UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTÓBAL DE HUAMANGA

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS ADMINISTRATIVAS Y CONTABLES

ESCUELA PROFESIONAL DE ECONOMÍA



Modelo DSGE para el análisis de shocks estocásticos y el sector informal en el Perú 2007-2018

Tesis para optar el título profesional de: Economista

Presentado por:
Bach. Richard Asto Cabezas
Bach. Julio Hinostroza Huaranccay

Asesor:

Econ. Canales Molina, William Dante

Ayacucho - Perú 2024

ÍNDICE

RESUMEN ABSTRACT INTRODUCCIÓN					
			ı. REV	VISIÓN DE LA LITERATURA	9
			1.1.	Enunciado del Problema	9
1.2.	Planteamiento del problema	18			
1.2.1.	Problema General	18			
1.2.2.	Problemas Específicas	18			
1.3.	Objetivos	18			
1.3.1.	Objetivo General	18			
1.3.2.	Objetivos Específicos	18			
1.4.	Justificación	19			
1.5.	Marco histórico	20			
1.6.	Sistema teórico	21			
1.6.1.	Revisión de literatura	21			
1.6.2.	Construcción del modelo	27			
1.7.	Marco conceptual	80			
1.8.	Marco referencial	85			
1.9.	Marco legal	93			
1.10. Hi	pótesis	94			
1.10.1.	Hipótesis general	94			
1.10.2.	Hipótesis específicas	94			
1.11. Va	riables e indicadores	95			
1.11.1.	Identificación de variables	95			
1.11.2.	Identificación de indicadores	95			
II. ME	TODOLOGÍA	96			
2.1.	Tipo y nivel de investigación	96			
2.1.1.	Tipo de investigación	96			
2.1.2.	Nivel de investigación	96			
2.2.	Población y muestra	96			
2.3.	Fuentes de información	97			
2.4.	Diseño de investigación	97			

2.5.	Técnicas e instrumentos	106
2.5.	1. Técnicas	106
2.5.	2. Instrumentos	106
III.RE	SULTADOS	107
3.1.	Evidencia empírica del sector informal en el Perú 2007-2018	107
3.2.	Grandes ratios en el Perú 2007-2018	108
3.3.	Calibración del modelo: Perú 2007-2018	111
3.4.	Resultados de shocks estocásticos	116
3.4.1.	Shock de IGV negativo	117
3.4.2.	Shock tecnológico positivo	123
IV. DIS	SCUSIÓN	129
4.1.	Discusión de shocks estocásticos	129
4.1.1.	Contrastando la hipótesis específica a)	129
4.1.2.	Contrastando la hipótesis específica b)	129
4.1.3.	Contrastando la hipótesis general	129
CONC	CLUSIONES Y RECOMENDACIONES	130
REFE	RENCIAS	131
ANEX	COS	135
A.	Estados estacionarios con o1 y o2 fijos	135
В.	Enlaces de descarga	139
С.	Recursión del shock de IGV	140
D.	IRFs	142

Índice de figuras

1.	Descripcion de las firmas en el modelo	3.
2.	Distribución inicial de las firmas sensibles a transitar	42
3.	Flujo del movimiento de las firmas sensibles a transitar	43
4.	Juego de entrada y transición de firmas: representación en forma extensiva	45
5.	IRFs de shock tecnológico: Ahmed et al. (2012)	85
6.	IRFs de shock fiscal: Ahmed et al. (2012)	86
7.	IRFs shock tecnológico y fiscal: Esfandyari and Dahmarde (2014)	88
8.	IRFs shock tecnológico (1): Lahcen (2014)	89
9.	IRFs shock tecnológico (2): Lahcen (2014)	90
10.	IRFs shock tecnológico y tasa de interés: Leyva and Urrutia (2018)	91
11.	Evidencia empírica del sector informal en el Perú 2007-2018	108
12.	Grandes ratios en el Perú 2007-2018	110
13.	Tasa de bajas de firmas trimestrales (%): Perú 2013-2018	110
14.	Distribución promedio teórica de firmas con movilidad sectorial: Perú 2007-2018	112
15.	$C_t \text{ vs } r_t^s - E\{\pi_{t+1}\}$: ex-ante	113
1 6.	C_t vs $r^s - \pi_{t+1}$: ex-post	113
17.	Shock de IGV negativo: con y sin movilidad $\rho^{\tau}=0.95$	12
18.	Shock de IGV negativo: con y sin movilidad $\rho^{\tau}=0.20$	123
19.	Shock tecnológico positivo: con y sin movilidad	127
20.	Duración del shock según ρ^{τ}	143
21.	Perú: datación y duración de los ciclos económicos	143
22.	shock tecnológico sin movilidad (1) \dots	142
23.	shock tecnológico sin movilidad (2) \dots	142
24.	shock tecnológico con movilidad (1)	143
25.	shock tecnológico con movilidad (2)	143
26.	shock de IGV negativo sin movilidad (1)	144
27.	shock de IGV negativo sin movilidad (2)	144
28.	shock de IGV negativo con movilidad (1)	145
29.	shock de IGV negativo con movilidad (2)	145
30.	shock de IGV negativo sin movilidad (3)	146
31.	shock de IGV negativo sin movilidad (4)	146
32.	shock de IGV negativo con movilidad (3)	147
33.	shock de IGV negativo con movilidad (4)	147

Índice de cuadros

1.	Grandes ratios	115
2.	Parámetros del Modelo	115

RESUMEN

En esta investigación se realiza la construcción y simulación de un modelo Dinámico,

Estocástico y de Equilibrio General (DSGE, por sus siglas en inglés) para una economía con

un gran sector informal inspirado en estudios como Ahmed et al. (2012), Esfandyari and

Dahmarde (2014), Lahcen (2014), Leyva and Urrutia (2018), Galiani and Weinschelbaum

(2007) y Allen and Schipper (2017), con el objetivo de encontrar mecanismos para fomentar

la formalidad empresarial.

La investigación es básica-aplicada y usa el método sintético, ya que se construye un

modelo DSGE y se hace uso de datos empíricos para aproximar el comportamiento de largo

plazo del mercado de trabajo, el mercado de bienes y la composición de las empresas en el

modelo con los datos peruanos.

La aproximación se realiza mediante la calibración de los principales parámetros del mo-

delo haciendo uso de los datos provistos por el Instituto Nacional de Estadística e Informática

(INEI), por el Ministerio de la Producción (PRODUCE), y por el Banco Central de Reservas

del Perú (BCRP) para el periodo 2007-2018.

El ejercicio indica que, en el corto plazo, el tamaño del sector informal peruano es con-

tracíclica al PBI del sector formal, aumentando en periodos de crisis y contrayéndose en

periodos de auge.

Palabras clave: modelo DSG, tamaño del sector informal, Sector informal.

5

ABSTRACT

In this investigation the construction and simulation of a Dynamic model is carried out,

Stochastic and General Equilibrium (DSGE) for an economy with a large informal sector

inspired by studies such as Ahmed et al. (2012), Esfandyari and Dahmarde (2014), Lahcen

(2014), Leyva and Urrutia (2018), Galiani and Weinschelbaum (2007) and Allen and Schipper

(2017), with the aim of finding mechanisms to promote business formality.

The research is basic-applied and uses the synthetic method, since a DSGE model is built

and empirical data is used to approximate the long-term behavior of the labor market, the

goods market and the composition of companies in the model with Peruvian data.

The approximation is carried out by calibrating the main parameters of the model using

the data provided by the National Institute of Statistics and Informatics (INEI), by the

Ministry of Production (PRODUCE), and by the Central Reserve Bank of Peru. (BCRP)

for the period 2007-2018.

The exercise indicates that, in the short term, the size of the Peruvian informal sector is

countercyclical to the GDP of the formal sector, increasing in periods of crisis and contracting

in periods of boom.

Keywords: DSG model, size of the informal sector, informal sector.

6

INTRODUCCIÓN

Analizamos el comportamiento de una economía pequeña con un gran sector informal frente al cambio en los principales shocks estocásticos en un modelo DSGE, con el objetivo de encontrar mecanismos que fomenten la formalidad de las empresas.

Por un lado, el modelo DSGE básico está inspirado en los estudios de Ahmed et al. (2012), Esfandyari and Dahmarde (2014), Lahcen (2014), y Leyva and Urrutia (2018) quienes estudian el comportamiento del sector informal sin considerar la formalización de las empresas. Por otro lado, está inspirado en estudios como Galiani and Weinschelbaum (2007) y Allen and Schipper (2017) quienes estudian dicho comportamiento considerando la formalización de las empresas. De manera que el modelo DSGE bajo estudio incorpora:

- 1. Una familia que decide cuánto consumir y cuánto trabajo ofertar a ambos sectores, además, es propietaria y administradora de las firmas informales,
- 2. Firmas informales que contratan todo el trabajo ofertado a un salario flexible,
- 3. Dos tipos de firmas formales e informales; unas que se mantienen en sus sectores de origen, y otras transitables entre ambos sectores, en busca del sector en el cual esperan obtener mayores beneficios,
- 4. las firmas formalizadas están obligadas a pagar un salario formal, son libres de acceder al capital físico, pagan impuestos y son tomadoras de precios; mientras que, las informalizadas evitan impuestos y producen con una limitada tecnología de producción.
- 5. Bancos comerciales y Empresas importadoras de capital que están exentos del IGV,
- 6. El gobierno recauda impuesto, compra y vende bonos, y mantiene una política monetaria de acuerdo a la regla de Taylor.

La investigación es básica-aplicada y usa el método sintético, ya que se construye un modelo DSGE y se hace uso de datos empíricos para aproximar el comportamiento de largo

plazo del mercado de trabajo, el mercado de bienes y la composición de las empresas en el modelo con los datos peruanos.

Finalmente, el modelo es calibrado para capturar los grandes ratios peruanos, tales como: el ratio del valor agregado bruto formal e informal, VAB_f/K y VAB_i/K ; el de empleo formal e informal, N_f/K y N_i/K ; el de las tasas de interés de ahorro y crédito, r^s/R y r^l/R ; el de la proporción de firmas informales, M_i/M_T , y el ratio consumo-capital, C/K.

Los datos fueron provistos por el Instituto Nacional de Estadísticas e Informática (INEI), por el Ministerio de la Producción (PRODUCE), y por el Banco Central de Reservas del Perú (BCRP) para el periodo de estudio (2007-2018).

Como resultado, mostramos que un shock tecnológico y de política tributaria positivas son claves para generar una mejora en el ambiente económico, y por lo tanto, son capaces de producir un tamaño del sector informal contracíclico, y fomentar la formalidad en periodos de auge.

I. REVISIÓN DE LA LITERATURA

1.1. Enunciado del Problema

Muchos países latinoamericanos o economías en desarrollo, inclusive, conviven con un sector informal que representa una buena proporción de su Producto Bruto Interno (PBI) oficial.

Por ejemplo, Perú tiene un sector informal caracterizado de la siguiente manera: según INEI (2019), en el país el sector informal produjo el 25 % del Valor Agregado Bruto formal (VAB_f) durante el periodo 2007-2018, y empleó el 67 % del trabajo en el país; así como, según PRODUCE (2011), las firmas informales representaron el 59 % del total de firmas en el Perú; y, según INEI (2018), la tasa de muertes de las firmas fue del 1.96 % en promedio trimestral del 2013-2018.

En resumen, es un problema que el $59\,\%$ de las firmas en el Perú produzcan el $25\,\%$ del VAB oficial y empleen el $67\,\%$ del total de trabajadores, pero no es una estructura reciente.

En nuestro país el sector informal tiene una notoria participación desde hace muchos años atrás¹. Esto, podría ser un resultado del nivel de pobreza del nuestro y del resto de países, ya que este sector está orientada a resolver las necesidades financieras de sus propietarios².

Por lo tanto, el problema de analizar los factores que determinan la informalidad resulta menos interesante (por la obviedad de su existencia) que saber si es posible reducir el tamaño del sector informal.

Por ejemplo, muchas de las antiguas investigaciones, como Machado (2014), estuvieron interesadas "únicamente" en describir el fenómeno de la informalidad, su impacto económico y los posibles factores que se correlacionan estadísticamente. Sin embargo, las investigaciones más actuales tienen por objetivo modelar su origen, como Allen and Schipper (2017), y así

¹Para el caso peruano, la presencia de este sector se hace evidente desde los 80s, inclusive anteriores; capturados en estudios como el de Machado (2014), por ejemplo.

²Para más detalle ver Hussmanns (2004) página 3 y Tello (2017) página 80

proveer análisis teórico sobre el diseño de las políticas que fomenten la redistribución de las firmas usando políticas de formalización.

Esta diferencia es una condición suficiente para dividir en dos vertientes a las investigaciones sobre el sector informal.

Primero, las investigaciones con resultados puramente descriptivos y poco informativos sobre el diseño de políticas de formalización, serán denominadas como requerimiento 1 y/o literatura clásica del sector informal; y segundo, las investigaciones cuyo fin es explicar el origen endógeno del sector informal basados en desequilibrios del sector formal serán consideradas dentro del requerimiento 2.

De manera que, averiguar si es posible reducir el tamaño del sector informal y así mejorar el bienestar de la población, es posible averiguarlo con estudios del segundo requerimiento.

Para discutir sobre la característica principal del 2do requerimiento, sobre el origen endógeno de la informalidad, ubiquémonos dentro de este requerimiento ³ y notemos que la informalidad puede ser elegido por dos motivos:

i) Motivo de necesidad:

Tanto la presencia de rigideces en el mercado de bienes (poder de mercado) como los requerimientos en la demanda de trabajo formal (habilidades, experiencias, sexo, etc) generan un "desempleo involuntario" y eso genera el desequilibrio en el presupuesto de las familias (ingresos \leq gastos).

Como menciona Tokman (2001), que las actividades en el sector informal son el resultado de la presión ejercida por el exceso de oferta de trabajo hacia el sector formal; dado que los buenos trabajos en el formal, usualmente en sus subsectores modernos, son escasos.

³Esta asignación obedece al diseño de la presente investigación. Es decir, al objetivo, la hipótesis y el método de investigación que usamos.

ii) Motivo de oportunidad:

Como señala (Webb et al, 2009 & 2013, citado en (Ali, 2017, p. 8)), se debe a que el sector informal ofrece muchas oportunidades (facilidades como cero carga tributaria y flexibilidad salarial).

Así como también añade el siguiente documento de investigación:

"La interpretación de Saavedra y Chong (1999) es consecuente con la hipótesis de informalidad por exclusión y contrasta con la de Yamada (1996) para los trabajadores auto empleados informales, quienes se colocan en esta situación por su propia elección" (Machado, 2014, p. 11).

De ahí que por ambos motivos, es posible plantearnos la siguiente hipótesis: la elección endógena de las familias determina, amplia o parcialmente, el tamaño de este sector.

Sin embargo, a pesar de que el sector informal sea una respuesta óptima a la pregunta de ¿Cómo financian las familias los gastos que exceden a los ingresos que obtienen desde el sector formal? aún permanece la discusión sobre si el sector informal es completamente dañino para una economía.

Para tratar con este tema sigamos a Kolster (2016) y notemos que el sector informal es aquel sector en el cual existe la interacción entre el mercado de bienes y/o servicios y el mercado de trabajo, las cuales están parcial o totalmente fuera del alcance de la ley.

Esta definición legal-no regulatoria, a su vez, conlleva a que el sector informal, y sus integrantes, se enfrenten a características y restricciones que limitan el crecimiento y desarrollo de los mismos, por ejemplo:

 Por el lado del mercado de trabajo, este sector está integrada en su mayoría, por trabajadores menos calificados. Quienes, en consecuencia, obtienen salarios no observados bajos, muy flexibles, y sujetos a la dinámica económica. 2. Por el lado del mercado de bienes, las firmas informales están condicionadas, en su mayoría, a la falta de organización industrial y al costo de oportunidad de acceder a los beneficios de pertenecer al sector formal. Por ejemplo: el acceso a los bienes públicos, al sistema financiero con costos relativamente competitivos y el acceso a una tecnología intensiva en capital.

Y, con motivos de proveer literatura sobre los dos puntos (limitaciones) anteriores, véase el siguiente extracto:

Los desafortunados trabajadores, quienes no pudieron encontrar un empleo en el sector formal, se unen al sector informal. Ellos pueden estar ocupados en actividades extra legales, pero no en trabajos criminales o ilegales. Asumimos que la producción del sector informal no necesita de capital privado. Esta es una aproximación de la realidad, en el sentido que el sector informal es mucho menos intensivo en capital comparado con el sector formal. En suma, las actividades informales son usualmente no financiadas por un banco y no pueden construir activos de capital (Maiti and Bhattacharyya, 2018, p. 7)

De manera que, por el lado negativo; primero, el sector informal es ineficiente y brinda bajos niveles de beneficios a sus agentes⁴; y segundo, que por ser un sector ineficiente, es vulnerable ante cualquier shock negativo en la economía.

Sin embargo, por el lado positivo, es importante, porque responde un dilema entre la asignación de recursos en un sector donde, originalmente, no es posible ser asignada⁵.

Es por estos motivos que este sector no puede ser considerado como un sector que genere pérdida total a la sociedad; por lo que, en lugar de combatirlo frontalmente, debería

⁴Es decir que estos agentes pueden obtener niveles de beneficios mayores en el sector formal de manera que el bienestar alcanzado sea mayor.

⁵Este dilema se refiere al tamaño mínimo requerido para asignar los recursos en el sector formal (costos hundidos, por ejemplo) y, a su vez, sobrevivir siendo eficiente; contra el cero requerimiento del sector informal y ser ineficiente.

generarnos una alta deseabilidad de mejorar las condiciones de trabajo y la estructura de producción dentro y fuera de este sector. Por ejemplo, dentro del sector para aquellas familias ocupadas por necesidad; mientras que fuera del sector para aquellas firmas informales que deseen formalizarse.

Por lo tanto, la finalidad del segundo requerimiento consiste en el diseño de políticas con el objetivo de lograr tales deseabilidades.

No obstante, cumplir con estos objetivos necesita de los hechos estilizados que encuentran los estudios del requerimiento 1.

Por ejemplo de los hechos que menciona Ali (2017), que la prevalencia de la informalidad es la respuesta a la combinación de 3 factores principales:

- 1. la severidad de las prácticas burocráticas y la corrupción que imponen una carga extra sobre los procedimientos de licenciamiento y regulaciones
- 2. la severidad de las regulaciones y taxaciones, también como la incapacidad del gobierno para hacer cumplir la ley,
- 3. como señala (Godfrey, 2015, citado en Ali (2017)) el tercero está relacionado a la falla de los beneficios del sector formal en términos de acceso a infraestructura sólida, finanzas, entrenamiento, tecnología moderna y protección social y legal efectiva.

Ejemplo de hechos que lamentablemente evidencian un dilema entre la deseabilidad por reducir el tamaño del sector informal a través de buenas prácticas de política versus las políticas tributarias adoptadas actualmente.

Por lo tanto, para lograr dichos objetivos, en principio, es importante tener en cuenta que este tipo de estudios se debe realizar bajo una interacción de todos los agentes en una economía. Esto por dos razones: primero, por ser un resultado del desequilibrio estructural dentro del sector formal (motivo i y ii); y segundo, como menciona (International Labor

Office, 2007, p.8), porque el sector informal es un problema estructural en cualquier país en desarrollo y no puede ser analizado y/o estudiado aislado del resto de la economía.

En consecuencia, sabiendo que el sector informal constituye un problema estructural de una economía en desarrollo y dada su persistencia a pesar del crecimiento económico, es importante que el requerimiento 2 involucre un modelamiento esquemático de este sector en interacción con los mercados del sector formal. De manera que permita comprender su interacción con el resto de la economía y así proponer una política adecuada (libre del dilema).

En resumen, se requiere combinar el requerimiento 1 y 2, principalmente por dos razones. Primero, porque se necesita recurrir a los principales hallazgos de la literatura descriptiva, ya que nos permite capturar regularidades en los datos y nos permite comprender qué maneja el comportamiento del sector informal, a los cuales denominamos como hechos estilizados del sector informal. Segundo, porque necesitamos estructurarlos y averiguar cómo reacciona el sector informal frente a diferentes cambios en el entorno económico. Como menciona (Batini et al., 2010, p. 4), por ejemplo, que comprender qué maneja el comportamiento del sector informal y cómo evoluciona y reacciona a varias combinaciones de políticas públicas incluyendo las políticas financieras, de protección social, incluyendo la fiscal, y las políticas de enforcement o compromiso y de mercado de trabajo es crucial para el diseño de las medidas que conducen a las significativas reducciones en los niveles de informalidad. Además, del mismo documento de trabajo: "we emphasize the need for dynamic general equilibrium (DGE) and ultimately dynamic stochastic general equilibrium (DSGE) models for a full understanding of the costs, benefits and policy implications of informality" (Batini et al., 2010, p. 4).

Estas son las razones por las que en la presente investigación consideramos indispensable obedecer los dos puntos previos; estructurar un modelo dinámico siguiendo a las investigaciones del requerimiento tipo 1, y priorizar la endogeneidad de este sector. De manera que

como objetivo podamos comprender cómo evoluciona y reacciona el sector informal a varias combinaciones de políticas públicas y shocks tecnológicos.

Por otro lado, ubicándonos dentro del requerimiento 2, y considerando nuestros dos motivos de endogeneidad principales, necesidad y oportunidad: ¿Puede nuestra manera de entender esta endogeneidad explicar los ciclos de las principales variables económicas?

- a) ¿Cómo se relacionan los motivos necesidad y oportunidad en las economías con gran participación del sector informal?
- b) ¿Cuál y cómo es el comportamiento cíclico de las principales variables del sector informal en algunas economías con gran participación del sector informal?,
- c) Finalmente, ¿Cómo son estos dos puntos previos para una economía como la peruana?
- a. Por un lado, se esperaría que ante un auge del sector formal, los motivos necesidad y oportunidad reduzcan el tamaño del sector informal, llevándolo a tener un comportamiento contracíclico. Primero, porque el sector formal generaría mayores niveles de ingresos y menos motivo necesidad para escapar de este sector; pues aumentaría la capacidad de soportar la carga tributaria. Segundo; pues paralelamente, generaría un mejor ambiente económico que permita la incubación de nuevos negocios familiares y el desarrollo de aquellos negocios que ya se encuentran instalados motivo oportunidad. De esta manera, el motivo necesidad y oportunidad impulsan la reducción del sector informal. Mientras que, por otro lado, ante una caída abrupta del ciclo en el sector formal se esperaría que el motivo oportunidad deje de actuar, dado que este ambiente económico no permitiría que prosperen las firmas. Esto, porque, naturalmente se espera que aún aquellas firmas que pertenecen al sector formal tienen probabilidades positivas de mortandad. Por lo tanto, se espera que el motivo necesidad actúe impulsando el crecimiento del sector informal. Con esto, se esperaría una asimetría en la respuesta cíclica considerando tan solo los motivos necesidad y oportunidad; sin embargo, durante la parte negativa de un ciclo en el sector formal, se espera que pequeñas firmas no

sobrevivan al ambiente competitivo y pasen a ser informales⁶; en suma, se espera que el sector informal sea contracíclico al sector formal.

b. Esta hipótesis (motivo i y ii, y consecuencias) ocurre también en algunas economías como la Marroquí, Iraní y Mexicana. De acuerdo a Lahcen (2014) la significativa participación del sector informal en la economía Marroquí es consecuencia de las masivas migraciones y del inicio descontrolado en la urbanización al inicio de los 1970s. Esto generó incrementos en el desempleo por la baja capacidad de absorción del sector formal, por lo que el sector informal jugó un rol importante en la absorción y estabilización a las fallas en la economía formal. En el caso Iraní, Esfandyari and Dahmarde (2014) muestran evidencia de la respuesta contracíclica del empleo en el sector informal a la inversión, al empleo en el sector público y al crecimiento económico para los años 1986-2006. Para la economía Mexicana, Leyva and Urrutia (2018) sostienen que en una típica recesión mexicana el empleo formal, a diferencia del informal, suele ser más obstaculizado, y el empleo informal muestra un ajuste más rápido a las perturbaciones, y por lo tanto lidera la recuperación. Finalmente sostienen que esas dos regularidades son consistentes con una tasa de informalidad contracíclica. En conclusión, las predicciones de los motivos i) y ii) en el punto a. tienen relación con las dinámicas en las 3 economías en consideración.

c. Mientras que para responder las preguntas 1) y 2) en el caso peruano, Machado (2014) muestra la evolución de las magnitudes de la economía informal medido como porcentaje del PBI oficial para los años 1980-2011. En el 2011, dicha magnitud alcanza su valor mínimo dentro del periodo estimado, 29.6 % del PBI. En contraste, el valor máximo fue de 45.1 % del PBI, alcanzado en 1990. También menciona que esos valores extremos del 2011 tienen sentido debido a que es un año precedido por una década de crecimiento acelerado (desde 2002), con unas tasas de crecimiento anual que fluctuó entre 4 % y 10 % anualmente, con la excepción de la abrupta desaceleración observada en 2009 como consecuencia de la crisis

⁶De ahí la importancia de incluir la transición de firmas en el modelo.

financiera internacional. Por otro lado, el mismo autor menciona que el pico alcanzado por la economía informal en 1990 es explicado por la severa crisis económica asociada con la hiperinflación de 1988-1990, con caídas en el PBI de 9.4%, 13.5% y 5.1% en 1988, 1989 y 1990, respectivamente. Además en el mismo paper se puede ver que el coeficiente de correlación entre el tamaño de la economía informal y la tasa de crecimiento del PBI en el periodo 1980-2011 es -0.5 y estadísticamente significativa hasta el 1%. Así, estos resultados muestran que la economía informal está estrechamente vinculado a las crisis económicas.

De este análisis podemos concluir que para el caso peruano es necesario recurrir a una investigación del tipo 2 que replique las características principales del sector en cuestión. En donde, este sector pueda entenderse como un producto del desequilibrio estructural originado en el sector formal y se analice su comportamiento frente a los shocks tradicionales mencionados.

1.2. Planteamiento del problema

1.2.1. Problema General

¿Cuales son los efectos de los shocks estocástico sobre el tamaño del sector informal en el Perú durante el periodo 2007-2018?

1.2.2. Problemas Específicas

- a) ¿Cuál es el efecto cíclico de un shock de la tasa impositiva sobre el tamaño del sector informal en el Perú durante el periodo 2007-2018?
- b) ¿Cuál es el efecto cíclico de un shock tecnológico sobre el tamaño del sector informal en el Perú durante el periodo 2007-2018?

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo General

Explicar cuales son los efectos de los shocks estocástico sobre el tamaño del sector informal en el Perú durante el periodo 2007-2018?

1.3.2. Objetivos Específicos

- a) Explicar cuál es el efecto cíclico de un shock de la tasa impositiva sobre el tamaño del sector informal en el Perú durante el periodo 2007-2018.
- b) Explicar cuál es el efecto cíclico de un shock tecnológico sobre el tamaño del sector informal en el Perú durante el periodo 2007-2018.

1.4. Justificación

El trabajo de investigación ofrece un análisis del sector informal para un país como el peruano desde un enfoque estructural. Es decir, se considera una economía con una gran participación del sector informal en el mercado de bienes y servicios, y en el mercado de trabajo, la cual está determinada preestablecida. Asimismo, este enfoque considera la naturaleza endógena del sector informal como parte de la decisión de las familias sobre pertenecer a este sector en respuesta a desequilibrios del sector formal. Nuestro enfoque, por lo tanto, une los dos tipos de determinaciones de este sector, es decir la naturaleza preestablecida y endógena, dentro de un modelo de Equilibrio General Dinámico y Estocástico (DSGE).

