UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTÓBAL DE HUAMANGA

ESCUELA DE POSGRADO

UNIDAD DE POSGRADO DE LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

Modelo Cognitivo APOE y Aprendizaje de Concepciones del Análisis Matemático en Estudiantes de Ingeniería Civil, UNSCH, 2021

Tesis para obtener el grado académico de Doctor en Educación

Presentado por:

Mtro. Villa Perez, Luis

Asesor:

Dr. Huauya Quispe, Pedro

Ayacucho - Perú

2023

DECLARACIÓN JURADA DE AUTORÍA

Yo, Luis Villa Pérez, con DNI 43163753, maestro en docencia universitaria, natural del departamento de Ayacucho de la provincia de Huamanga del distrito de Ayacucho, estudiante del doctorado en educación de la unidad de posgrado de la facultad de ciencias de la educación de la casa de estudios Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, cuyo título de la tesis es: Modelo Cognitivo APOE y Aprendizaje de Concepciones del Análisis Matemático en Estudiantes de Ingeniería, UNSCH, 2021.

Declaro Bajo Juramento Que:

- En el presente trabajo se han citado todas las fuentes utilizadas, no se han utilizado otras fuentes diferentes a las declaradas en este trabajo.
- El presente trabajo de investigación no se presentó en trabajos anteriores ni parcial ni completa con el fin de obtener un grado académico.
- Tengo conocimiento que el trabajo de investigación será público y por ende sujeto a ser examinado electrónicamente para la detección de la similitud.
- Los datos presentados en los resultados son originales y reales.

De encontrarse uso de material intelectual sin el reconocimiento de su fuente o autor, me someto a las sanciones que determinan el proceso disciplinario.

Ayacucho, 18 de noviembre de 2021

………………………………

Mg. Luis Villa Pérez

A Dios, mi hija, mis padres, hermanos por su apoyo incondicional y profesores por sus incansables orientaciones para la culminación de mi trabajo de investigación.

AGRADECIMIENTOS

A Dios por su enorme bondad y por fortalecerme, darme paciencia intelectual para retomar mis metas, orientado hacia el logro de mayores objetivos profesionales y personales.

A la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, mi alma máter y a la Sección de Posgrado de Educación, por ser una fortaleza y un espacio académico en la región, con visión clara de formar profesionales íntegros en la ética y la deontología.

A los directores y estudiantes de las escuelas profesionales de Ingeniería, por ofrecerme facilidades para la aplicación de los instrumentos de recolección de datos.

A los docentes de la Facultad de Ciencias de la Educación, por brindarme su tiempo para esclarecer mis dudas.

A los señores docentes de la Facultad de Ciencias de la Educación, de forma especial al Dr. Rolando Alfredo Quispe Morales por brindarme su tiempo y paciencia para esclarecer mis dudas y consultas en las diferentes sesiones realizadas.

Mi reconocimiento personal al Dr. Pedro Huauya Quispe, asesor de la presente investigación, por su solvencia académica y paciencia para absorber mis consultas y fundamentalmente por brindarme su apoyo incondicional.

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE FIGURAS

RESUMEN

El presente estudio tuvo como objetivo general analizar el efecto que genera el modelo cognitivo APOE en el aprendizaje de las concepciones del Análisis Matemático en estudiantes de ingeniería. La investigación tiene un enfoque cuantitativo, es de tipo aplicada, nivel explicativo y diseño cuasiexperimental, con pretest y postest tanto en el grupo control y experimental, se trabajó con una población de 320 estudiantes y una muestra de 96 estudiantes, 48 estudiantes en el grupo control y 48 en el grupo experimental. Como técnicas de recolección de datos se utilizaron la observación para la primera variable y como instrumento la lista de cotejo, para la segunda variable se utilizó la técnica de la prueba de rendimiento y como instrumento la prueba escrita, con la correspondiente prueba de validez y confiabilidad. Así mismo, se utilizó el estadígrafo U de Mann Whitney y Wilcoxon, para la prueba de hipótesis. Los resultados obtenidos permitieron concluir que el modelo cognitivo APOE produce efectos significativos en el aprendizaje de las concepciones del Análisis Matemático en estudiantes de ingeniería. Por consiguiente, se sugiere utilizar y/o ahondar la propuesta pedagógica desarrollada en el presente trabajo de investigación para la mejora en el aprendizaje de las concepciones del Análisis Matemático.

Palabras clave: Modelo, cognitivo, APOE, aprendizaje, análisis matemático.

ABSTRACT

The general objective of this study was to analyze the effect generated by the APOE cognitive model in the learning of the conceptions of Mathematical Analysis in engineering students. The research has a quantitative approach, it is of an applied type, explanatory level and quasi-experimental design, with pretest and posttest in both the control and the experimental groups, we worked with a population of 320 students and a sample of 96 students, 48 students in the control group and 48 in the experimental group. As data collection techniques, observation was used for the first variable and the checklist as an instrument; For the second variable, the performance test technique and the written test were used as instruments, with the corresponding validity and reliability test. For the hypothesis test, the Mann Whitney and Wilcoxon U statistic was used. The results obtained allowed us to conclude that the APOE cognitive model produces significant effects on the learning of the conceptions of Mathematical Analysis in engineering students. Therefore, it is suggested to use and / or deepen the pedagogical proposal developed in this research work to improve the learning of the conceptions of Mathematical Analysis.

Keywords: Model, cognitive, APOE, learning, mathematical analysis.

Introducción

Luego de una actividad diagnostica podemos observar inmediatamente una cruel y verdadera realidad problemática que tienen los estudiantes con respecto al aprendizaje del análisis matemático en todos los niveles y sobre todo en el nivel superior, principalmente en los estudiantes de Ciencias e Ingenierías, pues ello lo demuestra el bajo nivel de rendimiento académico que ostentan , por tal razón se vienen realizando diversas investigaciones en el tema del aprendizaje de la matemática, teniendo en cuenta al rol que cumplen los docentes quienes forman parte del triángulo didáctico por ende son dignos de estudio, sin dejar de lado las diferentes formas de aprendizaje que tienes los estudiantes, y nuestro país no es ajeno a ello aún más nuestros estudiantes de ingeniería de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga (UNSCH), por consiguiente tenemos la necesidad de realizar un diagnóstico de las concepciones mentales del concepto de funciones, límite y derivadas en los estudiantes para después realizar una propuesta sustentada en la actualización o formación de los mismos, con el propósito de coadyubar con el incremento o la perfección de su enseñanza respecto al análisis matemático y por ende del sistema educativo actual.

La importancia de este trabajo está orientada en la comprensión a través de la descomposición genética de los objetos del análisis matemático, constituyéndose un aporte a la didáctica matemática “como estrategia de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes de” las Universidades Nacionales e internacionales: por un lado, el aprendizaje del estudiante, y, por otro lado, la didáctica universitaria o estrategia metodológica.

Al respecto Villa et al. (2009) afirman que

encuentran que esto se presenta en estudiantes en educación básica y media debido, entre otras razones, a que su enseñanza se limita a una práctica algorítmica, aplicada a un conjunto reducido de situaciones que poco o nada tienen que ver con la realidad.

Así mismo según Luna et al. (2013) manifiestan que "las causas más comunes podrían ser: El discurso tradicional del docente" (p.4). Esto es, muchas veces los docentes enseñamos los conceptos del análisis matemático "como un proceso algorítmico y el tratamiento que se da en los libros de los conceptos los repetimos sin darle una significación práctica en problemas físicos o de aplicación real en el campo de la ingeniería" sobre todo en los estudiantes de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga.

Teniendo presente que, aun cuando se quiera enseñar a los educandos a realizar de manera más o menos mecánica, siguiendo algunos algoritmos para los cálculos del análisis matemático y a resolver algunos problemas estándar, hay dificultades para que los estudiantes universitarios "logren una comprensión satisfactoria de los conceptos y métodos de pensamiento que conforman el centro del análisis matemático." Razón por la cual consideramos de suma urgencia investigar sobre la comprensión del concepto de las concepciones del análisis matemático, por lo que el objetivo de este trabajo es analizar el efecto que genera el modelo cognitivo APOE en el aprendizaje de las concepciones del Análisis Matemático en estudiantes de ingeniería.

Refiriéndonos al aprendizaje de las matemáticas, Schoenfeld y Kilpatrick (2008) fundamentan la importancia de saber que los estudiantes son seres humanos que piensan y aprenden, los docentes debemos diseñar y gestionar entornos de aprendizaje, desarrollar las normas de la clase y apoyar el discurso como parte de la enseñanza para la comprensión.

Por los procedimientos desarrollados, la investigación corresponde al tipo cuantitativo, de nivel explicativo o experimental y diseño cuasiexperimental sobre una población muestreada de 96 estudiantes (48 en el grupo control y 48 en el grupo experimental) de las escuelas profesionales de Ingeniería. "Las técnicas de recolección de datos" aplicadas fueron: para la variable modelo cognitivo APOE la técnica de la observación y como instrumento la lista de cotejo y para la variable aprendizaje de las concepciones del Análisis Matemático la técnica fue la prueba de rendimiento y el instrumento la prueba escrita. “El procesamiento informático se realizó con el Software IBM-SPSS versión 25,0.”

La presente “investigación tiene la siguiente estructura: En el capítulo I, se consideró el problema motivo de estudio: identificación, descripción, formulación del problema, objetivos y justificación. El capítulo II,” abarca el marco teórico: los antecedentes, las teorías o enfoques referidos a las dos variables; así como la definición de los términos básicos. El capítulo III la metodología se considera las hipótesis y variables, así mismo se desarrolló la “metodología: tipo, nivel y diseño de la investigación, población, muestra, métodos, técnicas e instrumentos de recolección y procesamiento de datos. En el capítulo IV se presentan los resultados y discusión: procesamiento de los datos” mediante cuadros estadísticos e interpretación de los mismos y se considera la discusión. En el capítulo V se presenta la propuesta innovadora con respecto al modelo cognitivo APOE para el aprendizaje del análisis matemático y por último están las conclusiones, recomendaciones, referencias y anexos.

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Descripción de la situación problemática.

Para comenzar podemos mencionar que el nivel de rendimiento académico en matemática de nuestros estudiantes en los niveles de primaria y secundaria preocupan a las autoridades de turno y sobre todo a los docentes de la especialidad, el Perú ocupa el puesto 64 de 77 países con un puntaje obtenido de 400 puntos en matemática y a pesar de tener una ligera mejoría, seguimos ocupando los últimos lugares a nivel mundial y Sudamérica (Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes [$PISA$], 2018). Así mismo, esto se ve reflejado en los estudiantes universitarios y particularmente en los estudiantes de Ingeniería de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga. Las actas y registros de evaluación de los docentes corroboran esta problemática, que aproximadamente un 70% de los estudiantes de ingeniería en promedio desaprueban los cursos de Análisis Matemático I. Esta situación me condujo a indagar y detectar las causas del bajo rendimiento de los estudiantes: una de las causas es la carencia de conocimientos previos sobre los temas a tratar por los estudiantes, el desinterés de los mismos y sobre todo las metodologías, estrategias y herramientas utilizadas por los docentes durante el proceso de enseñanza – aprendizaje y las formas y procesos de evaluación.

Así pues, la enseñanza tradicional, repetitivo, algorítmica y algebraica de la matemática vienen trayendo muchos problemas de aprendizaje en los estudiantes, razón por el cual los docentes debemos dejar el papel de reproductor de conocimientos e ir a ser un orientador de los aprendizajes. Hoy en día, los estudiantes necesitan aprender a buscar, procesar y aplicar, los conocimientos para evitar las frases comunes tales como: el profesor no explica bien, eso para qué nos va a servir en la vida, yo no entiendo a ese profesor, explica solo para él, nadie lo entiende; tanto estudiar para que nos desapruebe, esta percepción de los estudiantes debe ser motivo de reflexión para todos quienes nos dedicamos a esta noble labor.

Considerando el papel central del docente universitario que es el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje, cobra importancia la necesidad de diseñar una nueva didáctica, atendiendo a la diversidad de los estudiantes y la especificidad del contexto; seleccionar y elaborar medios y recursos didácticos de acuerdo a la didáctica; así como, mantener una comunicación e interacción positiva con los estudiantes. La educación universitaria en gran parte fracasa porque el docente no logra transmitir con eficiencia y eficacia los contenidos del currículo.

Con mucho acierto manifiesta Zakaryan et al. (2018) que

> El conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas es el conocimiento que tiene el profesor acerca del contenido matemático como objeto de aprendizaje. Se trata del conocimiento de los fenómenos que se producen cuando una persona aprehende el contenido matemático. (p.4).

Por esta razón podemos concluir que los docentes muestran un buen dominio de los procedimientos, algoritmos, lo que hace que realice correctamente las operaciones, plantea los ejercicios y resuelve situaciones matemáticas, teniendo conocimiento del tema. No obstante, no tiene, ni busca una comprensión intensa del proceso, ni plantea situaciones en que tengan sentido los cálculos, es decir, no contextualiza, privilegiando la automatización o mecanización de los procedimientos, antes que su comprensión. Muchas veces los docentes no se cuestionan sobre la metodología que utiliza, no tiene en cuenta que en su aula hay una diversidad de estudiantes con diferentes talentos, formas de aprender o comprender los conocimientos, en particular los conceptos del análisis matemático que es materia de nuestra investigación, ni las estrategias de aprendizaje alternativas para lograrlo, no elabora nuevas estrategias de enseñanza apropiadas para el nivel superior, que sean coherentes con la complejidad de los contenidos.

Son estas razones probablemente que la enseñanza de la matemática constituye uno de los mayores desafíos de la educación actual, esto es claro, pues para su aprendizaje se requiere de mucho sacrificio, requiere un pensamiento de orden superior, es decir, abstracción, análisis y demostración.

Los cursos de Análisis Matemático I que se llevan en las escuelas de ingeniería de la UNSCH contienen el Capítulos denominado Funciones, Límites y Derivada que es son temas del análisis matemático I con una variedad de aplicaciones a la vida cotidiana, reales de diferentes disciplinas. Sin embargo, un pequeño diagnostico demuestra que los estudiantes tienen muchas dificultades en su aprendizaje y dichas dificultades tiene una relación con la concepción abstracta de los objetos del análisis matemático, vale decir, con la gran variedad de definiciones que se insertan y el manejo formal que se realiza del tema.

Dubinsky (1991) y Asiala et al. (1996) expresan que los estudiantes realizan construcciones mentales llamadas: Acción, proceso, objeto y esquema, estos se lograran por diferentes mecanismos tales como la interiorización, la coordinación, la inversión, la encapsulación, la desencapsulación, y la tematización.

Dubinsky fue un matemático puro que atreves de los años y la experiencia se convirtió en un matemático de la educación quien se dedicó por mucho tiempo a leer numerosos escritos de Piaget y no sólo se dedicó a hacer resúmenes de los resultados y publicarlos, sino también explicar y describir el replanteamiento del mecanismo de la abstracción reflexiva de Piaget, y en lo posterior aplicarlo a los fenómenos en las matemáticas más superiores que las que Piaget había estudiado. Y este replanteamiento fue el inicio del surgimiento de la teoría APOE de Ed Dubinsky.

Es fundamental precisar lo importante que resulta, en la posición actual de la docencia universitaria, la actualización en la investigación continua o cotidiana que toma como eje la propia docencia, el acto didáctico, para fomentar en todo el espacio universitario, desde la reflexión grupal y autorreflexión, la calidad e innovación en el proceso de enseñanza-aprendizaje, quiere decir en el uso de estrategias didácticas, que garanticen una formación pertinente en todo ámbito científico, o área de conocimiento, porque cada área o curso tienen sus propias singularidades que harán de ella un caso único, solicitando la programación y desarrollo de la acción de enseñanza-aprendizaje independiente.

Esta realidad es preocupante; consecuentemente, el presente trabajo se focaliza en determinar el efecto que produce la aplicación del modelo cognitivo APOE por parte del docente en el aprendizaje de las concepciones del concepto de derivada en los estudiantes universitarios que estudian la carrera de Ingeniería.

1.2. Formulación Del Problema

1.2.1. Problema General

¿Qué efecto produce el modelo cognitivo APOE en el aprendizaje de las concepciones del Análisis Matemático en estudiantes de ingeniería, UNSCH- 2021?

1.2.2. Problemas Específicos

- ¿Qué efectos produce el modelo cognitivo APOE en la Matematización de situaciones del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería?
- ¿Qué efectos produce el modelo cognitivo APOE en la Comunicación y representación de ideas del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería?
- ¿Qué efectos produce el modelo cognitivo APOE en la elaboración y utilización de estrategias del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería?

- ¿Qué efectos produce el modelo cognitivo APOE en el Razonamiento y argumentación generando ideas del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería?

1.3. Objetivos de la investigación

1.3.1. Objetivo general

Determinar el efecto que produce el modelo cognitivo APOE en el aprendizaje de las concepciones del Análisis Matemático en estudiantes de ingeniería, UNSCH-2021.

1.3.2. Objetivos específicos

- Comprobar el efecto que produce el modelo cognitivo APOE en la Matematización de situaciones del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería**.**
- Determinar el efecto que produce el modelo cognitivo APOE en la Comunicación y representación de ideas del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería.
- Determinar el efecto que produce el modelo cognitivo APOE en la elaboración y utilización de estrategias del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería.
- Determinar el efecto que produce el modelo cognitivo APOE en el Razonamiento y argumentación generando ideas del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería.

1.4. Justificación

1.4.1. Conveniencia

Nuestra motivación para el desarrollo del presente trabajo de investigación es el bajo rendimiento académico de los estudiantes en las áreas de matemática, sobre todo en los educandos que ingresan a las escuelas profesionales de Ingeniería de la UNSCH, además por el problema de aprendizaje de las concepciones de los conceptos de la matemática en particular del Análisis Matemático. En efecto, nuestro propósito es analizar, investigar el ¿cómo aprenden matemáticas los estudiantes?, ¿cómo construyen los conocimientos? y ¿cuál es el nivel de aprendizaje construido en la materia?, dicho de paso, que es de espacial dificultad para ellos. El trabajo de investigación será de muchísima utilidad para lograr el aprendizaje de los educandos en los conceptos de Funciones, el Límites, la Derivada y de otros.

1.4.2. Relevancia Social

Es importante fomentar acciones orientadas a motivar el estudio de la Matemática, utilizando estrategias adecuadas y sobre todo actualizadas, psicopedagógicamente válidos y accionar procedimientos para generar aprendizajes significativos en la matemática. Nuestro interés es averiguar el aprendizaje construido del concepto del Análisis Matemático a través del modelo cognitivo APOE de Ed Dubinsky, donde el estudiante participa activamente en la formación de su aprendizaje, es decir, el estudiante indagará y obtendrá un aprendizaje significativo a través de la construcción de su conocimiento.

1.4.3. Implicancia Práctica

Este trabajo de investigación será una gran contribución al mejoramiento de las estrategias de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en estudiantes universitarios de ingeniería de la UNSCH y resolverá el problema del aprendizaje de las concepciones del Análisis Matemático, ser adaptado a cualquier otro tema de la matemáticas y ser utilizado como una nueva herramienta de enseñanza-aprendizaje por los docentes; pues la teoría APOE de Ed Dubinsky; se origina con la finalidad de entender el mecanismo de la abstracción reflexiva incrustada por Beth y Piaget en el año 1980 y que forma la noción central de la teoría de Piaget sobre la construcción del conocimiento por los estudiantes.

1.4.4. Valor Teórico

La sistematización del marco teórico: los antecedentes, los diseños teóricos, las bases teóricas, la discusión y las conclusiones permitirán generar teoría empírica acerca del modelo cognitivo APOE y el aprendizaje de las concepciones de los conceptos del Análisis Matemático a partir de la construcción del conocimiento, siendo un aporte a la didáctica universitaria, pues definirá un nuevo modelo para su uso en la enseñanza del tema de Límites, Derivada e integrales en los estudiantes de ingeniería de la UNSCH, además estos resultados también permitirán a las autoridades universitarias fomentar la innovación en la aplicación del modelo cognitivo APOE si así lo consideran. Los modelos, estrategias utilizadas en el proceso de enseñanza aprendizaje, surgen efectos en el aprendizaje de los objetos de la matemática y en este contexto la investigación servirá para la próxima aplicación en nuestra universidad y en otras.

Por otro lado, la fundamentación teórica se basa en el constructivismo, en la actualidad es una postura que se comparte por diversas tendencias de la investigación educativa y psicológica. Las teorías basadas al constructivismo han sido propuestas por Jean Piaget en el año 1952, la teoría de Jerome Bruner propuesta en el año 1960, la teoría de David Ausubel en el año 1963 y la teoría de Lev Vygotsky en el año 1978.

La teoría basada en el constructivismo es considerada como la “teoría del conocimiento según ella las personas no tenemos un acceso directo a la realidad, sino más bien las construyen activamente de acuerdo a sus modelos o esquemas mentales,” es decir, la teoría constructivista se centra en el sujeto, en sus experiencias previas de las que realizará nuevas construcciones mentales, al respecto, Ortiz (2015) afirma que:

> El conocimiento es una construcción del ser humano: cada persona percibe la realidad, la organiza y le da sentido en forma de constructos, gracias a la actividad

de su sistema nervioso central, lo que contribuye a la edificación de un todo coherente que da sentido y unicidad a la realidad. (p.4)

1.4.5. Utilidad Metodológica

El trabajo de investigación tendrá un resultado cuya información será valiosa, con respecto a una estrategia didáctica, metodológica basada en el modelo cognitivo APOE cuyo efecto contribuirá en el aprendizaje de los conceptos del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería de la UNSCH y de otras universidades, pues este modelo sugiere a los estudiantes estudiar más adecuadamente y es una herramienta más como estrategia de enseñanza y aprendizaje para los docentes universitarios San Cristobalinos.

La contribución científica del trabajo de investigación es la elaboración de una nueva propuesta pedagógica y el nuevo instrumento de medición, ambos contribuirán en la pedagogía del docente, en su afán de querer mejorar las estrategias de enseñanza y como resultado serán nuestros estudiantes quienes se beneficiarán de manera directa en sus aprendizajes.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1. Antecedentes

2.2. Internacional

Roman et al. (2021). En su trabajo de investigación titulado, “construcción de función como relación entre magnitudes variables: diseño de enseñanza desde la perspectiva APOE en estudiantes de ingeniería de la Universidad de Sonora, se propusieron como objetivo, favorecer la construcción del concepto de función a partir de la unión significados parciales. En cuanto a la metodología, se organizó con base en los ciclos de la investigación de APOE, el cual está formado por tres componentes: análisis teórico, diseño e implementación de enseñanza y recolección y finalmente análisis de datos, es decir, un método de investigación cualitativa. La recolección y análisis de datos debe girar alrededor de los siguientes cuestionamientos: 1) ¿El educando desarrolló las construcciones mentales previstas por el análisis teórico? y 2) ¿Qué tan bien aprendieron los estudiantes el contenido matemático?, es decir, se diseñó un cuestionario para exhibir el grado de conocimiento del concepto de función, el cual evalúa si los alumnos reconocen el significado de función como correspondencia, relación entre magnitudes variables, expresión analítica, y como curva en el espacio en situaciones específicas. Al mismo tiempo, permite valorar el grado de construcción que se tiene del concepto, en particular, los niveles acción y proceso. También, brinda información sobre la necesidad de realizar refinamientos en la descomposición genética y finalmente llegaron a la conclusión de que es necesario el diseño de actividades que: 1) promuevan el significado más útil para las carreras de ciencias aplicadas; 2) favorezcan coordinaciones con los otros significados del concepto; 3) impulsen el uso de distintas representaciones y conversiones entre ellas para el concepto función; y 4) implementen el uso de tecnología como medio para apoyar la construcción del concepto de función de forma dinámica. Lo cual consideramos puede llevarse a cabo desde una perspectiva similar a la del *Cálculo Cualitativo* (Stroup, 2002), en la que el estudiante construye su compresión y desarrolla habilidades sobre los elementos de la disciplina, con actividades de manipulación de componentes concretos como antecedente al trabajo con elementos abstractos.

Rojas y Trigueros (2020). En su trabajo de investigación titulada, el esquema del cálculo diferencial e integral para ser enseñado en simultaneo, este trabajo se realizó en la Universidad del Bío- Bío, Chile, los autores tuvieron como objetivo enfocar el problema de la enseñanza y aprendizaje del cálculo deferencial e integral poniendo énfasis en los conceptos primordiales de derivada e integral y para ello se realizó la descomposición genética de los temas en mención, además se diseñó y analizó los instrumentos empleados en el análisis de resultados, todo basado en la teoría APOE. El tipo de investigación fue, cualitativo de carácter exploratorio para comprender el fenómeno de forma integral mediante la observación, además la investigación se centra en el diseño de una descomposición genética de la derivada e integral. En conclusión, la descomposición genética fue un insumo valioso para la planificación y preparación del curso, como resultados de la investigación se puede mencionar que los estudiantes construyeron no solamente estructuras del cálculo diferencial e integral sino también relaciones entre los conceptos involucrados en cada uno de los esquemas y relaciones entre los dos esquemas, la propuesta didáctica planteada en esta investigación muestra su efectividad en el logro de estos objetivos respecto a la construcción del esquema del tema mencionado.

Amaro (2020) en su tesis de maestría titulada, análisis de la construcción de derivada en profesores de matemáticas de nivel medio superior basado en la teoría de APOE, de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, la tesis tuvo como objetivo identificar según la teoría APOE las estructuras mentales que poseen los docentes del nivel medio superior, con una muestra de 15 docentes, la investigación es de tipo cualitativo interpretativo y cuyo método es una adaptación del paradigma propuesto por Ed Dubinsky, los instrumentos que se usó son: Instrumento de diagnóstico y de recogida de datos para indagar sobre las concepciones que poseen los docentes del concepto de la derivada. Como resultado, se logró que los docentes analizaran y reflexionaran y que, de esa manera, logren construir de nuevo las concepciones que tenían de derivada, un buen porcentaje de los docentes tenía la estructura mental de *acción*, esto es, acertaban graficar la recta secante a partir de dos puntos en la figura, cinco docentes tenían la estructura mental de *Proceso* en el registro gráfico de derivada, solo tres docentes tenían la estructura mental de Proceso en el registro numérico de derivada, los resultados del trabajo permitió identificar y caracterizar, así mismo, permitió refinar la descomposición genética.

Fuentealba (2017) en su tesis doctoral titulada, análisis del esquema de la derivada en estudiantes universitarios de la universidad Autónoma de Barcelona. La tesis tuvo como propósito identificar y caracterizar los sub niveles de desarrollo, para ello se empleó un cuestionario a 103 estudiantes, se usó el enfoque mixto, el diseño de la observación, y se entrevistó a 5 estudiantes para determinar la probable matematización del esquema de derivada. En los resultados se usó el análisis de clúster, estadístico descriptivo e implicativo y esto permitió dividir en submatrices una para cada subnivel Inter y Trans, se entrevistó a 5 estudiantes afín de determinar la tematización del esquema de la derivada, finalmente en los resultados del trabajo "permitieron identificar y caracterizar tres niveles de desarrollo del esquema de la derivada."

Vega et al. (2014). En su trabajo de investigación titulada, análisis según el modelo cognitivo APOS del aprendizaje construido del concepto de la Derivada, trabajo de la Universidade Estadual Paulista de Brasil, los autores se propusieron como objetivo, indagar el ¿cómo los educandos aprenden matemáticas?, ¿cómo sus conocimientos construyen? y en un tema ¿cuál es el nivel de aprendizaje construido?, cuya dificultad es especial para el educando, así mismo, se indagó sobre el concepto de la derivada y sus aplicaciones. El tipo de investigación usado es el estudio de casos, esto es, método de investigación cualitativa que en la actualidad viene usando largamente para entender la realidad social y educativa. Se usaron dos instrumentos, uno es el conjunto de exámenes aplicadas a lo largo del desarrollo de la asignatura de matemática, usado solo como referencia, y el instrumento más importante fue la Prueba de Medición de Estándares (PME). También se aplicó al iniciar el curso la prueba de Diagnóstico, a cada educando. En conclusión, al usar el modelo cognitivo APOS los educandos consiguieron consolidar aprendizajes significativos, pues, relacionaron conceptos e integraron el concepto de derivada con otros esquemas, alcanzaron un aprendizaje a nivel de pre-esquema.

Lagunes et al. (2017). En su trabajo de investigación titulada, la teoría APOE como una estrategia de enseñanza aprendizaje del cálculo a nivel licenciatura en ingeniería de la Universidad Veracruzana - Región Veracruz; ellos tuvieron como objetivo en esta investigación, describir las maneras de comprender el concepto de derivada como objeto de aprendizaje y enseñanza, y además de cómo los docentes interpretan y justifican las situaciones de enseñanza en el que debe actuar.” Así mismo el otro objetivo, es adaptar las particularidades teóricas y analíticas que otorga la “teoría APOE para el análisis de las componentes del conocimiento profesional del docente, aterrizando en la construcción de la descomposición genética de derivada y a la definición de los niveles de comprensión del esquema del álgebra en dos dimensiones definidas.”

Badillo et al. (2011). En su trabajo de investigación titulada,“análisis de los niveles de comprensión de los objetos $f'(a)$ y $f'(x)$” en profesores de matemáticas, cuyo nombre de la revista es enseñanza de las matemáticas de la Universidad Autónoma de Barcelona. El objetivo de estudio los autores fueron como su nombre lo indica analizar los niveles de comprensión de 05 docentes de matemática que exponían el curso matemática a estudiantes de 16 a 18 años de edad en diversos centros educativos de Colombia. Como instrumento se usó un cuestionario y también se usó la entrevista. A la conclusión que llegaron es que los profesores necesitan acudir a la expresión simbólica de la función para realizar traducciones y relaciones entre las diversas representaciones matemáticas y evidencian problemas en desarrollar acciones mentales sobre la función.

Berman et al. (s/f). En su trabajo de investigación titulada, ¿problemas con el límite o el límite de los problemas enseñados? en los estudiantes de la Facultad Regional Mendoza, Universidad Tecnológica Nacional de Argentina, cuyo objetivo era entender la problemática que presentan los estudiantes de la Facultad Regional Mendoza en este tema, para diseñar un material didáctico que les permita superar obstáculos cognitivos. Para validar las hipótesis de partida, se realizó una evaluación cuanti-cualitativa que nos hace reflexionar sobre el material de la cátedra. La presente investigación se enmarca en la Teoría APOS, desarrollada inicialmente por Dubinsky (1996). En esta investigación se reunieron datos usando tres tipos de instrumentos: preguntas y respuestas escritas en forma de exámenes en el curso o un conjunto de preguntas especialmente diseñadas; entrevistas a profundidad de los estudiantes acerca de las cuestiones matemáticas en estudio; y una combinación de instrumentos escritos y entrevistas. Las principales conclusiones en esta etapa del proyecto son: la ausencia de concepciones cognitivas en los estudiantes para comprender el Límite al nivel de esquema; la necesidad de interiorización de los conceptos previos al Límite y el replanteo del tratamiento didáctico del mismo.

2.2.1. Nacional

Cruzado (2018), en su tesis titulada, problemas de optimización mediados por el GeoGebra que movilizan el concepto de derivada de funciones reales de variable real en estudiantes de ingeniería, de la universidad Pontificia Universidad Católica del Perú. Se propuso como objetivo, indagar la forma en que los educandos de ingeniería coordinan registros de representación semiótica cuando resuelven ejercicios de optimización del concepto de derivada. El tipo de investigación que se usó fue cualitativo, al respecto, Borba (2004), manifiesta que "una investigación cualitativa en Educación Matemática prioriza procedimientos descriptivos a medida en que su visión de conocimiento explícitamente admite una interferencia subjetiva" (p.2). Por otro lado, Martínez (2006) afirma que la "investigación cualitativa se fundamenta en la construcción de una teoría empezando de una serie de proposiciones u observaciones extraídas de la realidad, la cual es objeto de estudio". El método de investigación es el estudio de caso, con una muestra de 6 educandos, que llevan el curso de Cálculo Integral del ciclo regular 2017-II. Como conclusiones se tiene el problema de los educandos, para definir la función objetivo que modela al problema de optimización, pues no consiguen establecer una coordinación sobre los registros de representación semiótica; se encontró que los educandos al resolver un problema de optimización haciendo uso del GeoGebra movilizan el registro en lengua natural, figural, algebraico y gráfico, además realizan tratamientos y conversiones en dichos registros, pero no lo pueden coordinar.

Mayoría (2019) en su tesis titulada, gestión del software Derive como estrategia didáctica en el aprendizaje de derivada de funciones, dirigido a los estudiantes del curso de matemática en la Universidad Ricardo Palma; tuvo como propósito determinar cómo gestionando adecuadamente los recursos tecnológicos influye en el aprendizaje del curso de Matemática II específicamente en el tema de derivada. La investigación tiene un enfoque cuantitativo, de tipo aplicado y diseño cuasi experimental con un grupo de control y otro experimental. Se trabajó con una muestra de 40 estudiantes (20 en grupo control y 20 en el experimental). A las conclusiones que llegó el investigador son: que al 95% de nivel de confianza la gestión del software derive como estrategia didáctica desarrolla significativamente el aprendizaje de derivada de funciones matemáticas en los estudiantes, desarrolla significativamente la competencia específica de comunicación matemática, desarrolla significativamente la competencia específica de modelamiento matemático de derivada de funciones matemáticas y desarrolla significativamente la competencia específica de resolución de problemas de derivada de funciones matemáticas en los estudiantes del curso de matemática de la Universidad Ricardo Palma.

Así mismo**,** Quintanilla (2009) en su tesis titulada, un estudio sobre las concepciones del concepto de función desde la perspectiva de la teoría APOS, de la Universidad Pontificia Universidad Católica del Perú. Tuvo como objetivo, indagar las concepciones que tienen los educandos sobre el concepto de función. La muestra usada fue 16 estudiantes de la Facultad de Educación y Especialidad de Matemática – Física de la Universidad Nacional de Huancavelica. La investigación es de tipo cualitativo, basado en la Teoría APOS, de Ed Dubinsky; así mismo, se muestran los niveles de construcción mental que tenían los educandos antes y después de la investigación. A las conclusiones a la que arribó son: los educandos que participaron en el ciclo ACE tienen una concepción de *Acción* del concepto de función, transitando al nivel superior de Proceso, además reconocer las diferentes formas de presentar una función; se encontró también que los educandos tienen problemas para entender el concepto de función; prueba de ello son las evidencias en las respuestas dadas por los estudiantes a las situaciones planteadas. Los educandos continuaron patrones preestablecidos, en el cual la abstracción reflexiva no fue relevante por parte de los educandos.

2.3. Bases teóricas

2.3.1. Teoría APOE

Dentro de esta sección presentaremos las características sobre la construcción de las estructuras mentales conformadas por la teoría APOE: Acción, Proceso, Objeto y Esquema, además, los mecanismos tales como la interiorización, la encapsulación, la coordinación, la reversión, la desencapsulación, la tematización y generalización, a través de los cuales el educando reconstruye sus estructuras mentales."

La teoría APOE surgió como una gran contribución a la pedagogía de la matemática, para coadyubar con el fortalecimiento en la enseñanza y aprendizaje, en particular a nivel superior, las siglas en ingles APOS significa: action, process, objete and schemas, esta teoría que viene coadyubando en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática aplicada a nivel superior fue desarrollada por el Ed Dubinsky por los años 1985-1995 (Ed Dubinsky, 2000). Dubinsky es un matemático dedicado particularmente a las investigaciones en matemática pura, es decir, teórica y que posteriormente a cambiado su estudio a las investigaciones en matemática educativa (aplicada).

Las ideas de la teoría APOE surgieron del intento de extender a un nivel de aprendizaje matemático superior o universitario los trabajos de Jean Piaget quien trabajó sobre la abstracción reflexiva en el aprendizaje de los niños.

Dubinsky (1996), afirma "El conocimiento matemático es una tendencia individual a la respuesta, en un contexto social y construyendo y reconstruyendo acciones, procesos y objetos matemáticos y organizándolos en esquemas con el fin de manejar las situaciones" (p.32). Es decir, permite modular la construcción mental matemática que un educando logra realizar "con el fin de entender las situaciones y los problemas matemáticos a los que se enfrenta.

Con respecto a la teoría APOE, Dubinsky y McDonald (2001) afirman que

> La teoría que presentamos comienza con la hipótesis de que el "conocimiento matemático consiste en la tendencia de un individuo a lidiar con situaciones de problemas matemáticos percibidos mediante la construcción de acciones, procesos y objetos mentales y organizándolos en esquemas para dar sentido a las situaciones y resolver los problemas. En referencia a estas construcciones mentales lo llamamos Teoría APOS. (p.2).

Ed Dubinsky enseña el cómo se construye o aprende conceptos matemáticos a partir del constructivismo de Piaget. Debemos tener presente que el principio de enseñanza de la teoría APOE es que el educando no asimila los conceptos matemáticos de manera directa; si posee las estructuras apropiadas, su aprendizaje es sencillo, casi de inmediato; pero si no las posee, es muy difícil. En consecuencia, el objetivo de enseñar debe ser coadyuvar a los educandos a construir las estructuras de la mejor forma, y a interrelacionar los conceptos de la matemática.

Por otro lado, Berman et al. (s/f). "Indican que se observan tres tipos especiales o estructuras básicas para la construcción del conocimiento matemático: acción, proceso y objeto que están organizados en estructuras que se denominan esquemas" (p.588). El modelo cognitivo APOE indica que entender un concepto de la matemática, inicia con el tratamiento o maniobra de objetos físicos o mentales construidos previamente para formar acciones; y ella se debe interiorizar para formar un proceso; de igual manera se deben encapsular para formar objetos y finalmente los objetos pueden ser desencapsulados de nuevo a los procesos a partir de los cuales fueron formados; acciones, procesos y objetos pueden ser organizados en esquemas.

2.3.2. Descomposición genética

Dentro de la Teoría APOE hay un aspecto fundamental para lograr un aprendizaje significativo en el campo de la matemática, que es la descomposición genética de un determinado tema de la matemática.

A partir de la "perspectiva epistemológica de Piaget de cómo un sujeto construye su conocimiento, Dubinsky desarrolla la teoría APOE (Acciones Proceso Objetos y Esquemas) e intenta explicar cómo se construye el conocimiento matemático, cómo un estudiante de nivel superior construye un concepto matemático. Según afirma Piaget el conocimiento transita por diferentes estadios; por otro lado, APOE sustenta que la construcción del conocimiento matemático pasa por las etapas acciones, procesos y objetos donde cada etapa es de mayor nivel que la anterior y que ello se evidencia cuando el sujeto interactúa con un objeto matemático. En la transición de una etapa a otra tiene que ver con los procesos mentales a los que Piaget llamó interiorización, encapsulamiento, reversión, generalización y coordinación. Estas etapas no necesariamente deben guardar ese orden, pues el sujeto puede permanecer mucho tiempo en una de ellas antes de lograr la siguiente. El nivel de comprensión del concepto matemático se evidencia en la manera en que el sujeto intenta dar solución a una situación problema (Dubinsky, 1991). La idea de la manipulación de objetos físicos que establece Piaget para las primeras etapas de la construcción de conceptos, es tratada, desde la perspectiva de APOE, como una manifestación no sólo física (debido a la complejidad de los conceptos matemáticos avanzados) sino como la manipulación de objetos mentales. Es necesario entender que los objetos a los que se refiere Piaget son objetos de conocimiento y que los objetos en la teoría APOE se refieren, en particular, a objetos matemáticos tales como ecuaciones, funciones, el mismo número, desigualdades, la Integral, la Derivada, etc.

Por otro lado, con respecto a la descomposición genética, Asiala et al. (2004) argumentan que

> El propósito del análisis teórico de un concepto es proponer un modelo de cognición, esto es, una descripción específica de la construcción mental que un aprendiz podría hacer en orden para desarrollar su comprensión del concepto. Nosotros referiremos al resultado de este análisis como una descomposición genética del concepto. Es decir, una descomposición genética de un concepto es un conjunto estructurado de constructos mentales, el cual podría describirse como el concepto que puede desarrollarse en la mente de un individuo. (p. 5).

Al respecto, Trigueros (2005) señala que:

> En la Teoría APOS se parte, entonces, de un análisis de los conceptos matemáticos en el que se ponen de relieve las construcciones cognitivas que pueden ser requeridas en su aprendizaje. A este análisis se le conoce como descomposición genética del concepto. (p.8).

Sin dejar de lado que, para un mismo concepto matemático, pueden coexistir varias descomposiciones genéticas. Lo importante es que cualquier descomposición genética realizada a un concepto sea un instrumento que dé cuenta del comportamiento observable del sujeto, es decir, se trata de un análisis de los conceptos matemáticos, de las experiencias de enseñanza y aprendizaje, del análisis de los libros y otras investigaciones previas en el que se enfatizan las construcciones cognitivas que pueden ser requeridas en su aprendizaje, y todos estos aspectos mentales que el estudiante realiza para la construcción de su aprendizaje de los conceptos matemáticos se caracterizan bajo los temas de acción, proceso, objeto y esquema.

2.3.3. Dimensiones del modelo cognitivo APOE

La teoría APOE y sus etapas de la construcción del conocimiento fueron desarrolladas por el matemático Ed Dubinsky entre los años 1985-1995 (Dubinsky, 2000). Las etapas de la teoría APOE que intenta explicar cómo se construye el conocimiento matemático son: Acción, Proceso, Objeto y Esquema.

Construcción cognitiva a nivel de acción. "Una ***acción*** es una transformación de objetos percibidos por el individuo como esencialmente externos y que requieren, ya sea explícitamente o de la memoria, instrucciones paso a paso sobre cómo realizar la operación" (Dubinsky & McDonald, 2001, p.2), es decir, requiere la orientación del docente.

De igual forma, Arnon et al. (2014). Menciona que una **Acción** es externa en el sentido de que cada paso de la transformación debe realizarse explícitamente y guiarse por instrucciones externas. Además, cada paso indica el siguiente, es decir, los pasos de la Acción no se pueden imaginar y ninguno se puede omitir, la acción se manifiesta cuando éste realiza una actividad sin reflexionar sobre ella, sino que se limita a sólo repetir los pasos que otros siguieron.

De igual manera, Asiala et al. (1996). Definen que la ***acción*** es una transformación de objetos que el sujeto percibe como algo externo, es decir, si un estudiante cuyo entendimiento o comprensión de un concepto matemático está limitado por una concepción acción, puede realizar transformaciones reaccionando sólo a indicaciones externas.

Construcción cognitiva a nivel de proceso. Al respecto Dubinsky y McDonald (2001) mencionan que

> Cuando se repite una acción y el individuo reflexiona sobre ella, él o ella puede realizar una construcción mental interna llamada ***proceso*** en el que el individuo puede pensar que realiza el mismo tipo de acción, pero ya no con la necesidad de estímulos externos. Un individuo puede pensar en realizar un proceso sin hacerlo

> realmente y, por lo tanto, puede pensar en revertirlo y componerlo con otros procesos. (p.3).

De igual manera, Breidenbach (1992), argumenta que el ***proceso*** ocurre cuando una acción es repetida y el estudiante reflexiona sobre ella; entonces, puede interiorizar tal acción en proceso. Es así que la construcción interna permite realizar la misma acción, mas no puede ser dirigida por estímulos externos. Para desarrollar la comprensión a nivel *proceso* consideraremos el manejo de las operaciones y demostraciones simples de las propiedades de la función derivada, como determinar fundamentando la derivada de una potencia de grado n, derivada de una suma y diferencia de funciones, derivada de un producto y de un cociente de funciones.

Construcción cognitiva a nivel de objeto. Al respecto Dubinsky y McDonald (2001), afirman que un "objeto se construye a partir de un proceso cuando el individuo se da cuenta del proceso como una totalidad y se da cuenta de que las transformaciones pueden actuar sobre él" (p.3), es decir, si el estudiante es capaz de generalizar un proceso como un todo, e internaliza las acciones y los procesos aplicados sobre un objeto.

Construcción cognitiva a nivel de esquema. Dubinsky y McDonald (2001), afirman que:

> Un ***esquema*** para un cierto concepto matemático es la colección de acciones, procesos, objetos y otros esquemas de un individuo que están vinculados por algunos principios generales para formar un marco en la mente del individuo que puede aplicarse a una situación problemática que involucra ese concepto. Este marco debe ser coherente en el sentido de que proporciona, explícita o implícitamente, medios para determinar qué fenómenos están dentro del alcance del esquema y cuáles no. Debido a que esta teoría considera que todas las entidades matemáticas pueden ser representadas en términos de acciones, procesos, objetos y esquemas (p.3). Es decir,

Dubinsky y su equipo, definen el concepto de esquema como una colección más o menos coherente de objetos y procesos. Teniendo en cuenta que el término objeto se refieren a un objeto mental o físico, y por proceso (o proceso mental) a una acción mental de naturaleza interna del individuo.

Al respecto, Piaget y García (2004). Manifiestan que

Los esquemas son sistemas mentales organizados en acciones o pensamientos que permiten al individuo representar de manera mental los objetos y eventos de su mundo. Todos los seres humanos poseemos esquemas de pensamiento y mientras el individuo sea capaz de organizar y desarrollar esquemas nuevos, mejor será su interpretación y adaptación a su entorno.

En la adaptación al entorno participan dos procesos, asimilación y acomodación. La asimilación entra en escena cuando el individuo trata de comprender e interpretar su mundo con los esquemas que posee. Si estos esquemas no son suficientes para dicha interpretación o para dar respuestas a la misma tales esquemas deben sufrir un cambio, conocido como acomodación, que se refiere al proceso de modificar los esquemas existentes, o integrar nuevos a la estructura cognoscitiva actual del individuo. Así "conocer es asimilar, no es copiar, es, ante todo, interpretar, dar significado a una experiencia nueva a partir de lo que, en ese momento, sean nuestros esquemas cognitivos" (Castorina et al, 2006, p.166).

Entonces, el "aprendizaje consiste en la consolidación de los esquemas cognitivos (patrones de acción, conceptos, teorías, etc.) y en la generación de otros nuevos, a partir de los desequilibrios de los existentes, una vez que éstos descubren sus insuficiencias frente a nuevas tareas" (Castorina et al., 2006, p. 166).

En resumen, se puede decir que un esquema es una colección coherente de acciones, procesos, objetos y otros esquemas que se tienen para un concepto en particular.

2.1.1 Descomposición genética del análisis matemático

Antes de realizar la descomposición genética del análisis matemático, es propicio recordar la idea principal sobre la descomposición genética del objeto matemático que propone la teoría APOE, esto es, propone elementos que permiten reflexionar sobre la comprensión de un concepto matemático y además de elementos didácticos para su instrucción y para lo cual es necesario acercarse al concepto desde su epistemología, visto desde las matemáticas mismas; APOE propone lo que denomina descomposición genética del concepto.

Al respecto, Asiala et al. (2004). Nos dice que es "un conjunto estructurado de construcciones mentales que pueden describir cómo un concepto se puede desarrollar en la mente de un individuo" (p. 5). La descomposición genética de un concepto le permite al investigador, en primera instancia, a) "cuestionar y mejorar la comprensión de un concepto matemático, b) entender la epistemología del mismo y de esta manera diseñar las tareas escolares para el aula, c) determinar los instrumentos que deberá diseñar o implementar en las actividades que realizará el estudiante, d) determinar y caracterizar las competencias matemáticas que deberá poseer el estudiante para la realización de las tareas en pro de la construcción de un objeto de aprendizaje.

Por otro lado, la descomposición genética del concepto de límite de una función fue realizada por Aneshkumar en el año 2010, y el de la regla de la cadena por Clark en el año 1997. Teniendo presente que la descomposición de un concepto no es única y con los modelos o esquemas en mente, se realiza una descomposición genética del concepto del objeto análisis matemático, puesto que la comprensión de un concepto inicia cuando el sujeto realiza lo que representa la parte medular de la teoría APOE, las acciones sobre objetos matemáticos (Dubinsky & Lewin, 1986).

- Para desarrollar la comprensión a ***nivel acción***, el estudiante debe entender el concepto de función, límite y derivada en un punto; su interpretación geométrica como una aproximación a la pendiente de la recta tangente en un punto de la gráfica de f, que se obtiene como el límite de una sucesión de pendientes de rectas secantes cuando la longitud del intervalo de base tiende a cero; la interpretación física de la velocidad instantánea que se obtiene por el paso al límite de una sucesión de velocidades medias sobre intervalos cuya longitud se aproxima a cero; calcular derivadas en un punto usando límites de funciones elementales como polinómicas, raíces, inversas proporcionales etc. Consideramos algunas acciones que debe realizar el estudiante si se encuentra en nivel de *acción*:

A1. Representa Gráficamente guiándose de ciertos patrones los conceptos del Análisis Matemático.

A2. Verifica el comportamiento de los conceptos del Análisis Matemático según la definición.

A3: Evalúa los conceptos del Análisis Matemático en un punto sin verificar las condiciones necesarias.

A4: Determina la ecuación algebraica a partir de la gráfica del concepto de Análisis Matemático.

- Para desarrollar la comprensión a ***nivel proceso*** consideraremos el manejo de las operaciones y demostraciones simples de las propiedades del análisis matemático, por ejemplo, determinar fundamentando la derivada de una potencia de grado n, derivada de una suma y diferencia de funciones, derivada de un producto y de un cociente de funciones, etc.

