - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}} = \frac{0 - \frac{19(19+1)}{4}}{\sqrt{\frac{19(19+1)(2\cdot 19+1)}{24}}} = -3.823.$$

Con un nivel de confianza del 95 %, se observa que el valor calculado es mayor que el asumido ($|-3.823| > 1.96$), lo que indica rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alterna, entonces, la aplicación de la visualización animada, desarrolla considerablemente el pensamiento crítico en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes. Es decir el estudiante interpreta y distingue diferentes tipos de enunciados y proposiciones, entiende y utiliza conceptos matemáticos en su extensión y límites, conoce las pruebas matemáticas y diferencia tipos de razonamiento y sigue y valora cadenas de argumentos matemáticos de diferentes tipos.

Tabla 28

Rangos de Wilcoxon de la hipótesis específica 3

N°	x	y	$x-y$	$\|x-y\|$	sign$(x-y)$	Rango	Signo (rango)
1	12	16	−4	4	−1	12.5	−12.5
2	6	14	−8	8	−1	18.5	−18.5
3	11	14	−3	3	−1	8.5	−8.5
4	11	12	−1	1	−1	1.5	−1.5
5	11	12	−1	1	−1	1.5	−1.5
6	8	13	−5	5	−1	14.5	−14.5
7	12	16	−4	4	−1	12.5	−12.5
8	12	15	−3	3	−1	8.5	−8.5
9	8	16	−8	8	−1	18.5	−18.5
10	8	14	−6	6	−1	16	−16
11	9	12	−3	3	−1	8.5	−8.5
12	12	14	−2	2	−1	4	−4
13	9	11	−2	2	−1	4	−4
14	14	14	0				
15	9	12	−3	3	−1	8.5	−8.5
16	14	17	−3	3	−1	8.5	−8.5
17	11	18	−7	7	−1	17	−17
18	11	14	−3	3	−1	8.5	−8.5
19	10	15	−5	5	−1	14.5	−14.5
20	14	16	−2	2	−1	4	−4
						$w(+)$	0
						$w(-)$	190

Fuente: Base de datos (Anexo 15 – Datos experimentales de la variable dependiente)

Figura 14. **Curva de Gauss en la prueba de la hipótesis específica 3**

4.2.4. Prueba de la hipótesis específica 4

H_0: La aplicación de la visualización animada, no incrementa considerablemente la creatividad matemática en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.

H_1: La aplicación de la visualización animada, incrementa considerablemente la creatividad matemática en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.

Tabla 29

Rangos de Wilcoxon de la hipótesis específica 4

N°	x	y	$x-y$	$\lvert x-y\rvert$	sign$(x-y)$	Rango	Signo (rango)
1	12	16	-4	4	-1	14.5	-14.5
2	6	14	-8	8	-1	19.5	-19.5
3	11	15	-4	4	-1	14.5	-14.5
4	11	13	-2	2	-1	7	-7
5	11	13	-2	2	-1	7	-7
6	8	12	-4	4	-1	14.5	-14.5
7	12	16	-4	4	-1	14.5	-14.5
8	14	15	-1	1	-1	2.5	-2.5
9	9	15	-6	6	-1	18	-18
10	7	15	-8	8	-1	19.5	-19.5
11	11	12	-1	1	-1	2.5	-2.5
12	13	15	-2	2	-1	7	-7
13	9	12	-3	3	-1	11	-11
14	14	15	-1	1	-1	2.5	-2.5
15	10	12	-2	2	-1	7	-7
16	14	17	-3	3	-1	11	-11
17	12	17	-5	5	-1	17	-17
18	12	13	-1	1	-1	2.5	-2.5
19	11	14	-3	3	-1	11	-11
20	14	16	-2	2	-1	7	-7
						$w(+)$	0
						$w(-)$	210

Fuente: Base de datos (Anexo 15 – Datos experimentales de la variable dependiente)

Con una significancia de $\alpha = 0.05$ y de acuerdo a la Tabla 29, $n = 20$ y $w = \text{mín}\{w(+), w(-)\} = 0$, generan el valor de

$$z = \frac{w - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}} = \frac{0 - \frac{20(20+1)}{4}}{\sqrt{\frac{20(20+1)(2\cdot 20+1)}{24}}} = -3.910.$$

Con un nivel de confianza del 95 %, se observa que el valor calculado es mayor que el asumido ($|-3.910| > 1.96$), lo que indica rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alterna, entonces, la aplicación de la visualización animada, incrementa considerablemente la creatividad matemática en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes. Es decir el estudiante adapta lo no convencional, referida al manejo de categorías de respuesta, emite respuestas válidas, novedosas e inesperadas, que impresionen, produce alternativas de solución, y posee la capacidad de menera única y combina componentes para llegar a un todo creativo, generando nuevos conceptos. Por lo tanto se verifica que la visualización fomenta la creatividad matemática de los estudiantes de la Escuela Profesional de Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho.

Figura 15. **Curva de Gauss en la prueba de la hipótesis específica 4**

4.2.5. Prueba de la hipótesis general

Tabla 30

Rangos de Wilcoxon de la hipótesis general

N°	x	y	$x-y$	$\lvert x-y\rvert$	sign$(x-y)$	Rango	Signo (rango)
1	12	16	−4	4	−1	14	−14
2	6	14	−8	8	−1	19	−19
3	11	14	−3	3	−1	11	−11
4	11	12	−1	1	−1	2	−2
5	11	12	−1	1	−1	2	−2
6	8	12	−4	4	−1	14	−14
7	12	15	−3	3	−1	11	−11
8	12	15	−3	3	−1	11	−11
9	8	15	−7	7	−1	17.5	−17.5
10	7	14	−7	7	−1	17.5	−17.5
11	10	11	−1	1	−1	2	−2
12	12	14	−2	2	−1	6.5	−6.5
13	9	11	−2	2	−1	6.5	−6.5
14	14	14	0				
15	10	12	−2	2	−1	6.5	−6.5
16	14	16	−2	2	−1	6.5	−6.5
17	12	17	−5	5	−1	16	−16
18	11	13	−2	2	−1	6.5	−6.5
19	10	14	−4	4	−1	14	−14
20	14	16	−2	2	−1	6.5	−6.5
						$w(+)$	0
						$w(-)$	190

Fuente: Base de datos (Anexo 15 – Datos experimentales de la variable dependiente)

H_0: La aplicación de la visualización animada no influye significativamente, en el desarrollo de competencias matemáticas, de los estudiantes de la EP, Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho – 2018.

H_1: La aplicación de la visualización animada influye significativamente, en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes de la EP, Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho – 2018.

Con una significancia de $\alpha = 0.05$ y de acuerdo a la Tabla 30, $n = 19$ y $w =$

$\text{mín}\{w(+), w(-)\} = 0$, generan el valor de

$$z = \frac{w - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}} = \frac{0 - \frac{19(19+1)}{4}}{\sqrt{\frac{19(19+1)(2\cdot 19+1)}{24}}} = -3.823.$$

Con un nivel de confianza del 95 %, se observa que el valor calculado es mayor que el asumido ($|-3.823| > 1.96$), lo que indica rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alterna, entonces, la aplicación de la visualización animada influye significativamente, en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes de la EP, Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho – 2018. Es decir el estudiante desarrolló la simbolización matemática, la modelación matemática, la pensamiento crítico y la creatividad matemática.

Figura 16. **Curva de Gauss en la prueba de la hipótesis general**

4.3. Discusión de resultados

En el presente trabajo de investigación se llegó a los siguientes resultados, haciendo cuestionamientos sobre el tema estudiado y proponiendo nuevas corrientes y perspectivas para futuras investigaciones. Las cuales se fórmula de manera concisa orientada a los futuros investigadores del mismo campo.

4.3.1. Discusión sobre la simbolización matemática

Se evidenció al 95 % de confianza, que el valor calculado es mayor que el asumido ($|-3.724| > 1.96$), lo que indica rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alterna, entonces, la aplicación de la visualización animada, mejora significativamente la simbolización matemática en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes. Es decir el estudiante decodifica el lenguaje simbólico y relaciona con el lenguaje natural, traduce sucesos desde el lenguaje natural al simbólico y formal – lógico, maneja enunciados y expresiones que contengan símbolos y fórmulas y utiliza variables, resuelve ecuaciones y comprende los cálculos.

Resultado avalado por O'Halloran (2005) que sugiere que la visión de las matemáticas como multisemiótica tiene implicaciones sobre las formas en que se entienden el lenguaje matemático y científico. Tradicionalmente, la naturaleza del lenguaje científico se ha visto de manera aislada más que como un recurso semiótico que se ha configurado a través del uso del simbolismo matemático y la visualización. El lenguaje científico se desarrolló de cierta manera como una respuesta a las funciones que se cumplieron simbólica y visualmente.

En convenio a O'Halloran (2005) la lógica estudia la forma del razonamiento, es una disciplina que por medio de reglas y técnicas determina si un argumento es válido. La lógica es ampliamente aplicada en la filosofía, matemáticas, computación, física. En general la lógica se aplica en la tarea diarias. La lógica al ser un lenguaje científico aspirará a los ideales de economía, precisión, claridad, univocidad, rigor e impersonalidad propios de la ciencia.

L. Sánchez et al. (2009) refieren que dadas las condiciones de los estudiantes (jóvenes con alto rendimiento en matemáticas, actitudes positivas hacia ellas e identificados como talentosos) para ellos resulta natural y además necesario, el empleo de símbolos matemáticos, no se muestran satisfechos con un resultado hasta que no lo expresan en forma simbólica.

4.3.2. Discusión sobre la modelización matemática

Segundo se evidenció al 95 % de confianza, que el valor calculado es mayor que el asumido ($|-3.823| > 1.96$), lo que indica rechazar la nula y aceptar la hipótesis alterna, entonces, la aplicación de la visualización animada, mejora significativamente la modelación matemática en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes. Es decir el estudiante identifica y estructura el campo o situación que va a modelarse, modela y traduce la realidad a una estructura matemática, formaliza e interpreta los modelos matemáticos en términos reales y reflexiona, analiza y ofrece la crítica de un modelo y sus resultados.

Concordando con Ribas et al. (2006) en las ciencias aplicadas y aspectos tecnológicos, un modelo matemático es una variedad de un modelo científico que emplea formulas matemáticas interrelacionando variables; con el objetivo de estudiar comportamientos de sistemas complejos, las cuales son difíciles de observar en la realidad.

Rodríguez y Steegmann (2016) afirman que un modelo matemático es una descripción, en lenguaje matemático, de un objeto que existe en un universo no matemático. Estamos familiarizados con las previsiones del tiempo, las cuales se basan en un modelo matemático meteorológico; así como con los pronósticos económicos, basados éstos en un modelo matemático referente a economía. La mayoría de las aplicaciones de cálculo (por ejemplo, problemas de máximos y mínimos) implican modelos matemáticos. En términos generales, en todo modelo matemático se puede determinar 3 fases: Construcción del modelo (transformación del objeto no-matemático en lenguaje matemático). Análisis del modelo (estudio del modelo matemático). Interpretación del análisis matemático

(Aplicación de los resultados del estudio matemático al objeto inicial no matemático).

Los beneficios de un modelo dependerán de la situación a ser modelada y del problema planteado. Diferentes modelos de una misma situación producirán diferentes simplificaciones de la realidad y, en consecuencia, generan diferentes resultados. Haberman (2004) afirma: "Sin embargo, cuando la teoría y el experimento coinciden cuantitativamente, entonces podemos estar más seguros de la validez de la teoría. De esta manera, las matemáticas se convierten en una parte integral del método científico" (p. 215). También, un mismo modelo puede servir para distintas situaciones.

4.3.3. Discusión sobre el pensamiento crítico

Se evidenció al 95 % de confianza, que el valor calculado es mayor que el asumido ($|-3.823| > 1.96$), lo que indica rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alterna, entonces, la aplicación de la visualización animada, desarrolla considerablemente el pensamiento crítico en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes. Es decir el estudiante interpreta y distingue diferentes tipos de enunciados y proposiciones, entiende y utiliza conceptos matemáticos en su extensión y límites, conoce las pruebas matemáticas y diferencia tipos de razonamiento y sigue y valora cadenas de argumentos matemáticos de diferentes tipos.

Stella (2005) sugiere que, el pensamiento crítico es un proceso que se propone analizar, entender o evaluar la manera en la que se organizan los conocimientos que pretenden interpretar y representar el mundo, en particular las opiniones o afirmaciones que en la vida cotidiana suelen aceptarse como verdaderas. Es importante procesar la información de esta manera para estructurar el conocimiento de una manera más solido que genere otros a base de estos.

El Pensamiento Crítico se apoya en la formulación de lo que se llama criterios de verdad. Un criterio de verdad es aquella característica o procedimiento por el cual podemos distinguir la verdad de la falsedad y estar seguros del valor de un enunciado Poveda (2010). El criterio implica el requisito o requisitos que podemos utilizar para la valoración de una declaración.

Stella (2005) define, desde un punto de vista práctico, como el proceso mediante el cual se usa el conocimiento y la inteligencia para llegar de forma efectiva, a la postura más razonable y justificada sobre un tema. El desarrollo del pensamiento crítico, estrechamente ligado a la expansión de conocimiento, requiere de los siguientes tres factores: Entornos para practicar el conocimiento crítico (en sus dos tipos, conocimiento en sí y conocimiento como instrumento para contribuir a la mejora de la vida). Tendencia a los pensamientos críticos. Acceso a contenidos críticos.