Dicha naturaleza endógena a nivel de firmas es capturado al incorporar la transición inter sectorial de firmas desde el sector formal e informal; condicionada puramente a la dinámica del ambiente económico. Además, tal distribución de firmas se calibra en el estado estacionario no estocástico del modelo para algunos grandes ratios aplicados al caso peruano. De manera que esta es una de las novedades de la investigación; ya que usa datos recientes sobre el sector informal, las cuales eran insuficientes como para ser usados en algún estudio anterior a nuestra investigación.

Por lo tanto⁸, ofrecemos un bench-mark sobre el modelamiento endógeno del tamaño del sector informal, en una economía con movilidad de firmas, cuantificado mediante la tasa de informalidad neta, x, y presentamos una discusión sobre la medida usada por nuestros antecedentes, la participación del producto del sector informal dentro del PBI oficial, VAB_i/VAB_f .

Finalmente, el modelo replica los principales resultados de nuestra variable de interés,

⁷Dado que el objetivo es capturar el motivo oportunidad por medio de esta variable de transición de firmas, simplificamos dicha transición a un contexto aleatorio entre las firmas. De manera que, en caso haya posibilidad de cambiar de sector, una proporción de firmas serán seleccionadas al azar para transitar.

⁸En este punto, dejamos de lado la falta de antecedentes e introducimos dos tipos de firmas que representen aquellas firmas que son sensibles a transitar y aquellas que no.

 VAB_i/VAB_f , respecto a la misma variable de interés de nuestros antecedentes. Cabe mencionar que nuestros antecedentes usan los modelos DSGE para una economía con sector informal y firmas exógenas para analizar los efectos de los shocks tradicionales de la literatura macroeconómica. Por ejemplo, el shock de la política fiscal es el shock de nuestro interés, razón por la que categorizamos a la presente investigación dentro del requerimiento tipo 2. De ahí que consideramos sus resultados como relevantes para el diseño de algún tipo de política de formalización.

1.5. Marco histórico

Hasta la fecha, en el Perú hay pocos trabajos relacionados al requerimiento del tipo 1, y no hay alguna investigación del sector informal relacionado al tipo 2. Por lo cual no hay documentos de investigación que podamos considerar como referencia histórica a nuestra propuesta: modelo DSGE para el análisis de shochs estocásticos y el sector informal calibrado para el Perú usando datos del 2007-2018.

Sin embargo, a nivel internacional sí existe literatura sobre el modelamiento estructural y calibración del sector informal, el cual se incorpora junto al bloque del sector formal.

Por ejemplo, el trabajo de Conesa et al. (2002) introduce un sector de bienes informal dentro de un modelo de ciclo económico real (RBC) para explicar la diferencia en las fluctuaciones agregadas a lo largo de países. La tecnología de producción en el sector informal es diferente, pero los bienes producidos son comerciables a través de los sectores. El sector formal paga una prima de salario sobre el sector informal el cual es especificado exógenamente, pero los trabajadores informales disfrutan más el tiempo de ocio.

De acuerdo a ese modelo, el tamaño de la economía subterránea⁹ está negativamente relacionada al tamaño de la prima de salario entre los dos sectores. La existencia y el tamaño del sector informal afecta a la decisión de los trabajadores para cambiar entre sectores si-

⁹Este término en el idioma original hace referencia al sector informal.

guiendo un shock de productividad. Esta movilidad através de sectores amplifica la respuesta del producto formal a shocks externos, los cuales conducen a una correlación negativa entre la tasa de participación y las fluctuaciones agregadas. Cuanto más pequeña es la tasa de participación, más grande del sector informal, mayor es el efecto de un shock tecnológico.

Finalmente, tenemos el trabajo de Ihrig and Moe. (2004), en el cual usando un modelo dinámico simple intentan estudiar la evolución del sector informal. Ellas encuentran que el tamaño del sector informal es negativamente afectado por la reducción en la tasa de impuesto.

1.6. Sistema teórico

1.6.1. Revisión de literatura

A modo de recordatorio, vimos en la pág. 10 que las investigaciones del tipo requerimiento 1 toman el tamaño del sector informal como dados; es decir, el objetivo principal es describir el fenómeno de la informalidad.

Además, vimos que la persistencia del sector informal es un problema que la literatura en mención no tiene suficientes herramientas para plantear su reducción. Dado que, este fue y sigue siendo el objetivo de la mayoría de los países.

Es así que surge el interés por el modelamiento formal de este sector haciendo uso del framework de los modelos clásicos de Equilibrio General, Dinámicos y estocásticos (DSGE, por sus siglas en inglés). Esto con el objetivo de analizar el comportamiento de las principales variables de este sector frente a cambios en los shocks tradicionales de la literatura macroeconómica.

No obstante, en este tipo de literatura hay distintos modelamientos dependiendo de la característica a priori o a posteriori de los agentes para decidir a qué sector pertenecer, y dependiendo del objetivo de la investigación:

- A. Los primeros, a priori, tratan el modelamiento de este sector como endógeno al introducir decisiones sobre la cantidad de horas a ofertar a una firma informal. Sin embargo, también se debe considerar la decisión endógena de una firma naciente sobre pertenecer o no al sector informal. A lo cual, nuestra investigación trata de aproximarse al incluir transición entre sectores, o al modelar dicha transición.
- B. Los segundos, sin embargo, son aquellas investigaciones que están orientadas a analizar el comportamiento del sector informal independientemente del tipo de origen que tenga.
 Es decir, que estas investigaciones consideran el tamaño del sector informal invariante, e imposible de mover ante cualquier tipo de política.

De ahí que, dada la importancia del modelamiento a priori, la literatura busca un modelo de endogenización completa en ambos mercados del sector informal, sobre cuánto producir, cuánto de trabajo ofertado-demandado y cómo es la interacción entre todos los agentes ante los shocks más importantes de la economía.

Other models emphasize the voluntary aspects of informal behavior by focusing on the worker's decision to be in the formal or in the informal sector Albrecht et al. (2008). Similarly, a number of papers focus on the firm's decision to open a formal or an informal vacancy. Finally, Boeri and Garibaldi (2005) and Frankel and Pissarides (2006) endogenize, both workers' and firms' decision to join either the formal or informal sector. (Batini et al., 2010, p. 16)

Es así que las investigaciones del tipo 2 han tratado de explicar el por qué del tamaño de este sector y por lo tanto de su persistencia, mediante el modelamiento de las decisiones de las firmas y trabajadores sobre el sector al cual pertenecer. De ahí que, a este tipo de investigaciones, los denominamos investigaciones del tipo 1 con un enfoque a priori; ya que permite incluir endógenamente las decisiones tanto de las firmas como de los trabajadores sobre a qué sector pertenecer. Por ejemplo, la siguiente investigación de Galiani and Weinschelbaum

(2007) pertenece al tipo 1 a priori:

En este documento presentamos un modelo de una economía en el cual el tamaño y salario del sector informal y formal son endógenamente determinados. Este modelo incorpora un continuo de tipos sobre ambos lados de mercado de trabajo (es decir, las firmas y trabajadores). Las firmas eligen si operan en el sector formal o informal y los trabajadores en cuál de los sectores trabajar. (p.2)

Finalizando el recordatorio e inspirados por el enfoque del tipo 2 y a priori e investigaciones como el de Galiani and Weinschelbaum (2007), recorrimos la aventura de realizar un modelamiento endógeno de este sector usando un modelo DSGE calibrado para un país como el peruano. Por lo tanto, para fines de nuestro modelamiento, y previo a su construcción, esta subsubsección está dedicada a realizar una revisión literaria (R.L) de nuestras principales variables endógenas:

R.L.1 Empleo informal endógeno.

R.L.2 Firma informal endógeno.

R.L.3 Tamaño del sector informal endógeno.

Acontinuación se desarrollará cada uno de los puntos mencionados de manera tal que se provea literatura del tipo 1 y/o 2 para su justificación.

R.L.1. Empleo informal endógeno:

Recordemos de la pág. 10 que el sector informal surge del desequilibrio en el sector formal; pues, se resume en que la presión de oferta de trabajo no es posible cubrir con la generación de empleos formales en una economía con gran presencia del sector informal.

Después de lo anterior, que evidentemente representa al motivo necesidad; las investigaciones del requerimiento dos se esforzaron, de alguna manera, por introducir la elección voluntaria del trabajador por pertenecer al sector informal. Como por ejemplo, lo hace el siguiente trabajo de investigación:

A representative family can choose to spend part of its time endowment working in the formal sector or the informal sector, searching for formal jobs as unemployed or out of the labor force. In the formal sector, the model captures search frictions for the hiring process and includes as part of the institutional environment a payroll tax. In contrast, the informal sector faces no search costs nor taxes, implying that workers can smoothly transit between non-employment and informal employment. (Alberola and Urrutia, 2019, p. 5)

Como primera conclusión, las investigaciones del tipo 2 están modelando, implícitamente, los dos motivos (necesidad y oportunidad). Aunque, hasta este punto, estos, están orientados hacia el mercado de trabajo.

Además, nuestro país no es ajeno a estos dos motivos, pues el sector informal peruano tiene una participación en el empleo total del 67.6% en promedio durante nuestro periodo de estudio, según INEI (2019). Esto representa un empleo informal del 208% respecto al empleo en el sector formal en promedio, razón por la cual lo consideramos como evidencia para el motivo necesidad 10 .

De la misma manera, y sin contar con datos, nos acojemos a la literatura para dar evidencia sobre el motivo de oportunidad para el caso peruano; acontinuación se muestra la investigación que ofrece tal evidencia:

¹⁰Adicionalmente, por razones como la alta tasa de desempleo que tiene el país para los jóvenes egresados de las universidades, que se origina en la baja tasa de creación del empleo formal.

En respecto a estudios específicos sobre la economía formal en Perú, Yamada(1996) encuentra evidencia en soporte a la hipótesis que los trabajadores auto_empleados del sector informal urbano eligen este tipo de trabajo en lugar de pertenecer a los trabajadores asalariados, y que puedan ganar salarios competitivos.

(Machado, 2014, p. 9)

Como segunda conclusión, al juntar ambas evidencias, damos fe que tanto del motivo necesidad como de oportunidad, los trabajadores deciden (voluntariamente) la asignación de sus horas de trabajo tanto hacia el sector formal y/o hacia el sector informal.

Finalmente, el criterio de elección para pertenecer (voluntariamente) al sector informal que sugieren las investigaciones del tipo 2, es que los trabajadores evalúan el trade-off respecto a las horas de trabajo en el sector formal y salarios más altos versus disfrutar de mayores niveles de ocio y menores ingresos, eligiendo el trabajo informal. Para tal fin, por ejemplo, hacemos uso de la investigación de Batini et al. (2010).

"When a worker chooses the informal sector he/she enjoy more leisure at the price of a smaller wage, while in the formal sector individuals work more, but receive a wage premium. In particular, the authors assume labour to be indivisible in the formal/registered sector with hours worked fixed exogenously." (Batini et al., 2010, p. 26)

R.L.2. Firmas informales endógeno:

Estamos conscientes de que este tema, probablemente, pueda generar muchas dudas v controversias; sin embargo, también estamos conscientes de que ambos motivos

(necesidad y oportunidad) gobiernan las características empresariales en el sector informal. Es decir, el motivo necesidad gobierna la persistencia; mientras que el motivo oportunidad gobierna la volatilidad de las firmas en este sector, esto se refiere a la formalización de las firmas en cuestión.

Por lo tanto, con el fin de verificar que existe algún subconjunto de empresarios (dueños o familias propietarias de las firmas) que eligen pertenecer al sector informal, tanto para empezar como para instalarse, presentamos el siguiente extracto de la investigación de (Taymaz, 2009, p. 6): "Hay numerosos estudios que muestran que las nuevas firmas en países en desarrollo tienden a iniciar su vida como informales, y si se desempeñan bien, ellos pueden tender a crecer y ser formales (Levenson et al., 1998). En este esquema, que imita al modelo de aprendizaje de Jovanovic (1982), las firmas, si ellos sobreviven, deben moverse de informal al formal como parte de su evolución natural."

Finalmente, porque la persistencia del sector informal y su ciclicalidad requieren una interpretación endógena, admite un modelamiento endógeno de ambas partes del sector informal, tanto de las firmas como del empleo.

R.L.3. Tamaño del sector informal endógeno:

Este punto es consecuencia natural de los dos tipos de endogenización que vimos previamente. Primero, porque el empleo informal endógeno ajusta indirectamente la cantidad total de las unidades de producción informal; es decir, cuanto más empleo sea ofertado hacia este sector, existen mayores posibilidades de crearse una firma informal. Segundo, porque la endogenización de las firmas impacta directamente sobre el tamaño de este sector; es decir, cuando haya más firmas que produzcan, la cantidad de producción agregada aumentará respecto al del sector formal.

1.6.2. Construcción del modelo

Luego de haber validado con la literatura existente la posibilidad de endogenizar las decisiones de las familias sobre el sector al cual pertenecer tanto a nivel de empleo como de firmas, procederemos a construir el modelo DSGE apoyándonos en los hechos estilizados que nos provee la literatura.

Sin embargo, debido a la construcción detallada del modelo y a la cantidad de agentes que incluye el modelo, consideramos prudente presentar una estructura para el desarrollo de esta parte y presentamos el modelo en el siguiente orden:

- I Principales hechos estilizados
- II Perspectiva general
- III Familias y firmas informales
- IV Firmas formales en J_f
- V Empresas importadoras de capital (EICs)
- VI Bancos comerciales (BCs)
- VII Gobierno
- VIII Banco central
 - IX Cierre del modelo

I Principales hechos estilizados

El objetivo de este punto es documentar las principales y generales regularidades empíricas sobre las características del sector informal; en adelante, hechos estilizados (H.E),

debido a su importancia para ser usados como el esqueleto en la construcción de nuestro modelo.

Primero, Alberola and Urrutia (2019) menciona los dos principales hechos estilizados que considera claves al momento de analizar el sector informal:

- a) La dualidad del mercado de trabajo, con un empleo friccional¹¹ en el sector formal coexistiendo con una opción flexible en la informalidad, y
- b) La exclusión financiera en el sector informal, introduciendo una asimetría en la asignación del crédito entre los dos sectores.

Segundo, (Galiani and Weinschelbaum, 2007, p. 2) menciona tres hechos estilizados, uno correspondiente al lado de las firmas y los dos últimos al lado del empleo:

- a) Pequeñas firmas tienden a operar en la informalidad, mientras que las grandes firmas tienden a operar en la formalidad.
- b) Los trabajadores con menor habilidad tienden a ser informales mientras que aquellos habilidosos tienen trabajos formales.
- c) Ceteris paribus, los últimos trabajadores tienen mayores probabilidades para operar en el sector formal que los trabajadores menos habilidosos.

Cabe mencionar que en la tesis hacemos uso tal cual del primer H.E; mientras que los dos últimos, no son tomados en cuenta. Esto, debido a que construimos un modelo DSGE neokeynesiano y no un Search and matching models; sin embargo, cabe esperar que se mantengan las principales conclusiones entre los modelos.

Continuando, y en último lugar, tenemos la investigación de (Batini et al., 2010, p.9) que hace un listado de 22 hechos estilizados clasificados de la siguiente manera: 11 referidos

¹¹Referido al desempleo friccional.

al empleo informal y 11 al mercado de créditos informal. De los cuales, considerando nuestro particular interés sobre el mercado de trabajo informal, priorizaremos los 5 H.E más interesantes de los 11 totales. Los cuales, inmediatamente estarán seguidos por una breve descripción del cómo se capturan en nuestro modelo. La razón para hacer esto es que tales H.E presentan nuevos términos, que hasta el momento no han sido usados en la presente investigación:

- a) La tasa de encontrar un trabajo formal es altamente procíclico, mientras que la tasa de encontrar un trabajo informal es más estable (SF 4, SF por sus siglas en inglés de hecho estilizado en el trabajo original del autor).
 - El modelamiento: se considera un sector formal altamente flexible en el mercado de trabajo, lo cual permite encontrar fácilmente un trabajo en este sector, así manteniendo estable la tasa de encontrar un trabajo.
- b) La tasa de separación en los trabajos informales es más sensible a shocks negativos incluso cuando la tasa de separación para los trabajos formales e informales son contracíclicos (SF 5).
 - El modelamiento: este hecho estilizado en primer lugar es primordial para nuestro modelo, debido a que refuerza el motivo de necesidad relacionado al sector informal y la búsqueda de nuevas fuentes de financiamiento en segundo lugar para estabilizar el desequilibrio en el Budget-constraint de las familias; por lo tanto, el modelamiento es endogenizar el empleo e introducir la contabilidad de las firmas informales dentro del Budget-constraint de las familias, pues, son las familias dueñas y los managers de estas firmas.
- c) Durante una recesión, a pesar del gran incremento en la tasa de separación para los trabajos informales, la participación de trabajos formales decrece (SF 6)
 - El modelamiento: este hecho estilizado es capturado por el modelamiento del anterior hecho estilizado.

- d) Hay una correlación positiva entre el desempleo y el empleo oculto (shadow employment) (SF 8)
 - El modelamiento: se captura al introducir una oferta laboral en el sector informal como sustituto para el trabajo en el sector formal, y reforzada por la flexibilidad (perfecta) del mercado de trabajo en el sector informal; esto quiere decir que ante la falta de empleo en el sector formal es fácil sustituirlo por trabajo en el sector informal dada su flexibilidad.
- e) Hay una brecha significativa entre las ganancias en el sector informal con empleadores en el segmento tope seguidos por sus empleados (asalariados regulares) y por trabajadores casuales.
 - El modelamiento: cada firma informal es propiedad de las familias o auto empleados, quienes obtienen el beneficio de tener su empresa más los salarios descontando los costos de producción que son financiadas por ellas mismas al no tener acceso al sector financiero (haciendo énfasis al segundo hecho estilizado de Alberola and Urrutia (2019) citado en el primer bloque de los hechos estilizados), mientras que los trabajadores solo obtienen el salario no observado.

II Perspectiva general

En este punto se presenta una visión general del contexto en el cual se desenvuelve el modelo teórico considerando las características de los H.Es.

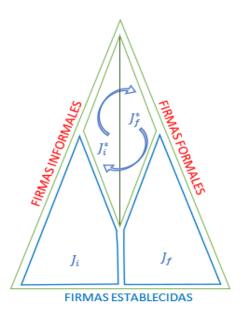
Primero, las firmas en la economía están divididas en dos sectores (formales e informales) y a su vez, estos sectores cuentan con firmas establecidas y otras firmas que transitan entre los sectores, ver Figura N° 1 para la descripción de las firmas en el modelo; en la base se encuentran las firmas establecidas, representando la imposibilidad de transición,

mientras que encima se encuentran las firmas sensibles a transitar.

Dentro de las firmas establecidas seguimos un modelo de oligopolio seguidora de precios a lo Stackelberg. En el cual hay J_f =[0,1] firmas en el sector formal con la capacidad de fijar nuevos precios, mientras que cada una tiene su par en el sector informal¹², J_i =[0,1], que son tomadoras de los precios que se fija en el sector formal.

Adicionalmente, recordemos que la investigación incluye firmas que se mueven entre ambos sectores, J_f^{\star} y J_i^{\star} . Es decir, firmas formales que mueren y se vuelven informales para sobrevivir, y firmas informales que se formalizan en caso de que el ambiente económico lo permita. Como consecuencia la cantidad de estas firmas, en ambos sectores, es variable.

Figura 1: Descripción de las firmas en el modelo



Nota: Elaboración propia

Segundo, hay una familia representativa quien deriva utilidad por el consumo del bien

¹²Es decir: $\forall j \in J_f$, $\exists ! j \in J_i$ tal que $P_t^f(j) = P_t^i(j)$

final y por el ocio. Esto, gracias a que:

- a) Decide la asignación óptima entre las canastas de bienes de consumo tanto de las firmas formales como de las informales dentro de la canasta de consumo global.
- b) Decide la asignación óptima de los recursos (Trabajo, ahorro, etc) para suavizar el consumo durante el tiempo; por ejemplo, decidiendo cuánto invertir, y cuánto de trabajo asignar a cada firma en el sector formal e informal.

Tercero, gracias a la literatura del tipo 1 podemos modelar los gastos, ingresos y beneficios de cada firma informal como parte del Budget-constraint de las familias. Para este caso, por ejemplo, la investigación de Williams (2014) menciona que:

"Informal entrepreneurs are defined as those starting a business or are the owner/manager of a business who engage in monetary transactions not declared to the state for tax, benefit and/or labour law purposes when they should be declared but which are legal in all other respects." (Williams, 2014, p. 3)

De acuerdo a la cita previa, las transacciones monetarias de las firmas y trabajadores del sector informal no son declarados al estado. Además, Hussmanns (2004) añade que:

Las firmas son propiedad de los individuos o las familias que no están constituidas como entidades legales separadas e independientes de sus propietarios, y para las cuales no hay cuentas completas disponibles que permitan una separación financiera de las actividades de producción de las empresas de las otras actividades de sus propietarios. (Hussmanns, 2004, p. 3)

Por lo tanto, como conclusión de este tercer punto, es factible que introduzcamos la contabilidad completa de la firma informal (por tanto el beneficio) en el Budget-constraint de la familia representativa. Así, hacemos a las familias propietarias, y los managers con control total sobre las decisiones empresariales.

Finalmente, incluimos el resto de los agentes de nuestra economía de acuerdo al esqueleto usual de la literatura neo-keynesiana. Por lo que nuestra economía hipotética cuenta con un sector financiero conformado por los B=[0,1] bancos comerciales, en donde, el b-ésimo banco comercial (BC) fija la tasa de interés del crédito y del ahorro. También cuenta con las empresas importadoras de capital¹³ (EICs), quienes proveen capital a las familias en un mercado perfectamente competitivo. Además, consideramos un gobierno que capta recursos desde las firmas formales a través de impuestos y los destina a la compra de bienes de consumo (y como subsidios para la formalización) y al pago de los intereses de los bonos que mantiene de los bancos comerciales. Así, también incluimos un banco central quien está manejada por una regla de política monetaria que responde a los desvíos de la tasa de inflación y del producto en el sector formal respecto a sus estados estacionarios no estocásticos.

Antes de cerrar esta parte, seguramente el lector se dió cuenta de que el modelo requerirá muchos supuestos para replicar los principales hechos estilizados presentados en la pág. 27; por lo cual citaremos diversos trabajos de investigación que ayuden a aclarar y dar soporte a los supuestos que incluimos en nuestro modelo, a medida de que el modelo se vaya construyendo.

Aclarado ese detalle, empezaremos modelando a las familias y firmas informales hasta llegar al cierre del modelo. Es decir, seguimos el orden mostrado en la pág. 27.

III Las familias y firmas informales

Dentro de las familias, recordemos que de Hussmanns (2004) podemos asumir que los

¹³Cabe mencionar que el término "capital" es usado, en nuestro documento, como el capital físico.

registros contables de las firmas informales forman parte del presupuesto familiar; esto, para nosotros obedece a los dos motivos que señalamos para el origen de la informalidad. Razón por la cual consideramos a las firmas informales dentro del problema de las familias; por lo tanto, primero procederemos a analizar el comportamiento de las firmas informales hasta vincular sus decisiones con las familiares.

Por tal razón, esta división está organizada de la siguiente manera¹⁴:

III.1 Firms informales.

III.2 Familia.

III1.Firmas informales

Como mencionamos en la pag. 30 sobre la perspectiva general del modelo, las firmas dentro de cada uno de los sectores están divididos en dos tipos. Primero, están las firmas del tipo 1, tanto formales como informales, que no son sensibles a la transición; es decir, estas firmas no tienen incentivos a cambiar de sector así ocurra un tremendo shock positivo. Segundo, están las firmas del tipo 2, tanto formales como informales, que son sensibles a transición; es decir, estas firmas buscan obtener la mayor rentabilidad independientemente del sector al cual pertenezcan, de manera que si la oportunidad de obtener mayores beneficios se da en el otro sector, estas firmas cambiarán de sector.

Es así que esta subdivisión tiene el objetivo de presentar los puntos referidos a las firmas informales no sensibles a transición y a las firmas, formales e informales, sensibles a transición. De manera que esta subdivisión está organizada de la siguiente manera:

III.1.1 Firmas informales no sensibles a transición.

 $^{^{14}}$ Cabe mencionar que cada subdivisión presenta una estructura amplia, de manera que contiene sub subdivisiones y apartados, las cuales están enlistadas al inicio de cada subdivisión siempre que contengan muchos items en las que sub subdividirse y/o apartados que contener.

III.1.2 Transición de las firmas.

III.1.3 Características de las firmas sensibles a transición.

III.1.4 Simplificación para el modelamiento formal.

III1 Firmas informales no sensibles a transición.

En este apartado derivaremos la función de beneficios de una firma en el sector informal que siempre permanece siendo informal.

Asimismo, este procedimiento lo haremos en el siguiente orden:

- a) Costo de la firma informal.
 - 1) Tecnología de producción en el sector informal.
 - 2) Productividad marginal de la firma informal.
 - 3) Costo fijo de la firma informal.
 - 4) Costo total de la firma informal.
- b) Beneficios de la firma informal.
- c) Ingreso total del trabajo en el sector informal.

IIIa Costo de la firma informal.

Debido a Hussmanns (2004), ambos componentes de la función de beneficios, los ingresos y los costos de producción, forman parte del problema familiar. A su vez, asumimos que el segundo componente reúne el costo variable referido al costo laboral y el costo fijo referido al capital físico. Por ejemplo, esta es una de las formas en las que pueden ser capturadas las dos características que menciona Basbay et al. (2016), veamos:

La economía informal está caracterizada como un sector altamente intensivo en

trabajo, más que intensivo en capital, sin acceso a la frontera tecnológica de producción (Matthews, 1983). Una explicación para este fenómeno es que el sector informal opera sobre una escala pequeña para evitar la evaluación del gobierno.De acuerdo a las limitaciones de las economías de escala, el sector informal produce menos intensivo con capital y más intensivo en empleo (Basbay et al., 2016, p.2).

De ahí que; primero, el costo variable está relacionado al pago realizado a los trabajadores por sus horas empleadas durante el proceso productivo; y segundo, este tipo de pago no es posible expresarse en un "salario por hora". Por ejemplo, para el segundo punto, Laszlo (2008) menciona varios razones sobre el salario no observado en el sector informal:

Primero, las evaluaciones a las familias tipicamente reportan las ganancias totales o beneficios de esas actividades, no el salario por hora. En la presencia de errores de medida, dividiendo las ganancias por horas para obtener el salario promedio lleva a un sesgo de atenuación en la estimación de la elasticidad salario de la oferta de trabajo (Borjas 1980). En suma, esas ganancias no son siempre directamente proporcionales a las horas de trabajo. Como un resultado, obteniendo el rendimiento marginal del trabajo llega a ser completamente difícil y requiere un gran trato de información relacionado a la producción agrícola y no agrícola. Segundo, usando a la familia como la unidad de observación se elimina una potencial fuente de sesgo de auto selección que a menudo se presenta a un nivel individual: muchas familias rurales en el Perú tienen al menos un miembro de la familia trabajando, así que muy pocas observaciones tienen las horas o ganancias que toman valor de cero. Finalmente, donde las ganancias son el producto de las horas y del retorno

marginal del trabajo, cualquier esquema de empleo para analizar el comportamiento de la oferta de trabajo utilizando esos tipos de conjunto de datos deben tener en cuenta la determinación de las horas de trabajo y los salarios, una tarea no trivial cuando los salarios son no-observados. (Laszlo, 2008, p. 6)

Es así que, empezando por el final del argumento en la anterior cita y para comenzar con nuestra presentación matemática, planteamos la siguiente función del costo variable, ecuación n° 1. Que en palabras de Laszlo (2008) sería muy difícil de obtener desde el punto de vista econométrico debido a que representa el total del salario que no es observable en una firma informal y en consecuencia muy difícil de estimar con precisión:

$$CTv(j) = P_t \cdot Pmg_t^i(j) \cdot N_t^i(j) \tag{1}$$

En donde: P_t es el precio de un bien de consumo final, $Pmg_t^i(j)$ es la productividad marginal del trabajo en el sector informal para cada j-ésima firma, y $N_t^i(j)$ representa las horas trabajadas en cada j-ésima firma informal. Cabe mencionar que "j" pertenece al conjunto del total de las firmas informales " J_i ", para más detalles ver la pág. 42. Además, en adelante, para las variables endógenas del modelo, el subíndice representará el tiempo y el supra índice representará el elemento de un conjunto específico; por ejemplo, $N_t^i(j)$ es el trabajo en el periodo "t" en el sector informal "i".