Consideramos algunas acciones que debe realizar el estudiante si se encuentra en nivel de *proceso*:

P1. Realiza la traza de las curvas sin guiarse de ciertos patrones; comprende todo el proceso de graficación.

P2: Emplea las operaciones de las propiedades de los conceptos de Análisis Matemático.

P3: Demuestra las propiedades básicas de los conceptos del Análisis Matemático.

P4: Interpreta la curva los conceptos del Análisis Matemático.

P5: Evalúa los conceptos del Análisis Matemático en un punto verificando las condiciones necesarias.

- Para desarrollar la comprensión a ***nivel objeto*** el estudiante debe ser capaz de demostrar propiedades de la derivada de un mayor nivel de abstracción, es decir, funciones no representadas mediante una fórmula. Debe ser capaz de encapsular y desencapsular un proceso, es decir revertir un proceso, en el sentido de volver al proceso inicial, reflexionar sobre las acciones que al actuar sobre el proceso originaron el objeto. Además, coordinar nuevos procesos.

Consideramos algunas acciones que debe realizar el estudiante si se encuentra en nivel de *objeto*:

O1. Usa correctamente las reglas de los conceptos del Análisis Matemático.

O2: Demuestra propiedades de mayor nivel de abstracción.

O3: Diferencia las definiciones y situaciones de los conceptos del Análisis Matemático.

O4: Analiza el comportamiento y sus transformaciones de los conceptos del Análisis Matemático.

O5: Coordina nuevos procesos.

- Para desarrollar la comprensión a ***nivel esquema,*** consideramos algunas acciones que debe realizar el estudiante**:**

E1: Modela situaciones de la vida real en términos o conceptos del Análisis Matemático.

E2: Describe, organiza y ejemplifica el conocimiento construido en relación a los conceptos del Análisis Matemático.

E3: Reconoce, discrimina y resuelve el uso del esquema para resolver problemas de optimización.

E4: Presenta contextos generalizados de los conceptos del Análisis Matemáticos para en otras situaciones.

2.1.2 Abstracción reflexiva

Piaget explica que en la reorganización de los diferentes niveles de los estadios del conocimiento existen dos mecanismos (Piaget y García, 2004): la abstracción empírica, en la que se destaca el conocimiento físico que extrae y analiza el sujeto del objeto; y la abstracción reflexiva, la cual se manifiesta a partir de las acciones y operaciones físicas y mentales que el individuo realiza sobre un objeto. La abstracción reflexiva se refiere a "las acciones y operaciones del sujeto y a los esquemas que le conducen a construir" (Piaget y García, 2004, p. 247).

En Dubinsky (1991) considerando elementos de la teoría piagetiana, son cinco las construcciones (abstracción reflexiva) que tienen lugar en la mente de un sujeto para desarrollar conceptos matemáticos abstractos. Estos son: interiorización, coordinación, encapsulación, generalización y reversión; los primeros cuatro ya habían sido considerados por Piaget y la última fue considerada por Piaget, pero no como abstracción reflexiva. A continuación, definiremos los mecanismos mentales que son importantes para la construcción y desarrollo del pensamiento matemático avanzado en el marco del modelo cognitivo APOS.

- **Interiorización.** proceso mediante el cual un sujeto realiza una construcción mental en respuesta a un fenómeno, que puede ser una acción interna, una percepción o una experiencia resultante de una actividad cognitiva. Cuando un individuo puede controlar una acción conscientemente, entonces la acción es interiorizada y la acción se transforma en proceso.

- **Coordinación.** Coordinación de dos o más procesos para construir otro nuevo; esto es, se considera el acto cognitivo de tomar dos o más procesos para construir un nuevo proceso, lo cual puede ser realizado por simple concatenación o bien por medio de procesos organizados en lazos.
- **Inversión.** Luego que un proceso se da, el estudiante es capaz de regresar sobre sus pasos y realizar la reconstrucción de las acciones para llegar al original.
- **Encapsulación.** Es el paso de conversión de un proceso (estructura dinámica) en un objeto (construcción mental estática), es decir, es la transición de un proceso dinámico en uno estático.
- **Desencapsulación o Reversión. C**uando el sujeto es capaz de interiorizar un proceso encapsulándolo para después desencapsularlo; en otras palabras, la reversibilidad se presenta cuando el sujeto es capaz de recorrer en sentido inverso un proceso que ya ha interiorizado.
- **Generalización.** Cuando el sujeto es capaz de aplicar un esquema existente a dos o más situaciones.

2.3.4. Aprendizaje de la matemática

Según Asiala, et al. (2004). Afirma que:

El conocimiento matemático de un individuo es su tendencia para responder a situaciones matemáticas problemáticas percibidas reflexionando sobre ellas y sus soluciones en un contexto social, construyendo o reconstruyendo acciones, procesos y objetos matemáticos organizándolos en esquemas para usar y relacionar con las situaciones. (p.7).

Así mismo, Stephen (2009) afirma que “el aprendizaje es cualquier cambio en el comportamiento relativamente permanente que ocurra como resultado de la experiencia” (p.54).

El aprendizaje debemos entenderlo como el proceso a través del cual el ser humano adquiere o modifica a través del tiempo todas sus habilidades, destrezas, conocimientos y conductas, ello como resultado de la experiencia, el estudio, la observación, el razonamiento o la instrucción. Es decir, el aprendizaje es el proceso de formar experiencia y adaptarla para futuras ocasiones. Por otro lado, la consonancia o relación entre el conocimiento y el aprendizaje se da de manera directa y esto es obvio. Así mismo, el aprendizaje debe ser entendido como la forma procedimental de adquirir, ampliar, interiorizar e incluso modificar los elementos y contenidos de un conocimiento definido.

Al respecto, Mayor et al. (1995, citado en García et al., 2015) afirma que

> El concepto de aprendizaje ha pasado desde una concepción conductista a una cognitivista con la incorporación de componentes cognitivos. O cuando se centra la atención en un aprendizaje a partir de los principios constructivistas, planteando que el conocimiento no se adquiere únicamente por interiorización del entorno social, sino que mediante la construcción realizada por parte de las personas. (p.4).”

De acuerdo con Rossi (s/f), el aprendizaje de la matemática es la adquisición de una habilidad de manera estable (aprendizaje como producto) o la sucesión de eventos que conducen a la obtención de conocimientos, habilidades, destrezas o actitudes (aprendizaje como proceso), es decir, el aprendizaje es el proceso de adquirir conocimientos, habilidades, actitudes o valores a través del estudio, la experiencia o la enseñanza; por ello, permite adaptarnos a las exigencias del ambiente, y a las nuevas conductas, pero a la vez, a la pérdida de otras: Es tan importante, dar respuestas adecuadas como inhibir las que no los son.

Aprendizaje es adquisición de conocimientos o habilidades a través de la experiencia mediante el estudio, la observación y la práctica.

En la actualidad se considera que el aprendizaje matemático es de tipo estructuralista, especialmente cuando se refiere al aprendizaje de conceptos, donde se considera que aprender es alterar estructuras, y que estas alteraciones se realizan de manera global. Algunas de las cualidades del aprendizaje matemático según la concepción actual:

- El aprendizaje de la matemática se realiza a través de experiencias concretas.
- El aprendizaje tiene que arrancar de una situación significativa para los estudiantes.
- La forma en que los estudiantes pueden llegar a incorporar el concepto a su estructura mental es mediante un proceso de abstracción que requiere de modelos.
- Una de las formas de conseguir que el aprendizaje sea significativo para los estudiantes, es mediante el descubrimiento (Flores, 2003).

Cabe recalcar que no hay un único estilo de aprendizaje matemático para todos los estudiantes, es decir, depende fundamentalmente del estilo de aprendizaje del estudiante; del contexto y de la didáctica del docente, teniendo en cuenta que la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas debe ser activo.

2.3.5. Tipos de aprendizaje

Al respecto, García (2020) afirma que existen muchas formas de aprender con características muy distintas entre sí es por ello que existen numerosos tipos y teorías del aprendizaje, la pedagogía como ciencia del estudio del aprendizaje distingue 13 tipos de aprendizaje fundamentalmente.

Aprendizaje implícito. Es un tipo de aprendizaje que se constituye en un aprendizaje generalmente no-intencional y donde el aprendiz no es consciente sobre qué se aprende. El resultado de este aprendizaje es la ejecución automática de una conducta motora. Lo cierto es que muchas de las cosas que aprendemos ocurren sin darnos cuenta, Por ejemplo, hablar o caminar.

Aprendizaje explícito. Se caracteriza porque el aprendiz tiene intención de aprender y es consciente de qué aprende. Por ejemplo, este tipo de aprendizaje nos permite adquirir información sobre personas, lugares y objetos. Es por eso que esta forma de aprender exige de atención sostenida y selectiva del área más evolucionada de nuestro cerebro, es decir, requiere la activación de los lóbulos prefrontales.

Aprendizaje asociativo. Este es un proceso por el cual un individuo aprende la asociación entre dos estímulos o un estímulo y un comportamiento.

Aprendizaje no asociativo (habituación y sensibilización). El aprendizaje no asociativo es un tipo de aprendizaje que se basa en un cambio en nuestra respuesta ante un estímulo que se presenta de forma continua y repetida. Por ejemplo. cuando alguien vive cerca de una discoteca, al principio puede estar molesto por el ruido. Al cabo del tiempo, tras la exposición prolongada a este estímulo, no notará la contaminación acústica, pues se habrá habituado al ruido.

Aprendizaje significativo. Este tipo de aprendizaje se caracteriza porque el individuo recoge la información, la selecciona, organiza y establece relaciones con el conocimiento que ya tenía previamente. En otras palabras, es cuando una persona relaciona la información nueva con la que ya posee.

Aprendizaje cooperativo. El aprendizaje cooperativo es un tipo de aprendizaje que permite que cada alumno aprenda, pero no solo, sino junto a sus compañeros**.** Por tanto, suele llevarse a cabo en las aulas de muchos centros educativos, y los grupos de alumnos no suelen superar los cinco miembros. El profesor es quien forma los grupos y quien los guía, dirigiendo la actuación y distribuyendo roles y funciones.

Aprendizaje colaborativo. Es un tipo de aprendizaje similar al aprendizaje cooperativo. Ahora bien, el primero se diferencia del segundo en el grado de libertad con la que se constituyen y funcionan los grupos. En este tipo de aprendizaje**,** son los profesores o educadores quienes proponen un tema o problema y los alumnos deciden cómo abordarlo.

Aprendizaje emocional. El aprendizaje emocional significa aprender a conocer y gestionar las emociones de manera más eficiente**.** Este aprendizaje aporta muchos beneficios a nivel mental y psicológico, pues influye positivamente en nuestro bienestar, mejora las relaciones interpersonales, favorece el desarrollo personal y nos empodera.

Aprendizaje observacional. También se conocido como aprendizaje vicario, por imitación o modelado**,** y se basa en una situación social en la que al menos participan dos individuos: el modelo (la persona de la que se aprende) y el sujeto que realiza la observación de dicha conducta, y la aprende.

Aprendizaje experiencial. El aprendizaje experiencial es el aprendizaje que se produce fruto de la experiencia**,** como su propio nombre indica. Esta es una manera muy potente de aprender. De hecho, cuando hablamos de aprender los errores, nos estamos refiriendo al aprendizaje producido por la propia experiencia. Ahora bien, la experiencia puede tener diferentes consecuencias para cada individuo, pues no todo el mundo va a percibir los hechos de igual manera. Lo que nos lleva de la simple experiencia al aprendizaje, es la autorreflexión.

Aprendizaje por descubrimiento. Este aprendizaje hace referencia al aprendizaje activo**,** en el que la persona en vez aprender los contenidos de forma pasiva, descubre, relaciona y reordena los conceptos para adaptarlos a su esquema cognitivo. Uno de los grandes teóricos de este tipo de aprendizaje es Jerome Bruner**.**

Aprendizaje memorístico. Significa aprender y fijar en la memoria distintos conceptos sin entender lo que significan**,** por lo que no realiza un proceso de significación. Es un tipo de aprendizaje que se lleva a cabo como una acción mecánica y repetitiva.

Aprendizaje receptivo. La persona recibe el contenido que ha de internalizar**.** Es un tipo de aprendizaje impuesto, pasivo. En el aula ocurre cuando el alumno, sobre todo por la explicación del profesor, el material impreso o la información audiovisual, solamente necesita comprender el contenido para poder reproducirlo.

Aprendizaje según Jean Piaget. Jean Piaget, reconocido Psicólogo, biólogo y epistemólogo, hablar de él es hablar del constructivismo, pues se caracterizó especialmente por realizar sus enfoques hacia este método de enseñanza. La teoría del aprendizaje de Jean Piaget propone la adaptación de los individuos al entorno en donde se encuentran a través de los conocimientos que recogen del mismo, el conocimiento se origina de manera nata y solo cuando el individuo tiene contacto con los agentes de su alrededor, negando así, el conocimiento innato. Por otro lado, los Psicólogos ponen énfasis en la figura del estudiante como el agente, motor de su propio aprendizaje y así todos los estudiantes son arquitectos de sus aprendizajes.

La teoría de Piaget es constructivista porque supone que los estudiantes establecen sus propios conceptos sobre el mundo para darle sentido (Byrnes, 1996).

Por otro lado, Shunk (2012) afirma que:

> Estos conceptos no son innatos, sino que los estudiantes los adquieren a través de sus experiencias normales. El niño no recibe la información del entorno (incluyendo las personas) de manera automática, sino que la procesa de acuerdo con las estructuras mentales que ya posee. Los estudiantes le dan un sentido a su ambiente y construyen la realidad con base en sus capacidades actuales (p.240).

Aprendizaje según Lev Vygotsky. Vygotsky uno de los teóricos de la educación, quien aporto a la educación y que hoy en día sus concepciones se mantienen vigentes, la teoría socio cultural de Vygotsky señala que el aprendizaje se construye de a poco durante los primeros años de vida del estudiante y además con la ayuda del contexto social que los rodea, es decir, los estudiantes desarrollan poco a poco su aprendizaje mediante la interacción social, logrando adquirir habilidades cognoscitivas como proceso lógico de su inmersión a un modo de vida rutinario, amical y familiar.

Según esta teoría los compañeros mayores del grupo, juegan el rol importante; de apoyo, dirección y organización del aprendizaje del estudiante menor, esto es, si el estudiante tiene dificultades para aprender una materia en concreto o está próximo a lograrlo, pero le falta concretar alguna idea importante en su pensamiento, pero esto se soluciona con el apoyo de sus compañeros mayores del aula y pueden culminar el aprendizaje de la materia. Pero, la colaboración, la supervisión debe tomarse con responsabilidad y así el estudiante menor será capaz de progresar en la formación y consolidación de sus nuevos conocimientos y aprendizajes.

Al respecto Lucci (2006) afirma que:

> En la tesis de Vygotsky el aprendizaje “es el punto central para el desarrollo de las funciones psicológicas superiores, mismo que depende de la interacción cultural que se despliegue el sujeto, debido a esto, se considera que ambas categorías tienen mutua influencia, ya que el aprendizaje es el proceso que hace posible el desarrollo psicológico. Es decir, que tanto el desarrollo psicológico y el aprendizaje dependen entre ellos, es decir, a mayor desarrollo mayor aprendizaje y al contrario. (p.9).”

Por ello, Nieva y Martínez (2019) exponen que en la teoría de Vygotsky resulta significativo el papel mediador de los otros (educadores, familia, compañeros, etc.) como efecto se ve el aprendizaje como un suceso dinámico, donde intervienen el medio y la comunicación, resultando necesario prestar atención a la relación del sujeto con todo lo que incluye su proceso de adquisición de conocimiento. Es decir, en esta doctrina el papel que cumple el entorno como influencia del sujeto es primordial para reconocer su experiencia de aprendizaje.

2.3.6. ¿Qué es la Matemática?

En la actualidad la matemática es una ciencia formal, exacta, está clasificada dentro de las ciencias puras, tiene ya desde su naturaleza inicial la jerarquía de ciencia, lo cual significa el uso de las abstracciones de un problema real, para luego demostrar, explicar y solucionar dicho problema. El estudio de la matemática, permite a quien lo hace, cultivar un proceso razonado, lógico, que le conduce a una toma de decisiones en la solución de problemas reales lo más cercano a la certeza.

Para Vivas (2018), "las matemáticas nacen de la continua búsqueda de la verdad" (p.68). Así mismo podemos tomar en cuenta algunas definiciones relevantes por matemáticos y filósofos famosos, tales como:

María Moliner. Ciencia que trata de las relaciones entre las cantidades y magnitudes y de las operaciones que permiten hallar alguna que se busca, conociendo otras.

René Descartes. La matemática es la ciencia del orden y la medida, de bellas cadenas de razonamientos, todos sencillos y fáciles.

Maurits Cornelis Escher. Las leyes de la matemática no son meramente invenciones o creaciones humanas, simplemente "son": existen independientemente del intelecto humano. Lo más que puede hacer un hombre de inteligencia aguda es descubrir que esas leyes están allí y llegar a conocerlas.

Galileo Galilei. Las matemáticas son el alfabeto con el cual Dios ha escrito el Universo**.** Las matemáticas son el lenguaje de la naturaleza.

Benjamin Peirce. La matemática es la ciencia que extrae conclusiones necesarias.

DRAE (Diccionario de la Real Academia Española). Ciencia deductiva que estudia las propiedades de los entes abstractos, como números, figuras geométricas o símbolos, y sus relaciones. Estudio de la cantidad considerada en abstracto o aplicada.

Clasificación de la Matemática. Las matemáticas en la actualidad se clasifican en puras y aplicadas, al respecto, Moreno (2019) manifiesta que:

> La matemática pura y la matemática aplicada forman parte de la actual clasificación del quehacer de los matemáticos, clasificación que ha alcanzado cierto consenso entre la comunidad científica. La matemática pura se refiere a la actividad que se realiza en matemáticas para generar resultados para sí misma; por otro lado, la matemática aplicada se refiere al desarrollo de modelos que pueden simular en la forma más precisa situaciones reales. (P.9).

Figura 1

Diagrama que ilustra la clasificación de la matemática

Clasificación De la Matemática	Puras	Discretas
		Continuas
	Aplicadas	Discretas
		Continuas

Fuente: elaboración propia, 2021

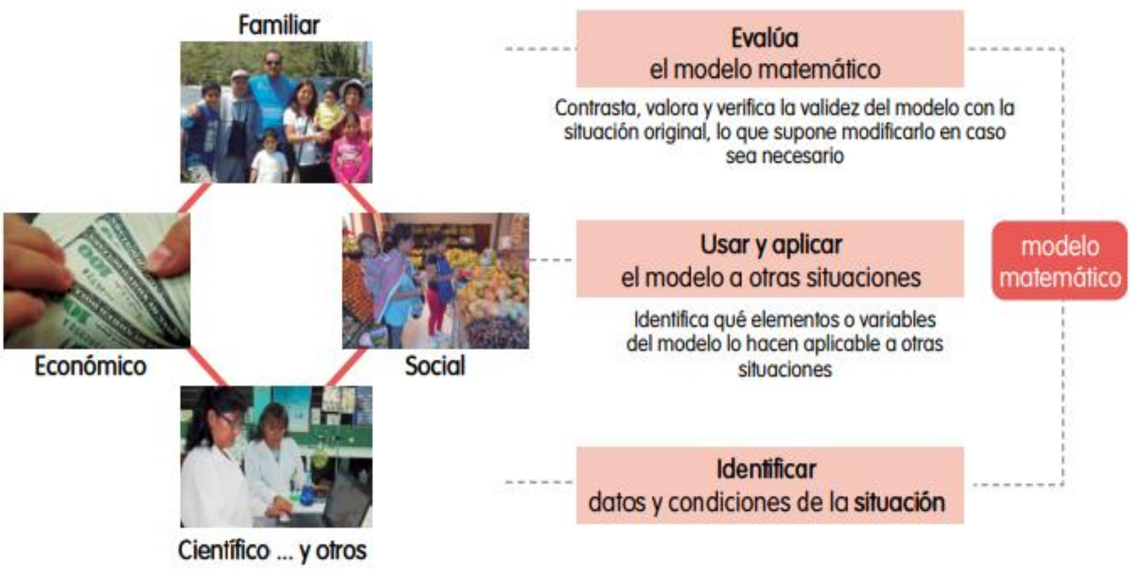
2.3.7. Dimensiones del aprendizaje del análisis matemático

El aprendizaje de los contenidos de la matemática puede abordarse desde diferentes componentes, tales como: a partir de la matematización de las situaciones, de la comprensión de ideas matemáticas, resolución de problemas y las diferentes formas de razonamiento que tiene el ser humano.

Matematiza situaciones. Según el Ministerio de Educación (MINEDU, 2015), en sus rutas de aprendizaje precisa: “Es la capacidad de expresar un problema, reconocido en una situación, en un modelo matemático. En su desarrollo se usa, interpreta y evalúa el modelo matemático, de acuerdo a la situación que le dio origen” (P.29).

Figura 2

Matematiza Situaciones



Fuente: MINEDU, 2015

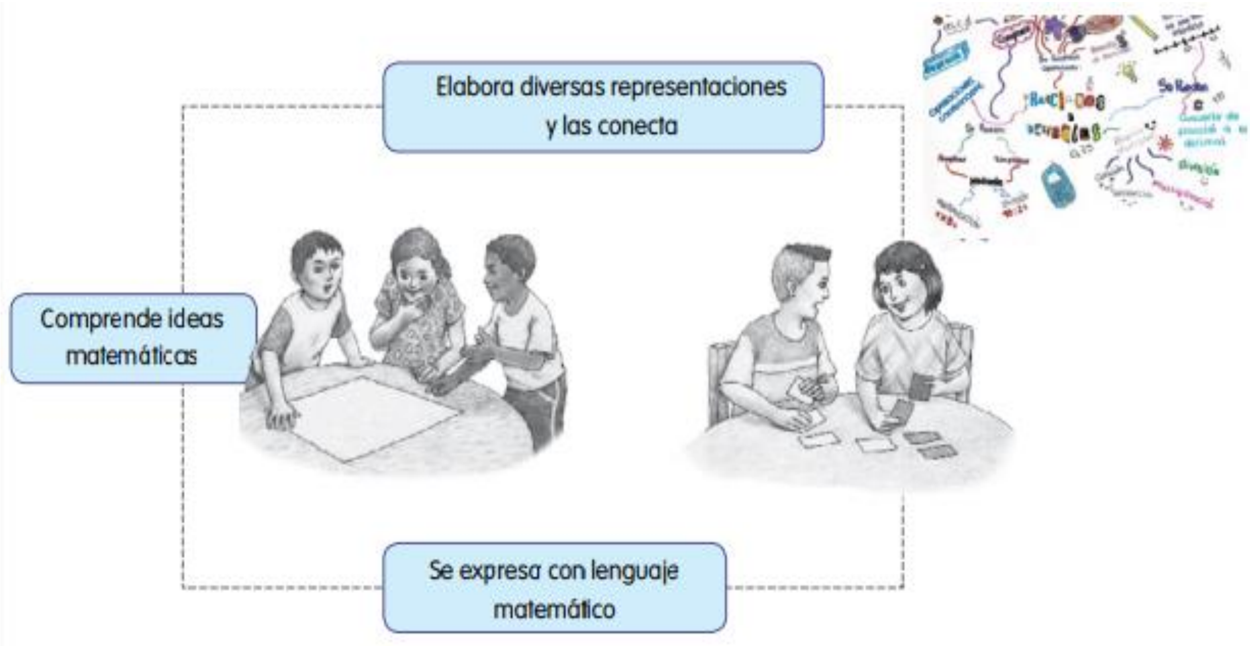
Razón por el cual, para que el estudiante desarrolle esta capacidad implica:

- Reconocer características, datos, condiciones y variables de la situación que permitan construir un sistema de características matemáticas conocido como un modelo matemático, de tal forma que reproduzca o imite el comportamiento de la realidad.
- Usar el modelo obtenido estableciendo conexiones con nuevas situaciones en las que puede ser aplicable; ello permite reconocer el significado y la funcionalidad del modelo en situaciones similares a las estudiadas.
- Contrastar, valorar y verificar la validez del modelo desarrollado o seleccionado, en relación a una nueva situación o al problema original, reconociendo sus alcances y limitaciones.

Comunica y representa ideas matemáticas. Según MINEDU (2015), en sus rutas de aprendizaje señala: "Es la capacidad de comprender el significado de las ideas matemáticas, y expresarlas en forma oral y escrita usando el lenguaje matemático y diversas formas de representación con material concreto, gráfico, tablas, símbolos y recursos TIC" (p. 30). Asimismo, Niss (2002), menciona que: "la comunicación es la forma de expresar y representar información con contenido matemático, así como la manera en que se interpreta" (p. 45). De acuerdo los autores las ideas matemáticas adquieren significado cuando se usan diferentes representaciones y se es capaz de transitar de una representación a otra, de tal forma que se comprende la idea matemática y la función que cumple en diferentes situaciones.

Figura 3

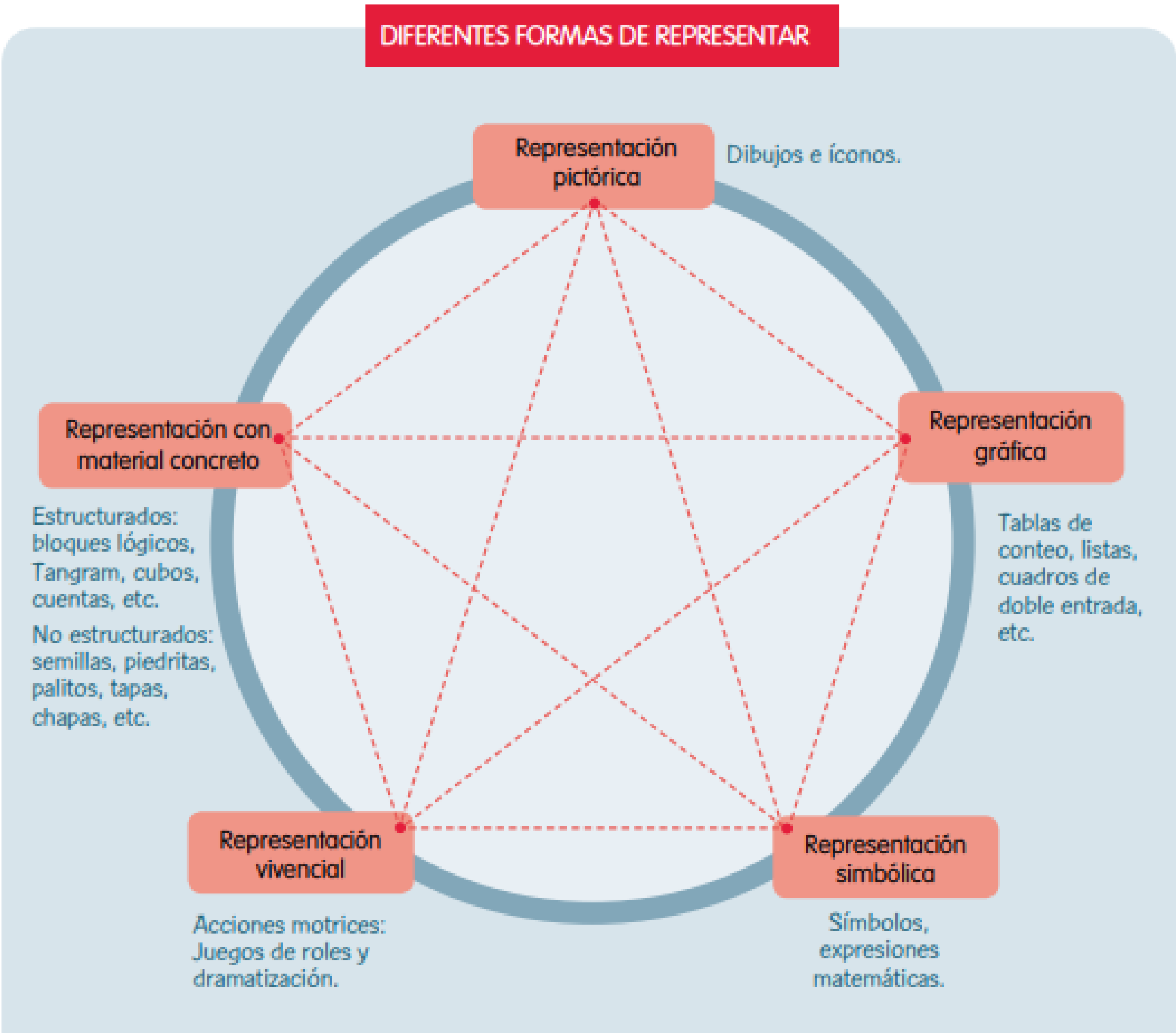
Comunica y Representa Ideas Matemáticas



Fuente: MINEDU, 2015

Figura 4

Ejemplo de los Diferentes Tipos de Representación de Ideas Matemáticas.



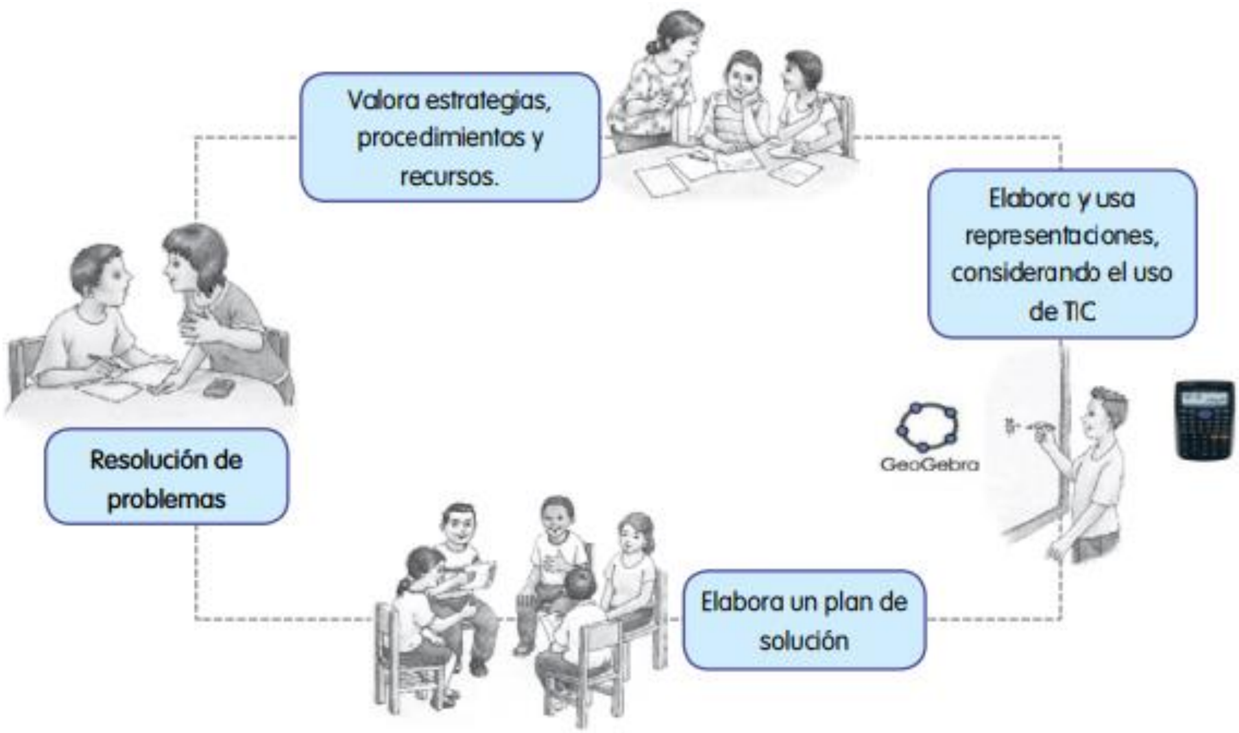
Fuente: Adaptation Discover strategies Young math students in competently usingmultiple representations de Anne Marshall (2010).

Elabora y usa estrategias. MINEDU (2015) indicó: "Es la capacidad de planificar, ejecutar y valorar una secuencia organizada de estrategias y diversos recursos, entre ellos las tecnologías de información y comunicación, empleándolas de manera flexible y eficaz en el planteamiento y resolución de problemas, incluidos los matemáticos" (p. 32). Esto implica ser capaz de elaborar un plan de solución, monitorear su ejecución, pudiendo incluso reformular el plan en el mismo proceso con la finalidad de llegar a la meta. Asimismo, revisar todo el proceso de resolución, reconociendo si las estrategias y herramientas fueron usadas de manera apropiada y óptima. Las estrategias se definen como actividades conscientes e intencionales, que guían el proceso de resolución de problemas; estas pueden combinar la selección y ejecución de procedimientos matemáticos, estrategias heurísticas, de manera pertinente y adecuada al problema planteado, es decir, esto implica para el estudiante:

- Elaborar y diseñar un plan de solución
- Seleccionar y aplicar procedimientos y estrategias de diverso tipo (heurísticas, de cálculo mental o escrito).
- Valorar las estrategias, procedimientos y los recursos que fueron empleados; es decir, reflexionar sobre su pertinencia y si le es útil.

Figura 5

Elabora y Usa Estrategias

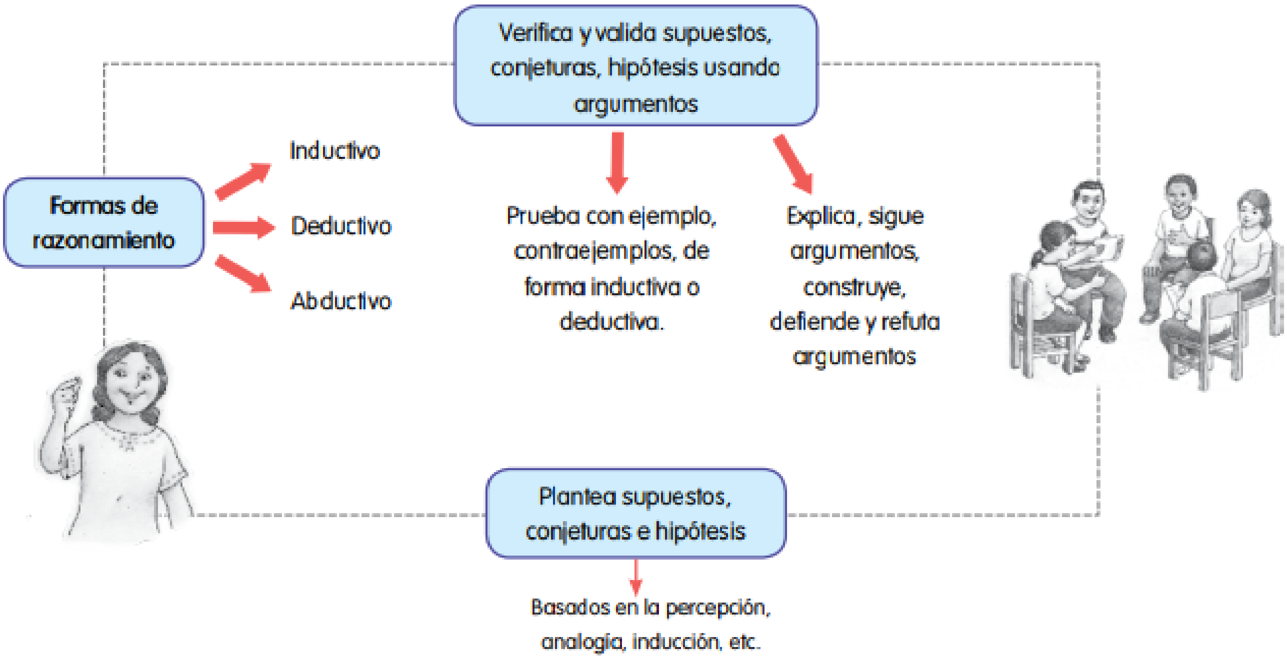


Fuente: MINEDU, 2015

Razona y argumenta generando ideas matemáticas. MINEDU (2015) manifestó: “Es la capacidad de plantear supuestos, conjeturas e hipótesis de implicancia matemática mediante diversas formas de razonamiento (deductivo, inductivo y abductivo), así como el verificarlos y validarlos usando argumentos" (p. 33). Esto implica partir de la exploración de situaciones vinculadas a la matemática para establecer relaciones entre ideas, establecer conclusiones a partir de inferencias y deducciones que permitan generar nuevas conexiones e ideas matemáticas.

Figura 6

Razona y Argumenta Generando Ideas Matemáticas



Fuente: MINEDU, 2015

Esta capacidad implica que el estudiante de matemática:

- Explique sus argumentos al plantear supuestos, conjeturas e hipótesis.
- Observe los fenómenos y establezca diferentes relaciones matemáticas.
- Elabore conclusiones a partir de sus experiencias.
- Defienda sus argumentos y refute otros en base a sus conclusiones.

2.3.8. Breve historia de la evolución de los conceptos del análisis matemático.

En esta investigación no se pretende realizar un análisis profundo o detallado sobre la epistemología del concepto del límite y la Derivada de una función. A continuación, presentaremos una breve reseña histórica de cómo la definición del límite de una función vino evolucionando a través de la historia hasta la actualidad.

Al respecto, Molfino y Buendía (2010) manifiestan que pasó por cuatro grandes etapas transcendentales que permitieron definir el límite, tal cual es hoy en estos días.

1era Etapa (La antigüedad - época griega). La primera etapa se caracteriza por las consideraciones de los problemas geométricos, fundamentalmente por la necesidad de calcular las áreas de la figuras geométricas o volúmenes de los sólidos. En esta época se destacan los trabajos realizados por Hipócrates (S. V a.C.), quien utilizó el concepto de límite para determinar el área de las lúnulas, así mismo, Eudoxo (408-355 a.C.) quien utilizó de forma implícita el concepto de límite en las demostraciones por exhausción, también tenemos a Arquímedes (287-212 a.C.), quien aplicó este método para demostrar algunos resultados con respecto a áreas y volúmenes. En esta época griega el método de exhausción era una alternativa al paso al límite, pues era inviable en aquel momento el concepto de número real, y finalmente debemos destacar las paradojas de Zenón (480 a.c.) dirigidas a las concepciones pitagóricas del tiempo y el espacio como suma de infinitos instantes o puntos. Tuvieron que pasar varios siglos, desarrollando otras herramientas matemáticas relacionadas al límite, tales como el concepto de una función y sus representaciones algebraica, analítica y geométrica y otros métodos algebraicos más potentes para lograr un avance en esta área del conocimiento.

2da Etapa (siglo XVII). En esta etapa se buscaron resultados para los problemas físicos y astronómicos concretos, utilizando métodos infinitesimales. En el siglo XVII se destacan los trabajos realizados por Kepler, Fermat, Cavalieri, Barrow, Newton y Leibniz, dichos trabajos lo hicieron en un ambiente geométrico y dinámico; se estudiaba el movimiento a través de prácticas relacionadas con la predicción. Una vez más el límite se presentaría de una manera implícita, relacionados al cálculo de velocidades, pendientes, áreas, máximos y mínimos, etc. Pero, las críticas entre los matemáticos con respecto al concepto condujeron a una búsqueda por mejorar los argumentos utilizados y marcó un hito en el desarrollo histórico del concepto y haciendo la estructura de la matemática más formal, posteriormente los trabajos de Newton y Leibniz conformaron una nueva forma de resolver problemas, con nuevos fundamentos, pero no se podían fundamentar con las herramientas teóricas conocidas hasta ese momento y esa falta de rigor pusieron una vez más en tela de juicio la precisión y fundamentación de las nuevas técnicas, originándose una nueva etapa en el desarrollo del concepto.

3ra Etapa (siglo XVIII). Esta etapa se caracteriza fundamentalmente por la transformación, evolución de los fundamentos del análisis infinitesimal, esta transformación se dio por la generalización de los métodos a otro tipo de funciones, por formalizar los conceptos fundamentalmente de la función. En este siglo XVIII debemos destacar los trabajos de Euler, D'Alembert y Lagrange, quienes intentan fundar el cálculo en bases independientes de la geometría, utilizando el álgebra. Dicho cambio fue promovido por Euler considerando funciones en lugar de variables, así mismo Lagrange en su preocupación de dotar el rigor de las demostraciones, recurrió al álgebra y al desarrollo en series de potencias, pero no consigue su objetivo por sus puntos débiles, por otro lado, el matemático D'Alembert es quien se fundamentó en los trabajos realizados por Newton y ello lo condujo a ser uno de los primeros en realizar la definición del límite funcional.

4ta etapa (entre el siglo XIX y principios del XX). Si bien es cierto que los resultados que se obtuvieron en la etapa anterior estaban muy bien justificados gracias al concepto de función, pero este fundamento dejó de ser válido cuando se quiso extender el concepto de función a otros contextos, debido a nuevos problemas matemáticos y físicos, por ejemplo, al de la cuerda vibrante . En esta etapa se consideran los trabajos de Cauchy (1821) y Weierstrass, que se caracterizan por la aritmetización del análisis, mientras que las concepciones de Wallis, Mengoli, Gregory, Newton, Gregory of St. Vincent y Vitali estaban relacionadas con sucesiones y series, y lo que destacaba de ellos era que consideraban al límite como una aproximación inalcanzable, donde resaltaba más el proceso que el objeto. Cauchy define el concepto de límite, pero era a un imprecisa porque utiliza términos como "se aproximan indefinidamente…" Define infinitésimo y límite infinito para una sucesión a partir de esta definición de límite, Cauchy establece además criterios de convergencia para límites indeterminados, en cuyas demostraciones se puede apreciar la precisión y claridad de su idea de límite. Cauchy identifica el aspecto esencial de la continuidad y define la continuidad mediante sucesiones, muy útil en la demostración de teoremas. Pero la definición resulta confusa por hablar de continuidad en un intervalo y puntual a la vez. Sin embargo, esta confusión se subsanaría con el concepto de continuidad uniforme introducido por Heine en 1870. Estos escenarios históricos permiten apreciar la construcción, evolución y difusión de los saberes matemáticos. Los autores señalan que es con Weierstrass que se introduce el uso de los registros de representación simbólica ya que realiza un esfuerzo por evitar el uso de la expresión "la variable se aproxima al límite" porque sugería ambiguas ideas de tiempo y movimiento. Esto permitió evolucionar entre la idea dinámica de límite (como un proceso) hacia la idea estática de límite (como un objeto) y finalmente la última etapa se caracteriza por la generalización del concepto a nuevos contextos dentro de la matemática (p.28-30).

Así mismo, con respecto a la derivada nuestro interés principal es ver como vino desarrollándose o evolucionando el concepto del término de la derivada atreves del tiempo para comprender el concepto actual y sus diferentes aplicaciones y significados.

Históricamente el desarrollo del concepto de Derivada tuvo "una secuencia de cuatro periodos: (…). Primero, la derivada se utilizó, después se descubrió, posteriormente se exploró y desarrollo y, finalmente, se definió. Es decir, ejemplos de lo actualmente reconocemos como derivadas se usaron primeramente de forma ad hoc en un contexto particular para resolver problemas." Entonces se identificó el concepto general inmerso detrás de estos usos, como parte de la invención del cálculo. Después muchas de las propiedades de las derivadas fueron explicadas y desarrolladas en aplicaciones matemáticas y físicas. Finalmente, se estableció una definición precisa del concepto de Derivada dentro de una teoría rigurosa (Grabiner,1983, p.195)."

Como es de conocimiento, la importancia del concepto de Derivada y sus aplicaciones, las dificultades presentes en su comprensión han sido motivos para numerosas investigaciones desde diferentes enfoques teóricos.

Esta práctica causa un conjunto de dificultades generales que se observan en la comprensión de los conceptos de Calculo (Tall, 1992), estas dificultades son tales como: Dificultades con la conceptualización de límite y los procesos infinitos, dificultades con la notación de Leibniz, débil comprensión sobre funciones, dificultades en la traducción de un problema del mundo real al Cálculo formal, Dificultades en la selección y uso de representaciones, dificultades en la manipulación algebraica o la falta de ella y preferencia por los métodos algorítmicos en lugar de la comprensión conceptual.

Por otro lado, Asiala et al. (1997). En sus investigaciones encontraron dificultades asociadas a la comprensión del concepto de derivada bajo el marco de la teoría APOS.

La derivada apareció de una forma no muy clara en el siglo XVII, a consecuencia de la investigación sobre las velocidades realizada por el matemático y físico ingles Isaac Newton y el estudio sobre las tangentes de curvas realizado por el matemático y filósofo alemán Goltfried Leibniz.

2.3.9. Preliminares del análisis matemático

Para el presente trabajo de investigación usaremos definiciones, teoremas y propiedades de algunos textos que se usan según la bibliografía de los sílabos de las escuelas profesionales de ingeniería de la UNSCH para en la enseñanza del límite y derivadas, tales como: El Cálculo de Louis Leithold (1998), Análisis Matemático I de Armando Venero (2019) y máximo Mitacc Meza.

2.3.9.1.Limite.

El límite es uno de los conceptos básicos e importantes del análisis matemático, ello permitirá precisar otros términos tales como: continuidad, discontinuidad, derivadas, etc.

***Definición* (Límite de una función).** Sea f una función definida en cada número de algún intervalo abierto que contiene a a, excepto posiblemente en el número a mismo. El límite de $f(x)$ conforme x se aproxima a a es L, lo que se escribe como

$$\lim_{x \to a} f(x) = L$$

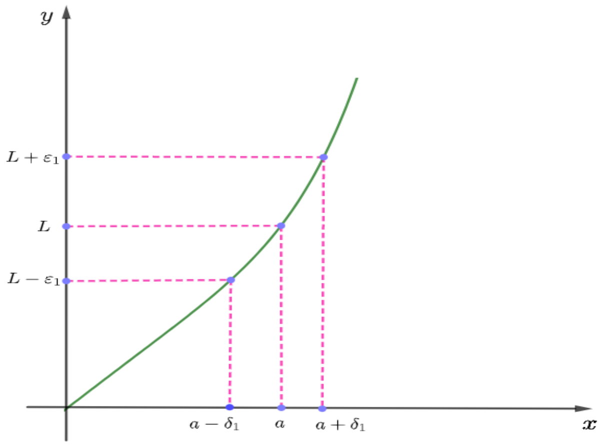
si la siguiente proposición es verdadera:

Dado cualquier $\epsilon > 0$, no importa cuán pequeña sea, existe un $\delta > 0$ tal que

si $0 < |x - a| < \delta$ entonces $|f(x) - L| < \epsilon$

Figura 7

Interpretación geométrica de la definición de límite de una función f.



Fuente: Elaboración propia

***Teorema* (unicidad de límite).** Si existe el límite de una función, entonces el límite es único, es decir, si

$\lim_{x\to a} f(x) = L_1$ y $\lim_{x\to a} f(x) = L_2$ $\Longrightarrow$ $L_1 = l_2$

***Propiedades* (operacionales de límite*)*.** Sean f y g funciones tales que

$\lim_{x\to a} f(x) = L$ y $\lim_{x\to a} g(x) = M$, entonces:

a) $\lim_{x\to a} c = c$

b) $\lim_{x\to a}(cf(x)) = c(\lim_{x\to a} f(x)) = cL$

c) $\lim_{x\to a}(f(x) \pm g(x)) = \lim_{x\to a} f(x) \pm \lim_{x\to a} g(x) = L \pm M$

d) $\lim_{x\to a}(f(x).g(x)) = \lim_{x\to a} f(x) . \lim_{x\to a} g(x) = L.M$

e) $\lim_{x\to a} \frac{1}{g(x)} = \frac{1}{\lim_{x\to a} g(x)} = \frac{1}{M}$, si $M \neq 0$

f) $\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)} = \frac{L}{M}$, si $M \neq 0$

Teorema. Si f y g son dos funciones tales que $f(x) \leq g(x)$, para todo x en un intervalo con $x \neq a$, y $\lim_{x\to a} f(x) = L$, $\lim_{x\to a} g(x) = M$ entonces $L \leq M$ es decir $\lim_{x\to a} f(x) \leq \lim_{x\to a} g(x)$.

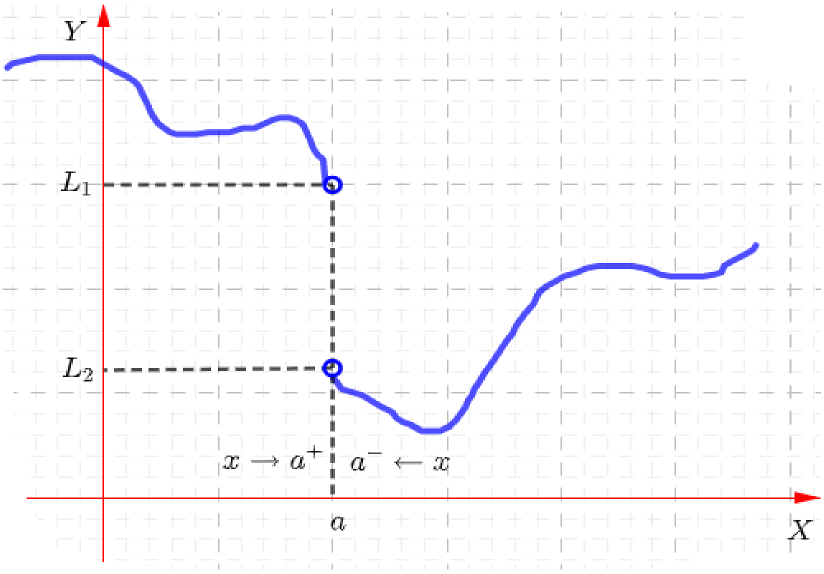
Teorema del Sándwich. Sean f, g y h funciones tales que $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$, para todo x en un intervalo con $x \neq a$, y $\lim_{x\to a} f(x) = \lim_{x\to a} h(x) = L$, entonces $\lim_{x\to a} g(x) = L$.