El pensamiento crítico es una habilidad que todo ser humano debe desarrollar ya que tiene cualidades muy específicas y que nos ayudan a resolver problemas de una mejor manera, nos hace más analíticos, nos ayuda a saber clasificar la información en viable y no viable, nos hace más curiosos, querer saber e investigar más acerca de temas de interés. Poveda (2010) dice que cuando se desarrollan este tipo de habilidades, también se desarrollan muchas otras competencias del cerebro como la creatividad, la intuición, la razón y la lógica, entre otras. Pensar de esta manera involucra dominar muchos aspectos como los mencionados; es decir independientes de contextos y incertidumbres manteniéndose relacionado con el fenómeno.

En concordancia a Gomez (2017) derivado de las especificidades analíticas de esta forma de pensamiento, se ha desarrollado una perspectiva que tiende a inhibir el uso y sentido de la crítica porque se considera puede contravenir el orden que guarda la sociedad. Entre los pasos a seguir, los especialistas señalan que hay adoptar la actitud de un pensador crítico; reconocer y evitar los prejuicios cognitivos; identificar y caracterizar argumentos; evaluar las fuentes de información; y, finalmente, evaluar los argumentos.

4.3.4. Discusión sobre la creatividad matemática

Cuarto se evidenció al 95 % de confianza, que el valor calculado es mayor que el asumido ($|-3.910| > 1.96$), lo que indica rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alterna, entonces, la aplicación de la visualización animada, incrementa considerablemente la creatividad matemática en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes. Es decir el estudiante adapta lo no convencional, referida al manejo de categorías de respuesta, emite respuestas válidas, novedosas e inesperadas, que impresionen, produce alternativas de solución, y posee la capacidad de menera única y combina componentes para llegar a un todo creativo, generando nuevos conceptos.

Newman (2007) menciona que la creatividad es el proceso de presentar un problema a la mente con claridad (ya sea imaginándolo, visualizándolo, suponiéndolo, meditando, contemplando, etc.) y luego originar o inventar una idea, concepto, noción o esquema según líneas nuevas o no convencionales. Supone estudio y reflexión más que acción. Cuando se va más allá del análisis de un problema e intenta poner en práctica una solución se produce un cambio. Esto se llama creatividad ver un problema, tener una idea, hacer algo sobre ella, tener resultados positivos

La creatividad matemática es el proceso de presentar un problema a la mente con claridad (ya sea imaginándolo, visualizándolo, suponiéndolo, meditando, contemplando, etc.) y luego originar o inventar una idea, concepto, noción o esquema según líneas nuevas o no convencionales. Supone estudio y reflexión más que acción.

Entonces diremos que después de razonar y abstraer, podemos dar el paso a la creatividad o las soluciones las infinitas soluciones, a cualquier problema. Por lo tanto está latente en los seres humanos en mayor o menor grado, se puede entrenar para desarrollarla, y es importante la inventiva emocional y cuando se trata de crear lo emocional y no racional es tan importante como lo intelectual y lo racional.

Kaufman y Sternberg (2010) Primero, las ideas creativas deben representar algo diferente, nuevo o innovador. En segundo lugar, las ideas creativas son de alta calidad. En tercer lugar, las ideas creativas también deben ser apropiadas para la tarea en cuestión o para una redefinición de esa tarea. Por lo tanto, una respuesta creativa es novedosa, buena y relevante.

4.3.5. Discusión sobre las competencias matemáticas

Se evidenció al 95 % de confianza, que el valor calculado es mayor que el asumido ($|-3.823| > 1.96$), lo que indica rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alterna, entonces, la aplicación de la visualización animada influye significativamente, en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes de la EP, Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho – 2018. Es decir el estudiante desarrolló la simbolización matemática, la modelación matemática, la pensamiento crítico y la creatividad matemática.

Resultado avalado por Fernández (2012) en su tesis "Una aproximación ontosemiótica a la visualización y el razonamiento espacial", explica que la visualización ha sido objeto de numerosas investigaciones en Educación Matemática, especialmente en el área de la geometría. Se trata de evaluar los procesos y competencias de los sujetos para realizar ciertas tareas que requieren ver o imaginar mentalmente los objetos geométricos espaciales, así como relacionar los objetos y realizar determinadas operaciones o transformaciones geométricas con los mismos. Este tema también ha recibido atención desde el punto de vista del propio trabajo del matemático, en momentos de abordar la resolución de problemas, en la formulación de conjeturas y en otras áreas diferentes de la geometría.

Según Romero y Gómez (2014) en su relación con el mundo real, los ciudadanos se enfrentan regularmente a situaciones matemáticas cuando compran, viajan, se alimentan, pagan sus impuestos, gestionan sus finanzas personales, organizan su tiempo y sus entornos vitales, juzgan cuestiones políticas, y muchas otras, en las que usan el razonamiento cuantitativo, relacional o espacial. En estas y en muchas otras ocasiones tienen que mostrar su competencia matemática para clarificar, formular y resolver problemas ya que, en todos estos casos, abordan y resuelven cuestiones mediante herramientas matemáticas. La competencia en matemáticas se considera parte principal de la preparación educativa puesto que ideas y conceptos matemáticos son herramientas para actuar sobre la realidad.

Por ello, la evaluación en matemáticas se centra sobre esta competencia general como finalidad esencial del programa PISA.

Es la capacidad de generar imágenes provistas de movimiento (*dinámicas*), mental o gráficamente (sobre una superficie o por computadora) con el objetivo de estudiar un ente abstracto o figurativo. Duval (1999, p. 15 citado en Gomez, 2017, p. 15) afirma: "La complejidad de la visualización matemática no radica en sus unidades visuales que son menos y más homogéneas que para las imágenes sino en la selección implícita de las variables visuales contrastadas dentro de la configuración de unidades que son relevantes y las que no". La variedad de softwares nos permite la animación y representación de objetos figurativos o abstractos que permiten realizar un análisis minucioso de sus propiedades. Lo cual constituye elementos básicos de estudio de la matemáticas educativas.

4.3.6. Discusión de resultados de la ficha de opinión

De acuerdo a la Tabla 13 y 14 se concluyó, que los estudiantes, consideraron al instrumento de la visualización animada, pertinente y adecuado en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, por lo tanto, estamos convencidos en la implementación de este método visual en la didáctica de las matemáticas, y en otra áreas del conocimiento en general. Entonces se concuerda con los autores mencionados en los antecedentes de esta investigación es decir concordamos con las tesis de: Fernández (2012) "Una aproximación ontosemiótica a la visualización y el razonamiento espacial", Reyes (2015) "Enculturación matemática y rendimiento académico en los futuros profesores de la Especialidad de Matemática en la UNMSM, 2015", Sordo (2005) "Estudio de una estrategia didáctica basada en las nuevas tecnologías para la enseñanza de la geometría", Munaylla (2016) "Materiales didácticos concretos en el desarrollo de capacidades matemáticas en estudiantes de educación inicial de la universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, 2015", Planchart (2016) "La visualización y la modelación en la adquisición del concepto de función", Padilla (2014) "Aplicación del Software Geogebra y la resolución de problemas de geometría euclidiana plana en estudiantes del I ciclo de Ingeniería Civil de la Universidad Peruana de Los Andes 2013-II sede Lima", Gutiérrez (2015) "Competencia matemática y mediación del aprendizaje, en estudiantes de la escuela de formación profesional de educación primaria, UNSCH – 2015" y Meza (2010) "Estrategia metodológica activo colaborativo en el aprendizaje de matemática en estudiantes de economía, Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga – 2010"

CONCLUSIONES

1. Al 95 % de confianza, se observa que el valor calculado es mayor que el asumido ($|-3.723| > 1.96$), lo que indica rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alterna, entonces, la aplicación de la visualización animada, mejora significativamente la simbolización matemática en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes. Es decir el estudiante decodifica el lenguaje simbólico y relaciona con el lenguaje natural, traduce sucesos desde el lenguaje natural al simbólico y formal – lógico, maneja enunciados y expresiones que contengan símbolos y fórmulas y utiliza variables, resuelve ecuaciones y comprende los cálculos.

2. Al 95 % de confianza, se observa que el valor calculado es mayor que el asumido ($|-3.823| > 1.96$), lo que indica rechazar la nula y aceptar la hipótesis alterna, entonces, la aplicación de la visualización animada, mejora significativamente la modelación matemática en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes. Es decir el estudiante identifica y estructura el campo o situación que va a modelarse, modela y traduce la realidad a una estructura matemática, formaliza e interpreta los modelos matemáticos en términos reales y reflexiona, analiza y ofrece la crítica de un modelo y sus resultados.

3. Al 95 % de confianza, se observa que el valor calculado es mayor que el asumido ($|-3.823| > 1.96$), lo que indica rechazar la nula y aceptar la hipótesis alterna, entonces, la aplicación de la visualización animada, desarrolla considerablemente el pensamiento crítico en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes. Es decir el estudiante interpreta y distingue diferentes tipos de enunciados y proposiciones, entiende y utiliza conceptos matemáticos en su extensión y límites, conoce las pruebas matemáticas y diferencia tipos de razonamiento y sigue y valora cadenas de argumentos matemáticos de diferentes tipos.

4. Al 95 % de confianza, se observa que el valor calculado es mayor que el asumido ($|-3.910| > 1.96$) lo que indica rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alterna, entonces, la aplicación de la visualización animada, incrementa considerablemente la creatividad matemática en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes. Es decir el estudiante adapta lo no convencional, referida al manejo de categorías de respuesta, emite respuestas válidas, novedosas e inesperadas, que impresionen, produce alternativas de solución, y posee la capacidad de menera única y combina componentes para llegar a un todo creativo, generando nuevos conceptos.

5. Al 95 % de confianza, se observa que el valor calculado es mayor que el asumido ($|-3.824| > 1.96$), lo que indica rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alterna, entonces, la aplicación de la visualización animada influye significativamente, en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes de la EP, Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho – 2018. Es decir el estudiante desarrolló la simbolización matemática, la modelación matemática, la pensamiento crítico y la creatividad matemática.

RECOMENDACIONES

De acuerdo a los resultados de la investigación y a la necesidad de colaborar, con estrategias didácticas en la enseñanza de las matemáticas en el campo educativo, me permito recomendar:

1. A las autoridades universitarias a fin de implementar en la reglamentación de los términos de referencia, sobre la visualización animada para contribuir a la solución de los problemas de la enseñanza y aprendizaje, en la comunidad universitaria.

2. A las autoridades de la facultad de ingeniería minas, geología y civil UNSCH y sus correspondientes escuelas profesionales, a fin de implementar en los planes curriculares, nuevas asignaturas que permitan orientar la formación profesional de los estudiantes, que involucren el desarrollo de las siguientes competencias matemáticas: simbolización matemática, modelación matemática, pensamiento crítico y creatividad matemática; para coadyuvar en la solución de los problemas didácticos, en la comunidad local, regional y nacional.

3. A los docentes y estudiantes de la UNSCH en especial de la Escuela Profesional de Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho y sus correspondientes especialidades (matemática, física y estadística), a fin de poner en práctica la visualización animada.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Barrientos, G. P. (2006). *La investigación científica enfoques metodologicos* (1.ª ed.) (E. U. S.A.C, Ed.). Perú. Recuperado desde http://www.sancristoballibros.com/libro/la-investigacion-cientifica-enfoques-metodologicos_57471

Callejo, M. L. (2003). Creatividad matemática y resolución de problemas. *Sigma: revista de matemáticas – matematika aldizkaria*, (22), 25-34.

Calva, M. L. (1998). *Pensamiento crítico y creatividad en el aula*. Serie creatividad y formación. Trillas.

Camacho Machín, M., Fuente Martínez, C., Gámez Ruiz, J., González López, M., Jara Martínez, P., Marín del Moral, A., ... Rico Romero, L. (2009). *Construcción de modelos matemáticos y resolución de problemas*. Aulas de Verano. Serie: Ciencias. Ministerio de Educación.

Corder, G. & Foreman, D. (2011). *Nonparametric Statistics for Non-Statisticians: A Step-by-Step Approach*. Wiley. Recuperado desde https://books.google.com.pe/books?id=T3qOqdpSz6YC

Coronel, M. d. V. & Curotto, M. M. (2008). La resolución de problemas como estrategia de enseñanza y aprendizaje. Recuperado el 18 de febrero de 2018, desde %5Curl%7Bhttp://reec.uvigo.es/volumenes/volumen7/ART11_Vol7_N2.pdf%7D

Duval, R. (2005). *Les conditions cognitives de lapprentissage de la geometrie: Developpement de la visualisation, differenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements*. Clarendon Oxford.

Fernández, B. T. (2012). *Una aproximación ontosemiótica a la visualización y el razonamiento espacial,* (Tesis de doctorado). Universidade de Santiago de Compostela, España.

Figueiras, L. & Deulofeu, J. (2010). Atribuir un significado a la matemática a través de la visualización. Recuperado el 17 de mayo de 2018, desde %5Curl%7Bhttp://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/download/22019/332762%7D

Gamarra, A. G. A., Rivera, E. T. A., Wong, C. F. J., & Pujay, C. O. E. (2010). *Estadistica e investigacion con aplicaciones de SPSS* (4.ª ed.). Colombia: Prentice Hall.

Giaquinto, M. (2007). *Visual Thinking in Mathematics: An epistemological study*. New York: Oxford University Press.

Godino, J. D., Gonzato, M., Cajaraville, J. A., & Fernández, T. (2012). Una aproximación ontosemiótica a la visualización en educación matemática. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, *30*(2), 109-130.

Gomez, C. I. (2017). Visualización matemática: Intuición y razonamiento. Recuperado el 7 de agosto de 2018, desde %5Curl%7Bhttp://www.palermo.edu/ingenieria/downloads/CyT6/6CyT2004.pdf%7D

Guilford, J. P. (1968). Intelligence, Creativity and Their Educational Implications. Recuperado el 17 de marzo de 2018, desde %5Curl%7Bhttps://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/65974.pdf%7D

Gutiérrez, S. J. (2015). *Competencia matemática y mediación del aprendizaje, en estudiantes de la escuela de formación profesional de educación primaria, UNSCH - 2015,* (Tesis de maestría). UNSCH, Ayacucho. Recuperado desde http://repositorio.unsch.edu.pe/handle/UNSCH/1357

Haberman, R. (2004). *Mathematical Models: Mechanical Vibrations, Population Dynamics, and Traffic Flow* (U. o. W. Robert E. O'Malley Jr., Ed.). USA: SIAM's Classics in Applied Mathematics.