En conclusión, la $Pmg_t^i(j)$ introducido en la ecuación n° 1 vendría a ser el salario no observado que paga una firma informal. Como resultado, este planteamiento es interesante, debido a que captura la heterogeneidad que presenta el "salario" en el sector informal. Sin embargo, dado el incoveniente econométrico, requerimos transformar este "salario" en uno expresado en ganancias totales o beneficios en cada j-ésima actividad de acuerdo a la sugerencia que presenta Laszlo (2008) en el primer punto. Por lo tanto, para este fin, subdividimos esta parte para analizar con más detalles el costo variable.

IIIa1. Tecnología de producción en el sector informal

Hasta este punto solo asumimos que el capital físico empleado en este sector se mantiene fijo. Sin embargo, también podemos asumir que las firmas en el sector informal necesitan un nivel de capital físico proporcional al nivel que usan en el sector formal; para tal supuesto, presentamos el siguiente sustento teórico:

Asumimos que la producción en el sector informal no necesita capital privado. Esto es una aproximación a la realidad, en el sentido que el sector informal es mucho menos intensivo en capital comparado con el sector formal. En suma, las actividades son usualmente no financiados por un banco y no acumula activos de capital.

(Maiti and Bhattacharyya, 2018, p. 7)

Cabe mencionar que el concepto de capital al cual se refiere la cita anterior es al capital físico. Por ejemplo, para más detalles Taymaz (2009) menciona lo siguiente:

La falta de acceso al crédito proveído por el propio estado o bancos privados puede tener un impacto perjudicial sobre la productividad por dos razones. Primero,
la restricción al capital a las firmas informales reduce su capacidad, y opera debajo
de la escala eficiente de producción. Segundo, altos costos de capital o financiamiento exterior limitado fuerzan a las firmas informales sustituir trabajo (baja habilidad) para el capital físico. (Amaral and Quintin, 2006). De ahí, es muy probable
que las firmas informales tengan baja intensidad de capital y menor productividad
del trabajo. (Taymaz, 2009, p. 5)

Además, como señala (Tokman, 2001, p. 2), independiente de la interpretación adoptada, las características del sector informal son similares: pequeñas, tecnologías no sofistica-

das, bajos requerimientos de capital por trabajador, y una distinción entre empresas pequeñas y de gran tamaño en términos de requerimientos de capital.

Es así que, en resumen, tenemos un sector informal con firmas que tienen una proporción reducida, $k1 \in (0,1)$, de capital respecto al capital del sector formal, K. Por lo tanto, supondremos que cuentan con un nivel de capital fijo y bajo, k1 * KK, y cuentan con una tecnología de producción del tipo Cobb-douglas.

$$y_t^i(j) \le A_t^i N_t^i(j)^{1-\alpha_i} (k1 * KK)^{\alpha_i}$$
 (2)

Donde, $y_t^i(j)$ es el producto de cada j-ésima firma informal y como veremos en la ecuación n° 6, α_i representa la proporción del producto real que resta una vez cubierto el pago de los salarios.

IIIa2 productividad marginal de la firma informal.

Habiendo encontrado la tecnología de producción, ecuación n° 2, expresamos la productividad marginal del trabajo como:

$$Pmg_t^i(j) = (1 - \alpha)A_t^i N_t^i(j)^{-\alpha_i} (k1 * KK)^{\alpha_i}$$
(3)

Es así que, finalmente, la ecuación n° 1 queda completamente expresado como sugiere Laszlo (2008). Sin embargo, aún nos hace falta la ecuación del costo fijo en el cual incurre la empresa informal al adquirir el capital físico que necesita en el proceso productivo. Por lo cual, continuamos con la búsqueda de la expresión matemática para dicho costo.

IIIa3. Costo fijo de la firma informal

Asumimos que cada firma informal paga un único precio real de alquiler; que a su vez, asumimos, es equivalente al precio de alquiler que paga una firma formal en el estado es-

tacionario. Este supuesto es adaptado de Maiti and Bhattacharyya (2018), quien sugiere que una firma informal puede operar sin capital físico; sin embargo, nosotros asumimos que una firma informal opera con una escala mínima de capital físico, siguiendo a Tokman (2001). Dicho capital físico es adquirido cada periodo, en cuanto el valor nominal de este alquiler varía periodo a periodo, debido a la variación de los precios del bien de consumo final.

$$CF(sector) = \int_{I^i} P_t \cdot zz * k1 * KKdj$$
 (4)

IIIa4. Costo total de la firma informal

Reemplazando la ecuación n° 3 en la ecuación n° 1 y considerando la ecuación n° 4 obtenemos el costo total al cual está sujeto la j-ésima firma informal como parte de su proceso de producción.

$$CT(j) = (1 - \alpha) \cdot P_t \cdot Y_t^i(j) + P_t \cdot zz * k1 * KK$$

$$\tag{5}$$

De donde se deduce el salario agregado informal no observado:

$$W_t^i(no) = \int_{J^i} (1 - \alpha) P_t \cdot Y_t^i(j) dj = \int_{J^i} P_t \cdot Cmg \cdot Y_t^i(j) dj$$
 (6)

IIIb Beneficio de cada empresa informal

Es la venta total de cada bien al precio fijado por la j-ésima firma informal neto del costo que involucra el proceso de producción, por lo tanto:

$$\Pi_t^i(j^i) = P_t(j) \cdot Y_t^i(j) - CT(j) \tag{7}$$

Y el beneficio total de las firmas, será:

$$\Pi_t^i = \int_{J^i} \Pi_t^i(j^i) \cdot dJ^i \tag{8}$$

IIIc. Ingreso total del trabajo en el sector informal

Recordando a Laszlo (2008), sabemos que el salario en el sector informal no es observable, por lo que requeríamos una unidad agregada y observable que capture la ganancia o beneficio obtenido por estar ocupado en este sector. Por lo tanto, hacemos uso del tercer término que derivamos, por esta razón, en la ecuación n° 6.

$$\int_{J^i} P_t \cdot Cmg \cdot Y_t^i(j)dj \tag{9}$$

Finalmente, las firmas informales quedan caracterizadas por las ecuaciones n° 8 y n° 9. A su vez, la ecuación del salario total no observado, n° 9, captura el beneficio total expresado en unidades de bienes obtenidos por trabajar en este sector, de manera que resuelve los puntos de Laszlo (2008).

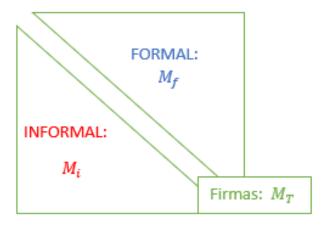
III2 Transición de las firmas

Inmediatamente después de modelar la función de beneficios que es necesaria para resumir el problema de la firma informal; requerimos especificar la forma en la cual una firma, tanto formal como informal, puede moverse entre los sectores, como mencionamos a Taymaz (2009) en la pág. 25.

Por lo tanto, para poner en contexto; primero, asumimos que hay una masa continua de firmas en incubación, M_T , de las cuales una masa M_i serán informales y la otra masa M_f serán formales, ver Figura N° 2; segundo, cada firma decide entrar al mercado a ser informal con una probabilidad fija i \in (0,1) o a ser formales con una probabilidad 1-i, ver el primer árbol en la Figura N° 4; finalmente, por la ley débil de los grandes

números (LDGN), la probabilidad de ser formal e informal representa la proporción de firmas formales, M_f/M_T , e informales, M_i/M_T , presentes en la economía, por ello se hizo un cambio paramétrico al tamaño inicial de cada sector, es decir:

Figura 2:
Distribución inicial de las firmas sensibles a transitar



Nota: Elaboración propia

a) LDGN aproxima la proporción de firmas en el sector informal, M_i/M_T , con la probabilidad de decidir ser informal "i" y mediante una función, " f_i ", determinamos la relación del total de firmas formales o informales en relación a la probabilidad.

$$f_k: (0,1) \to (1,+\infty)$$

La razón es que simplifica mucho el desarrollo matemático. Donde $k=\{i,f\}$.

- b) Por lo tanto, el tamaño inicial específico de ambos sectores, queda:
 - total de firmas informales:

$$f_i(1-i) = M_i \tag{10}$$

Donde M_i son firmas informales homogéneas sensibles a transitar.

total de firmas formales:

$$f_f(i) = M_f \tag{11}$$

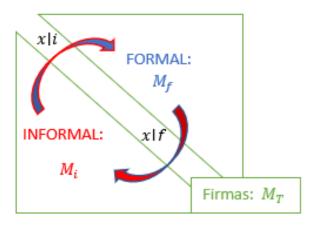
Donde ${\cal M}_f$ son firmas formales homogéneas sensibles a transitar.

Es decir, M_i son las firmas informales que están por motivos de oportunidad y esperando que el ambiente económico mejore para formalizarse. Por otro lado, M_f son las firmas formales que no pueden sobrevivir a la competencia natural del sector formal, aquellas firmas incapaces de ajustar nuevos precios y así no puedan sobrevivir a un shock negativo, por ejemplo.

Continuando, en este apartado se adaptará un modelo clásico en la teoría de juegos sobre la decisión de una firma naciente de entrar o no entrar al mercado, a un escenario en el cual las firmas decidan moverse desde la informalidad hacia la formalidad o viceversa.

Primero, denotamos como "x" a la proporción neta de las firmas que transitan entre sectores; además, a los formales como $x|f=(formal\to informal)$ e informales como $x|i=(informal\to formal)$, ver Figura N° 3.

Figura 3: Flujo del movimiento de las firmas sensibles a transitar



Nota: Elaboración propia

Segundo, por el primer punto, asumimos que cada firma en M_T cuenta con dos posibles estrategias puras $S=\{Transitar, No-transitar\}$, es decir que cada firma elige una de las estrategias; en donde, ex-ante u|(i,f)=1 si la firma decide transitar y u|(i,f)=0 en otro caso, ver la segunda rama del árbol en la Figura 4. Sin embargo, que ex-post estas estrategias ocurren con probabilidades $(P[u|i=1|\Omega_t^i], 1-P[u|i=1|\Omega_t^i])$ y $(P[u|f=1|\Omega_t^f], 1-P[u|f=1|\Omega_t^f])$, en donde Ω_t^k es el conjunto de información al cual están relacionados las decisiones de las firmas en cada sector k en el periodo t.

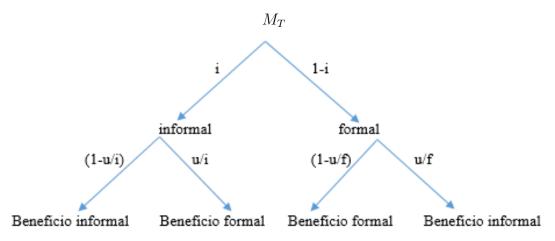
Tercero, asumimos que estas probabilidades ex-post de transición están condicionadas al ambiente económico del periodo siguiente, $\Omega_t = \{\text{Beneficios esperados de } t+1\}$, ver la última fila del árbol en la Figura 4. Esto obedece por ejemplo, a investigaciones como las de Bardales (2012) que menciona que estas firmas, en caso de tener la posibilidad de transitar, toman su decisión en base a la utilidad (beneficio) esperado del sector al cual desean pertenecer.

Cuarto, dado que asumimos que las firmas sensibles a transitar son continuas $(M_i y M_f)$ podemos asumir que la proporción de firmas que transitan es igual a la probabilidad ex-post de transición, por la LDGN.

Es decir que el par de probabilidades asociadas a las estrategias serán iguales al par de proporciones correspondientes a esas estrategias; $(x|i, x|f) = (P[u|i = 1|\Omega_t^i], P[u|f = 1|\Omega_t^f]).$

Quinto, una firma elegirá Transitar si el beneficio esperado de esa elección en t+1|t es mayor al beneficio esperado de no transitar.

Figura 4:
Descripción del juego



Nota: Elaboración propia

Sexto, considerando el punto anterior, planteamos un conjunto de información, Ω_t^k , como $E_t\left\{\Pi_{k,t+1}^{-k}(j) \geq \Pi_{k,t+1}^k(j)\right\}$ que comparan los beneficios esperados en ambos sectores; y además, asumimos que esta probabilidad es del tipo logit.

En donde: para k=i, $\Pi^f_{i,t+1}(j)$ es el beneficio real en el periodo t+1 que la j-ésima firma informal obtendría en el sector formal y $\Pi^i_{i,t+1}(j)$ es el beneficio real que obtendría la misma firma informal en t+1 en caso decida No-transitar.

III2.a. solución del juego

Juntando el Tercer, Cuarto y Quinto punto anterior, la condición para transitar es cuando el beneficio real esperado de transitar es más grande que el beneficio real esperado que estaría obteniendo en su actual sector¹⁵. De ahí que, siempre que dicho beneficio sea mayor al beneficio esperado, esta firma decidirá transitar.

Por ejemplo, para una firma informal, será:

 $^{^{15}}$ Ejemplo, consideremos una firma en M_f . Para formar parte de M_i , esta firma considerará el beneficio esperado que pueda obtener si perteneciera mañana a M_i , por lo tanto evaluará el beneficio que obtiene en su sector, f, con el beneficio que obtendría en i.

$$E_t\left\{\Pi_{i,t+1}^f(j)\right\} \ge E_t\left\{\Pi_{i,t+1}^i(j)\right\} \tag{12}$$

Es así que, si la condición de la ecuación n° 12 se cumple con desigualdad estricta, condiciona a una firma informal a transitar. Por lo tanto, del sexto punto tenemos que la probabilidad posterior de transitar está dado por:

$$P[u \mid i = 1 \mid E_t\{\Pi_{i,t+1}^f(j)\}\} \ge E_t\{\Pi_{i,t+1}^i(j)\}\} = \frac{e^{E_t\{\Pi_{i,t+1}^f(j) - \Pi_{i,t+1}^i(j)\}}}{1 + e^{E_t\{\Pi_{i,t+1}^f(j) - \Pi_{i,t+1}^i(j)\}}}$$
(13)

De ahí encontramos la proporción de firmas informales que transitan, x|i; la cual, gracias al cuarto punto, es igual al lado derecho de la desigualdad en la ecuación n° 13.

$$x|i = P[u \mid i = 1 \mid E_t \left\{ \Pi_{i,t+1}^f(j) \ge \Pi_{i,t+1}^i(j) \right\}]$$
(14)

Finalmente, podemos definir la proporción de firmas que transitan hacia la formalidad en la economía durante el periodo t, como:

$$x = x|i - x|f \tag{15}$$

Donde x|f se determina de forma análoga a la ecuación n° 14.

$$x|f = P[u \mid f = 1 \mid E_t \left\{ \Pi_{f,t+1}^i(j) \ge \Pi_{f,t+1}^f(j) \right\}]$$
 (16)

III2.b. Conclusión

- a) En la ecuación n° 15: x es la proporción de firmas netas que dejan el sector informal y pasan a ser formales.
- b) Por lo tanto, en la ecuación n° 10, el tamaño de este sector se puede expresar como: $M_i x$. De ahí que si $J_i = (0, 1)$ representa a aquellas firmas que siempre permanecen en la informalidad, $J_i^{\star} = (0, M_i x)^{16}$ representa a aquellas firmas sensibles a transitar en la economía.
- c) De la misma manera en la ecuación n° 11, $(M_f + x)$ es el tamaño real del sector formal. De ahí que si $J_f = (0, 1)$ representa a aquellas firmas que siempre permanecen en la formalidad, $J_f^{\star} = (0, M_f + x)^{17}$ representa a aquellas firmas que transitan en la economía.
- d) Adicionalmente, b) y c) nos permite asumir que en $J_f = (0,1)$ cada j-ésima firma posee su contraparte en el otro sector, $J_i = (0,1)^{18}$.

III3. Característica de las firmas sensibles a transición

El objetivo de este apartado es resumir las características de la función de beneficios y el problema al cual se enfrenta cada firma que es sensible a la transición. Es decir, queremos caracterizar a las firmas dentro de M_f y M_i .

Como vimos en el planteamiento de la transición de firmas, ver pág. 35, cada una de las firmas dentro de M_f y M_i tienen costos de oportunidad en términos de beneficios reales.

Por ejemplo, una firma informal (j) en M_i tiene dos posibles funciones de beneficios esperados, $\Pi_{i,t}^f(j)$ y $\Pi_{i,t}^i(j)$, las cuales se requieren especificar. Asimismo, las firmas

 $^{^{16}}$ Por ejemplo, calibrando para el caso peruano encontramos que no todas las firmas informales sensibles a transitar lo hacen, $M_i - x \ge 0$, por lo cual J_i^* es no nulo.

¹⁷Por ejemplo, para el caso peruano, $M_f + x \ge 0$, y de ahí que J_f^* también es no nulo.

 $^{^{18}}$ Como veremos más adelante, en la decisión familiar, esto nos permite plantear la sustitución de trabajo entre firmas de la misma industria "j", lo cual no es posible para M_f y M_i .

formales en M_f tienen estos costos de oportunidad. De manera que requerimos especificar las características propias, $\Pi_{k,t}^k(j)$, y las características cuando deciden moverse entre sectores, $\Pi_{k,t}^{-k}(j)$.

Con tal objetivo, el presente apartado está dividido de la siguiente manera:

- III3.1 Firmas formales en M_f , características propias.
- III3.2 Firmas informales en M_i , características propias.
- III3.3 Firmas formales transitadas hacia M_i .
- III3.4 Firmas informales transitadas hacia M_f .

Acontinuación presentamos el desarrollo de cada uno de los puntos anteriores:

III1 Firmas formales en M_f , características propias.:

Primero, asumimos que las firmas en M_f poseen la función de beneficios del sector formal, $\Pi_t^f(j^*)$, con la ligera variación de que son incapaces de fijar nuevos precios. Es decir que por cada bien de consumo final producido, $Y_t^f(j^*)$, estas firmas cobran el precio óptimo que fue fijado en el periodo anterior, \tilde{P}_{t-1} .

Aunque, por otro lado, estas firmas sí tienen la capacidad de optimizar el nivel de sus insumos en cada periodo; trabajo, $L_t^f(j^*)$, y capital físico, $K_t^f(j^*)$; como respuesta a las variaciones en los salarios, $w_t^*(j^*)$, y al precio de alquiler del capital físico, z_t . Por lo tanto, expresamos la función de beneficios de esta firma como:

$$\Pi_{f,t}^{f}(j^{\star}) = (1 - \tau_{t})\tilde{P}_{t-1} \cdot Y_{t}^{f}(j^{\star}) - P_{t} \cdot w_{t}^{\star}(j^{\star}) \cdot L_{t}^{f}(j^{\star}) - P_{t} \cdot z_{t} \cdot K_{t}^{f}(j^{\star})$$
(17)

Segundo, estas firmas elijen la cantidad de insumos requeridos de manera que minimice el costo de producción, $CT_t^f(j^*)$, sujeto a la tecnología de producción, que asumimos es del tipo cobb-douglas; es decir:

$$MinCT_t^f(j^*) = P_t \cdot W_t L_t^f(j^*) + P_t \cdot z_t K_t^f(j^*)$$

$$s.a:$$

$$Y_t^f(j^*) = A_t^f L_t^f(j^*)^{1-\alpha_f} K_t^f(j^*)^{\alpha_f}$$

$$(18)$$

III2 Firmas informales en M_i , características propias:

Primero, la función de beneficios de una firma informal, $\Pi_t^i(j^*)$, en M_i tiene la misma forma funcional que una firma informal que siempre ha sido informal. Sin embargo, asumimos que esta firma tiene la ventaja de fijar sus propios precios, $P_t(j^*)$, razón por la cual pertenece al conjunto de firmas sensibles a transitar. Por lo tanto, adaptando la ecuación n° 7 obtenemos la función de beneficios de la firma informal que pertenece a M_i .

$$\Pi_{i,t}^{i}(j^{\star}) = P_{t}(j^{\star}) \cdot Y_{t}^{i}(j^{\star}) - (1 - \alpha_{i}) \cdot P_{t} \cdot Y_{t}^{i}(j^{\star}) - P_{t} \cdot zz * k1^{\star} * KK$$
(19)

Segundo, el problema de este tipo de firmas consiste en elegir el nivel de precios, $P_t(j^*)$, de manera que maximice su beneficio, ecuación n° 19, sujeta a la función de demanda por los bienes de consumo en M_i :

$$Y_t^i(j^*) = \left[\frac{P_t(j^*)}{P_t^i}\right]^{-\epsilon} Y_t^{i^*} \tag{20}$$

III3 Firmas formales transitadas hacia M_f :

Por simplicidad, asumimos que al formalizarse, las firmas adoptan las características del sector al cual transitan, por lo tanto:

- a) Requerirá contratar mano de obra a un salario fijo.
- b) Perderá su capacidad de fijar precios, por lo que mantendrá los precios formales fijados en el periodo anterior.
- c) Adquirirá la capacidad de ajustar la proporción de capital físico que requiere usar en su proceso productivo.
- d) Pagará impuestos correspondientes al IGV.
- e) Finalmente, esta firma se enfrentará a los shocks propios del sector formal.

Como se nota, estas nuevas características representan las bondades e inconvenientes de la formalización.

Es así que el problema de esta firma se puede escribir de forma análoga al problema en las ecuaciones n° 17 y 18:

$$\Pi_{i\,t}^{f}(j^{\star}) = (1 - \tau_{t})\tilde{P}_{t-1} \cdot Y_{t}^{i,f}(j^{\star}) - P_{t} \cdot w_{t}^{\star} \cdot L_{t}^{i,f}(j^{\star}) - P_{t} \cdot zz \cdot k_{1,t}KK \tag{21}$$

Y, asimismo su problema de minimización de costos, será:

$$MinCT_{i,t}^{f}(j^{\star}) = P_t \cdot w_t^{\star} L_t^{i,f}(j) + P_t \cdot zz \cdot k_{1,t} KK$$

$$s.a:$$

$$Y_t^{f}(j^{\star}) = A_t^f L_t^{i,f}(j^{\star})^{1-\alpha_i} (k_{1,t} KK)^{\alpha_i}$$

$$(22)$$

III4 Firmas informales transitadas hacia M_i :

Estas firmas informalizadas, adoptarán las siguientes características:

- a) Obtendrán la capacidad de fijar sus precios de periodo a periodo.
- b) No podrán ajustar el nivel de capital dinámicamente.
- c) Pagarán salarios no observados.
- d) Finalmente, dejarán de lado la carga tributaria.

Según estas características, el problema de esta firma se desprende análogamente al problema en la ecuación n° 19 y 20:

$$\max_{P_t(j^*)} \Pi_{f,t}^i(j^*) = P_t(j^*) \cdot Y_t^{f,i}(j^*) - (1 - \alpha_f) \cdot P_t \cdot Y_t^{f,i}(j^*) - P_t \cdot zz * k1^* * KK$$
 (23)

s.a:

$$Y_t^{f,i}(j^*) = \left\lceil \frac{P_t(j^*)}{P_t^i} \right\rceil^{-\epsilon} Y_t^{(f,i)^*} \tag{24}$$

III4. Simplificación para el modelamiento formal

La necesidad de este apartado surge por la falta de literatura previa sobre el tema de transición, ya que no nos permite utilizar la metodología planteada hasta este punto sin extendernos a proveer soluciones propias; por lo cual requerimos hacer algunas simplificaciones al modelo para estar en línea con nuestros antecedentes:

Supuesto 1. las firmas sensibles a transitar se guían por los resultados de producción y costos que afrontarían las firmas establecidas en el siguiente periodo.

Justificación 1: Las firmas informales establecidas (por necesidad) en el sector informal son pocas en comparación con las firmas sensibles a transitar (por oportunidad), contratan más trabajo y producen menos por las menores condiciones de productividad por bajo capital; y por el lado de las firmas formales, las firmas establecidas (más competitivas) son más que las firmas sensibles a transitar (con posibilidad de muerte) y por lo tanto contratan más trabajadores y producen aproximadamente igual que las formales sensibles.

Justificación 2: Las firmas sensibles pueden predecir mejor los resultados de las empresas establecidas que sus propios resultados en caso de transitar.

Por lo tanto, asumiremos que cuando una firma quiera transitar hacia el otro sector considerará las siguientes hipotéticas posibilidades adoptando la función de beneficios de su contra parte:

- las firmas formales que deseen informalizarse producirían una proporción ii $\in (0,1)$ respecto a la producción de firma informal establecida.
- de la misma manera, las firmas informales que deseen formalizarse producirían una proporción ff $\in (0,1)$ respecto a la producción de las firmas formales establecidas.
- el salario que las firmas formalizadas esperarían cumplir con los trabajadores es una proporción wt \in (0,1) del salario que pagan las empresas formales establecidas.

Supuesto 2. : Por simplicidad normalizamos a 1 la cantidad de empresas sensibles a transitar (M_i, M_f) , tanto formales como informales; por lo tanto, tenemos que $J_i^* = (0, M_i - x) = (0, 1 - x = o1)$, dado que las empresas formales serán las que se informalizan; mientras que para el caso formal, $J_f^* = (0, M_f + x) = (0, 1 + x = o2)$

Supuesto 3. : Además, dado que consideramos movilidad intersectorial, nos vemos en la necesidad de incluir una tasa de mortalidad de las firmas formales, es decir que de todas las firmas transitadas hacia la formalidad, x, en el periodo t, una proporción "d" \in (0,1) sobrevive el siguiente periodo. De manera que el total de firmas transitadas en el presente es: $x'_t = x_t + d \cdot x_{t-1}$, por lo cual, o2 = 1 + x' y o1 = 1 - x'

Supuesto 4. : De A. y el esquema teórico presentado previamente, la función de beneficios para estas firmas están dadas por las ecuaciones n° 21 y 23.

De esta manera concluimos con el análisis de esta subdivisión referida a las firmas informales, de manera que continuamos con el análisis de las familias; en donde, mantendremos los supuestos simplificadores antes mencionados.

III2.Familia

La familia enfrenta 3 problemas que son diferentes entre sí debido a la asignación del recurso en particular que involucra dicho problema. A su vez, estos son:

III2.1 Minimización del gasto en consumo:

- 1) Minimización del gasto en consumo de las $J_i = J_f = (0,1)$ firmas.
- 2) Minimización del gasto en consumo de las J_i^\star y $J_f^\star.$

III2.2 Maximización del ingreso por ahorro.

III2.3 Maximización de la utilidad de toda la vida.

III1 Minimización del gasto en consumo

El primer problema al que se enfrenta la familia es asignar el consumo de cada firma dentro del consumo global de manera que el gasto incurrido en las compras sea mínimo. A su vez, estas familias tienen diferentes opciones de compra, debido a la separación de firmas, y debido al precio que cobra cada firma.