2.3.9.2. Límites laterales.

Para que exista el límite de la función $f(x)$, depende del comportamiento de $f(x)$ cuando x tiende hacia a ya sea por la izquierda de a o por la derecha de a, así mismo para los límites laterales, porque también depende del comportamiento de $f(x)$ cuando x se aproxima hacia a por la izquierda o por la derecha de a. (fig.8)

Figura 8

Límites laterales



Fuente: Elaboración propia

Definición. Sea f una función definida en el intervalo $\langle c, a\rangle$; el límite de la función $f(x)$ cuando x se aproxima hacia a por la izquierda es el número real L al cual se denota por $\lim_{x\to a^-} f(x) = L$ si para todo $\varepsilon > 0$, $\exists\delta > 0$ tal que si: $a - \delta < x < a$. Entonces $|f(x) - L| < \varepsilon$.

Simbólicamente

$$\lim_{x\to a^-} f(x) = L \implies \forall\varepsilon > 0, \exists\delta > 0 \text{ / si: } a - \delta < x < a \implies |f(x) - L| < \varepsilon.$$

Definición. Sea f una función definida en el intervalo $\langle a, d\rangle$; el límite de la función $f(x)$ cuando x se aproxima hacia a por la derecha es el número real L al cual se denota por $\lim_{x\to a^+} f(x) = L$ sí para todo $\varepsilon > 0$, $\exists\delta > 0$ tal que si: $a < x < a + \delta$. Entonces $|f(x) - L| < \varepsilon$.

Simbólicamente

$$\lim_{x\to a^+} f(x) = L \implies \forall\varepsilon > 0, \exists\delta > 0 \text{ / si: } a < x < a + \delta \implies |f(x) - L| < \varepsilon.$$

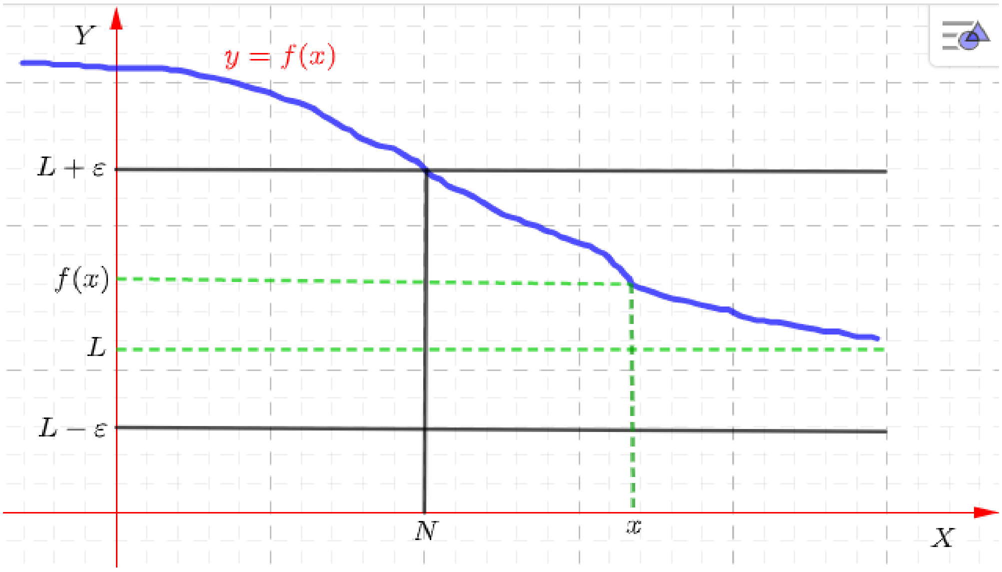
Teorema. $\lim_{x \to a} f(x) = L \iff \lim_{x \to a^-} f(x) = L$ y $\lim_{x \to a^+} f(x) = L$, es decir, el límite de una función existe si y sólo si existen los límites laterales y son iguales.

2.3.9.3. Límites al infinito

Definición. Sea $f: \langle a, +\infty\rangle \to \mathbb{R}$ y $L \epsilon \mathbb{R}$, se dice que Les el límite de $f(x)$ cuando x tiende a $+\infty$, y se escribe $\lim_{x \to +\infty} f(x) = L$, **si** $\forall \varepsilon > 0$, $\exists N > 0 \ / \ x > N \implies |f(x) - L| < \varepsilon$. (fig.9)

Figura 9

Límites al Infinito por la derecha

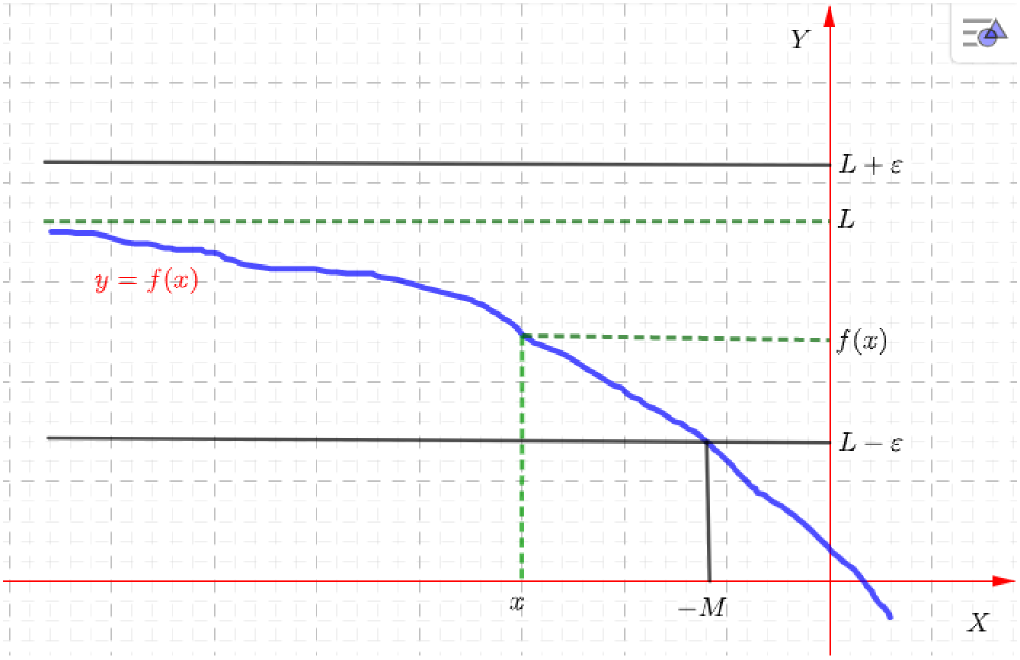


Fuente: Elaboración propia

Definición. Sea $f: \langle -\infty, a\rangle \to \mathbb{R}$ y $L \epsilon \mathbb{R}$, se dice que Les el límite de $f(x)$ cuando x tiende a $-\infty$, y se escribe $f(x)$, **si** $\forall \varepsilon > 0$, $\exists M > 0 \ / \ x < -M \implies |f(x) - L| < \varepsilon$. (fig. 10)

Figura 10

Límites al Infinito por la izquierda



Fuente: Elaboración propia

2.3.9.4. Límites infinitos

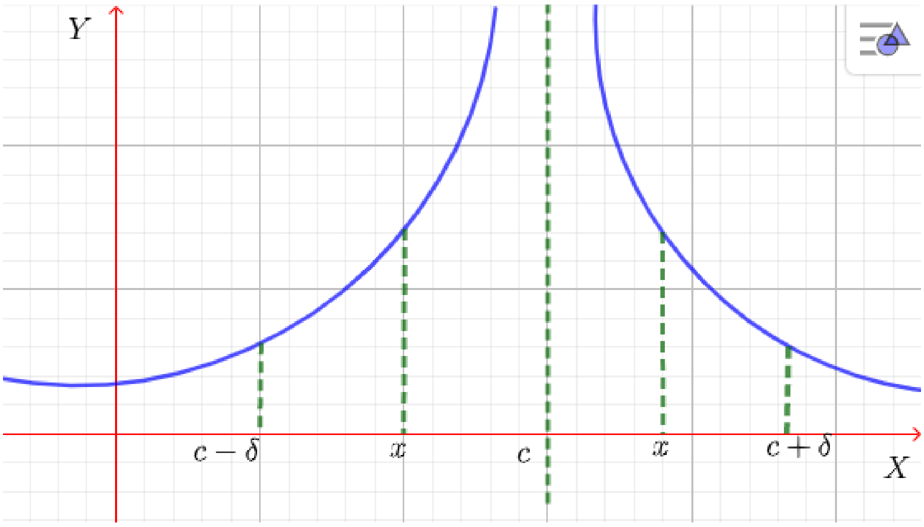
Hay funciones $f(x)$ que cuando x tiende hacia un numero real a ya sea por la izquierda o por la derecha, la función $f(x)$ crece sin límite a $-\infty$ o $+\infty$ respectivamente, a este tipo de funciones se les llama Límites Infinitos.

Definición. Sea f una función definida en algún intervalo I que contiene a c, excepto en c, entonces el $\lim_{x \to c} f(x) = +\infty$, si

$$\forall N > 0, \exists \delta > 0 \;/\; 0 < |x - c| < \delta \implies f(x) > N.$$

Figura 11

Límites infinitos



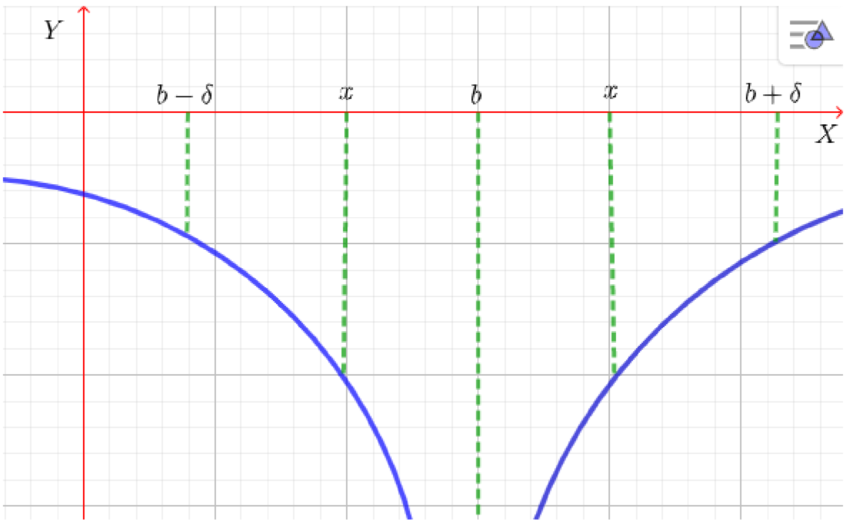
Fuente: Elaboración propia

Definición. Sea f una función definida en algún intervalo I que contiene a b, excepto en b, entonces el $\lim_{x \to b} f(x) = -\infty$, si

$$\forall M > 0, \exists \delta > 0 \;/\; 0 < |x-b| < \delta \implies f(x) < -M.$$

Figura 12

Límites infinitos



Fuente: Elaboración propia

2.3.9.5. Continuidad de una función

Continuidad de una función en un punto. Sea una función real de variable real $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, diremos que la función f es continua en el punto $x = x_0$, si y sólo si, se cumple las tres siguientes condiciones:

i)	Exista $f(x_0)$, $\forall x_0 \in D_f$
ii)	$\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$ existe
iii)	$\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$

NOTA: si por lo menos una de las condiciones no se cumple para $x = x_0$, se dice que f es discontinua en x_0.

Teorema. Sean f y g dos funciones continuas en x_0, entonces

a) $k.f$ es continua en x_0, siendo k constante.

b) $f + g$ es continua en x_0.

c) $f.g$ es continua en x_0.

d) f/g es continua en x_0. Siempre que $g(x_0) \neq 0$

e) $1/g$ es continua en x_0. Siempre que $g(x_0) \neq 0$

f) $|f|$es continua en x_0.

2.3.9.6. "Continuidad de una función compuesta"

Teorema. Si $f: A \to \mathbb{R}$ es continua en el punto $a \in A$ y $g: B \to \mathbb{R}$ es continua en el punto $b = f(a) \in B$, entonces gof es continua en a.

Teorema. Sean $f: A \to \mathbb{R}$ y $g: B \to \mathbb{R}$ dos funciones, $R_f \subset B$, tales que

i) $\lim\limits_{x \to a} f(x) = b$.

ii) g es continua en b,

Entonces $\lim\limits_{x \to a} g(f(x)) = g(\lim\limits_{x \to a} f(x)) = g(b)$

2.3.9.7. “Continuidad de funciones en intervalos”

Definición. Una función $f: \langle a, b\rangle \longrightarrow \mathbb{R}$ es continua en $\langle a, b\rangle$ si es continua en todo $x \in \langle a, b\rangle$.

Definición.

a) Una función f es continua por la derecha en $x = a$ si $\lim_{x \to a^+} f(x) = f(a)$.

b) Una función f es continua por la izquierda en $x = a$ si $\lim_{x \to a^-} f(x) = f(a)$.

Definición. Una función f es continua en $(a;b]$ si

a) f es continua en $(a;b)$ y

b) f es continua por la izquierda en b.

Definición. Una función f es continua en $[a; b)$ si

a) f es continua en $(a;b)$ y

b) f es continua por la derecha en a.

Definición. Una función f es continua en $[a; b]$ si

a) f es continua en $(a;b)$ y

b) f es continua por la derecha en a.

c) f es continua por la izquierda en b.

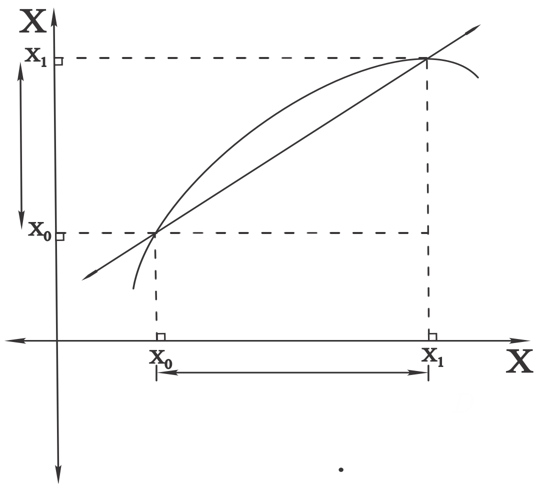
Teorema del valor intermedio. Si f es continua en el intervalo cerrado $[a; b]$ y si $f(a) \neq f(b)$. Entonces para cada valor k entre $f(a)$ y $f(b)$ existe un número c entre a y b talque $f(c) = k$.

2.3.9.8. Derivada y diferenciación

Incremento de una función. “Si **y**= $f(x)$ y si x_0, $x_0 + h$ son dos números que pertenecen al $Dom(f)$, entonces $\Delta y = f(x_0 + h) - f(x_0)$ es el incremento de la variable dependiente y que corresponde al incremento h de la variable independiente x en x_0, o bien, incremento de la función f, en cuyo caso se denota $\Delta y = f(x_0 + h) - f(x_0)$" (Figueroa, 2006, p.364).

Figura 13

Incremento de una función



2.3.9.9. La derivada de una función.

La derivada es uno de los conceptos más importante en matemáticas. La derivada es el resultado de un límite y representa la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en un punto.

Definición: Dada una función f y un punto x_0 en el dominio de f, se llama *derivada de f en el punto x_0* al valor numérico:

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

siempre que tal límite exista.

Las derivadas también se denotan de la siguiente manera:

- $f'(x_0)$: se debe a Lagrange.
- $D_x f'(x_0)$: se debe a Cauchy
- $\frac{df(x)}{dx} /_{x_0}$: se debe a Leibniz

- $\dot{f}$ *(x_0):* se debe a Newton

2.1.1.1 Función derivada

Definición: Si f es una función, entonces *la función derivada de* f denotado por f', está definida por la regla

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

y es tal que su dominio consiste de aquellos puntos del dominio de f para lo cuales el límite dado exista. ($Domf' \subseteq Domf$).

Recta tangente a una curva en un punto

La *recta tangente* L_T a la gráfica de una función f en el punto

$P_0 = (x_0; f(x_0))$ es la recta que pasa por P_0 y que tiene pendiente $f'(x_0)$, cuando exista, está dado por:

$$L_T: \quad y - f(\boldsymbol{x_0}) = \boldsymbol{f'(x_0)(x - x_0)}$$

Recta normal a una curva en un punto

Se llama *recta normal* L_N a la gráfica de f en $P_0 = (x_0; f(x_0))$ a la recta que pasa por P_0 y que es perpendicular a la recta tangente L_T en P_0 y que tiene pendiente $\frac{-1}{f'(x_0)}$ cuando exista, está dado por:

$$L_N: \quad y - f(\boldsymbol{x_0}) = \frac{-1}{f'(x_0)}(\boldsymbol{x - x_0})$$

2.3.9.10.Función diferenciable

Si $x_0 \in Dom(f')$ entonces se dice que f *es diferenciable* en x_0. Es decir, si es que f tiene derivada en x_0.

Derivadas laterales

Sea f una función **y** $x_0 \in Dom(f)$

Definición: *La derivada por la izquierda* de f en x_0 es definida y denotada por

$$f'(x_0^-) = \lim_{h \to 0^-} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

si este límite existe.

Definición: *La derivada por la derecha* de f en x_0 es definida y denotada por

$$f'(x_0^+) = \lim_{h \to 0^+} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

si este límite existe.

Proposición: La función f es *diferenciable* en el punto $x_0 \in Dom(f)$ sí y solo sí existen y son iguales $f'(x_0^-)$ y $f'(x_0^+)$.

Proposición: Dada una función f y un punto $x_0 \in Dom(f)$ se cumple:

Sí f es diferenciable en x_0 entonces f es continua en x_0.

2.3.9.11. Reglas de derivación

Sean f y g dos funciones diferenciables en x y $g \neq 0$, entonces las funciones

$f + g, f - g, f.g$ y $\frac{f}{g}$ son diferenciables en x, y se tiene:

1. $(f + g)'(x) = f'(x) + g'(x)$

2. $(f - g)'(x) = f'(x) - g'(x)$

3. $(f.g)'(x) = f'(x).g(x) + f(x).g'(x)$

4. $(\frac{f}{g})'(x) = \frac{g(x).f'(x) - f(x).g'(x)}{[g(x)]^2}$, si $g(x) \neq 0$

2.4. Bases conceptuales

Modelo. El termino modelo hoy en día es polisémico, es de uso frecuente sobre todo en el que hacer académico y profesional del ser humano, siendo fundamental para describir, explicar, comprender y pronosticar hechos, acontecimientos del ámbito real. Modelo es el instrumento que sirve como pauta para ser imitada, reproducida o copiada, es decir, es un esquema conceptual por el cual el ser humano intenta articular de manera sistemática el conocimiento.

Cognición. La cognición en la actualidad podemos decir que es la capacidad de procesar la información a partir de la percepción, es decir, de los estímulos que les llegan a los humanos del mundo exterior a través de los sentidos. Es el conocimiento que se adquiere con la experiencia y las características subjetivas propias del hombre que les permite integrar toda esta información para convertirlo en conocimiento, es decir, son procesos mediante los cuales adquirimos y empleamos el conocimiento.

Modelo cognitivo matemático: Es parte de un intento de comprender cómo se puede aprender matemática, focaliza su preocupación por la mejora de las habilidades mentales y su representación en el aprendizaje. Se caracteriza por estudiar cómo el ser humano conoce, piensa, recuerda, elabora, crea e interpreta los conceptos matemáticos.

Modelo cognitivo APOE: Consiste en cómo una teoría del aprendizaje de las matemáticas puede ayudarnos a comprender el proceso de aprendizaje al proporcionar explicaciones de los fenómenos que podemos observar en los estudiantes que están tratando de construir su comprensión de los conceptos matemáticos y al sugerir direcciones para la pedagogía que pueden ayudar en este aprendizaje. Para ello los docentes previamente deben realizar la descomposición genética del objeto matemático con las etapas de la teoría APOE (acción, proceso, objeto y esquema) y luego elaborar su sesión de aprendizaje.

Aprendizaje de la matemática: El aprendizaje matemático se construye de apoco, a partir de la experiencia y bajo la asesoría del docente, es decir, es su tendencia para responder a situaciones matemáticas problemáticas percibidas reflexionando sobre ellas y sus soluciones en un contexto social, construyendo o reconstruyendo acciones, procesos y objetos matemáticos organizándolos en esquemas para usar y relacionar con las situaciones. Teniendo en cuenta que el estudiante es el verdadero artífice del proceso de aprendizaje, pues definitivamente depende de él.

¿Qué es el análisis matemático? El Análisis Matemático también llamado Cálculo es la rama de las matemáticas que estudia a los números reales y complejos con sus respectivas representaciones gráficas, es decir, trata de resolver cálculos complejos a través de la abstracción valiéndose de las funciones para abordar capítulos sobre los límites y teorías relacionadas con los números reales y complejos como son la derivación, integración, análisis de funciones y series infinitas entre otras funciones complejas.

Descomposición genética: Es el análisis de los conceptos matemáticos, de las experiencias de enseñanza y aprendizaje, del análisis de los textos y otras investigaciones previas que enfatizan la construcción cognitiva requerida en un aprendizaje y estos aspectos se caracterizan bajo los temas de acción, proceso, objeto y esquema.

Matematiza situaciones: Consiste expresar problemas diversos en modelos matemáticos, asociar problemas diversos con modelos que involucren funciones, límites, derivadas y finalmente asociar problemas diversos con modelos aplicados a las diferentes ramas de la ciencia.

Comunica y representa ideas matemáticas: Consiste en expresar el significado y/o la interpretación de las concepciones del análisis matemático de manera oral y escrita, haciendo uso de diferentes representaciones y lenguaje matemático.

Elabora y usa estrategias: Consiste en planificar, ejecutar y valorar estrategias heurísticas y procedimientos de cálculo, comparación, estimación, localización usando diversos recursos para resolver problemas y el análisis de problemas en situaciones de incertidumbre.

Razona y argumenta generando ideas matemáticas: Consiste en Justificar y validar conclusiones, supuestos, conjeturas e hipótesis de las definiciones, teoremas o problemas respaldados en significados.

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA

3.1. Formulación de hipótesis

3.1.1. Hipótesis general

El modelo cognitivo APOE genera aprendizaje significativo de las concepciones del Análisis Matemático en estudiantes de ingeniería, UNSCH-2021.

3.1.2. Hipótesis específicas

- El modelo cognitivo APOE genera efectos positivos en el aprendizaje de la Matematización de situaciones del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería**.**
- El modelo cognitivo APOE genera efectos positivos en el aprendizaje de la Comunicación y representación de ideas del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería.
- El modelo cognitivo APOE genera efectos positivos en el aprendizaje de la elaboración y utilización de estrategias del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería.
- El modelo cognitivo APOE genera efectos positivos en el aprendizaje del Razonamiento y argumentación generando ideas del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería.

3.2. Variables

3.2.1. Variable independiente

Modelo cognitivo APOE

3.2.2. Variable dependiente

Aprendizaje de las concepciones del Análisis Matemático.

3.3. Operacionalización de variables

MATRIZ DE OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES

Modelo Cognitivo APOE y Aprendizaje de Concepciones del Análisis Matemático en Estudiantes de Ingeniería Civil, UNSCH, 2021

VARIABLES	DEFINICIÓN CONCEPTUAL	DEFINICIÓN OPERACIONAL	DIMENSIÓN	INDICADORES	ESCALA	VALORACIÓN
MODELO COGNITIVO APOE	La Teoría APOE (acción, proceso, objeto y esquema) es desarrollada por Ed Dubinsky. APOE son las construcciones mentales que un individuo realiza para lograr el entendimiento de las situaciones y de los problemas matemáticos a los que se enfrenta	Para la experimentación elaboraremos la propuesta pedagógica, luego debemos comunicar y sensibilizar a los estudiantes para su ejecución de la investigación. En la primera sesión se aplicará la prueba de entrada para saber el nivel de aprendizaje del educando, se debe comunicar a los estudiantes quienes pertenecen al grupo experimental y al grupo control. La experimentación de la propuesta pedagógica se hará mediante el orden de razonamiento, es decir, mediante la construcción del conocimiento, utilizado en la aprehensión del concepto del Análisis Matemático en base a las cuatro dimensiones de la variable y que constan de 18 ítems.	**Construcción cognitiva Acción**.	• Representa Gráficamente guiándose de ciertos patrones los conceptos del Análisis Matemáticos. • Verifica el comportamiento de los conceptos del Análisis Matemático según la definición. • Evalúa los conceptos del Análisis Matemático en un punto sin verificar las condiciones necesarias. • Determina la ecuación algebraica a partir de la gráfica del concepto de Análisis Matemático.	63 Nominal	**si** **no**
			Construcción cognitiva Proceso.	• Realiza la traza de las curvas sin guiarse de ciertos patrones; comprende todo el proceso de graficación. • Emplea las operaciones de las propiedades de los conceptos de Análisis Matemático.		
			Construcción cognitiva Objeto.	• Demuestra las propiedades básicas de los conceptos del Análisis Matemático. • Interpreta la curva los conceptos del Análisis Matemático. • Evalúa los conceptos del Análisis Matemático en un punto verificando las condiciones necesarias.		
			Construcción Cognitiva Esquema.	• Usa correctamente las reglas de los conceptos del Análisis Matemático. • Demuestra propiedades de mayor nivel de abstracción. • Diferencia las definiciones y situaciones de los conceptos del Análisis Matemático. • Analiza el comportamiento y sus transformaciones de los conceptos del Análisis Matemático. • Coordina nuevos procesos.		

VARIABLES	DEFINICIÓN CONCEPTUAL	DEFINICIÓN OPERACIONAL	DIMENSIÓN	INDICADORES	ESCALA	VALORACIÓN
				• Modela situaciones de la vida real en términos o conceptos del Análisis Matemático. • Describe, organiza y ejemplifica el conocimiento construido en relación a los conceptos del Análisis Matemático. • Reconoce, discrimina y resuelve el uso del esquema para resolver problemas de optimización. • Presenta contextos generalizados de los conceptos del Análisis Matemáticos para en otras situaciones.		
APRENDIZAJE DE LAS CONCEPCIONES DEL ANÁLISIS MATEMÁTICO	El análisis matemático es uno de los cursos más importantes en la educación superior, que estudia de manera formal y rigurosa la función, el límite y siendo la derivada el resultado de un límite y representa la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en un punto.	Una vez concluida con la experimentación de la propuesta pedagógica se recolectará datos a través de la prueba escrita que consta de 32 ítems redactados en estricto orden de las cuatro	**Matematiza situaciones del Análisis Matemático**.	• Examina y reconoce la forma geométrica de los conceptos del análisis matemático. • Aprehensión de los conceptos del análisis matemático. • Organiza datos para la comprensión del concepto del análisis matemático y su interpretación. • Identifica y describe problemas del análisis matemático en su contexto cotidiano. • Contrasta y verifica la validez de las propiedades en forma concreta, gráfico y simbólico del análisis matemático.	Ordinal	**Logro destacado** [18-20]
			Comunica y representa ideas del Análisis Matemático.	• Comprende el significado de los conceptos del análisis matemático en su contexto. • Expresa y explica la asociación de las propiedades algorítmicas con las propiedades geométricas. • Conocimiento de la definición formal de la función, límite y Derivada de una función. • Representa gráfica y simbólicamente los conceptos representados en su forma paramétrica.		**Logro previsto** [14-18)
			Elabora y usa estrategias de	• Selecciona, diseña y elabora un plan de solución del problema del análisis matemático. • Realiza simulaciones y analogías. • Aplica estrategia elegida con procedimiento secuencial en la solución del problema. • Realiza el ensayo y error. • Valora las estrategias, procedimientos y los recursos que fueron empleados.		**Proceso** [11-14)

VARIABLES	DEFINICIÓN CONCEPTUAL	DEFINICIÓN OPERACIONAL		DIMENSIÓN	INDICADORES	ESCALA	VALORACIÓN
		dimensiones.	**solución de problemas.** **Razona y argumenta generando ideas del Análisis Matemático**		• Explica los procesos de resolución de los problemas de máximos y mínimos. • Verifica los resultados de la traza de funciones. • Elabora conclusiones a partir de sus experiencias sobre los criterios de la primera y segunda Derivada. • Plantea otras hipótesis con respecto a la traza de curvas mediante diversas formas de razonamiento. • Modela y resuelve situaciones de concavidad en las curvas mediante los criterios de la Derivación. • Defiende sus argumentos y refuta otros en base a sus conclusiones.		**Inicio** [00-11)

3.4. Tipo y nivel de investigación

Según nuestro problema de investigación, sus objetivos e hipótesis; el tipo de investigación que corresponde a nuestro trabajo, es la investigación de tipo Aplicada y Nivel Explicativo o Experimental. Debemos tener presente que la investigación aplicada tiene por objetivo fundamental resolver un determinado problema de la sociedad y para ello debe primero convertir los conocimientos teóricos en conocimientos prácticos para su aplicación y, por ende, para el enriquecimiento del desarrollo cultural y científico.

Al respecto, Millan y Schumacher (2005), nos dice que “La investigación de tipo Aplicada se centra en un campo de práctica habitual y se preocupa por el desarrollo y la aplicación del conocimiento obtenido en la investigación sobre dicha práctica” (P.24). Pues la investigación aplicada alcanza un conocimiento relevante para dar solución a un problema general, es abstracta, sus efectos se notan indirectamente a largo plazo, su generalización es limitada, reduciéndose a su propio campo de investigación. Por otro lado,

Sampieri et al. (2014). Aseguran que los estudios de alcance o nivel explicativo están dirigidos a “responder por las causas de los eventos y fenómenos físicos o sociales. Su interés fundamental se centra en explicar por qué ocurre un fenómeno y en qué condiciones se manifiesta o por qué se relacionan dos o más variables” (p.95). Esto es, pretende establecer las causas de los sucesos o fenómenos que se estudia.

3.5. Métodos

Método de investigación

Teniendo en cuenta que el método de investigación como un conjunto de procedimientos sistematizados, ordenados, planificados y que además utilizando técnicas pertinentes con sus respectivos instrumentos resuelven un conjunto de problemas en el proceso de investigación.

Según Nocedo y Pérez (2001), así mismo Cerezal y Fiallo (2004), “sostienen que en la investigación pedagógica se distinguen dos métodos de investigación: Los teóricos y los empíricos, y tanto uno como otro se apoyan en los métodos matemático – estadísticos” (p.101).

En nuestro trabajo de investigación se utilizó el método empírico como un sistema de investigación que permitió recopilar datos.

Pues, según Nocedo et al. (2001). Los métodos empíricos “son aquellos que permiten al investigador recopilar datos necesarios para verificar la hipótesis formulada en el proceso de investigación” (p.102); estas se concretan en una estrecha relación entre el investigador y el objeto a investigar.

El método hipotético deductivo

Teniendo en cuenta que en la presente investigación se ha realizado la observación del objeto de estudio, creación de la hipótesis para luego explicarla y finalmente se realizará la verificación de las hipótesis, esto conlleva a utilizar un método científico denominado método hipotético deductivo.

Quispe (2012) manifiesta que

> El método hipotético deductivo consiste en un procedimiento que parte de unas premisas en calidad de hipótesis y busca refutar o falsear tales hipótesis, deduciendo de ellas conclusiones que deben confrontarse con los hechos. La correspondencia de las premisas y conclusiones inferidas con los hechos científicos, comprueba de manera mediata la veracidad de la hipótesis. (p.102).

El método analítico

En nuestro trabajo de investigación se ha utilizado también el método analítico, pues consiste en descomponer un todo en sus partes para estudiarlas de manera individual y sus relaciones que hay entre ellas.

Al respecto Ortiz y García (2005), manifiestan que el "Método analítico es aquel método de investigación que consiste en la desmembración de un todo, descomponiéndolo en sus partes o elementos para observar las causas, la naturaleza y los efectos" (p.64). Pues es un método que permite conocer a profundidad el objeto de estudio y como consecuencia podemos explicar, comprender mejor su comportamiento y así establecer nuevas teorías.

El método estadístico

El método estadístico, gracias a su secuencia de pasos para el manejo de los datos cualitativos y cuantitativos de la investigación, nos servirá para: recolectar, hacer un recuento, presentar, sintetizar y analizar los datos; tanto, de la variable modelo cognitivo APOE, como del aprendizaje de las concepciones del Análisis Matemático. Al respecto, Sáez (2010), manifiesta que: "El método estadístico es la utilización del método científico por la estadística de la investigación que sirve para el procesamiento, análisis e interpretación de los datos" (p. 33).

3.6. Diseño de investigación

El diseño de investigación empleado corresponderá a un diseño cuasi experimental, pues utilizaremos dos grupos, siendo uno de ellos el grupo experimental y el otro grupo de control de tal manera que se aplica a los dos grupos el pre test antes del experimento y al mismo tiempo; luego se aplica la variable experimental al grupo experimental, en cambio el grupo control no recibe la variable experimental; una vez concluida el experimento, se aplica el post test a ambos y al mismo tiempo.

Según Monje (2011) el diseño de investigación Cuasi experimental estudia relaciones de causa y efecto, en situaciones en las que no es posible el control y manipulación absoluta de las variables.

Esquema

$$\frac{GE: 01\ x\ \ 02}{GC: 03 - 04}$$

Donde:

GE: representa al grupo experimental

GC: representa al grupo control

01 y 03: simboliza el pre test aplicado a ambos grupos

X: representa la variable experimental

-: simboliza la no aplicación de la variable experimental

02 y 04: representa el post test aplicado a ambos grupos.

3.7. Población y muestra

La investigación se desarrollará en Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, específicamente en las Escuelas Profesionales de Ingeniería.

3.7.1. Población

La población está constituida por 320 estudiantes de la serie 100 de las Escuelas Profesionales de la Facultad de Ingeniería de Minas Geología y Civil de la UNSCH, Ayacucho-2021.

3.7.2. Muestra

La muestra está constituida por dos grupos: de experimento y de control de un número 96 estudiantes (48 en el grupo control y 48 en el experimental) de la serie 100 de la escuela profesional de Ingeniería Civil de la UNSCH, Ayacucho-2021.

3.7.3. Criterios de inclusión y exclusión

Tabla 1

Criterio de inclusión y exclusión de estudiantes

Criterio	Inclusión	Exclusión

Los estudiantes de las Escuelas Profesionales de Ingeniería de la serie 100.	• Estudiantes regulares	• Estudiantes repitentes. • Estudiantes retirados. • Estudiantes inasistentes.

Fuente: Elaboración propia

3.7.4. Técnicas de muestreo

La técnica del muestreo es no probabilístico intencional, puesto que se va elegir a los elementos de la muestra según el interés del investigador que está a cargo del dictado del curso Análisis Matemático I en Ingeniería Civil en el semestre académico 2021-I.

Según Rodríguez (1997) para obtener la muestra existen dos formas principales y ellos son; el muestreo aleatorio y el muestreo no aleatorio o de juicio. También el muestreo no aleatorio se llama Muestreo no probabilístico que se utiliza en estudios educativos, particularmente en investigaciones experimentales y semi experimentales, en nuestro caso usaremos el muestreo no probabilístico intencionado, pues nuestra muestra estará constituida por grupos determinados de manera intencional un grupo A será el grupo experimental, y el segundo grupo B será el grupo control.

3.8. Técnicas e instrumentos de investigación

En la investigación educativa, Quispe (2012) asegura que la técnica es un conjunto de procedimientos que permite recoger la información necesaria en una muestra en un tiempo prudente y para ello requiere esfuerzo. Sobre los instrumentos también indica que son un conjunto de “medios o recursos elaborados o elegidos por el investigador para aplicar y recopilar la información en la muestra.”

Al respecto, Chiroque (2007), menciona que las técnicas son las competencias operativas que existe dentro del investigador; y los instrumentos son los objetos externos que son utilizados por el investigador en su investigación. Estas se eligen de acuerdo al tipo, hipótesis y diseño de investigación.

Para la primera variable, se usará la técnica de la observación**,** para recoger los datos referentes a la utilización del Modelo Cognitivo APOE por el docente, al respecto, Tuch (2018), menciona que la observación: “es una técnica que está adaptada para conseguir información acerca de los estudiantes o de una institución como también de los docentes dirigido al comportamiento, relaciones, actividades, decisiones, participación y las reacciones de cada integrante de una institución” (p.). cuyo instrumento será la lista de cotejo constituido con las dimensiones y los indicadores de la respectiva variable y se aplicará a los estudiantes de la serie 100 de la Escuela Profesional de Ingeniería Civil.

Para la segunda variable, se usará la técnica de la prueba de rendimiento, para recoger datos respecto al aprendizaje de las concepciones del Análisis Matemático, al respecto, Cabrera (2011) Define

Estas técnicas como las estrategias en las que la información se obtiene: a) presentando a la persona, en un momento dado, un conjunto de cuestiones que se consideran representativas del atributo que se desea medir o b) solicitando la realización de algún producto, se infiere el nivel de aprendizaje alcanzado por la persona a partir de contrastar sus respuesta o producto elaborado con un patrón de calidad prefijado. (P.116).

Por otro lado, el instrumento será la prueba escrita. La prueba escrita es un instrumento formado por una serie de tareas o conjunto de ítems, objetivas y de desarrollo (de respuesta breve, de desarrollo o cerrada) que se utiliza en el proceso evaluativo académico y que los estudiantes tienen que realizar o responder en un tiempo determinado).”

Rojas (2008), afirma que: “La prueba escrita es un instrumento de medición cuyo propósito es que el estudiante demuestre la adquisición de un aprendizaje cognoscitivo, o el desarrollo progresivo de una destreza o habilidad. Por sus características, requiere contestación escrita por parte del estudiante” (p.4).

Así mismo, la prueba escrita es un instrumento en el cual los ítems formulados por el investigador o docente son respondidos por el estudiante, ya sea identificando y marcando la respuesta (objetiva), construyendo la respuesta (de ensayo) o combinando las dos modalidades anteriores (mixta) (Vargas, 2015).

Autor. Villa, L. (2021)

Procedencia. Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga- Perú

Aplicado en Ayacucho: Villa (2021)

Objetivo: La presente prueba tiene como finalidad indagar sobre los conocimientos previos que poseen los estudiantes ingeniería de la UNSCH, sobre la concepción de la asignatura Análisis Matemático I, cuyos resultados permitirán al docente planificar, diseñar e implementar una estrategia didáctica adecuada con base en el aprendizaje, cuyo fin es mejorar el proceso de enseñanza - aprendizaje de los estudiantes y coadyuve a mejorar la calidad educativa superior.

Se indico a los estudiantes que las respuestas son confidenciales y anónimas, se pidió que respondas la prueba con toda la sinceridad posible y asi mismo se les deseo mucho éxito en el examen y agradecerles por su participación voluntaria, el examen tuvo una duración de 120 minutos. Para desarrollar la prueba escrita utilizaron lápiz o bolígrafo de tinta azul, todas las preguntas tienen cinco opciones de respuesta, y los estudiantes eligieron la respuesta correcta de los ítems objetivos marcando con claridad la alternativa elegida con una cruz o tache la respuesta, así mismo, adjuntar el proceso de desarrollo de la respuesta de las preguntas de desarrollo. La valoración es cuantitativa de cero a veinte.

Descripción. El instrumento denominado Prueba Escrita evalúa el rendimiento académico de los estudiantes de ingeniería de la UNSCH experimentado por el docente investigador. Está compuesta de un apartado introductorio, instrucciones para sus correspondientes respuestas. Integran 32 ítems y se distribuye en cuatro dimensiones (08 en Matematiza situaciones del análisis matemático, 08 en Comunica y representa ideas del análisis Matemático, 08 en Elabora y usa estrategias de solución de problemas y finalmente 08 Razona y argumenta generando ideas del análisis matemático)

La valoración del instrumento es: En inicio si obtiene los puntajes de [00-11), proceso [11-14), logro previsto [14-18) y logro destacado [18-20].

Población objetiva. Estudiantes universitarios de ingeniería

Forma de administración. Colectiva y auto-administrada.

Tiempo de administración. En promedio 120 minutos.

3.1 Validez y confiabilidad de instrumentos

La validez es el grado en el que un instrumento en verdad mide la variable que se busca medir. Por otro lado, la confiabilidad de un instrumento de medición se refiere al grado en que su aplicación repetida al mismo individuo u objeto produce resultados iguales (Hernández et al., 2013), es decir, es el grado en que un instrumento produce resultados consistentes y coherentes.

La prueba de validez y confiabilidad de los instrumentos se realiza de la siguiente manera:

La prueba de validez de contenido de la prueba escrita se realiza a través de juicio de expertos, en nuestro caso fueron 05 expertos con grado de doctor y los datos fueron procesados a través de la prueba binomial, donde los resultados de significación exacta (bilateral) se suman y se divide entre cinco (número de expertos o variables) y el promedio obtenido es 0.0006

Tabla 2

Validez y Confiabilidad de Instrumentos: Prueba Escrita

Prueba binomial	

		Categoría	N	Prop. observada	Prop. de prueba	Significación exacta (bilateral)	Decisión
Experto01	Grupo 1	1	25	,78	,50	,002	Significativo
	Grupo 2	0	7	,22			
	Total		32	1,00			
Experto02	Grupo 1	1	26	,81	,50	,001	Significativo
	Grupo 2	0	6	,19			
	Total		32	1,00			
Experto03	Grupo 1	1	28	,88	,50	,000	Significativo
	Grupo 2	0	4	,13			
	Total		32	1,00			
Expereto04	Grupo 1	1	32	1,00	,50	,000	Significativo
	Total		32	1,00			
Experto05	Grupo 1	1	28	,88	,50	,000	Significativo
	Grupo 2	0	4	,13			
	Total		32	1,00			

P=0006

P: promedio$<$ 0.05

Los resultados de la prueba binomial permiten confirmar que el instrumento de medición es válido en su contenido debido a que el nivel de significancia es menor a 0.05

La validez de constructo de la prueba escrita se realiza a través del análisis factorial o Coeficiente de Pearson y la confiabilidad se determinará con el Coeficiente Alpha de Cronbach debido a que los reactivos (ítems) consignaban múltiples opciones.

Para realizar la validez de constructo se ha trabajado con una prueba piloto de 22 estudiantes, es decir, se ha solicitado la colaboración de 22 estudiantes de ingeniería y para el análisis estadístico se usó el SPSS v.24, así mismo la validez de constructo se evaluó por medio de la técnica de Análisis Factorial Exploratorio utilizando el método de Componentes Principales y rotación Varimax y cuyos resultados obtenidos está en la siguiente tabla.

Tabla 3

Matriz de rotación convergida en cuatro iteraciones de confiabilidad del instrumento: prueba escrita

Matriz de componente rotado[a]				
	Componente			
	1	2	3	4
11. Interprete la figura adjunta y compruebe $\lim_{x \to 5^-} g(x) = \lim_{x \to 5^+} g(x)$. Marque la respuesta correcta.	,859			
12. Hallar $f^n(x)$ si $f(x) = \ln(x + a)$	,853			
26. Si $f(x) = ax^3 + bx^2$, determine a y b de modo que la gráfica de f tenga un punto de inflexión en (1,2).	,734			
9. Use las propiedades de límites y las gráficas de f y g en la figura y demuestre los siguientes limites si existen	,732			
13. Realice la traza y demuestre que la ecuación de la recta tangente y normal a la curva $y = x^3 - 3x$ en el punto (2,2) son respectivamente.	,691			
22. Grafique la función $g(x) = 2cosx$ en el intervalo $\left[\frac{-2\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]$, determine los extremos absolutos de la función en dicho intervalo, si existe alguno.	,673			
10. Dada la siguiente función $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$. Evaluar lo siguiente $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}, h \neq 0$. (*marque la repuesta correcta*)	,664			
24. Un terreno rectangular se encuentra en la orilla de un río y se desea delimitar de modo que no se utilice cerca a lo largo de la orilla. Si el material para la cerca de los lados cuesta $ 12 por metro colocado y $18 por metro colocado para el lado paralelo al río. Determine las dimensiones del terreno de mayor área posible que pueda limitarse con $ 5400 de cerca.	,617			
25. En la siguiente función $f(x) = x^2 - 4x + 3$ verifique las tres condiciones del teorema de Rolle son satisfechas por la función en el intervalo [1 ,3]. Determine el valor de c que satisfaga la conclusión del teorema de Rolle.	,607			
30. Si un cuerpo se deja caer desde una altura de 3000 m, su distancia sobre el suelo (en metros) después de t segundos está dada por $h(t) = 3000 - 16t^2$. Encuentre la velocidad instantánea después de 4 segundos.		,893		
28. Determine los coeficientes a, b, c, d de tal forma que la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tenga un máximo en $(-1,10)$ y un punto de inflexión en $(1, -6)$.		,835		
29. En la siguiente función $f(x) = \begin{cases} x^3 & si\ \ x < 0 \\ x^4 & si\ \ 0 \leq x \end{cases}$ encuentre el punto de inflexión y determine donde la gráfica es cóncava hacia arriba y donde hacia abajo		,821		
6. Marque la que represente la función Derivada de f.		,720		
31. Un ingeniero tiene 140 m de malla para instalar una cerca en un jardín rectangular de hortalizas. **(a)** Encuentre una función que modele el área del jardín que ella pueda cercar. **(b)** Encuentre las dimensiones del área más grande que ella pueda cercar.		,660		

17. Demuestre que $\lim_{x\to 0} \frac{\lvert x\rvert}{x}$ no existe y señale los valores que tienen los límites laterales.		,626		
2.Verifique numérica y gráficamente el límite de: $\lim_{t\to 3} \frac{t^2-9}{t-3}$ y el resultado es: (*marque la repuesta correcta*)		,613		
21.Haciendo uso de la regla de la cadena diferencie $y = \tan(6x^2 + 1)$.		,433		
7. Hallar la derivada de $f'(x)$ si la función es $f(x) = x^4 - 3x^2 + 7x - 25$			,887	
8. La pendiente de la recta secante que se muestra en la figura es:			,736	
27.Hallar los puntos de la hipérbola $x^2 - y^2 = 1$ más próximo al punto $(0,1)$.			,716	
18. Analice si la función definida por partes es continua en 2 y marque la respuesta			,687	
20. Haciendo uso de la definición de la derivada, encuentre $f'(a)$, si $f(x) = \sqrt{x}$.			,676	
1. Determine el dominio y el rango de $f(x) = \frac{4+\sqrt{x^2-3x-4}}{x+2}$			,603	
5.La definición más aproximada al concepto de derivada es: (*marque la repuesta correcta*)			,553	
3. Represente gráficamente la pendiente de una recta y dicho concepto es: (*marque la repuesta correcta*)			-,458	
15. Hallar $\frac{dy}{dx}$ y $\frac{d^2y}{dx^2}$ si $x = cos^3t$, $y = asen^3t$.				-,777
16. Determine una ecuación de cada una de las rectas normales a la curva $y = x^3 - 4x$ y paralela a las rectas que pasan por el punto $(4,13)$ y que son tangentes a: $y = 2x^2 - 1$.				,696
32. Determine la concavidad y los puntos de inflexión de la siguiente función $f(x) = (2x+1)^2 - \frac{3x+1}{2x-1}$				,635
14. Trazar la gráfica de la siguiente ecuación paramétrica pasando a coordenadas cartesianas				-,483
23. Graficar la función $f(x) = \begin{cases} 3x-4 & , -3 \le x < 1 \\ x^2 - 2 & , 1 \le x \le 3 \end{cases}$ en el intervalo $[-3, 3]$ determine los extremos absolutos de la función en dicho intervalo.				-,455
4. La derivada es el resultado de: (*marque la repuesta correcta*)				,443
19. Analizar el comportamiento de la curva $y = \frac{3}{x}$ y hallar la ecuación de la recta tangente en el punto $(3;1)$.				,399

A partir del cuadro obtenido se puede apreciar que el instrumento ha sufrido una variación en cuanto al número y orden de los ítems, es así que la primera dimensión de la variable dependiente tiene 09 ítems (11, 12, 26, 9, 13, 22, 10, 24 y 25), la segunda dimensión tiene 08 ítems (30, 28, 29, 6, 31, 13, 2 y 21), la tercera dimensión tiene 08 ítems (7, 8, 27, 18, 20, 1, 5 y 3) y finalmente la cuarta dimensión tiene 07 ítems (15, 16, 32, 14, 23, 4 y 19)

De donde se ha reordenado los ítems de cada dimensión según el valor obtenido, del más alto al más bajo, teniendo como referencia, mayor a 0.35 o menor a -0.35

El análisis factorial permitió agrupar las preguntas en cuatro dimensiones de acuerdo a Goursuch (2983, citado en Valderrama) “un peso de 0,35 a más es suficiente para asumir la relación entre la pregunta y el factor” (p.208).

Confiabilidad o fiabilidad.