Herrera, L. R. (2002). *Investigacion Pedagogica: Fundamento central de formacion del docente universitario*. Ciencia y Pedagogía: Fundamentos de la Formación del Profesor Universitario. Icfes (Instituto Colombiano para el Fomento de la Educacion Superior).

Hervas, J. (2017). *Pensamiento Divergente*. CreateSpace Independent Publishing Platform. Recuperado desde https://books.google.com.pe/books?id=6hSXAQAACAAJ

Hitt, F. (1998). Visualización matemática, representaciones, nuevas tecnologías y curriculum. *Educación matemática*, *10*(02), 23-45.

Howard, G. (1993). *Multiple Intelligences: The Theory in Practice*. Basic Books. Recuperado desde https://books.google.com.pe/books?id=eZQq3z7joHkC

Isoda, M. & Olfos, R. (2009). El enfoque de resolución de problemas. Recuperado el 18 de febrero de 2018, desde %5Curl%7Bhttp://math-info.criced.tsukuba.ac.jp/upload/ProblemSolvingIsodaOlfos.pdf%7D

Jackson, S. (2012). *Research Methods and Statistics: A Critical Thinking Approach*. Cengage Learning. Recuperado desde https://books.google.com.pe/books?id=YXHuw%5C_aIIgYC

Kaufman, J. & Sternberg, R. (2010). *The Cambridge Handbook of Creativity*. Cambridge Handbooks in Psychology. Cambridge University Press.

Khotari, C. R. (2004). *Research methodology: Methods and techniques* (2.ª ed.). India: New age international (p) limited, publishers.

Méndez, Á. C. E. (1995). *Metodología: guía para elaborar diseños de investigación en ciencias económicas, contables y administrativas/* (2.ª ed.). CAMPUS I, II y EXTENSIÓN CIBAO. Santafé de Bogotá: McGraw-Hill Interamericana,

Meza, S. R. (2010). *Estrategia metodológica activo colaborativo en el aprendizaje de matemática en estudiantes de economía, Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga - 2010,* (Tesis de licenciatura). UNSCH, Ayacucho.

Munaylla, J. J. (2016). *Materiales didácticos concretos en el desarrollo de capacidades matemáticas en estudiantes de educación inicial de la universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, 2015,* (Tesis de maestría). UNSCH, Ayacucho.

Newman, E. (2007). *Matemáticas e imaginación*. CONACULTA, Direccion General de Publicaciones.

Niss, M. (2004). Mathematical competencies and the learning of mathematics. Recuperado el 17 de julio de 2017, desde %5Curl%7Bhttp://www7.nationalacademies.org/mseb/%20Mathematical_Competencies_and_the_%20Learning_of_Mathematics.pdf%7D

O'Halloran, K. L. (2005). *Language, Symbolism and Visual Images*. London: Dordrecht Heidelberg London.

Orlando, M. (2012). *Habilidades de Razonamiento Y Resolución de Problemas*. EAE. Recuperado desde https://books.google.com.pe/books?id=Gi1gLwEACAAJ

Padilla, V. F. T. (2014). *Aplicación del Software Geo-gebra y la resolución de problemas de geometría euclidiana plana en estudiantes del I ciclo de Ingeniería Civil de la Universidad Peruana de Los Andes 2013-II sede Lima,* (Tesis maestría). Cesar Vallejo, Lima.

Palacios, L. E. (2005). *El análisis y la síntesis*. Opuscula philosophica. Ediciones Encuentro, S.A.

Palais, S. R. (2000). The Visualization of Mathematics: Towards a Mathematical Exploratorium. Recuperado el 17 de enero de 2018, desde %5Curl%7Bhttps://pdfs.semanticscholar.org/3b4e/372183348646a56f7cb97bf0bb270a271f2a.pdf%7D

Phillips, L., Norris, S., & Macnab, J. (2010). *Visualization in Mathematics, Reading and Science Education*. Models and Modeling in Science Education. Springer Netherlands.

Planchart, M. O. (2016). *La visualización y la modelación en la adquisición del concepto de función,* (Tesis de licenciatura). Universidad Autónoma del Estado de Morelos, México.

Poveda, I. L. (2010). Formación de pensamiento crítico en estudiantes de primeros semestres de educación superior. *Revista Iberoamericana de Educación*, *53*(3), 1-7.

Quiroga, B. G., Coronado, A., & Quintana, L. M. (2011). Formación y desarrollo de competencias matemáticas: una perspectiva teórica en la didáctica de las matemáticas. *Revista Educación y Pedagogía*, *23*(59), 159-175.

Reyes, C. N. (2015). *Enculturación matemática y rendimiento académico en los futuros profesores de la Especialidad de Matemática en la UNMSM, 2015,* (Tesis de licenciatura). UNMSM, Lima.

Ribas, M., Hurtado, R., Garrido, N., de los Ríos, M. D., Doménech, F., Sabadí, R., ... Rodríguez, D. (2006). Modelación matemática y simulación de procesos fermentativos: Presentación de nueva herramienta de software. *Ingeniería química*, (438).

Rodríguez, J. A., Velázquez & Steegmann, C. P. (2016). Modelos matemáticos. Recuperado el 7 de marzo de 2018, desde %5Curl%7Bhttps://www.uoc.edu/in3/emath/docs/Modelos_matematicos.pdf%7D

Rodríguez-Jiménez, A. & Perez Jacinto, O. (2017, julio). Métodos científicos de indagación y de construcción del conocimiento. *Revista EAN*. doi:10.21158/01208160.n82.2017.1647

Romero, L. & Gómez, J. (2014). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. El Libro Universitario - Materiales - Competencias Básicas En Educación. Alianza Editorial. Recuperado desde https://books.google.com.pe/books?id=RUCUBQAAQBAJ

Sampieri, R. H., Collado, C. F., & Lucio, P. B. (2006). *Metodología de la investigación*. Elibro Catedra. MacGraw-Hill/Interamericana.

Sánchez, A. (2002). Resolucion de problemas. *Tachira, Venezuela*. Recuperado desde %5Curl%7Bhttp://servidoropsu.%20tach.%20ula.%20ve/profeso/sanch%5C_alf/ponencias/resolucion%5C_proble.%20pdf%7D

Sánchez, L., García, O., & Mora, L. C. (2009). Ver, describir y simbolizar en el club de matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional. Recuperado el 17 de marzo de 2018, desde %5Curl%7Bhttp://funes.uniandes.edu.co/740/1/ver.pdf%7D

Sordo, J. J. M. (2005). *Estudio de una estrategia didáctica basada en las nuevas tecnologías para la enseñanza de la geometría,* (Tesis de licenciatura). Universidad Complutense de Madrid, España.

Stella, C. (2005). *Critical Thinking Skills Developing Effective Analysis and Argument*. New York: Palcrave Macmillan.

Surhone, L. M., Timpledon, M., & Marseken, S. (2010). *Shapiro-Wilk Test*. VDM Publishing.

Torres, C. (2006). *Metodología de la investigación: para administración, economía, humanidades y ciencias sociales*. Pearson Educación.

Valderrama, M. S. (2015). *Pasos Para Elaborar Proyectos de Investigacion Cientifica* (5.ª ed.) (S. Marcos, Ed.). Perú.

Velasco, A. Z., Chávez, N. P., Rojas, R. R., & Richter, M. M. (2008). *Historia y cultura de Ayacucho*. Miscelánea del Instituto de Estudios Peruanos. IEP, Instituto de Estudios Peruanos.

Venero, B. J. A. (2006). *Introducción al análisis matemático* (2.ª ed.). Lima Peru: Representaciones Jemar.

Zabala, J. M. G. (2008). *3-2 Ideas clave. El desarrollo de la competencia matemática*. Graó.

ACRÓNIMOS

D	Dimensiones
EP	Escuela profesional
IVD	Indicador de la variable dependiente
IVI	Indicador de la variable independiente
UNSCH	Universidad Nacional de San Cristobal de Huamanga
VD	Variable dependiente
VI	Variable independiente

ANEXO 1

MATRÍZ DE CONSISTENCIA

Escuela Profesional de Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho
TÍTULO: Visualización animada y desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de la Escuela Profesional de Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho — 2018
AUTOR: Br. Ricardo Michel MALLQUI BAÑOS

PROBLEMAS	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES	MARCO TEÓRICO	METODOLOGÍA
PROBLEMA GENERAL	OBJETIVO GENERAL	HIPÓTESIS GENERAL	▪ **Independiente**: Visualización animada. ● Inteligencia espacial. ● Inteligencia lógica. ▪ **Dependiente**: Desarrollo de competencias matemáticas. ● Simbolización matemática. ● Modelación matemática. ● Pensamiento crítico. ● Creatividad matemática.	▪ Contexto de la inves- 1 tigación. ▪ Visualización animada. ▪ Desarrollo de competencias matemáticas. ▪ Simbolización matemática. ▪ Modelación matemática. ▪ Pensamiento crítico. ▪ Creatividad matemática.	▪ **Enfoque de estudio:** Cuantitativo. ▪ **Tipo de estudio:** Investigación aplicada. ▪ **Nivel de estudio:** Investigación explicativa experimental. ▪ **Diseño de estudio:** Diseño cuasiexperimental de un mismo grupo con pre y postprueba en series temporales equivalentes (Alternado). ▪ **Metodología:** Experimental, hipotético deductivo, estadístico y analítico. ▪ **Población:** Constituida por 280 alumnos de la EP de Ciencias Físico Matemáticas UNSCH – Ayacucho. ▪ **Muestra:** Constituida por 20 alumnos de la EP de Ciencias Físico Matemáticas UNSCH – Ayacucho. ▪ **Muestreo:** No probabilístico. ▪ **Técnica:** Observación, evaluación pedagógica y experimentación. ▪ **Instrumentos:** Ficha de observación, ficha de opinión prueba escrita y módulos experimentales. ▪ **Procesamiento de datos:** Se analizará datos descriptivos e inferenciales con los programas estadísticos SPSS y Excel.
¿En que medida el uso de la visualización animada influye en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes de la EP, Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho – 2018?	Determinar la influencia de la visualización animada en el desarrollo de competencias matemáticas, de los estudiantes de la EP, Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho – 2018	La aplicación de la visualización animada influye significativamente, en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes de la EP, Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho – 2018			
PROBLEMAS ESPECÍFICOS	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	HIPÓTESIS ESPECÍFICAS			
¿De qué manera el uso de la visualización animada mejorará la simbolización matemática en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes?	Verificar la mejora que genera la visualización animada de la simbolización matemática, en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes	La aplicación de la visualización animada, mejora significativamente la simbolización matemática en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes			
¿De qué manera el uso de la visualización animada mejorará la modelación matemática en el desarrollo de competencias matemáticas, de los estudiantes?	Demostrar la mejora que genera la visualización animada de la modelación matemática, en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes	La aplicación de la visualización animada, mejora significativamente la modelación matemática en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes			
¿De qué manera el uso de la visualización animada desarrollará el pensamiento crítico en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes?	Comprobar el desasarrollo que genera la visualización animada en el pensamiento crítico, en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes	La aplicación de la visualización animada, desarrolla considerablemente el pensamiento crítico en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes			
¿De qué manera el uso de la visualización animada incrementará la creatividad matemática en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes?	Verificar la incremento que genera la visualización animada de la creatividad matemática, en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes	La aplicación de la visualización animada, incrementa considerablemente la creatividad matemática en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes			

ANEXO 2

MATRIZ DE EJES TEMÁTICOS

TÍTULO: Visualización animada y desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de la Escuela Profesional de Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho — 2018
AUTOR: Br. Ricardo Michel MALLQUI BAÑOS

VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES	EJES TEMÁTICOS
Visualización animada	Inteligencia espacial	Percibe la realidad, apreciando tamaños, direcciones y relaciones espaciales de objetos abstractos lógicos	Vectores y rectas Círculo Parábola Elipse Hipérbola
		Reproduce mental y gráficamente objetos matemáticos que se han observado con anterioridad	
		Identifica y fija la imagen, independientemente del lugar, posición o situación en que el objeto se encuentre	
		Imagina y prevé cómo puede variar un objeto que sufre algún tipo de cambio en función de alguna variable	
		Describe similitudes entre objetos distintos, e identifica aspectos comunes o diferencias en los objetos	
	Inteligencia lógica	Comprende conceptos lógicos, posee habilidad para el razonamiento, y busca explicaciones racionales	
		Aplica principios científicos, como el razonamiento inductivo, deductivo, y el pensamiento lógico	
		Formula y verifica hipótesis, en base a principios lógicos matemáticos, y las organiza en categorías	
		Reconoce relaciones de causa y efecto simple, concreto y secuenciación básica de entes abstractos	
		Utiliza una serie de procesos y conductas metacognitivas, facilitando el pensamiento abstracto	
Desarrollo de competencias matemáticas	Simbolización matemática	Decodifica el lenguaje simbólico y relaciona con el lenguaje natural	Vectores y rectas Círculo Parábola Elipse Hipérbola
		Traduce sucesos desde el lenguaje natural al simbólico y formal – lógico	
		Maneja enunciados y expresiones que contengan símbolos y fórmulas	
		Utiliza variables, resuelve ecuaciones y comprende los cálculos	
	Modelación matemática	Identifica y estructura el campo o situación que va a modelarse	
		Modela y traduce la realidad a una estructura matemática	
		Formaliza e interpreta los modelos matemáticos en términos reales	
		Formaliza e interpreta los modelos matemáticos en términos reales	
	Pensamiento crítico	Reflexiona, analiza y ofrece la crítica de un modelo y sus resultados	
		Interpreta y distingue diferentes tipos de enunciados y proposiciones	
		Entiende y utiliza conceptos matemáticos en su extensión y límites	
		Conoce las pruebas matemáticas y diferencia tipos de razonamiento	
	Creatividad matemática	Conoce las pruebas matemáticas y diferencia tipos de razonamiento	
		Sigue y valora cadenas de argumentos matemáticos de diferentes tipos	
		Adapta lo no convencional, referida al manejo de categorías de respuesta	
		Emite respuestas válidas, novedosas e inesperadas, que impresionen	