Es así que nosotros asumimos que las familias pueden diferenciar los bienes de consumo pertenecientes a $J_{i,f} = (0,1)$ y a $J_{i,j}^{\star}$, debido al precio que cobran, véase Allen and Schipper (2017). Como resultado, la familia obtiene diferentes utilidades, que será modelado en el 3er problema.

Por lo tanto, este problema se desarrolla en dos partes, los cuales pasamos a desarrollar inmediatamente.

III11) Minimización del gasto en consumo de las $J_i = J_f = (0,1)$ firmas.

En esta primera parte del primer problema, la familia busca asignar eficientemente la composición de los bienes de consumo del sector informal (C_t^i) y formal (C_t^f) dentro de la canasta de consumo global C_t . De manera que dado el precio del bien de consumo P_t , el gasto en el consumo (P_tC_t) sea lo más pequeño posible.

Por lo tanto, la familia resuelve el siguiente problema de minimización en cada periodo de tiempo:

$$\min_{C_t^f, C_t^i} P_t C_t = P_t C_t^f + P_t C_t^i
s.a:$$

$$C_t = \left[(1 - c_{1f})^{\frac{1}{\eta_c}} (C_t^i)^{\frac{\eta_c - 1}{\eta_c}} + c_{1f}^{\frac{1}{\eta_c}} (C_t^f)^{\frac{\eta_c - 1}{\eta_c}} \right]^{\frac{\eta_c}{\eta_c - 1}}$$
(25)

En donde, el parámetro η_c representa la elasticidad de sustitución entre la canasta de consumo agregado del sector informal y formal; y finalmente, el consumo es una agregación del tipo CES para los bienes de consumo del sector informal y del sector formal, con un formal-bias del consumo determinado por el parámetro c_{1f} .

Cabe mencionar que, como el lector habrá notado en la ecuación n° 25, el precio agregado de la economía es el mismo para ambos bienes de consumo. Esto es así por el modelo de competencia introducido en la parte de la perspectiva global del modelo. El cual, en resumen, indica que la empresa formal es la fijadora de precios y su par en el sector informal es tomadora de precios. De ahí que, como cada firma en $J_i = (0,1)$ tiene su contra parte única en $j_f = (0,1)$, los precios agregados son idénticos.

De igual manera, la familia decide sobre la composición de los bienes de consumo de las $J_{i,f}$ firmas dentro del consumo total del sector formal e informal. De tal forma que el gasto en el consumo de los bienes finales del sector formal e informal sea mínimo; por ejemplo, para el sector formal, es:

$$\min_{C_{f,t}(j)} P_t C_{f,t} = \int_{J_f} P_t(j) C_{f,t}(j) dj$$

$$s.a:$$

$$C_{f,t} = \left[\int_{J_f} C_{f,t}(j)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} dj \right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$$
(26)

En donde, ϵ es la elasticidad de sustitución constante entre los bienes finales de las jésimas firmas, donde el sub índice (f,t) representa el consumo del bien j comprado del
sector formal y en el tiempo t.

Asimismo, análogo al problema en la ecuación n° 26 describimos el problema de la minimización del gasto en consumo del sector informal.

$$\min_{C_{i,t}(j)} P_t C_{i,t} = \int_{J_i} P_t(j) C_{i,t}(j) dj$$

$$s.a:$$

$$C_{i,t} = \left[\int_{J_i} C_{f,t}(j)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} dj \right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$$
(27)

De esta manera queda caracterizado completamente la primera parte del primer problema; mientras que la segunda parte se caracteriza a continuación.

III12) Minimización del gasto en consumo de las J_i^{\star} y J_f^{\star} firmas.

Esta segunda parte es parcialmente análogo a la primera; sin embargo, cabe mencionar dos diferencias que tendrán impacto distorsionador en el estado estacionario no estocástico. Estos son:

- El precio agregado para J_i^* y J_f^* serán diferente. Las razones son que; primero, el precio al cual la familia puede acceder a estos bienes formales es el precio del periodo anterior, \tilde{P}_{t-1} ; y segundo, el tamaño de estas firmas es heterogéneo, y además el precio de las firmas informales está fijado por cada firma.
- Existirá un índice de precios diferente para este conjunto de firmas, es decir P_t^* . De manera que sea un agregado de los precios de cada sector. Este precio, a su vez, puede tener un comportamiento completamente diferente al índice de precios P_t de las firmas en $J_{i,f} = (0,1)$.

Es así que el problema en la ecuación n° 25 se puede adaptar como:

$$\min_{C_t^{f^*}, C_t^{i^*}} P_t^* C_t^* = P_t^f C_t^{f^*} + P_t^i C_t^{i^*}$$

$$s.a:$$

$$C_t^* = \left[(1 - c_{2f})^{\frac{1}{\eta_c}} (C_t^{i^*})^{\frac{\eta_c - 1}{\eta_c}} + c_{2f}^{\frac{1}{\eta_c}} (C_t^{f^*})^{\frac{\eta_c - 1}{\eta_c}} \right]^{\frac{\eta_c}{\eta_c - 1}}$$
(28)

En donde, c_{2f} es análogo al formal bias en la ecuación n° 25; pero, en este caso, representando al formal bias (sesgo) en el conjunto de las firmas sensibles a transitar.

Para terminar, la ecuación n° 26 se puede reescribir de la siguiente manera:

$$\min_{C_t^{f^*}(j)} P_t^f C_t^{f^*} = \int_{J_f^*} \tilde{P}_{t-1} C_t^{f^*}(j) dj$$

$$s.a:$$

$$C_t^{f^*} = \left[\int_{J_f^*} C_t^{f^*}(j)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} dj^* \right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$$
(29)

Mientras que la ecuación n° 27 se puede reescribir de la siguiente manera:

$$\min_{C_t^{i^*}(j)} P_t^i C_t^{i^*} = \int_{J_t^*} \tilde{P}_t(j^*) C_t^{i^*}(j) dj^*$$

$$s.a:$$

$$C_t^{i^*} = \left[\int_{J_t^*} C_t^{i^*}(j)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} dj \right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$$
(30)

Finalmente, con este bloque de 6 ecuaciones cerramos el primer problema al cual se enfrenta la familia.

Luego de este primer problema, la familia enfrenta el problema de asignar los recursos que desea ahorrar entre los distintos bancos comerciales del modelo. Por lo que el siguiente parágrafo desarrolla este problema a detalle.

III2) Maximización de ingresos por ahorro

Primero, asumimos que hay muchos bancos comerciales (BCs) diferenciados entre sí; en donde, B = [0, 1] es el tamaño de los bancos comerciales en el modelo. Segundo, debido a la diferenciación, estos BCs compiten monopolísticamente fijando la tasa de interés de ahorro y de crédito. Tercero; por esta razón, la familia cuenta con costos de oportunidad para la asignación de fondos de ahorro $S_t(b)$ entre los "b"-ésimos $(b \in B)$ BCs. Finalmente, las familias buscan maximizar el ingreso de su ahorro total, $r_t^s.S_t$, al elegir óptimamente la asignación de sus fondos de ahorro entre todos los bancos comerciales.

Por lo tanto, el problema al cual se enfrenta la familia viene dada por:

$$\max_{S_t(b)} r_t^s S_t = \int_0^1 r_t^s(b) S_t(b) db$$

$$s.a \qquad (31)$$

$$S_t = \left[\int_0^1 S_t(b)^{\frac{\epsilon^s - 1}{\epsilon^s}} db \right]^{\frac{\epsilon^s}{\epsilon^s - 1}}$$

El modelamiento de la ecuación que resume el problema del ahorro, ec. n° 31, sigue al modelamiento de Bandt, 2000, p. 16, donde ϵ^{s} es la elasticidad oferta de ahorros respecto a la tasa de interés de ahorro.

Finalmente llegamos al tercer problema que enfrenta la familia, en el cual decide la asignación óptima de sus recursos buscando alcanzar el máximo nivel de utilidad sujeta a las restricciones de recursos a las cuales se enfrenta. Con este motivo, el siguiente parágrafo desarrolla detalladamente este problema.

III3) Maximización de la utilidad intertemporal

Esta subdivisión se desarrollará en el siguiente orden con el objetivo de facilitar su comprensión:

- a) Función de utilidad de toda la vida.
 - 1) Utilidad por el consumo de la canasta de bienes finales.
 - 2) Desutilidad por las horas empleadas en el trabajo.
- b) Restricción de recursos de las familias.
 - 1) Fuente de ingresos.
 - 2) Asignación de recursos.

Primero, para desarrollar el punto III a1, recordemos lo visto en la división de minimización del gasto en consumo; por lo que dicha utilidad es una función con dos componentes; es decir, C_t y C_t^{\star} .

Segundo, asumimos una función de utilidad corriente aditivamente separable en el consumo; por lo que dicha utilidad por cada unidad consumida $U(C_t, C_t^*)$, puede expresarse como:

$$U(C_t, C_t^*) = U(C_t) + \gamma \cdot U(C_t^*)$$

En donde, γ representa la utilidad por el bien de consumo de las firmas sensibles a transitar, $U(C_t^*)$, en términos de la utilidad del bien de consumo de las firmas que están entre (0,1), $U(C_t)$. Cabe mencionar que U(.) es una función bien comportada¹⁹.

Tercero, asumiremos una función de utilidad del tipo CRRA (constant relative risk aversion, por sus siglas en inglés). Es decir, con un coeficiente constante, σ , que denote el grado de aversión relativo al riesgo. De manera que la función de utilidad anterior se puede escribir como:

$$U(C_t, C_t^*) = \frac{C_t^{1-\sigma} - 1}{1 - \sigma} + \gamma \frac{(C_t^*)^{1-\sigma} - 1}{1 - \sigma}$$
(32)

Cuarto, para desarrollar el punto de III a 2 recordemos que contamos con 4 tipos de mini sectores; es decir aquellas firmas en J_f , J_i , J_f^{\star} y J_i^{\star} . Por lo cual, la familia cuenta con 4 opciones para ofertar trabajo.

Quinto, como cada firma en J_f tiene su único contraparte informal; cada trabajador

 $^{^{19}\}mathrm{Es}$ decir, cumple con las siguientes propiedades: C'(.)>0 y C''(.)<0

tendrá que decidir entre ofertar trabajo hacia una de esas firmas. Sin embargo, cabe mencionar que asumimos que la desutilidad marginal del trabajo en el sector informal es diferente a la desutilidad del trabajo en el sector formal, siguiendo a Kolster (2016) como vimos en la pág. 11.

Es decir que nuestra función de desutilidad del trabajo en estos sectores que cumpla con el Quinto punto es:

$$V(N_t^i, N_t^f) = -\int_0^1 \frac{\left[\upsilon_i \cdot N_t^i(J^i) + \upsilon_f \cdot N_t^f(J^f) \right]^{\psi+1}}{\psi + 1} \cdot dj$$
 (33)

En donde, ψ es la elasticidad inversa de la elasticidad de Frisch de oferta laboral; y v_i cuando $v_f = 1$, representa la desutilidad del trabajo en el sector informal relativo a la desutilidad del trabajo en el sector formal. Asimismo, tanto N_t^i como N_t^f representan el empleo agregado en ambos sectores.

Sexto, como cada firma en J_f^{\star} y J_i^{\star} no necesariamente tienen sus respectivas contrapartes, la familia tendrá una función de la desutilidad del trabajo independiente del otro sector sensible a transición. Es decir, la función de desutilidad del trabajo informal será:

$$V(N_t^{i^*}) = -\int_{J_t^*} \frac{\left[\upsilon_i^* \cdot N_t^i(j^*)\right]^{\psi+1}}{\psi+1} \cdot dJ$$
(34)

Mientras que de la misma forma, la función de desutilidad del trabajo para el sector formal sensible a transición será:

$$V(N_t^{f^*}) = -\int_{J_f^*} \frac{\left[v_f^* \cdot N_t^f(j^*)\right]^{\psi+1}}{\psi+1} \cdot dJ$$
 (35)

En donde, v_f^* y v_i^* capturan las diferencias de las desutilidades marginales del trabajo relativo al sector formal en (0,1).

Séptimo, la función de utilidad corriente que busca maximizar la familia durante toda su vida está dada por la unión de las ecuaciones n° 32-35:

$$U(C_{t}, C_{t}^{\star}, N_{t}^{i}, N_{t}^{i}, N_{t}^{i^{\star}}, N_{t}^{i^{\star}}, N_{t}^{i^{\star}}) = \frac{C_{t}^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} + \gamma \frac{(C_{t}^{\star})^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} - \int_{0}^{1} \frac{\left[\upsilon_{i} N_{t}^{i}(J^{i}) + \upsilon_{f} N_{t}^{f}(J^{f})\right]^{\psi+1} \cdot dj}{\psi + 1} \cdot dJ - \int_{J_{t}^{\star}} \frac{\left[\upsilon_{i}^{\star} \cdot N_{t}^{i}(j^{\star})\right]^{\psi+1}}{\psi + 1} \cdot dJ - \int_{J_{f}^{\star}} \frac{\left[\upsilon_{f}^{\star} \cdot N_{t}^{f}(j^{\star})\right]^{\psi+1}}{\psi + 1} \cdot dJ$$

$$(36)$$

Octavo, la utilidad de toda la vida descontada a una tasa β está dada por la siguiente función:

$$u(\left\{C_{t}, C_{t}^{\star}, N_{t}^{i}, N_{t}^{i}, N_{t}^{i^{\star}}, N_{t}^{i^{\star}}, N_{t}^{f^{\star}}\right\}_{t=0}^{\infty}) = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^{t} U(C_{t}, C_{t}^{\star}, N_{t}^{i}, N_{t}^{i}, N_{t}^{i^{\star}}, N_{t}^{i^{\star}})$$
(37)

Noveno, para desarrollar el punto IIIb, primero procederemos a analizar la parte correspondiente a los ingresos que obtiene la familia.

Los recursos son obtenidos por diferentes medios, las cuales serán detalladas en el siguiente ordenamiento:

- a) Ingreso laboral:
 - 1) El salario obtenido del trabajo en la "j"-ésima empresa formal en $J_f,\, P_t \cdot W_t(j).$

- 2) El equivalente al salario no observable obtenido del trabajo en la "j"-ésima empresa informal en J_i , $P_t \cdot Cmg \cdot Y_t^i(j)$. Misma que derivamos en la división de las firmas informales.
- 3) El salario obtenido del trabajo en la "j"-ésima empresa formal en $J_f^{\star}, P_t \cdot W_t^{\star}(j)$.
- 4) El equivalente al salario no observable obtenido del trabajo en la "j"-ésima empresa informal en J_i^{\star} , $P_t \cdot Cmg^{\star} \cdot Y_t^{i^{\star}}(j)$.
- b) Ingreso por beneficios de las firmas:
 - 1) El beneficio total de las empresas informales en J_i , por ser dueños y los trabajadores, Π_t^i .
 - 2) El beneficio total de las empresas informales en J_i^{\star} , por ser dueños y los trabajadores, $\Pi_t^{i^{\star}}$.
 - 3) Los beneficios obtenidos como participación de la empresa formal en $J_f, \Pi_t^f(j)$
 - 4) Los beneficios obtenidos como participación de la empresa formal en $J_f^{\star}, \Pi_t^{f^{\star}}(j)$
- c) Ingresos por alquiler de capital:
 - 1) Los ingresos por alquilar capital a las empresas formales en J_f , $P_t \cdot z_t K_t$.
 - 2) Los ingresos por alquilar capital a las empresas formales en $J_f^{\star}, P_t \cdot z_t \cdot k_{1,t} \cdot KK$.
 - 3) Los ingresos por alquilar capital a las firmas informales en J_i , $P_t \cdot zz \cdot k1 \cdot KK$.
 - 4) Y los ingresos por alquilar capital a las firmas informales en J_i^{\star} , $(1 x_t') \cdot P_t \cdot zz \cdot k1^{\star} \cdot KK$.
- d) Ingresos del ahorro realizado en el periodo t-1, $(1 + r_{t-1})S_{t-1}$.
- e) Ingresos por la venta del capital no depreciado más la inversión nueva X_t hacia las EICs, $P_t \cdot q_t^x X_t$
- f) Los beneficios tanto de las empresas importadoras del capital (Π_t^{EIC}) como de los bancos comerciales $(\Pi_t^{bc}(b))$ y el ingreso por las transacciones financieras de los bancos comerciales TF_t .

g) Ecuación de ingresos (i_t) :

$$i_{t} = \int_{0}^{1} P_{t} \cdot W_{t}(j)dj + \int_{J_{f}^{*}} P_{t} \cdot W_{t}^{*}(j)dj + \int_{0}^{1} P_{t} \cdot Cmg \cdot Y_{t}^{i}(j)dj + \int_{J_{i}^{*}} P_{t} \cdot Cmg^{*} \cdot Y_{t}^{i^{*}}(j)dj + \int_{0}^{1} \Pi_{t}^{f}(j)dj + \int_{0}^{1} \Pi_{t}^{i}dj + \int_{0}^{1} \Pi_{t}^{i^{*}}dj + \int_{0}^{1} \Pi_{t}^{bc}(b)db + P_{t} \cdot z_{t}K_{t} + P_{t} \cdot z_{t} \cdot k_{1,t}KK + (1 + r_{t-1})S_{t-1} + P_{t} \cdot q_{t}^{x}X_{t} + \Pi_{t}^{EIC} + TF_{t} + \cdot P_{t} \cdot zz \cdot k1 \cdot KK + (1 - x_{t}') \cdot P_{t} \cdot zz \cdot k1^{*} \cdot KK$$

$$(38)$$

Décimo, para continuar desarrollando el punto n° IIIb estos recursos son destinados en los siguientes gastos:

- a) Al gasto en el consumo de los bienes finales. Es decir, C_t y C_t^{\star} .
- b) Al gasto en los bienes de inversión, I_t .
- c) A la asignación de recursos para ahorro, S_t .
- d) A la compra del capital en el periodo t al precio real q_t ; tanto de K_t como de $k_{1,t}KK$ y las proporciones $k_1 \cdot KK$ y $k_1^* \cdot KK$ para el sector informal.
- e) Ecuación de gastos $(qasto_t)$:

$$gasto_{t} = P_{t}C_{t} + P_{t}^{\star}C_{t}^{\star} + P_{t}I_{t} + S_{t} + P_{t}\cdot q_{t}\cdot (K_{t} + k_{1,t}KK + k1\cdot KK + k1^{\star}\cdot KK)$$
(39)

11vo, el problema formal al cual se enfrenta la familia consiste en la elección de la senda óptima de $\{C_t, S_t, N_t^i(j), N_t^f(j), K_t, i_t, X_t, Y_t^i(j), \Pi_t^i(j)\}_0^{\infty}$ de manera que maximice la función de utilidad de toda la vida sujeta a las restricciones de recursos y tecnológicas.

$$\max \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t, C_t^{\star}, N_t^i, N_t^f, N_t^{i^{\star}}, N_t^{f^{\star}})$$
 (III. 1)

Sujeta a las siguientes restricciones; primero, a la restricción presupuestaria que se deriva de las ecuaciones n° 38 y 39:

$$gasto_t \le i_t$$
 (III. 2)

Segundo, a la ecuación de acumulación de capital físico:

$$X_t = (1 - \delta) (K_t + k_{1,t}KK + k1 \cdot KK + k1^* \cdot KK) + I_t$$
 (III. 3)

Tercero, a las ecuaciones del beneficio de las firmas informales en (0,1) y J_i^{\star} :

$$\Pi_t^i(j) \le P_t(j) \cdot y_t^i(j) - P_t \cdot c_{mq} \cdot y_t^i(j) - P_t \cdot zz \cdot k1 \cdot KK$$
 (III. 4)

$$\Pi_t^{i^*}(j) \le \tilde{P}_t(j^*) \cdot y_t^{i^*}(j) - P_t \cdot c_{mq}^* \cdot y_t^{i^*}(j) - P_t \cdot zz \cdot k1^* \cdot KK$$
 (III. 5)

Cuarto, a las funciones de producción de las firmas informales en (0,1) y J_i^{\star} :

$$y_t^i(j) \le A_t^i \cdot N_t^i(j)^{1-\alpha_i} (k1 * KK)^{\alpha_i}$$
 (III. 6)

$$y_t^{i^*}(j) \le A_t^i \cdot N_t^{i^*}(j)^{1-\alpha_f} (k1^* \cdot KK)^{\alpha_f} \tag{III. 7}$$

Quinto, la ecuación de oferta de trabajo agregado o total de la economía:

$$N_{t} = \int_{J \in \{J^{i} \cup J^{f} \cup J^{i^{*}} \cup J^{f^{*}}\}} (N_{t}^{f}(j) + N_{t}^{i}(j)) dJ$$
 (III. 8)

Finalmente, el anterior bloque de ecuaciones, III. 1-III. 8, resumen el problema familiar en nuestra economía. De manera que su solución provee la senda óptima de las variables en cuestión: $\{C_t, S_t, N_t^i(j), N_t^f(j), K_t, i_t, X_t, Y_t^i(j), \Pi_t^i(j)\}_0^{\infty}$.

IV Empresas formales en J_f

En esta división se desarrollará el problema al cual se enfrenta una firma en este sector. A su vez, este conjunto de firmas está modelado como tradicionalmente se realiza en la literatura neo keynesiana.

De ahí, que las características principales a considerar son:

- a) Existen J^f firmas que compiten monopolísticamente y están sujetas al Impuesto General a las Ventas (IGV).
- b) Cada firma minimiza costos de producción eligiendo la cantidad de insumo óptima.
- c) Y, cada firma elige el precio de su producto monopólicamente.

De manera que, dado el supuesto del punto IVa, inmediatamente pasamos a desarrollar el punto IVb:

IV.1) Minimización de costos

En esta subdivisión, asumimos que la tecnología de producción de cada firma es del tipo Cobb-douglas que usa como insumo el capital físico $K_t(j)$ y empleo $L_t^f(j)$.

$$Y_t^f(j) = A_t^f L_t^f(j)^{1-\alpha_f} K_t(j)^{\alpha_f}$$
 (IV. 1)

En donde, $Y_t^f(j)$ es el producto de la j-ésima firma en el sector formal en cada periodo de tiempo.

Como resultado de la ecuación n° IV. 1, el costo de producción asociado es igual al costo total de alquiler del capital $(P_t \cdot z_t)$ más el salario pagado $(P_t \cdot W_t)$ por las horas empleadas en el proceso de producción, ecuación n° IV. 2.

$$CT_t^f = P_t \cdot W_t L_t^f(j) + P_t \cdot z_t K_t(j)$$
 (IV. 2)

En conclusión, esta firma formal elige los insumos, $L_t^f(j)$, $K_t(j)$, de manera que minimice el costo de producción; es decir, de manera que resuelvan el siguiente problema de minimización:

$$\min_{\substack{L_t^f(j), K_t(j)}} CT_t^f = P_t \cdot W_t L_t^f(j) + P_t \cdot z_t K_t(j)$$

$$s.a: \qquad (IV. 3)$$

$$Y_t^f(j) = A_t^f L_t^f(j)^{1-\alpha_f} K_t(j)^{\alpha_f}$$

De donde se deriva la siguiente función del costo marginal, $Cmg_t^f(j)$, que será útil en la siguiente división que desarrolla el problema de fijación de precios:

$$Cmgr_t^f(j) = \left(\frac{1}{A_t^f}\right)^{\frac{1}{\alpha_f}} \left(\frac{z_t}{\alpha_f}\right) \left(\frac{y_t^f(j)}{L_t^f(j)}\right)^{\frac{1-\alpha_f}{\alpha_f}}$$
(IV. 4)

IV.2) Maximización del beneficio

Primero, asumimos que el gobierno recauda impuestos τ_t por las unidades de ventas de cada firma.

Segundo, El beneficio corriente de esta empresa está constituida por el ingreso por las ventas neto del IGV y el costo total que involucra el proceso de producción:

$$\pi_t^f(j) = P_{t+k}(j)(1 - \tau_{t+k})Y_{t+k}^f(j) - P_t \cdot W_t L_t^f(j) - P_t \cdot z_t K_t(j)$$
 (IV. 5)

Tercero; la anterior ecuación de beneficios, es función implícita de $Y_t^f(j)$. Por lo que, dada la demanda por cada j-ésimo bien de consumo por parte de las familias²⁰, ecuación n° IV. 6, estas firmas desean aprovechar su poder monopólico para fijar sus precios, \tilde{P}_t .

$$Y_{t+k}^f(j) = \left(\frac{\tilde{P}_t}{P_{t+k}}\right)^{-\epsilon} Y_{t+k}^f$$
 (IV. 6)

Cuarto; para este fin, debemos expresar la función del beneficio corriente de la ecuación n° IV. 5 en una función explícita de $Y_t^f(j)$. Esto es posible si imponemos, dentro de dicha ecuación, a las demandas óptimas de los insumos que hallamos en el problema de la ecuación n° IV. 3.

Como resultado, la función de beneficios corriente que hace explícita la presencia de

 $^{^{20}}$ Esta ecuación se deriva del problema de minimización del gasto en consumo de las familias que vimos páginas atrás.

 $Y_t^f(j)$, está dado por:

$$\pi_t^f(j) = P_t(j)(1 - \tau_t)Y_t^f(j) - P_t C m g_{r,t}^f Y_t^f(j)$$
 (IV. 7)

Quinto, si las firmas fijan precios en "t" para mantenerlas constantes durante algún tiempo; entonces, este precio debe ser tal que maximice el flujo descontado de los beneficios corrientes. Por lo tanto, el problema de las firmas consiste en elegir un nuevo precio de manera que resuelva el siguiente problema:

$$\max \Pi_t^f(j) = E_t^j \sum_{k=0}^{\infty} \beta^k \nu_{t+k|t} \left[P_{t+k}(j) (1 - \tau_{t+k}) Y_{t+k}^f(j) - P_{t+k} C m g_{r,t+k}^f Y_{t+k}^f(j) \right]$$
(IV. 8)

En donde $\nu_{t+k|t}$ es el multiplicador Lagrange en la restricción de las familias dado t. Dado que las familias son dueñas de las firmas, y en última instancia su interés es obtener utilidad en términos del bien de consumo final..

Sexto, en línea a la fijación de los precios a lo calvo. Hay una proporción de empresas que pueden cambiar sus precios cada periodo, $1 - x_{\theta}$, y la otra proporción de las empresas mantienen los precios anteriores, x_{θ} , con una probabilidad θ . Además, asumimos que la proporción de empresas formales que pueden cambiar sus precios es igual a la probabilidad de cambiar los precios, $1 - \theta = 1 - x_{\theta}$. Esto es posible por la ley débil de grandes números y la presencia de muchas firmas en (0,1).

En tal sentido, los precios en el periodo "t" para cada bien j, se puede expresar como:

$$P_t(j) = \begin{cases} \tilde{P}_{t-1} &, con & \theta \\ \tilde{P}_t &, con & 1 - \theta \end{cases}$$
 (IV. 9)

En donde, \tilde{P}_t es el nuevo precio que puede fijar la firma j y \tilde{P}_{t-1} es el precio que fijó en el periodo anterior, el cual mantendría en caso de no poder fijar nuevamente.