La confiabilidad o “fiabilidad es el grado en que un instrumento produce resultados consistentes y coherentes. Es decir, en que su aplicación repetida al mismo sujeto u objeto produce resultados iguales. Con respecto a la confiabilidad, Herrera (1998) nos dice que: de 0.53 a menos la Confiabilidad es nula; de 0.54 a 0.59 la Confiabilidad es baja; de 0.60 a 0.65 es Confiable; de 0.66 a 0.71 es Muy Confiable; de 0.72 a 0.99 es excelentemente confiabilidad y de 1.0 se dice de Confiabilidad perfecta.

En nuestro caso la confiabilidad de la prueba escrita se determinó con el Coeficiente Alpha de Cronbach debido a que los reactivos (ítems) consignaban múltiples opciones. Se realizó en una muestra piloto de 22 estudiantes.

Confiabilidad de la primera dimensión

Estadísticas de fiabilidad

Alfa de Cronbach	N de elementos
,706	5

A partir del resultado que se obtuvo, según Herrera (1998) una fiabilidad de 0,706 es Muy Confiable.

Confiabilidad de la segunda dimensión

Estadísticas de fiabilidad

Alfa de Cronbach	N de elementos
,740	8

A partir del resultado que se obtuvo, según Herrera (1998) una fiabilidad de 0,740 es Excelentemente confiable.

Confiabilidad de la tercera dimensión

Estadísticas de fiabilidad	
Alfa de Cronbach	N de elementos
,794	2

A partir del resultado que se obtuvo, según Herrera (1998) una fiabilidad de 0,794 es Excelentemente confiable.

Confiabilidad de la cuarta dimensión

Estadísticas de fiabilidad	
Alfa de Cronbach	N de elementos
,701	7

A partir del resultado que se obtuvo, según Herrera (1998) una fiabilidad de 0,701 es Muy confiable. Y finalmente de toda la prueba escrita:

Confiabilidad de toda la prueba

Estadísticas de fiabilidad: Prueba escrita	
Alfa de Cronbach	N de elementos
,712	31

Se obtuvo una fiabilidad de 0,712 este resultado según Herrera (1998) es Muy Confiable.

3.2 Técnicas de procesamiento de datos

Es el proceso mediante el cual los datos individuales se agrupan y estructuran con el propósito de responder al problema de investigación, objetivos e hipótesis de estudio; para ello se utiliza la tabulación de resultados y los organizadores visuales: tablas o cuadros, listas, gráficos (circular, barras, etc.).

Para determinar la prueba de normalidad se usará la prueba de Shapiro-Wilk, puesto que nuestra muestra consta de 48 estudiantes en el grupo control y 48 estudiantes en el grupo experimental.

Al respecto, Novales (2010) manifiesta que la prueba de Shapiro-Wilk se utiliza para contrastar la normalidad cuando el tamaño de la muestra es menor o igual a 50 observaciones y en muestras mayores que 50 se debe utilizar la prueba de Kolmogórov-Smirnov.

Por otro lado, la contrastación de hipótesis se realizó a través de la prueba no paramétrica U de Mann-Whitney, pues, como nuestra variable es de tipo cuantitativa y los datos siguen una distribución normal y, además, el objetivo es comparar medias o medianas independientes, según Romero et al. (2013) la prueba U de Mann-Whitney es “empleada para la comparación de dos muestras independientes, ya sea con variables cuantitativas o cualitativas ordinales (de rango)” (p.77).

3.9. Medidas de resumen

Las medidas de resumen tal como su nombre lo señalan sirven para explicar de manera simple y resumida un conjunto de datos que conforman una muestra tomada de alguna población.

Al respecto, Posada (2016) distingue “cuatro grupos de medidas de resumen: Las medidas de tendencia central, las medidas de posición, las medidas de dispersión y las medidas de forma” (p.73).

Las medidas de tendencia central

Media aritmética: Posada (2016) define que

La media aritmética es la medida de tendencia central más utilizada y la de mayor representatividad en los análisis estadísticos. Representa el promedio del conjunto de datos de la muestra. Su cálculo se realiza con la suma de todos los valores de los datos, dividida entre el número de datos que componen la muestra. Si la variable de estudio está representada por X, la media aritmética se representa por $\bar{X}$. Cuando los datos son pocos y no se han agrupado en clases o intervalos, la media aritmética sería: $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$ donde:

$\bar{X}$: media aritmética de la muestra

n: total de datos de la muestra

x_i: dato de la variable

Así mismo, cuando se agrupan los datos en una tabla de frecuencias, sin construir intervalos, se calcula la media aritmética mediante la siguiente formula: $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i * n_i}{n}$ donde:

n_i: es frecuencia absoluta para cada valor de la variable.

y si el conjunto de datos se ha agrupado en intervalos, el cálculo de la media aritmética se realiza mediante la siguiente fórmula: $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{m} x_i * n_i}{n}$ donde

x_i: es la marca de clase de cada intervalo. (p.75).

Mediana: Posada (2016) define que

La mediana en un conjunto de datos es el valor que ocupa el lugar central, de tal forma que aquel valor deja el 50% de las observaciones por debajo de él y el otro 50% por encima de él. Para la ubicación de la posición de la mediana se deben ordenar los datos de forma ascendente. La mediana es representada por Me. Si el conjunto de datos no se ha agrupado, la posición $\boldsymbol{i}$ de la mediana se ubica según los siguientes criterios:

Cuando el total de datos (n) es impar, la posición de la mediana estará determinada por la fórmula: $i = X_{\frac{n+i}{2}}$

Mientras que si el total de datos (n) es par, la posición de la mediana estaría determinada por: $i = \frac{X_{\frac{n}{2}} + X_{\frac{n}{2}+1}}{2}$. (p.76).

Moda: Posada (2016) define que:

se denomina moda de un conjunto de datos al valor que más se presenta, es decir, el atributo o el valor de mayor frecuencia. La moda se representa por Mo y puede ser aplicada a las variables cualitativas y cuantitativas discretas o continuas. Para obtener la moda de un conjunto de datos que están sin agrupar, se construyen las frecuencias y se ubica el valor o la característica que corresponde a la frecuencia mayor y cuando los datos han sido agrupados en clases o intervalos, la moda se calcula utilizando la ponderación en el intervalo, con el siguiente procedimiento:

1. Ubicar el intervalo (o los intervalos) con mayor frecuencia absoluta n_i
2. Calcular la moda (o las modas) con la fórmula: $M_o = l_i + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right) * C$

Donde:

L_I : límite inferior del intervalo con mayor frecuencia absoluta

Δ_1 : diferencia entre la mayor frecuencia absoluta y la anterior

Δ_2 : diferencia entre la mayor frecuencia absoluta y la siguiente

C: amplitud del intervalo con mayor frecuencia absoluta. (P.82).

Medidas de posición

Cuartiles: Posada (2016) define que

El primer cuartil (Q_1) deja por debajo el 25% de la distribución de los datos o el 75% por encima de él. El segundo cuartil (Q_2) acumula el 50% de los datos por debajo y el otro 50% por encima de él (por tal razón es igual a la mediana); y el tercer cuartil (Q_3) deja por debajo el 75% de los datos y por encima el 25%. El cálculo de los cuartiles se realiza mediante el siguiente procedimiento:

1. Ordenar los datos de forma ascendente.

2. Calcular la posición $\boldsymbol{i}$ con la ecuación: $i = \left(\frac{k}{4}\right)n$. Donde K es el número del cuartil ($k = 1, 2, 3$) y n el número total de datos.

3. Si $\boldsymbol{i}$ no es un número entero, se debe redondear al entero siguiente y el valor que ocupa esta posición será el cuartil requerido. Si $\boldsymbol{i}$ es un número entero, el cuartil es el promedio de los valores $\boldsymbol{i}$ y $\boldsymbol{i+1}$.

Si los datos se han agrupado en clases o intervalos, los cuartiles se calculan mediante la siguiente ecuación $Q_i = l_i + \left[\frac{k\left(\frac{n}{4}\right) - N_{i-1}}{n_i}\right] * C$, donde

k : número del cuartil, $k = 1, 2, 3$.

n : número total de datos.

l_i: límite inferior del intervalo que contiene a $k(n/4)$.

N_{i-1}: frecuencia absoluta acumulada anterior al intervalo que con tiene a $k(n\ /4)$.

n_i: frecuencia absoluta del intervalo que contiene a $k(n\ /4)$.

C: amplitud del intervalo. (p.90).

Deciles: Posada (2016) define que

Los deciles (D_k) son valores que fraccionan la distribución de los datos en diez partes iguales. En la distribución se presentan nueve deciles: el D_1 acumula el 10% del conjunto de datos, el D_2 deja el 20%, y así sucesivamente hasta el D_9, que acumula el 90% de los datos. Para el cálculo de los deciles se usa un procedimiento similar al de los cuartiles:

1. Ordenar los datos de forma ascendente.

2. Calcular la posición con la ecuación: $i = \left(\frac{k}{10}\right)n$. Donde K es el número del decil ($k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$) y n el número total de datos.

3. Si la posición $\boldsymbol{i}$ no es un número entero, se debe redondear al entero siguiente y el valor que ocupa esta posición será el cuartil requerido. Si la posición es un número entero, el decil es el promedio de los valores $\boldsymbol{i}$ y $\boldsymbol{i+1}$.

Para datos agrupados en intervalos: $D_K = l_i + \left[\frac{k\left(\frac{n}{10}\right)-N_{i-1}}{n_i}\right] * C$. (P.92).

Percentiles: Posada (2016) define que

Los percentiles (P_k) son valores que fraccionan la distribución de los datos en cien partes iguales. En la distribución se presentan 99 percentiles: el primer percentil P_1 acumula el 1% del conjunto de datos, el percentil P_2 deja el 2%, y de forma similar los demás percentiles hasta llegar al percentil P_{99} que acumula el 99% de los datos. Para el cálculo de los percentiles se usa un procedimiento similar al empleado para los cuartiles y deciles:

1. Ordenar los datos de forma ascendente.

2. Calcular la posición $\boldsymbol{i}$ con la ecuación: $i = \left(\frac{k}{100}\right)n$. Donde K es el número del percentil ($k = 1, 2, 3, 4, 5 \ldots 10, 11, 12 \ldots 98, 99$) y n el número total de datos.

3. Si $\boldsymbol{i}$ no es un número entero, se debe redondear al entero siguiente y el valor que ocupa esta posición será el cuartil requerido. Si $\boldsymbol{i}$ es un número entero, el percentil es el promedio de los valores $\boldsymbol{i}$ y $\boldsymbol{i+1}$.

Para datos agrupados en intervalos: $P_K = l_i + \left[\frac{k\left(\frac{n}{100}\right)-N_{i-1}}{n_i}\right] * C$. (P.93).

Medidas de dispersión

Rango: Posada (2016) define que

El rango es considerado como la medida de dispersión más simple para el análisis de los datos. No ofrece mucha información sobre la variabilidad de los datos por estar basada sólo en los valores extremos, razón por la cual debe ser usada como complemento de otras medidas de dispersión. Para el cálculo del rango se utiliza la siguiente ecuación: Rango = valor máximo – valor mínimo. (p.97).

Rango intercuartil: Posada (2016) define que

El rango intercuartil (RIC) se denomina de esta manera porque es una medida de dispersión que evita que los valores extremos influyan en el conjunto de datos. Se calcula mediante la diferencia entre el cuartil tres (Q_3) y el cuartil uno (Q_1). Es decir, el rango intercuartil corresponde al rango del 50% ubicado en el centro de los datos. El RIC se calcula por medio de la siguiente ecuación: Rango intercuartil (RIC) = Q_3 - Q_1. (p.98).

Varianza: Posada (2016) define que

La varianza es una medida de dispersión basada en la diferencia de cada dato con la media aritmética. plantea que la diferencia entre cada x_i y el promedio ($\bar{x}$ para una muestra y μ para una población) se llama *desviación respecto al promedio*. Para una muestra, la desviación respecto a la media se expresa como ($x_i - \bar{x}$); para una población es ($x_i - \mu$). Al sumar el total de las desviaciones respecto al promedio, éste tiende a cero por la compensación de las desviaciones positivas (cuando los datos están por encima del promedio), con las desviaciones negativas (cuando los datos están por debajo del promedio). De esta manera, no es posible obtener efectivamente la desviación de los datos respecto del promedio, por lo cual se hace necesario elevar cada desviación al cuadrado, garantizando así que todas las desviaciones obtenidas presenten cantidades positivas; el resultado entonces quedará en unidades cuadradas. Cuando se tiene la totalidad de los datos de la población, el promedio de las desviaciones elevadas al cuadrado se denomina varianza poblacional y se representa con la letra del alfabeto griego sigma (σ^2). Para una población con total de datos N y promedio μ , el parámetro para la varianza se calcula mediante la siguiente ecuación: $\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \mu)^2}{N}$

La varianza de la muestra (s^2) tiene como objetivo convertirse en un estimador de la variación para la población; por tal razón, se define como la suma de las desviaciones elevadas al cuadrado, distribuidas entre el tamaño de la muestra, menos uno. El estimador para la varianza muestral se calcula mediante la siguiente ecuación: $s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$, donde:

$\bar{x}$: Media aritmética de la muestra

n : Total de los datos de la muestra

x_i: Cada dato u observación de la variable X

Si los datos se agruparon en frecuencias o en intervalos, la varianza puede ser calculada mediante las siguientes formulas:

$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i)^2 * n_i}{N} - \mu^2$ Como parámetro para la población.

$S^2 = \frac{\sum(x_i)^2 * n_i}{n-1} - \bar{x}^2$ Como estimador para la muestra. Donde:

$\bar{x}$: media aritmética

n : total de datos de la muestra

N : total de datos de la población

x_i : cada dato de la variable o marca de clase si es intervalo

n_i : frecuencia absoluta. (p. 101).

Desviación estándar: Posada (2016) define que

La desviación estándar es considerada la medida de dispersión con mayor representatividad para un conjunto de datos. Matemáticamente se calcula como la raíz cuadrada positiva de la varianza, y se denota por (s) cuando se estima para la muestra y por (σ) si se calcula para la población:

$$s = \sqrt{s^2}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

La desviación estándar indica la distribución de los datos alrededor de la media aritmética o promedio. (p.103).

3.10. Aspectos éticos

El presente trabajo de investigación es original, no presenta copia o plagio de otros autores, si no se redacta respetando la autoría de la investigación, así mismo se contará con la autorización de los estudiantes y autoridades de la escuela y facultad de Ing. Minas Geología y Civil para su ejecución.

CAPÍTULO IV: RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Como se sabe el análisis estadístico consta de 2 grandes componentes, el análisis descriptivo y el análisis inferencial. Teniendo en cuenta que el análisis estadístico es utilizado por el investigador para la comprobación de sus hipótesis, debe ser utilizado de manera apropiada de acuerdo con los objetivos y el diseño del estudio. Una inferencia es la elaboración de conclusiones a partir de las pruebas que se realizan con los datos obtenidos de una muestra. Sin embargo, elegir la prueba estadística apropiada, en general, representa un reto para los investigadores principiantes.

Para elegir la prueba estadística es necesario tomar en cuenta 3 aspectos: el diseño de la investigación, el número de mediciones y la escala de medición de las variables. Las pruebas estadísticas se dividen en 2 conjuntos: las paramétricas y las no paramétricas. Las pruebas paramétricas solamente se pueden utilizar si los datos muestran una distribución normal. (Flores et al, 2017, p.365).

Teniendo en cuenta que la elección adecuada de la prueba estadística facilita la comprensión y aplicación de los resultados de un trabajo de investigación, debemos mencionar al análisis descriptivo y al análisis inferencial.

La estadística descriptiva se enfoca en resumir y describir los datos que ya tenemos, haciendo uso de las técnicas como medidas de tendencia central, medidas de dispersión y gráficos para resumir y visualizar los datos (De La Puente, 2018). El objetivo principal de la estadística descriptiva es hacer que los datos sean más fáciles de entender y comunicar, y para ello se utilizan técnicas de análisis de datos simples.

Por otro lado, la estadística inferencial se enfoca en hacer inferencias o generalizaciones sobre una población a partir de una muestra de datos. Es decir, se utiliza para sacar conclusiones sobre una población entera a partir de datos recolectados de una muestra representativa de esa población. Para hacer esto, se utilizan técnicas como la estimación de parámetros, la prueba de hipótesis y la regresión (De La Puente, 2018). El objetivo fundamental de esta estadística es realizar predicciones y tomar decisiones informadas basadas en los datos.

Así mismo, Flores et al. (2017), nos dice que “el análisis inferencial solamente debe ser usado en los estudios donde se trata de comparar los resultados entre 2 o más grupos, o bien, se quiere establecer los cambios en un mismo grupo (después de una intervención terapéutica o evento)” (p. 365).

4.1. Resultados a nivel descriptivo

4.2. Análisis e interpretación descriptivo de datos de la variable dependiente

Tabla 4

Aprendizaje de los estudiantes en la capacidad: matematiza situaciones del análisis matemático

Nivel	**PRETEST**				**POSTEST**			
	Control		Experimental		Control		Experimental	
	f	%	f	%	f	%	f	%
En inicio	45	93,0	48	100,0	30	62,5	8	16,7
En proceso	2	4,2	0	0,0	15	31,5	18	37,5
Logro previsto	1	2,1	0	0,0	3	6,3	19	39,6
Logro destacado	0	0,0	0	0,0	0	0,0	3	6,3
Total	48	100,0	48	100,0	48	100,0	48	100,0

Fuente: Datos de la prueba escrita de los estudiantes de Ingeniería Civil, UNSCH-2021

Según la tabla 4, que representa al grupo control y experimental al 100% (96) de estudiantes de la serie 100 de las Escuelas Profesionales de Ingeniería Civil de la UNSCH, se tienen los siguientes resultados:

En el grupo control con enseñanza tradicional en el pretest, el 93% obtuvieron un nivel de aprendizaje en inicio en la capacidad matematiza situaciones del análisis matemático, el 4,2% en proceso, el 2,1% en logro previsto y 0% en logro destacado; mientras que en el postest el 62,5% obtuvieron un nivel de aprendizaje en inicio, el 31,5% en proceso, el 6,3% en logro previsto y también 0% e logro destacado. Existiendo un mayor porcentaje de estudiantes que se encuentran en un aprendizaje en inicio tanto en el pretest y postest.

En el grupo experimental con la aplicación del modelo cognitivo APOE en el pretest, el 100% obtuvieron un nivel de aprendizaje en inicio en la capacidad matematiza situaciones del análisis matemático; mientras que en el postest el 16,7% obtuvieron un nivel de aprendizaje en inicio, el 37,5% en proceso, el 39,6% en logro previsto y el 6,3% en logro destacado. En el resultado se evidencia una diferencia significativa, en el que el mayor porcentaje de estudiantes se encuentran en un aprendizaje en logro previsto y en proceso después del experimento.

Comparando en los grupos, el grupo control en el postest, el 62,5% obtuvieron un aprendizaje en inicio en la capacidad matematiza situaciones del análisis matemático, el 31,5% en proceso y el 6,3% “en logro previsto;” mientras que en el grupo experimental con la aplicación del modelo cognitivo APOE el 16,7% obtuvieron un aprendizaje en inicio en la capacidad matematiza situaciones del análisis matemático, el 37,5% en proceso y el 39,6% en logro previsto y el 6,3% en logro destacado. Por lo que, existe una diferencia significativa de aprendizaje en la capacidad matematiza situaciones del análisis matemático después de la experimentación del modelo cognitivo APOE y que el mayor porcentaje de los estudiantes se encuentran en logro previsto y en proceso. Lográndose mayor desarrollo de las capacidades matemática, evidenciando que examina y reconoce sin dificultad las formas geométricas de la función diferencial, aprende significativamente los conceptos del análisis matemático, Organiza datos para comprensión del concepto del análisis matemático y su interpretación, identifica y describe problemas del análisis matemático en su contexto cotidiano, contrasta y verifica la validez de las propiedades en forma concreta, gráfico y simbólico del análisis matemático.

Tabla 5

Aprendizaje de los estudiantes en la capacidad: comunica y representa ideas del Análisis Matemático

Nivel	**PRETEST**				**POSTEST**			
	Control		Experimental		Control		Experimental	
	f	%	f	%	f	%	f	%
En inicio	47	97,9	45	93,8	28	58,3	8	16,7
En Proceso	1	2,1	3	6,3	13	27,1	18	37,5
Logro previsto	0	0,0	0	0,0	7	14,6	20	41,7
Logro destacado	0	0,0	0	0,0	0	0	2	4,2
total	48	100,0	48	100,0	48	100,0	48	100,0

Fuente: Datos de la prueba escrita de los estudiantes de Ingeniería Civil, UNSCH-2021.

Según la tabla 5, que representa al grupo control y experimental al 100% (96) de estudiantes de la serie 100 de las Escuelas Profesionales de Ingeniería Civil de la UNSCH, se tienen los siguientes resultados:

En el grupo control con enseñanza tradicional en el pretest, el 97,9% obtuvieron un nivel de aprendizaje en inicio en la capacidad comunica y representa ideas del análisis matemático, el 2,1% en proceso; mientras que en el postest el 58,3% en inicio, “el 27,1% en proceso, el 14,6% en logro previsto. Existiendo un mayor porcentaje de estudiantes que se encuentran” en un aprendizaje en inicio y proceso tanto en el pretest y postest.

En el grupo experimental con la aplicación del modelo APOE en el pretest, el 93,8% obtuvieron un nivel de aprendizaje en inicio en la capacidad comunica y representa ideas del análisis matemático, 6,3% en proceso; mientras que en el postest el 16,7% en inicio, el 37,5% en proceso, el 41,7% en logro previsto y el 4,2% en logro destacado. En el resultado se evidencia una diferencia significativa, en el que el mayor porcentaje de estudiantes se encuentran en un aprendizaje en logro previsto y en proceso después del experimento.

Comparando en los grupos, el grupo control en el postest, el 58,3% obtuvieron un aprendizaje en inicio en la capacidad comunica y representa ideas del análisis matemático, el 27,1% en proceso y el 14,6% en logro previsto; mientras que en el grupo experimental con la aplicación del modelo cognitivo APOE el 16,7% obtuvieron un aprendizaje en inicio en la capacidad comunica y representa ideas del análisis matemático, el 37,5% en proceso y el 41,7% en logro previsto y el 42,2% en logro destacado. Por lo que, existe una diferencia significativa de aprendizaje en la capacidad comunica y representa ideas del análisis matemático después de la experimentación del modelo cognitivo APOE y que el mayor porcentaje de los estudiantes se encuentran en logro previsto y en proceso. Lográndose mayor desarrollo de las capacidades matemática, evidenciando que comprende el significado de los conceptos del análisis matemático en su contexto, expresa y explica la asociación de las propiedades algorítmicas con las propiedades geométricas, conoce la definición formal de Derivada de una función compuesta y finalmente representa gráfica y simbólicamente los conceptos representados en su forma paramétrica.

Tabla 6

Aprendizaje de los estudiantes en la capacidad: elabora y usa estrategias de solución de problemas

	PRETEST				**POSTEST**			
	Control		**Experimental**		**Control**		**Experimental**	
Nivel	f	%	f	%	f	%	f	%
En inicio	47	97,9	48	100,0	28	58,3	7	14,6
En Proceso	1	2,1	0	0,0	15	31,3	13	27,1
Logro previsto	0	0,0	0	0,0	5	10,4	24	50,0
Logro destacado	0	0,0	0	0,0	0	0,0	4	8,3
total	48	100,0	48	100,0	48	100,0	48	100,0

“Fuente: Datos de la prueba escrita de los estudiantes de Ingeniería Civil, UNSCH-2021”

Según la tabla 6, que representa al grupo control y experimental al 100% (96) de estudiantes de la serie 100 de las Escuelas Profesionales de Ingeniería Civil de la UNSCH, se tienen los siguientes resultados:

“En el grupo control con enseñanza tradicional en el pretest, el 97,9% obtuvieron un nivel de aprendizaje en inicio en la capacidad elabora y usa estrategias de solución de problemas, el 2,1% en proceso; mientras que en el postest el 58,3% en inicio, el 31,3% en proceso, el 10,4% en logro previsto. Existiendo un mayor porcentaje de estudiantes que se encuentran en un aprendizaje en inicio y proceso tanto en el pretest y postest.”

En el grupo experimental con la aplicación del modelo cognitivo APOE en el pretest, el 100% obtuvieron un nivel de aprendizaje en inicio en la capacidad elabora y usa estrategias de solución de problemas; mientras que en el postest el 14,6% en inicio, el 27,1% en proceso, el 50,0% en logro previsto y el 8,3% en logro destacado. En el resultado se evidencia una diferencia significativa, en el que el mayor porcentaje de estudiantes se encuentran en un aprendizaje en logro previsto y en proceso después del experimento.

Comparando en los grupos, el grupo control en el postest, el 58,3,5% obtuvieron un aprendizaje en inicio en la capacidad elabora y usa estrategias de solución de problemas, el 31,3% en proceso y el 10,4% en logro previsto; mientras que en el grupo experimental con la aplicación del modelo cognitivo APOE el 14,6% obtuvieron un aprendizaje en inicio en la capacidad elabora y usa estrategias de solución de problemas, el 27,1% en proceso, el 50,0% en logro previsto y el 8,3% en logro destacado. Por lo que, existe una diferencia significativa de aprendizaje en la capacidad elabora y usa estrategias de solución de problemas después de la experimentación del modelo cognitivo APOE y “que el mayor porcentaje de los estudiantes se encuentran” en logro previsto y en proceso. Lográndose mayor desarrollo de las capacidades matemática, evidenciando que selecciona, diseña y elabora un plan de solución del problema del análisis matemático, realiza simulaciones y analogías, aplica estrategia elegida con procedimiento secuencial en la solución del problema, realiza el ensayo y error y finalmente “valora las estrategias, procedimientos y los recursos que fueron empleados.”

Tabla 7

Aprendizaje de los estudiantes en la capacidad: Razona y argumenta generando ideas del Análisis Matemático

	PRETEST				POSTEST			
	Control		**Experimental**		**Control**		**Experimental**	
Nivel	f	%	f	%	f	%	f	%
En inicio	48	100,0	48	100,0	24	50,0	5	10,4
En proceso	0	0,0	0	0,0	14	29,2	22	45,8
Logro previsto	0	0,0	0	0,0	10	20,8	19	39,6
Logro destacado	0	0,0	0	0,0	0	0,0	2	4,2
total	48	100,0	48	100,0	48	100,0	48	100,0

Fuente: Datos de la prueba escrita de los estudiantes de Ingeniería Civil, UNSCH-2021

Según la tabla 7, que representa al grupo control y experimental al 100% (96) de estudiantes de la serie 100 de las Escuelas Profesionales de Ingeniería Civil de la UNSCH, se tienen los siguientes resultados:

En el grupo control con enseñanza tradicional en el pretest, el 100,0% obtuvieron un nivel de aprendizaje en inicio en la capacidad razona y argumenta generando ideas del análisis matemático; mientras que en el postest el 50,0% en inicio, el 29,2% en proceso y el 20,8% en logro previsto. Existiendo un mayor porcentaje de estudiantes que se encuentran en un aprendizaje en inicio y proceso tanto en el pretest y postest.

En el grupo experimental con la aplicación del modelo cognitivo APOE en el pretest, el 100% obtuvieron un aprendizaje en inicio en la capacidad razona y argumenta generando ideas del análisis matemático; mientras que en el postest el 10,4% en inicio, el 45,8% en proceso, el 39,6% en logro previsto y el 4,2% en logro destacado. En el resultado se evidencia una diferencia significativa, en el que el mayor porcentaje de estudiantes se encuentran en un aprendizaje en proceso y logro previsto después del experimento.

Comparando en los grupos, el grupo control en el postest, el 50,05% obtuvieron un aprendizaje en inicio en la capacidad razona y argumenta generando ideas del análisis matemático, el 29,2% en proceso y el 20,8% en logro previsto; mientras que en el grupo experimental con la aplicación del modelo cognitivo APOE el 10,4% obtuvieron un aprendizaje en inicio en la capacidad razona y argumenta generando ideas del análisis matemático, el 45,8% en proceso, el 39,6% en logro previsto y el 4,2% en logro destacado. Por lo que, existe una diferencia significativa de aprendizaje en la capacidad razona y argumenta generando ideas del análisis matemático después de la experimentación del modelo cognitivo APOE y que el mayor porcentaje de los estudiantes se encuentran en logro previsto y en proceso. Lográndose mayor desarrollo de las capacidades matemática, evidenciando que explica los procesos de resolución de los problemas de máximos y mínimos, verifica los resultados de la traza de funciones, elabora conclusiones a partir de sus experiencias sobre los criterios de la primera y segunda Derivada, plantea otras hipótesis con respecto a la traza de curvas mediante diversas formas de razonamiento, modela y resuelve situaciones de concavidad en las curvas mediante los criterios de la Derivación y finalmente defiende sus argumentos y refuta otros en base a sus conclusiones.

4.2.1. Análisis e interpretación de la tabla de medidas de resumen

Tabla 8

Aprendizaje de los estudiantes de ingeniería en las concepciones del análisis matemático

Estadísticos		Pretest de la variable dependiente en el grupo experimental (V2)	Postest de la variable dependiente en el grupo experimental (V2)
N	Válido	48	48
	Perdidos	48	48
Media		7,08	13,67
Error estándar de la media		,285	,313
Mediana		7,00	13,50
Moda		7	13
Desviación estándar		1,977	2,167
Varianza		3,908	4,695
Rango		10	9
Mínimo		0	9
Máximo		10	18
Percentiles	25	6,00	12,00
	50	7,00	13,50
	75	9,00	15,00

Interpretación

La media: Los estudiantes de ingeniería del grupo experimental con la aplicación del modelo cognitivo APOE en el pretest, obtuvieron un promedio de 7,08 estando en un nivel de aprendizaje en inicio en el aprendizaje de las concepciones del análisis matemático y en el postest obtuvieron un promedio de 13,67 estando en un nivel de aprendizaje en proceso.

La mediana: El 50% de estudiantes de ingeniería del grupo experimental con la aplicación del modelo cognitivo APOE en el pretest, obtuvieron una nota máxima 7,00 estando en un nivel de aprendizaje en inicio en el aprendizaje de las concepciones del análisis matemático y en el postest obtuvieron una nota máxima de 13,50 estando en un nivel de aprendizaje en proceso.

Moda: El aprendizaje más frecuente de los estudiantes de ingeniería del grupo experimental con la aplicación del modelo cognitivo APOE en el pretest está en inicio, pues obtuvieron una nota 07 y en el postest en proceso, pues obtuvieron una nota de 13. Existe diferencia significativa tanto en la media, mediana y moda con la aplicación del modelo cognitivo APOE en el grupo experimental con respecto del control.

Error estándar de la media: Las notas de los estudiantes de ingeniería del grupo experimental oscilan en el pretest, entre 6,80 y 7,40; y en el postest oscila entre 13,36 y 14,00.

Percentil 75: El 75% de estudiantes de ingeniería del grupo experimental han obtenido una nota menor o igual 9,00 en el pretest y menor o igual a 15,00 en el postest.

4.3. Resultados a nivel inferencial

Para determinar la prueba de normalidad se usará la prueba de Shapiro-Wilk, puesto que nuestra muestra consta de 48 estudiantes en el grupo control y 48 estudiantes en el grupo experimental.

Al respecto Novales (2010) manifiesta que la prueba de Shapiro-Wilk se utiliza para contrastar la normalidad cuando el tamaño de la muestra es menor o igual a 50 observaciones y en muestras mayores que 50 se debe utilizar la prueba de Kolmogórov-Smirnov.

Prueba de Hipótesis

4.3.1. Prueba de Normalidad

Ho: Los datos tienen distribución normal ($\rho > 0.05$)

Ha: Los datos no tienen distribución normal ($\rho \leq 0.05$)

Tabla 9

Prueba de normalidad de los datos del post test mediante el estadígrafo Shapiro-Wilk, del grupo control y experimental

Pruebas de normalidad						
	Kolmogorov-Smirnov[a]			**Shapiro-Wilk**		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Grupo control V1	,152	48	,007	,935	48	,011
Grupo experimental V1	,121	48	,077	,971	48	,281

a. Corrección de significación de Lilliefors

$\alpha = 0{,}05$ (significancia asumida por el investigador)

$\rho = 0{,}011$ y $\rho = 0{,}281$ (significancia calculada con el SPSS)

En los resultados de la tabla 8 se observa, que la significancia calculada en el grupo de control es menor que la asumida ($0{,}011 < 0{,}05$) y en el grupo experimental es mayor que la asumida ($0{,}281 > 0{,}05$), es decir, como el grupo control no tiene distribución normal y el grupo experimental tiene distribución normal; por consiguiente, los datos no tienen distribución normal, entonces la prueba se realizará con la no paramétrica U de Mann-Whitney.

Al respecto, Calla et al. (2019). Afirman que la prueba U de Mann-Whitney, es un estadístico no paramétrico de comparación aplicada a dos muestras independientes, se usa para comprobar la heterogeneidad de dos muestras, es decir, para comparar dos grupos de rangos (medianas) y determinar que la diferencia no se deba al azar (que la diferencia sea estadísticamente significativa).

Tabla 10

Prueba de normalidad de los datos del pretest y postest mediante el estadígrafo Shapiro-Wilk, del grupo experimental

Pruebas de normalidad						
	Kolmogorov-Smirnov[a]			**Shapiro-Wilk**		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Pre test de la variable dependiente en el grupo experimental (V2)	,171	48	,001	,915	48	,002
Post test de la variable dependiente en el grupo experimental (V2)	,121	48	,077	,971	48	,281

a. Corrección de significación de Lilliefors

$\alpha = 0{,}05$ (significancia asumida por el investigador)

$\rho = 0{,}002$ y $\rho = 0{,}281$ (significancia calculada con el SPSS)

En los resultados de la tabla 9 se observa, que la significancia calculada del pre test en el grupo experimental es menor que la asumida $(0{,}002 < 0{,}05)$ y la significancia calculada en el post test es mayor que la asumida $(0{,}281 > 0{,}05\ )$, es decir, el pre test del grupo experimental no tiene distribución normal y el post test del grupo control tiene distribución normal; por consiguiente, los datos no tienen distribución normal, entonces la prueba se realizará con la no paramétrica Wilcoxon.

Al respecto, Calla et al. (2019). Afirman que la prueba de Wilcoxon es un estadístico no paramétrico que se utiliza para comparar la media de dos muestras relacionadas y determinar si existen diferencias entre ellas. Se utiliza para comparar dos mediciones de rangos (medianas) y determinar que la diferencia no se deba al azar (que la diferencia sea estadísticamente significativa).

4.3.2. Prueba de hipótesis de post test del grupo control y experimental con la prueba de U de Mann- Whitney

En esta sección para tomar las decisiones de rechazo o aceptación con respecto a la hipótesis nula (H_0) y la hipótesis alterna (H_a), debemos señalar lo siguiente:

Si la significancia calculada (ρ) es menor o igual que la significancia asumida (α) por el investigador, entonces, se rechaza la hipótesis nula (H_0) y se acepta la hipótesis alterna (H_a), por otra parte, si la significancia calculada (ρ) es mayor que la significancia asumida (α) por el investigador, entonces, se acepta la hipótesis nula (H_0) y se rechaza la hipótesis alterna (H_a).

Prueba de hipótesis específica 1

Hipótesis nula (H_0)**:** El modelo cognitivo APOE no genera efectos positivos en el aprendizaje de la Matematización de situaciones del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería**.**

Hipótesis alterna (H_a): El modelo cognitivo APOE genera efectos positivos en el aprendizaje de la Matematización de situaciones del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería**.**

Tabla 11

Prueba de hipótesis específica 1 entre modelo cognitivo APOE y matematización de situaciones del análisis matemático

Estadísticos de prueba[a]

	Frecuencia de control y experimental
U de Mann-Whitney	401,000
W de Wilcoxon	1577,000
Z	-5,528
Sig. asintótica (bilateral)	,000

a. Variable de agrupación: Agrupación control y experimental
b. Se basa en 96 tablas de muestras con una semilla de inicio 1314643744.

$\alpha = 0{,}05$ (5%) significancia asumida por el investigador

$\rho = 0{,}000$ (0%) significancia calculada con el SPSS

En los resultados de la tabla 9 se observa, al 95% del nivel de confianza se observa que la significancia calculada es menor que la asumida ($0{,}000 < 0{,}05$), entonces se rechaza la hipótesis nula y se acepta la alterna. Por consiguiente, el modelo cognitivo APOE genera efectos positivos en el aprendizaje de la Matematización de situaciones del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería.

Prueba de hipótesis específica 2

Hipótesis nula (H_0)**:** El modelo cognitivo APOE no genera efectos positivos en el aprendizaje de la Comunicación y representación de ideas del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería**.**

Hipótesis alterna (H_a)**:** El modelo cognitivo APOE genera efectos positivos en el aprendizaje de la Comunicación y representación de ideas del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería**.**

Tabla 12

Prueba de hipótesis específica 2 entre modelo cognitivo APOE y comunicación y representación de ideas del análisis matemático

Estadísticos de prueba[a]

	Frecuencia de control y experimental
U de Mann-Whitney	454,000
W de Wilcoxon	1630,000
Z	-5,140
Sig. asintótica (bilateral)	,000

a. Variable de agrupación: Agrupación control y experimental
b. Se basa en 96 tablas de muestras con una semilla de inicio 624387341.

$\alpha = 0{,}05$ (5%) significancia asumida por el investigador

$\rho = 0{,}000$ (0%) significancia calculada con el SPSS

En los resultados de la tabla 11 se observa, que al 95% del nivel de confianza se observa que la significancia calculada es menor que la asumida ($0{,}000 < 0{,}05$), entonces se rechaza la hipótesis nula y se acepta la alterna. Por consiguiente, El modelo cognitivo APOE genera efectos positivos en el aprendizaje de la Comunicación y representación de ideas del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería**.**

Prueba de hipótesis específica 3

Hipótesis nula (H_0)**:** El modelo cognitivo APOE no genera efectos positivos en el aprendizaje de la elaboración y utilización de estrategias del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería**.**

Hipótesis alterna (H_a)**:** El modelo cognitivo APOE genera efectos positivos en el aprendizaje de la elaboración y utilización de estrategias del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería**.**

Tabla 13

Prueba de hipótesis específica 3 entre modelo cognitivo APOE y la elaboración y utilización de estrategias del análisis matemático

Estadísticos de prueba[a]

	Frecuencia de control y experimental
U de Mann-Whitney	490,500
W de Wilcoxon	1666,500
Z	-4,875
Sig. asintótica (bilateral)	,000

a. Variable de agrupación: Agrupación control y experimental
b. Se basa en 96 tablas de muestras con una semilla de inicio 926214481.

$\alpha = 0{,}05$ (5%) significancia asumida por el investigador

$\rho = 0{,}000$ (0%) significancia calculada con el SPSS

En los resultados de la tabla 12 se observa, que al 95% del nivel de confianza se observa que la significancia calculada es menor que la asumida (0,000 $< 0{,}05$), entonces se acepta la hipótesis alterna y se rechaza la nula. Por consiguiente, el modelo cognitivo APOE genera efectos positivos en el aprendizaje de la elaboración y utilización de estrategias del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería**.**

Prueba de hipótesis específica 4

Hipótesis nula (H_0)**:** El modelo cognitivo APOE no genera efectos positivos en el aprendizaje del Razonamiento y argumentación generando ideas del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería**.**

Hipótesis alterna (H_a)**:** El modelo cognitivo APOE genera efectos positivos en el aprendizaje del Razonamiento y argumentación generando ideas del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería**.**

Tabla 14

Prueba de hipótesis específica 4 entre modelo cognitivo APOE y el razonamiento y argumentación generando ideas del análisis matemático

Estadísticos de prueba[a]

	Frecuencia de control y experimental
U de Mann-Whitney	571,500
W de Wilcoxon	1747,500
Z	-4,273
Sig. asintótica (bilateral)	,000

a. Variable de agrupación: Agrupación control y experimental

b. Se basa en 96 tablas de muestras con una semilla de inicio 2000000.

$\alpha = 0{,}05$ (5%) significancia asumida por el investigador

$\rho = 0{,}000$ (0%) significancia calculada con el SPSS

En los resultados de la tabla 13 se observa, que al 95% del nivel de confianza se observa que la significancia calculada es menor que la asumida (0,000 $< 0{,}05$), entonces se acepta la hipótesis alterna y se rechaza la nula. Por consiguiente, el modelo cognitivo APOE genera efectos positivos en el aprendizaje del Razonamiento y argumentación generando ideas del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería**.**

4.3.3. Prueba de hipótesis de pre y post test en el grupo experimental con la prueba de Wilcoxon

Prueba de hipótesis general

Hipótesis nula (H_0)**:** El modelo cognitivo APOE no genera efectos positivos en el aprendizaje significativo de las concepciones del Análisis Matemático en estudiantes de ingeniería.

Hipótesis alterna (H_a)**:** El modelo cognitivo APOE genera efectos positivos en el aprendizaje significativo de las concepciones del Análisis Matemático en estudiantes de ingeniería.

Tabla 15

Prueba de hipótesis general entre modelo cognitivo APOE y aprendizaje significativo de las concepciones del análisis matemático

Estadísticos de prueba[a,c]

	Postest del grupo experimental (HipGen) - Pretest del grupo experimental (HipGen)
Z	-6,043[b]
Sig. asintótica (bilateral)	,000

a. Prueba de rangos con signo de Wilcoxon
b. Se basa en rangos negativos.
c. Se basa en 48 tablas de muestras con una semilla de inicio 2000000.

$\alpha = 0{,}05$ (5%) significancia asumida por el investigador

$\rho = 0{,}000$ (0%) significancia calculada con el SPSS

En los resultados de la tabla 14 se observa, que al 95% del nivel de confianza se observa que la significancia calculada es menor que la asumida ($0{,}000 < 0{,}05$), entonces se rechaza la hipótesis nula y se acepta la alterna. Por consiguiente, el modelo cognitivo APOE genera efectos positivos en el aprendizaje significativo de las concepciones del análisis matemático en los estudiantes de ingeniería.

Prueba de hipótesis específica 1

Hipótesis nula (H_0)**:** El modelo cognitivo APOE no genera efectos positivos en la Matematización de situaciones del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería.

Hipótesis alterna (H_a)**:** El modelo cognitivo APOE genera efectos positivos en la Matematización de situaciones del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería.

Tabla 16

Prueba de hipótesis específica 1 entre modelo cognitivo APOE y matematización de situaciones del análisis matemático

Estadísticos de prueba[a,c]

	Postest del grupo experimental (D1) - Pretest del grupo experimental (D1)
Z	-6,041[b]
Sig. asintótica (bilateral)	,000

a. Prueba de rangos con signo de Wilcoxon
b. Se basa en rangos negativos.
c. Se basa en 48 tablas de muestras con una semilla de inicio 299883525.

$\alpha = 0{,}05$ (5%) significancia asumida por el investigador

$\rho = 0{,}000$ (0%) significancia calculada con el SPSS

En los resultados de la tabla 15 se observa, que al 95% del nivel de confianza se observa que la significancia calculada es menor que la asumida ($0{,}000 < 0{,}05$), entonces se rechaza la hipótesis nula y se acepta la alterna. Por consiguiente, el modelo cognitivo APOE genera efectos positivos en la Matematización de situaciones del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería.

Prueba de hipótesis específica 2

Hipótesis nula (H_0)**:** El modelo cognitivo APOE no genera efectos positivos en la Comunicación y representación de ideas del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería**.**

Hipótesis alterna (H_a)**:** El modelo cognitivo APOE genera efectos positivos en la Comunicación y representación de ideas del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería**.**

Tabla 17

Prueba de hipótesis específica 2 entre modelo cognitivo APOE y comunicación y representación de ideas del análisis matemático

Estadísticos de prueba[a,c]

	Postest del grupo experimental (D2) - Pretest del grupo experimental (D2)
Z	-5,954[b]
Sig. asintótica (bilateral)	,000

a. Prueba de rangos con signo de Wilcoxon
b. Se basa en rangos negativos.
c. Se basa en 48 tablas de muestras con una semilla de inicio 2000000.

$\alpha = 0{,}05$ (5%) significancia asumida por el investigador

$\rho = 0{,}000$ (0%) significancia calculada con el SPSS

En los resultados de la tabla 16 se observa, que al 95% del nivel de confianza se observa que la significancia calculada es menor que la asumida $(0{,}000 < 0{,}05)$, entonces se rechaza la hipótesis nula y se acepta la alterna. Por consiguiente, el modelo cognitivo APOE genera efectos positivos en la Comunicación y representación de ideas del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería**.**

Prueba de hipótesis específica 3

Hipótesis nula (H_0)**:** El modelo cognitivo APOE no genera efectos positivos en la elaboración y utilización de estrategias del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería**.**

Hipótesis alterna (H_a)**:** El modelo cognitivo APOE genera efectos positivos en la elaboración y utilización de estrategias del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería**.**

Tabla 18

Prueba de hipótesis específica 3 entre modelo cognitivo APOE y la elaboración y utilización de estrategias del análisis matemático

Estadísticos de prueba[a,c]

	Postest del grupo experimental (D3) - Pretest del grupo experimental (D3)
Z	-5,952[b]
Sig. asintótica (bilateral)	,000

a. Prueba de rangos con signo de Wilcoxon
b. Se basa en rangos negativos.
c. Se basa en 48 tablas de muestras con una semilla de inicio 926214481.

$\alpha = 0{,}05$ (5%) significancia asumida por el investigador

$\rho = 0{,}000$ (0%) significancia calculada con el SPSS

En los resultados de la tabla 17 se observa, que al 95% del nivel de confianza se observa que la significancia calculada es menor que la asumida (0,000 $< 0{,}05$), entonces se acepta la hipótesis alterna y se rechaza la nula. Por consiguiente, el modelo cognitivo APOE genera efectos positivos en la elaboración y utilización de estrategias del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería**.**

Prueba de hipótesis específica 4

Hipótesis nula (H_0)**:** El modelo cognitivo APOE no genera efectos positivos en el Razonamiento y argumentación generando ideas del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería**.**

Hipótesis alterna (H_a)**:** El modelo cognitivo APOE genera efectos positivos en el Razonamiento y argumentación generando ideas del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería**.**

Tabla 19

Prueba de hipótesis específica 4 entre modelo cognitivo APOE y el razonamiento y argumentación generando ideas del análisis matemático

Estadísticos de prueba[a, c]

	Postest del grupo experimental (D4) - Pretest del grupo experimental (D4)
Z	-6,038[b]
Sig. asintótica (bilateral)	,000

a. Prueba de rangos con signo de Wilcoxon
b. Se basa en rangos negativos.
c. Se basa en 48 tablas de muestras con una semilla de inicio 1314643744.

$\alpha = 0{,}05$ (5%) significancia asumida por el investigador

$\rho = 0{,}000$ (0%) significancia calculada con el SPSS

En los resultados de la tabla 18 se observa, que al 95% del nivel de confianza se observa que la significancia calculada es menor que la asumida ($0{,}000 < 0{,}05$), entonces se acepta la hipótesis alterna y se rechaza la nula. Por consiguiente, el modelo cognitivo APOE genera efectos positivos en el Razonamiento y argumentación generando ideas del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería**.**

4.4. Discusión.

La presente investigación está referida a que el modelo cognitivo APOE genera aprendizaje significativo de las concepciones del Análisis Matemático en estudiantes de ingeniería, UNSCH-2021. A partir de los hallazgos encontrados, aceptamos la hipótesis alterna general que, el modelo cognitivo APOE genera aprendizaje significativo de las concepciones del Análisis Matemático en estudiantes de ingeniería, UNSCH-2021.

Estos resultados guardan relación con los trabajos realizados por Roman (2021) y Amaro (2020) pues, favorecen la construcción del concepto de función a partir de la unión significados parciales, los estudiantes desarrollaron las construcciones mentales previstas por el análisis teórico y aprendieron los contenido matemáticos, es decir, lograron un aprendizaje significativo, "se logró que los estudiantes analizaran y reflexionaran y que, de esta forma, lograran reconstruir las concepciones que tenían de derivada," ello es acorde con lo que en esta investigación se halla. En base a ello se estudió la teoría APOE, Dubinsky (1996), la teoría APOE permite modular la construcción mental matemática que un educando logra realizar con el fin de entender las situaciones y los problemas matemáticos a los que se enfrenta.

En lo que respecta a la primera hipótesis específica: El modelo cognitivo APOE genera efectos positivos en el aprendizaje de la Matematización de situaciones del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería**,** al igual que Lagunes et al. (2017), tuvieron como objetivo, describir las formas de conocer el concepto de derivada como objeto matemático y enseñanza - aprendizaje, ello es acorde con nuestro trabajo de investigación. Así mismo adaptamos algunas características teóricas y analíticas que proporciona el marco de la teoría APOE, para llegar a la construcción de la descomposición genética del límite y la derivada para lograr la matematización, con respecto a la descomposición genética, Asiala et al. (2004), nos dice que es un conjunto estructurado de construcciones mentales que puede describir cómo un concepto se puede desarrollar en la mente de un individuo. A su vez, Fuentealba (2017), en su trabajo identifico y caracterizo los sub niveles de desarrollo del esquema de la derivada y así mismo permitió refinar la descomposición genética.