ANEXO 3

MATRIZ DE INSTRUMENTOS

TÍTULO: Visualización animada y desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de la Escuela Profesional de Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho — 2018
AUTOR: Br. Ricardo Michel MALLQUI BAÑOS

VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES	ÍTEMS	VALORACIÓN	INSTRUMENTOS
Visualización animada	Inteligencia espacial	Percibe la realidad, apreciando tamaños, direcciones y relaciones espaciales de objetos abstractos lógicos	IVI 1	Alta. Moderado. Baja. Muy baja. Nula.	Ficha de opinión
		Reproduce mental y gráficamente objetos matemáticos que se han observado con anterioridad	IVI 2		
		Identifica y fija la imagen, independientemente del lugar, posición o situación en que el objeto se encuentre	IVI 3		
		Imagina y prevé cómo puede variar un objeto que sufre algún tipo de cambio en función de alguna variable	IVI 4		
		Describe similitudes entre objetos distintos, e identifica aspectos comunes o diferencias en los objetos	IVI 5		
	Inteligencia lógica	Comprende conceptos lógicos, posee habilidad para el razonamiento, y busca explicaciones racionales	IVI 6		
		Aplica principios científicos, como el razonamiento inductivo, deductivo, y el pensamiento lógico	IVI 7		
		Formula y verifica hipótesis, en base a principios lógicos matemáticos, y las organiza en categorías	IVI 8		
		Reconoce relaciones de causa y efecto simple, concreto y secuenciación básica de entes abstractos	IVI 9		
		Utiliza una serie de procesos y conductas metacognitivas, facilitando el pensamiento abstracto	IVI 10		
Desarrollo de competencias matemáticas	Simbolización matemática	Decodifica el lenguaje simbólico y relaciona con el lenguaje natural	IVD 1	Excelente Bueno Regular Malo Deficiente	Ficha de observación Prueba escrita
		Traduce sucesos desde el lenguaje natural al simbólico y formal – lógico	IVD 2		
		Maneja enunciados y expresiones que contengan símbolos y fórmulas	IVD 3		
		Utiliza variables, resuelve ecuaciones y comprende los cálculos	IVD 4		
	Modelación matemática	Identifica y estructura el campo o situación que va a modelarse	IVD 5		
		Modela y traduce la realidad a una estructura matemática	IVD 6		
		Formaliza e interpreta los modelos matemáticos en términos reales	IVD 7		
		Reflexiona, analiza y ofrece la crítica de un modelo y sus resultados	IVD 8		
	Pensamiento crítico	Interpreta y distingue diferentes tipos de enunciados y proposiciones	IVD 9		
		Entiende y utiliza conceptos matemáticos en su extensión y límites	IVD 10		
		Conoce las pruebas matemáticas y diferencia tipos de razonamiento	IVD 11		
		Sigue y valora cadenas de argumentos matemáticos de diferentes tipos	IVD 12		
	Creatividad matemática	Adapta lo no convencional, referida al manejo de categorías de respuesta	IVD 13		
		Emite respuestas válidas, novedosas e inesperadas, que impresionen	IVD 14		
		Produce alternativas de solución, y posee la capacidad de menera única	IVD 15		
		Combina componentes para llegar a un todo creativo, generando nuevos conceptos	IVD 16		

ANEXO 4

FICHA DE OBSERVACIÓN DE LA VARIABLE INDEPENDIENTE

TÍTULO: Visualización animada y desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de la Escuela Profesional de Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho — 2018

N°	INDICADORES (Visualización animada). Valoracion: Siempre (3), casi siempre (2), casi nunca (1) y nunca (0)										∑
	Percibe la realidad, apreciando tamaños, direcciones y relaciones espaciales de objetos abstractos lógicos	Reproduce mental y gráficamente objetos matemáticos que se han observado con anterioridad	Identifica y fija la imagen, independientemente del lugar, posición o situación en que el objeto se encuentre	Imagina y prevé cómo puede variar un objeto que sufre algún tipo de cambio en función de alguna variable	Describe similitudes entre objetos distintos, e identifica aspectos comunes o diferencias en los objetos	Comprende conceptos lógicos, posee habilidad para el razonamiento, y busca explicaciones racionales	Aplica principios científicos, como el razonamiento inductivo, deductivo, y el pensamiento lógico	Formula y verifica hipótesis, en base a principios lógicos matemáticos, y las organiza en categorías	Reconoce relaciones de causa y efecto simple, concreto y secuenciación básica de entes abstractos	Utiliza una serie de procesos y conductas metacognitivas, facilitando el pensamiento abstracto	
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											
12											
13											
14											
15											
16											
17											
18											
19											
20											
∑											

ANEXO 5

FICHA DE OBSERVACIÓN DE LA VARIABLE DEPENDIENTE

TÍTULO: Visualización animada y desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de la Escuela Profesional de Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho — 2018

N°	INDICADORES (Desarrollo de competencias matemáticas). Valoración cuantitaiva de 0 a 20															∑
	Decodifica el lenguaje simbólico y relaciona con el lenguaje natural	Traduce sucesos desde el lenguaje natural al simbólico y formal – lógico	Maneja enunciados y expresiones que contengan símbolos y fórmulas	Utiliza variables, resuelve ecuaciones y comprende los cálculos	Identifica y estructura el campo o situación que va a modelarse	Modela y traduce la realidad a una estructura matemática	Formaliza e interpreta los modelos matemáticos en términos reales	Reflexiona, analiza y ofrece la crítica de un modelo y sus resultados	Interpreta y distingue diferentes tipos de enunciados y proposiciones	Entiende y utiliza conceptos matemáticos en su extensión y límites	Conoce las pruebas matemáticas y diferencia tipos de razonamiento	Sigue y valora cadenas de argumentos matemáticos de diferentes tipos	Adapta lo no convencional, referida al manejo de categorías de respuesta	Emite respuestas válidas, novedosas e inesperadas, que impresionen	Produce alternativas de solución, y posee la capacidad de menera única	Combina componentes para llegar a un todo creativo, generando nuevos conceptos	
1																
2																
3																
4																
5																
6																
7																
8																
9																
10																
11																
12																
13																
14																
15																
16																
17																
18																
19																
20																
∑																

ANEXO 6

PRUEBA ESCRITA

(MÓDULO 1)

Apellidos y Nombres: ________________________________ Fecha: ____________

Simbolización matemática (5 puntos)

1. **(a).** Dada la recta de ecuación $\mathcal{L} : 2x - 6y + 3 = 0$. Describa un suceso natural que pueda describir la ecuación de la recta dada. **(b).** Represente la proporción $r = \frac{3k}{5k}$, $k \in \mathbb{R}$ mediante una ecuación. **(c).** Halle la recta perpendicular a $\mathcal{L}$ que pasa por el punto $P = (1, 7)$. **(d).** Halle el punto de intersección de $\mathcal{L}$ con la recta $\mathcal{L}_1 : x + y = 1$.

Modelación matemática (5 puntos)

2. **(a).** Modelar la proyección ortogonal de $v = (a, -b)$ en la dirección de la recta $(x-1)/4 = (y+3)/3$. **(b).** Deducir el modelo del punto Q que divide al segmento AB con $A = (m, n)$, $B = (p, q)$ en la razón $2 : (-3)$ **(c).** Obtenga el modelo que permita hallar el valor de a tal que la recta $ax + (a - 1)y + 18 = q$ sea paralela a la recta $4x + 3y + 7 = 0$. **(d).** Hallar la ecuación de la recta cuya pendiente es $-u/v$, y que forma con los semiejes de coordenadas positivas un triángulo de 15 unidades de perímetro.

Pensamiento crítico (5 puntos)

3. **(a).** En la recta que pasa por $P = (0, -2)$ y $Q = (4, 1)$. Determinar un punto A que esta situado a 3 unidades de distancia de Q, y que no pertenezca al segmento $[P, Q]$. **(b).** Dadas las rectas paralelas $\mathcal{L}_1 : 4x-6y+3 = 0$, $\mathcal{L}_2 : 4x-6y+21 = 0$, encontrar la ecuación de la recta cuyos puntos equidistan de $\mathcal{L}_1$ y de $\mathcal{L}_2$. **(c).** Dos rectas $\mathcal{L}_1$ y $\mathcal{L}_2 \neq \mathcal{L}_1$, pasan por $(5, 4)$. Si $d[Q, \mathcal{L}_1] = d[Q, \mathcal{L}_2]\sqrt{2}$, encontrar las ecuaciones de ambas rectas si $Q = (4, 1)$. **(d).** La recta $\mathcal{L}_1 : 3kx + 5y + k = 2$ es paralela a la recta $5x + 3y = 7$. Hallar el valor de la constante k.

Creatividad matemática (5 puntos)

4. **(a).** Pedro tiene que ir desde un punto $P = (1, 6)$ hasta el punto $Q = (5, 10)$ pero pasando por el rio para sacar agua en un cubilete. Si la orilla del rio se encuentra en la recta $\mathcal{L} : (1, 2)+t(3, 1)$, $t \in \mathbb{R}$. Ubicar el punto N sobre el rio de manera recorra la mínima distancia. **(b).** Un rayo de luz va dirigido por la recta $2x - 3y = 12$. Al llegar al eje de las ordenadas, se refleja en él. Determinar el punto de contacto del rayo con él, y la ecuación del rayo reflejado. **(c).** Crear la ecuación vectorial de la recta $\mathcal{L}$ cuyos puntos se encuentran a un tercio de la distancia entre las rectas $\mathcal{L}_1$ y $\mathcal{L}_2$ donde $\mathcal{L}_1 : 2x-y+9 = 0$. $\mathcal{L}_2 : 4x-2y+6 = 0$, si la distancia es medida desde la recta $\mathcal{L}_1$. **(d).** Descubrir las ecuaciones de las rectas que pasan por el origen de coordenadas y que cortan a las rectas $\mathcal{L}_1 : 2x - y + 5 = 0$, $\mathcal{L}_2 : 2x - y = -10$, determinando segmentos de longitud igual a $\sqrt{1}$, y cuyos extremos se encuentran sobre $\mathcal{L}_1$ y $\mathcal{L}_2$ respectivamente.

ANEXO 7

FICHA DE OPINIÓN

RECOMENDACIONES: Estimado estudiante, a continuación te presento un conjunto de ítems sobre la enseñanza de la matemática a través del uso de la visualización animada. Por favor responda con toda sinceridad marcando con X la respuesta que corresponde en la columna. Tu respuesta es estrictamente anónima y será de importancia para mejorar la calidad en el aprendizaje de la matemática y contribuirá en el presente trabajo de investigación.

DIMENSIONES	ITEMS	SI	A VECES	NO
Motivador	¿Despierta curiosidad de aprendizaje de los estudiantes?			
	¿Genera interés de aprendizaje de los estudiantes?			
Formativa	¿Promueve participación activa de los estudiantes?			
	¿Facilita el aprendizaje significativo de la matemática?			
	¿Permite comprender de manera concreta la matemática?			
	¿Facilita la solución rápida de los problemas matemáticos?			
	¿Permite contextualizar la matemática en su contexto sociocultural del estudiante?			
Reforzador	¿Promueve autoevaluación de aprendizajes de los estudiantes?			
	¿Facilita mayor socialización de aprendizaje de los estudiantes?			
	¿Genera reflexión de logros y dificultades de aprendizaje?			

Gracias

ANEXO 8

OPINIÓN DE EXPERTOS SOBRE LOS INSTRUMENTOS
OPINIÓN DEL PRIMER EXPERTO

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTÓBAL DE HUAMANGA

1. DATOS GENERALES

- **Apellidos y nombres del experto.** Dr. Pedro Huayya Quispe
- **Cargo e institución donde labora.** Docente . UNSCH
- **Nombre de los instrumentos.** Prueba escrita (INST1), ficha de observación (INST2) y ficha de opinion (INST3).
- **Título de la tesis.** Visualización animada y desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de la Escuela Profesional de Ciencias Físico Matemáticas UNSCH – Ayacucho, 2018.
- **Autor de los instrumentos.** Br. Ricardo Michel MALLQUI BAÑOS.