Séptimo, por ejemplo, si empezamos el periodo t con el nuevo precio óptimo \tilde{P}_t ; el precio $P_{t+1}(j)$ en el siguiente periodo t+1, será:

$$P_{t+1}(j) = \begin{cases} \tilde{P}_t &, con & \theta \\ \tilde{P}_{t+1} &, con & 1 - \theta \end{cases}$$
 (IV. 10)

Octavo, estamos interesados en aquella firma que fija precios en el periodo "t" considerando que en "t+1", "t+2"... y así, hay una probabilidad θ bajo el cual nunca más pueda volver a fijar. O en otras palabras, una firma fija precios en "t" considerando mantenerlo siempre en ese nivel. De manera que tomando esa senda de precios constantes, la función de beneficios de interés para esta firma, análogo a la ecuación n° IV. 8, es:

$$\Pi_{t}^{f}(j) = E_{t}^{j} \sum_{k=0}^{\infty} \beta^{k} \nu_{t+k} \left[P_{t+k}(j)(1 - \tau_{t+k}) Y_{t+k}^{f}(j) - P_{t+k} C m g_{r,t+k}^{f} Y_{t+k}^{f}(j) \right]
= E_{t}^{j} \sum_{k=0}^{\infty} (\beta \theta)^{k} \nu_{t+k} \left[\tilde{P}_{t}(1 - \tau_{t+k}) Y_{t+k}^{f}(j) - P_{t+k} C m g_{r,t+k}^{f} Y_{t+k}^{f}(j) \right] + R_{t}, \quad \text{(IV. 11)}
\text{donde } \frac{\partial R_{t}}{\partial \tilde{P}_{t}} = 0$$

Finalmente, una firma fijadora de precios, fija el precio de manera que maximice la función de beneficios $\Pi_t^f(j)$, ecuación n° IV. 11, sujeta a la función de demanda por el

bien j dado por la ecuación n° IV. 6.

V Empresas importadoras de capital (EIC)

Esta empresa está orientada a la provisión del capital físico que se requiere en nuestra economía, ya que asumimos que no producimos capital físico.

Las operaciones que realiza esta empresa tienen un timing distinto al de otras firmas en nuestro modelo. Para más detalles, cada periodo consta de dos sub periodos. En el primer sub periodo; por poner un ejemplo, desde t hasta $t+\frac{1}{2}$; se abre el mercado de bienes, el mercado financiero y opera el gobierno. De modo que al finalizar este sub periodo, las firmas devuelven a las familias el capital no depreciado. Mientras que en el segundo sub periodo, desde $t+\frac{1}{2}$ hasta t+1, las EICs realizan sus operaciones, junto a los bancos comerciales y al bcrp. Esta EIC compra desde las familias, ambos, el capital no depreciado, $(1-\delta) \cdot (K_t + K_t^* + k1 \cdot KK + k1^* \cdot KK)$, y la inversión neta, I_t , con completo financiamiento del banco comercial, L_t . En donde, el capital no depreciado más la inversión neta, X_t , es inmediatamente trasladado fuera de la economía, el cual retorna para ser vendido en el primer sub periodo del periodo t+1 al precio real, q_{t+1} ; es decir, desde t+1 hasta $t+1+\frac{1}{2}$. Y así sucesivamente.

Para continuar, denotemos como K_t' al capital agregado de todas las firmas; es decir: $K_t' = K_t + K_t^* + k1 \cdot KK + k1^* \cdot KK.$ De manera que simplifique la notación.

Como resultado, esta firma enfrenta dos tipos de problemas. Primero, debe elegir el nivel de capital físico del periodo siguiente, K'_{t+1} , el nivel de X_t , y el nivel de crédito que debe pedir del sector financiero, L_t , de manera que maximice su función de beneficios. Segundo, debe elegir distribuir óptimamente la cantidad de crédito total, L_t , entre los B=(0,1) bancos comerciales de la economía, $L_t(b)$.

V.1) Maximización del beneficio

Para desarrollar el primer problema de esta firma, asumimos que la empresa importadora de capital se desenvuelve en un mercado de competencia perfecta, siguiendo a (Collard et al., 2017, p. 48).

Como vimos en la descripción de esta división, las EICs realizan sus operaciones con el rezago de un sub periodo. Es decir;

- a) Obtienen ingresos por la venta del capital, $q_{t+1}K'_{t+1}$, en el primer sub periodo de t+1: de t+1 hasta $t+1+\frac{1}{2}$,
- b) Mientras que incurren en costos de financiamiento, $(1 + r_t^l)L_t$, en el segundo sub periodo del periodo t, $t + \frac{1}{2}$ hasta t + 1.

De manera que, el problema de la EIC se transforma en una decisión inter-temporal con el rezago de un periodo. Por lo tanto, esta firma debe decidir cuánto adquirir de bienes de capital no depreciado, X_t , cuánto capital tener al comienzo del periodo t+1, K_{t+1} , y de cuánto financiamiento pedir, L_t , de manera que maximicen su beneficio en el periodo t. Cabe mencionar que debido a dicho rezago, esta firma considera el valor presente descontado de los beneficios esperados entre t+1 y t.

De ahí que este problema puede ser formalizado matemáticamente como:

$$\max_{K_{t+1}, L_t, X_t} \Pi_t^{EIC} = \beta E_t \left\{ \frac{\lambda_{0,t+1}}{\lambda_{0,t}} \left[P_{t+1} q_{t+1} K'_{t+1} - \frac{(1+r_t^l)}{\pi_{t+1}} L_t \right] \right\}$$
s.a
$$q_t^x X_t = L_t$$

$$X_t = (1-\delta) K'_t + I_t$$
(V. 1)

En donde, $\frac{\lambda_{0,t+1}}{\lambda_{0,t}}$ es el factor de descuento para actualizar a valor presente los ingresos futuros de esta firma. Esto, debido a que en última instancia, es la familia dueña de esta firma e interesada únicamente en obtener utilidades. Además, r_t^l , es el índice de tasa de interés de crédito asociada al índice del crédito agregado, L_t .

V.2) Minimización de los costos financieros del crédito

Como vimos en la descripción de esta división, la EIC busca minimizar los costos financieros en los cuales incurre para la compra del capital no depreciado y la nueva inversión en el segundo sub periodo del periodo t.

Dicha minimización consiste en asignar toda la bolsa de crédito, L_t , entre los numerosos bancos comerciales que están presentes en la economía; dado que, en teoría, cada banco comercial fija su propia tasa de interés de crédito²¹, $r_t^l(b)$.

Además, dicha asignación es tal que el costo financiero total sea el mínimo costo posible. Es así que, este problema, se puede formalizar de la siguiente manera:

²¹Para más detalles sobre la fijación de tasas ver la división sobre los Bancos Comerciales (BCs).

$$\min_{L_t(b)} r_t^l L_t = \int_0^1 r_t^l(b) L_t(b) db$$

$$s.a:$$

$$L_t = \left[\int_0^1 L_t(b)^{\frac{\epsilon^l - 1}{\epsilon^l}} \right]^{\frac{\epsilon^l}{\epsilon^l - 1}}$$
(V. 2)

En done, ϵ^l es la elasticidad de sustitución de créditos.

VI Bancos comerciales (BCs)

Tenemos numerosos bancos comerciales, distribuidas en (0,1), diferenciados entre sí y que se desenvuelven en un mercado de competencia monopólica. En consecuencia, esta estructura de mercado les da el poder de fijar la tasa de interés de crédito, $r_t^l(b)$, de acuerdo a la demanda de crédito, (L_t^d) , y fijar la tasa de interés de ahorro, $r_t^s(b)$, de acuerdo a la oferta de ahorro, (S_t^o) .

Para esta fijación de las tasas de interés; primero, consideremos que cada BC realiza tres operaciones fundamentales en cada periodo; las cuales, son:

- a) Captan los fondos prestables por parte de las familias, $S_t(b)$, específicamente en el problema de maximización de ingresos por ahorro.
- b) Otorgan crédito a la EIC, $L_t(b)$, en el segundo sub periodo del periodo t. Mientras que estas serán canceladas en el primer sub periodo del periodo t+1.
- c) Debido a la competencia imperfecta en el sector financiero, los créditos otorgados no necesariamente serán equivalentes a los fondos totales que posee el banco comercial. De manera que mantienen una posición neta de activos que asumimos son convertidos en bonos y entregadas al gobierno.

d) Por lo tanto el banco comercial mantiene una hoja de balance en el cual; primero, como parte de sus fuente de ingresos está el ahorro captado de las familias, $S_t(b)$ y los créditos que prestó en el periodo anterior, $L_{t-1}(b)$; segundo, estos fondos están destinados a otorgar nuevos créditos, $L_t(b)$, y a devolver el ahorro que hicieron las familias en el periodo anterior, $S_{t-1}(b)$; y en tercer lugar, el saldo de la hoja de balance, B_t , es adquirida por el gobierno quien paga una tasa de interés, R_t^{rr} (por simplicidad, asumimos que paga la tasa de interés de referencia).

$$B_t(b) = S_t(b) + L_{t-1}(b) - L_t(b) - S_{t-1}$$
(VI. 1)

El gobierno adquiere este saldo en el primer sub periodo del periodo t, y por simplicidad asumimos que paga sus intereses en el segundo sub periodo de el mismo periodo t.

De estas operaciones, se desprende la función de beneficios al cual está sujeta el banco comercial en el periodo t.

Primero; de los puntos 1 y 2, el BC está involucrada en dos operaciones en t+1. Este recibe los rendimientos del crédito que otorgó en el periodo t; es decir, recibe $r_t^l L_t(b)$. Asimismo, está obligado a devolver los rendimientos financieros que prometió a las familias por sus ahorros en el periodo t; es decir, paga $r_t^s(b)S_t(b)$.

Segundo; en el periodo t, este BC incurre en los costos financieros que involucra otorgar crédito y mantener depósitos²², es decir $\chi_l L_t(b)$ y $\chi_s S_t(b)$. Asimismo, del punto 4, este BC recibe el prendimiento de sus bonos que mantiene en el gobierno.

²²Costos financieros, referidos, por ejemplo a los costos de planilla, mantenimiento, atención de ventanilla o mantenimiento de las ventanas virtuales.

De manera que la función de beneficios en cuestión, referido a sus operaciones en el periodo t, se puede describir de la siguiente manera:

$$r_t^l(b)L_t(b) + R_t^{rr}B_t(b) - r_t^s(b)S_t(b) - \chi_l L_t(b) - \chi_s S_t(b)$$
 (VI. 2)

En donde esta función de beneficios es la función que muestra el rendimiento financiero de sus operaciones; es decir, que es el monto total de sus operaciones neto del costo total de dichas operaciones que realizó en el periodo t.

Sin embargo, esta función solo describe los rendimientos y costos financieros; mientras que el timing es distinto para los rendimientos y los gastos, la función de beneficios dada por la ecuación n° VI. 2 debe ser actualizado al valor presente. Por lo cual, asumimos un factor de descuento Λ_{t+1} para actualizar los rendimientos y expresar la función de beneficios al periodo t, $\Pi_t^{bc}(b)$, de la siguiente manera:

$$\Pi_t^{bc}(b) = E_t \Lambda_{t+1} \left\{ r_t^l(b) L_t(b) + R_t^{rr} B_t(b) - r_t^s(b) S_t(b) - \chi_l L_t(b) - \chi_s S_t(b) \right\}$$
(VI. 3)

VI.1) Maximización de beneficios

Finalmente, formulamos el problema al cual se enfrenta cada banco comercial, ecuación n° VI. 4. Esto es que busca maximizar el valor presente de su beneficio esperado, ecuación n° VI. 3, determinando la tasa de interés de crédito $r_t^l(b)$ y de ahorro $r_t^s(b)$ en el periodo t. Todo ello, sujeto a la ecuación n° VI. 1; y a las funciones de demanda por créditos, segunda restricción en la ecuación n° VI. 4, y a la oferta de ahorro, tercera restricción en la ecuación n° VI. 4.

$$\max_{r_t^l, r_t^s} \Pi_t^{bc}(b) = E_t \Lambda_{t+1} \left\{ r_t^l(b) L_t(b) + R_t^{rr} B_t(b) - r_t^s(b) S_t(b) - \chi_l L_t(b) - \chi_s S_t(b) \right\}$$

s.a:

$$B_t(b) = S_t(b) + L_{t-1}(b) - L_t(b) - S_{t-1}$$

$$L_t(b) = \left[\frac{r_t^l(b)}{r_t^l}\right]^{-\epsilon^l} L_t$$

$$S_t(b) = \left[\frac{r_t^s(b)}{r_t^s}\right]^{-\epsilon^s} S_t$$
(VI. 4)

VII Gobierno

Como resultado de las previas formalizaciones de las familias, firmas, y BCs; el gobierno capta recursos de las firmas formales por medio del impuesto general a las ventas (IGV), $\tau_t \in (0,1)$. Asimismo, dependiendo del saldo de la hoja de balance de los BCs, este afronta ingresos o deudas al adquirir los bonos de los BCs, $B_t(b)$. De manera que estos ingresos netos son destinados al gasto por concepto de compra de bienes de consumo, G_t ; además está destinado al pago o cobro de intereses por concepto del saldo en la hoja de balance del BC que adquiere, R_t^{rr} .

Es así que lo anterior resume la restricción de recursos al cual está sujeta el gobierno; lo cual, como resultado siempre es binding²³:

$$T_t + B_t \le P_t G_t + R_t^{rr} B_t \tag{VII. 1}$$

 $^{^{23}}$ Es decir, esta restricción de recursos siempre se cumple con igualdad, de manera que siempre está equilibrada.

Y el impuesto recaudado por el gobierno relacionado al impuesto general de venta, es:

$$T_t = \int_{J_f} \tau_t \cdot P_t(j) \cdot Y_t^f(j) \cdot dj + \int_{J_f^*} \tau_t \cdot \tilde{P}_{t-1} \cdot Y_t^f(j^*) \cdot dj$$
 (VII. 2)

Además, se cumple la siguiente condición de los bonos en el agregado:

$$B_t = \int_0^1 B_t(b)db \tag{VII. 3}$$

VIII Banco central

En esta división, seguiremos a la literatura tradicional de política monetaria con alguna adaptación; en donde, el banco central sigue una regla de Taylor que responde a las variaciones en la tasa de inflación y del PBI formal, respecto a su valor del estado estacionario no estocástico. Además, dicha regla de taylor no será demostrada en la presente tesis. Para más detalles ver Woodford (2011).

De manera que la regla de política monetaria será:

$$R_t^{rr} = RR^{rr} \left(E_t \tilde{\pi}_{t+1} \right)^{\phi_{\pi}} \left(\frac{Y_t^f + Y_t^{f^{\star}}}{Y Y_f + Y Y_f^{\star}} \right)^{\phi_y}$$
 (VIII. 1)

Donde $\phi_{\pi} > 0$ y $\phi_{y} > 0$ miden la respuesta de la tasa de interés de referencia nominal a la variación en la tasa de inflación esperada y el producto corriente del sector formal²⁴

IX Cierre del modelo

 $^{^{24}}$ La razón de esto es simple, ya que el PBI del sector informal no es medido con la calidad del PBI del sector formal.

El modelo se cierra con la condición de limpieza del mercado de bienes. Dicha ecuación se refiere al reemplazo de todas las ecuaciones del comportamiento óptimo de los agentes dentro de la ecuación de restricción presupuestaria de la familia. De manera que, como resultado, tenemos:

$$C_t + \frac{P_t^{\star}}{P_t} C_t^{\star} + I_t + G_t = Y_i + Y_f + \frac{\epsilon}{\epsilon - 1} \cdot (1 - \alpha_i) \cdot o1^{\frac{1}{1 - \epsilon}} \cdot Y_t^{i^{\star}} + (\frac{\tilde{P}_{t-1}}{P_{t-1}}) \cdot \frac{1}{\pi_t} \cdot o2^{\frac{1}{1 - \epsilon}} Y_t^{f^{\star}} 25 \quad (IX. \ 1)$$

Además, de la definición del ahorro nacional como S=ingreso total-consumo-impuestos, obtenemos la siguiente ecuación IX. 1 reformulada:

$$S = I + G - T$$

Finalmente, tenemos las ecuaciones de movimiento para los shocks estocásticos:

a) Ecuación de movimiento de la tasa de impuesto:

Donde, planteamos una tasa de impuesto, τ_t , que sigue un proceso AR(1) con $\tau_{ss} = 0.18$:

$$\tau_t = (1 - \rho^{\tau}) \cdot \tau_{ss} + \rho^{\tau} \cdot \tau_{t-1} - e_t^{\tau} \tag{IX. 2}$$

b) Por último, el modelo incluye varios shocks tecnológicos, los cuales asumimos homogéneas en ambos sectores (es decir, $A_t = \left\{A_t^i, A_t^f\right\}$ con e_t^a igual para ambos sectores):

 $^{^{25}}$ Como esta ecuación es la finalización del modelo que planteamos en la tesis, hemos calibrado x de la ecuación de transición de las firmas de la siguiente manera: o1 = 1 - xx' y o2 = 1 + xx', con xx el valor de estado estacionario de la tasa neta de formalización.

$$a_t = \rho^a \cdot a_{t-1} + e_t^a \tag{IX. 3}$$

Donde:
$$a_t = Ln(A_t) \ y \ |\rho^k| < 1, \ para \ k = \{\tau, a\}$$

1.7. Marco conceptual

Finalmente, presentamos los conceptos teóricos para las principales variables introducidas en el modelo.

Sector informal

Está conformado por el conjunto de firmas y trabajadores que coexisten junto al sector formal. Por su parte, estos trabajadores y firmas, principalmente, están por motivos de exclusión y escape, Machado (2014)²⁶. Asimismo, los últimos, poseen registros contables que están fuera del sistema administrativo legal de un país. Por ejemplo, (Walther, 2011, p. 2) menciona que, "the sector is defined as being all production units without an administrative registration number and/or which do not keep formal written sets of accounts".

Firmas informales

Son aquellas empresas productoras del bien final que pertenecen al sector informal; y, principalmente, no están al alcance del esquema legal de un país.

Are 'unregistered and/or small-scale private unincorporated enterprises engaged in nonagricultural activities with at least some of the goods or services produced for sale or barter' (ILO, 2013: 5) 3. Informal enterprises may be owned and operated by single individuals working on their own account, or they may employ wor-

²⁶Recuerde el sub capítulo del enunciado del problema visto en la pág. ??

kers, including unpaid family workers. The key feature of informal enterprises is a lack of regulation either because informal firms choose not to comply with legal requirements or because their size puts them beyond the scope of regulation. In most countries, businesses falling below a certain size threshold are exempt from registration procedures and enforcement of tax or labour laws (Kolster, 2016, p. 3).

Asimismo, estas empresas, no declaran al estado el monto de las transacciones realizadas durante todo el proceso de producción; tal y como se menciona en el siguiente trabajo de investigación.

In this paper, informal entrepreneurs are defined as those starting a business or are the owner/manager of a business who engage in monetary transactions not declared to the state for tax, benefit and/or labour law purposes when they should be declared but which are legal in all other respects. (Williams, 2014, p. 3)

Empleo informal

Es el conjunto de trabajadores quienes, por elección propia, deciden la cantidad de horas a ocuparse en las firmas informales; recibiendo como compensación un salario no observado, o una proporción del producto de la firma en la que trabajan. Asimismo, estos, no están sujetos a ninguna ley de protección social o beneficios del empleado.

En este contexto, citamos el siguiente documento de trabajo:

Is conceptualised in terms of workers' pay and conditions. Since informal employment takes place outside the scope of government regulation, informal workers are 'by law or in practice, not subject to national labour legislation or entitled to social protection and employment benefits' (ILO, 2013: 4). Workers deemed to be informally employed include not only own-account workers, employers in micro-enterprises and employees in informal sector firms, but also domestic workers

employed by households and workers employed by formal sector firms on flexible (for example, temporary, part-time, casual or seasonal) terms (ILO, 2002: 2; Oviedo et al, 2009; Chen, 2012) (Kolster, 2016, p. 3)

Tamaño del sector informal

Hasta este sub capítulo, nos referimos al tamaño de los sectores como la cantidad de firmas que las conforman. Estamos seguros de que esa variable capturaría el verdadero tamaño de este sector, ya que permite capturar ambos, el empleo y la cantidad de producción en ambos sectores. Por lo cual, haremos un análisis posteriormente sobre cuál debe ser considerada la medida adecuada para esa variable.

Sin embargo, dicha medida no está incluida en las variables que son usadas en las investigaciones que usamos como antecedentes. De manera que esta variable representa la participación del sector informal dentro de la actividad económica del país. Ergo, se cuenta con dos aproximaciones para capturarlo; primero por el empleo del sector informal relativo a la PEA y segundo, por el valor agregado del único bien final como porcentaje del PBI oficial.

En general, el fenómeno de informalidad es aproximado tanto del punto de vista del mercado de trabajo como del valor agregado creado. Como un resultado, la economía informal es medido por el porcentaje de la PEA actualmente en el empleo informal. El trabajo informal tiene dos definiciones: una legal y una tradicional. De acuerdo a la definición legal, un trabajador legal es una persona no cubierta por la seguridad social, mientras que de acuerdo a la definición tradicional, los trabajadores informales son aquellos operando o empleados en empresas con más de 5 trabajadores, trabajadores independiente no calificados y trabajadores domésticos no pagados y miembros de familias (Chong et al. 2008). Alternativamente, la economía informal es medida en términos de su contribución al PBI, el cual puede ser medido por varios métodos diferentes. En este estudio, ello es medido

por su valor agregado como un porcentaje del PBI. (Machado, 2014, p. 1)

modelo DSGE

De acuerdo a Christiano et al. (2018), el resultado de cualquier cambio importante de política macroeconómica es el efecto neto de las fuerzas operando en diferentes partes de la economía. Un desafío central al que se enfrentan los hacedores de política es cómo evaluar la intensidad relativa de esas fuerzas. Los economistas tienen una variedad de herramientas que pueden utilizar para hacer tales evaluaciones. Los modelos de equilibrio general dinámico estocástico (DSGE) son la herramienta líder para realizar tales evaluaciones de manera abierta y transparente. Por su parte, un modelo DSGE consiste en explicar detalladamente las preferencias y la producción de una manera consistente con los primeros principios de la microeconomía, tal como el comportamiento óptimo.

shock tecnológico

Un shock es un ruído estocástico exógeno provocado en un estado inicial de equilibrio, lo cual en economía se considera como fluctuaciones de corto plazo alrededor del estado estacionario. Por ejemplo, como Shea (1998) menciona que Kidland-Prescott y Long y plosser reintrodujeron la idea Schumpeteriana de que el progreso tecnológico estocástico (capturado por el shock tecnológico) pudo generar ciclos económicos. Asimismo, el autor menciona la inherente credibilidad de que nuevos productos y procesos (como parte empírica del shock en mención) pueden ser introducidos en una tasa de tiempo-variante al menos en un nivel desagregado de la industria.

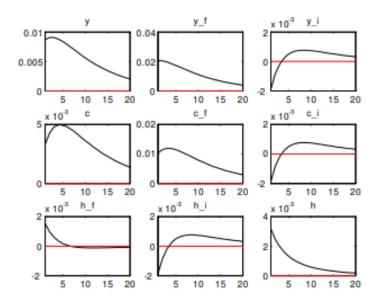
shock fiscal

El shock fiscal consiste en la variación exógena de ciertas herramientas de políticas fiscales, tales como el gasto gubernamental o la tasa impositiva al salario. Como se hace énfasis en Burnside et al. (2003) que identifican estos choques con cambios exógenos en las compras militares y argumentan que llevan a un aumento persistente de las compras gubernamentales y las tasas impositivas sobre el capital e ingresos laborales, y un aumento persistente en las horas totales trabajadas, así como disminuciones en salarios reales. Los choques también están asociados con aumentos de corta duración en la inversión agregada y pequeños movimientos en el consumo privado.

1.8. Marco referencial

Ahmed et al. (2012) captura los siguientes hechos estilizados en las economías emergentes; primero, se diferencian de las economías desarrolladas por la presencia de un gran sector informal; segundo, son pequeñas y abiertas vulnerable a shocks externos; tercero, poseen un sector financiero débil; y por último, poseen instituciones y políticas económicas débiles.

Figura 5: IRFs DE SHOCK TECNOLÓGICO

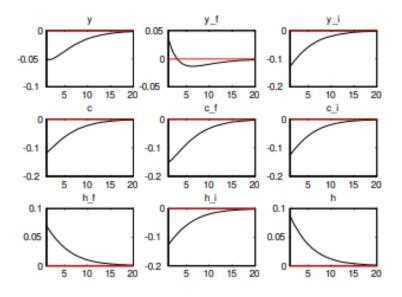


Nota: Ahmed et al. (2012)

Los autores, modelan una economía hipotética usando un modelo DSGE neo keynesiano, el cual está calibrado para una economía como la pakistaní. Dicho modelo incorpora a las familias, firmas formales e informales de tamaño exógeno, al gobierno y a un banco central. Como resultado, ellos encuentran (ver Figura n° 5) que el cambio en 1 por ciento del error estándar del shock tecnológico provoca una caída en el empleo informal, h_i , a medida que el sector formal absorbe más trabajo, h_f . Asimismo, el PBI del sector informal, y_i cae, mientras el PBI del sector formal, y_f , aumenta; de manera que el tamaño del sector informal, y_i/y_f ,

es contra cíclico.

Figura 6: $IRFs\ DE\ SHOCK\ FISCAL$



Nota: Ahmed et al. (2012)

De la misma forma (ver Figura n° 6) un shock fiscal positivo reduce el empleo en el sector informal, la cual incrementa el empleo en el sector formal por el efecto sustitución; asimismo, el PBI del sector informal muestra el mismo comportamiento que el empleo en este sector, debido a la tecnología de producción proporcional al empleo informal. De esta manera se deduce, que el tamaño del sector informal es contra cíclico.

Esfandyari and Dahmarde (2014) consideran tres agentes en un modelo que está calibrado para la economía iraní: las familias, firmas, y un gobierno²⁷. Estos agentes se desenvuelven en una economía cerrada, el cual está únicamente relacionada al extranjero a través de la venta de petróleo. Ellos, asumen que todo este petróleo producido se exporta y los ingresos petroleros financian los gastos del gobierno.

²⁷Dicho gobierno se desempeña tanto como autoridad fiscal y monetaria

Por el lado de las firmas, los autores introducen dos tipos de firmas: formal e informal. A su vez, estas firmas se clasifican en empresas productoras de bienes finales e intermedias. Los productores de bienes intermedios venden su producto a los productores del bien final en un mercado de competencia monopolista y los productores del bien final son los que venden dicho bien final en un mercado perfectamente competitivo.

Además, entre las características de las firmas, asumen que las funciones de producción son diferentes entre ambos sectores, formal e informal. De manera que, el trabajo es el único insumo usado en la función de producción informal del bien intermedio, mientras que las firmas formales demandan trabajo y capital.

Por el lado de las familias, se asume que tienen un trabajo compuesto por trabajo formal e informal. En donde, el trabajo formal está dividido en "r" diferentes tipos.

Por el lado del gobierno; este, financia su consumo a través del impuesto de suma alzada, el ingreso de petróleo y la impresión de dinero.

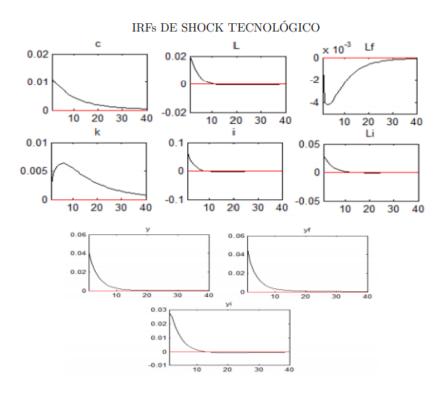
Finalmente, Esfandyari and Dahmarde (2014) incluyen cuatro shocks dentro de su modelo: el shock tecnológico, el shock del gasto de gobierno, el shock de la tasa de crecimiento del dinero y el shock de ingreso por petróleo.