Así mismo para la segunda hipótesis específica: El modelo cognitivo APOE genera efectos positivos en el aprendizaje de la Comunicación y representación de ideas del Análisis Matemático, de manera similar a Rojas y Trigueros (2020) quienes al realizar la descomposición genética lograron que los estudiantes elaboren, construyan no solamente estructuras del cálculo diferencial e integral sino también relaciones entre los conceptos involucrados en cada uno de los Esquemas y relaciones entre los dos Esquemas, así mismo, Cruzado (2018) quien se propuso como objetivo, analizar de qué manera estudiantes de las diferentes carreras de ingeniería coordinan registros de representación semiótica al resolver problemas de optimización movilizando el concepto de derivada de funciones reales de variable real mediados por el GeoGebra encontrando la principal dificultad de los estudiantes, por la cual tienen falencias para definir un objeto matemático, es que no logran la comunicación, coordinación y la representación, así mismo Mayoría (2019) en su tesis titulado, gestión del software Derive como estrategia didáctica en el aprendizaje de derivada de funciones, realizó con el objetivo de determinar cómo gestionando adecuadamente los recursos tecnológicos influye en el aprendizaje del curso de Matemática II en particular en el tema de derivada de funciones y ello es acorde con nuestro trabajo de investigación. Trigueros (2005) señala que en la teoría APOS se parte, de un análisis de los conceptos matemáticos en el que se ponen de relieve las construcciones cognitivas que pueden ser requeridas en su aprendizaje. A este análisis se le conoce como descomposición genética del concepto.

Del mismo modo para la penúltima hipótesis específica se acepta la hipótesis alterna a partir de los hallazgos encontrados: El modelo cognitivo APOE genera efectos positivos en el aprendizaje de la elaboración y utilización de estrategias del Análisis Matemático, al igual que, Berman et al. (s/f). En su trabajo de investigación, ¿problemas con el límite o el límite de los problemas enseñados?, se propusieron como objetivo, entender la problemática que presentan los estudiantes, para diseñar un material didáctico que les permita superar obstáculos cognitivos, donde se reunió datos usando instrumentos: preguntas y respuestas escritas en forma de exámenes en el curso o un conjunto de preguntas especialmente diseñadas y una combinación de instrumentos escritos y entrevistas. En base a ello se estudió el esquema, Dubinsky y McDonald (2001), mencionan que para un cierto concepto matemático es la colección de acciones, procesos, objetos y otros esquemas de un individuo que están vinculados por algunos principios generales para formar un marco en la mente del individuo que puede aplicarse a una situación problemática que involucra ese concepto.

Finalmente, con respecto a la última hipótesis específica: El modelo cognitivo APOE genera efectos positivos en el aprendizaje del Razonamiento y argumentación generando ideas del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería, pues los estudiantes explican con proyección, justifican propiedades, emplean ejemplos y plantean conjeturas. Este resultado guarda relación con el trabajo realizado por Vega et al. (2014), pues indago sobre el ¿cómo los educandos aprenden matemáticas?, ¿cómo sus conocimientos construyen? y en un tema ¿cuál es el nivel de aprendizaje construido? todo ello relacionado al concepto de la derivada y sus aplicaciones, logrado consolidar aprendizajes significativos, pues, explicaron y relacionaron conceptos e integraron el concepto de derivada con otros esquemas. Para ello también se estudió al objeto, al respecto Dubinsky y McDonald (2001), afirman que un objeto se construye a partir de un proceso cuando el individuo se da cuenta del proceso como una totalidad y se da cuenta de que las transformaciones pueden actuar sobre él, es decir, si el estudiante es capaz de generalizar un proceso como un todo.

Considerando el rol fundamental del docente universitario en el proceso de enseñanza-aprendizaje, cobra importancia la necesidad de diseñar una nueva didáctica, atendiendo a la diversidad de los estudiantes y la especificidad del contexto; seleccionar y elaborar medios y recursos didácticos de acuerdo a la didáctica; así como mantener una comunicación e interacción positiva con los estudiantes universitarios. La educación universitaria en gran parte fracasa porque el docente no logra transmitir con eficiencia y eficacia los contenidos del currículo, es decir, cuando las estrategias didácticas utilizadas por los docentes carecen de significado para los estudiantes o no son motivadoras.

CAPÍTULO V: PROPUESTA INNOVADORA

5.1. Propuesta para la solución del problema

INTRODUCCIÓN

En la investigación tiene como finalidad formular una serie de estrategias didácticas para guiar el proceso de enseñanza-aprendizaje de los conceptos del análisis Matemático I y sus aplicaciones a partir del modelo cognitivo APOE. Las actividades se darán de forma explícita (paso a paso) con el objetivo de promover el aprendizaje en los estudiantes de Ingeniería de la Universidad Nacional San Cristóbal de Huamanga, a partir de sus conocimientos previos. Es sabido que no todos los estudiantes que ingresan a las carreras de ingeniería tienen una base sólida en matemática, más aún cuando se trata de la interpretación geométrica de una función, del límite, la derivada, la integral y otros, en base a ello se diseña una propuesta didáctica, para favorecer el aprendizaje de la derivada, el cálculo diferencial que es eje transversal de cualquier ingeniería y que todo ingeniero debe manejar con mucha experticia.

FUNDAMENTACIÓN

Fundamentación Filosófica: La fundamentación filosófica se basa en el pragmatismo cuyos máximos representantes son Charles Sanders Peirce (1839-1914), William James (1842-1910) y John Dewey (1859-1952).

El pragmatismo no trata de agarrarse de lo práctico o lo útil, si no, más bien de comprender al ser humano en relación a sus acciones, con lo que puede crecer, con lo que puede crear, pues, el pensamiento básico del pragmatismo supone considerar al educando como un ser activo, es decir, el aprendizaje surge en la medida en que el educando va en pos de sus propios intereses y como consecuencia se tropieza con situaciones problemáticas a las cuales tendrá afrontar. En el pragmatismo la enseñanza es indirecta, pues lo que se espera es el descubrimiento, lo reflexivo y lo experimental, de los educandos. Al respecto

Beltrán (2000) manifiesta que

> El trabajo escolar, que es trabajo manual en cultivos, talleres, cocina, etc., se centra en cocinar, coser, trabajar con madera…, es decir, en unas actividades que reproducen las fundamentales de la vida con la que los niños están más en contacto, y que deben de reproducir de modo conjunto y ordenado, hasta conocer gradualmente los modos de obrar de la comunidad […] Con las actividades del hogar como punto de partida, los conocimientos se desprenden como los productos necesarios de las formas básicas de acción social. No hay por lo tanto enseñanza directa de la historia, la geografía o la ciencia, sino un proceso de descubrimiento, indagación y experimentación (por ensayo y error) asociado a las relaciones productivas y de intercambio que contribuyen a la vida de la colectividad. (p. 54).

Así mismo, Barrena (2015) el pragmatismo, “Es fundamentalmente una teoría del aprendizaje, ya que tiene que ver precisamente con aprender de la experiencia, transformándola hasta convertir la duda en creencia en un proceso que puede ser evaluado a partir de lo práctico” (p.7).

Fundamentación Pedagógica: La fundamentación pedagógica se basa en el constructivismo, en la actualidad es una postura que se comparte por diversas tendencias de la investigación educativa y psicológica. Las teorías basadas al constructivismo han sido propuestas por Jean Piaget en el año 1952, la teoría de Jerome Bruner propuesta en el año 1960, la teoría de David Ausubel en el año 1963 y la teoría de Lev Vygotsky en el año 1978.

La teoría basada en el constructivismo es considerada como la teoría del conocimiento según ella las personas no tenemos un acceso directo a la realidad, sino más bien las construyen activamente de acuerdo a sus modelos o esquemas mentales, es decir, la teoría constructivista se centra en el sujeto, en sus experiencias previas de las que realizará nuevas construcciones mentales, al respecto, Ortiz (2015) afirma que:

> El conocimiento es una construcción del ser humano: cada persona percibe la realidad, la organiza y le da sentido en forma de constructos, gracias a la actividad de su sistema nervioso central, lo que contribuye a la edificación de un todo coherente que da sentido y unicidad a la realidad. (p.4)

En consecuencia, según la posición constructivista, el conocimiento no es una copia de la realidad, sino una construcción del ser humano, esta construcción se realiza con los esquemas que la persona ya posee (conocimientos previos), con lo que ya construyó en su relación con el medio que lo rodea.

El Modelo Constructivista está centrado en el sujeto, en sus experiencias previas de las que realiza nuevas construcciones mentales, y ésta se produce:

- Cuando el sujeto interactúa con el objeto del conocimiento (Piaget)
- Cuando esto lo realiza en interacción con otros (Vygotsky)
- Cuando es significativo para el sujeto (Ausubel).

Aun cuando la teoría de Piaget ha sido cuestionada, ampliada y que sus orígenes provienen del estudio del desarrollo cognoscitivo de los niños, en la actualidad muchas de sus ideas son utilizadas como fundamento para teorías de aprendizaje en la didáctica de las matemáticas, a nivel Preuniversitario y Universitario.

Por otro lado, el traslado de las ideas de una teoría epistemológica a un campo del saber, como el de la didáctica de las matemáticas, debe sufrir adecuaciones, dado que es necesario retomar algunas de las ideas que permitan explicar cómo un sujeto adquiere el conocimiento. Al respecto, teóricos como Ed Dubinsky (2001) han retomado algunas de esas ideas como fundamento para explicar cómo se adquiere el conocimiento matemático, ideas como la abstracción reflexiva y la manera de cómo se pasa de un estadio del conocimiento a otro, y a partir de esas ideas, Dubinsky desarrolla la teoría APOE (Acciones Proceso Objetos y Esquemas) e intenta explicar cómo se construye el conocimiento matemático, cómo un estudiante de nivel Preuniversitario y Universitario construye un concepto matemático, teniendo en cuenta que nivel de comprensión del concepto se evidencia en la manera en que el sujeto intenta dar solución a una situación problema (Dubinsky, 1991).

Fundamentación de Área: Se basa en el enfoque centrado en la resolución de problemas, descrita por Allan Schoenfeld (1985) y por Santos Trigo (2008) quienes plantean que la Resolución de Problemas es un dominio inquisitivo donde los estudiantes constantemente formulan preguntas, identifican conjeturas o relaciones, buscan varias maneras de sustentarlas incluyendo argumentos formales y comunica resultados, es decir, está vinculado al procedimiento que permite solucionar una complicación o problema.

Objetivo general

Formular una propuesta pedagógica que promueva el aprendizaje de los conceptos del Análisis Matemático a partir del Modelo Cognitivo APOE y los conocimientos previos que poseen los estudiantes de ingeniería de la Universidad Nacional San Cristóbal de Huamanga.

Breve descripción de las dimensiones de la variable independiente

Piaget afirmó que el conocimiento transita por diferentes estadios; APOE sustenta que la construcción del conocimiento matemático transita por las etapas acciones, procesos y objetos que se evidencian cuando el sujeto interactúa con un objeto matemático, tales como ecuaciones, funciones, el límite, desigualdades, la derivada, la integral, etc.

En el ciclo APOE aparecen acciones, procesos, objetos y esquemas, éstos se refieren a las construcciones mentales que tienen lugar en la mente de un sujeto para la comprensión de un concepto. La palabra esquema que aparece en ese ciclo evoca a los esquemas que el sujeto posee, los cuales son necesarios para que tengan lugar tales construcciones. A continuación, se describen los elementos que aparecen en el ciclo APOE:

Construcción cognitiva a nivel de acción se refieren a la ejecución de una instrucción emitida desde el exterior del sujeto. La acción se manifiesta cuando éste realiza una actividad sin reflexionar sobre ella, sino que se limita a sólo repetir los pasos que otros siguieron. Por ejemplo, evaluar una función, sustituir números en las variables.

Construcción cognitiva a nivel de proceso a diferencia de las acciones, son construcciones internas y se refieren al momento en que el sujeto logra interiorizar las acciones. Las actividades y transformaciones sobre un objeto que realiza están en su mente y son tan claras que puede desarrollar todo un procedimiento de transformación del objeto sin necesidad de escribirlo. Por ejemplo, cuando el estudiante es capaz de evaluar una función en diferentes puntos de su dominio, sin que alguien le indique cómo hacerlo.

Construcción cognitiva a nivel de objeto es cuando el estudiante logra generalizar un proceso como un todo, e internaliza las acciones y los procesos aplicados sobre un objeto. Por ejemplo, cuando el estudiante logra internalizar y generalizar la relación entre el dominio y rango de la función, es decir, logra la construcción del concepto.

Construcción cognitiva a nivel de esquema se involucran las *construcciones personales* de las acciones, los procesos, los objetos y otros esquemas para la comprensión de determinados conceptos matemáticos. Éstos a su vez están interconectados en la estructura mental del individuo.

Breve descripción de las dimensiones de la variable dependiente

Matematiza situaciones**.** *Ruta de aprendizaje (2015)* precisó: “es la capacidad de expresar un problema, reconocido en una situación, en un modelo matemático. En su desarrollo se usa, interpreta y evalúa el modelo matemático, de acuerdo con la situación que le dio origen” (p. 29) Por ello, esta capacidad implica: *Reconocer* características, datos, condiciones y variables de la situación que permitan construir un sistema de características matemáticas conocido como un modelo matemático, de tal forma que reproduzca o imite el comportamiento de la realidad. *Usar* el modelo obtenido estableciendo conexiones con nuevas situaciones en las que puede ser aplicable; ello permite reconocer el significado y la funcionalidad del modelo en situaciones similares a las estudiadas. *Contrastar*, valorar y verificar la validez del modelo desarrollado o seleccionado, con relación a una nueva situación o al problema original, reconociendo sus alcances y limitaciones (Ruta de aprendizaje, 2015, 30).

Comunica y representa ideas matemáticas. Ruta de aprendizaje (2015) señalo: Es la capacidad de comprender el significado de las ideas matemáticas, y expresarlas en forma oral y escrita usando el lenguaje matemático y diversas formas de representación con material concreto, gráfico, tablas, símbolos y recursos TIC, y transitando de una representación a otra. (p. 30). Asimismo, el autor mencionó que: "la comunicación es la forma de expresar y representar información con contenido matemático, así como la manera en que se interpreta" (Niss, 2002, p. 45). Según los autores las ideas matemáticas tienen significado cuando se usan diferentes representaciones y se es capaz de transitar de una representación a otra, de tal forma que se comprende la idea matemática y la función que cumple en diferentes situaciones.

***Elabora y usa estrategias*.** Ruta de aprendizaje (2015) indicó: Es la capacidad de planificar, ejecutar y valorar una secuencia organizada de estrategias y diversos recursos, entre ellos las tecnologías de información y comunicación, empleándolas de manera flexible y eficaz en el planteamiento y resolución de problemas, incluidos los matemáticos. (p. 31).
Esto implica ser capaz de elaborar un plan de solución, monitorear su ejecución, pudiendo incluso reformular el plan en el mismo proceso con la finalidad de llegar a la meta. Asimismo, revisar todo el proceso de resolución, reconociendo si las estrategias y herramientas fueron usadas de manera apropiada y óptima. Las estrategias se definen como actividades conscientes e intencionales, que guían el proceso de resolución de problemas;

estas pueden combinar la selección y ejecución de procedimientos matemáticos, estrategias heurísticas, de manera pertinente y adecuada al problema planteado.

Razona y argumenta generando ideas matemáticas. Ruta de aprendizaje (2015) manifestó: Es la capacidad de plantear supuestos, conjeturas e hipótesis de implicancia matemática mediante diversas formas de razonamiento (deductivo, inductivo abductivo), así como el verificarlos y validarlos usando argumentos (p. 33). Esto implica que partir de la exploración de situaciones vinculadas a la matemática para establecer relaciones entre ideas, establecer conclusiones a partir de inferencias y deducciones que permitan generar nuevas conexiones e ideas matemáticas.

Actividades de la propuesta pedagógica

Tabla 20

Actividades de la propuesta pedagógica

Grupo	Variable	Contenido temático	Módulo de experimentación	Fecha	Responsable
Experimental	Aprendizaje de las concepciones del análisis matemático en estudiantes de ingeniería	Identificación de conocimientos previos	Actividad 01	05 de abril	Investigador
		Exploratoria	Actividad 02	09 de abril	
		Actividades previas de reforzamiento y activación de conocimientos	Actividad 03	12 al 19 de abril	
		Construcción cognitiva a nivel de acción	Actividad 04	23 de abril al 03 mayo	

		Construcción cognitiva a nivel de proceso	Actividad 05	07 al 14 de mayo	
		Construcción cognitiva a nivel de objeto	Actividad 06	21 al 26 de mayo	
		Construcción cognitiva a nivel de esquema	Actividad 07	31 de mayo al 04 de junio	

CONCLUSIONES

En el presente trabajo de investigación con respecto a la prueba de hipótesis se decidió a partir de los resultados obtenidos mediante el análisis estadístico U de Mann-Whitney y Wilcoxon, se encontró estadísticamente una diferencia significativa que, el modelo cognitivo APOE genera aprendizaje significativo de las concepciones del Análisis Matemático en estudiantes de ingeniería, UNSCH-2021, puesto que la significancia que se obtuvo es menor que la asumida (0,000$<$ 0,05).

Evidenciados en que los estudiantes lograron un aprendizaje significativo en matematiza situaciones del análisis matemático, comunica y representa ideas del análisis matemático, elabora y usa estrategias de solución de problemas, razona y argumenta generando ideas del análisis matemático.

El modelo cognitivo APOE genera efectos positivos en la Matematización de situaciones del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería, pues (0,000$<$ 0,05).

Evidenciados en que los estudiantes lograron un aprendizaje significativo en examina y reconoce la forma geométrica de la función Diferencial, aprehensión de los conceptos del análisis matemático, organiza datos para la comprensión del concepto del análisis matemático y su interpretación, identifica y describe problemas del análisis matemático en su contexto cotidiano finalmente contrasta y verifica la validez de las propiedades en forma concreta, gráfico y simbólico del análisis matemático.

El modelo cognitivo APOE genera efectos positivos en la Comunicación y representación de ideas del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería, pues (0,000$<$ 0,05).

Evidenciados en que los estudiantes lograron un aprendizaje significativo en comprender el significado de los conceptos del análisis matemático en su contexto, expresa y explica la asociación de las propiedades algorítmicas con las propiedades geométricas, conocimiento de la definición formal de Derivada de una función compuesta y finalmente representa gráfica y simbólicamente los conceptos representados en su forma paramétrica.

El modelo cognitivo APOE genera efectos positivos en la elaboración y utilización de estrategias del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería, pues ($0{,}000 < 0{,}05$).

Evidenciados en que los estudiantes lograron un aprendizaje significativo en selecciona, diseña y elabora un plan de solución del problema del análisis matemático, realiza simulaciones y analogías, aplica estrategia elegida con procedimiento secuencial en la solución del problema, realiza el ensayo y error y finalmente valora las estrategias, procedimientos y los recursos que fueron empleados.

El modelo cognitivo APOE genera efectos positivos en el Razonamiento y argumentación generando ideas del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería, , pues ($0{,}000 < 0{,}05$).

Evidenciados en que los estudiantes lograron un aprendizaje significativo en explica los procesos de resolución de los problemas de máximos y mínimos, verifica los resultados de la traza de funciones, elabora conclusiones a partir de sus experiencias sobre los criterios de la primera y segunda Derivada, plantea otras hipótesis con respecto a la traza de curvas mediante diversas formas de razonamiento, modela y resuelve situaciones de concavidad en las curvas mediante los criterios de la Derivación y finalmente defiende sus argumentos y refuta otros en base a sus conclusiones.

RECOMENDACIONES

A las autoridades de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, colegas y compañeros del área de matemática a realizar sus investigaciones de los diferentes objetos matemáticos empleando la teoría APOE a partir del enfoque cuantitativo o cualitativo y generar nuevas propuestas pedagógicas que contribuyan con el aprendizaje significativo de la matemática.

A los investigadores en el área de matemática sobre todo del nivel superior, emplear el modelo cognitivo APOE a partir de la descomposición genética del objeto matemático para la mejora en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Implementar “programas de difusión de los resultados de” la presente tesis y otras sustentadas en el posgrado de nuestra primera casa de estudios, en el área de educación y especialidad de matemática.

REFERENCIAS

Amaro, G. (2017). *Análisis de la construcción de derivada en profesores de matemáticas de nivel medio superior basado en la teoría APOE.* (tesis para obtener el grado de maestría, *Benemérita* Universidad Autónoma de Puebla. Mexico).

Arnon, I., Cottrill, J., Dubinsky, E., Oktaç, A., Fuentes, S. R., Trigueros, M., & Weller, K. (2014). *APOS theory A framework for research and curriculum development in mathematics education.* New York: Springer.

Asiala, M., Brown, A., Devries, D., Dubinsky, E., Mathews, D., y Thomas, K. (1996). *A Framework for Research and Curriculum Development in Undergraduate Mathematics Education*. CBMS *Issues in Mathematics Education*: Research in Collegiate Mathematics Education, 6. 1-32.

Asiala, M., Cottrill, J., Dubinsky, E., & Schwingendorf, K. E. (1997). *The development of students' graphical understanding of the derivative*. The Journal of Mathematical Behavior, *16*(4), 399-431.

Badillo, E. R., Azcárate, C., y Font, V. (2011). Análisis de los niveles de comprensión de los objetos f'(a) y f'(x) en profesores de matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias,* 29(2), 191-206.

Beltrán, F. (2000). John Dewey, una democracia vital. Pedagogías del siglo xx, Barcelona, Cisspraxis, SA.

Berman, C.N., Narvaez, A.M., Rodríguez, M. (s/f). ¿Problemas con el límite o el límite de los problemas enseñados? *Clame, comité latinoamericano de Matemática educativa A.C.* 1(1), 585-594.

Byrnes, J. P. (1996). Cognitive development and learning in instructional contexts. Boston: Allyn and Bacon.

Cabrera Rodríguez, F. Á. (2011). Técnicas e instrumentos de evaluación: una propuesta de clasificación. REIRE: revista d'innovació i recerca en educació. 4(2), 112-124. http://www.raco.cat/index.php/REIRE

Calla, K., Quispe, A., Yangali, J., Rodríguez, J., & Pumacayo, I. (2019). Estadística no paramétrica aplicada a la investigación científica: *Con software SPSS, MINITAB y EXCEL*. (1era ed.). Editorial EIDEC.

Carvajal, A. (2002). Teorías y modelos: formas de representación de la realidad. *Comunicación Instituto Tecnológico de Costa Rica.* 12(001), 1-14. https://www.redalyc.org/pdf/166/16612103.pdf

Castorina, J.A., Coll, C., Díaz Barriga, A., Díaz Barriga Arceo, F., García, B., Hernández, G., Moreno Armella, L., Muriá, I., Pessoa de Calvalbo, A. M., Vasco, C.E. (2006). Piaget en la educación. Debate en torno a sus aportaciones.

Chiroque, S., Gómez, C. S/n, W. (2007). *El trabajo de campo en la investigación educativa*. Fondo editorial FACHSE.

Clark et al. (1997). *Constructing a schema: ¿The case of the chain rule?* The Journal of Mathematical Behavior, 16(4), 345-364.

De la Puente, C. (2018). *Estadística descriptiva e inferencial*. (1era ed). Ediciones IDT CB. Madrid - Spain - Europe.

Dubinsky, E., Lewin, P. (1986), Reflective Abstraction and Mathematics Education: The Genetic Decomposition of Induction and Compactness. http://www.math.kent.edu/~edd/publications.html#C.)%20Mathematics%20Education% 20-%20Refereed

Dubinsky, E. (1991). Reflective Abstraction in Advanced Mathematical Thinking, en Tall, D. (ed.). Advanced Mathematical Thinking. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Press, pp. 95-123.

Dubinsky, E. (2000). *De la investigación en matemática teórica a la investigación en matemática educativa: un viaje personal*. Revista oficial del comité latinoamericano de matemática educativa A. C., *3(1), 47-70.*

Dubinsky, E. (2001). Using a Theory of Learning in College Mathematics Courses. http://www.math.kent.edu/~edd/publications.html#C.)%20Mathematics%20Education% 20- %20Refereed

Dubinsky, E. y McDonald, MA (2001). APOS: una teoría constructivista del aprendizaje en la investigación en educación matemática de pregrado. *En La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas a nivel universitario,* Springer, Dordrecht. (págs. 1 -22).

Figueroa, G. (2006). Análisis matemático I. Lima-Perú. Impreso en Ediciones R.F.G.

Flores, P. (2003). *Aprendizaje y Evaluación en Matemáticas*. En Castro, E. (Coord. 2003) *Matemáticas y su didáctica para la formación inicial de maestros de primaria*. Madrid: Síntesis.

Flores Tapia, C. E., & Flores Cevallos, K. L. (2021). *Pruebas para comprobar la normalidad de datos en procesos productivos: Anderson-Darling, Ryan-Joiner, Shapiro-Wilk y Kolmogórov-Smirnov*. Societas, 23(2), 83-106

Fuentealba, C. (2017). *Análisis del esquema de la derivada en estudiantes universitarios* (tesis doctoral, Universidad Autónoma de Barcelona. España).

García, N. G. (2019). Modelo De Aprendizaje Según Vygotsky (trabajo de investigación). Universidad Técnica de Machala.

García, F., Fonseca, G.& Concha, L. (2015). Aprendizaje y rendimiento académico en educación superior: un estudio comparado. *Actualidades Investigativas en Educación.* 15(3), 1-28. http://dx.doi.org/10.15517/aie.v15i3.21072

García, J. (2019). Psicología y Mente. Barcelona. https://psicologiaymente.com/autores/jonathan-garcia-allen

Glasersfeld, E. (1997) Homage to Jean Piaget. Irish Journal of Psychology 18(3): 293– 306. http://arbeitsblaetter.stangltaller.at/KOGNITIVEENTWICKLUNG/Glasersfeld.shtml

Grabiner, J. (1983). *The changing concept of change: The derivative from Fermat to Weierstrass. Mathematics Magazine, 56(4), 195-206.*

Guzmán, M. (2007, enero - abril). *Enseñanza de las Ciencias y la Matemática*. Revista Iberoamericana de Educación, N°43. http://www.rieoei.org/rie43a02.htm.

Lagunes, Y., Olivares, T., Suárez, A., Velázquez, O. (2017). La teoría APOE como una estrategia de enseñanza aprendizaje del cálculo a nivel licenciatura en ingeniería de la Universidad Veracruzana - Región Veracruz. *Revista de Ciencias de la Educación,* 1(2), 11-25. www.ecofan.org/republicofperu

Lucci, M. (2006). La Propuesta De Vygotsky: La Psicología Sociohistórica. *Revista de currículum y formación del profesorado*, 10(2), 1-11.

Luna, J., Ruiz, O., Loera, E., Barrón, J. y Salazar, M. C. (2013). Comprensión del concepto de derivada. Matemática Educativa, CULCyT 51(1). Cd. Juárez, México.

McMillan, J. Schumacher, S. (2005). *Investigación Educativa.* Pearson Educación, s. a., Madrid. Https://bit.ly/3d6vobf

Maharaj, A. (2010). An APOS analysis of students' understanding of the concept of a limit of a function. *Pythagoras*, *2010*(71), 41-52.

Mayoria, A. (2019). *Gestión del software Derive como estrategia didáctica en el aprendizaje de derivada de funciones, dirigido a los estudiantes del curso de* *matemática en la Universidad Ricardo Palma.* (tesis para optar el grado De Doctor). Universidad Nacional De Educación Enrique Guzmán Y Valle.

Molfino, V. y Buendía, G. (2010). El límite de funciones en la escuela: Un análisis de su institucionalización. Revista electrónica de investigación en educación en ciencias. 5(1), 27-41. http://ppct.caicyt.gov.ar/index.php/reiec/article/view/7413/6671

Nieva, C. J. y Martínez C. O. (2019). Confluencias y rupturas entre el aprendizaje significativo de Ausubel y el aprendizaje desarrollador desde la perspectiva del enfoque histórico cultural de L. S. Vygotsky. Revista Cubana de Education Superior, 38(1). http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_isoref&pid=S0257-43142019000100009&lng=es&tlng=es

Novales, A. (2010). Análisis de regresión. Universidad Complutense de Madrid. *Madrid, Spain*, 116(1), 4-116.

Ortiz, D. (2015). El constructivismo como teoría y método de enseñanza. *Sophia: colección de Filosofía de la Educación, 19 (2), pp. 93-110.* https://bit.ly/2Y1fnNi

Ortiz, F. y García, M. (2005). Metodología de la Investigación. Editorial Limusa-México

Piaget, J. y García, L. (2004), Psicogénesis e Historia de las ciencias. (10ª Edición). Siglo XXI Editores.

Piscoya, L. (1995). *Investigación científica y educacional*. Un enfoque epistemológico 2da. ed. Amaru Editores.

Quintanilla, C.N. (2009). Un Estudio Sobre Las Concepciones Del Concepto De Función Desde La Perspectiva De La Teoría APOS (Tesis para optar el grado de magister, Pontificia Universidad Católica del Perú).

Quispe, R. (2012). *Metodología de la investigación pedagógica*. Ayacucho, Perú: Copygraph Bautista E.I.R.L

Rodríguez, W. (1997). *Elaboración de proyectos de investigación*. Editorial RARPA.

Rojas, A. (2008). La prueba escrita. *Ministerio de educación pública.* 1-27. https://www.uned.ac.cr/ece/images/catedras/didactica_matematica/lecturas_obligatorias14_2_12/02prueba_escrita.pdf

Rojas, P. y Trigueros, M. (2020). El esquema del cálculo diferencial e integral para ser enseñado en simultaneo. *Revista electrónica de investigación en educación en ciencias,* 15(2), 12-26.

Roman, G., Armenta, E., y Romero, C. (2021). Análisis de función como relación entre magnitudes variables: diseño de enseñanza desde la teoría APOE. matemáticas. *Sahuarus. Revista Electrónica de Matemáticas,* 5(1), 36-49.

Rossi, J. (s.f). *Aprendizaje de las matemáticas*. Departamento de Psicología evolutiva y de educación. https://www.ugr.es/~jorove/docencia1/Tema%204.pdf.

Sáez, A. (2010). *Métodos estadísticos con R y R Commander*. Departamento de Estadística e Investigación Operativa Universidad de Jaén-Cajamarca.

Sanchuez-Matamoros, G., Garcia, M. y Llinares, S. (2008. *La comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática. RELIME, 11(2), 267-296.*

Schoenfeld, A., & Kilpatrick, J. (2008). Toward a theory of proficiency in teaching mathematics. *In International handbook of mathematics teacher education*: volume 2 (pp. 321-354). Brill Sense.

Schunk, D. (2012). Teorías del aprendizaje: *Una perspectiva educativa.* (6ta ed.). Pearson Educación Copyright, México, 2012. https://ciec.edu.co/wp-content/uploads/2017/06/Teorias-del-Aprendizaje-Dale-Schunk.pdf

Stephen, P., Timothy A. (2009). *Comportamiento organizacional.* (13ava ed.). Pearson Educación.

https://frrq.cvg.utn.edu.ar/pluginfile.php/15550/mod_resource/content/0/ROBBINS%20comportamiento-organizacional-13a-ed-_nodrm.pdf

Trigueros, M. (2005). *La Noción de Esquema en la Investigación en Matemática a nivel superior.* México, Universidad Autónoma del Estado de México: Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal (Educación Matemática Santillana), 17(001).5 – 31. htt://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n48a20

Universidad Interamericana Para El Desarrollo (s.f.). Modelo Cognitivo. https://sites.google.com/site/elmodelocognitivo/el-modelo-cognitivo

Vargas, A. (2015). Técnicas e instrumentos de recolección de datos. http://tecnicaseinstrumentosupelipb2015.blogspot.com/2015/04/pruebas-de-rendimiento-academico.html

Vega, M.A., Carrillo, J. y Soto, J. (2014). Análisis según el Modelo Cognitivo APOS* del Aprendizaje Construido del Concepto de la Derivada. *Bolema*, Boletim de Educação Matemática,28(48), 403-429.

Villa, J. A., Bustamante, C., y Osorio, A. (2009). El proceso de modelación matemática. Una mirada a la práctica del docente. *Comité Latinoamericano de Matemática Educativa-Colegio Mexicano de Matemática Educativa,* 1443-1451.

Vivas, M. (2018). Las matemáticas, su importancia y algunas aplicaciones. ResearchGate. 1(16), 67-77. https://www.researchgate.net/publication/326583574

Zakaryan, D., Estrella, S., Espinoza-Vásquez, G., Morales, S., Olfos, R., Flores-Medrano, E., y Carrillo J. (2018). *Relaciones entre el conocimiento de la enseñanza y el conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas: caso de una profesora de secundaria.* Revista Enseñanza de las ciencias. Investigaciones Didácticas (36)2.105-123.

ANEXOS

ANEXO 01: MATRIZ DE CONSISTENCIA

Modelo Cognitivo APOE y Aprendizaje de Concepciones del Análisis Matemático en Estudiantes de Ingeniería, UNSCH, 2021

PROBLEMAS	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES E INDICADORES	METODOLOGÍA
Problema General ¿Qué efecto produce el modelo cognitivo APOE en el aprendizaje de las concepciones del Análisis Matemático en estudiantes de ingeniería, UNSCH-2021? **Problemas específicos** • ¿Qué efectos produce el modelo cognitivo APOE en la Matematización de	**Objetivo General** Determinar el efecto que genera el modelo cognitivo APOE en el aprendizaje de las concepciones del Análisis Matemático en estudiantes de ingeniería, UNSCH-2021. **Objetivos específicos:**	**Hipótesis general** El modelo cognitivo APOE genera aprendizaje significativo de las concepciones del Análisis Matemático en estudiantes de ingeniería, UNSCH-2020. **Hipótesis especificas:**	**Modelo Cognitivo APOE** **Dimensiones:** Construcción cognitiva acción. Construcción cognitiva Proceso. Construcción	**Tipo de investigación** Aplicada **Nivel de investigación** Explicativo o experimental. **Método de Investigación** - Método empírico: el experimento pedagógico. - Método Hipotético deductivo, Analítico y Estadístico.

PROBLEMAS	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES E INDICADORES	METODOLOGÍA
situaciones del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería? • ¿Qué efectos produce el modelo cognitivo APOE en la Comunicación y representación de ideas del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería? • ¿Qué efectos produce el modelo cognitivo APOE en la elaboración y utilización de estrategias del Análisis Matemático	• Comprobar el efecto que produce el modelo cognitivo APOE en la Matematización de situaciones del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería. • Determinar el efecto que produce el modelo cognitivo APOE en la Comunicación y representación de ideas del Análisis	• El modelo cognitivo APOE surge efecto en la Matematizaci0n de situaciones del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería. • El modelo cognitivo APOE surge efecto en la Comunicación y representación de ideas del Análisis	cognitiva Objeto. Construcción cognitiva Esquema. **Aprendizaje De Las Concepciones Del Análisis Matemático.** **Dimensiones:** -Matematiza situaciones del Análisis Matemático. -Comunica y representa ideas del Análisis Matemático. -Elabora y usa estrategias de solución de problemas del Análisis Matemático. -Razona y argumenta generando ideas del Análisis Matemático.	**Diseño de investigación** Cuasi experimental con grupos intactos de control y experimental **Población muestreada** Constituida por 96 estudiantes (48 en el grupo control y 48 en el grupo experimental) de la serie 100 de las escuelas profesionales de Ingeniería Civil de la UNSCH, Ayacucho-2021.

PROBLEMAS	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES E INDICADORES	METODOLOGÍA
en los estudiantes de ingeniería? • ¿Qué efectos produce el modelo cognitivo APOE en el Razonamiento y argumentación generando ideas del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería?	Matemático en los estudiantes de ingeniería. • Determinar el efecto que produce el modelo cognitivo APOE en la elaboración y utilización de estrategias del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería.	Matemático en los estudiantes de ingeniería. • El modelo cognitivo APOE surge efecto en la elaboración y utilización de estrategias del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería. • El modelo cognitivo APOE surge efecto		**Tipo de muestreo** El muestreo no probabilístico intencional. **Técnicas** • La observación para recoger datos sobre el modelo cognitivo APOE que aplica el docente universitario. • Prueba pedagógica, para recoger los datos respecto al aprendizaje del Análisis Matemático I. **Instrumentos:** • La lista de cotejo • Prueba escrita. **Procesamiento de datos** Se procesará los datos descriptivos e inferencial con la ayuda del programa Excel y el SPSS versión 25.0.

PROBLEMAS	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES E INDICADORES	METODOLOGÍA
	• Determinar el efecto que produce el modelo cognitivo APOE en el Razonamiento y argumentación generando ideas del Análisis Matemático en los estudiantes de ingeniería.	en el Razonamiento y argumentación generando ideas del Análisis Matemáticoda en los estudiantes de ingeniería.		

ANEXO 02: INSTRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTÓBAL DE HUAMANGA

PRUEBA ESCRITA

(PARA EL APRENDIZAJES DE CONCEPCINES DEL ANÁLISIS MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES DE INGENIERÍA CIVIL, UNSCH-2021)

INTRODUCCIÓN

La presente prueba tiene como finalidad indagar sobre los conocimientos previos que poseen los estudiantes ingeniería de la UNSCH, sobre la concepción de la asignatura Análisis Matemático I, cuyos resultados permitirán al docente planificar, diseñar e implementar una estrategia didáctica adecuada con base en el aprendizaje, cuyo fin es mejorar el proceso de enseñanza - aprendizaje de los estudiantes y coadyuve a mejorar la calidad educativa superior.

Recuerden que tus respuestas son confidenciales y anónimas, te pido que respondas la prueba con toda la sinceridad posible y les deseo mucha suerte en el examen y agradecerles por su participación voluntaria, el examen durará 120 minutos.

INSTRUCCIONES: Para desarrollar la prueba escrita utilice lápiz o un bolígrafo de tinta azul, todas las preguntas tienen cinco opciones de respuesta, elija la respuesta correcta de los ítems objetivos (marque con claridad la alternativa elegida con una cruz o tache la respuesta), así mismo, adjuntar el proceso de desarrollo de la respuesta de las preguntas de desarrollo. La valoración es cuantitativa de cero a veinte. *¡MUCHAS GRACIAS POR SU COLABORACIÓN!*

VARIABLE DEPENDIENTE: Aprendizaje de las concepciones del análisis matemático.

Dimensión: Matematiza situaciones del análisis matemático

1. Determine el dominio y el rango de $f(x) = \frac{4+\sqrt{x^2-3x-4}}{x+2}$

A) $]-\infty,-1] \cup [4,+\infty[$ C) $]-\infty,-1] \cup [4,+\infty[-\{-2\}$ E) $]-\infty,-1]$

B) $]-\infty,-4] \cup [1,+\infty[$ D) $]-\infty,-3] \cup [2,+\infty[-\{2\}$

2. Verifique numérica y gráficamente el límite de: $\lim_{t\to 3}\frac{t^2-9}{t-3}$ y el resultado es: (*marque la repuesta correcta*)

A) 0 C) 6 E) Indeterminado

B) 2 D) 3

3. Represente gráficamente la pendiente de una recta y dicho concepto es: (*marque la repuesta correcta*)

A) Una constante C) positiva E) negativa

B) El ángulo de inclinación D) la tangente del ángulo de inclinación.

4. La derivada es el resultado de: (*marque la repuesta correcta*)

A) Una recta C) una función E) dominio

B) una pendiente D) un límite.

5. La definición más aproximada al concepto de derivada es: (*marque la repuesta correcta*)

A) La obtención de la ecuación de la recta tangente a una curva en un punto de una función continua.

B) El cambio de una variable con respecto al tiempo.

C) La obtención de la pendiente de la recta tangente a una curva en un punto de una función continúa.

D) El límite de una función continua cuando la variable independiente se aproxima a un valor específico $x = a$.

6. Marque la que represente la función Derivada de f.

A) $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x)-f(h)}{x-h}$ C) $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(h)}{x-h}$ E) $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x)-f(h)}{h}$

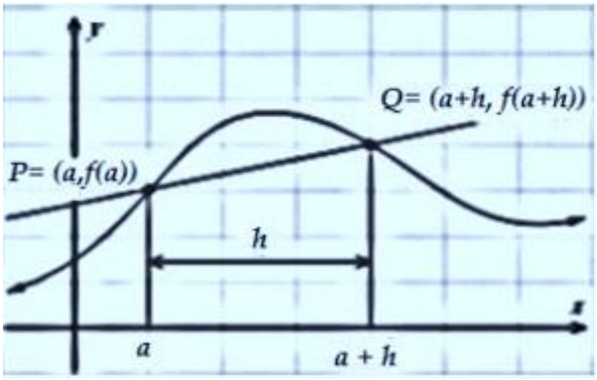
B) $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x)-f(h+x)}{x-h}$ D) $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

7. Hallar la derivada de $f'(x)$ si la función es $f(x)= x^4-3x^2+7x-25$.

A) $f'(x)=x^3-6x+7$ C) $f'(x)=4x^3-3x+7$ E) $f'(x)=3x^4-2x^2+7$

B) $f'(x)=4x^3-6x+7$ D) $f'(x)=4x^4-6x^2+7x-25$

8. La pendiente de la recta secante que se muestra en la figura es:



A) $m = \frac{f(a)+f(b)}{a+b}$ C) $m = \frac{f(a)-f(b)}{a-b}$ E) $m = \frac{f(a+b)-f(b)}{h}$

B) $m = \frac{f(a)-f(b+h)}{a-b}$ D) $m = \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$

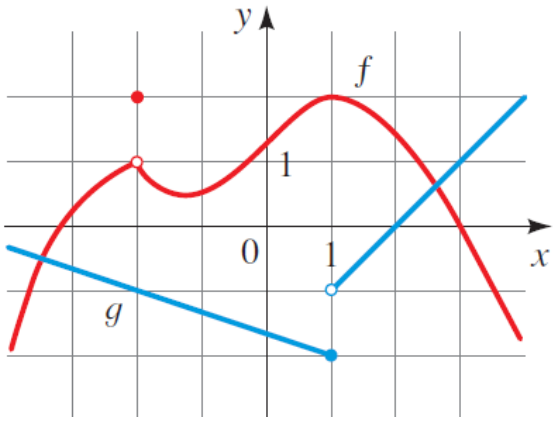
Dimensión: Comunica y representa ideas del análisis Matemático

9. Use las propiedades de límites y las gráficas de f y g en la figura y demuestre los siguientes límites sí existen.

a) $\lim_{x \to -2} [f(x) + 5g(x)] = -4$

b) $\lim_{x \to 2} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$

c) $\lim_{x \to 1} [f(x).g(x)] = 2$



A) VVV C) VFV E) VFF

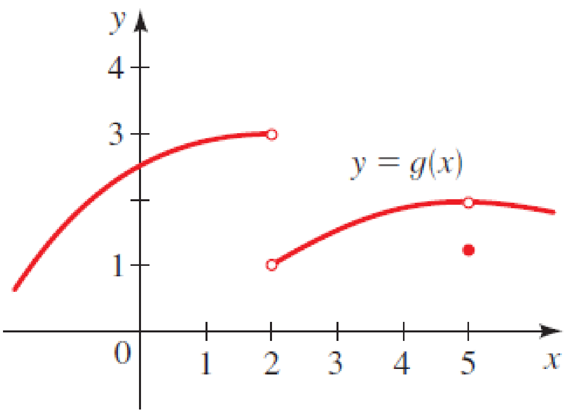
B) FFF D) FVF

10. Dada la siguiente función $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$. Evaluar lo siguiente $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}, h \neq 0$. (*marque la repuesta correcta*)

A) $4a + 2h - 3$ C) $2a - h$ E) $6a + 3h - 2$

B) $-3a + 5h + 5$ D) $2h - 6a$

11. Interprete la figura adjunta y compruebe $\lim_{x \to 5^-} g(x) = \lim_{x \to 5^+} g(x)$. Marque la respuesta correcta.



A) 1 C) 2 E) 3 B) 4 D) 5

12. Hallar $f^n(x)$ si $f(x) = \ln(x + a)$

A) $f^n(x) = (n-1)!\,(x-a)^n$ C) $(n-8)!\frac{2}{(x+a)^{n-1}}$ E) $(-1)^{n+1}(n-1)!\frac{1}{(x+a)^n}$

B) $f^n(x) = (n+1)!\frac{2}{(x+a)^{n-1}}$ D) $(-1)^{n+1}(n-1)!\frac{1}{(x-a)^n}$

13. Realice la traza y demuestre que la ecuación de la recta tangente y normal a la curva $y = x^3 - 3x$ en el punto (2,2) son respectivamente.

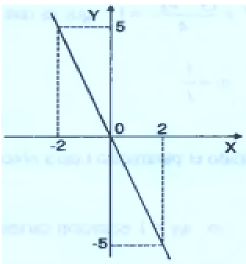
A) $L_t: 9x - y - 16 = 0$ y $L_n: x + 9y - 20 = 0$ C) $L_t: 9x - y - 16 = 0$ y $L_n: +9y - 20 = 0$ B) $L_t: 9x - y - 16 = 0$ y $L_n: +9y - 20 = 0$ D) $L_t: 6x + y - 16 = 0$ y $L_n: x - 6y - 20 = 0$

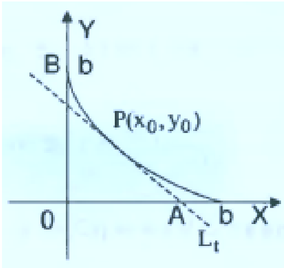
E) $L_t: 9x - y - 16 = 0$ y $L_n: +9y - 20 = 0$

14. Trazar la gráfica de la siguiente ecuación paramétrica pasando a coordenadas cartesianas,

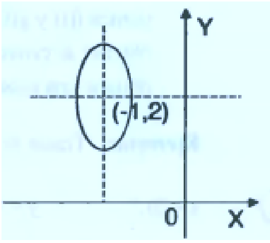
si $x = -1 + cos\theta$ y $y = 2 + 2sen\theta$.

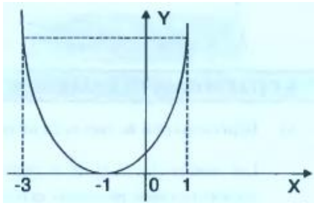
A)



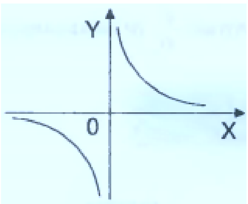


C)





D)



15. Hallar $\frac{dy}{dx}$ y $\frac{d^2y}{dx^2}$ si $x = cos^3t$, $y = asen^3t.$

A) $\frac{dy}{dx} = \tan t$ y $\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{sec^4t.csct}{3a}$ B) $\frac{dy}{dx} = -\tan t$ y $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{sec^4t.csct}{3a}$

C) $\frac{dy}{dx} = sec^2t$ y $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{sec^2t.csct}{2a}$ D) $\frac{dy}{dx} = -tan^2t$ y $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{sec^4t.tant}{3}$

E) $\frac{dy}{dx} = -\cot t$ y $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{sec^5t.csct}{3a}$

16. Determine una ecuación de cada una de las rectas normales a la curva $y = x^3 - 4x$ y paralela a las rectas que pasan por el punto $(4,13)$ y que son tangentes a: $y = 2x^2 - 1.$

A) $4x + y - 2 = 0$, $7x + 2y - 1 = 0$ D) $x + y - 6 = 0$, $5x + 2y - 10 = 0$

B) $-3x + y - 2 = 0$, $x + 2y - 3 = 0$ E) $4x - y - 3 = 0$, $28x - y - 99 = 0$

C) $4x + y - 2 = 0$, $7x + 2y - 1 = 0$.

Dimensión: Elabora y usa estrategias de solución de problemas

17. Demuestre que $\lim_{x \to 0} \frac{|x|}{x}$ no existe y señale los valores que tienen los límites laterales

A) 1 y -1 B) 0 C) 2 y -2 D) 3 y -3 E) 6

18. Analice si la función definida por partes es continua en 2 y marque la respuesta.

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 2 \\ 5, & x = 2 \\ -x + 6, & x > 2 \end{cases}$$

A) Es continua B) Es discontinua C) Los límites laterales es igual a 5 D) $f(2) = 3$ E) $f(2) = -5$

19. Analizar el comportamiento de la curva $y = \frac{3}{x}$ y hallar la ecuación de la recta tangente en el punto $(3; 1)$.

A) parábola: $L_T: y - 1 = 3x$ B) parábola: $L_T: y = -2x$ C) Hipérbola: $L_T: y - 1 = 3(x - 1)$ D) Hipérbola: $L_T: y - 1 = \frac{-1}{3}(x - 3)$ E) parábola: $L_T: y - 1 = -7x$

20. Haciendo uso de la definición de la derivada, encuentre $f'(a)$, si $f(x) = \sqrt{x}$.

A) $\sqrt{a}$ B) $\frac{\sqrt{2a}}{3}$ C) $\frac{1}{2\sqrt{a}}$ D) $\frac{7}{2\sqrt{a}}$ E) $-\frac{1}{\sqrt{a}}$

21. Haciendo uso de la regla de la cadena diferencie $y = \tan(6x^2 + 1)$.

A) 12x $cos^2(6x + 1)$ B) 12x $sen^2(6x + 1)$ C) 12x $tan^2(6x + 1)$

D) 12x $sec^2(6x + 1)$ E) -12x $sen^2(6x + 1)$

22. Grafique la función $g(x) = 2cosx$ en el intervalo $\left[\frac{-2\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]$, determine los extremos absolutos de la función en dicho intervalo, si existe alguno.