2. CRITERIOS DE VALIDACIÓN

INDICADORES	CRITERIOS DE VALIDACIÓN	INST1		INST2		INST3	
		A	D	A	D	A	D
Claridad	¿Está formulado con lenguaje claro, apropiado y sencillo?	✓		✓		✓	
Objetividad	¿Las preguntas realmente recogen datos de las variables y los indicadores?	✓		✓		✓	
Actualización	¿El instrumento es adecuado para el tipo de variables de estudio?	✓		✓		✓	
Organización	¿La presentación formal (tipo y tamaño de letra, etc.) del instrumento es apropiada?		✓		✓		✓
Suficiencia	¿Laspreguntas son suficientes para recoger datos de todos los indicadores?	✓		✓		✓	
Intencionalidad	¿Los ítems o preguntas responden al problema y objetivos de la investigación?	✓		✓		✓	
Consistencia	¿Los ítems o preguntas tienen un sustento teórico y científico?		✓		✓		✓
Coherencia	¿Los ítems o preguntas son comprensibles y están bien redactados?	✓		✓		✓	
Metodología	¿La estructura ofrece un orden lógico y coherente por cada variable e indicador?	✓		✓		✓	
Pertinencia	¿El tipo del instrumento es pertinente para recoger datos de las variables de estudio?	✓		✓		✓	
TOTAL		8	2	8	2	8	2

Opinión de aplicabilidad: Los instrumentos estan elaborados con pertinencia y aplicable en la recolección de datos

Firma del Experto

Teléfono. 988337790

Fecha: 30-04-2018

OPINIÓN DEL SEGUNDO EXPERTO

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTÓBAL DE HUAMANGA

1. DATOS GENERALES

- **Apellidos y nombres del experto.** Mg. Juarez Pulache José Carlos
- **Cargo e institución donde labora.** Docente – UNSCH
- **Nombre de los instrumentos.** Prueba escrita (INST1), ficha de observación (INST2) y ficha de opinion (INST3).
- **Título de la tesis.** Visualización animada y desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de la Escuela Profesional de Ciencias Físico Matemáticas UNSCH – Ayacucho, 2018.
- **Autor de los instrumentos.** Br. Ricardo Michel MALLQUI BAÑOS.

2. CRITERIOS DE VALIDACIÓN

INDICADORES	CRITERIOS DE VALIDACIÓN	INST1		INST2		INST3	
		A	D	A	D	A	D
Claridad	¿Está formulado con lenguaje claro, apropiado y sencillo?	✓		✓		✓	
Objetividad	¿Las preguntas realmente recogen datos de las variables y los indicadores?	✓		✓		✓	
Actualización	¿El instrumento es adecuado para el tipo de variables de estudio?	✓		✓		✓	
Organización	¿La presentación formal (tipo y tamaño de letra, etc.) del instrumento es apropiada?	✓		✓			✓
Suficiencia	¿Laspreguntas son suficientes para recoger datos de todos los indicadores?	✓			✓	✓	
Intencionalidad	¿Los ítems o preguntas responden al problema y objetivos de la investigación?	✓		✓		✓	
Consistencia	¿Los ítems o preguntas tienen un sustento teórico y científico?	✓		✓			✓
Coherencia	¿Los ítems o preguntas son comprensibles y están bien redactados?		✓	✓		✓	
Metodología	¿La estructura ofrece un orden lógico y coherente por cada variable e indicador?		✓	✓			✓
Pertinencia	¿El tipo del instrumento es pertinente para recoger datos de las variables de estudio?	✓		✓		✓	
TOTAL		8	2	9	1	7	3

Opinión de aplicabilidad: Los intrumentos son pertinentes y aplicables en la recopilación de datos.

Firma del experto

Teléfono: 913952712

Fecha: 30-04-2018

OPINIÓN DEL TERCER EXPERTO

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTÓBAL DE HUAMANGA

1. DATOS GENERALES

   - **Apellidos y nombres del experto.** Mg. Oswaldo Morales Morales
   - **Cargo e institución donde labora.** Docente de la UNSCH
   - **Nombre de los instrumentos.** Prueba escrita (INST1), ficha de observación (INST2) y ficha de opinion (INST3).
   - **Título de la tesis.** Visualización animada y desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de la Escuela Profesional de Ciencias Físico Matemáticas UNSCH – Ayacucho, 2018.
   - **Autor de los instrumentos.** Br. Ricardo Michel MALLQUI BAÑOS.

2. CRITERIOS DE VALIDACIÓN

INDICADORES	CRITERIOS DE VALIDACIÓN	INST1		INST2		INST3	
		A	D	A	D	A	D
Claridad	¿Está formulado con lenguaje claro, apropiado y sencillo?	✓		✓		✓	
Objetividad	¿Las preguntas realmente recogen datos de las variables y los indicadores?	✓		✓		✓	
Actualización	¿El instrumento es adecuado para el tipo de variables de estudio?	✓		✓		✓	
Organización	¿La presentación formal (tipo y tamaño de letra, etc.) del instrumento es apropiada?	✓		✓		✓	
Suficiencia	¿Laspreguntas son suficientes para recoger datos de todos los indicadores?	✓				✓	
Intencionalidad	¿Los ítems o preguntas responden al problema y objetivos de la investigación?	✓		✓		✓	
Consistencia	¿Los ítems o preguntas tienen un sustento teórico y científico?	✓		✓		✓	
Coherencia	¿Los ítems o preguntas son comprensibles y están bien redactados?		✓		✓		✓
Metodología	¿La estructura ofrece un orden lógico y coherente por cada variable e indicador?	✓		✓		✓	
Pertinencia	¿El tipo del instrumento es pertinente para recoger datos de las variables de estudio?	✓		✓		✓	
TOTAL		9	1	9	1	9	1

Opinión de aplicabilidad: Los instrumentos están elaborados adecuadamente y aplicables en la investigación.

Firma del experto

Teléfono: 992448417

Fecha: 25-04-2018

ANEXO 9

FICHA TÉCNICA DE LA INVESTIGACIÓN

Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga

1. **Titulo:** Visualización animada y desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de la Escuela Profesional de Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho — 2018
2. **Año de realización:** 2018
3. **Autor de la investigación:** Br. Ricardo Michel MALLQUI BAÑOS
4. **Asesor de la investigación:** Dr. Pedro HUAUYA QUISPE
5. **Colaboradores que validaron los instrumentos:** Dr. Pedro Huauya Quispe, Mg. José Carlos Juarez Pulache y Oswaldo Morales Morales.
6. **Institución:** Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga.
7. **Escuela professional:** Escuela Profesional de Ciencias Físico Matemáticas.
8. **Formato:** PDF.
9. **Resumen:** El presente trabajo de investigación tuvo como objetivo determinar la influencia de la visualización animada en el desarrollo de competencias matemáticas, de los estudiantes de la EP, Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho – 2018; tipo de investigación básica, nivel de investigación experimental explicativa de diseño cuasiexperimental de un grupo con pre y posprueba en series temporales equivalentes (alternado); se empleo el método hipotético deductivo, experimental estadístico e inferencial; el lugar de estudio fue en la Escuela Profesional de Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho; la muestra se constituyó con 20 alumnos de la EP de Ciencias Físico Matemáticas UNSCH – Ayacucho, los datos fueron recolectados a través de la prueba escrita, la ficha de observación; la prueba de validez de instrumentos se realizó a través de juicio de expertos y la confiabilidad a través de prueba del Coeficiente de Pearson y la corrección de Spearman Brow; Se verificó la no normalidad de los datos mediante la prueba de Shapiro – Wilks; se aplicó la prueba Wilcoxon para la contrastación o prueba de hipótesis con un nivel de confianza del 95 % y significancia de 5 %. Se concluyó, que la aplicación de la visualización animada influye significativamente, en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes de la EP, Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho – 2018.
10. **Palabras clave:** Visualización animada, desarrollo de competencias matemáticas, pensamiento crítico, creatividad matemática, inteligencia espacial y inteligencia lógica.
11. **Estructura de la tesis**

    I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

    1) Identificación y descripción del problema
    2) Formulación del problema
    3) Objetivos
    4) Justificación de la investigación
    5) Delimitación del problema

II. MARCO TEÓRICO
   1) Antecedentes de la investigación
   2) Bases teóricas
   3) Definiciones de términos básicos
III. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN
   1) Sistema de hipótesis
   2) Sistema de variables
   3) Operacionalización de variables
   4) Aspecto metodológico
IV. RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN
   1) Análisis e interpretación
   2) Resultados inferenciales
   3) Discusión de resultados

CONCLUSIONES
RECOMENDACIONES
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS
ACRÓNIMOS
ANEXOS

12. Antecedentes

"Estudio de una estrategia didáctica basada en las nuevas tecnologías para la enseñanza de la geometría" Sordo (2005). "Una aproximación ontosemiótica a la visualización y el razonamiento espacial" Fernández (2012). "La visualización y la modelación en la adquisición del concepto de función" Planchart (2016). "Estrategias en el uso de la matriz de habilidades matemáticas para el desarrollo de competencias en el curso de matemática básica en la universidad peruana de ciencias aplicadas" Padilla (2014). "Enculturación matemática y rendimiento académico en los futuros profesores de la Especialidad de Matemática en la UNMSM, 2015" Reyes (2015). "Materiales didácticos concretos en el desarrollo de capacidades matemáticas en estudiantes de educación inicial de la universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, 2015" Munaylla (2016). "Competencia matemática y mediación del aprendizaje, en estudiantes de la escuela de formación profesional de educación primaria, UNSCH – 2015" Gutiérrez (2015). "Estrategia metodológica activo colaborativo en el aprendizaje de matemática en estudiantes de economía, Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga – 2010" Meza (2010).

13. Problema

a. Problema general.

¿En que medida el uso de la visualización animada influye en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes de la EP, Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho – 2018?.

b. Problemas específicos

- ¿De qué manera el uso de la visualización animada mejorará la simbolización matemática en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes?.

- ¿De qué manera el uso de la visualización animada mejorará la modelación matemática en el desarrollo de competencias matemáticas, de los estudiantes?.
- ¿De qué manera el uso de la visualización animada desarrollará el pensamiento crítico en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes?.
- ¿De qué manera el uso de la visualización animada incrementará la creatividad matemática en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes?.

14. Objetivos

a. Objetivo general.

Determinar la influencia de la visualización animada en el desarrollo de competencias matemáticas, de los estudiantes de la EP, Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho – 2018.

b. Objetivos específicos

- Verificar la mejora que genera la visualización animada de la simbolización matemática, en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.
- Demostrar la mejora que genera la visualización animada de la modelación matemática, en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.
- Comprobar el desasarrollo que genera la visualización animada en el pensamiento crítico, en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.
- Verificar la incremento que genera la visualización animada de la creatividad matemática, en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.

15. Hipótesis

a. Hipótesis general.

La aplicación de la visualización animada influye significativamente, en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes de la EP, Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho – 2018.

b. Hipótesis específicas

- La aplicación de la visualización animada, mejora significativamente la simbolización matemática en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.
- La aplicación de la visualización animada, mejora significativamente la modelación matemática en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.
- La aplicación de la visualización animada, desarrolla considerablemente el pensamiento crítico en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.

- La aplicación de la visualización animada, incrementa considerablemente la creatividad matemática en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.

16. **Orientación metodológica y diseño muestral**

    - **Enfoque de estudio:** Cuantitativo.
    - **Tipo de estudio:** Investigación aplicada.
    - **Nivel de estudio:** Investigación explicativa experimental.
    - **Diseño de estudio:** Diseño cuasiexperimental de un mismo grupo con pre y postprueba en series temporales equivalentes (Alternado).
    - **Metodología:** Experimental, hipotético deductivo, estadístico y analítico.
    - **Población:** Constituida por 280 alumnos de la EP de Ciencias Físico Matemáticas UNSCH – Ayacucho.
    - **Muestra:** Constituida por 20 alumnos de la EP de Ciencias Físico Matemáticas UNSCH – Ayacucho.
    - **Muestreo:** No probabilístico.
    - **Técnica:** Observación, evaluación pedagógica y experimentación.
    - **Instrumentos:** Ficha de observación, ficha de opinión prueba escrita y módulos experimentales.
    - **Procesamiento de datos:** Se analizó datos descriptivos e inferenciales con los programas estadísticos SPSS y Excel.

17. **Análisis y presentación de resultados:** Se procesó la información recogida en el salón de clases, es decir, se sistematizó, interpretó y se sintetizó para responder así a los objetivos y a la finalidad de la investigación, con la perspectiva, de que la presentación de los resultados de esta investigación sirva de reflexión, sobre el abordaje de la visualización animada, como un factor fomentador del desarrollo de competencias matemáticas.

18. **Conclusión:** La aplicación de la visualización animada, mejora significativamente la modelación matemática en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.

ANEXO 10

PLAN DE EXPERIMENTACIÓN

I. PRESENTACIÓN

La importancia del presente trabajo de investigación, radica en buscar nuevos cambios en el proceso educativo superior y proponer nuevas estrategias de aprendizaje de las matemáticas en la enseñanza universitaria; proponer la enseñanza de la matemática a través de visualización animada, para superar las dificultades de aprendizaje, bajo rendimiento académico y rechazo hacia las matemáticas por los estudiantes, y que éstos sean protagonistas de sus aprendizajes y no simples seres pasivos, sumisos y muchas veces memorísticos.

Por los argumentos que se especifica, con el presente trabajo de investigación esperamos contribuir a la calidad de formación profesional, elevar el nivel de rendimiento académico, superar apatía y rechazo hacia las matemáticas; lograr el desarrollo de sus competencias matemáticas como base fundamental para el desarrollo personal y futuro profesional; cambiar los modelos tradicionales de enseñanza de la matemática; de modo que, la presente propuesta sirva de modelo o guía para los profesores de las diferentes carreras profesionales y de otras universidades e institutos superiores.

II. JUSTIFICACIÓN METODOLÓGICA.

se realiza esta investigación debido a la necesidad primordial de mejorar, la metodología de los docentes, en la enseñanza de las matemáticas y colaborar con un factor didáctico más, entre muchos. La característica abstracta de las matemáticas no la excusa, de hacerla puramente simbólica, es mas esta es multidisciplinaria, en la que participan diversos factores, entre las que se destaca el aspecto visual animado de los objetos matemáticos, con esta analogía es posible descubrir más de lo evidente en las matemáticas. Por tanto que este aspecto colabore en la adquisición cognitiva de las matemáticas. En la enseñanza tradicional se obvia en demasía la visualización animada debido a las dificultades o falencias de los docentes, probablemente por el bajo interes, de esta característica en la enseñanza.