Como conclusión de Esfandyari and Dahmarde (2014) podemos ver que:

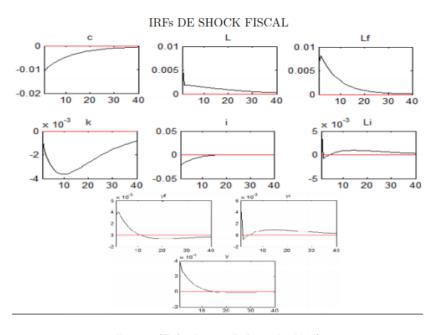
- i) ver la parte superior de la Figura n° 7, el shock tecnológico positivo genera una fluctuación positiva en el producto formal, informal, el consumo, capital y el empleo en el sector informal; mientras que el empleo en el sector formal cae respecto a su estado estacionario. De manera que cuantitativamente, se ve que el tamaño del sector informal es contra cíclico.
- ii) ver la parte inferior de la Figura n° 7, se aprecia que un shock positivo en el gasto del gobierno causa una fluctuación positiva en el empleo del sector formal, y el producto en ambos sectores, mientras que el consumo y capital caen. De manera similar a i), el tamaño

del sector informal es contra cíclico.

Figura 7:



Fuente: (Esfandyari y Dahmarde, 2014)

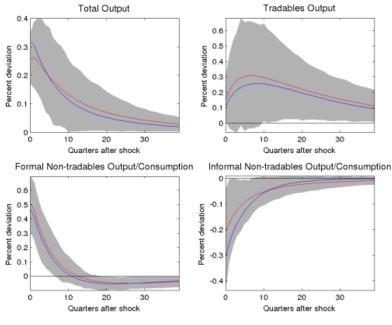


Fuente: (Esfandyari y Dahmarde, 2014)

Lahcen (2014) adopta un esquema de economía pequeña y abierta como la economía marroquí, el cual está integrado dentro de un modelo neo keynesiano con rigideces nominales para tomar en cuenta el rol de la política monetaria.

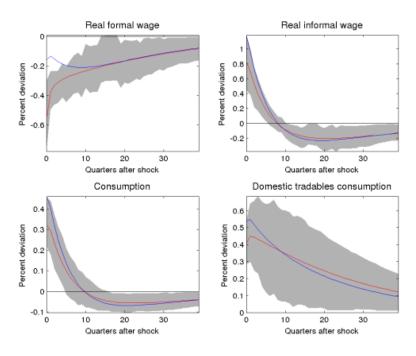
El trabajo en el sector informal está modelado como un mercado perfectamente competitivo, cuya principal función es abastecer trabajo hacia las firmas en el sector informal no transable. Asimismo, asumen que estas firmas son intensivas en trabajo y usan tecnología de baja productividad. Mientras que el mercado de trabajo formal es compartido entre las firmas productoras del bien transable y las firmas productoras de bienes no transables.

Figura 8: $IRFs\ SHOCK\ TECNOL \acute{O}GICO$



Nota: Lahcen (2014)

Figura 9: IRFs SHOCK TECNOLÓGICO



Nota: Lahcen (2014)

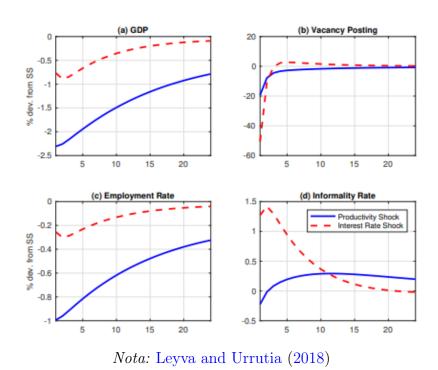
El incremento de 1 por ciento de desviación estándar del shock tecnológico reduce la producción de las firmas en el sector informal (ver Figura n° 8), mientras que el producto del sector formal muestra una respuesta positiva. Lo mismo, de la Figura n° 9, el salario real del sector formal se reduce, mientras que el salario real del sector informal se incrementa, esto por el efecto sustitución en el mercado de trabajo. De donde, se concluye que el tamaño del sector informal sigue siendo contra cíclico.

Leyva and Urrutia (2018) introducen un modelo simple de ciclos económicos reales (RBC, por sus siglas en inglés) para una economía pequeña y abierta, con shocks tecnológicos agregados y shock en la tasa de interés internacional. El modelo captura ambos sectores de la economía, formal e informal y considera fricciones en el mercado de trabajo. De ahí que, dichas fricciones, ocasionan que las familias decidan endógenamente su participación en la fuerza laboral; de manera que, esta familia representativa puede elegir gastar parte de su dotación de trabajo en el sector formal, trabajando como autoempleado en el sector informal,

buscando trabajos formales siendo desempleado o fuera de la fuerza laboral.

Dicho modelo RBC es calibrado para la economía de México, el cual arroja interesantes conclusiones sobre el comportamiento de las variables de nuestro interés en respuesta al shock tecnológico contractivo y al shock de la tasa de interés. Ver la Figura n° 10; en donde, el shock de nuestro interés, el shock tecnológico negativo, reduce la demanda de bienes intermedios, y luego la demanda de trabajo en ambos sectores; asimismo, reduce fuertemente el empleo total y por lo tanto, el PBI; mientras que, como vemos en la figura, no genera un impacto cuantitativamente alto sobre la tasa de informalidad. De manera que como conclusión, esta vez la tasa de informalidad tiene un comportamiento contra cíclico, pero, bajo; sin embargo, igual al comportamiento del tamaño del sector informal de los anteriores antecedentes.

Figura 10: IRFs SHOCK TECNOLÓGICO Y SHOCK EN LA TASA DE INTERÉS



De ahí que, como conclusión final de esta revisión literaria, esperamos que -para el caso

peruano- el tamaño del sector informal tenga un comportamiento contra cíclico respecto al sector formal, en respuesta a los shocks que consideramos en el trabajo de investigación.

1.9. Marco legal

En el párrafo 5(1) de la Resolución de la 15ª Conferencia Internacional de Estadísticos del Trabajo (CIET) declara: "El sector informal puede describirse en términos generales como un conjunto de unidades dedicadas a la producción de bienes o la prestación de servicios con la finalidad primordial de crear empleos y generar ingresos para las personas que participan en esa actividad. Estas unidades funcionan típicamente en pequeña escala, con una organización rudimentaria, en la que hay muy poca o ninguna distinción entre el trabajo y el capital como factores de producción. Las relaciones de empleo – en los casos en que existan – se basan más bien en el empleo ocasional, el parentesco o las relaciones personales y sociales, y no en acuerdos contractuales que supongan garantías formales."

Consideramos el empleo informal solamente a los trabajadores en el sector formal. OIT, XVII CIET (2003) en el párrafo 3 de las directrices de la 17^a CIET definió el "empleo informal" como el número total de empleos informales, realizados ya sea en las empresas del sector informal, en sector formal o en hogares, durante un período de referencia determinado. Se compone de trabajadores por cuenta propia dueños de sus propias empresas del sector informal.

El Proyecto Ley de Inclusíon laboral "Pro Joven", PROYECTO DE LEY N° 1868/2017-CR, PROYECTO DE LEY DE INCLUSIÓN LABORAL "PRO JOVEN" (2017), del Congreso de la República menciona: la informalidad se refiere básicamente a la ausencia de reglas institucionales. Este concepto suele confundirse con el de ilegalidad, aunque existen diferencias sustanciales entre ambos conceptos; la principal estriba en que la informalidad puede devenir en formalidad si determinadas circunstancias cambia y permiten su integración con las reglas institucionales, tal cambio es deseable y promovido por el estado. En contraposición, la ilegalidad no podrá integrarse al marco institucional dado que se encuentra en total antagonismo con este, de ahí que se desincentive y prohíba.

1.10. Hipótesis

1.10.1. Hipótesis general

El efecto de los shocks estocásticos sobre el tamano del sector informal es contraciclico en el Perú durante el periodo 2007-2028.

1.10.2. Hipótesis específicas

- a) El efecto de un shock de la tasa impositiva sobre el tamaño del sector informal es contracíclico en el Perú durante el periodo 2007-2018.
- b) El efecto de un shock tecnológico sobre el tamaño del sector informal es contracíclico en el Perú durante el periodo 2007-2018.

1.11. Variables e indicadores

1.11.1. Identificación de variables

- a) Variable exógena
 - A_t : Productividad total de los factores
 - τ_t : Tasa impositiva, IGV.
- b) Variable endógena
 - M_t^i : Tamaño del sector informal

1.11.2. Identificación de indicadores

- a) Indicadores de variables exógenas
 - e_t^a : Shock tecnológico
 - $e_t^\tau :$ Shock de la tasa impositiva
- b) Indicadores de variables endógenas
 - x_t^\prime : Tamaño del sector informal

II. METODOLOGÍA

2.1. Tipo y nivel de investigación

2.1.1. Tipo de investigación

El tipo de investigación utilizada es la investigación básica - aplicada, ya que requiere de un marco teórico para ampliar el conocimiento científico y construir el modelo DSGE; por otro lado, la investigación aplicada toma como base este marco teórico para aplicarlos en la resolución de un problema de la sociedad. Tambien, el enfoque de nuestro trabajo de investigación es el cuantitativo, ya que hacemos análisis en base a la aproximación de los grandes ratios de las variables observables respecto a las variables del modelo mediante el uso de la calibración.

2.1.2. Nivel de investigación

Es explicativo, ya que la investigación pretende explicar el comportamiento del sector informal ante los shocks estocásticos (de la tasa impositiva y tecnológico).

2.2. Población y muestra

La población equivalente en series de tiempo tomada en consideración es a partir del año 2007 (año desde el cual existen datos oficiales de nuestra variable endógena) hasta la actualidad tomando como fuente de datos al Instituto Nacional de Estadísticas e Informática INEI (2019); y la muestra tomada en el presente trabajo de investigación va desde los años 2007 al 2018. En este caso particular el 2018 corresponde al último año de publicación oficial de los datos, siendo nuestro tamaño de la muestra 11 datos, suficientes en el sentido que demanda la técnica aplicada.

2.3. Fuentes de información

El tipo de fuente de información para la realización de nuestro trabajo de investigación será la fuente de información secundaria, en este caso usamos el INEI como fuente para el empleo no agrario formal e informal y el valor agregado bruto formal e informal, y para la cantidad de empresas informales se usó el registro del Ministerio de la Producción (PRO-DUCE); mientras que se recurre a la página web del Banco Central de Reserva del Perú (BCRP) como fuente para obtener los datos del consumo, el stock de capital físico y las tasas de interés.

2.4. Diseño de investigación

El método utilizado en la investigación es el método sintético, en este método se cuenta con evidencia econométrica o hechos estilizados para cada parte de un todo (Modelo DSGE) y se procede a unirlos racionalmente para su análisis.

De manera que el diseño de la investigación es longitudinal y tendencial, ya que se hace uso de los datos a través del tiempo que en teoría son extraídos aleatoriamente de una población.

Cada elemento del modelo está construido en base a evidencia económica de estudios aceptados por la comunidad científica, tanto econométricas como teóricas. Sin embargo, el modelo tiene diferencias respecto a estudios previos haciendo los siguientes supuestos:

FAMILIAS:

- 1. Son propietarias y administradoras de las firmas informales,
- 2. deciden cuánto consumir de los bienes producidos por ambos sectores (formal e informal),
- 3. y deciden cuánto trabajo ofertar para ambos sectores.

FIRMAS:

- 1. Las firmas informales contratan todo el trabajo ofertado,
- 2. ofrecen un salario informal flexible,
- 3. la economía tiene dos tipos de firmas formales e informales; unas que se mantienen en sus sectores de origen, y otras transitables entre ambos sectores,
- 4. la transición de firmas obedece principalmente a encontrar el sector que le ofrece mayores beneficios esperados,
- 5. las firmas formalizadas están obligadas a pagar un salario promedio, son libres de acceder al capital físico, pagan impuestos y son tomadoras de precios,
- 6. y, las firmas informalizadas evitan impuestos y adoptan una limitada tecnología de producción.

GOBIERNO:

- 1. El gobierno recauda impuesto, compra y vende bonos de deuda,
- 2. y mantiene una política monetaria de acuerdo a la regla de Taylor.

En base a estos supuestos, el modelo presenta los siguientes alcances y imitaciones:

ALCANCES

- 1. Captura los hechos estilizados de una economía como la peruana en el largo plazo,
- 2. Explica la formalización de firmas en respuesta al comportamiento esperado de las variables agregadas,
- 3. Captura la capacidad del sector informal para absorber toda su oferta de trabajo,

4. Permite analizar factores que fomenten la formalidad en un contexto de movilidad intersectorial, tanto a nivel de firmas.

LIMITACIONES

- 1. Las firmas son homogéneas dentro de cada categoría,
- 2. por lo tanto, la proporción de firmas que transitan entre ambos sectores corresponde a la probabilidad de que cada firma espere obtener mayores beneficios en el otro sector.

Finalmente, el modelo es aproximado para la economía peruana mediante el uso de la calibración de los parámetros del modelo, con el propósito de aproximar el comportamiento de largo plazo del mercado de trabajo y producción del modelo con los del Perú. En particular el modelo captura los grandes ratios peruanos, tales como: el ratio del valor agregado bruto formal e informal, VAB_f/K y VAB_i/K ; el de empleo formal e informal, N_f/K y N_i/K ; el de las tasas de interés de ahorro y crédito, r^s/R y r^l/R ; el de la proporción de firmas informales, M_i/M_T , y el ratio consumo-capital, C/K.

Ecuaciones del modelo

 Producción por capital previsto para una firma formal que transita hacia la informalidad

$$y_f^i = ii \cdot \frac{Y_i}{K_t}$$

2. Producción por capital previsto para una firma formal que desea permanecer siendo formal

$$y_f^f = ff \cdot \frac{Y_f}{K_t}$$

3. Producción por capital previsto para una firma informal que transita hacia la formalidad

$$y_i^f = ff \cdot \frac{Y_f}{K_t}$$

4. Producción por capital previsto para una firma informal que desea permanecer siendo informal

$$y_i^i = ii \cdot \frac{Y_i}{K_t}$$

5. obligación salarial previsto para una empresa informal que desee formalizarse

$$w1 = wt \cdot w$$

6. condición de transición para las empresas formales $E_t\{\pi_f^i(t+1)-\pi_f^f(t+1)\}$

$$\left(\frac{1-\alpha_f}{\epsilon-1}\right) \left[\frac{\epsilon \cdot (1-\alpha_f)}{\epsilon-1}\right]^{-\epsilon} \cdot y_{f,t+1}^i - zz \cdot \frac{k11 \cdot KK}{K_{t+1}} \\
- y_{f,t+1}^f \cdot \left[(1-t_{t+1}) \cdot \frac{R_t}{A_t \cdot \pi_{t+1}} - \left(\frac{w1_{t+1}}{1-\alpha_f}\right)^{1-\alpha_f} \cdot \left(\frac{zz}{\alpha_f}\right)^{\alpha_f} \right]$$

7. condición de transición para las empresas informales $E_t\{\pi_i^f(t+1) - \pi_i^i(t+1)\}$

$$y_{i,t+1}^f \cdot \left[(1 - t_{t+1}) \cdot \frac{R_t}{A_t \cdot \pi_{t+1}} - (\frac{w \mathbf{1}_{t+1}}{1 - \alpha_i})^{1 - \alpha_i} \cdot (\frac{zz}{\alpha_i})^{\alpha_i} \right]$$

$$- (\frac{1 - \alpha_i}{\epsilon - 1}) \left[\frac{\epsilon \cdot (1 - \alpha_i)}{\epsilon - 1} \right]^{-\epsilon} \cdot y_{i,t+1}^i + zz \cdot \frac{k \mathbf{1} \mathbf{1} \cdot KK}{K_{t+1}}$$

8. tasa de transición de firmas informales hacia la formalidad

$$x|i_t = \frac{e^{E_t\{\pi_i^f(t+1) - \pi_i^i(t+1)\}}}{1 + e^{E_t\{\pi_i^f(t+1) - \pi_i^i(t+1)\}}}$$

9. tasa de transición de firmas formales hacia la informalidad

$$x|f_t = \frac{e^{E_t\{\pi_f^i(t+1) - \pi_f^f(t+1)\}}}{1 + e^{E_t\{\pi_f^i(t+1) - \pi_f^f(t+1)\}}}$$

10. tasa neta de transición de firmas hacia la informalidad

$$x_t = x|f_t - x|i_t$$

$$x_t' = x_t + d \cdot x_{t-1}$$

11. tasa neta de firmas formales sensibles a transición

$$o2 = 1 + x'_t$$

12. tasa neta de firmas informales sensibles a transición

$$o1 = 1 - x_t'$$

13. Ecuación intertemporal del consumo

$$C_t^{-\sigma} = \beta \cdot (1 + r_{s,t}) \cdot E_t \left\{ C_{t+1}^{-\sigma} \cdot \frac{1}{\pi_{t+1}} \right\}$$

14. Ecuación del consumo de firmas transitadas

$$C_t^* = \gamma^{\frac{1}{\sigma}} \cdot \left(\frac{P_t^*}{P_t}\right)^{-\frac{1}{\sigma}} \cdot C_t$$

15. Ecuación de oferta y demanda de empleo en las firmas siempre informales

$$N_t^{i\alpha_i} = \frac{1}{v_i \cdot w_t} \cdot (1 - \alpha_i) \cdot (A_t^i) \cdot (k1 \cdot KK)^{\alpha_i} \cdot l_t^{1\alpha_i}$$

16. distorción de precios 1

$$l_{1,t} = (1 - \theta) \cdot \left(\frac{R_t}{A_t}\right)^{\frac{1}{\alpha_i}} + \theta \cdot l_{1,t-1} \cdot \pi_t^{-\frac{1}{\alpha_i}}$$

17. Oferta de empleo formal

$$N_t^f = \left(W_t C_t^{-\sigma}\right)^{\frac{1}{\psi}} - v_i \cdot N_t^i$$

18. Demanda de trabajo formalizado

$$N_t^{f\star} = o_2^{-\frac{1}{\epsilon}} \frac{Y_t^{f1}}{A_t^f} \cdot \left(\frac{1 - \alpha_i}{\alpha_i}\right) \cdot \left(\frac{z}{w_t^1}\right)^{\alpha_i}$$

19. Oferta y demanda de trabajo informal transitada

$$(N_t^{i\star})^{\psi+\alpha_f} = o_1^{\psi+\alpha_f} \cdot \left(\frac{\epsilon}{\epsilon-1}\right) \cdot \frac{(1-\alpha_f)^2 \cdot A_t^i \cdot (k1^* \cdot KK)^{\alpha_f} \cdot C_t^{-\sigma}}{v_i^{*1+\psi}}$$

20. Ecuación del salario formalizado

$$w_t^{\star} = (v_f^{\star})^{1+\psi} \cdot \left(\frac{N_t^{f1}}{o_2}\right)^{\psi} C_t^{\sigma}$$

21. Ecuacion del salario siempre formal

$$w_t = \left(\frac{1 - \alpha_f}{\alpha_f}\right) \left(\frac{Y_t^f l_t^3}{A_t^f N_t^f}\right)^{\frac{1}{\alpha_f}} z_t$$

22. Ecuación de productos agregados

Ecuacion de producto de la firma siempre informal

$$Y_t^i = \frac{1}{l_{2,t}^{1-\alpha_i}} A_t^i (N_t^i)^{1-\alpha_i} (k1 \cdot KK)^{\alpha_i}$$

23. distorcion de precios 2

$$l_{2,t} = (1 - \theta) \left(\frac{R_t}{A_t}\right)^{-\frac{\epsilon}{1 - \alpha_i}} + \theta \cdot l_{2,t-1} \pi_t^{\frac{\epsilon}{1 - \alpha_i}}$$

24. Ecuacion del producto de la firma informalizada

$$Y_t^{i\star} = \frac{1}{o_1^{\left(1 - \alpha_f - \frac{\epsilon}{\epsilon - 1}\right)}} \cdot A_t^i \cdot (N_t^{i1^{1 - \alpha_f}}) (k11 \cdot KK)^{\alpha_f}$$

25. distorción de precios 3

$$l_{3,t} = (1 - \theta) \left(\frac{R_t}{A_t}\right)^{-\epsilon} + \theta \cdot l_{3,t-1} \cdot \pi_t^{\epsilon}$$

26. Ecuación de capital

Demanda de capital de firma siempre formal

$$K_t = \frac{\alpha_f}{1 - \alpha_f} \frac{w_t}{z_t} N_t^f$$

27. propiedad de capital de firma formalizada

$$k_{1,t} = \frac{N_t^{f1}}{KK} \frac{\alpha_i}{1 - \alpha_i} \frac{w1}{zz}$$

28. Ecuación de capital total de la economía

$$K_t = K + (k_{1,t} + k1 + k1^*) \cdot KK$$

$$K_{t+1} = I_t + (1 - \delta)K_t$$

29. Ecuación de precios

Precio de alquiler de capital

$$z_t = q_t - (1 - \delta)$$

30. Precio de compra de capital

$$q_{t+1} = \frac{1 + r^l}{\pi_{t+1}}$$

31. Inflación

$$\pi_t = \left(\frac{1}{\theta}\right)^{\frac{1}{\epsilon - 1}} \left[1 - (1 - \theta) \left(\frac{R_t}{A_t}\right)^{1 - \epsilon} \right]^{\frac{1}{\epsilon - 1}};$$

32. Distorción de precios intersectorial $p_t^* = \frac{P_t^*}{P_t}$

$$p_t^{\star} = \left\{ (1 - c_2) \left[(1 - \alpha_f) \frac{\epsilon}{\epsilon - 1} \right]^{1 - \eta} * (o_1)^{\frac{1 - \eta}{1 - \epsilon}} + c_2 \left(\frac{R_{t-1}}{A_{t-1}} \frac{1}{\pi_t} \right)^{1 - \eta} * o_2^{\frac{1 - \eta}{1 - \epsilon}} \right\}^{\frac{1}{1 - \eta}}$$

33. formal bias

$$c_{1f,t} = \frac{1}{1 + \frac{Y_t^i}{Y_t^f}}$$

$$\frac{c_{2f}}{1 - c_{2f}} = \left[\frac{\epsilon}{\epsilon - 1} \cdot (1 - \alpha_f) \cdot \left(\frac{o_1}{o_2} \right)^{\frac{1}{1 - \epsilon}} \cdot \frac{A_{t-1}}{R_{t-1}} \cdot \pi_t \right]^{-\eta} \cdot \frac{Y_t^{f\star}}{Y_t^{i\star}}$$

34. Ecuación de las tasas de interés y regla de taylor

$$r_t^l = \frac{\epsilon_l}{\epsilon_l - 1} \cdot (R_t^{rr} + \chi_l)$$

$$r_t^s = \frac{\epsilon_s}{\epsilon_s - 1} \cdot (R_t^{rr} - \chi_s)$$

$$R_t^{rr} = RR^{rr} \cdot E_t \pi_{t+1}^{\phi_{\pi}} \cdot \left[\frac{Y_t^f + \frac{R_{t-1}}{A_{t-1}} \cdot \frac{1}{\pi_t} \cdot o_2^{-\frac{1}{\epsilon-1}} \cdot Y_t^{f_{\star}}}{Y^f + o_2^{-\frac{1}{\epsilon-1}} \cdot Y^{f_{\star}}} \right]^{\phi_y}$$

35. Ecuación de costo marginal

$$Cmg_{r,t}^f = \left(\frac{1}{A_t^f}\right)^{\frac{1}{\alpha_f}} \cdot \frac{z}{\alpha_f} \cdot Y_t^f \cdot \frac{l_{3,t}}{N_t^f}^{\frac{1-\alpha_f}{\alpha_t}}$$

36. Ecuaciones de gobierno

$$T_{t} = \tau_{t} \cdot \left[Y_{t}^{f} + \frac{R_{t-1}}{A_{t-1}} \cdot \frac{1}{\pi_{t}} \cdot o2^{-\frac{1}{\epsilon-1}} \cdot Y_{t}^{f\star} \right]$$

$$R_{t} = \frac{\epsilon}{\epsilon - 1} \cdot C_{t}^{-\sigma} \cdot Y_{t}^{f} \cdot Cmg_{r,t}^{f} + \beta\theta E_{t} \{\frac{R_{t+1}}{\pi_{t+1}^{-\epsilon}}\}$$

$$A_{t} = C_{t}^{-\sigma} \cdot Y_{t}^{f} \cdot (1 - \tau_{t}) + \beta \theta E_{t} \left\{ \frac{A_{t+1}}{\pi_{t+1}^{1-\epsilon}} \right\}$$
$$l_{t}^{c} = K_{t+1}$$

$$S_t = I_t + G_t - T_t$$

$$B_t = S_t + L_{t-1} - L_t - S_{t-1}$$

$$G_t = T_t + (1 - R_t^{rr}) \cdot B_t$$

37. Ley de movimiento del shock tecnológico informal

$$A_t^i = e^{a_t^i}$$

$$a_t^i = \rho^{ai} \cdot a_{t-1}^i + e_t^{a^i}$$

38. Ley de movimiento del shock tecnológico formal

$$A_t^f = e^{a_t^f}$$

$$a_t^f = \rho^{af} \cdot a_{t-1}^f + e_t^{a^f}$$

39. Ley de movimiento del shock en la tasa de impuesto

$$\tau_t = \rho^\tau \cdot \tau_{t-1} + e_t^\tau$$

2.5. Técnicas e instrumentos

2.5.1. Técnicas

Las principales técnicas que se utilizarán en la investigación, son:

- Análisis documental
- Calibración

2.5.2. Instrumentos

Los principales instrumentos que se aplicarán en las técnicas, son:

• Ficha de resgistros de información

III. RESULTADOS

Para avanzar con este capítulo, seguiremos la secuencia habitual de este tipo de investigaciones y el de nuestros antecedentes. Por lo tanto, seguiremos la ruta planteada en la subsección del diseño de investigación con el fin de cumplir con nuestros objetivos planteados.

3.1. Evidencia empírica del sector informal en el Perú 2007-2018

La presente subsección tiene por objetivo presentar una evidencia para el caso peruano de la interacción entre los mercados financieros, de bienes y de insumos (Empleo, "N") en ambos sectores de la economía: formal e informal.

De la Figura N° 11, podemos notar que en el caso peruano, la evolución de corto plazo del tamaño del sector informal medido a través de las firmas ("informal"), está estrechamente vinculada y correlacionada a la evolución de las principales variables del mercado de trabajo (Ni y Nf), del mercado de bienes (vabi, vabf y consumo)²⁸ y a las variables del mercado financiero, tasas de interés pasivas, activas y la tasa de interés interbancaria.

Sin embargo, las variables que se roban el foco de nuestra atención dentro del panel de figuras, de la Figura N° 11, son las tres siguientes: "vabf", "vabi_vabf" e informal. La razón es que todos nuestros antecedentes y estudios previos consideran que el tamaño del sector informal es "vabi_vabf", la cual refleja la cantidad de valor agregado bruto que producen las firmas en el sector informal por unidad del valor agregado bruto producido en el sector formal; y según nuestros antecedentes, este ratio evoluciona contracíclicamente al "vabf", la cual vemos claramente que no lo hace en el caso peruano.