A) mín. abs:$f\left(\frac{-2\pi}{3}\right)=-1$ y máx. abs:$f(0)=2$ B) mín. abs:$f\left(\frac{2\pi}{3}\right)=-1$ y máx. abs:$f(1)=2$

C) mín. abs: $f\left(\frac{\pi}{3}\right)=-1$ y máx. abs: $f(0)=1$ D) mín. abs:$f(0)=-1$ y máx. abs:$f(2)=2$

E) mín. abs:$f\left(\frac{-2\pi}{3}\right)=1$ y máx. abs:$f(0)=-2$

23. Graficar la función $f(x)=\begin{cases}3x-4 & , -3\leq x<1\\ x^2-2 & , 1\leq x\leq 3\end{cases}$ en el intervalo $[-3,3]$ determine los extremos absolutos de la función en dicho intervalo.

A) mín. abs:$f(-3)=-1$ y máx. abs:$f(3)=2$ B) mín. abs:$f(-3)=-3$ y máx. abs:$f(3)=3$

C) mín. abs: $f(-3)=-13$ y máx. abs: $f(3)=7$ D) mín. abs:$f(0)=-1$ y máx. abs:$f(2)=2$

E) mín. abs:$f(-3)=7$ y máx. abs:$f(3)=-13$

24. Un terreno rectangular se encuentra en la orilla de un río y se desea delimitar de modo que no se utilice cerca a lo largo de la orilla. Si el material para la cerca de los lados cuesta $ 12 por metro colocado y $18 por metro colocado para el lado paralelo al río. Determine las dimensiones del terreno de mayor área posible que pueda limitarse con $ 5400 de cerca.

A) 14 875 m^2 B) 18 885 m^2 C) 24 874 m^2 D) 18 47 m^2 E) 16 875 m^2

Dimensión: Razona y argumenta generando ideas matemáticas.

25. En la siguiente función $f(x)=x^2-4x+3$ verifique las tres condiciones del teorema de Rolle son satisfechas por la función en el intervalo $[1,3]$. Determine el valor de c que satisfaga la conclusión del teorema de Rolle.

A) 1 B) 0 C) 2 D) 3 E) 6

26. Si $f(x)=ax^3+bx^2$, determine a y b de modo que la gráfica de f tenga un punto de inflexión en (1,2).

A) $a=1\ y\ b=\ 2$ B) $a=-2\ y\ b=\ 3$ C) $a=3\ y\ b=-1$

D) $a=3\ y\ b=-\ 3$ E) $a=-1\ y\ b=3$

27. Hallar los puntos de la hipérbola $x^2-y^2=1$ más próximo al punto (0,1).

A) (-1,3) y (-1,-3) B) (3,2) y (-3,2) C) $(\frac{\sqrt{5}}{2},\frac{1}{2})$ y $\left(\frac{-\sqrt{5}}{2},\frac{1}{2}\right)$

D) $(\frac{-\sqrt{5}}{2},\frac{1}{2})$ y $\left(\frac{\sqrt{5}}{2},\frac{1}{2}\right)$ E) $(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2})$ y $\left(\frac{-\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$

28. Determine los coeficientes a, b, c, d de tal forma que la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tenga un máximo en $(-1,10)$ y un punto de inflexión en $(1, -6)$.

A) $a = 1\ , b =\ 2\ , c = 3\ y\ d = 4$ B) $a = -2\ , b =\ 3\ , c = -4\ \ y\ \ d = -4$

C) $a = 3\ , b = -1, c =\ -1\ \ y\ d = 2$ D) $a = 1, b = -\ 3, c = -9\ y\ d = 5$

E) $a = -1, b = 3, c = -9\ \ y\ d = -5$

29. En la siguiente función $f(x) = \begin{cases} x^3 & si\ \ x < 0 \\ x^4 & si\ \ 0 \leq x \end{cases}$ encuentre el punto de inflexión y determine donde la gráfica es cóncava hacia arriba y donde hacia abajo.

A) (0,0), cóncava hacia arriba para $x > 0$, cóncava hacia abajo para $x < 0$

B) (1,0), cóncava hacia arriba para $x > 0$, cóncava hacia abajo para $x < 0$

C) (1,1), cóncava hacia arriba para $x > 1$, cóncava hacia abajo para $x < 1$

D) (0,0), cóncava hacia arriba para $x > -1$, cóncava hacia abajo para $x < -1$

E) (1,1), cóncava hacia arriba para $x > 2$, cóncava hacia abajo para $x < 2$

Dimensión: Razona y argumenta generando ideas del análisis matemático

30. Si un cuerpo se deja caer desde una altura de 3000 m, su distancia sobre el suelo (en metros) después de t segundos está dada por $h(t) = 3000 - 16t^2$. Encuentre la velocidad instantánea después de 4 segundos.

A) $-128\, m/s$ B) $45\, m/s$ C) $-5\, m/s$ D) $100\, m/s$ E) $-125\, m/s$

31. Un ingeniero tiene 140 m de malla para instalar una cerca en un jardín rectangular de hortalizas. **(a)** Encuentre una función que modele el área del jardín que ella pueda cercar. **(b)** Encuentre las dimensiones del área más grande que ella pueda cercar.

A) $20x^2 - 3x + 2$ y $222\, m^2$ B) $5x^2 - 2x$ y $125\, m^2$ C) $-5x^2 + 3x$ y $125\, m^2$

D) $70x^2 - x$ y $225\, m^2$ E) $70x - x^2$ y $1225\, m^2$

32. Determine la concavidad y los puntos de inflexión de la siguiente función

$f(x) = (2x + 1)^2 - \frac{3x+1}{2x-1}$

A) $x = 1$ B) $x = -2$ C) x=$\sqrt{5}$ D) $x = \frac{1+\sqrt[3]{5/2}}{2}$ E) $x = -\sqrt{5}$

ANEXO 03: TABLA DE PRUEBA BINOMIAL DE LOS EXPERTOS

Prueba binomial							
		Categoría	N	Prop. observada	Prop. de prueba	Significación exacta (bilateral)	Decisión
Experto01	Grupo 1	1	25	,78	,50	,002	Significativo
	Grupo 2	0	7	,22			
	Total		32	1,00			
Experto02	Grupo 1	1	26	,81	,50	,001	Significativo
	Grupo 2	0	6	,19			
	Total		32	1,00			
Experto03	Grupo 1	1	28	,88	,50	,000	Significativo
	Grupo 2	0	4	,13			
	Total		32	1,00			
Expereto04	Grupo 1	1	32	1,00	,50	,000	Significativo
	Total		32	1,00			
Experto05	Grupo 1	1	28	,88	,50	,000	Significativo
	Grupo 2	0	4	,13			
	Total		32	1,00			

P=0006

P: promedio$<$ 0.05

Los resultados de la prueba binomial permitieron confirmar que el instrumento de medición es válido en su contenido debido a que el nivel de significancia es menor a 0.05

ANEXO 04 (a): VALIDACIÓN DE JUICIO DE EXPERTOS

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTOBAL DE HUAMANGA
Unidad de Posgrado de la Facultad de Ciencias de la Educación
Doctorado en Educación

TABLA DE EVALUACIÓN DE EXPERTOS

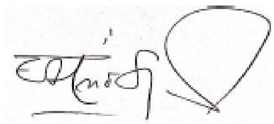
Apellidos y nombres del experto: Edgardo Serrano Polo
Grado académico: Doctor en educación
Título profesional: Licenciado en química
Institución en el que labora: Universidad del Magdalena-Colombia
Fecha: 13-01-21
Instrumento de evaluación: Prueba escrita
En la presente tabla de evaluación de expertos, usted tiene la facultad de evaluar cada uno de los ítems marcando con una equis (X) en las columnas de SÏ o NO. Asimismo, se le exhorta registrar las observaciones en el casillero correspondiente con la finalidad de mejorar la pertinencia del instrumento en evaluación.

Items	Pregunta	Aprecia		Observación
		Sí	No	
1	Determine el dominio y el rango de $f(x)=\frac{4+\sqrt{x^2-3x-4}}{x+2}$	x		
2	Verifique numérica y gráficamente el límite de: $\lim_{t\to 3}\frac{t^2-9}{t-3}$ y el resultado es: (*marque la repuesta correcta*)		x	
3	Represente gráficamente la pendiente de una recta y dicho concepto es: (*marque la repuesta correcta*)	x		
4	La derivada es el resultado de: (*marque la repuesta correcta*)	x		
5	La definición más aproximada al concepto de derivada es: (*marque la repuesta correcta*)	x		
6	Marque la que represente la función Derivada de f.	x		
7	Hallar la derivada de $f'(x)$ si la función es $f(x)=\ x^4-3x^2+7x-25$.	x		
8	La pendiente de la recta secante que se muestra en la figura es:	x		
9	Use las propiedades de límites y las gráficas de f y g en la figura y demuestre los siguientes limites si existen		x	
10	Dada la siguiente función $f(x)=3x^2-2x+5$. Evaluar lo siguiente $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}, h\neq 0$. (*marque la repuesta correcta*)	x		

11	Interprete la figura adjunta y compruebe $\lim_{x \to 5^-} g(x) = \lim_{x \to 5^+} g(x)$. Marque la respuesta correcta.	x		
12	Hallar $f^n(x)$ si $f(x) = \ln{(x + a)}$		x	
13	Realice la traza y demuestre que la ecuación de la recta tangente y normal a la curva $y = x^3 - 3x$ en el punto $(2,2)$ son respectivamente.	x		
14	Trazar la gráfica de la siguiente ecuación paramétrica pasando a coordenadas cartesianas,		x	
15	Hallar $\frac{dy}{dx}$ y $\frac{d^2y}{dx^2}$ si $x = cos^3 t$, $y = asen^3 t$.	x		
16	Determine una ecuación de cada una de las rectas normales a la curva $y = x^3 - 4x$ y paralela a las rectas que pasan por el punto $(4,13)$ y que son tangentes a: $y = 2x^2 - 1$.	x		
17	Demuestre que $\lim_{x \to 0} \frac{\lvert x \rvert}{x}$ no existe y señale los valores que tienen los límites laterales	x		
18	Analice si la función definida por partes es continua en 2 y marque la respuesta.	x		
19	Analizar el comportamiento de la curva $y = \frac{3}{x}$ y hallar la ecuación de la recta tangente en el punto $(3; 1)$.	x		
20	Haciendo uso de la definición de la derivada, encuentre $f'(a)$, si $f(x) = \sqrt{x}$.	x		
21	Haciendo uso de la regla de la cadena diferencie $y = \tan{(6x^2 + 1)}$.	x		
22	Grafique la función $g(x) = 2cosx$ en el intervalo $\left[\frac{-2\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]$, determine los extremos absolutos de la función en dicho intervalo, si existe alguno.		x	
23	Graficar la función $f(x) = \begin{cases} 3x - 4 & , -3 \leq x < 1 \\ x^2 - 2 & , 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$ en el intervalo $[-3, 3]$ determine los extremos absolutos de la función en dicho intervalo.	x		
24	Un terreno rectangular se encuentra en la orilla de un río y se desea delimitar de modo que no se utilice cerca a lo largo de la orilla. Si el material para la cerca de los lados cuesta \$ 12 por metro colocado y \$18 por metro colocado para el lado paralelo al río. Determine las	x		

	dimensiones del terreno de mayor área posible que pueda limitarse con $ 5400 de cerca.			
25	En la siguiente función $f(x) = x^2 - 4x + 3$ verifique las tres condiciones del teorema de Rolle son satisfechas por la función en el intervalo [1 ,3]. Determine el valor de c que satisfaga la conclusión del teorema de Rolle.	x		
26	Si $f(x) = ax^3 + bx^2$, determine a y b de modo que la gráfica de f tenga un punto de inflexión en $(1,2)$.	x		
27	Hallar los puntos de la hipérbola $x^2 - y^2 = 1$ más próximo al punto $(0,1)$.	x		
28	Determine los coeficientes a, b, c, d de tal forma que la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tenga un máximo en $(-1,10)$ y un punto de inflexión en $(1, -6)$.	x		
29	En la siguiente función $f(x) = \begin{cases} x^3 & si \;\; x < 0 \\ x^4 & si \;\; 0 \leq x \end{cases}$ encuentre el punto de inflexión y determine donde la gráfica es cóncava hacia arriba y donde hacia abajo		x	
30	Si un cuerpo se deja caer desde una altura de 3000 m, su distancia sobre el suelo (en metros) después de t segundos está dada por $h(t) = 3000 - 16t^2$. Encuentre la velocidad instantánea después de 4 segundos.		x	
31	Un ingeniero tiene 140 m de malla para instalar una cerca en un jardín rectangular de hortalizas. **(a)** Encuentre una función que modele el área del jardín que ella pueda cercar. **(b)** Encuentre las dimensiones del área más grande que ella pueda cercar.	x		
32	Determine la concavidad y los puntos de inflexión de la siguiente función $f(x) = (2x+1)^2 - \frac{3x+1}{2x-1}$	x		

Sugerencias:
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………



…..…………………………………..

Dr. Edgardo Serrano Polo

ANEXO 04 (b):

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTOBAL DE HUAMANGA
Unidad de Posgrado de la Facultad de Ciencias de la Educación
Doctorado en Educación

TABLA DE EVALUACIÓN DE EXPERTOS

Apellidos y nombres del experto: Katia Flores Ledesma
Grado académico: Doctorado
Título profesional: Licenciado en Educación
Institución en el que labora: jefe de Unidad de Investigación y Calidad del IESPP Emilia Barcia Boniffatti
Fecha: 10-01-21
Instrumento de evaluación: Prueba escrita
En la presente tabla de evaluación de expertos, usted tiene la facultad de evaluar cada uno de los ítems marcando con una equis (X) en las columnas de SÏ o NO. Asimismo, se le exhorta registrar las observaciones en el casillero correspondiente con la finalidad de mejorar la pertinencia del instrumento en evaluación.

Items	Pregunta	Aprecia		Observación
		Sí	No	
1	Determine el dominio y el rango de $f(x) = \frac{4+\sqrt{x^2-3x-4}}{x+2}$	x		
2	Verifique numérica y gráficamente el límite de: $\lim_{t\to 3} \frac{t^2-9}{t-3}$ y el resultado es: (*marque la repuesta correcta*)	x		
3	Represente gráficamente la pendiente de una recta y dicho concepto es: (*marque la repuesta correcta*)	x		
4	La derivada es el resultado de: (*marque la repuesta correcta*)	x		
5	La definición más aproximada al concepto de derivada es: (*marque la repuesta correcta*)	x		
6	Marque la que represente la función Derivada de f.	x		
7	Hallar la derivada de $f'(x)$ si la función es $f(x) = x^4 - 3x^2 + 7x - 25$.	x		
8	La pendiente de la recta secante que se muestra en la figura es:		x	
9	Use las propiedades de límites y las gráficas de f y g en la figura y demuestre los siguientes limites si existen	x		
10	Dada la siguiente función $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$. Evaluar lo siguiente $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}, h \neq 0$. (*marque la repuesta correcta*)	x		

11	Interprete la figura adjunta y compruebe $\lim_{x\to 5^-} g(x) = \lim_{x\to 5^+} g(x)$. Marque la respuesta correcta.	x		
12	Hallar $f^n(x)$ si $f(x) = \ln{(x+a)}$	x		
13	Realice la traza y demuestre que la ecuación de la recta tangente y normal a la curva $y = x^3 - 3x$ en el punto $(2,2)$ son respectivamente.		x	
14	Trazar la gráfica de la siguiente ecuación paramétrica pasando a coordenadas cartesianas,	x		
15	Hallar $\frac{dy}{dx}$ y $\frac{d^2y}{dx^2}$ si $x = cos^3t$, $y = asen^3t$.	x		
16	Determine una ecuación de cada una de las rectas normales a la curva $y = x^3 - 4x$ y paralela a las rectas que pasan por el punto $(4,13)$ y que son tangentes a: $y = 2x^2 - 1$.	x		
17	Demuestre que $\lim_{x\to 0} \frac{\lvert x\rvert}{x}$ no existe y señale los valores que tienen los límites laterales	x		
18	Analice si la función definida por partes es continua en 2 y marque la respuesta.	x		
19	Analizar el comportamiento de la curva $y = \frac{3}{x}$ y hallar la ecuación de la recta tangente en el punto $(3;1)$.	x		
20	Haciendo uso de la definición de la derivada, encuentre $f'(a)$, si $f(x) = \sqrt{x}$.	x		
21	Haciendo uso de la regla de la cadena diferencie $y = \tan{(6x^2+1)}$.		x	
22	Grafique la función $g(x) = 2cosx$ en el intervalo $\left[\frac{-2\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]$, determine los extremos absolutos de la función en dicho intervalo, si existe alguno.		x	
23	Graficar la función $f(x) = \begin{cases} 3x-4 & , -3 \leq x < 1 \\ x^2 - 2 & , 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$ en el intervalo $[-3,3]$ determine los extremos absolutos de la función en dicho intervalo.	x		
24	Un terreno rectangular se encuentra en la orilla de un río y se desea delimitar de modo que no se utilice cerca a lo largo de la orilla. Si el material para la cerca de los lados cuesta \$ 12 por metro colocado y \$18 por metro colocado para el lado paralelo al río. Determine las	x		

	dimensiones del terreno de mayor área posible que pueda limitarse con \$ 5400 de cerca.			
25	En la siguiente función $f(x) = x^2 - 4x + 3$ verifique las tres condiciones del teorema de Rolle son satisfechas por la función en el intervalo [1 ,3]. Determine el valor de c que satisfaga la conclusión del teorema de Rolle.	x		
26	Si $f(x) = ax^3 + bx^2$, determine a y b de modo que la gráfica de f tenga un punto de inflexión en $(1,2)$.	x		
27	Hallar los puntos de la hipérbola $x^2 - y^2 = 1$ más próximo al punto $(0,1)$.		x	
28	Determine los coeficientes a, b, c, d de tal forma que la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tenga un máximo en $(-1,10)$ y un punto de inflexión en $(1, -6)$.	x		
29	En la siguiente función $f(x) = \begin{cases} x^3 & si\ \ x < 0 \\ x^4 & si\ \ 0 \leq x \end{cases}$ encuentre el punto de inflexión y determine donde la gráfica es cóncava hacia arriba y donde hacia abajo	x		
30	Si un cuerpo se deja caer desde una altura de 3000 m, su distancia sobre el suelo (en metros) después de t segundos está dada por $h(t) = 3000 - 16t^2$. Encuentre la velocidad instantánea después de 4 segundos.	x		
31	Un ingeniero tiene 140 m de malla para instalar una cerca en un jardín rectangular de hortalizas. **(a)** Encuentre una función que modele el área del jardín que ella pueda cercar. **(b)** Encuentre las dimensiones del área más grande que ella pueda cercar.	x		
32	Determine la concavidad y los puntos de inflexión de la siguiente función $f(x) = (2x + 1)^2 - \frac{3x+1}{2x-1}$	x		

Sugerencias:
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………

…..…………………………………..

Dra. Katia Flores

Ledesma

ANEXO 04 (c):

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTOBAL DE HUAMANGA
Unidad de Posgrado de la Facultad de Ciencias de la Educación
Doctorado en Educación

TABLA DE EVALUACIÓN DE EXPERTOS

Apellidos y nombres del experto: Romel Gonzales Díaz
Grado académico: Doctorado
Título profesional: Administración de empresas mención gerencia industrial
Institución en el que labora: Centro Internacional de Investigación y desarrollo CIID
Fecha: 08-01-21
Instrumento de evaluación: Prueba escrita
En la presente tabla de evaluación de expertos, usted tiene la facultad de evaluar cada uno de los ítems marcando con una equis (X) en las columnas de SÏ o NO. Asimismo, se le exhorta registrar las observaciones en el casillero correspondiente con la finalidad de mejorar la pertinencia del instrumento en evaluación.

Items	Pregunta	Aprecia		Observación
		Sí	No	
1	Determine el dominio y el rango de $f(x) = \frac{4+\sqrt{x^2-3x-4}}{x+2}$	x		
2	Verifique numérica y gráficamente el límite de: $\lim_{t\to 3} \frac{t^2-9}{t-3}$ y el resultado es: (*marque la repuesta correcta*)	x		
3	Represente gráficamente la pendiente de una recta y dicho concepto es: (*marque la repuesta correcta*)	x		
4	La derivada es el resultado de: (*marque la repuesta correcta*)	x		
5	La definición más aproximada al concepto de derivada es: (*marque la repuesta correcta*)		x	
6	Marque la que represente la función Derivada de f.	x		
7	Hallar la derivada de $f'(x)$ si la función es $f(x) = x^4 - 3x^2 + 7x - 25$.	x		
8	La pendiente de la recta secante que se muestra en la figura es:	x		
9	Use las propiedades de límites y las gráficas de f y g en la figura y demuestre los siguientes limites si existen	x		
10	Dada la siguiente función $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$. Evaluar lo siguiente $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}, h \neq 0$. (*marque la repuesta correcta*)	x		

11	Interprete la figura adjunta y compruebe $\lim_{x \to 5^-} g(x) = \lim_{x \to 5^+} g(x)$. Marque la respuesta correcta.	x		
12	Hallar $f^n(x)$ si $f(x) = \ln(x + a)$	x		
13	Realice la traza y demuestre que la ecuación de la recta tangente y normal a la curva $y = x^3 - 3x$ en el punto $(2,2)$ son respectivamente.	x		
14	Trazar la gráfica de la siguiente ecuación paramétrica pasando a coordenadas cartesianas,	x		
15	Hallar $\frac{dy}{dx}$ y $\frac{d^2y}{dx^2}$ si $x = cos^3t$, $y = asen^3t.$	x		
16	Determine una ecuación de cada una de las rectas normales a la curva $y = x^3 - 4x$ y paralela a las rectas que pasan por el punto $(4,13)$ y que son tangentes a: $y = 2x^2 - 1$.	x		
17	Demuestre que $\lim_{x \to 0} \frac{\|x\|}{x}$ no existe y señale los valores que tienen los límites laterales	x		
18	Analice si la función definida por partes es continua en 2 y marque la respuesta.		x	
19	Analizar el comportamiento de la curva $y = \frac{3}{x}$ y hallar la ecuación de la recta tangente en el punto $(3; 1)$.	x		
20	Haciendo uso de la definición de la derivada, encuentre $f'(a)$, si $f(x) = \sqrt{x}$.	x		
21	Haciendo uso de la regla de la cadena diferencie $y = \tan(6x^2 + 1)$.	x		
22	Grafique la función $g(x) = 2cosx$ en el intervalo $\left[\frac{-2\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]$, determine los extremos absolutos de la función en dicho intervalo, si existe alguno.	x		
23	Graficar la función $f(x) = \begin{cases} 3x - 4 & , -3 \leq x < 1 \\ x^2 - 2 & , 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$ en el intervalo $[-3, 3]$ determine los extremos absolutos de la función en dicho intervalo.	x		
24	Un terreno rectangular se encuentra en la orilla de un río y se desea delimitar de modo que no se utilice cerca a lo largo de la orilla. Si el material para la cerca de los lados cuesta \$ 12 por metro colocado y \$18 por metro colocado para el lado paralelo al río. Determine las	x		

	dimensiones del terreno de mayor área posible que pueda limitarse con \$ 5400 de cerca.			
25	En la siguiente función $f(x) = x^2 - 4x + 3$ verifique las tres condiciones del teorema de Rolle son satisfechas por la función en el intervalo [1 ,3]. Determine el valor de c que satisfaga la conclusión del teorema de Rolle.	x		
26	Si $f(x) = ax^3 + bx^2$, determine a y b de modo que la gráfica de f tenga un punto de inflexión en $(1,2)$.	x		
27	Hallar los puntos de la hipérbola $x^2 - y^2 = 1$ más próximo al punto $(0,1)$.	x		
28	Determine los coeficientes a, b, c, d de tal forma que la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tenga un máximo en $(-1,10)$ y un punto de inflexión en $(1, -6)$.	x		
29	En la siguiente función $f(x) = \begin{cases} x^3 & si\ \ x < 0 \\ x^4 & si\ \ 0 \leq x \end{cases}$ encuentre el punto de inflexión y determine donde la gráfica es cóncava hacia arriba y donde hacia abajo		x	
30	Si un cuerpo se deja caer desde una altura de 3000 m, su distancia sobre el suelo (en metros) después de t segundos está dada por $h(t) = 3000 - 16t^2$. Encuentre la velocidad instantánea después de 4 segundos.		x	
31	Un ingeniero tiene 140 m de malla para instalar una cerca en un jardín rectangular de hortalizas. **(a)** Encuentre una función que modele el área del jardín que ella pueda cercar. **(b)** Encuentre las dimensiones del área más grande que ella pueda cercar.	x		
32	Determine la concavidad y los puntos de inflexión de la siguiente función $f(x) = (2x + 1)^2 - \frac{3x+1}{2x-1}$	x		

Sugerencias:
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………

....

Dr. Romel González Diaz

ANEXO 04 (d):

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTOBAL DE HUAMANGA
Unidad de Posgrado de la Facultad de Ciencias de la Educación
Doctorado en Educación

TABLA DE EVALUACIÓN DE EXPERTOS

Apellidos y nombres del experto: Alex Miguel Pereda Medina
Grado académico: Dr. En Ciencias de la Educación
Título profesional: Licenciado en Estadística
Institución en el que labora: UNSCH
Fecha: 14-01-21
Instrumento de evaluación: Prueba escrita
En la presente tabla de evaluación de expertos, usted tiene la facultad de evaluar cada uno de los ítems marcando con una equis (X) en las columnas de SÏ o NO. Asimismo, se le exhorta registrar las observaciones en el casillero correspondiente con la finalidad de mejorar la pertinencia del instrumento en evaluación.

Items	Pregunta	Aprecia		Observación
		Sí	No	
1	Determine el dominio y el rango de $f(x) = \frac{4+\sqrt{x^2-3x-4}}{x+2}$	x		
2	Verifique numérica y gráficamente el límite de: $\lim_{t\to 3} \frac{t^2-9}{t-3}$ y el resultado es: (*marque la repuesta correcta*)	x		
3	Represente gráficamente la pendiente de una recta y dicho concepto es: (*marque la repuesta correcta*)	x		
4	La derivada es el resultado de: (*marque la repuesta correcta*)	x		
5	La definición más aproximada al concepto de derivada es: (*marque la repuesta correcta*)	X		
6	Marque la que represente la función Derivada de f.	x		
7	Hallar la derivada de $f'(x)$ si la función es $f(x) = x^4 - 3x^2 + 7x - 25$.	x		
8	La pendiente de la recta secante que se muestra en la figura es:	x		
9	Use las propiedades de límites y las gráficas de f y g en la figura y demuestre los siguientes limites si existen	x		
10	Dada la siguiente función $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$. Evaluar lo siguiente $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}, h \neq 0$. (*marque la repuesta correcta*)	x		

11	Interprete la figura adjunta y compruebe $\lim_{x \to 5^-} g(x) = \lim_{x \to 5^+} g(x)$. Marque la respuesta correcta.	x		
12	Hallar $f^n(x)$ si $f(x) = \ln{(x + a)}$	x		
13	Realice la traza y demuestre que la ecuación de la recta tangente y normal a la curva $y = x^3 - 3x$ en el punto $(2{,}2)$ son respectivamente.	x		
14	Trazar la gráfica de la siguiente ecuación paramétrica pasando a coordenadas cartesianas,	x		
15	Hallar $\frac{dy}{dx}$ y $\frac{d^2y}{dx^2}$ si $x = cos^3t$, $y = asen^3t.$	x		
16	Determine una ecuación de cada una de las rectas normales a la curva $y = x^3 - 4x$ y paralela a las rectas que pasan por el punto $(4{,}13)$ y que son tangentes a: $y = 2x^2 - 1$.	x		
17	Demuestre que $\lim_{x \to 0} \frac{\lvert x \rvert}{x}$ no existe y señale los valores que tienen los límites laterales	x		
18	Analice si la función definida por partes es continua en 2 y marque la respuesta.	x		
19	Analizar el comportamiento de la curva $y = \frac{3}{x}$ y hallar la ecuación de la recta tangente en el punto $(3; 1)$.	x		
20	Haciendo uso de la definición de la derivada, encuentre $f'(a)$, si $f(x) = \sqrt{x}$.	x		
21	Haciendo uso de la regla de la cadena diferencie $y = \tan{(6x^2 + 1)}$.	x		
22	Grafique la función $g(x) = 2cosx$ en el intervalo $\left[\frac{-2\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]$, determine los extremos absolutos de la función en dicho intervalo, si existe alguno.	x		
23	Graficar la función $f(x) = \begin{cases} 3x - 4 & , -3 \leq x < 1 \\ x^2 - 2 & , 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$ en el intervalo $[-3\ ,3]$ determine los extremos absolutos de la función en dicho intervalo.	x		
24	Un terreno rectangular se encuentra en la orilla de un río y se desea delimitar de modo que no se utilice cerca a lo largo de la orilla. Si el material para la cerca de los lados cuesta \$ 12 por metro colocado y \$18 por metro colocado para el lado paralelo al río. Determine las	x		

	dimensiones del terreno de mayor área posible que pueda limitarse con $ 5400 de cerca.				
25	En la siguiente función $f(x) = x^2 - 4x + 3$ verifique las tres condiciones del teorema de Rolle son satisfechas por la función en el intervalo [1 ,3]. Determine el valor de c que satisfaga la conclusión del teorema de Rolle.	x			
26	Si $f(x) = ax^3 + bx^2$, determine a y b de modo que la gráfica de f tenga un punto de inflexión en $(1,2)$.	x			
27	Hallar los puntos de la hipérbola $x^2 - y^2 = 1$ más próximo al punto $(0,1)$.	x			
28	Determine los coeficientes a, b, c, d de tal forma que la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tenga un máximo en $(-1,10)$ y un punto de inflexión en $(1, -6)$.	x			
29	En la siguiente función $f(x) = \begin{cases} x^3 & si\ \ x < 0 \\ x^4 & si\ \ 0 \leq x \end{cases}$ encuentre el punto de inflexión y determine donde la gráfica es cóncava hacia arriba y donde hacia abajo	x			
30	Si un cuerpo se deja caer desde una altura de 3000 m, su distancia sobre el suelo (en metros) después de t segundos está dada por $h(t) = 3000 - 16t^2$. Encuentre la velocidad instantánea después de 4 segundos.	x			
31	Un ingeniero tiene 140 m de malla para instalar una cerca en un jardín rectangular de hortalizas. **(a)** Encuentre una función que modele el área del jardín que ella pueda cercar. **(b)** Encuentre las dimensiones del área más grande que ella pueda cercar.	x			
32	Determine la concavidad y los puntos de inflexión de la siguiente función $f(x) = (2x + 1)^2 - \frac{3x+1}{2x-1}$	x			

Sugerencias:
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………

Dr. Alex Miguel Pereda Medina
COESPE N° 270

ANEXO 04 (e):

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTOBAL DE HUAMANGA
Unidad de Posgrado de la Facultad de Ciencias de la Educación
Doctorado en Educación

TABLA DE EVALUACIÓN DE EXPERTOS

Apellidos y nombres del experto: Gladys Marcionila Cruz Yupanqui
Grado académico: Dr. En Ciencias de la Educación
Título profesional: Licenciado en Matemáticas
Institución en el que labora: Universidad Nacional Tecnológica de Lima Sur - UNTELS
Fecha: 14-01-21
Instrumento de evaluación: Prueba escrita

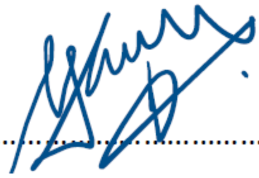
En la presente tabla de evaluación de expertos, usted tiene la facultad de evaluar cada uno de los ítems marcando con una equis (X) en las columnas de SÏ o NO. Asimismo, se le exhorta registrar las observaciones en el casillero correspondiente con la finalidad de mejorar la pertinencia del instrumento en evaluación.

Items	Pregunta	Aprecia		Observación
		Sí	No	
1	Determine el dominio y el rango de $f(x) = \frac{4+\sqrt{x^2-3x-4}}{x+2}$	x		
2	Verifique numérica y gráficamente el límite de: $\lim_{t\to 3} \frac{t^2-9}{t-3}$ y el resultado es: (*marque la repuesta correcta*)	x		
3	Represente gráficamente la pendiente de una recta y dicho concepto es: (*marque la repuesta correcta*)	x		
4	La derivada es el resultado de: (*marque la repuesta correcta*)	x		
5	La definición más aproximada al concepto de derivada es: (*marque la repuesta correcta*)	X		
6	Marque la que represente la función Derivada de f.	x		
7	Hallar la derivada de $f'(x)$ si la función es $f(x) = x^4 - 3x^2 + 7x - 25$.	x		
8	La pendiente de la recta secante que se muestra en la figura es:	x		
9	Use las propiedades de límites y las gráficas de f y g en la figura y demuestre los siguientes limites si existen	x		
10	Dada la siguiente función $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$. Evaluar lo siguiente $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}, h \neq 0$. (*marque la repuesta correcta*)		x	

11	Interprete la figura adjunta y compruebe $\lim_{x \to 5^-} g(x) = \lim_{x \to 5^+} g(x)$. Marque la respuesta correcta.	x		
12	Hallar $f^n(x)$ si $f(x) = \ln{(x+a)}$	x		
13	Realice la traza y demuestre que la ecuación de la recta tangente y normal a la curva $y = x^3 - 3x$ en el punto $(2{,}2)$ son respectivamente.	x		
14	Trazar la gráfica de la siguiente ecuación paramétrica pasando a coordenadas cartesianas,	x		
15	Hallar $\frac{dy}{dx}$ y $\frac{d^2y}{dx^2}$ si $x = cos^3 t$, $y = asen^3 t.$		x	
16	Determine una ecuación de cada una de las rectas normales a la curva $y = x^3 - 4x$ y paralela a las rectas que pasan por el punto $(4{,}13)$ y que son tangentes a: $y = 2x^2 - 1$.	x		
17	Demuestre que $\lim_{x \to 0} \frac{\lvert x \rvert}{x}$ no existe y señale los valores que tienen los límites laterales	x		
18	Analice si la función definida por partes es continua en 2 y marque la respuesta.	x		
19	Analizar el comportamiento de la curva $y = \frac{3}{x}$ y hallar la ecuación de la recta tangente en el punto $(3; 1)$.	x		
20	Haciendo uso de la definición de la derivada, encuentre $f'(a)$, si $f(x) = \sqrt{x}$.		x	
21	Haciendo uso de la regla de la cadena diferencie $y = \tan{(6x^2 + 1)}$.	x		
22	Grafique la función $g(x) = 2cosx$ en el intervalo $\left[\frac{-2\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]$, determine los extremos absolutos de la función en dicho intervalo, si existe alguno.	x		
23	Graficar la función $f(x) = \begin{cases} 3x - 4 & , -3 \leq x < 1 \\ x^2 - 2 & , 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$ en el intervalo $[-3{,}3]$ determine los extremos absolutos de la función en dicho intervalo.	x		
24	Un terreno rectangular se encuentra en la orilla de un río y se desea delimitar de modo que no se utilice cerca a lo largo de la orilla. Si el material para la cerca de los lados cuesta \$ 12 por metro colocado y \$18 por metro colocado para el lado paralelo al río. Determine las	x		

	dimensiones del terreno de mayor área posible que pueda limitarse con \$ 5400 de cerca.			
25	En la siguiente función $f(x) = x^2 - 4x + 3$ verifique las tres condiciones del teorema de Rolle son satisfechas por la función en el intervalo [1 ,3]. Determine el valor de c que satisfaga la conclusión del teorema de Rolle.		x	
26	Si $f(x) = ax^3 + bx^2$, determine a y b de modo que la gráfica de f tenga un punto de inflexión en $(1,2)$.	x		
27	Hallar los puntos de la hipérbola $x^2 - y^2 = 1$ más próximo al punto $(0,1)$.	x		
28	Determine los coeficientes a, b, c, d de tal forma que la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tenga un máximo en $(-1,10)$ y un punto de inflexión en $(1,-6)$.	x		
29	En la siguiente función $f(x) = \begin{cases} x^3 & si\ \ x < 0 \\ x^4 & si\ \ 0 \leq x \end{cases}$ encuentre el punto de inflexión y determine donde la gráfica es cóncava hacia arriba y donde hacia abajo	x		
30	Si un cuerpo se deja caer desde una altura de 3000 m, su distancia sobre el suelo (en metros) después de t segundos está dada por $h(t) = 3000 - 16t^2$. Encuentre la velocidad instantánea después de 4 segundos.	x		
31	Un ingeniero tiene 140 m de malla para instalar una cerca en un jardín rectangular de hortalizas. **(a)** Encuentre una función que modele el área del jardín que ella pueda cercar. **(b)** Encuentre las dimensiones del área más grande que ella pueda cercar.	x		
32	Determine la concavidad y los puntos de inflexión de la siguiente función $f(x) = (2x+1)^2 - \frac{3x+1}{2x-1}$	x		

Sugerencias:
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………



……………………………………………

Dra. Gladys Marcionila Cruz Yupanqui

ANEXO 05: VALIDEZ DE CONSTRUCTO DEL INSTRUMENTO PRUEBA ESCRITA

Matriz de componente rotado[a]				
	Componente			
	1	2	3	4
1.Determine el dominio y el rango de $f(x)=\frac{4+\sqrt{x^2-3x-4}}{x+2}$	,479	-,442	,603	-,248
2.Verifique numérica y gráficamente el límite de: $\lim_{t\to 3}\frac{t^2-9}{t-3}$ y el resultado es: (*marque la repuesta correcta*)	,129	,613	-,142	,026
3.Represente gráficamente la pendiente de una recta y dicho concepto es: (*marque la repuesta correcta*)	-,265	-,134	-,458	-,007
4.La derivada es el resultado de: (*marque la repuesta correcta*)	,120	-,295	,219	,443
5.La definición más aproximada al concepto de derivada es: (*marque la repuesta correcta*)	,113	-,124	,553	,094
6.Marque la que represente la función Derivada de f.	,052	,720	,013	,019
7.Hallar la derivada de $f'(x)$ si la función es $f(x)=x^4-3x^2+7x-25$.	-,153	,107	,887	-,028
8.La pendiente de la recta secante que se muestra en la figura es:	,041	-,049	,736	-,222
9.Use las propiedades de límites y las gráficas de f y g en la figura y demuestre los siguientes limites si existen	,732	-,091	,415	,207
10.Dada la siguiente función $f(x)=3x^2-2x+5$. Evaluar lo siguiente $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}, h\neq 0$. (*marque la repuesta correcta*)	,664	-,083	,301	,004
11.Interprete la figura adjunta y compruebe $\lim_{x\to 5^-} g(x)=\lim_{x\to 5^+} g(x)$. Marque la respuesta correcta.	,859	,256	-,035	-,049
12.Hallar $f^n(x)$ si $f(x)=\ln(x+a)$	,853	,149	-,267	-,310
13.Realice la traza y demuestre que la ecuación de la recta tangente y normal a la curva $y=x^3-3x$ en el punto $(2,2)$ son respectivamente.	,691	-,135	-,299	-,142
14.Trazar la gráfica de la siguiente ecuación paramétrica pasando a coordenadas cartesianas,	,325	-,250	-,069	-,483
15.Hallar $\frac{dy}{dx}$ y $\frac{d^2y}{dx^2}$ si $x=cos^3t$, $y=asen^3t$.	-,012	-,044	-,376	-,777
16.Determine una ecuación de cada una de las rectas normales a la curva $y=x^3-4x$ y paralela a las rectas que pasan por el punto $(4,13)$ y que son tangentes a: $y=2x^2-1$.	-,117	,117	-,150	,696
17.Demuestre que $\lim_{x\to 0}\frac{\|x\|}{x}$ no existe y señale los valores que tienen los límites laterales	-,138	,626	-,361	-,415

18.Analice si la función definida por partes es continua en 2 y marque la respuesta.	-,237	-,115	,687	,407
19.Analizar el comportamiento de la curva $y = \frac{3}{x}$ y hallar la ecuación de la recta tangente en el punto $(3; 1)$.	,302	,199	-,210	,399
20.Haciendo uso de la definición de la derivada, encuentre $f'(a)$, si $f(x) = \sqrt{x}$.	-,418	-,023	,676	,045
21.Haciendo uso de la regla de la cadena diferencie $y = \tan(6x^2 + 1)$.	,034	,433	-,256	,428
22.Grafique la función $g(x) = 2cosx$ en el intervalo $\left[\frac{-2\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]$, determine los extremos absolutos de la función en dicho intervalo, si existe alguno.	,673	,183	-,014	-,045
23.Graficar la función $f(x) = \begin{cases} 3x - 4 & , -3 \leq x < 1 \\ x^2 - 2 & , 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$ en el intervalo $[-3, 3]$ determine los extremos absolutos de la función en dicho intervalo.	,405	-,284	,407	-,455
24.Un terreno rectangular se encuentra en la orilla de un río y se desea delimitar de modo que no se utilice cerca a lo largo de la orilla. Si el material para la cerca de los lados cuesta \$ 12 por metro colocado y \$18 por metro colocado para el lado paralelo al río. Determine las dimensiones del terreno de mayor área posible que pueda limitarse con \$ 5400 de cerca.	,617	-,454	-,014	,168
25.En la siguiente función $f(x) = x^2 - 4x + 3$ verifique las tres condiciones del teorema de Rolle son satisfechas por la función en el intervalo $[1, 3]$. Determine el valor de c que satisfaga la conclusión del teorema de Rolle.	,607	,436	,169	-,352
26.Si $f(x) = ax^3 + bx^2$, determine a y b de modo que la gráfica de f tenga un punto de inflexión en $(1,2)$.	,734	,201	-,382	,208
27.Hallar los puntos de la hipérbola $x^2 - y^2 = 1$ más próximo al punto $(0,1)$.	-,164	,024	,716	,301
28.Determine los coeficientes a, b, c, d de tal forma que la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tenga un máximo en $(-1,10)$ y un punto de inflexión en $(1, -6)$.	,132	,835	,282	,102
29.En la siguiente función $f(x) = \begin{cases} x^3 & si\ x < 0 \\ x^4 & si\ 0 \leq x \end{cases}$ encuentre el punto de inflexión y determine donde la gráfica es cóncava hacia arriba y donde hacia abajo	-,005	,821	,251	-,153

30.Si un cuerpo se deja caer desde una altura de 3000 m, su distancia sobre el suelo (en metros) después de t segundos está dada por $h(t) = 3000 - 16t^2$. Encuentre la velocidad instantánea después de 4 segundos.	,029	,893	-,091	,092
31.Un ingeniero tiene 140 m de malla para instalar una cerca en un jardín rectangular de hortalizas. **(a)** Encuentre una función que modele el área del jardín que ella pueda cercar. **(b)** Encuentre las dimensiones del área más grande que ella pueda cercar.	,105	,660	-,442	,240
32.Determine la concavidad y los puntos de inflexión de la siguiente función $f(x) = (2x+1)^2 - \frac{3x+1}{2x-1}$	-,033	-,295	,144	,635

Método de extracción: análisis de componentes principales.
Método de rotación: Varimax con normalización Kaiser.
a. La rotación ha convergido en 7 iteraciones.