En las distintas carreras de la universidad se investiga considerando la representación del objeto estudiado, con el objetivo de descubrir aspectos que las palabras o símbolos, no las pueden describir, lo que implica considerar importante la visualización animada, en la enseñanza aprendizaje de los estudiantes universitarios, haciendo más amena este proceso en su vida educativa, favoreciendo el alcance de una actitud crítica de lo estudiantes.

En resumen esta investigación se realizó porque se tuvo la necesidad de proponer estrategia,s en la solución de problemas de la enseñanza y aprendizaje en el campo de las matemáticas y generar razones, acerca de la utilidad y aplicabilidad de los resultados del estudio. En particular determinar la influencia de la visualización animada en el desarrollo de competencias matemáticas, de los estudiantes de la EP, Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho – 2018.

Resulta oportuno modificar nuestros métodos tradicionales de enseñanza universitaria con fines de Acreditación y Certificación de la Calidad Universitaria en la que estamos involucrados docentes, estudiantes y comunidad universitaria los que nos exigen productos de calidad, competentes, altamente eficientes creativos.

III. OBJETIVOS DE LA EXPERIMENTACIÓN

1. **Objetivos general.** Determinar la influencia de la visualización animada en el desarrollo de competencias matemáticas, de los estudiantes de la EP, Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho – 2018.
2. **Objetivos específicos.**
   - Verificar la mejora que genera la visualización animada de la simbolización matemática, en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.
   - Demostrar la mejora que genera la visualización animada de la modelación matemática, en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.
   - Comprobar el desasarrollo que genera la visualización animada en el pensamiento crítico, en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.
   - Verificar la incremento que genera la visualización animada de la creatividad matemática, en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.

IV. ORGANIZACIÓN CURRICULAR

- **Escuela profesional**
  Ciencias Físico Matemáticas.
- **Asignatura de experimentación**
  Geometría analítica.
- **Serie**
  100.
- **Contextualización del experimento**
  Los contenidos de experimentación del presente trabajo de investigación, está enmarcado dentro del marco de los lineamientos del sílabo de la asignatura de geometría analítica y el plan de estudios de la escuela.
- **Estrategias metodológicas**
  Se aplicó en diferentes tiempos la visualización matemática, a través de módulos de experimentación. En el proceso de experimentación se utilizó proyecciones de las sesiones animadas, priorizando el método de resolución de problemas. Terminada la actividad de experimentación se procedió a recoger los datos de la variable dependiente a través de ficha de observación y prueba escrita; con respecto de la variable independiente se recogió datos a través de la ficha de opinión, en el cual los estudiantes calificaron la estrategia de enseñanza.
- **Material de intervención en la experimentación.**

Grupo	Contenido	Módulos	Fecha	Autor
Enseñanza experimental	Vector y círculo	Módulo 1	1° y 2° semana de abril	Investigador
	Parábola	Módulo 2	1° y 2° semana de mayo	
	Elipse	Módulo 3	1° y 2° semana de junio	
	Hipérbola	Módulo 4	1° y 2° semana de julio	

- **Material de intervención en la enseñanza tradicional:**

Grupo	Contenido	Resúmenes	Fecha	Autor
Enseñanza tradicional	Vector y círculo	Resumen 1	3° y 4° semana de abril	Investigador
	Parábola	Resumen 2	3° y 4° semana de mayo	
	Elipse	Resumen 3	3° y 4° semana de junio	
	Hipérbola	Resumen 4	3° y 4° semana de julio	

- **Evaluación (Indicadores de logro de la variable dependiente)**

VD	D	Indicadores	Tema
Desarrollo de competencias matemáticas	Simbolización matemática	Decodifica el lenguaje simbólico y relaciona con el lenguaje natural	Vector, recta y círculo – parábola – elipse – hipérbola
		Traduce sucesos desde el lenguaje natural al simbólico y formal – lógico	
		Maneja enunciados y expresiones que contengan símbolos y fórmulas	
		Utiliza variables, resuelve ecuaciones y comprende los cálculos	
	Modelación matemática	Identifica y estructura el campo o situación que va a modelarse	
		Modela y traduce la realidad a una estructura matemática	
		Formaliza e interpreta los modelos matemáticos en términos reales	
		Reflexiona, analiza y ofrece la crítica de un modelo y sus resultados	
	Pensamiento crítico	Interpreta y distingue diferentes tipos de enunciados y proposiciones	
		Entiende y utiliza conceptos matemáticos en su extensión y límites	
		Conoce las pruebas matemáticas y diferencia tipos de razonamiento	
		Sigue y valora cadenas de argumentos matemáticos de diferentes tipos	
	Creatividad matemática	Adapta lo no convencional, referida al manejo de categorías de respuesta	
		Emite respuestas válidas, novedosas e inesperadas, que impresionen	
		Produce alternativas de solución, y posee la capacidad de menera única	
		Combina componentes para llegar a un todo creativo, generando nuevos conceptos	

V. PROCESO DE LA EXPERIMENTACIÓN

- **Fase de inicio.** Los estudiantes se familiarizan con la descripción teórica del tema y utilizan sus saberes previos; el investigador propone actividades significativas y presenta las diapositivas animadas. Los estudiantes generan interrogantes bajo la orientación del investigador. El mismo orienta y problematiza proponiendo situaciones prácticas.
- **Fase de proceso.** Construcción de los nuevos saberes bajo la orientación del investigador, los estudiantes determinan las estrategias para realizar la resolución de problemas haciendo uso de la representación gráfica, realizan la manipulación de los gráficos bajo la guía del investigador, registran y organizan datos e informaciones; a partir de lo observado. Finalmente, elabora conclusiones con base en las evidencias o resultados obtenidos.
- **Fase de cierre.** Evaluando lo aprendido explica sus conclusiones en forma lógica y clara basándose en las evidencias y a través de diversos medios y recursos tecnológicos. Luego los estudiantes realizan la metacognición y reflexión sobre sus aprendizajes.

VI. BIBLIOGRAFÍA

- Armando Venero B. (2010). Análisis matemático. Lima Perú
- Luis Leithold (1998). El cálculo. USA Oxford University Press

ANEXO 11

MÓDULO DE EXPERIMENTACIÓN

Vector, recta y círculo

I. DATOS INFORMATIVOS

- **Nombre del investigador** : Br. Ricardo Michel MALLQUI BAÑOS
- **Nombre del asesor** : Dr. Pedro HUAUYA QUISPE
- **Facultad** : Ingeniería de Minas, Geología y Civil
- **Escuela** : EP de Ciencias Físico Matemáticas
- **Serie** : 100
- **Asignatura** : Geometría analítica
- **Ambiente** : Aula
- **Duración** : Inicio (11:00 am) y final (1:00 pm)
- **Lugar y fecha** : Ayacucho abril 2018

II. ORGANIZACIÓN EXPERIMENTAL

- **Propuesta pedagógica.**
  La importancia del presente trabajo de investigación, radica en buscar nuevos cambios en el proceso educativo superior y proponer nuevas estrategias de aprendizaje de las matemáticas en la enseñanza universitaria; proponer la enseñanza de la matemática a través de visualización animada, para superar las dificultades de aprendizaje, bajo rendimiento académico y rechazo hacia las matemáticas por los estudiantes, y que éstos sean protagonistas de sus aprendizajes y no simples seres pasivos, sumisos y muchas veces memorísticos.

  Por los argumentos que se especifica, con el presente trabajo de investigación esperamos contribuir a la calidad de formación profesional, elevar el nivel de rendimiento académico, superar apatía y rechazo hacia las matemáticas; lograr el desarrollo de sus competencias matemáticas como base fundamental para el desarrollo personal y futuro profesional; cambiar los modelos tradicionales de enseñanza de la matemática; de modo que, la presente propuesta sirva de modelo o guía para los profesores de las diferentes carreras profesionales y de otras universidades e institutos superiores.
- **Variable de estudio.**
  - **Variable de experimentación.** Visualización animada.
  - **Variable dependiente.** Desarrollo de competencias matemáticas.
- **Objetivos general.**
  Determinar la influencia de la visualización animada en el desarrollo de competencias matemáticas, de los estudiantes de la EP, Ciencias Físico Matemáticas UNSCH Ayacucho – 2018.
- **Objetivos específicos**
  - Verificar la mejora que genera la visualización animada de la simbolización matemática, en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.

- Demostrar la mejora que genera la visualización animada de la modelación matemática, en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.
- Comprobar el desasarrollo que genera la visualización animada en el pensamiento crítico, en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.
- Verificar la incremento que genera la visualización animada de la creatividad matemática, en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.

- **Técnica**
  Observación, evaluación pedagógica y experimentación.
- **Instrumentos**
  Ficha de observación, ficha de opinión prueba escrita y módulos experimentales.
- **Organización de los indicadores de logro de la variable dependiente**

VD	D	Indicadores	Tema
Desarrollo de competencias matemáticas	Simbolización matemática	Decodifica el lenguaje simbólico y relaciona con el lenguaje natural	Vector, recta y círculo – parábola – elipse – hipérbola
		Traduce sucesos desde el lenguaje natural al simbólico y formal – lógico	
		Maneja enunciados y expresiones que contengan símbolos y fórmulas	
		Utiliza variables, resuelve ecuaciones y comprende los cálculos	
	Modelación matemática	Identifica y estructura el campo o situación que va a modelarse	
		Modela y traduce la realidad a una estructura matemática	
		Formaliza e interpreta los modelos matemáticos en términos reales	
		Reflexiona, analiza y ofrece la crítica de un modelo y sus resultados	
	Pensamiento crítico	Interpreta y distingue diferentes tipos de enunciados y proposiciones	
		Entiende y utiliza conceptos matemáticos en su extensión y límites	
		Conoce las pruebas matemáticas y diferencia tipos de razonamiento	
		Sigue y valora cadenas de argumentos matemáticos de diferentes tipos	
	Creatividad matemática	Adapta lo no convencional, referida al manejo de categorías de respuesta	
		Emite respuestas válidas, novedosas e inesperadas, que impresionen	
		Produce alternativas de solución, y posee la capacidad de menera única	
		Combina componentes para llegar a un todo creativo, generando nuevos conceptos	

III. PROCESO DE EXPERIMENTACIÓN.

Fases	Actividades	Indicadores de logro	Materiales
INICIO 20min	Comenta con los estudiantes lo que se realizó en la sesión anterior, explorando saberes, reconocen qué propósito tienen en la actividad del día. El investigador presenta un vector, contextualiza y genera preguntas relativas. A través de preguntas fija el tema.	Traduce sucesos desde el lenguaje natural al simbólico y formal – lógico. Traduce sucesos desde el lenguaje natural al simbólico y formal – lógico. Maneja enunciados y expresiones que contengan símbolos y fórmulas.	Laptop y proyector

Fases	Actividades	Indicadores de logro	Materiales
PROCESO 80min	El investigador expone animaciones con la teoría, acompañado con ejemplos acerca de un vector arbitrario $\vec{a} = (a_1, a_2)$ el comportamiento de este cuando se varia las coordenadas, se describe el vector normal; la norma y el vector unitario; la representación polar, la ortogonalidad, la proyección y la componente de un vector sobre otro. Las ecuaciones vectorial, paramétrica y general de la recta; la distancia de un punto a una recta; la intersección y el ángulo de dos rectas no paralelas. Finalmente la ecuación de un circulo y propiedades de éste.	Identifica y estructura el campo o situación que va a modelarse. Modela y traduce la realidad a una estructura matemática. Formaliza e interpreta los modelos matemáticos en términos reales. Reflexiona, analiza y ofrece la crítica de un modelo y sus resultados. Interpreta y distingue diferentes tipos de enunciados y proposiciones. Entiende y utiliza conceptos matemáticos en su extensión y límites. Conoce las pruebas matemáticas y diferencia tipos de razonamiento. Sigue y valora cadenas de argumentos matemáticos de diferentes tipos.	Hojas de resumen
CIERRE 20min	El investigador promueve la metacognición, generando la autoevaluación entre los estudiantes, para contrastar el logro de aprendizaje esperado en la sesión y realiza la retroalimentación. Indica a los estudiantes sobre las tareas a realizar en el domicilio.	Adapta lo no convencional, referida al manejo de categorías de respuesta. Emite respuestas válidas, novedosas e inesperadas, que impresionen. Produce alternativas de solución, y posee la capacidad de menera única. Combina componentes para llegar a un todo creativo, generando nuevos conceptos.	Hojas de resumen

IV. BIBLIOGRAFÍA

- Armando Venero B. (2010). Análisis matemático. Lima Perú
- Luis Leithold (1998). El cálculo. USA Oxford University Press

V. ANEXO

Resumen científico

....