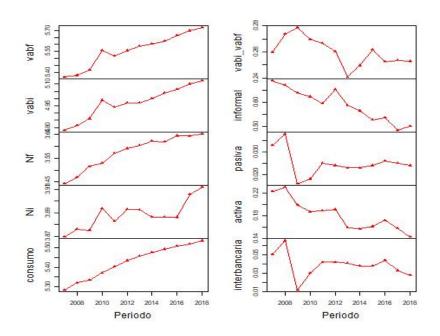
Lo anterior se debe a que en el caso peruano, ¡los valores agregados brutos de ambos sectores evolucionan al unísono! descartando evidentemente el uso de este ratio como un indicador para medir el tamaño del sector informal en el Perú. Cabe mencionar que la

²⁸En donde, vab es el valor agregado bruto, f es el índice que indica el sector formal, e i al informal.

diferencia entre las evoluciones de ambas formas de medida y la adopción del ratio como medida por nuestros antecedentes, fue en primer lugar nuestra principal motivación para desarrollar la investigación actual y plantear un modelo que capture este hecho para una economía parecida a la peruana (formal bias, $c_{1f,t}$, dinámico).

De esta manera, se justifica el uso de la proporción de firmas informales en la economía peruana como medida del tamaño de este sector para dicho fin, y podemos ver de la Figura N° 11 que esta variable sí evoluciona contracíclicamente al "**vabf**".

Figura 11: Principales variables de la economía peruana



informal: proporción de firmas informales respecto al total de firmas. Nota: Elaboración propia

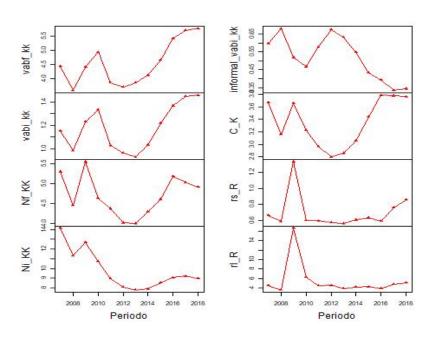
3.2. Grandes ratios en el Perú 2007-2018

El objetivo de esta subsección es proveer evidencia sobre el comportamiento estable (o de largo plazo) de algunas variables que describen el comportamiento regular de la economía peruana. Para ello, la literatura suele usar al mercado del insumo del capital físico como aquel

n-ésimo mercado que se equilibra por la Ley de Walras 29 en el estado estacionario, y es gracias a ello que se logra construir unos indicadores bastantes estables a lo largo del tiempo para el caso peruano, ver Figura N° 12 para ver los principales ratios construidos. Asimismo, en dicho panel de figuras vemos cómo la nueva variable "informal" evoluciona contracíclicamente al "**vabf**"; en donde, dicha variable mide el porcentaje de firmas informales que producen una unidad de "**vabi**", transformación que nos permite estabilizar la variable inicial "informal" que mide la proporción de firmas informales.

Adicionalmente, por su importancia y para su uso aproximado durante la calibración del modelo; en la economía peruana, la evidencia, ver Figura N° 13, muestra que las firmas no solo transitan entre ambos sectores de la economía, sino también mueren, salen del mercado o quedan de bajas al no poder sostenerse en el mercado, y lo más importante es que !lo hacen a una tasa estable en el tiempo! y aunque en nuestro modelo las firmas no mueren o se destruyen, la motivación para incluir una seudo tasa de bajas es porque en el modelo jhay la posibilidad de que las firmas formales informalizadas sí se queden siendo informales para siempre! (parámetro "d" \in (0,1), en el modelo; ver Figura N° 14), razón por la cual se consideraría muerta desde el punto de vista del sector formal; y aunque no contamos con los datos anuales y para toda la muestra que consideramos en la tesis, sí contamos con datos trimestrales a partir del 2013 en adelante, ver Figura N° 13.

²⁹En donde, con n mercados dentro del modelo económico, si n-1 mercados están en equilibrio, el n-ésimo mercado se encuentra en equilibrio.



Nota: Elaboración propia

Finalmente, el uso común de estos grandes ratios en la literatura de los modelos DSGE nos da credibilidad para extender los valores muestrales y considerar el promedio temporal de estas variables como valores estacionarias y hacer uso de estas para la calibración del modelo.

Figura 13:
Tasa de bajas de firmas trimestrales (%) : Perú 2013-2018



Nota: Datos obtenidos del INEI (2018), demografía. empresarial

3.3. Calibración del modelo: Perú 2007-2018

Primero, el objetivo de la calibración es aterrizar el modelo teórico hacia un modelo que capture algunas características de alguna economía en el largo y/o corto plazo (LP y CP). En esta oportunidad, optamos porque el modelo teórico capture los grandes ratios (LP) de la economía peruana y así nos permita analizar las consecuencias (CP y LP) que tendrían la variación de nuestras variables exógenas sobre el sector informal para una economía parecida a la peruana. Para tal fin consideramos 10 principales objetivos de calibración:

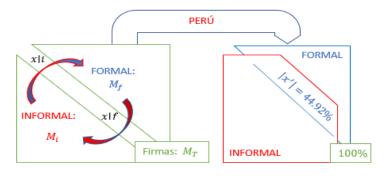
- 1. L_i definido como la suma del total del empleo informal, $(N^i + N^{i\star}, \text{ en nuestro modelo})$.
- 2. L_f definido como la suma del total del empleo formal, $(N^f + N^{f\star}, \text{ en nuestro modelo}).$
- 3. PBI_i definido como la suma del total del producto informal, $(Y^i + Y^{i\star}, \text{ en nuestro modelo}).$
- 4. PBI_f definido como la suma del total del producto formal, $(Y^f + Y^{f\star}, \text{ en nuestro modelo}).$
- 5. C/K definido como el consumo de bienes del sector formal e informal establecida, y no el total de consumo; la razón es el supuesto de no observabilidad del consumo de las firmas que cambian de sector a medida que lo hace la dinámica de la economía.
- 6. $seudo_tasa_bajas = \frac{d \cdot xx}{(1+d) \cdot xx}$, para capturar mejor la dinámica del tamaño del sector informal medido por el lado de la proporción de firmas informales en la economía peruana.
- 7. el resto de los targets buscan capturar la tasa de interés pasiva (rs), los ratios de las tasas de interés activas y pasivas respecto a la tasa de interés interbancaria usada como política monetaria en el modelo, r_s/RR y r_l/RR .

Segundo, los parámetros sujetos a los targets de calibración, Ver Tabla N° 2, son las siguientes:

- 1. Para los ratios de tasas de interés se usaron: ϵ_l , β , χ_s y χ_l aproximado.
- 2. Para los targets de ratio de empleo y PBI se usaron los valores de los Ratios Calibrados de la Tabla N° 1 y se lograron calibrar los valores de los siguientes parámetros: α_f , α_i , k1, k11, v_i , v_i^{\star} , v_f^{\star} y δ .
- 3. Para el ratio consumo capital se usó γ ; y finalmente, para aproximar la proporción de firmas informales se usó: wt.
- 4. Adicionalmente, presentamos una breve discusión sobre el parámetro σ para el caso peruano en la pág N° 113, y consideramos un $\sigma \in (0,1) \to 1$, con casi suavizamiento del consumo y respuesta activa a la expectativa de la tasa de interés real de ahorro.

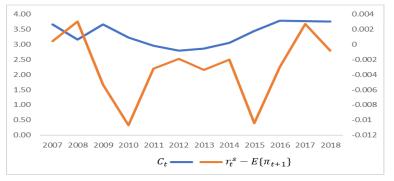
Finalmente, resulta que la estructura en el LP del sector informal en el Perú es bastante particular (variable "informal"), ya que cuenta con un sector informal bastante amplio y persistente. Luego de la calibración para una economía como la peruana, esto es capturado por el modelo con un sector informal que brindar mejores (o menos peores) beneficios reales y así induce una transición inicial de firmas formales hacia la informalidad del 44.92% (quienes evitan costos tributarios de ser formales, por ejemplo), ver Figura N° 14. En conclusión, las firmas se ven atraídos naturalmente hacia el sector informal, de manera que ante un shock positivo en la economía, esta atracción puede ser aún más fuerte.

Figura 14: Distribución promedio teórica de firmas con movilidad sectorial: Perú 2007-2018



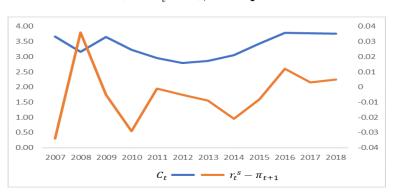
Discusión sobre σ : Caso peruano 2007-2018

Figura 15: C_t vs $r_t^s - E\{\pi_{t+1}\}$: ex-ante



Nota: Elaboración propia

Figura 16: C_t vs $r_t^s - \pi_{t+1}$: ex-post



Nota Elaboración propia

Interpretación: En ambas figuras, N° 15 y N° 16 las líneas de color naranja representan las expectativas sobre la tasa de interés real de ahorro (ex-ante y ex-post, respectivamente), las cuales impactan negativamente (visualmente) sobre el ratio consumo-capital un periodo antes, siendo dicho impacto más evidente en la figura N° 15. Por ejemplo, en el 2008, ante una mayor expectativa sobre la tasa de interés real de ahorro, debido a una caída en las expectativas de la inflación de fin de periodo³⁰, las familias peruanas decidieron reducir su consumo por capital; por lo que, se espera que ellas hayan decidido trasladar sus recursos al siguiente periodo por medio del ahorro, incentivados por un mayor retorno esperado.

Lo interesante de ambos gráficos es la respuesta suavizada del consumo por capital a cambios bruscos en las tasas de ahorro esperadas, ex-ante o ex-post, la cual ya siendo prevista por la literatura de modelos DSGE es capturada asignando un valor

³⁰Es denominado por el BCRP como la tasa de inflación a 12 meses.

igual a 1 al parámetro σ en la función de utilidad; sin embargo, si $\sigma \in (0,1)$ se tiene una respuesta activa del consumo a cambios en la tasa de interés real de ahorro esperado (y/o inflación esperada), mientras que si es superior a uno, la respuesta es pasiva. En adelante, asumiremos que las familias peruanas responden bruscamente a cambios en los precios esperados, respondiendo casi-suavemente a cambios en la tasa de interés real esperada, y en conclusión consideramos un $\sigma \in (0,1)$ cercano a la unidad.

Cuadro 1 Grandes ratios

Ratios	Perú	Modelo		
Ratios Generales				
Li_KK	9.78	9.78		
Lf_KK	4.69	4.69		
VAB_i _KK	1.18	1.18		
VAB_f _KK	4.54	4.54		
C_K	3.34	3.34		
$(M_i/M_T)/VAB_i$	51.65%	51.93%		
r_s	2.49%	2.56%		
r_s/RR	0.696	0.696		
r_l/RR	5.49	5.49		
seudo_tasa_bajasa	1.96%	1.96%		
Dation Calibradae				

Ratios Calibrados ^b				
Nf_KK/Lf_KK	57.48%			
Ni_KK/Li_KK	70%			
Yf_KK/VAB_f_KK	48.75%			
Yi_KK/VAB_i_KK	25%			

 $[\]overline{\ }^a$ Promedio trimestral de tasa de bajas Perú 2013Q1-2018Q4

Cuadro 2 Parámetros del Modelo

Parámetros	Valor		
Valores Calibrados			
β	0.9751		
χ_s	0.0111		
χ_l	0,0191		
ϵ_l	1,3820		
α_f	$0,\!275$		
α_i	0,85		
σ^a	0,87		
δ	$0,\!12$		
k1	0,1690		
k11	0,0040		
v_i	0,0135		
v_i^{\star}	1,0020		
v_f^{\star}	$0,\!4957$		
γ	$0,\!3909$		
c_2	0,911		
wt	0,8399		
d	0.02		
au	0,18		
Valores	Clásicos		
ϵ_s	-237,5		
ϵ	9		
ψ	2,6		
θ	0,87		
ϕ_{π} 1,54			
$\phi_y \ ho^{ai} \ ho^{af}$	0,98		
$ ho^{ai}$	0,95		
$ ho^{af}$	0,95		
$ ho^g$	0,95		
Valores Supuestos			
η 6			
ff	0,71		
ii 0,71			
$\rho^{\tau b}$	$\{0,20;0,95\}$		

 $[^]a \mbox{Ver}$ Figura N° 15 e interpretación $^b \mbox{Política}$ expansiva de corto y mediano plazo.

^bDistribución del trabajo y producción entre las firmas establecidas y sensibles a transitar dentro de ambos sectores (formal e informal).

3.4. Resultados de shocks estocásticos

El objetivo de esta subsección es analizar las respuestas dinámicas de las principales variables agregadas de nuestro modelo que resumen el comportamiento dinámico de los mercados de insumos, bienes y servicios finales, bancarios y política monetaria frente a los shocks estocásticos planteados en los problemas de investigación. Para ello hacemos uso de nuestro modelo calibrado para una economía como la peruana y consideramos dos tipos de modelos equivalentes en el estado estacionario; primer modelo, el supuesto de inmovilidad intersectorial de firmas, ecuación N° 1, que no permite transición para las firmas sensibles a transitar a pesar de que la economía lo permita generando ocasiones de auge en el sector formal u ocasiones de crisis en dicho sector; segundo, el supuesto de una economía con movilidad intersectorial para las firmas sensibles transitar, ecuación N° 2.

Primer modelo :=
$$\begin{cases} x|i_t = x|i_{ss} \\ x|f_t = x|f_{ss} \end{cases}$$
 (1)

Segundo modelo :=
$$\begin{cases} x|i_t = \frac{e^{E_t\{\pi_i^f(t+1) - \pi_i^i(t+1)\}}}{1 + e^{E_t\{\pi_i^f(t+1) - \pi_i^i(t+1)\}}} \\ x|f_t = \frac{e^{E_t\{\pi_f^i(t+1) - \pi_f^f(t+1)\}}}{1 + e^{E_t\{\pi_f^i(t+1) - \pi_f^f(t+1)\}}} \end{cases}$$
(2)

La razón para incluir estos dos tipos de modelos yace en la Figura N° 11, en la cual se aprecia una evolución, primero, dinámica de la proporción de firmas informales en la economía peruana, y segundo, opuesta al ciclo del VAB del sector formal o contracíclicamente. De manera que esperaríamos diferencias en las respuestas dinámicas de las variables agregadas en estudio, siendo los resultados del segundo modelo las usadas para responder las preguntas de la investigación, y los del primer modelo usadas para analizar el mecanismo de la movilidad intersectorial.

Finalmente, en esta subsección se mostrarán, gráficamente, el resumen de las variables que nos interesan y se procederá a analizar los mecanismos de transmisión de los shocks estocásticos hacia dichas variables agregadas, mientras que para ver todos los IRFs que

describen el comportamiento de la economía, le invitamos a ver el ANEXO D.

3.4.1. Shock de IGV negativo

Esta sección está dedicada a analizar la siguiente pregunta: ¿Cómo responde la economía a una reducción en el IGV en el corto plazo? y quizá la pregunta aún más importante es: ¿Cómo responde a cambios de muy corto plazo y a cambios de corto-mediano plazo, capturado por el coeficiente de autorregresión del shock de política tributaria, ρ^{τ} ?

Para ver más detalles, véase la ecuación N° 53 del ANEXO C; en donde, dicha ecuación muestra la manera en la que impacta el único shock en el momento t=1 al resto de periodos, años en este caso. La duración de transmisión del primer shock hacia el futuro varía en función al coeficiente autoregresivo de la ley de movimiento de la política tributaria, por lo cual, un mayor coeficiente indica una mayor cantidad de años requeridos para eliminar el efecto de la política tributaria y retornar al estado estacionario, ver la Figura N° 20; por esta razón, el tamaño de dicho coeficiente indicará la amplitud del ciclo económico causado por esta política, es decir, estaremos ante una situación de muy corto plazo, corto-mediano, mediano o largo plazo a medida de que el ρ^{τ} se acerque a 1.

Finalmente, y basándonos en los datos presentados en la Figura N° 21, los ciclos económicos peruanos están asociados a una duración en años de 6-9 en promedio, correspondientes a un ρ^{τ} aproximado de 0.1-0.25. De manera que el análisis se hará en el siguiente orden:

- 1. Mecanismos de transmisión con movilidad de firmas para un $\rho^{\tau} = 0.95$.
- 2. Sin movilidad de firmas para $\rho^{\tau} = 0.95$.
- 3. Convergencia de los mecanismos de muy corto plazo $\rho^{\tau} = 0.20$ a largo plazo $\rho^{\tau} = 0.95$.
- 4. Conclusión

Mecanismos de transmisión con movilidad de firmas de largo plazo, $\rho^{\tau}=0.95$:

Ver las figuras de la página N° 145, en donde se muestra el efecto de una reducción en el IGV sobre todas las variables endógenas del modelo:

Primeros impactos:

Primero, las firmas formales establecidas notan que obtienen más ingresos por ventas netas de impuestos, de manera que sus ingresos sobrepasan a los costos de producción; por lo tanto, durante la decisión de fijar sus precios, las firmas con posibilidades de hacerlo consideran que el precio que requieren fijar para maximizar el flujo de sus beneficios descontados es mucho menor al inicial y lo fijan por debajo del estado estacionario. Esta fijación de nuevos precios a la baja distorsiona los precios respecto a aquellas firmas que mantienen sus precios, de manera que una mayor distorsión ocasiona una ineficiente asignación de sus recursos que impulsa una fijación de salarios más bajos induciendo a una menor oferta de trabajo y demanda de capital de equilibrio y una menor producción inicial.

Segundo, ante esta reducción de los salarios formales, los trabajadores notan que el beneficio en términos de utilidades por trabajar en el sector informal de firmas establecidas es superior a su desutilidad del trabajo, o al coste de renunciar al ocio por trabajar; motivo por el que deciden despojarse de sus horas de ocio y ofrecer trabajo hacia este sector, y dado que estas firmas contratan a todos los trabajadores que deseen trabajar, aumentan sus trabajadores y su producción.

Tercero, en primera instancia, por el lado de la decisión de transitar, las firmas informales sensibles notan que las firmas en el sector formal fijaron precios más bajos y aunque pagan menos igy producen menos productos; de manera que ante una mayor caída de las ventas formales en comparación al costo formal, están motivados a permanecer siendo informales. Por otro lado, las firmas formales sensibles, notan que la producción informal aumentó, y a pesar de la caída en los precios estas ofrecen mejores beneficios que si se quedan siendo formales. Finalmente, *las empresas deciden informalizarse* a causa de la pérdida de

eficiencia en la asignación de los recursos ocasionado por la distorsión de precios formales.

Una mayor cantidad de firmas informales sensibles reducen los precios de estos bienes, de manera que inicialmente se encuentran con una mayor demanda que satisfacer, contratando más trabajadores que desean recibir un mayor "salario" que el que está siendo ofrecido por el sector formal establecida y así logran producir más. Así mismo, una mayor demanda por este tipo de bienes, también se traduce en una mayor demanda por los bienes del sector formal sensible; aunque estas firmas experimentan una leve caída en su demanda por el aumento en los precios que cobran al ser pocas firmas que quedan; sin embargo, para producir dichos bienes, durante un breve periodo usan más trabajo y pagan salarios más altos para contratarlos.

Mientras que ante una caída en la producción del sector formal y una caída en la inflación, la política monetaria responde reduciendo la tasa de interés interbancaria buscando reactivar la economía del sector formal y estabilizar los precios.

De vuelta al estado estacionario:

El retorno ocurre con la respuesta de los bancos comerciales ante la reducción de la tasa de interés interbancaria del Banco Central, ya que estos bancos responden fijando tasas de interés de ahorros y créditos más bajos. Estas caídas en las tasas de ahorro y la caída en los precios provoca que las familias consuman más en el presente y ahorren menos, además, provoca que las firmas importadoras de capital cobren menores precios a las familias, y estas reduzcan el precio del alquiler del capital a las firmas formales establecidas y sensibles; de manera que las formales establecidas encuentran un insumo a un costo más bajo y aumentan su demanda, asimismo, aumentan el empleo debido al aumento en su capital físico, además aumentan el salario para contratar a más trabajadores y logran recuperar su producción. El aumento en los costos de producción de estas formales establecidas aumenta el precio requerido para maximizar el flujo de beneficios descontado, de manera que las empresas

fijadoras de precios empiezan a fijar unos precios más altos. Mientras que, por un lado, unos salarios más altos incentivan a los trabajadores informales a formalizarse y, por lo tanto, reducen la producción de las informales establecidas; y por el otro lado, estos precios altos y el IGV aún bajo sobre compensan el costo laboral de ser formal, por lo cual incentivan a que las firmas informalizadas anteriormente *retornen a ser formales*.

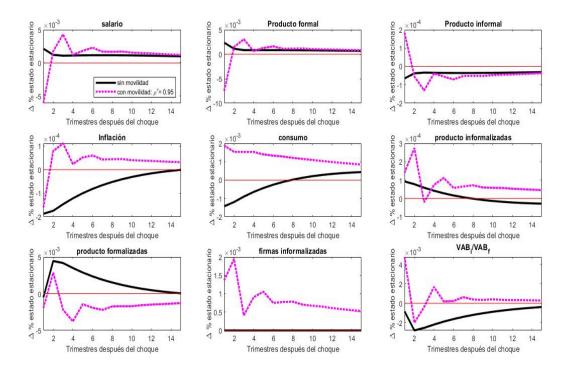
Este retorno hacia la formalidad aumenta el precio de los bienes de las firmas informales sensibles, que al ser pocas fijan precios más altos en el agregado, de manera que ante mayores precios las familias retornan hacia su menor demanda, y sumado a la preferencia de los trabajadores por ser formales, estos contratan menos trabajo y producen menos. De la misma manera, en el sector formal, para las firmas sensibles la demanda por sus productos cae, requieren menos trabajo y reducen el salario ofrecido, reducen su nivel de capital y su producción.

Finalmente, ante un aumento en el producto del sector formal establecida y una mayor inflación, el banco central comienza a elevar la tasa de interés interbancaria para estabilizar la economía; de manera que aumentan los costos del alquiler del capital, y la tasa de ahorro; mientras que las familias se enfrentan a una mayor tasa de ahorro y a un precio más alto con tendencia a la baja y deciden postergar su consumo en el presente y trasladar hacia el ahorro, las firmas formales reducen el capital usado por el aumento en el costo de alquiler, reduciendo el trabajo requerido, reduciendo el salario, y su producción obtenida, de esta manera retornando hacia su nivel de estado estacionario. Y las firmas informales retornan contratando a los trabajadores despedidos del sector formal, y produciendo más. Las firmas sensibles notan que las firmas informales establecidas producen por debajo de su nivel de estado estacionario y las formales establecidas por encima, cobran un precio más alto y el shock del igy está disipándose, estas firmas que empezaron a informalizarse, cambian hacia la formalidad.

En conclusión, podemos notar que la respuesta de la cantidad de firmas informales es

contracíclica al producto del sector formal.

Figura 17: Shock de IGV negativo: con y sin movilidad $\rho^{\tau}=0.95$



Nota: Elaboración propia

Sin movilidad de firmas de largo plazo, $\rho^{\tau} = 0.95$:

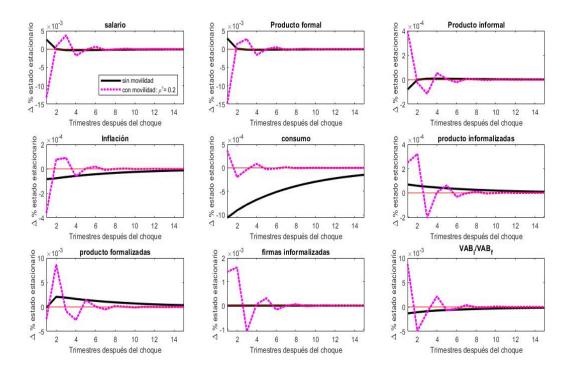
Ver las figuras de la página N° 144, en donde la diferencia fundamental de excluir movilidad intersectorial de firmas dentro del modelo se traduce en una respuesta más suave, pero prolongada de los precios y la fijación al alza de los salarios en el sector formal en general. Lo cual redistribuye los recursos desde el sector informal hacia el formal, ya que una reducción en la tasa de impuesto eleva la eficiencia de este sector. Sin embargo, esta redistribución de recursos hacia el sector formal provoca que la política monetaria responda con un alza en la tasa de interés de referencia con el objetivo de enfriar la economía formal, consiguiendo que las familias trasladen recursos hacia el futuro y dejen de consumir en el presente. Finalmente, las consecuencias son una reducción en el consumo presente y una mejora en el sector formal; mientras que en el sector informal, las firmas que siempre son informales y seguidoras de precios, se ven perjudicadas por la distorsión de precios, y las firmas informales sensibles a transitar al carecer de este perjuicio sortean mejor los cambios del mercado siendo eventualmente beneficiados y luego perjudicados.

Y como podemos ver, al excluir la movilidad intersectorial de las empresas, no hay otra variable que pueda medir el tamaño real del sector informal al excluir la transición de firmas.

Convergencia de los mecanismos de muy corto plazo $\rho_{\tau}=0.20$ a largo plazo $\rho_{\tau}=0.95$:

Finalmente, podemos ver que en el caso aproximadamente peruano, ver Figura N° 18, una reducción en el IGV puede generar una reducción en la tasa de informalidad a nivel de firmas a costa de una mayor volatilidad en los mercados y una participación más activa de la política monetaria a causa de ello, y a costa de una reducción en el nivel de consumo. Por otro lado, a medida de que la economía responda persistentemente al cambio del IGV (Esto es cuando, $\rho_{\tau} \rightarrow 0.95$), esta será más estable y menos favorable para la formalización a nivel de firmas.

Figura 18: Shock de IGV negativo: con y sin movilidad $\rho^{\tau}=0.20$



Nota: Elaboración propia

3.4.2. Shock tecnológico positivo

Mecanismos de transmisión con movilidad de firmas:

Comenzamos el análisis aclarando que el componente de la productividad total de los factores (PTF) afecta a todas las firmas en la economía; es decir, este incremento sucede indiscriminadamente al mercado de insumos, y por lo cual se espera que impacte a todas las firmas en el mismo periodo de tiempo. Ver página N° 143 para los IRFs.

Primeros impactos:

Primero, empezamos el análisis en el mercado de insumos y específicamente en el del trabajo para las firmas establecidas. En este punto, el mercado informal es aquel que reacciona rápidamente debido al ajuste automático entre la oferta y demanda, mientras que el sector formal responde usando el salario como equilibrador de este mercado, de ahí que su ajuste es menos directo.

Por lo tanto, los trabajadores informales son más productivos y con ello perciben una mayor utilidad por trabajar superando a la desutilidad por trabajar, es decir que estos trabajadores se sientes mejor trabajando que disfrutando de su ocio y deciden ofertar más trabajo hacia las firmas de este sector; así mismo, en este sector las firmas contratan a todos los trabajadores que deseen trabajar.

Por el lado del sector formal, estas firmas establecidas cuentan con trabajadores cada vez más productivos y necesitan menos trabajo para producir la misma cantidad de bienes, mientras que al permanecer inalterada la oferta de trabajo lleva a que el salario caiga, reduciendo así el trabajo de equilibrio en el mercado de trabajo de este sector. Finalmente, este mercado de insumos cierra con las firmas formales establecidas ajustando su nivel de capital físico óptimamente a un menor nivel, ya que cuentan con menos trabajadores más productivos y requieren menos capital físico por trabajador.

Segundo, las empresas formales establecidas esperan que una mayor PTF reduzca su demanda de trabajo, requieran pagar menos salario y reduzca su costo marginal de producción, de manera que las empresas fijadoras de precios fijan un menor precio que el periodo anterior y provocan una mayor distorsión de precios. Asimismo, esperan que esta distorsión de precios genere una pérdida de eficiencia en la asignación de recursos a través de una caída en el empleo y capital formal, y por lo tanto una menor producción inicial, hasta que dicha fijación vuelva a estabilizarse, y esperen producir más.