ANEXO 06: MATRIZ DE ROTACIÓN CONVERGIDA EN CUATRO ITERACIONES DE CONFIABILIDAD DEL INSTRUMENTO

Ordenando los valores del más alto al más bajo

Matriz de componente rotado[a]				
	Componente			
	1	2	3	4
11. Interprete la figura adjunta y compruebe $\lim_{x \to 5^-} g(x) = \lim_{x \to 5^+} g(x)$. Marque la respuesta correcta.	,859			
12. Hallar $f^n(x)$ si $f(x) = \ln(x+a)$	,853			
26. Si $f(x) = ax^3 + bx^2$, determine a y b de modo que la gráfica de f tenga un punto de inflexión en $(1,2)$.	,734			
9. Use las propiedades de límites y las gráficas de f y g en la figura y demuestre los siguientes limites si existen	,732			
13. Realice la traza y demuestre que la ecuación de la recta tangente y normal a la curva $y = x^3 - 3x$ en el punto $(2,2)$ son respectivamente.	,691			
22. Grafique la función $g(x) = 2cosx$ en el intervalo $\left[\frac{-2\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]$, determine los extremos absolutos de la función en dicho intervalo, si existe alguno.	,673			
10. Dada la siguiente función $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$. Evaluar lo siguiente $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}, h \neq 0$. *(marque la repuesta correcta)*	,664			
24. Un terreno rectangular se encuentra en la orilla de un río y se desea delimitar de modo que no se utilice cerca a lo largo de la orilla. Si el material para la cerca de los lados cuesta $ 12 por metro colocado y $18 por metro colocado para el lado paralelo al río. Determine las dimensiones del terreno de mayor área posible que pueda limitarse con $ 5400 de cerca.	,617			
25. En la siguiente función $f(x) = x^2 - 4x + 3$ verifique las tres condiciones del teorema de Rolle son satisfechas por la función en el intervalo $[1,3]$. Determine el valor de c que satisfaga la conclusión del teorema de Rolle.	,607			
30. Si un cuerpo se deja caer desde una altura de 3000 m, su distancia sobre el suelo (en metros) después de t segundos está dada por $h(t) = 3000 - 16t^2$. Encuentre la velocidad instantánea después de 4 segundos.		,893		

28. Determine los coeficientes a, b, c, d de tal forma que la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tenga un máximo en $(-1,10)$ y un punto de inflexión en $(1, -6)$.		,835		
29. En la siguiente función $f(x) = \begin{cases} x^3 & si \;\; x < 0 \\ x^4 & si \;\; 0 \leq x \end{cases}$ encuentre el punto de inflexión y determine donde la gráfica es cóncava hacia arriba y donde hacia abajo		,821		
6. Marque la que represente la función Derivada de f.		,720		
31. Un ingeniero tiene 140 m de malla para instalar una cerca en un jardín rectangular de hortalizas. **(a)** Encuentre una función que modele el área del jardín que ella pueda cercar. **(b)** Encuentre las dimensiones del área más grande que ella pueda cercar.		,660		
17. Demuestre que $\lim_{x \to 0} \frac{\|x\|}{x}$ no existe y señale los valores que tienen los límites laterales.		,626		
2.Verifique numérica y gráficamente el límite de: $\lim_{t \to 3} \frac{t^2-9}{t-3}$ y el resultado es: (*marque la repuesta correcta*)		,613		
21.Haciendo uso de la regla de la cadena diferencie $y = \tan(6x^2 + 1)$.		,433		
7. Hallar la derivada de $f'(x)$ si la función es $f(x) = x^4 - 3x^2 + 7x - 25$			,887	
8. La pendiente de la recta secante que se muestra en la figura es:			,736	
27.Hallar los puntos de la hipérbola $x^2 - y^2 = 1$ más próximo al punto (0,1).			,716	
18. Analice si la función definida por partes es continua en 2 y marque la respuesta			,687	
20. Haciendo uso de la definición de la derivada, encuentre $f'(a)$, si $f(x) = \sqrt{x}$.			,676	
1. Determine el dominio y el rango de $f(x) = \frac{4+\sqrt{x^2-3x-4}}{x+2}$			,603	
5.La definición más aproximada al concepto de derivada es: (*marque la repuesta correcta*)			,553	
3. Represente gráficamente la pendiente de una recta y dicho concepto es: (*marque la repuesta correcta*)			-,458	
15. Hallar $\frac{dy}{dx}$ y $\frac{d^2y}{dx^2}$ si $x = cos^3t$, $y = asen^3t$.				-,777

16. Determine una ecuación de cada una de las rectas normales a la curva $y = x^3 - 4x$ y paralela a las rectas que pasan por el punto $(4{,}13)$ y que son tangentes a: $y = 2x^2 - 1$.				,696
32. Determine la concavidad y los puntos de inflexión de la siguiente función $f(x) = (2x+1)^2 - \frac{3x+1}{2x-1}$				,635
14. Trazar la gráfica de la siguiente ecuación paramétrica pasando a coordenadas cartesianas				-,483
23. Graficar la función $f(x) = \begin{cases} 3x - 4 & , -3 \leq x < 1 \\ x^2 - 2 & , 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$ en el intervalo $[-3\ ,3]$ determine los extremos absolutos de la función en dicho intervalo.				-,455
4. La derivada es el resultado de: (*marque la repuesta correcta*)				,443
19. Analizar el comportamiento de la curva $y = \frac{3}{x}$ y hallar la ecuación de la recta tangente en el punto $(3; 1)$.				,399

A partir del cuadro obtenido se puede apreciar que el instrumento ha sufrido una variación en cuanto al número y orden de los ítems, es así que la primera dimensión de la variable dependiente tiene 09 ítems (11, 12, 26, 9, 13, 22, 10, 24 y 25), la segunda dimensión tiene 08 ítems (30, 28, 29, 6, 31, 13, 2 y 21), la tercera dimensión tiene 08 ítems (7, 8, 27, 18, 20, 1, 5 y 3) y finalmente la cuarta dimensión tiene 07 ítems (15, 16, 32, 14, 23, 4 y 19)

ANEXO 07: TABLA DE ESTADISTICAS DEL TOTAL DE ELEMNETOS DE CONFIABILIDAD

Estadísticas de total de elemento				
	Media de escala si el elemento se ha suprimido	Varianza de escala si el elemento se ha suprimido	Correlación total de elementos corregida	Alfa de Cronbach si el elemento se ha suprimido
1.Determine el dominio y el rango de $f(x) = \frac{4+\sqrt{x^2-3x-4}}{x+2}$	84,86	44,695	398	,691
2.Verifique numérica y gráficamente el límite de: $\lim_{t\to 3} \frac{t^2-9}{t-3}$ y el resultado es: (*marque la repuesta correcta*)	84,68	49,180	093	,713
3.Represente gráficamente la pendiente de una recta y dicho concepto es: (*marque la repuesta correcta*)	84,95	48,045	132	,714
4.La derivada es el resultado de: (*marque la repuesta correcta*)	84,45	48,165	257	,705
5.La definición más aproximada al concepto de derivada es: (*marque la repuesta correcta*)	84,45	48,355	298	,704
6.Marque la que represente la función Derivada de f.	84,45	48,260	200	,707
7.Hallar la derivada de $f'(x)$ si la función es $f(x) = x^4 - 3x^2 + 7x - 25$.	84,82	47,775	236	,705
8.La pendiente de la recta secante que se muestra en la figura es:	84,82	40,632	775	,657
9.Use las propiedades de límites y las gráficas de f y g en la figura y demuestre los siguientes limites si existen	84,64	44,242	518	,683
10.Dada la siguiente función $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$. Evaluar lo siguiente $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}, h \neq 0$. (*marque la repuesta correcta*)	84,73	43,065	665	,673
11.Interprete la figura adjunta y compruebe $\lim_{x\to 5^-} g(x) = \lim_{x\to 5^+} g(x)$. Marque la respuesta correcta.	84,68	43,942	491	,684
12.Hallar $f^n(x)$ si $f(x) = \ln(x+a)$	84,64	45,290	459	,689
13.Realice la traza y demuestre que la ecuación de la recta tangente y normal a la curva $y = x^3 - 3x$ en el punto $(2,2)$ son respectivamente.	84,64	47,671	166	,711
14.Trazar la gráfica de la siguiente ecuación paramétrica pasando a coordenadas cartesianas,	84,45	52,641	,298	,735
15.Hallar $\frac{dy}{dx}$ y $\frac{d^2y}{dx^2}$ si $x = cos^3 t$, $y = asen^3 t$.	84,91	51,039	,116	,730
16.Determine una ecuación de cada una de las rectas normales a la curva $y = x^3 - 4x$ y paralela a las rectas que pasan por el punto $(4,13)$ y que son tangentes a: $y = 2x^2 - 1$.	84,73	51,351	,184	,723

17.Demuestre que $\lim_{x\to 0}\frac{\lvert x\rvert}{x}$ no existe y señale los valores que tienen los límites laterales	84,73	49,160	044	,720
18.Analice si la función definida por partes es continua en 2 y marque la respuesta.	84,73	48,113	254	,705
19.Analizar el comportamiento de la curva $y = \frac{3}{x}$ y hallar la ecuación de la recta tangente en el punto $(3; 1)$.	84,68	50,037	,023	,723
20.Haciendo uso de la definición de la derivada, encuentre $f'(a)$, si $f(x) = \sqrt{x}$.	84,77	51,041	,124	,724
21.Haciendo uso de la regla de la cadena diferencie $y = \tan(6x^2 + 1)$.	84,59	45,396	380	,694
22.Grafique la función $g(x) = 2cosx$ en el intervalo $\left[\frac{-2\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]$, determine los extremos absolutos de la función en dicho intervalo, si existe alguno.	84,45	45,403	304	,700
23.Graficar la función $f(x) = \begin{cases} 3x - 4 & , -3 \le x < 1 \\ x^2 - 2 & , 1 \le x \le 3 \end{cases}$ en el intervalo $[-3, 3]$ determine los extremos absolutos de la función en dicho intervalo.	84,82	45,108	366	,694
24.Un terreno rectangular se encuentra en la orilla de un río y se desea delimitar de modo que no se utilice cerca a lo largo de la orilla. Si el material para la cerca de los lados cuesta $ 12 por metro colocado y $18 por metro colocado para el lado paralelo al río. Determine las dimensiones del terreno de mayor área posible que pueda limitarse con $ 5400 de cerca.	84,64	45,195	608	,684
25.En la siguiente función $f(x) = x^2 - 4x + 3$ verifique las tres condiciones del teorema de Rolle son satisfechas por la función en el intervalo $[1, 3]$. Determine el valor de c que satisfaga la conclusión del teorema de Rolle.	84,09	47,420	397	,698
26.Si $f(x) = ax^3 + bx^2$, determine a y b de modo que la gráfica de f tenga un punto de inflexión en $(1,2)$.	84,55	48,545	209	,707
27.Hallar los puntos de la hipérbola $x^2 - y^2 = 1$ más próximo al punto $(0,1)$.	84,36	47,766	318	,702
28.Determine los coeficientes a, b, c, d de tal forma que la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tenga un máximo en $(-1,10)$ y un punto de inflexión en $(1, -6)$.	84,36	48,147	264	,704
29.En la siguiente función $f(x) = \begin{cases} x^3 & si \ x < 0 \\ x^4 & si \ 0 \le x \end{cases}$ encuentre el punto de inflexión y determine donde la gráfica es cóncava hacia arriba y donde hacia abajo	84,55	49,593	163	,710
30.Si un cuerpo se deja caer desde una altura de 3000 m, su distancia sobre el suelo (en metros) después de t segundos está dada por $h(t) = 3000 - 16t^2$. Encuentre la velocidad instantánea después de 4 segundos.	84,55	50,736	,088	,721

31.Un ingeniero tiene 140 m de malla para instalar una cerca en un jardín rectangular de hortalizas. **(a)** Encuentre una función que modele el área del jardín que ella pueda cercar. **(b)** Encuentre las dimensiones del área más grande que ella pueda cercar.	84,86	49,933	,042	,731

ANEXO 08: RESOLUCIÓN DIRECTORAL DE APROBACIÓN DEL PROYECTO DE TESIS

Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga
ESCUELA DE POSGRADO

RESOLUCIÓN DIRECTORAL N° 143-2021-UNSCH-EPG-D

Ayacucho, mayo 07 de 2021

Visto, el dictamen presentado por el Director de la Unidad de Posgrado de la Facultad de Ciencias de la Educación sobre Aprobación del Plan de Tesis; y,

CONSIDERANDO:

Que, mediante solicitud N° 624 con fecha de recepción 12 de octubre de 2021 el Mg. **Luis VILLA PÉREZ** estudiante del Doctorado en Educación, solicita revisión, aprobación e inscripción del Plan de Tesis titulado "Modelo cognitivo APOE y aprendizaje de concepciones del análisis matemático en estudiantes de ingeniería civil, UNSCH, 2021";

Que, con Memorando N° 283-2020-EPG-UNSCH/D de fecha 12 de octubre de 2021 el Director de la Escuela de Posgrado deriva la solicitud a la Unidad de Posgrado de la Facultad de Ciencias de la Educación, para su revisión y aprobación correspondiente;

Que, con dictamen S/N. de fecha 28 de febrero de 2021 el asesor de la tesis emite el dictamen favorable de aprobación del plan de tesis en mención presentado por el recurrente;

De conformidad con lo dispuesto por el artículo 128° literal m) del Reglamento de la Escuela de Posgrado;

El Director, en uso de las atribuciones que le confiere la ley;

RESUELVE:

Artículo 1°.- APROBAR el Plan de Tesis Titulado: **"MODELO COGNITIVO APOE Y APRENDIZAJE DE CONCEPCIONES DEL ANÁLISIS MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES DE INGENIERÍA CIVIL, UNSCH, 2021"** del Mg. **Luis VILLA PÉREZ** estudiante del Doctorado en Educación.

Artículo 2°.- TOMAR conocimiento de la designación del Dr. Pedro Huauya Quispe como asesor del Plan de Tesis en mención.

Artículo 3°.- DISPONER el registro del Plan de Tesis en el libro de la Unidad de Posgrado de la Facultad de Ciencias de la Educación.

REGÍSTRESE, COMUNÍQUESE Y ARCHÍVESE.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTÓBAL DE HUAMANGA
Escuela de Post-Grado

Dr. Jaime A. Huamán Montes
DIRECTOR (e)

DISTRIBUCIÓN:
UPG FCE
Asesor
Interesado
Archivo
JAHM/msv.

ANEXO 09: CONSENTIMIENTO INFORMADO DEL ESTUDIANTE

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTOBAL DE HUAMANGA

Unidad de Posgrado de la Facultad de Ciencias de la Educación

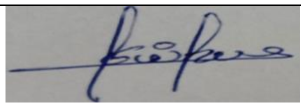
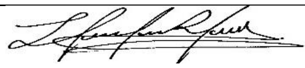
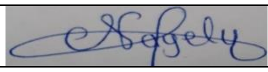
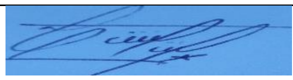
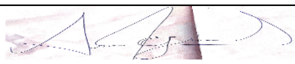
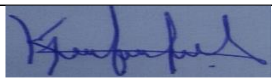
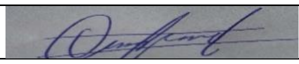
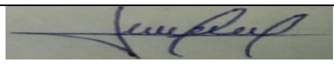
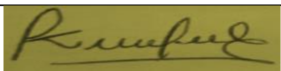
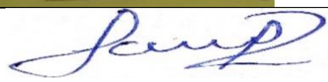
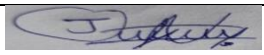
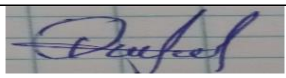
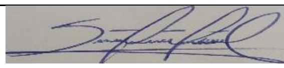
Doctorado en Educación

CONSENTIMIENTO INFORMADO

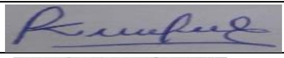
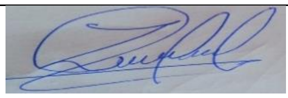
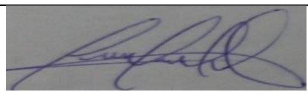
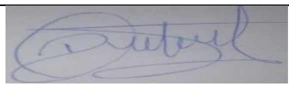
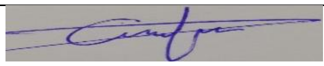
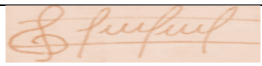
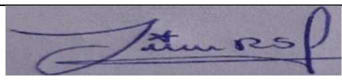
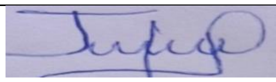
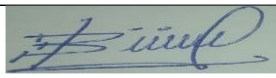
El presente documento de consentimiento informado es dirigido a los estudiantes de ingeniería Civil de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga a quienes se les hizo la invitación para que puedan ser participar del trabajo de investigación titulado **"Modelo Cognitivo APOE y el aprendizaje de las concepciones del análisis matemático en estudiantes de ingeniería, UNSCH-2021"** cuyo responsable de la investigación es el doctorando Luis Villa Pérez.

Al finalizar la investigación el estudiante podrá solicitar sus resultados, guardando plenamente la confidencialidad de sus notas académicas. Los estudiantes de ingeniería civil que llevan la asignatura de Análisis Matemático (MA-141) aceptan participar voluntariamente en la investigación y en señal de ello estampan su firma:

N°	CÓDIGO	APELLIDOS Y NOMBRES	FIRMA
1	16200101	ALLCCARIMA CARDENAS, AMADOR	
2	16190125	ANCHAYHUA HUAMAN, ROYER JHUNIOR	
3	16144914	AQUINO ATAUCUSI, JHON ROGEL	
4	16200512	AQUINO SULCA, FRANK JORDAN	
5	16200105	ARANGO BAUTISTA, WILLIAM IVAN	
6	16200502	ARANGO QUISPE, RODRIGO YONATAN	
7	16190508	ARAUJO RAMIREZ, MADELINE MERIDITH	
8	16200119	AROTINCO FLORES, RICHARD	
9	16200123	AYALA MENDEZ, LUIS FERNANDO	
10	16191500	BAEZ QUISPE, ROCÍO	
11	16182107	BARRIENTOS JULIAN, GROVER	
12	16192509	BAUTISTA CCAHUANA, JORDY KENNETH	
13	16181201	BAUTISTA PRADO, FRANK REYPER	
14	16200103	BENDEZU MUCHA, YANETH	

15	**16182305**	**BILBAO GOMEZ, NAY THAYZON**	
16	**16192120**	**CACÑAHUARAY ANAYA, WILBERT JHAMIL**	
17	**16160105**	**CANCHARI CCAHUIN, ARDEKS ORLANI**	
18	**16201303**	**CANCHO PAQUIYAURI, LUIS EMERSON**	
19	**16193201**	**CANCHO PARIONA, FERREY URIEL**	
20	**16150283**	**CANDIA RAMIREZ, FRANK**	
21	**16200504**	**CARBAJAL LAPA, KENNY SAUL**	
22	**16061107**	**CARBAJAL QUISPE, ELISEO**	
23	**16180125**	**CARDENAS CANCHARI, JEAN CARLOS**	
24	**16191118**	**CARDENAS HUAMAN, ANDY BRAYAN**	
25	**16200107**	**CARRASCO CORDOVA, ERIK ANTONY**	
26	**16180116**	**CASAVERDE SOSA, JIMMY JHÓNATHAN**	
27	**16115900**	**CCORAHUA CUADROS, Romel Edwin**	
28	**16110999**	**CHAUPIN HUAMANI, Luis**	
29	**16191113**	**CHAVEZ HUAMAN, JESUS DAVID**	
30	**16190110**	**CHAVEZ MENDEZ, KLEISON PAUL**	
31	**16192121**	**CHEQUILLAN ACASIO, MARWIN CARLOS**	
32	**16192512**	**CHIMAICO CENTE, MOISES FERIOL**	
33	**16192111**	**CHUCHON LIZANA, SAMUEL**	
34	**16172105**	**COCHACHI ALLCCA, EDWIN GUSTAVO**	
35	**16201301**	**COLOS ROCA, ALDAHIR**	
36	**16200125**	**COLOS TENORIO, FRANK EBER**	
37	**16193303**	**CONDORI CAMPOS, EDDY NEIL**	
38	**16110540**	**CRESPO GUTIERREZ, Jhoel**	
39	**16200508**	**CUCICHE DIAZ, NOE**	
40	**16190108**	**CUTTI IRCAÑAUPA, JIAM CARLOS**	
41	**16125741**	**DE LA CRUZ PEÑA, Klinsmann Vicent**	
42	**16200701**	**DELGADILLO TORRES, JAMIL ANGEL**	
43	**16190105**	**DIAZ AYALA, GEDEON**	
44	**16192505**	**DURAND YARANGA, SARA ZENAIDA EMILIA**	
45	**16190116**	**ESCALANTE GAMBOA, BRANDOL TAKESHI**	

46	16200120	ESCALANTE HUAMANI, GUIDO JUNIOR	
47	16192127	ESPINOZA VILCA, JHON NELSON	
48	16200302	FLORES TELLO, MELVIN JERSON	
49	16162126	GALINDO GALINDO, JHONATAN	
50	16200106	GARAY LUYA, ROMER KINDER	
51	16200117	GARCIA CURO, RICKY RONALD	
52	16200501	GAVILAN BELTRAN, GARY CARLOS	
53	16182120	GODOY GALINDO, DAVID RUTHER	
54	16172102	GOMEZ AYALA, YHAN RONALD	
58	16191103	GOMEZ QUICAÑO, KEVIN RAUL	
59	16192124	GOMEZ SULCARAY, ELBER	
60	16190112	GONZALES QUISPE, GUZMAN CESAREO	
61	16192103	GONZALES SULLCARAY, ISAI	
62	16190501	GUERRA TANTA, HERME ANGEL	
63	16192125	GUILLEN HINOSTROZA, MIGUEL JHEISSON	
64	16190107	GUTIERREZ CONTRERAS, ROMARIO	
65	16190503	GUTIERREZ QUISPE, FRANKLIN EDGAR	
66	16170119	HUALLANCA VEGA, CLINDER SAUL	
67	16192511	HUAMAN AQUINO, YOGI	
68	16201701	HUAMAN BORDA, AMERICO	
69	16200116	HUAMAN TOMAYLLA, SANTIAGO	
70	16191108	HUAMANRIMACHI HUAMAN, WILFREDO	
71	16182514	HUAYTA RETAMOZO, FRAULIZAR JUANDERMAN	
72	16190111	JANAMPA VELASQUEZ, JHON NILTON	
73	16192503	JONISLLA TACO, NAHUN	
74	16191107	LOPE BARRANTES, BONIFACIO	
75	16192502	MARQUEZ CLETONA, RUBI JOHANA	
76	16183201	MENDOZA CAYHUALLA, ADELY	
77	16162147	MUNAYA SALAS, BRAYAN ALEXIS	
78	16126167	MURGA CORDOVA, MARCO ANTONIO	

79	16200505	ÑAHUI JANAMPA, ITAMAR	
80	16182129	ÑAÑEZ GUTIERREZ, OTTO ARNOLD	
81	16200114	ÑAUPARI MOLINA, JUAN CARLOS	
82	16200510	OCHOA FERNANDEZ, YOLVER ISAAC	
83	16200301	PALOMINO MOORE, ANEL OLINDA	
84	16190114	PALOMINO RODRIGUEZ, DARWIN ANSHELMO	
85	16200104	PEREZ ESPINO, YAMILA MARIFE	
86	16180127	SEDANO QUISPE, ROEL ANGEL	
87	16190509	SIERRA CORDOVA, FRANZ IRWIN	
88	16190102	SOTO PINO, PERCY	
89	16180117	SOTO VICAÑA, EFRAIN	
90	16192101	TACO LOAYZA, JOA ERIK	
91	16192119	TINCO VALDIVIA, WILBER ANTHONY	
92	16192123	TORO ESLAVA, YONI WILSON	
93	16200304	TORRES HUAMAN, JUAN GONZALO	
94	16200118	URBANO VARGAS, JULIO BRYAN	
95	16191301	VALDIVIEZO RUPIRE, ANIBAL ALONSO	
96	16192113	YUCRA SOLORZANO, BRANDOLEE ESTEBAN	

ANEXO 10: SESIONES DE APRENDIZAJE

SESIÓN 01

I. FATOS GENERALES

DOCENTE	Villa Pérez, Luis	**ASIGNATURA:**	Análisis Matemático I	**SEMESTRE:**	2021-I
PERIODO ACADÉMICO	05 de abril al 24 julio	**DURACIÓN**	2 h	**FECHA**	05-04-21

II. CAPACIDADES E INDICADORES

CONTENIDOS	CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO
ACTIVIDAD 01 Identificación de conocimientos previos.	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	Expresa, con dibujos, construcciones con material concreto su comprensión sobre los conceptos preliminares.

III. DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA.

ACTIVIDAD	ESTRATEGIAS Y ACTIVIDADES	RECURSOS DIDÁCTICOS	TIEMPO
	Se da la bienvenida a los estudiantes y se les entregará una copia con 32 preguntas con opciones múltiples y respuestas breves.	**Del profesor:**	

INICIO	luego se realiza algunas preguntas ¿Qué hemos utilizado? ¿Para qué es importante el curso? ¿De qué manera podemos calcular la derivada de una función? ¿Cómo calculamos la derivada de una función? y el docente comunica el propósito de la sesión: • Identificar los conocimientos previos que poseen los estudiantes de Ingeniería sobre el concepto de Derivada. • Crear una reflexión Holística en el docente con el fin de diseñar la estrategia para la enseñanza – aprendizaje de la Derivada.	Pizarra, marcadores de colores, laptop, hoja con banco de preguntas. **De los estudiantes:** Cuaderno y lapiceros.	**05 minutos**
DESARROLLO	El docente monitorea y pone atención en las respuestas de los estudiantes. Los estudiantes responden de manera individual las preguntas de la actividad. El docente en esta sesión se abstiene a responder las preguntas de los estudiantes.	**Del profesor:** Pizarra, marcadores de colores, laptop, Video Beam, video que responda a las preguntas. **De los estudiantes:** Cuaderno, marcadores de colores, aplicaciones para graficar en el teléfono celular.	**110 minutos**
CIERRE	El docente consolida las respuestas realizas por parte de las estudiantes validando las soluciones de los estudiantes y finalmente el docente saca una conclusión sobre los conocimientos previos de los estudiantes y a través de videos responde las preguntas planteadas a los estudiantes. Finalmente, el docente promueve **la reflexión en los estudiantes** a través de las siguientes preguntas: 1. ¿Qué dificultades tuviste al realizar las actividades?	**Del profesor:** Pizarra, marcadores de colores. **De los estudiantes:** Cuaderno, marcadores de colores, regla.	**05 minutos**

	2. ¿Cómo podrías calcular el límite de una función? 3. ¿En que aplicaría estos nuevos conocimientos en la vida diaria?		

SESIÓN 02

I. FATOS GENERALES

DOCENTE	Villa Pérez, Luis	**ASIGNATURA:**	Análisis Matemático I	**SEMESTRE:**	2021-I
PERIODO ACADÉMICO	05 de abril al 24 julio	**DURACIÓN**	2 h	**FECHA**	09-04-21

II. CAPACIDADES E INDICADORES

CONTENIDOS	CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO
ACTIVIDAD 02 Exploratoria: Breve reseña histórica del Cálculo.	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Describe la ubicación o los movimientos de un objeto real o imaginario y lo representa en el plano cartesiano.

III. DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA.

ACTIVIDAD	ESTRATEGIAS Y ACTIVIDADES	RECURSOS DIDÁCTICOS	TIEMPO

INICIO	Se da la bienvenida a los estudiantes y se les presenta un video: *la historia del cálculo*, luego se realiza algunas preguntas ¿Qué hemos utilizado? ¿Para qué es importante el cálculo? ¿De qué manera se habrá construido las funciones? ¿Para qué sirven las funciones? y el docente comunica el propósito de la sesión: • Ubicar históricamente el concepto de derivada. • Comprender el problema de la recta tangente en un punto cualquiera de una curva.	**Del profesor:** Pizarra, marcadores de colores, laptop, Video Beam, video sobre la historia del cálculo. **De los estudiantes:** Cuaderno y lapiceros.	**15 minutos**
DESARROLLO	Presentación de un video de la historia del cálculo y se realiza una lectura en grupos. Se plantearán cinco preguntas para resolver en grupo de cinco estudiantes y hacer una reflexión sobre el video y la lectura para comprender las tensiones que se generaron alrededor del surgimiento del cálculo diferencial. Cada grupo responderá las cuatro preguntas.	**Del profesor:** Pizarra, marcadores de colores, laptop con software para graficar, Video Beam, video. **De los estudiantes:** Cuaderno, marcadores de colores, regla, compas, transportador, calculadora, aplicaciones para graficar en el teléfono celular.	**90 minutos**
CIERRE	El docente consolida las respuestas realizas por parte de las estudiantes validando las soluciones de los estudiantes y finalmente el docente promueve la **reflexión en los estudiantes** a través de las siguientes preguntas: 1. ¿Qué preguntas o problemas trataron de resolver Newton y Leibniz? 2. ¿Cómo cree que se construyó el concepto de la Derivada? 3. ¿Cuáles fueron los enfoques para lograr el concepto de la derivada en el siglo XVI?	**Del profesor:** Pizarra, marcadores de colores. **De los estudiantes:** Cuaderno, marcadores de colores, regla.	**15 minutos**

IV. TAREA PARA LA CASA

Desarrollar la ficha de aprendizaje

SESIÓN 03

I. DATOS GENERALES

DOCENTE	Villa Pérez, Luis	**ASIGNATURA:**	Análisis Matemático I	**SEMESTRE:**	2021-I
PERIODO ACADÉMICO	05 de abril al 24 julio	**DURACIÓN**	2 h	**FECHA**	12-04-21

II. CAPACIDADES E INDICADORES

CONTENIDOS	CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO
ACTIVIDAD 03 Reforzamiento y activación de conocimientos previos.	- Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones. -Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	-Describe la ubicación de un punto de una función y los representa gráficamente en el plano cartesiano. - Expresa gráficamente las construcciones y con material concreto y con lenguaje matemático, su comprensión sobre las funciones y sus propiedades.

III. DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA.

ACTIVIDAD	ESTRATEGIAS Y ACTIVIDADES	RECURSOS DIDÁCTICOS	TIEMPO

INICIO	Se da la bienvenida a los estudiantes y se les proyectará un video que evidencie situaciones de la vida cotidiana en donde se usan funciones lineales, durante la presentación el docente realizará espacios cortos para identificar y diferencias las variables independientes y dependientes de la función y explicar la relación entre las variables. Luego se realiza algunas preguntas ¿Qué hemos utilizado? ¿Qué representa la variable Independiente? ¿Qué representa la variable dependiente? ¿Cómo podemos graficar una función? y el docente comunica el propósito de la sesión: • Conocer el concepto y su representación gráfica de la función. • Crear una reflexión Holística en el docente con el fin de diseñar la estrategia para la enseñanza – aprendizaje de la Función real de variable real.	**Del profesor:** Video Beam, video sobre la aplicación en la vida cotidiana de la función, pizarra, marcadores de colores, laptop, hoja con banco de preguntas. **De los estudiantes:** Cuaderno y lapiceros.	**15 minutos**
DESARROLLO	El docente monitorea y pone atención en las respuestas de los estudiantes. Los estudiantes responden de manera individual las preguntas de la actividad. El docente realiza una breve introducción y los estudiantes observan en forma espontánea y dirigida el desarrollo de la sesión: Se realiza la representación gráfica de un punto, de una recta, representación gráfica de (x, y) cuando y es dado por la ecuación y la gráfica de $f(x)$, hablaremos sobre la continuidad	**Del profesor:** Pizarra, marcadores de colores, Video Beam y software para las representaciones gráficas. **De los estudiantes:** Cuaderno, marcadores de colores, aplicaciones para graficar en el teléfono celular.	**90 minutos**

	y discontinuidad en un punto, continuidad en un intervalo. Traza de funciones especiales.		
CIERRE	El docente consolida las respuestas realizas por parte de las estudiantes validando las soluciones de los estudiantes y finalmente el docente saca una conclusión sobre lo aprendido por los estudiantes. Finalmente, el docente promueve la **reflexión en los estudiantes** a través de las siguientes preguntas: 1. ¿Cuáles son los elementos de una función? 2. ¿Cómo podrías calcular el dominio y rango de la función? 3. ¿En que aplicaría estos nuevos conocimientos en mi vida diaria? 4. ¿Cómo podrías hallar la continuidad de una función?	**Del profesor:** Pizarra, marcadores de colores. **De los estudiantes:** Cuaderno, marcadores de colores, regla.	**15 minutos**

IV. MISCELANIA DE EJERCICIOS Y PROBLEMAS PARA LA CASA

Desarrollar la ficha de aprendizaje

SESIÓN 04

I. DATOS GENERALES

DOCENTE	Villa Pérez, Luis	**ASIGNATURA:**	Análisis Matemático I	**SEMESTRE:**	2021-I
PERIODO ACADÉMICO	05 de abril al 24 julio	**DURACIÓN**	2 h	**FECHA**	15-04-21

II. CAPACIDADES E INDICADORES

CONTENIDOS	CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO
ACTIVIDAD 03 Reforzamiento y activación de conocimientos previos.	- Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones. -Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	-Describe y representa geométricamente el proceso del límite. - Expresa gráficamente las construcciones y con material concreto y con lenguaje matemático, su comprensión sobre la unicidad de límite.

III. DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA.

ACTIVIDAD	ESTRATEGIAS Y ACTIVIDADES	RECURSOS DIDÁCTICOS	TIEMPO

INICIO	Se da la bienvenida a los estudiantes y se les proyectará un video que evidencie la descripción y representación geométricamente el proceso del límite, durante la presentación el docente realizará espacios cortos para identificar y diferenciar los limites cuando se aproxima por la izquierda y por la derecha y su relación entre ellas. Luego se realiza algunas preguntas ¿Qué hemos utilizado? ¿Qué representa la aproximación por la izquierda y por la derecha? ¿Qué significa la igualdad de estas aproximaciones? ¿Cómo podemos representar gráficamente el límite? y el docente comunica el propósito de la sesión: • Conocer el concepto y su representación gráfica del límite. • Crear una reflexión Holística en el docente con el fin de diseñar la estrategia para la enseñanza – aprendizaje del límite de una función.	**Del profesor:** Video Beam, video sobre la aplicación de límite a la vida cotidiana, pizarra, marcadores de colores, laptop, hoja con banco de preguntas. **De los estudiantes:** Cuaderno y lapiceros.	**15 minutos**
DESARROLLO	El docente monitorea y pone atención en las respuestas de los estudiantes. Los estudiantes responden de manera individual las preguntas de la actividad. El docente realiza una breve introducción y los estudiantes observan en forma espontánea y dirigida la presentación geométrica del límite y las propiedades de límites. Realizan cálculos directos de los limites laterales y comprueba la unicidad del límite de una función.	**Del profesor:** Pizarra, marcadores de colores, Video Beam y GeoGebra. **De los estudiantes:** Cuaderno, marcadores de colores, aplicaciones para graficar en el teléfono celular.	**90 minutos**

CIERRE	Finalmente, el docente promueve la **reflexión en los estudiantes** a través de las siguientes preguntas y para ello realiza el monitoreo atendiendo las dudas de los estudiantes: 1. ¿Qué significa y represente gráficamente la igualdad de los limites laterales? 2. ¿Demuestre que? 3. ¿Calcule los limites laterales? 4. ¿Demuestre por definición qué?	**Del profesor:** Pizarra, marcadores de colores. **De los estudiantes:** Cuaderno, marcadores de colores, regla.	**15 minutos**

IV. MISCELANIA DE EJERCICIOS Y PROBLEMAS PARA LA CASA

Desarrollar la ficha de aprendizaje

SESIÓN 05

I. DATOS GENERALES

DOCENTE	Villa Pérez, Luis	**ASIGNATURA:**	Análisis Matemático I	**SEMESTRE:**	2021-I
PERIODO ACADÉMICO	05 de abril al 24 julio	**DURACIÓN**	2 h	**FECHA**	19-04-21

II. CAPACIDADES E INDICADORES

CONTENIDOS	CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO
ACTIVIDAD 03 Reforzamiento y activación de conocimientos previos.	- Usa estrategias y procedimientos para calcular límites. -Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	- Establece relaciones entre las características y propiedades de los límites especiales. - Expresa gráficamente las construcciones y con material concreto y con lenguaje matemático su comprensión sobre las asíntotas verticales, horizontales y oblicuas.

III. DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA.

ACTIVIDAD	ESTRATEGIAS Y ACTIVIDADES	RECURSOS DIDÁCTICOS	TIEMPO
INICIO	Se da la bienvenida a los estudiantes y se les proyectará un video que evidencie la descripción y representación geométricamente de las asíntotas verticales, horizontales y oblicuas por otro lado el docente realizará espacios cortos para identificar describir el significado de las asíntotas. Luego realizará algunas preguntas ¿Qué hemos utilizado? ¿Qué representa la asíntota de una función? ¿Qué significa una asíntota? ¿Cómo podemos representar una asíntota? y el docente comunica el propósito de la sesión: • Conocer el concepto y su representación de la asíntota de una función. • Crear una reflexión Holística en el docente con el fin de diseñar la estrategia para la enseñanza – aprendizaje de los límites especiales y la asíntota de una función.	**Del profesor:** Video Beam, video sobre las asíntotas de una función, pizarra, marcadores de colores, laptop, hoja con banco de preguntas. **De los estudiantes:** Cuaderno y lapiceros.	**15 minutos**
DESARROLLO	El docente monitorea y pone atención en las respuestas de los estudiantes. Los estudiantes responden de manera individual las preguntas de la actividad. El docente realiza una breve introducción y los estudiantes observan en forma espontánea y dirigida la presentación geométrica de la asíntota de una función y los límites especiales. Realizan cálculos directos de los limites especiales.	**Del profesor:** Pizarra, marcadores de colores, Video Beam y GeoGebra. **De los estudiantes:** Cuaderno, marcadores de colores, aplicaciones para graficar en el teléfono celular.	**85 minutos**

CIERRE	Finalmente, el docente promueve la **reflexión en los estudiantes** a través de las siguientes preguntas. 1. ¿Qué significa y represente gráficamente la asíntota de una función? 2. ¿Demuestre que? 3. ¿Calcule los limites laterales? 4. ¿Demuestre por definición qué? • ***Preguntas de retroalimentación:*** Luis es un vendedor de pinturas para fachadas de casa. La empresa para la que trabaja le paga S/. 40.0 diarios, más S/. 10.0 de comisión por cada valde de pintura que venda. a) Establecer una función que represente el salario de un día cualquiera de Luis. b) Tabula y grafica la función. c) ¿Cuál es el dominio y rango de la función? d) Si sus gastos por día son de S/. 65.0, entonces ¿Cuántos valdes de pintura debe vender Luis? e) ¿Cuánto ganará al vender 30 valdes de pintura?	**Del profesor:** Pizarra, marcadores de colores. **De los estudiantes:** Cuaderno, marcadores de colores, regla.	**20 minutos**

IV. MISCELANIA DE EJERCICIOS Y PROBLEMAS PARA LA CASA

Desarrollar la ficha de aprendizaje

SESIÓN 06

I. DATOS GENERALES

DOCENTE	Villa Pérez, Luis	**ASIGNATURA:**	Análisis Matemático I	**SEMESTRE:**	2021-I
PERIODO ACADÉMICO	05 de abril al 24 julio	**DURACIÓN**	2 h	**FECHA**	23-04-21

II. CAPACIDADES E INDICADORES

CONTENIDOS	CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO
ACTIVIDAD 04 *Nivel de Acción*. busca que los estudiantes comprendan, interpreten los conceptos de derivada y que los utilicen para articularlos con los nuevos conocimientos	-Matematiza situaciones de la derivada -Comunica su comprensión sobre la pendiente de la recta y su interpretación de la derivada.	- Relaciona las propiedades generales. - Describe la relación entre la definición y la gráfica de la derivada. -Representa gráficamente la pendiente de la recta. - Selecciona la estrategia más conveniente para resolver ejercicios que involucren propiedades.

	-Elabora y usa estrategias y procedimientos para calcular la derivada en un punto.	

III. DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA.

ACTIVIDAD	ESTRATEGIAS Y ACTIVIDADES	RECURSOS DIDÁCTICOS	TIEMPO
INICIO	Se da la bienvenida a los estudiantes y se les proyectará un video sobre la aplicación de la derivada en la ingeniería, y por otro lado el docente realizará espacios cortos para identificar describir la importancia de la derivada en la vida cotidiana. Luego realizará algunas preguntas ¿Qué hemos utilizado? ¿En qué se utiliza la derivada en tu vida diaria? ¿Cómo podrías definir la derivada? ¿Qué entiendes por aproximación? y el docente comunica el propósito de la sesión: • Interpretar la derivada en un punto. • Obtener el valor de la velocidad en un instante dado. • Interpretar la diferencia entre derivada en un punto y la derivada de una función.	**Del profesor:** Video Beam, video sobre la aplicación de la derivada en la ingeniería, pizarra, marcadores de colores, laptop, hoja con banco de preguntas. **De los estudiantes:** Cuaderno y lapiceros.	**15 minutos**
DESARROLLO	El docente monitorea y pone atención en las respuestas de los estudiantes, los estudiantes responden de manera individual las preguntas de la actividad.	**Del profesor:** Pizarra, marcadores de colores, Video Beam y GeoGebra. **De los estudiantes:**	**90 minutos**

	El docente grafica la curva de una función y toma dos puntos de la curva $(x_0, f(x_0))$ y $(x, f(x)$ y forma una cuerda que es una porción de la secante y calcula la pendiente de la recta secante a través de dichos puntos y a medida que uno de los puntos se aproxima cada vez más al otro punto se obtiene la recta tangente a la curva como la posición límite de las secantes. Cuando x→ x_0 para producir la taza de variación instantánea $\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ se obtiene la definición de la derivada, siempre que exista el límite.	Cuaderno, marcadores de colores, aplicaciones para graficar en el teléfono celular.	
CIERRE	Finalmente, el docente promueve la **reflexión en los estudiantes** a través de las siguientes preguntas. 1. ¿Qué significa y represente gráficamente la pendiente? 2. ¿$f'(x)$ representa el valor de la pendiente de la recta tangente? 3. ¿Calcule por definición la derivada de $f(x) = x^3$? 4. ¿La función $f(x) = x^{3/4}$, x∈ R, es o no diferenciable en $x = 0$?	**Del profesor:** Pizarra, marcadores de colores. **De los estudiantes:** Cuaderno, marcadores de colores, regla.	**15 minutos**

IV. MISCELANIA DE EJERCICIOS Y PROBLEMAS PARA LA CASA

Desarrollar la ficha de aprendizaje

SESIÓN 07

I. DATOS GENERALES

DOCENTE	Villa Pérez, Luis	**ASIGNATURA:**	Análisis Matemático I	**SEMESTRE:**	2021-I
PERIODO ACADÉMICO	05 de abril al 24 julio	**DURACIÓN**	2 h	**FECHA**	28-04-21

II. CAPACIDADES E INDICADORES

CONTENIDOS	CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO
ACTIVIDAD 04 *Nivel de Acción*. busca que los estudiantes comprendan, interpreten los conceptos de derivada y que los utilicen para articularlos con los nuevos conocimientos	- matematiza situaciones de la derivada. -Comunica su comprensión sobre la pendiente de la recta y su interpretación de la derivada. -Elabora y usa estrategias y procedimientos para calcular la derivada en un punto.	- Relaciona las derivadas laterales y la derivabilidad y continuidad de una curva. -Representa gráficamente la continuidad y discontinuidad. - Selecciona la estrategia más conveniente para resolver ejercicios que involucren las reglas de derivación.

III. DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA.

ACTIVIDAD	ESTRATEGIAS Y ACTIVIDADES	RECURSOS DIDÁCTICOS	TIEMPO
INICIO	Se da la bienvenida a los estudiantes y se les proyectará un video sobre la biografía y aportes del filósofo, matemático Gottfried Wilhelm Leibniz, y por otro lado el docente realizará espacios cortos para identificar describir la importancia de la derivada en la vida cotidiana. Luego realizará algunas preguntas ¿Qué hemos visto? ¿Quién fue Leibniz? ¿Qué trabajos realizó Leibniz? ¿la regla de Leibniz y se llama? y el docente comunica el propósito de la sesión: • Relacionar las derivadas laterales. • Interpretar la continuidad y discontinuidad de una curca. • Resolver ejercicios haciendo uso de las reglas de derivación.	**Del profesor:** Video Beam, video sobre la biografía y aportes de Leibniz, pizarra, marcadores de colores, laptop, hoja con banco de preguntas. **De los estudiantes:** Cuaderno y lapiceros.	**15 minutos**
DESARROLLO	El docente monitorea y pone atención en las respuestas de los estudiantes, los estudiantes responden de manera individual las preguntas de la actividad. El docente grafica la curva de una función y toma un punto x_0 del dominio de la función y muestra a los estudiantes que podemos aproximarnos a dicho punto tanto por la izquierda y por la derecha, es decir, $x \to x_0^-$ y $x \to x_0^+$ y obtendremos las	**Del profesor:** Pizarra, marcadores de colores, Video Beam y software. **De los estudiantes:** Cuaderno, marcadores de colores, aplicaciones para graficar en el teléfono celular.	**90 minutos**

	funciones $f'(x_0^-)$ y $f'(x_0^+)$ que representan el valor límite que toma la pendiente de la curva $f(x)$ cuando por la izquierda y por la derecha respectivamente a las cuales se les llamadas derivadas laterales y si son iguales entonces diremos que la función es derivable en $x = x_0 \in D_f$.		
CIERRE	Finalmente, el docente promueve la **reflexión en los estudiantes** a través de las siguientes preguntas. 1. ¿Qué significan las derivadas laterales? 2. Para que la derivada de la función exista ¿qué relación debe existir entre las derivadas laterales? 3. ¿Si una función es continua en un punto, es derivable en ese punto? 4. ¿Si una función es derivable en un punto, es continua en ese punto?	**Del profesor:** Pizarra, marcadores de colores. **De los estudiantes:** Cuaderno, marcadores de colores, regla.	**15 minutos**

IV. MISCELANIA DE EJERCICIOS Y PROBLEMAS PARA LA CASA

Desarrollar la ficha de aprendizaje

SESIÓN 08

I. DATOS GENERALES

DOCENTE	Villa Pérez, Luis	**ASIGNATURA:**	Análisis Matemático I	**SEMESTRE:**	2021-I
PERIODO ACADÉMICO	05 de abril al 24 julio	**DURACIÓN**	2 h	**FECHA**	03-05-21

II. CAPACIDADES E INDICADORES

CONTENIDOS	CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO
ACTIVIDAD 04 *Nivel de Acción*. busca que los estudiantes comprendan, interpreten los conceptos de derivada y que los utilicen para articularlos con los nuevos conocimientos	-Matematiza situaciones de la derivada. -Comunica su comprensión sobre las derivadas de funciones inversas y su interpretación gráfica. - Elabora y usa estrategias y procedimientos para calcular	- Expresa la relación entre las derivadas de funciones algebraicas. -Representa gráficamente las derivadas de funciones trigonométricas y de funciones inversas. - Selecciona la estrategia más conveniente para resolver ejercicios

	las derivadas de funciones trigonométricas.	de Derivada que involucren funciones trigonométricas e inversas.

III. DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA.

ACTIVIDAD	ESTRATEGIAS Y ACTIVIDADES	RECURSOS DIDÁCTICOS	TIEMPO
INICIO	Se da la bienvenida a los estudiantes y se les proyectará un video sobre la biografía y aportes del astrónomo, físico matemático Isaac Newton, y por otro lado el docente realizará espacios cortos para identificar describir la importancia de la derivada en la vida cotidiana. Luego realizará algunas preguntas ¿Qué hemos visto? ¿Quién fue Newton? ¿Qué trabajos realizó Newton? ¿Quién descubrió la ley de gravitación universal? y el docente comunica el propósito de la sesión: • Definir las funciones trigonométricas, hallar sus dominios y rangos. • Continuidad de las funciones trigonométricas. • Uso de la regla de la cadena en derivadas de funciones trigonométricas. • Resolver ejercicios haciendo uso de las reglas de derivación de funciones inversas.	**Del profesor:** Video Beam, video sobre la biografía y aportes de Isaac Newton, pizarra, marcadores de colores, laptop, hoja con banco de preguntas. **De los estudiantes:** Cuaderno y lapiceros.	**15 minutos**
DESARROLLO	El docente monitorea y pone atención en las respuestas de los estudiantes, los estudiantes responden de manera individual las preguntas de la actividad.	**Del profesor:** Pizarra, marcadores de colores, Video Beam y software.	**85 minutos**

	El docente define las funciones trigonométricas, demostrará la continuidad en sus dominios, antes de demostrar si la función trigonométrica es diferenciable, el docente representa gráficamente en un rectángulo llamada de inspección $[-2\pi, 2\pi]$ por $[-4,4]$ la función $f(x) = senx$ y la gráfica parece a la gráfica de la función $f(x) = cosx$ lo que podríamos intuir que la derivada de la función Seno es las función Coseno, hecho que demostraremos analíticamente, haciendo uso de la definición de la Derivada, se $f(x) = senx,$ de la definición de la derivada se tiene $f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ y al reemplazar por la función Seno se tiene $f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{sen(x+h)-sen(x)}{h}$ y haciendo uso de la trigonometría elemental y propiedad de limites se tiene $$f'(x) = -\lim_{h \to 0} \frac{1-\cos(h)}{h} (\lim_{h \to 0} senx) + (\lim_{h \to 0} cosx) \lim_{h \to 0} \frac{\operatorname{sen}(h)}{h}$$ $f'(x) = -0.senx + cosx.1 = cosx.$ Se pasará a demostrar de manera análoga las demás funciones trigonométricas.	**De los estudiantes:** Cuaderno, marcadores de colores, aplicaciones para graficar en el teléfono celular.	

CIERRE	Finalmente, el docente promueve la **reflexión en los estudiantes** a través de las siguientes preguntas. 1. ¿La derivada de la función seno, será una nueva función? 2. El dominio de una función trigonométrica seno coincide con el dominio de su derivada? 3. y como será en las otras funciones trigonométricas? 4. ¿Qué relación existe entre la derivada de una función trigonométrica y la derivada de su función inversa? • ***Preguntas de retroalimentación:*** Dada la función $f(x) = \begin{cases} x^2+1 & si \quad x \leq 2 \\ 7+x-x^2 & si \ x > 2 \end{cases}$ responda las siguientes preguntas: a) Traza la función b) Halle la derivada por la izquierda en $x = 2$. c) Halle la derivada por la derecha en $x = 2$. d) Existe la derivada en $x = 2$. **e)** ¿La función es continua?	**Del profesor:** Pizarra, marcadores de colores. **De los estudiantes:** Cuaderno, marcadores de colores, regla.	**20 minutos**

IV. MISCELANIA DE EJERCICIOS Y PROBLEMAS PARA LA CASA

Desarrollar la ficha de aprendizaje

SESIÓN 09

I. DATOS GENERALES

DOCENTE	Villa Pérez, Luis	**ASIGNATURA:**	Análisis Matemático I	**SEMESTRE:**	2021-I
PERIODO ACADÉMICO	05 de abril al 24 julio	**DURACIÓN**	2 h	**FECHA**	07-05-21

II. CAPACIDADES E INDICADORES

CONTENIDOS	CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO
ACTIVIDAD 05 *Nivel de Proceso*. se pretende que el estudiante repita la acción reflexionando sobre ella e interiorizar tal acción, es decir, el estudiante maneja las operaciones algebraicas de la derivada y realiza demostraciones simples de las propiedades.	-Matematiza situaciones de funciones trascendentes. -Comunica su comprensión sobre las derivadas de funciones compuestas. -Elabora y usa estrategias y procedimientos para calcular las derivadas de funciones trascendentes y logarítmicas.	- Examina la relación entre la derivada de una función compuesta y la regla de la cadena. -Representa gráficamente la derivada de la función compuesta. - Emplea expresiones simbólicas para realizar demostraciones simples de las propiedades.

		-Diseña propuestas de solución para resolver ejercicios.

III. DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA.

ACTIVIDAD	ESTRATEGIAS Y ACTIVIDADES	RECURSOS DIDÁCTICOS	TIEMPO
INICIO	Se da la bienvenida a los estudiantes y se les proyectará un video sobre la biografía y aportes del matemático y político Frances Louis François Antoine Arbogast, y por otro lado el docente realizará espacios cortos para dialogar sobre la derivada de la función compuesta. Luego realizará algunas preguntas ¿Qué hemos visto? ¿Quién fue Louis François Antoine Arbogast? ¿Qué trabajos realizó Louis François Antoine Arbogast? ¿Quién descubrió la deriva de la función compuesta? y el docente comunica el propósito de la sesión: • Manejar las operaciones de las propiedades de funciones trascendentes y logarítmicas.	**Del profesor:** Video Beam, video sobre la biografía y aportes de Louis François Antoine Arbogast, pizarra, marcadores de colores, laptop, hoja con banco de preguntas. **De los estudiantes:** Cuaderno y lapiceros.	**15 minutos**

	• Realizar demostraciones simples de la derivada de funciones trascendentes y de la función compuesta.		
DESARROLLO	El docente monitorea y pone atención en las respuestas de los estudiantes, los estudiantes responden de manera individual las preguntas de la actividad. La exposición del docente parte de la retroalimentación de una función, para la composición de funciones muestra un ejemplo: sea $f(x) = 2x^2 - 7x + 2$ y se calcula $f(4) = 2(4)^2 - 7(4) + 2 = 6$ luego $f(z) = 2(z)^2 - 7z + 2$, luego podemos concluir que si $z = 5x - 3 = g(x)$, entonces $f(z) = f\big(g(x)\big) = 2[g(x)]^2 - 7[g(x)] + 2 = 2[5x - 3]^2 - 7[5x - 3] + 2 = 50x^2 - 95x + 20$ y asi se obtiene la función compuesta y se denota por fog. Luego se presenta un ejemplo para determinar el dominio y rango y realiza la definición formal. Dados dos funciones de la forma $f: A \rightarrow B$ y $g: B \rightarrow A$ y que $R_f \cap R_g \neq \emptyset$ entonces la función compuesta fog es aquella que cumple: a) $D_{f0g} = \{x/x \in D_g \wedge g(x) \in D_f\}$	**Del profesor:** Pizarra, marcadores de colores, Video Beam y software. **De los estudiantes:** Cuaderno, marcadores de colores, aplicaciones para graficar en el teléfono celular.	**90 minutos**

	b) $(fog)(x) = f(g(x)$ es la regla de correspondencia. Antes de definir formalmente la regla de la cadena, veremos de una manera intuitiva.		
CIERRE	Finalmente, el docente promueve la **reflexión en los estudiantes** a través de las siguientes preguntas. 1. ¿La composición de dos funciones será una nueva función? 2. ¿Qué relación existe entre los rangos de una función compuesta? 3. ¿La regla de la cadena se puede usar en las funciones exponenciales y/o logarítmicas? 4. ¿En qué nos ayuda la regla de la cadena?	**Del profesor:** Pizarra, marcadores de colores. **De los estudiantes:** Cuaderno, marcadores de colores, regla.	**15 minutos**

IV. MISCELANIA DE EJERCICIOS Y PROBLEMAS PARA LA CASA

Desarrollar la ficha de aprendizaje

SESIÓN 10

I. DATOS GENERALES

DOCENTE	Villa Pérez, Luis	**ASIGNATURA:**	Análisis Matemático I	**SEMESTRE:**	2021-I
PERIODO ACADÉMICO	05 de abril al 24 julio	**DURACIÓN**	2 h	**FECHA**	10-05-21

II. CAPACIDADES E INDICADORES

CONTENIDOS	CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO
ACTIVIDAD 05 *Nivel de Proceso*. se pretende que el estudiante repita la acción reflexionando sobre ella e interiorizar tal acción, es decir, el estudiante maneja las operaciones algebraicas de la derivada y realiza demostraciones simples de las propiedades.	-Matematiza situaciones de funciones trascendentes. -Comunica su comprensión sobre las derivadas de funciones compuestas. -Elabora y usa estrategias y procedimientos para calcular las derivadas de funciones trascendentes y logarítmicas.	- Reconoce la aplicación del método de la regla de la cadena en Derivada de funciones implícitas. -Representa gráficamente la derivada de funciones representadas paramétricamente. - Emplea expresiones simbólicas para realizar demostraciones simples de las propiedades.