El investigador

RESUMEN CIENTÍFICO PARA LA CLASE EXPERIMENTAL 1

I. DATOS INFORMATIVOS

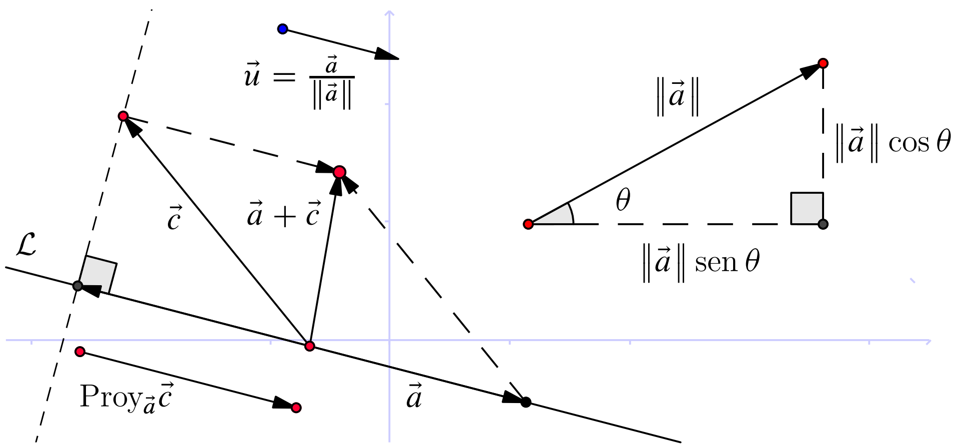
- **Nombre del investigador** : Br. Ricardo Michel MALLQUI BAÑOS
- **Nombre del asesor** : Dr. Pedro HUAUYA QUISPE
- **Facultad** : Ingeniería de Minas, Geología y Civil
- **Escuela** : EP de Ciencias Físico Matemáticas
- **Serie** : 100
- **Asignatura** : Geometría analítica
- **Ambiente** : Aula
- **Duración** : Inicio (11:00 am) y final (1:00 pm)
- **Lugar y fecha** : Ayacucho abril 2018

II. PROCESO DE EXPERIMENTACIÓN

a) **INICIO (motivación, exploración de saberes previos, conflicto cognitivo)**
Saludo y presentación del tema ¿Para qué sirven las vectores, rectas y círculo?, ¿Qué clases de cónicas conoce?

b) **PROCESO (construcción del aprendizaje)**

- **Definición de vectores, recta y círculo.** Los estudiantes toman el conocimiento de la información proporcionada, la comprende, analiza y juzga para estar en condiciones de aplicar los datos en la resolución de problemas.
- **Resolución de ejercicios.** Los estudiantes refuerzan lo aprendido resolviendo problemas diversos, asociados al tema; bajo la asesoría del investigador.
- **Resumen.**



Sea $\vec{a} = (a_1, a_2)$ entonces el vector escalado es $r\vec{a} \parallel \vec{a}$; el vector perpendicular a este es $\vec{a}^{\perp} = (-a_2, a_1)$ la norma del vector $\vec{a}$ es $\|\vec{a}\| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$ el vector unitario en la dirección de $\vec{a}$ es $\vec{\mu} = \frac{\vec{a}}{\|\vec{a}\|}$ que es paralela a este.

Dado dos puntos P_1 y P_2 estos definen un vector $\overrightarrow{P_1P_2} = P_2 - P_1$. Los vectores en dirección de los ejes positivos son $i = (1,0)$ y $j = (0,1)$; cualquier vector se pueden expresar en términos de estos es decir $\vec{a} = (a_1, a_2) = a_1(1,0) + a_2(0,1) = a_1 i + a_2 j$. De acuerdo al ángulo de inclinación del vector se tiene la siguiente representación $\vec{a} = \|\vec{a}\| (\cos\theta, \sin\theta)$.

Dos vectores son ortogonales ($\vec{a} \perp \vec{b}$) si $\left|\vec{a}-\vec{b}\right| = \left|\vec{a}+\vec{b}\right|$ y verifican $\left|\vec{b}\right|^2 + \left|\vec{b}\right|^2 + = \left|\vec{a}+\vec{b}\right|^2$; $\vec{a}\vec{b} = 0$; $\vec{a} \parallel \vec{b}^{\perp}$; $\vec{a}$ y $\vec{b}$ son LI si y solo si $r\vec{a} + s\vec{b} = 0$ implica $r = 0$ y $s = 0$.
La proyección de $\vec{a}$ sobre $\vec{b}$ es otro vector $\text{Proy}_{\vec{b}}\vec{a}$ $\vec{a} = \text{Proy}_{\vec{b}}\vec{a} + \text{Proy}_{\vec{b}^{\perp}}\vec{a}$ si hacemos $\vec{a} = p\vec{b} + q\vec{b}^{\perp}$ entonces $q = \frac{\vec{a}\vec{b}}{\left\|\vec{b}\right\|^2}$ y $p = \frac{\vec{a}\vec{b}^{\perp}}{\left\|\vec{b}\right\|^2}$ pues $\left\|\vec{b}\right\| = \left\|\vec{b}^{\perp}\right\|$ entonces $\text{Proy}_{\vec{b}}\vec{a} = \frac{\vec{a}\vec{b}}{\left\|\vec{b}\right\|^2}\vec{b} = \frac{\vec{a}\vec{b}}{\left\|\vec{b}\right\|}\frac{\vec{b}}{\left\|\vec{b}\right\|} = \text{Cp}_{\vec{b}}\vec{a}\frac{\vec{b}}{\left\|\vec{b}\right\|}$; $\text{Cp}_{\vec{b}}\vec{a} = \frac{\vec{a}\vec{b}}{\left\|\vec{b}\right\|}$ recibe el nombre de componente de $\vec{a}$ en la dirección de $\vec{b}$
Dado P_0 y un vector $\vec{a}$ entonces la recta se define como el conjunto de puntos $\mathcal{L} = \left\{P \in \mathbb{R}^2 / P = P_0 + t\vec{a};\ t \in \mathbb{R}\right\}$ que recibe el nombre de ecuación vectorial de la recta. $P \in \mathcal{L} \iff (P - P_0)\cdot\vec{a}^{\perp} = 0$. De la ecuación vectorial de la recta se tiene si $P = (x, y)$; $P_0 = (x_0, y_0)$ y $\vec{a} = (a_1, a_2)$ se tiene la ecuación paramétrica de la recta. $x = x_0 + ta_1$; $y = y_0 + ta_2$ de esto se obtiene la ecuación simétrica de la recta

$$\frac{x - x_0}{a_1} = \frac{y - y_0}{a_2}.$$

Sea $\vec{n} = (a, b) = \vec{a}^{\perp}$ entonces se tiene que si $P \in \mathcal{L}$ entonces $(P - P_0)\cdot\vec{n} = 0$ pues son perpendiculares; entonces $P\cdot\vec{n} = P_0\cdot\vec{n} \iff ax + by = -c \implies ax + by + c = 0$ que recibe el nombre de ecuación general de la recta. Sea $Q = (x_1, y_1)$ un punto exterior a $\mathcal{L}$ entonces la distancia de Q a $\mathcal{L}$ se define como

$$\begin{aligned} d[Q;\mathcal{L}] &= |\text{Cp}_{\vec{n}}(Q - P_0)| = \left|\frac{(Q - P_0)\cdot\vec{n}}{|\vec{n}|}\right| \\ &= \left|\frac{Q\cdot\vec{n} - P_0\cdot\vec{n}}{|\vec{n}|}\right| = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \end{aligned}$$

Sean $\mathcal{L}_1$ y $\mathcal{L}_2$ dos rectas; con vectores directores $\vec{a} = (a_1, a_2)$ y $\vec{b} = (b_1, b_2)$ respectivamente; entonces $\mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_2 = (d_1, d_2)$ donde d_1 y d_2 satisfacen el sistema generado por las ecuaciones generales de $\mathcal{L}_1$ y $\mathcal{L}_2$; $a_1x + a_1y + k_1 = 0$ y $b_1x + b_1y + k_2 = 0$.
La pendiente de una recta se deduce de su vector director es decir si $\vec{a} = (a_1, a_2)$ entonces $m = \frac{a_2}{a_1}$; de esto se deduce $\vec{a} = (a_1, a_2) = a_1(1, \frac{a_2}{a_1}) = a_1(1, m)$. El ángulo generado por las $\mathcal{L}_1$ con pendiente m_1 y $\mathcal{L}_2$ con pendiente m_1; está dada por $\theta = \arctan\left(\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1m_2}\right)$.
El círculo se define como el conjunto de punto $P = (x, y)$ que satisfacen la ecuación

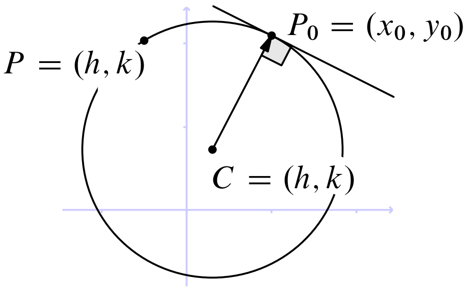
$$\|P - C\| = r$$

$r > 0$ es el radio, $C = (h, k)$ es el centro entonces la ecuación del círculo es $\|P - C\| = r \iff (x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$.
La ecuación de la recta tangente en $P_0 = (x_0, y_0)$ ($P = P_0$ en el gráfico)

está dada por

$$(Q - P_0) \cdot (P_0 - C) = 0$$

donde $Q = (x, y) \neq P$ cualquiera; entonces $(Q - P_0) \cdot (P_0 - C) = 0 \iff (x - x_0, y - y_0)(x_0 - h, y_0 - k) = 0$ lo cual es equivalente a $(x - h)(x_0 - h) + (x - k)(y_0 - k) = r^2$



c) **CIERRE (reflexión, evaluación)** Se realiza las preguntas ¿Qué tema hicimos hoy?, ¿Les ha gustado?. Se deja cinco ejercicios.

1) Pedro tiene que ir desde un punto $P = (1, 6)$ hasta el punto $Q = (5, 10)$ pero pasando por un rio para sacar agua en un cubilete. Si la orilla del rio se encuentra en la recta $\mathcal{L} : (1, 2) + t(3, 1)$, $t \in \mathbb{R}$, ubicar un punto N en la orilla del rio de manera que Pedro recorra la mínima distancia.
2) En la recta que pasa por $P = (0, -2)$ y $Q = (4, 1)$, determinar un punto A que esta situado a 3 unidades de distancia de Q, y que no pertenezca al segmento $[P, Q]$.
3) Hallar la ecuación de la recta que no corta al tercer cuadrante, que es paralela a la recta $\mathcal{L}_1 : 3x + 8y = -8$, y cuya distancia al origen es de 10 unidades.
4) Dada la recta $\mathcal{L} : (-4, -10) + t(5, 12)$, y el punto $P = \frac{(7+12\sqrt{3}, 16-5\sqrt{3})}{2}$. hallar dos puntos R y S en $\mathcal{L}$ que formen con P un triángulo equilátero, y encontrar el área de dicho triángulo.
5) Hallar la ecuación de la circunferencia C cuyo centro se encuentra sobre la recta $\mathcal{L} : y = 4$, sabiendo que las longitudes de los segmentos que C determina sobre el eje x y el eje y, son $\frac{7}{2}$ y 4 unidades respectivamente. (Dos soluciones).

Ayacucho – abril 2018

ANEXO 12

CÁLCULO SOBRE LA VALIDACIÓN DEL JUICIO DE EXPERTOS (COEFICIENTES DE HOLSTI)

Inst. 1: Ficha de observación
Inst. 2: Ficha de opinión
Inst. 3: Prueba escrita.

Coeficiente de Holsti del primer experto (Dr. Pedro Huauya Quispe)

Items	Inst 1		Inst 2		Inst 3	
	A	D	A	D	A	D
1	x		x		x	
2	x		x		x	
3	x		x		x	
4		x		x		x
5	x		x		x	
6	x		x		x	
7		x		x		x
8	x		x		x	
9	x		x		x	
10	x		x		x	
Total	8	2	8	2	8	2

$$C = \frac{N^{\circ}\text{Acuerdos}}{N^{\circ}\text{Acuerdos} + N^{\circ}\text{Desacuerdos}}$$

$$C = \frac{8+8+8}{(8+8+8)+(2+2+2)} = \frac{24}{30} = 0.80$$

Coeficiente de Holsti del segundo experto (Mg. José Carlos Juarez Pulache)

Items	Inst 1		Inst 2		Inst 3	
	A	D	A	D	A	D
1	x		x		x	
2	x		x		x	
3	x		x		x	
4	x		x			x
5	x			x	x	
6	x		x		x	
7	x		x			x
8		x	x		x	
9		x	x			x
10	x		x		x	
Total	8	2	9	1	7	3

$$C = \frac{N^{\circ}\text{Acuerdos}}{N^{\circ}\text{Acuerdos} + N^{\circ}\text{Desacuerdos}}$$

$$C = \frac{8+8+8}{(8+9+7)+(2+1+3)} = \frac{25}{30} = 0.83$$

Coeficiente de Holsti del tercer experto (Mg. Oswaldo Morales Morales)

Items	Inst 1		Inst 2		Inst 3	
	A	D	A	D	A	D
1	x		x		x	
2	x		x		x	
3	x		x		x	
4	x		x		x	
5	x		x		x	
6	x		x		x	
7	x		x		x	
8		x		x		x
9	x		x		x	
10	x		x		x	
Total	9	1	8	2	9	1

$$C = \frac{N^{\circ}\text{Acuerdos}}{N^{\circ}\text{Acuerdos} + N^{\circ}\text{Desacuerdos}}$$

$$C = \frac{8+8+8}{(9+8+9)+(1+2+1)} = \frac{26}{30} = 0.87$$

ANEXO 13
HISTORIAL DE LOS EXPERTOS

1. Primer experto

- **Nombre** : Dr. Pedro Huauya Quispe
- **DNI** : 28299538
- **Grado** : Doctor
- **Especialidad** : Ciencias de la educación
- **Estudios** : Enrique Guzmán y Valle
- **Fecha de registro** : 25/11/2009
- **Lugar de trabajo** : Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga
- **Cargo** : Docente
- **Telelfono** : 988337790
- **Direccion** : Jr. Ayacucho Nro 207 Huamanga
- **Correo** : pedrohuauya12@gmail.com

2. Segundo experto

- **Nombre** : Mg. José Carlos Juarez Pulache
- **DNI** : 40450667
- **Grado** : Maestría
- **Especialidad** : Matemática aplicada
- **Estudios** : Universidad Nacional de Piura
- **Fecha de registro** : 16/10/2017
- **Lugar de trabajo** : Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga
- **Cargo** : Docente
- **Teléfono** : 913952712
- **Direccion** : Jr. Ignacio Merino Nro 102 Piura
- **Correo** : juarezulache123@gmail.com

3. Tercer experto

- **Nombre** : Mg. Oswaldo Morales Morales
- **DNI** : 28249883
- **Grado** : Maestría
- **Especialidad** : Física de la materia condensada
- **Estudios** : Júlio de Mesquita Filho (Brazil)
- **Fecha de registro** : 08/07/2005
- **Lugar de trabajo** : Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga
- **Cargo** : Docente
- **Teléfono** : 992448417
- **Dirección** : Jr. Quinua Nro 102 Huamanga
- **Correo** : oswamorales@hotmail.com

ANEXO 14

PRUEBAS DE CONFIABILIDAD DE LOS INSTRUMENTOS

Se detalla la prueba de confiabilidad de la ficha de observación de las variables, independiente y dependiente, realizándose el mismo proceso para los instrumentos ficha de opinión y prueba escrita.

Coeficiente de Pearson y la corrección Spearman de la ficha de observación (VI)

ID	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	x	y	x^2	y^2	xy
1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	8	8	64	64	64
2	2	2	2	2	2	3	2	2	2	2	8	8	64	64	64
3	2	1	1	1	1	2	1	1	1	1	5	4	25	16	20
4	3	2	3	3	3	2	3	3	3	2	12	10	144	100	120
5	2	2	3	2	2	2	2	3	3	3	10	10	100	100	100
6	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	8	8	64	64	64
7	2	2	2	3	2	3	2	2	2	3	8	10	64	100	80
8	3	3	3	3	3	4	3	3	3	3	12	12	144	144	144
9	2	3	3	3	3	4	3	3	3	3	11	12	121	144	132
10	2	3	3	3	3	4	3	3	3	3	11	12	121	144	132
r_t	r										93	94	911	940	920
0.90	0.95														
r_t	r_{xy}										108	117	1240	1429	1318
0.82	0.90														

Coeficiente de Pearson y la corrección Spearman de la ficha de observación del examen (VD)

ID	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	x	y	x^2	y^2	xy
1	16	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	135.0	136.0	18225.0	18496.0	18360
2	17	16	17	17	15	16	17	17	15	16	16	15	16	16	15	16	128.0	129.0	16384.0	16641.0	16512
3	18	18	18	17	18	16	17	18	18	18	16	18	18	18	18	18	141.0	141.0	19881.0	19881.0	19881
4	19	19	18	17	19	19	17	19	19	19	19	19	19	17	19	19	149.0	148.0	22201.0	21904.0	22052
5	18	17	18	17	17	17	17	17	17	18	17	18	17	18	18	17	139.0	139.0	19321.0	19321.0	19321
6	15	15	18	17	15	15	17	15	15	17	15	15	16	15	17	15	128.0	124.0	16384.0	15376.0	15872
7	16	17	18	17	16	16	17	16	16	16	14	16	16	16	18	18	131.0	132.0	17161.0	17424.0	17292
8	18	18	17	17	17	17	17	17	17	14	14	17	17	15	18	18	135.0	133.0	18225.0	17689.0	17955
9	18	17	18	17	18	18	17	18	18	18	18	18	18	12	18	18	143.0	136.0	20449.0	18496.0	19448
10	18	17	18	17	18	17	17	18	17	17	18	17	17	17	18	17	141.0	137.0	19881.0	18769.0	19317
r_t	r_{xy}																1370.00	1355.0	188112.0	183997.0	186010
0.92	0.96																				

ANEXO 15

BASE DE DATOS

Datos no experimentales (ficha de observación de la VI)

ID	Inteligencia espacial						Inteligencia lógica						$\overline{x}$
	P1	P2	P3	P4	P5	$\overline{x}$	P6	P7	P8	P9	P10	$\overline{x}$	
1	2	2	3	2	2	2	2	2	3	2	2	2	2
2	1	1	1	2	1	1	2	1	1	2	2	2	2
3	2	2	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2
4	3	2	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3
5	2	3	3	3	2	3	2	3	3	3	2	3	3
6	2	3	3	2	3	3	2	3	3	2	3	3	3
7	2	3	2	3	2	2	2	3	2	3	2	2	2
8	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
9	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
10	2	2	3	3	3	3	2	2	3	3	3	3	3
11	1	2	1	1	2	1	2	2	1	1	1	1	1
12	3	2	2	3	2	2	3	2	2	3	2	2	2
13	2	2	3	3	2	2	2	2	3	3	2	2	2
14	3	2	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3
15	2	3	3	3	2	3	2	3	3	3	2	3	3
16	2	3	3	2	3	3	2	3	3	2	2	2	3
17	2	3	2	3	2	2	2	3	2	3	2	2	2
18	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
19	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
20	2	2	3	3	3	3	2	2	3	3	3	3	3

Datos experimentales (Ficha de opinión)

ID	Motivador		$\overline{x}_1$	Formativa					$\overline{x}_2$	Reforzador			$\overline{x}_3$	$\overline{x}_T$
	IT1	IT2		IT3	IT4	IT5	IT6	IT7		IT8	IT9	IT10		
1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	3	3	3	3	2	3	2	3	3	2	2	3	2	3
3	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
4	3	3	3	3	2	2	3	3	3	2	3	3	3	3
5	2	2	2	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3
6	1	1	1	1	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2
7	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
8	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
9	1	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2
10	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
11	2	2	2	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
12	2	2	2	3	2	3	2	3	3	3	2	3	3	3
13	2	3	3	3	2	2	3	3	3	2	2	3	2	3
14	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
15	3	2	3	3	2	2	3	3	3	2	3	3	3	3
16	3	2	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3
17	2	3	3	3	2	2	3	3	3	2	3	3	3	3
18	3	3	3	2	2	2	2	2	2	3	2	2	2	2
19	3	3	3	3	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3
20	2	2	2	3	2	2	3	2	2	3	3	3	3	2

Datos (tradicional de la VD)

	Simbolización matemática					Modelación matemática					Pensamiento crítico					Creatividad matemática					$\overline{x}_T(t)$
ID	E_1	E_2	E_3	E_4	$\overline{x}_1$	E_1	E_2	E_3	E_4	$\overline{x}_2$	E_1	E_2	E_3	E_4	$\overline{x}_3$	E_1	E_2	E_3	E_4	$\overline{x}_4$	
1	12	11	14	12	12	12	14	12	12	12	12	14	11	14	12	14	12	11	14	12	12
2	7	9	7	8	7	6	7	5	8	6	6	6	7	6	6	6	6	7	6	6	6
3	12	12	11	12	11	12	12	11	12	11	12	12	11	12	11	12	12	11	12	11	11
4	12	12	11	12	11	12	12	11	12	11	12	12	11	12	11	12	12	11	12	11	11
5	12	12	11	12	11	12	12	11	12	11	12	12	11	12	11	12	12	11	12	11	11
6	9	8	9	9	8	9	7	9	9	8	8	7	9	9	8	9	7	8	9	8	8
7	12	12	14	11	12	14	12	12	14	13	14	12	12	12	12	14	12	10	12	12	12
8	14	12	14	13	13	11	14	12	14	12	14	12	11	14	12	14	15	13	14	14	12
9	9	8	9	8	8	7	10	9	9	8	7	10	9	9	8	9	10	9	9	9	8
10	9	7	7	9	8	9	7	8	8	8	9	7	9	9	8	8	7	8	8	7	7
11	12	10	11	8	10	10	11	10	11	10	11	9	9	10	9	11	11	12	10	11	10
12	12	14	12	12	12	12	12	12	14	12	12	12	12	14	12	14	12	12	14	13	12
13	9	10	9	8	9	9	10	9	8	9	12	9	9	8	9	12	8	8	8	9	9
14	16	14	14	14	14	14	12	14	16	14	16	14	15	14	14	15	15	14	15	14	14
15	11	14	12	9	11	11	12	14	12	12	8	12	10	9	9	11	10	9	11	10	10
16	14	15	14	14	14	16	15	14	14	14	14	14	16	14	14	14	16	12	16	14	14
17	15	16	16	14	15	14	11	12	14	12	11	12	12	12	11	12	12	14	12	12	12
18	9	12	11	12	11	12	12	11	12	11	11	12	11	12	11	12	14	11	14	12	11
19	12	10	12	8	10	12	10	12	11	11	12	10	11	8	10	12	11	11	10	11	10
20	14	14	15	14	14	13	14	15	14	14	13	14	15	14	14	14	14	15	14	14	14

Datos experimentales (ficha de observación de la VD)

ID	Simbolización matemática					Modelación matemática					Pensamiento crítico					Creatividad matemática					$\overline{x}_T$
	F_1	F_2	F_3	F_4	$\overline{x}_{1F}$	F_1	F_2	F_3	F_4	$\overline{x}_{2F}$	F_1	F_2	F_3	F_4	$\overline{x}_{3F}$	F_1	F_2	F_3	F_4	$\overline{x}_{4F}$	
1	16	16	16	16	16	15	17	16	16	16	15	16	17	16	16	15	17	17	15	16	16
2	14	15	15	14	14	15	15	14	14	14	14	15	14	14	14	14	15	14	14	14	14
3	12	11	12	14	12	12	11	12	14	12	12	11	12	14	12	12	14	12	14	13	12
4	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12
5	12	12	12	14	12	12	11	12	12	11	12	12	12	11	11	12	12	12	12	12	11
6	14	14	12	14	13	14	14	12	14	13	14	14	12	14	13	14	14	12	14	13	13
7	17	16	17	15	16	17	16	17	15	16	17	17	15	15	16	17	16	15	15	15	15
8	12	16	14	14	14	14	16	15	16	15	14	15	14	16	14	14	15	14	15	14	14
9	15	16	17	16	16	14	15	17	16	15	15	16	15	17	15	15	15	14	16	15	15
10	17	15	14	14	15	12	15	15	16	14	14	15	14	16	14	14	16	15	15	15	14
11	12	12	12	12	12	12	14	12	12	12	15	12	14	12	13	14	12	11	12	12	12
12	14	15	14	14	14	15	15	14	14	14	14	15	14	14	14	14	15	14	14	14	14
13	12	12	12	14	12	12	11	12	12	11	12	12	12	11	11	12	12	12	12	12	11
14	16	16	16	16	16	15	15	16	15	15	15	15	15	16	15	15	14	15	15	14	15
15	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12
16	17	18	18	17	17	18	17	18	17	17	18	17	18	17	17	18	18	18	17	17	17
17	18	18	17	18	17	18	18	17	18	17	16	18	17	17	17	17	18	18	16	17	17
18	12	11	14	12	12	12	14	12	12	12	12	14	12	15	13	12	14	12	14	13	12
19	14	15	14	15	14	15	15	14	15	14	15	15	15	16	15	15	15	14	14	14	14
20	16	17	16	16	16	16	17	16	16	16	16	17	16	16	16	16	17	16	16	16	16

Datos experimentales de la VD (incluye los promedios de la ficha de observación)

ID	Simbolización matemática						Modelación matemática						Pensamiento crítico						Creatividad matemática						$\overline{x}_T(e)$
	E_1	E_2	E_3	E_4	$\overline{x}_{1F}$	$\overline{x}_1$	E_1	E_2	E_3	E_4	$\overline{x}_{2F}$	$\overline{x}_2$	E_1	E_2	E_3	E_4	$\overline{x}_{3F}$	$\overline{x}_3$	E_1	E_2	E_3	E_4	$\overline{x}_{4F}$	$\overline{x}_4$	
1	17	18	17	17	16	17	16	18	17	16	16	16	16	16	17	15	16	16	16	16	17	17	16	16	16
2	15	16	15	16	14	15	14	16	15	15	14	14	14	16	15	14	14	14	14	16	16	14	14	14	14
3	14	14	12	15	12	13	14	15	14	15	12	14	16	15	14	14	12	14	15	15	16	16	13	15	14
4	13	12	14	13	12	12	13	12	13	12	12	12	14	12	13	12	12	12	14	12	13	14	12	13	12
5	12	11	12	12	12	11	12	14	11	12	11	12	12	14	12	14	11	12	12	14	14	13	12	13	12
6	12	14	14	13	13	13	12	14	14	13	13	13	12	14	14	13	13	13	12	14	12	13	13	12	12
7	17	16	16	16	16	16	17	14	15	17	16	15	17	16	15	16	16	16	17	16	17	15	15	16	15
8	16	16	15	16	14	15	14	16	15	16	15	15	14	16	15	17	14	15	14	16	15	16	14	15	15
9	15	16	17	16	16	16	17	18	15	16	15	16	18	17	17	16	15	16	14	16	16	15	15	15	15
10	14	16	15	14	15	14	14	16	15	14	14	14	14	16	15	15	14	14	14	16	15	15	15	15	14
11	10	11	10	11	12	10	12	11	12	10	12	11	12	14	14	10	13	12	11	12	12	14	12	12	11
12	14	16	15	14	14	14	14	16	15	16	14	15	14	16	15	14	14	14	14	16	15	16	14	15	14
13	12	11	12	12	12	11	12	14	11	12	11	12	12	12	11	12	11	11	12	14	12	14	12	12	11
14	17	15	14	15	16	15	16	16	16	16	15	15	15	15	15	14	15	14	16	16	15	14	14	15	14
15	12	12	12	12	12	12	12	14	12	12	12	12	12	13	14	12	12	12	13	14	12	12	12	12	12
16	18	17	16	16	17	16	16	16	17	16	17	16	18	18	17	18	17	17	18	17	18	17	17	17	16
17	18	18	17	18	18	17	18	18	17	18	18	17	18	18	18	18	18	18	18	18	16	17	17	17	17
18	12	11	12	14	12	12	13	14	12	14	12	13	14	15	15	14	13	14	12	14	15	14	13	13	13
19	15	14	15	15	14	14	15	15	15	16	14	15	15	14	17	14	15	15	15	15	16	14	14	14	14
20	16	17	16	16	16	16	16	17	16	16	16	16	16	17	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16

ANEXO 16

FOTOS