		-Diseña propuestas de solución para resolver ejercicios.

III. DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA.

ACTIVIDAD	ESTRATEGIAS Y ACTIVIDADES	RECURSOS DIDÁCTICOS	TIEMPO
INICIO	Se da la bienvenida a los estudiantes y se les presentará una lectura sobre la función explicita e implícita. Luego realizará algunas preguntas ¿Qué es una función explicita? ¿Qué es una función implícita? ¿cómo se derivan las funciones implícitas? y el docente comunica el propósito de la sesión: • Conocer una función implícita. • Derivar las funciones implícitas. • Calcular las derivadas de funciones implícitas con el método de la regla de la cadena.	**Del profesor:** Video Beam, lectura sobre la función explicita e implícita, pizarra, marcadores de colores, laptop, hoja con banco de preguntas. **De los estudiantes:** Cuaderno y lapiceros.	**15 minutos**

DESARROLLO	El docente monitorea y pone atención en las respuestas de los estudiantes, los estudiantes responden de manera individual las preguntas de la actividad. La exposición del docente parte de la retroalimentación de una función compuesta, explica el concepto de una función explicita $y = f(x)$, el concepto de una función implícita $f(x, y) = 0$, la relación entre ellas, para la derivada de una función implícita se realiza una retroalimentación sobre la regla de la cadena y luego se explica los pasos de la derivación implícita. PASO 1: se utiliza da derivación implícita, cuando no podemos despejar la variable y $(xy^2 - cosy + 2 = 0)$. PASO 2: se deriva ambos miembros con respecto a la variable x. $$\frac{d}{dx}(xy^2) - \frac{d}{dx}(cosy) + \frac{d}{dx}(2) = \frac{d}{dx}(0)$$ $$y^2 + 2xy\frac{dy}{dx} + seny\frac{dy}{dx} = 0$$ PASO 3: se despeja $\frac{dy}{dx}$ Finalmente, se le presenta la regla práctica	**Del profesor:** Pizarra, marcadores de colores, Video Beam y software. **De los estudiantes:** Cuaderno, marcadores de colores, aplicaciones para graficar en el teléfono celular.	**90 minutos**

	$\frac{dy}{dx} = \frac{-f_x(x,y)}{f_y(x,y)}$ donde $f_x(x,y)$ es la deriva de $f(x,y) = 0$ con respecto a x y la variable y se considera constante, así mismo, $f_y(x,y)$ es la deriva de $f(x,y) = 0$ con respecto a y y la variable x se considera constante.		
CIERRE	Finalmente, el docente promueve la **reflexión en los estudiantes** a través de las siguientes preguntas. 1. ¿Una función expresada en su forma implícita se puede expresar en su forma explícita? 2. ¿Una función expresada en su forma explícita se puede expresar en su forma implícita? 3. ¿La regla de la cadena se puede usar en las funciones implícitas? 4. ¿En qué nos ayuda la derivación implícita?	**Del profesor:** Pizarra, marcadores de colores. **De los estudiantes:** Cuaderno, marcadores de colores, regla.	**15 minutos**

IV. MISCELANIA DE EJERCICIOS Y PROBLEMAS PARA LA CASA

Desarrollar la ficha de aprendizaje

SESIÓN 11

I. DATOS GENERALES

DOCENTE	Villa Pérez, Luis	**ASIGNATURA:**	Análisis Matemático I	**SEMESTRE:**	2021-I
PERIODO ACADÉMICO	05 de abril al 24 julio	**DURACIÓN**	2 h	**FECHA**	14-05-21

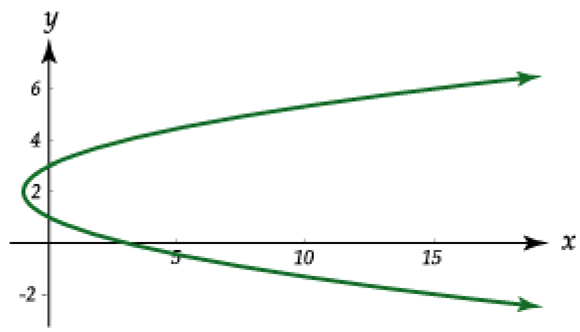
II. CAPACIDADES E INDICADORES

CONTENIDOS	CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO
ACTIVIDAD 05 *Nivel de Proceso*. se pretende que el estudiante repita la acción reflexionando sobre ella e interiorizar tal acción, es decir, el estudiante maneja las operaciones algebraicas de la derivada y realiza demostraciones simples de las propiedades.	-Matematiza situaciones de funciones paramétricas. -Comunica su comprensión sobre las derivadas de funciones compuestas. -Elabora y usa estrategias y procedimientos para calcular las derivadas de funciones trascendentes y logarítmicas.	- Reconoce una función paramétrica o parametrizada. -Representa gráficamente una función paramétrica. - Identifica las condiciones necesarias para obtener la derivada de una función paramétrica. -Diseña propuestas de solución para resolver ejercicios.

III. DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA.

ACTIVIDAD	ESTRATEGIAS Y ACTIVIDADES	RECURSOS DIDÁCTICOS	TIEMPO
INICIO	Se da la bienvenida a los estudiantes y se les presentará un video sobre las aplicaciones de la derivada paramétrica y lectura sobre ella. Luego realizará algunas preguntas ¿En qué casos de la vida real aplicamos la derivada paramétrica? ¿De una idea intuitiva de una función paramétrica? ¿cómo se derivan una función paramétrica? y el docente comunica el propósito de la sesión: • Conocer una función paramétrica. • Derivar las funciones paramétricas. • Calcular las derivadas de funciones paramétricas y de orden superior. • Resolver problemas de aplicación de la derivada paramétrica	**Del profesor:** Video Beam, video sobre las aplicaciones de la derivada paramétrica y lectura sobre ella, pizarra, marcadores de colores, laptop, hoja con banco de preguntas. **De los estudiantes:** Cuaderno y lapiceros.	**15 minutos**
DESARROLLO	El docente monitorea y pone atención en las respuestas de los estudiantes, los estudiantes responden de manera individual las preguntas de la actividad. La exposición del docente parte de la retroalimentación de la clase anterior, se presenta de manera intuitiva una función paramétrica $x = t^2 - 2t$, $y = t + 1$ con $t \in R$, se explica que para cada valor de t le corresponde un punto $(x, y) \in R^2$, cuya representación gráfica se realiza tabulando:	**Del profesor:** Pizarra, marcadores de colores, Video Beam y software. **De los estudiantes:** Cuaderno, marcadores de colores, aplicaciones para graficar en el teléfono celular.	**85 minutos**

t	-5	-3	-1	0	1	3	4	5	6
x	35	15	3	0	-1	3	8	15	24
y	-4	-2	0	1	2	4	5	6	7



En general, las ecuaciones $x = f(t)$ y $y = g(t)$ en un intervalo I y se llaman ecuaciones paramétricas t se llama parámetro. Tener claro que f y g pueden ser o no funciones. Se representa por

$$C: \begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases}$$

C: es la curva paramétrica de la ecuación paramétrica y para obtener la ecuación cartesiana se elimina el parámetro t. Finalmente se define la derivada paramétrica

<table>
<tr><td></td><td>Sean $f \ y \ g$ funciones derivables en el intervalo $[a,b]$ tal que
$$C:\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases}$$
es la curva paramétrica y por la regla de la cadena se tiene
$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{g'(t)}{f'(t)}$ con $f'(t) \neq 0$.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>CIERRE</td><td>Finalmente, el docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas.
1. ¿Una ecuación paramétrica es una función?
2. ¿Una curva paramétrica es una función?
3. ¿En la derivada de orden superior para una función paramétrica, se usa la regla de la cadena?
4. ¿En qué nos ayuda la derivación para funciones paramétricas?
• Preguntas de retroalimentación: Dada la función $f(x) = sen^3(sen^2(senx))$ responda las siguientes preguntas:
a) ¿Cómo podría calcular su derivada?
b) ¿Es una función compuesta?
c) ¿Cuál es el dominio de la función?
d) Calcule $f'(x)$ aplicando la regla de la cadena.</td><td>Del profesor:
Pizarra, marcadores de colores.

De los estudiantes:

Cuaderno, marcadores de colores, regla.</td><td>20 minutos</td></tr>
</table>

IV. MISCELANIA DE EJERCICIOS Y PROBLEMAS PARA LA CASA

Desarrollar la ficha de aprendizaje

SESIÓN 12

I. DATOS GENERALES

DOCENTE	Villa Pérez, Luis	**ASIGNATURA:**	Análisis Matemático I	**SEMESTRE:**	2021-I
PERIODO ACADÉMICO	05 de abril al 24 julio	**DURACIÓN**	2 h	**FECHA**	21-05-21

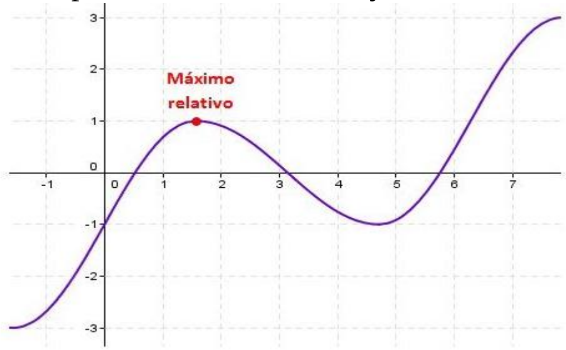
II. CAPACIDADES E INDICADORES

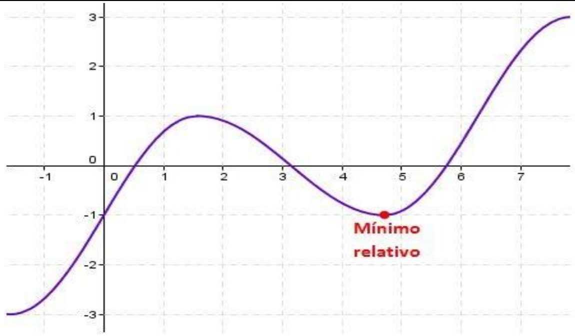
CONTENIDOS	**CAPACIDADES**	**INDICADORES DE LOGRO**
ACTIVIDAD 06 *Nivel de Objeto* en esta actividad se pretende que el estudiante reflexione de una manera más general sobre las transformaciones u operaciones que se aplica a un concepto, generalice un proceso como un todo, es decir, el estudiante debe demostrar teoremas con mayor nivel de abstracción, debe ser capaza de revertir el proceso, volver al proceso inicial.	-Comunica su comprensión sobre los puntos críticos y extremos. -Elabora y usa estrategias y procedimientos para calcular las Máximos y mínimos. -Razona y argumenta generando ideas para las demostraciones.	- Describe trayectorias de la recta tangente y normal de una curva. - Usa expresiones simbólicas para demostrar teoremas. -Representa gráficamente los valores y máximos de una función. - Selecciona la estrategia más conveniente para calcular los máximos absolutos i mínimos absolutos.

		-Justifica su solución al resolver ejercicios y desarrollar problemas.

III. DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA.

ACTIVIDAD	ESTRATEGIAS Y ACTIVIDADES	RECURSOS DIDÁCTICOS	TIEMPO
INICIO	Se da la bienvenida a los estudiantes y se les presentará un video sobre la biografía del jurista y matemático Pierre Fermat. Luego realizará algunas preguntas ¿Qué entendemos sobre máximos y mínimos? ¿En qué situaciones de la vida real podremos observar máximos y mínimos? ¿cómo cree que podríamos obtener máximos y mínimos de una curva? y el docente comunica el propósito de la sesión: • Describir los puntos críticos de una función. • Representar valores máximos y mínimos de una curva. • Diferenciar máximos relativos y máximos absolutos y de igual manera los mínimos. • Resolver problemas de aplicación de máximos y mínimos.	**Del profesor:** Video Beam, video sobre la biografía del jurista y matemático Pierre Fermat, pizarra, marcadores de colores, laptop, hoja con banco de preguntas. **De los estudiantes:** Cuaderno y lapiceros.	**15 minutos**
DESARROLLO	El docente monitorea y pone atención en las respuestas de los estudiantes, los estudiantes responden de manera individual las preguntas de la actividad.	**Del profesor:** Pizarra, marcadores de colores, Video Beam y software. **De los estudiantes:**	**90 minutos**

	La exposición del docente parte de mostrar intuitivamente los puntos máximos y mínimos en una gráfica, a partir de la definición explicar los máximos y mínimos relativos de  funciones	Cuaderno, marcadores de colores, aplicaciones para graficar en el teléfono celular.	

<table>
<tr><td></td><td>

Si una función tiene un valor máximo o mínimo relativo, se dice que tiene extremo relativo. Luego se menciona un teorema que permite determinar los números posibles en los que una función tiene extremos relativos y se refuerza con un ejemplo ilustrativo. En seguida se realiza la definición de punto crítico de igual manera se ilustra con un ejemplo ilustrativo, para después ejemplificar el valor más grande y el valor más pequeño de una función y luego definirlo formalmente.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>CIERRE</td><td>Finalmente, el docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas.
1. ¿Qué son los puntos críticos?
2. ¿Una curva cuantos valores mínimos puede tener?
2. ¿Una curva cuantos valores máximos puede tener?
3. ¿Habrá valores máximos y mínimos absolutos?</td><td>Del profesor:
Pizarra, marcadores de colores.

De los estudiantes:
Cuaderno, marcadores de colores, regla.</td><td>15 minutos</td></tr>
</table>

	4. ¿En qué nos ayuda los máximos y mínimos en la vida cotidiana?		

IV. MISCELANIA DE EJERCICIOS Y PROBLEMAS PARA LA CASA

Desarrollar la ficha de aprendizaje

SESIÓN 13

I. DATOS GENERALES

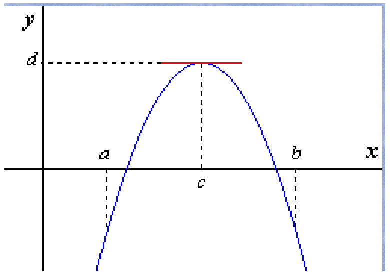
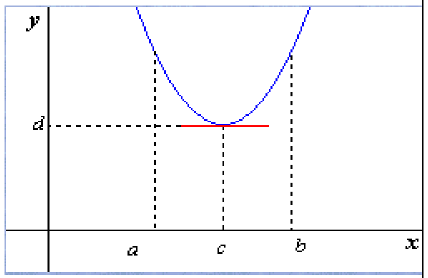
DOCENTE	Villa Pérez, Luis	**ASIGNATURA:**	Análisis Matemático I	**SEMESTRE:**	2021-I
PERIODO ACADÉMICO	05 de abril al 24 julio	**DURACIÓN**	2 h	**FECHA**	24-05-21

II. CAPACIDADES E INDICADORES

CONTENIDOS	CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO
ACTIVIDAD 06 *Nivel de Objeto* en esta actividad se pretende que el estudiante reflexione de una manera más general sobre las transformaciones u operaciones que se aplica a un concepto, generalice un proceso como un todo, es decir, el estudiante debe demostrar teoremas con mayor nivel de abstracción, debe ser capaza de revertir el proceso, volver al proceso inicial.	-Comunica su comprensión sobre los puntos críticos y extremos. -Elabora y usa estrategias y procedimientos para calcular las Máximos y mínimos. -Razona y argumenta generando ideas para resolver problemas que involucran un extremo absoluto en un intervalo cerrado.	- Describe formalmente los extremos de una función. - Usa expresiones simbólicas para demostrar el teorema del valor máximo. -Representa gráficamente los valores y máximos y mínimos absolutos de una función. -Justifica su solución al resolver problemas de aplicación.

III. DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA.

ACTIVIDAD	ESTRATEGIAS Y ACTIVIDADES	RECURSOS DIDÁCTICOS	TIEMPO
INICIO	se da la bienvenida a los estudiantes y se les presentará un video sobre cómo encontrar extremos absolutos en un intervalo cerrado. luego realizará algunas preguntas ¿qué entendemos sobre máximos y mínimos absolutos? ¿en qué situaciones de la vida real podremos observar máximos y mínimos absolutos? ¿habrá alguna aplicación del extremo absoluto en un intervalo cerrado? y el docente comunica el propósito de la sesión: • Describir los puntos críticos de una función. • Aplicar en la vida cotidiana un extremo absoluto en intervalo cerrado. • Resolver problemas de aplicación de máximos absolutos.	**Del profesor:** Video Beam, video sobre el extremo absoluto en un intervalo cerrado, pizarra, marcadores de colores, laptop, hoja con banco de preguntas. **De los estudiantes:** Cuaderno y lapiceros.	**15 minutos**
DESARROLLO	El docente monitorea y pone atención en las respuestas de los estudiantes, los estudiantes responden de manera individual las preguntas de la actividad.	**Del profesor:** Pizarra, marcadores de colores, Video Beam y software para las animaciones. **De los estudiantes:** Cuaderno, marcadores de colores, aplicaciones para graficar en el teléfono celular.	**90 minutos**

	La exposición del docente parte de mostrar intuitivamente los puntos máximos y mínimos absolutos en una gráfica.   Se mostrará un ejemplo ilustrativo.		
CIERRE	Finalmente, el docente promueve la **reflexión en los estudiantes** a través de las siguientes preguntas. 1. ¿Qué son los extremos de una curva? 2. ¿Una curva podrá tener más de un máximo valor absoluto? 3. ¿Una curva podrá tener más de un mínimo valor absoluto? 4. ¿En qué se aplican los extremos absolutos?	**Del profesor:** Pizarra, marcadores de colores. **De los estudiantes:** Cuaderno, marcadores de colores, regla.	**15 minutos**

IV. MISCELANIA DE EJERCICIOS Y PROBLEMAS PARA LA CASA

Desarrollar la ficha de aprendizaje

SESIÓN 14

I. DATOS GENERALES

DOCENTE	Villa Pérez, Luis	**ASIGNATURA:**	Análisis Matemático I	**SEMESTRE:**	2021-I
PERIODO ACADÉMICO	05 de abril al 24 julio	**DURACIÓN**	2 h	**FECHA**	26-05-21

II. CAPACIDADES E INDICADORES

CONTENIDOS	CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO
ACTIVIDAD 06 *Nivel de Objeto* en esta actividad se pretende que el estudiante reflexione de una manera más general sobre las transformaciones u operaciones que se aplica a un concepto, generalice un proceso como un todo, es decir, el estudiante debe demostrar teoremas con mayor nivel de abstracción, debe ser capaza de revertir el proceso, volver al proceso inicial.	-Comunica su comprensión sobre el teorema de valor medio. -Elabora y usa estrategias y procedimientos para demostrar el teorema de Rolle. -Razona y argumenta generando ideas para resolver problemas que involucran los teoremas de Rolle y Lagrange.	- Describe formalmente el teorema de Lagrange. - Usa expresiones simbólicas para demostrar el teorema de Rolle y Lagrange. -Justifica su solución al resolver problemas de aplicación.

III. DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA.

ACTIVIDAD	ESTRATEGIAS Y ACTIVIDADES	RECURSOS DIDÁCTICOS	TIEMPO
INICIO	Se da la bienvenida a los estudiantes y se les presentará un video sobre la biografía y aportes del matemático Michel Rolle. Luego realizará algunas preguntas ¿Qué aporte contribuyo Rolle a la matemática? ¿En qué situaciones se aplicará el teorema de Rolle? y el docente comunica el propósito de la sesión: • Describir el teorema de Rolle y Lagrange. • Demostrar el teorema de Rolle y Lagrange. • Describir otros teoremas a partir del teorema de Rolle.	**Del profesor:** Video Beam, video sobre la biografía y aportes del matemático Michel Rolle, pizarra, marcadores de colores, laptop, hoja con banco de preguntas. **De los estudiantes:** Cuaderno y lapiceros.	**15 minutos**
DESARROLLO	El docente monitorea y pone atención en las respuestas de los estudiantes, los estudiantes responden de manera individual las preguntas de la actividad. La exposición del docente parte de la retroalimentación de la continuidad en un intervalo cerrado, la diferenciabilidad en intervalo abierto, la igualdad de funciones en un punto y luego se explica de manera formal el teorema de Rolle y el teorema de Lagrange.	**Del profesor:** Pizarra, marcadores de colores, Video Beam y software para las animaciones. **De los estudiantes:** Cuaderno, marcadores de colores, aplicaciones para graficar en el teléfono celular.	**85 minutos**
CIERRE	Finalmente, el docente promueve la **reflexión en los estudiantes** a través de las siguientes preguntas. 1. ¿Cuáles son las condiciones que debe cumplir una función para usar el teorema de Rolle?	**Del profesor:** Pizarra, marcadores de colores. **De los estudiantes:** Cuaderno, marcadores de colores, regla.	**20 minutos**

	2. ¿Cuáles son las condiciones que debe cumplir una función para usar el teorema de Lagrange? • ***Preguntas de retroalimentación:*** Dada la función $f(x) = \frac{(x^2-5)^3}{125}$ y responda las siguientes preguntas: a) Construir la gráfica. b) Halle la ecuación de la recta tangente de la curva. c) Halle la ecuación de la recta normal de la curva. d) Halle los puntos críticos. e) Halle el máximo de la curva, si tuviera. f) Halle el mínimo de la curva, si tuviera.		

IV. MISCELANIA DE EJERCICIOS Y PROBLEMAS PARA LA CASA

Desarrollar la ficha de aprendizaje

SESIÓN 15

I. DATOS GENERALES

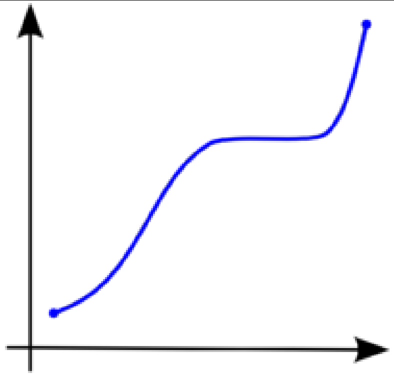
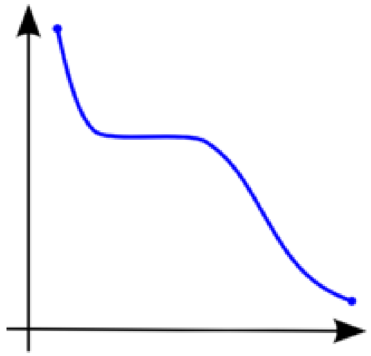
DOCENTE	Villa Pérez, Luis	**ASIGNATURA:**	Análisis Matemático I	**SEMESTRE:**	2021-I
PERIODO ACADÉMICO	05 de abril al 24 julio	**DURACIÓN**	2 h	**FECHA**	31-05-21

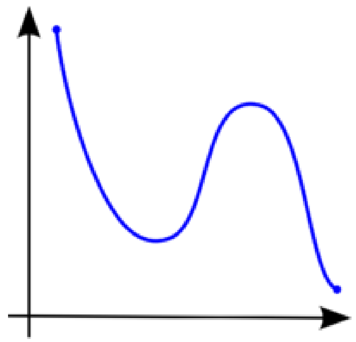
II. CAPACIDADES E INDICADORES

CONTENIDOS	CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO
ACTIVIDAD 07 Nivel de esquema en esta actividad se pretende que el estudiante logre reconocer y coordinar el esquema función y el esquema diferenciación para aplicar en la resolución de problemas de optimización.	-Comunica su comprensión sobre la función creciente y decreciente. -Elabora y usa estrategias y procedimientos para el criterio de la primera derivada. -Razona y argumenta generando ideas para resolver problemas.	- Describe formalmente las funciones monótonas. - Usa expresiones simbólicas para demostrar el criterio de la primera derivada. -Justifica su solución al resolver problemas de aplicación.

III. DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA.

ACTIVIDAD	ESTRATEGIAS Y ACTIVIDADES	RECURSOS DIDÁCTICOS	TIEMPO
INICIO	Se da la bienvenida a los estudiantes y se les presentará una lectura sobre las funciones monótonas. Luego realizará algunas preguntas ¿Qué entiendes por función creciente? ¿Qué será una función decreciente? y el docente comunica el propósito de la sesión: • Representar gráficamente las funciones monótonas • Calcular los puntos críticos y de inflexión • Usar el criterio de la primera y segunda derivada para determinar los máximos y mínimos.	**Del profesor:** Video Beam, lectura sobre las funciones monótonas, pizarra, marcadores de colores, laptop, hoja con banco de preguntas. **De los estudiantes:** Cuaderno y lapiceros.	**15 minutos**
DESARROLLO	El docente monitorea y pone atención en las respuestas de los estudiantes, los estudiantes responden de manera individual las preguntas de la actividad. La exposición del docente parte de la explicación de las funciones monótonas de manera empírica	**Del profesor:** Pizarra, marcadores de colores, Video Beam y software para las animaciones. **De los estudiantes:** Cuaderno, marcadores de colores, aplicaciones para graficar en el teléfono celular.	**90 minutos**

	 Función Creciente  Función Decreciente		

<table>
<tr><td></td><td>
Función No Monótona

Luego se define formalmente las funciones monótonas, el criterio de la primera derivada y el criterio de la segunda derivada.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>CIERRE</td><td>Finalmente, el docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas.
1. ¿Cuáles son las condiciones para usar el criterio de la primera derivada?
2. ¿Qué se determina con el criterio de la segunda derivada?
3. ¿Qué es la concavidad?
4. ¿Qué son los puntos de inflexión?</td><td>Del profesor:
Pizarra, marcadores de colores.
De los estudiantes:
Cuaderno, marcadores de colores, regla.</td><td>15 minutos</td></tr>
</table>

IV. MISCELANIA DE EJERCICIOS Y PROBLEMAS PARA LA CASA

Desarrollar la ficha de aprendizaje

SESIÓN 16

I. DATOS GENERALES

DOCENTE	Villa Pérez, Luis	**ASIGNATURA:**	Análisis Matemático I	**SEMESTRE:**	2021-I
PERIODO ACADÉMICO	05 de abril al 24 julio	**DURACIÓN**	2 h	**FECHA**	04-06-21

II. CAPACIDADES E INDICADORES

CONTENIDOS	CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO
ACTIVIDAD 07 Nivel de esquema en esta actividad se pretende que el estudiante logre reconocer y coordinar el esquema función y el esquema diferenciación para aplicar en la resolución de problemas de optimización.	-Comunica su comprensión sobre los pasos para realizar la traza de funciones. -Elabora y usa estrategias y procedimientos para el trazado de las funciones.	- Describe formalmente cómo se determinan propiedades para las gráficas a partir de la derivada. - Usa expresiones simbólicas para determinar las propiedades a partir de la gráfica de la derivada y luego dibujar.

	-Razona y argumenta generando ideas para resolver problemas.	-Justifica su representación gráfica de las funciones.

III. DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA.

ACTIVIDAD	ESTRATEGIAS Y ACTIVIDADES	RECURSOS DIDÁCTICOS	TIEMPO
INICIO	Se da la bienvenida a los estudiantes y se les presentará un resumen de cómo realizar el gráfico de una función en $\boldsymbol{R}$. Luego realizará algunas preguntas de actividad ¿Cómo se determina el domino y rango de la función? ¿Cómo determinar la intersección con los ejes? ¿Qué representa las asíntotas? y el docente comunica el propósito de la sesión: • Calcular la primera y segunda derivada de una función, si existe. • Calcular los puntos críticos y de inflexión • Usar el criterio de la primera y segunda derivada para determinar los máximos y mínimos. • Determinar la concavidad de la función.	**Del profesor:** Video Beam, resumen de cómo realizar el gráfico de una función en R, pizarra, marcadores de colores, laptop, hoja con banco de preguntas. **De los estudiantes:** Cuaderno y lapiceros.	**15 minutos**

	• Realizar la traza de la función.		
DESARROLLO	El docente monitorea y pone atención en las respuestas de los estudiantes, los estudiantes responden de manera individual las preguntas de la actividad. La exposición del docente parte con la explicación de los pasos para graficar una función de manera tradicional. Luego procedemos a realizar el trazado de la función haciendo uso los criterios de primera y segunda derivada, mediante un ejemplo ilustrativo. PASO 1: Se determinada el dominio de la función. PASO 2: Se determina la intersección con los ejes cartesianos - Con el eje y, haciendo x=0 - Con el eje x haciendo y=0 PASO 3: Se prueba la simetría con respecto al eje y y al origen de coordenadas. PASO 4: Determinar si la gráfica posee asíntotas (verticales, horizontales u oblicuas). PASO 5: Se determina los puntos críticos de la función, es decir, $f'(x) = 0$	**Del profesor:** Pizarra, marcadores de colores, Video Beam y software para las animaciones. **De los estudiantes:** Cuaderno, marcadores de colores, aplicaciones para graficar en el teléfono celular.	**85 minutos**

	PASO 5: Se determina donde la función es creciente o decreciente, es decir, si: $f'(x) > 0$ entonces la función es creciente y si $f'(x) < 0$ entonces la función es decreciente. PASO 6: Se determina los puntos de inflexión de la función y para ello $$f''(x) = 0$$ PASO 7: Se determina la concavidad de la función, es decir, si $f''(x) > 0$ entonces la función es concava hacia arriba y si $f''(x) < 0$ entonces la función es cóncava hacia abajo. PASO 8: Se determina los puntos principales de la función, para ello se reemplaza los puntos críticos y de inflexión para obtener los valores de y (se tabula). PASO 9: Finalmente con los datos encontrados se construye la gráfica de la función. Luego se desarrolla otros ejercicios.		
CIERRE	Finalmente, el docente promueve la **reflexión en los estudiantes** a través de las siguientes preguntas.	**Del profesor:**	**20 minutos**

<table>
<tr>
<td></td>
<td>1. ¿En el trazado de una función, para qué nos sirve el criterio de la primera derivada?
2 ¿En el trazado de una función, para qué nos sirve el criterio de la segunda derivada?
3. ¿Qué representa la concavidad?
4. ¿Qué representa los puntos de inflexión?
• Preguntas de retroalimentación: Dada la función $f(x)\begin{cases} 4-(x+5)^2 & si\ \ x < -4 \\ 12-(x+4)^2 & si\ \ x \geq -4 \end{cases}$ haga lo siguiente analíticamente:
a) Determine los extremos relativos de la función.
b) Determine los valores de x en los que ocurre los extremos relativos.
c) Determine los intervalos en los que la función es creciente.
d) Determine los intervalos en los que la función es decreciente.
e) Encuentre los puntos de inflexión de la gráfica de la función, si existe.
f) Determine donde la gráfica es conchaba hacia arriba.
g) Determine donde la gráfica es conchaba hacia abajo.</td>
<td>Pizarra, marcadores de colores.

De los estudiantes:
Cuaderno, marcadores de colores, regla.</td>
<td></td>
</tr>
</table>

IV. MISCELANIA DE EJERCICIOS Y PROBLEMAS PARA LA CASA

Desarrollar la ficha de aprendizaje

ANEXO 11: DOCUMENTO DE AUTORIZACIÓN

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTOBAL DE HUAMANGA

Unidad de Posgrado de la Facultad de Ciencias de la Educación

Doctorado en Educación

CONSENTIMIENTO INFORMADO

Yo, Luis Villa Pérez, con DNI 43163753 docente contratado del departamento Académico de Matemática y Física de la Facultad de Ingeniería de Minas y Civil de la UNSCH, declaro libre y voluntariamente que acepto participar en el trabajo de investigación doctoral titulado: **"Modelo Cognitivo APOE y el Aprendizaje de las Concepciones del Análisis Matemático en Estudiantes de Ingeniería Civil, UNSCH-2021"**, cuya muestra son los estudiantes de Ing. Civil que llevan la asignatura de Análisis Matemático (MA-141), la norma de aplicación consistirá en pruebas de pretest y postest, con grupo de control y grupo experimental, para ello, se pide la autorización del decano de la Facultad de Ingeniería de Minas, Geología y Civil.

El propósito de esta investigación es recopilar información que permita realizar un análisis situacional, coyuntural sobre el aprendizaje de las concepciones del análisis matemático.

Los datos recabados serán analizados y presentados en el informe del trabajo de investigación.

Al finalizar la investigación el estudiante podrá solicitar sus resultados, guardando plenamente la confidencialidad de sus notas académicas.

Dr. Efraín Elías Porras Flores
DECANO

Firmado digitalmente por Dr. Ing. Efrain Elias Porras Flores
Fecha: 2020.08.23 19:48:34 -05'00'

Firma de decano FIMGC

ANEXO 12: BASE DE DATOS DEL PRE Y POST TEST DEL GRUPO EXPERIMENTAL Y CONTROL

RESULTADOS DEL PRE TEST

		Matematiza situaciones del Análisis Matemático.	Comunica y representa ideas del Análisis Matemático.	Elabora y usa estrategias de solución de problemas del Análisis Matemático.	Razona y argumenta generando ideas del Análisis Matemático.	**PROMEDIO**
1	GRUPO CONTROL	5	5	8	9	**07**
2		9	9.5	9	10	**09**
3		9	11	9.5	9.5	**10**
4		9	6.5	4	4	**06**
5		5.5	6.5	9	9	**08**
6		5	2.5	5	5	**04**
7		7.5	7.5	6.5	7.5	**07**
8		4	9	3	5	**05**
9		9.5	9	11	9	**10**
10		5.5	5.5	5.5	6.5	**06**
11		8	6.5	7.5	5.5	**07**
12		3.5	3.5	1	3	**03**
13		13	2	6.5	8.5	**08**
14		14	3	5	5	**07**
15		4	2	5	5	**04**
16		7.5	9	8	9.5	**09**
17		5	0	6	7	**05**
18		3	5	5	6	**05**
19		10	8	6.5	5.5	**08**
20		4.5	9	5	7	**06**
21		9	10	8	9	**09**
22		9.5	7	10	9	**09**

23		3	5	6	6	**05**
24		6	1.5	5	6	**05**
25		3.5	3.5	5	5	**04**
26		5	9	9.5	9	**08**
27		6	0	3	4	**03**
28		11	8.5	8	10.5	**10**
29		9	6	5.5	10.5	**08**
30		7	5	5	7	**06**
31		6	9	8.5	7.5	**08**
32		1	0	5	8	**04**
33		4	3	5	7	**05**
34		0	5	5	6	**04**
35		4.5	2.5	5	8	**05**
36		9	8	10	9	**09**
37		9	7	10	8	**09**
38		7.5	5	9.5	8.5	**08**
39		9	4.5	5	7	**06**
40		5	0	5	9	**05**
41		7	5.5	5	8	**06**
42		3.5	8.5	7.5	6.5	**07**
43		2.5	2.5	5	5	**04**
44		7.5	9.5	6.5	8.5	**08**
45		5	8.5	9	7	**07**
46		7	4.5	7	9	**07**

47		7	3	6	5	**05**
48		9.5	10	6	8	**08**
49	GRUPO EXPERIMENTAL	6	5	7	5	**06**
50		5	3	2	2	**03**
51		8	7	7	5	**07**
52		6	6	6	8	**06**
53		2	6	6	9	**06**
54		6	9	8	7	**07**
55		7	2	6	5	**05**
56		8	10	10	9	**09**
57		3	3	5	6	**04**
58		3	7	8	9	**07**
59		9	10	10	7	**09**
60		8	8	4	7	**07**
61		4	3	8	5	**05**
62		7	9	10	9	**09**
63		6	7	6	10	**07**
64		8	7	8	9	**08**
65		5	6	7	8	**06**
66		0	0	0	0	**0**
67		5	2	6	5	**05**
68		9	9	8	9	**09**
69		8	6	5	9	**07**
70		5	7	8	9	**07**

71		10	11	9	10	**10**
72		7	7	9	10	**08**
73		7	10	9	7	**08**
74		6	8	7	9	**07**
75		4	9	8	7	**07**
76		8	8	9	10	**08**
77		6	5	7	8	**06**
78		9	10	9	10	**09**
79		5	7	8	6	**07**
80		9	10	9	10	**10**
81		5	9	6	7	**07**
82		7	8	9	10	**09**
83		2	4	7	5	**04**
84		3	4	5	6	**05**
85		9	10	9	8	**09**
86		7	7	10	9	**08**
87		7	11	9	7	**08**
88		10	8	9	10	**09**
89		5	6	7,5	7,5	**06**
90		9	12	9	9	**10**
91		5	10	7	6	**07**
92		5	11	7	9	**08**
93		10	9	10	8	**09**
94		7	11	10	9	**09**

95		3	3	8	5	**05**
96		6	12	7	5	**08**

RESULTADOS DEL POST TEST

		Matematiza situaciones del Análisis Matemático.	Comunica y representa ideas del Análisis Matemático.	Elabora y usa estrategias de solución de problemas del Análisis Matemático.	Razona y argumenta generando ideas del Análisis Matemático.	**PROMEDIO**
1	GRUPO CONTROL	8.5	9	9	8	**09**
2		9.5	9.5	13	13	**11**
3		10	11	9.5	9	**10**
4		11	6,5	11	12	**11**
5		8.5	10	13	14	**11**
6		10.5	9	10	9	**10**
7		12	14	10	15	**13**
8		11	11	9	14	**11**
9		8.5	13	11	12	**11**
10		9	11.5	11	9	**10**
11		9.5	10	9	13	**10**
12		7.5	8	12	12	**10**
13		9	7	10	5	**08**
14		10.5	14	13	11	**12**
15		6.5	17	13	14	**13**
16		8.5	7	9	10	**09**
17		9.5	15	13	15	**13**
18		9	10	8	9	**09**
19		12.5	14	11	12	**12**
20		9.5	11	15	11	**12**
21		8	9	8	9	**09**
22		9	12.5	10	12	**11**
23		13	10	8	8	**10**
24		8	9	10	7	**09**
25		7	9	8	10	**09**
26		11	12	10	9.5	**11**
27		14	9	16	11	**13**
28		12	8.5	9	10.5	**10**
29		11	8	9	7	**09**
30		8	6	5	8	**07**
31		9	9	10	14	**11**
32		9	8	8	7	**08**
33		13	13	15	16	**14**

34		9	11	10	13	**11**
35		9	8	6	11	**09**
36		13	13	16	14	**14**
37		11	10.5	9.5	10	**10**
38		9	7	11	9.5	**09**
39		11	14	12	10	**12**
40		9	8	10	11	**10**
41		17	11	13	14	**14**
42		9	8.5	9	10	**09**
43		11	12	13	9	**11**
44		14	15	13	11	**13**
45		11	9	10	7	**09**
46		11	13	14	15	**13**
47		10	9	10	8	**09**
48		7	10	9	8	**09**
49	**GRUPO EXPERIMENTAL**	14	13	12	15	**14**
50		12	15	14	16	**14**
51		16	15	17	14	**16**
52		15	13	14	17	**15**
53		12	13	14	15	**14**
54		14	17	16	16	**16**
55		13	15	14	12	**14**
56		14	13	10	10	**12**
57		17	12	14	13	**14**
58		11	13	14	13	**13**
59		16	10	13	13	**13**
60		10	9	9	9	**09**
61		10	9	11	9	**10**
62		8	11	12	13	**11**
63		12	9	10	11	**11**
64		9	16	14	13	**13**
65		17	12	16	13	**15**
66		11	12	14	12	**12**
67		13	14	12	13	**13**
68		17	18	14	17	**17**
69		13	13	12	12	**12**
70		10	13	9	12	**11**
71		18	16	15	17	**17**
72		9	10	12	12	**11**
73		13	15	14	11	**13**
74		11	13	14	14	**13**
75		13	12	7	12	**11**
76		18	16	13	15	**16**
77		12	13	14	15	**14**
78		14	13	10	11	**12**
79		17	14	18	15	**16**
80		12	13	17	13	**14**

81		12	13	14	12	**13**
82		12	15	13	11	**13**
83		13	14	14	12	**13**
84		8	9	11	10	**10**
85		12	15	13	14	**14**
86		15	11	14	13	**13**
87		17	18	18	17	**18**
88		14	17	18	18	**17**
89		15	16	17	15	**16**
90		14	13	12	12	**13**
91		13	14	15	16	**15**
92		9	10	14	12	**11**
93		17	16	11	17	**15**
94		18	17	18	18	**18**
95		14	15	16	17	**16**
96		17	14	10	17	**15**

UNSCH ESCUELA DE POSGRADO

CONSTANCIA DE ORIGINALIDAD 129-2023-UNSCH-EPG/EGAP

El que suscribe; responsable verificador de originalidad de trabajo de tesis de Posgrado en segunda instancia para la **Escuela de Posgrado - UNSCH**; en cumplimiento a la Resolución Directoral Nª 198-2021-UNSCH-EPG/D, Reglamento de Originalidad de trabajos de Investigación de la UNSCH, otorga lo siguiente:

CONSTANCIA DE ORIGINALIDAD

AUTOR	MTRO. VILLA PEREZ, LUIS
DENOMINACIÓN DEL PROGRAMA DE ESTUDIOS	DOCTORADO EN EDUCACIÓN
GRADO ACADÉMICO QUE OTORGA	DOCTOR
DENOMINACIÓN DEL GRADO ACADÉMICO	DOCTOR(A) EN EDUCACIÓN
TÍTULO DE TESIS	MODELO COGNITIVO APOE Y APRENDIZAJE DE CONCEPCIONES DEL ANÁLISIS MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES DE INGENIERÍA CIVIL, UNSCH, 2021
EVALUACIÓN DE ORIGINALIDAD:	10% de similitud
Nª DE TRABAJO	2150522037
FECHA	24-ago.-2023

Por tanto, según los artículos 12, 13 y 17 del Reglamento de Originalidad de Trabajos de Investigación, es procedente otorgar la constancia de originalidad con depósito.

Se expide la presente constancia, a solicitud del interesado para los fines que crea conveniente.

Ayacucho, 24 de agosto del 2023.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTOBAL DE HUAMANGA
ESCUELA DE POSGRADO

Ing. Edith Geovana Asto Peña
Responsable Área Académica

Av. Independencia s/n – Ciudad Universitaria
Teléfono: (066) 630671
edith.asto@unsch.edu.pe
www.posgrado-unsch.edu.pe

MODELO COGNITIVO APOE Y APRENDIZAJE DE CONCEPCIONES DEL ANÁLISIS MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES DE INGENIERÍA CIVIL, UNSCH, 2021

por Luis Villa Perez

Fecha de entrega: 24-ago-2023 08:53a.m. (UTC-0500)
Identificador de la entrega: 2150522037
Nombre del archivo: VILLA_PEREZ.docx (4.99M)
Total de palabras: 51727
Total de caracteres: 277641

MODELO COGNITIVO APOE Y APRENDIZAJE DE CONCEPCIONES DEL ANÁLISIS MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES DE INGENIERÍA CIVIL, UNSCH, 2021

INFORME DE ORIGINALIDAD

10%	10%	2%	5%
INDICE DE SIMILITUD	FUENTES DE INTERNET	PUBLICACIONES	TRABAJOS DEL ESTUDIANTE

FUENTES PRIMARIAS

1	Submitted to Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga Trabajo del estudiante	2%
2	oficinas.unsch.edu.pe Fuente de Internet	1%
3	repositorio.une.edu.pe Fuente de Internet	1%
4	repositorio.unsch.edu.pe Fuente de Internet	1%
5	hdl.handle.net Fuente de Internet	1%
6	tesis.pucp.edu.pe Fuente de Internet	<1%
7	archive.org Fuente de Internet	<1%
8	rei.iteso.mx Fuente de Internet	<1%

9	repositorio.ucv.edu.pe Fuente de Internet	<1 %
10	clame.org.mx Fuente de Internet	<1 %
11	repositorio.pedagogica.edu.co Fuente de Internet	<1 %
12	Submitted to Pontificia Universidad Catolica del Peru Trabajo del estudiante	<1 %
13	funes.uniandes.edu.co Fuente de Internet	<1 %
14	vsip.info Fuente de Internet	<1 %
15	www.slideshare.net Fuente de Internet	<1 %
16	Submitted to Pontificia Universidad Catolica del Ecuador - PUCE Trabajo del estudiante	<1 %
17	Submitted to Universidad de Jaén Trabajo del estudiante	<1 %
18	www.studocu.com Fuente de Internet	<1 %
19	Fuentealba Aguilera, Claudio, Universitat Autònoma de Barcelona. Departament de Didàctica de la Matemàtica i de les Ciències	<1 %

Experimentals et al. "Análisis del esquema de la derivada en estudiantes universitarios /", 2017
Fuente de Internet

20	uvadoc.uva.es Fuente de Internet	<1 %
21	Submitted to Corporación Universitaria Minuto de Dios, UNIMINUTO Trabajo del estudiante	<1 %
22	documentop.com Fuente de Internet	<1 %
23	qdoc.tips Fuente de Internet	<1 %
24	Submitted to Universidad Internacional Isabel I de Castilla Trabajo del estudiante	<1 %
25	Submitted to BENEMERITA UNIVERSIDAD AUTONOMA DE PUEBLA BIBLIOTECA Trabajo del estudiante	<1 %
26	ddd.uab.cat Fuente de Internet	<1 %
27	repositorio.uladech.edu.pe Fuente de Internet	<1 %
28	de.slideshare.net Fuente de Internet	<1 %

29	Submitted to Universidad San Ignacio de Loyola Trabajo del estudiante	<1 %
30	docs.com Fuente de Internet	<1 %
31	aprenderly.com Fuente de Internet	<1 %
32	idoc.pub Fuente de Internet	<1 %

Excluir citas	Activo	Excluir coincidencias	< 30 words
Excluir bibliografía	Activo		

ESCUELA DE
POSGRADO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTÓBAL
DE HUAMANGA

ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TESIS PARA OPTAR AL GRADO ACADÉMICO DE DOCTOR(A) EN EDUCACION
RESOLUCIÒN DIRECTORAL N° 0288-2023-UNSCH-EPG/D

Siendo las 8:00 a. m del 9 de Junio de 2023 se reunieron en el auditórium de la Escuela de Posgrado de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, el Jurado Examinador y Calificador de tesis, presidido por el **Dr. Emilio Germán RAMÍREZ ROCA** director (e) de la Escuela de Posgrado, el **Dr. Rolando Alfredo QUISPE MORALES** director de la Unidad de Posgrado de la Facultad de Ciencias de la Educación, e integrado por los siguientes miembros: **Dr. Teodosio Zenobio POMA SOLIER** y el **Dr. Alberto Alfredo PALOMINO RIVERA**; para la sustentación oral y pública de la tesis titulada: **MODELO COGNITIVO APOE Y APRENDIZAJE DE CONCEPCIONES DEL ANALISIS MATEMATICO EN ESTUDIANTES DE INGENIERIA CIVIL, UNSCH, 2021.** En la Ciudad de Ayacucho del 2023 presentado por el **Mtro. Luis VILLA PÉREZ.** Teniendo como asesor al **Dr. Pedro HUAUYA QUISPE.**

Acto seguido se procedió a la exposición de la tesis, con el fin de optar al Grado Académico de **DOCTOR) EN EDUCACIÓN**, Formuladas las preguntas, éstas fueron absueltas por el graduando.

A continuación el Jurado Examinador y Calificador de tesis procedió a la votación, la que dio como resultado el siguiente calificativo: QUINCE (15)

CALIFICACION (*)

Aprobado por unanimidad	x
Aprobado por Mayoría	--
Desaprobada por Unanimidad	--
Desaprobada por mayoría	--

(*) Marcar con aspa

Luego, el presidente del Jurado recomienda que la Facultad proponga que se le otorgue al **Mtro. Luis VILLA PÉREZ,** el Grado Académico de **DOCTOR** (a) en **EDUCACIÓN**. Siendo las 10 a.m .... hrs. Se levanta la sesión.

Se extiende el acta en la ciudad de Ayacucho, a las 10.00 am hrs. Del 09 de junio 2023.

Dr. Emilio Germán RAMÍREZ ROCA
Director (e) de la Escuela de Posgrado

Dr. Rolando Alfredo QUISPE MORALES
Director de la Unidad de Posgrado – FCE

Dr. Teodosio Zenobio POMA SOLIER
Miembro

Dr. Alberto Alfredo PALOMINO RIVERA
Miembro

Dr. Marco Rolando ARONES JARA
Secretario Docente

Observaciones:
No asistio a la sustentacion el Dr. Alberto A. Palomino Rivera