Por el lado de las firmas informales establecidas, la pérdida de eficiencia en la asignación de los insumos debido a la distorsión de precios se ve sobrecompensado por la mayor cantidad de trabajo empleado, por lo cual *la producción aumenta*.

De manera que el mercado de bienes se cierra con un menor costo marginal, precio y

menor nivel de producción formal y una mayor producción informal.

Por el lado de la transición de firmas, las firmas formales sensibles notan que las formales establecidas fijaron menores precios y a su vez esperan que el siguiente periodo obtengan menos ingreso por ventas y aún pagarán impuestos si permanecen siendo formales; mientras que, al notar una mayor producción de las firmas informales establecidas, se ven atraídas por dicho sector al esperar obtener mayores ingresos por ventas. Por otro lado, las firmas informales ven que las firmas formales establecidas producen menos y ganan menos debido a sus menores precios, y esperan que ese resultado siga manteniéndose durante el siguiente periodo y aún sigan tributando al gobierno; por lo cual, las firmas que inicialmente se formalizaron se informalizan. En conclusión, este proceso termina con una mayor informalidad a nivel de firmas.

Tercero, en el mercado de insumos del lado de firmas sensibles a transitar; en el mercado de trabajo de las firmas informales cada trabajador se vuelven más productivo que antes y desean trabajar en lugar de destinar su tiempo al ocio, mientras que una mayor cantidad de firmas informalizadas contratan aún más trabajo, cobran menos precios y logran llevar más producto al mercado de bienes; por otro lado, un menor precio de estas firmas aumenta la demanda por los bienes de las firmas sensibles (C_t^*) y las firmas formales sensibles notan que las informales obtienen una mayor demanda y responden aumentando su nivel de producción, de manera que requieren contratar más trabajo y capital, para lo cual necesitan aumentar el salario que pagan y logren competir por trabajadores con el sector formal establecida y el sector informal en general. Finalmente, este lado de firmas termina con mayor producción, empleo, salario, y capital empleado.

Cuarto, el Banco Central espera que la inflación siga siendo menor el siguiente periodo, ya que las firmas formales establecidas esperan recuperar sus precios a medida de que el efecto del shock tecnológico regrese a la normalidad; además, el banco espera que la producción del sector formal aumente poco a poco, y toma la decisión de responder con una menor tasa

de interés interbancaria para reactivar la economía del sector formal y estabilice la inflación esperada, y en periodos futuros espera aumentar la tasa de interés interbancaria a medida de que la producción aumente y la inflación esperada también lo haga.

Quinto, esta menor tasa de interés interbancaria induce a los bancos comerciales a fijar una menor tasa de interés de ahorro y crédito; de manera que esta menor tasa de ahorro y menores precios actuales provocan que las familias decidan consumir más en el presente que en el futuro, y la menor tasa de crédito provoca que las firmas importadoras de capital cobren un menor precio del capital y las familias decidan alquilar dicho capital a un menor costo de alquiler.

De vuelta al estado estacionario:

Sexto, estos menores costos de alquiler, provocan que las firmas formales establecidas tengan un insumo más barato que el trabajo, aumentando su uso y requiriendo gradualmente más trabajadores para dicho aumento del capital, elevando el salario que pagan con el objetivo de contratar a los trabajadores requeridos, de manera que con mayor nivel de capital y empleo logran revertir el efecto de la pérdida de eficiencia en la asignación de recursos y *producen más*, y además un mayor nivel de capital y empleo aumentan los costos marginales de producción lo que incentiva a las empresas fijadoras de precios fijar un precio más alto.

Séptimo, estos mayores salarios provoca que los trabajadores decidan ofrecer su trabajo hacia el sector formal y renuncien al trabajo informal, por lo cual estas firmas informales establecidas cuenten y contraten a los pocos trabajadores que quedan y produzcan menos.

Octavo, por el lado de las firmas sensibles a transitar, en esta ocasión, las informales sensibles esperan ganar más siendo formales debido al aumento en los precios y al ver que las formales establecidas aumentan su producción esperan ganar más por el total de sus ventas netas de impuestos; mientras que las formales sensibles, esperan ganar más por el total de sus

ventas si permanecen siendo formales a pesar de pagar sus tributos al gobierno. Finalmente se promueve la formalización y se recupera la cantidad de empresas formales en la economía. Y dado que hay menos empresas informales, empiezan a cobrar un precio más alto, porque cuentan con menos trabajadores disponibles, menos producción y son menos empresas, de manera que provoca una menor demanda por los bienes de la firmas sensibles, reduciendo la demanda disponible para las formales sensibles, quienes para producir menos, contratan menos trabajo y pagan menos salarios.

En conclusión, podemos notar que la respuesta de la cantidad de firmas informales es contracíclica al producto del sector formal.

estado estacionario Producto forma Producto informal △ % estado estacionario -0.01 sin movilidad -0.02con movilidad % -0.02 ⊲ -0.03 8 10 10 12 8 Trimestres después del choque Inflación producto informalizadas ×10⁻⁴ consumo Δ % estado estacionario estado estacionario 8 10 12 10 Trimestres después del choque Trimestres después del choque Trimestres después del choque VAB,/VAB producto formalizadas firmas informalizadas $\times 10^{-3}$ 0.005 -0.01 10 6 10 12 10 8 12 4 8 14 8 12 Trimestres después del choque Trimestres después del choque Trimestres después del choque

Figura 19

Nota: Elaboración propia

Sin movilidad de firmas:

De la misma manera que el resultado en la parte del shock del IGV sin transición de firmas. Ver las figuras de la página N° 142, la imposibilidad de transición se traduce en una

respuesta más suave pero prolongada de los precios y en la fijación al alza de los salarios en el sector formal en general. Sin embargo, un aumento en la tecnología de producción provoca que todas las firmas en la economía sean más eficientes, y por lo tanto, mejora las condiciones de trabajo y producción en ambos sectores de la economía (formal e informal). Sin embargo, la respuesta contracíclica de la política monetaria ante un calentamiento de la economía ocasiona que el consumo presente se reduzca.

Y como podemos ver, no hay una variable que pueda medir el tamaño real del sector informal al excluir la transición de firmas.

IV. DISCUSIÓN

4.1. Discusión de shocks estocásticos

Como vimos, el análisis sobre el shock tecnológico positivo y la reducción en la tasa de impuestos (IGV) para una economía como la peruana, con $\rho_{\tau} = 0.2$, tienen un margen para incentivar el proceso de formalización.

4.1.1. Contrastando la hipótesis específica a)

De acuerdo a los parámetros calibrados para el modelo DSGE diseñado para una economía como la peruana, pudimos notar que las respuestas de la variable M_t^i , tamaño de las firmas informales, es contracíclica al producto del sector formal ante un shock de la tasa impositiva.

4.1.2. Contrastando la hipótesis específica b)

De acuerdo a los parámetros calibrados para el modelo DSGE diseñado para una economía como la peruana, pudimos notar que las respuestas de la variable M_t^i , tamaño de las firmas informales, es contracíclica al producto del sector formal ante un shock tecnológico.

4.1.3. Contrastando la hipótesis general

Concluimos que el comportamiento del sector informal es contracíclico frente a los shocks estocásticos (IGV y tecnológico) en el Perú durante el periodo 2007-2018.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES

- El resultado más importante de la investigación es que el sector informal responde contracíclicamente al PBI formal frente a cambios en los shocks tecnológicos y tributarios.
- Encontramos instrumentos de política como el IGV y el desarrollo de la tecnología de producción que pueden fomentar la formalización de las empresas,
- Encontramos que en una economía con transición de firmas, este resultado, muestra una mayor volatilidad respecto a un modelo sin transición de firmas,
- los principales mecanismos de transmisión de los shocks se dan a través de los precios de los bienes finales y de los salarios.

RECOMENDACIONES

- Dado que el supuesto de homogeneidad de las firmas dentro de cada categoría representa una enorme limitante, se recomienda ampliar este supuesto y considerar heterogeneidad,
- para lo anterior, recomendamos un análisis sobre la decisión de entrada de una empresa naciente al sector formal o informal de acuerdo a su productividad idiosincrática, o adaptar dicha decisión para una firma que ya está operando dentro del mercado (transitar hacia la formalidad o permanecer siendo informal dependiendo de su productividad),
- para dicho análisis, recomendamos revisar los siguientes artículos de investigación:
 Melitz (2003) y Allen and Schipper (2017).

REFERENCIAS

- Ahmed, S., Ahmed, W., Khan, S., Pasha, F., and Rehman, M. (2012). Pakistan economy dsge model with informality.
- Alberola, E. and Urrutia, C. (2019). Does informality facilitate inflation stability? Technical report, Bank for International Settlements.
- Ali, N. M. (2017). Towards a better integration of the informal sector: three empirical essays on the interaction between formal and informal firms in Egypt and beyond. PhD thesis.
- Allen, J. and Schipper, T. (2017). Understanding the informal sector: Do informal and formal firms compete. Research Paper. Available online: https://jeffreyallen. weebly. com/uploads/1/9/0/6/19060613/draftv2. pdf (accessed on 10 June 2019).
- Bardales, J. (2012). Generación de empresas formales en el perú: magnitud, coadyuvantes y barreras a nivel sectorial y regional.
- Basbay, M. M., Elgin, C., and Torul, O. (2016). Energy consumption and the size of the informal economy. *Economics: The Open-Access, Open-Assessment E-Journal*, 10(2016–14):1–28.
- Batini, N., Kim, Y.-B., Levine, P., and Lotti, E. (2010). Informal labour and credit markets: A survey.
- Burnside, C., Eichenbaum, M., and Fisher, J. D. (2003). Fiscal shocks and their consequences.

 Journal of Economic theory, 115(1):89–117.
- Christiano, L. J., Eichenbaum, M. S., and Trabandt, M. (2018). On dsge models. *Journal of Economic Perspectives*, 32(3):113–40.
- Collard, F., Dellas, H., Diba, B., and Loisel, O. (2017). Optimal monetary and prudential policies. *American Economic Journal: Macroeconomics*, 9(1):40–87.

- Conesa, J., Díaz-Moreno, C., and Galdón-Sanchez, J. E. (2002). Explaining cross-country differences in participation rates and aggregate fluctuations. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 26(2):333–345.
- Esfandyari, M. and Dahmarde, N. (2014). Informal employment under different shocks in dynamic stochastic general equilibrium model of iran's economy. Asian Journal of Research in Business Economics and Management.
- Galiani, S. and Weinschelbaum, F. (2007). Modeling informality formally: Households and firms.
- Huertas Chumbes, J. L. and Marengo Cáceres, F. (2019). Demografía empresarial en el perú: Iv trimestre 2018. Technical report, Instituto Nacional de Estadística e Informática.
- Hussmanns, R. (2004). Defining and measuring informal employment. *Geneva: International Labour Office*.
- Ihrig, J. and Moe., K. S. (2004). Lurking in the shadows: the informal sector and government policy. *Journal of Development Economics*, 73(2):541–557.
- INEI (2013-2018). Demografía empresarial en el perú informe técnico 2013-2018.
- INEI (2019). Producción y empleo informal el en perú: Cuenta satélite de la economía informal 2007-2018. page Lima: INEI.
- Kolster, J. (2016). Addressing informality in egypt.
- Lahcen, M. A. (2014). Dsge models for developing economies: an application to morocco.
- Laszlo, S. (2008). Education, labor supply, and market development in rural peru. World Development, 36(11):2421–2439.
- Leyva, G. and Urrutia, C. (2018). Informality, labor regulation, and the business cycle. Technical report.

- Machado, R. (2014). The informal economy in peru: Magnitude and determinants, 1980-2011.

 Apuntes, 41(74):191.
- Maiti, D. and Bhattacharyya, C. (2018). Informality, governance and growth. Technical report.
- Melitz, M. J. (2003). The impact of trade on intra-industry reallocations and aggregate industry productivity. *Econometrica*, 71(6):1695–1725.
- OIT, XV CIRT (1993). Resolución sobre las estadísticas del empleo en el sector informal, adoptada por la decimoquinta conferencia internacional de estadísticos del trabajo (enero de 1993).
- OIT, XVII CIET (2003). Directrices sobre una definición estadística de empleo informal, adoptadas por la decimoséptima conferencia internacional de estadísticos del trabajo (noviembre-diciembre de 2003).
- PRODUCE (2011). Estadística de la micro y pequeña empresa, 2011. Technical report, Ministerio de la producción.
- PROYECTO DE LEY N° 1868/2017-CR, PROYECTO DE LEY DE INCLUSIÓN LABORAL "PRO JOVEN" (2017). Diario Oficial El Peruano.
- Shea, J. (1998). What do technology shocks do? NBER macroeconomics annual, 13:275–310.
- Sánchez Aguilar, A. (2017). Demografía empresarial en el perú-informe técnico nº 01-febrero 2017. Technical report, Instituto Nacional de Estadística e Informática.
- Taymaz, E. (2009). Informality and productivity: Productivity differentials between formal and informal firms in turkey. Country Economic Memorandum (CEM) -Informality: Causes, Consequences, Policies.
- Tello, M. D. (2017). Sobre informalidad y productividad: breves reflexiones para el caso del perú.

- Tokman, V. E. (2001). Integrating the informal sector in the modernization process. *SAIS* review, 21(1):45–60.
- Walther, R. (2011). Building skills in the informal sector. background paper prepared for the education for all global monitoring report 2012.
- Williams, C. (2014). Informal sector entrepreneurship: a background paper for the oecd centre for entrepreneurship, smes and local development.
- Woodford, M. (2011). Interest and prices: Foundations of a theory of monetary policy. princeton university press.

ANEXOS

A. Estados estacionarios con o1 y o2 fijos

$$\pi_{ss} = 1 \tag{1}$$

$$BB = 0 (2)$$

$$rr_s = \frac{(1-\beta)}{\beta} \tag{3}$$

$$RR = \left(\frac{\epsilon_s - 1}{\epsilon_s}\right) \cdot rr_s + \chi_s \tag{4}$$

$$rr_l = \left(\frac{\epsilon_l}{\epsilon_l - 1}\right) \cdot (RR + \chi_l)$$
 (5)

$$qq = 1 + rr_l \tag{6}$$

$$zz = qq - (1 - \delta) \tag{7}$$

$$ww = (1 - \alpha_f) \cdot \left[(1 - t) \cdot \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \right]^{\frac{1}{1 - \alpha_f}} \cdot \left(\frac{\alpha_f}{zz} \right)^{\frac{\alpha_f}{1 - \alpha_f}}$$
 (8)

$$NNf_{-}KK = \frac{1 - \alpha_f}{\alpha_f} \cdot \frac{zz}{ww} \tag{9}$$

$$Yf_{KK} = (NNf_{KK})^{1-\alpha_f}$$
(10)

$$cmgg = \left(\frac{zz}{\alpha_f}\right) \cdot \left[Yf_KK \cdot (NNf_KK)^{-1}\right]^{\frac{1-\alpha_f}{\alpha_f}}$$
(11)

$$NNi_{KK} = \left[(1 - \alpha_i) \cdot (vi \cdot ww)^{-1} \right]^{\frac{1}{\alpha_i}} \cdot k1$$
(12)

$$YYi_KK = (NNi_KK)^{1-\alpha_i} \cdot k1^{\alpha_i}$$
(13)

$$yfi_kk = ii \cdot YYi_KK \tag{14}$$

$$yffj_kk = ff \cdot Yf_KK \tag{15}$$

$$wtt = wx \cdot ww \tag{16}$$

$$Aff = \left(\frac{1-\alpha_f}{\epsilon-1}\right) \cdot \left(\epsilon \cdot \frac{1-\alpha_f}{\epsilon-1}\right)^{-\epsilon} \cdot yfi_k - zz \cdot k11$$
$$-ffj_k k \cdot \left[(1-t) - \left(\frac{wtt}{1-\alpha_f}\right)^{1-\alpha_f} \cdot \left(\frac{zz}{\alpha_f}\right)^{\alpha_f} \right]$$
(17)

$$yifj_kk = ff \cdot Yf_KK \tag{18}$$

$$yii_kk = ii \cdot YYi_KK \tag{19}$$

$$Bii = \left[(1 - t) - \left(\frac{wtt}{1 - \alpha_i} \right)^{1 - \alpha_i} \cdot \left(\frac{zz}{\alpha_i} \right)^{\alpha_i} \right] \cdot yifj_kk$$

$$- \left(\frac{1 - \alpha_i}{\epsilon - 1} \right) \cdot \left(\epsilon \cdot \frac{1 - \alpha_i}{\epsilon - 1} \right)^{-\epsilon} \cdot yii_kk + zz \cdot k11$$
(20)

$$xii = \frac{exp(Bii)}{1 + exp(Bii)} \tag{21}$$

$$xff = \frac{exp(Aff)}{1 + exp(Aff)} \tag{22}$$

$$xx = (1+d) \cdot (xff - xii) \tag{23}$$

$$o2 = 1 - xx \tag{24}$$

$$o1 = 1 + xx \tag{25}$$

$$NNi1_KK = o1 \cdot \left[\frac{\epsilon}{\epsilon - 1} \cdot (1 - \alpha_f)^2 \cdot k11^{\alpha_f} \cdot vi1^{-1 - \psi} \right]^{\frac{1}{\psi + \alpha_f}}$$

$$\cdot (NNf_KK + vi \cdot NNi_KK)^{\frac{\psi}{\psi + \alpha_f}} \cdot ww^{\frac{-1}{\psi + \alpha_f}}$$
(26)

$$YYi1_KK = \left[\frac{1}{o1^{\left(1-\alpha_f - \frac{\epsilon}{\epsilon-1}\right)}}\right] \cdot (NNi1_KK)^{1-\alpha_f} \cdot k11^{\alpha_f}$$
 (27)

$$YYf1_KK = \left(\frac{c2}{1-c2}\right) \cdot YYi1_KK \cdot \left[\frac{\epsilon}{\epsilon-1} \cdot (1-\alpha_f) \cdot \left(\frac{o1}{o2}\right)^{\frac{1}{1-\epsilon}}\right]^{\eta}$$
(28)

$$ww1 = \left(ww^{\frac{1}{1+\alpha_{i}\cdot\psi}}\right) \cdot vf1^{\frac{1+\psi}{1+\alpha_{i}\cdot\psi}} \cdot \left\{o2^{\frac{\epsilon}{1-\epsilon}} \cdot \left[(1-\alpha_{i}) \cdot \frac{zz}{\alpha_{i}}\right]^{\alpha_{i}} \cdot YYf1_{KK}\right\}^{\frac{\psi}{1+\alpha_{i}\cdot\psi}}$$

$$\cdot (NNf \quad KK + vi \cdot NNi \quad KK)^{\frac{-\psi}{1+\alpha_{i}\cdot\psi}}$$

$$(29)$$

$$NNf1_{KK} = o2^{\frac{-1}{\epsilon - 1}} \cdot \left((1 - \alpha_i) \cdot \frac{zz}{\alpha_i \cdot ww1} \right)^{\alpha_i} \cdot YYf1_{KK}$$
 (30)

$$kk1 = (1) \cdot NNf1 - KK \cdot \alpha_i \cdot \frac{ww1}{zz \cdot (1 - \alpha_i)}$$
(31)

$$PP1 = \left\{ (1 - c2) \cdot \left[(1 - \alpha_f) \cdot \frac{\epsilon}{\epsilon - 1} \right]^{1 - \eta} \cdot o1^{\frac{1 - \eta}{1 - \epsilon}} + c2 \cdot o2^{\frac{1 - \eta}{1 - \epsilon}} \right\}^{\frac{2}{1 - \eta}}$$
(32)

$$TT_KK = t \cdot \left(Yf_KK + o2^{\frac{-1}{\epsilon - 1}} \cdot YYf1_KK\right)$$
(33)

$$GG \quad KK = TT \quad KK \tag{34}$$

$$KKt \quad KK = 1 + kk1 + k1 + k11$$
 (35)

$$II_{KK} = \delta \cdot KKt_{KK} \tag{36}$$

$$CC_{KK} = \frac{Yf_{-KK+YYi_{-KK+o2}}^{-1} \cdot YYf_{1-KK+o1}^{-1} \cdot \frac{\epsilon}{\epsilon-1} \cdot (1-\alpha_f) \cdot YYi_{1-KK-TT_{-KK-II_{-KK}}}}{1+\gamma^{\frac{1}{\sigma}} \cdot PP1^{1-\frac{1}{\sigma}}}$$
(37)

$$C1_{KK} = \gamma^{\frac{1}{\sigma}} \cdot PP1^{\frac{-1}{\sigma}} \cdot CC_{KK}$$
(38)

$$KK = \frac{(ww \cdot CC KK^{-\sigma})^{\frac{1}{\sigma + \psi}}}{(NNf KK + vi \cdot NNi KK)^{\frac{\psi}{\sigma + \psi}}}$$
(39)

$$AAt = CC_{K}K^{-\sigma} \cdot KK^{1-\sigma} \cdot (1-t) \cdot Yf_{K}K \cdot \frac{1}{1-\beta \cdot \theta}$$

$$\tag{40}$$

$$RRt = \frac{\epsilon}{\epsilon - 1} \cdot CC_{-}KK^{-\sigma} \cdot KK^{1-\sigma} \cdot Yf_{-}KK \cdot cmgg \cdot \frac{1}{1 - \beta \cdot \theta}$$
 (41)

$$c11 = \frac{1}{1 + \frac{YYi - KK}{Yf - KK}} \tag{42}$$

$$SS_{KK} = Yf_{KK} + YYi_{KK} + (o2)^{\frac{-1}{\epsilon - 1}} \cdot YYf1_{KK}$$
$$+ (o1)^{\frac{-1}{\epsilon - 1}} \cdot \frac{\epsilon}{\epsilon - 1} \cdot (1 - \alpha_f) \cdot YYi1_{KK} - TT_{KK}$$
(43)

$$-CC \quad KK - PP1 \cdot C1 \quad KK$$

$$llc = KKt \quad KK \cdot KK \tag{44}$$

$$ll1 = 1 \tag{45}$$

$$ll2 = 1 (46)$$

$$ll3 = 1 \tag{47}$$

$$util_C = \left\lceil \frac{(CC_KK \cdot KK)^{1-\sigma}}{1-\sigma} \right\rceil + \gamma \cdot \left\lceil \frac{(C1_KK \cdot KK)^{1-\sigma}}{1-\sigma} \right\rceil$$
(48)

$$util_n = \frac{\left[ww \cdot (CC_KK \cdot KK)^{-\sigma}\right]^{\frac{1+\psi}{\psi}}}{1+\psi} \tag{49}$$

$$util_nf = \frac{1}{1+\psi} \cdot \left[\frac{ww1}{vf1} \cdot (CC_KK \cdot KK)^{-\sigma} \right]^{\frac{1+\psi}{\psi}}$$
(50)

$$util_ni = vi1^{\left(-(1+\psi)\cdot\frac{1-\alpha_f}{\psi+\alpha_f}\right)} \cdot \left[\epsilon \cdot (1-\alpha_f)^2 \cdot (k11 \cdot KK)^{\alpha_f} \cdot (CC_KK \cdot KK)^{-\sigma} \cdot \frac{1}{\epsilon-1}\right]^{\frac{1+\psi}{\psi+\alpha_f}}$$

$$(51)$$

$$utilidad = util_C - util_n - util_nf - util_ni$$
 (52)

B. Enlaces de descarga

ENLACES DE DESCARGA PARA OBTENER LOS CÓDIGOS DE LOS EJERCICIOS REALIZADOS EN EL CAPÍTULO DE RESULTADOS DE LA PRESENTE TESIS:

 Carpeta que contiene los datos empíricos para Perú 2007-2018 usados y el código en RStudio para replicar los gráficos:

https://mega.nz/folder/VZtwjBIK#TI7en3w-Ek4-LVHjW-qw9Q

2. Carpeta que contiene todos los códigos del matlab:

https://mega.nz/folder/dcUURISC#bhbx_1YTFENZO4KTG220DA

C. Recursión del shock de IGV

D.1. Solución recursiva de la ecuación de ley de

movimiento del shock de IGV:

$$\tau_{t} = (1 - \rho^{\tau}) * t_{ss} + \rho^{\tau} * \tau_{t-1} + e_{t}^{\tau}
; t = 1$$

$$\tau_{1} = (1 - \rho^{\tau}) * t_{ss} + \rho^{\tau} * [\tau_{0} = t_{ss}] + [e_{1}^{\tau} \neq 0]$$

$$= t_{ss} + e_{1}^{\tau}
; \land \forall t \geq 2 ; [e_{t}^{\tau} = 0]$$

$$\tau_{2} = (1 - \rho^{\tau}) * t_{ss} + \rho^{\tau} * \tau_{1}$$

$$= t_{ss} - \rho^{\tau} * t_{ss} + \rho^{\tau} * t_{ss} + \rho^{\tau} * e_{1}^{\tau}$$

$$= t_{ss} + \rho^{\tau} * e_{1}^{\tau}$$

$$\tau_{3} = (1 - \rho^{\tau}) * t_{ss} + \rho^{\tau} * \tau_{2}$$

$$= t_{ss} + (\rho^{\tau})^{2} * e_{1}^{\tau}$$

$$\vdots$$

$$\tau_{T < \infty} = (1 - \rho^{\tau}) * t_{ss} + \rho^{\tau} * \tau_{T-1}$$

$$= t_{ss} + (\rho^{\tau})^{T-1} * e_{1}^{\tau}$$

$$\land \lim_{T \to \infty} (\tau_{T}) = t_{ss}$$
(53)

D.2. Determinación práctica de los años requeridos para desaparecer el efecto del shock

 $\forall T > T^{\star}$ años para desaparecer los efectos del shock:

$$\left|\left|\frac{\tau_{T} - \tau_{ss}}{\tau_{ss}}\right|\right| = (\rho^{\tau})^{T-1} * \frac{e_{1}^{\tau}}{\tau_{ss}} < Error$$
(54)

$$T^* := arg\left\{ (\rho^{\tau})^{T^*-1} * \frac{e_1^{\tau}}{\tau_{ss}} = Error \right\}$$
 (55)

D.3. Requerimientos del coeficiente autorregresivo ρ^{τ} v
s datos empíricos del ciclo peruano:

Figura 20: Duración del shock según ρ^{τ}

Error	1E-13						
e_1^{τ}	1E-09						
τ_{ss}	0.18						
Davis C		T*: Años τ	requeridos po	ara elimina	r el efecto de	el shock ∀ {p	τ} _i
ρ_i^{τ}	0.95	0.9	0.85	0.8	0.75	0.7	0.65
T_i^*	214	105	68	50	39	32	26
ρ_i^{τ}	0.25	0.2	0.15	0.1	0.05	0.02	0.01
T_i^*	9	8	7	6	5	4	3

Nota: Elaboración propia

Figura 21: Perú: datación y duración de los ciclos económicos

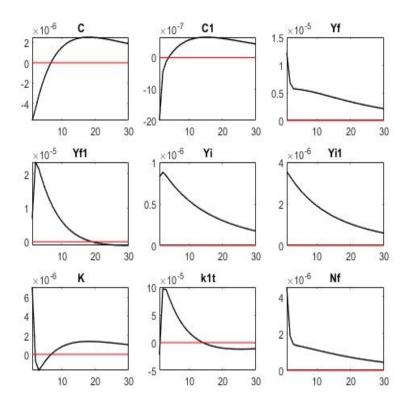
	periodo			
	Ciclo 1	Ciclo 2	Ciclo 3	Ciclo 4
	3T84-4T92	1T93-3T01	4T01-4T09	1T10-3T15
Duración				
Trimestres	34	35	33	23
Años	9	9	8	6

Nota: BBVA Research

D. IRFs

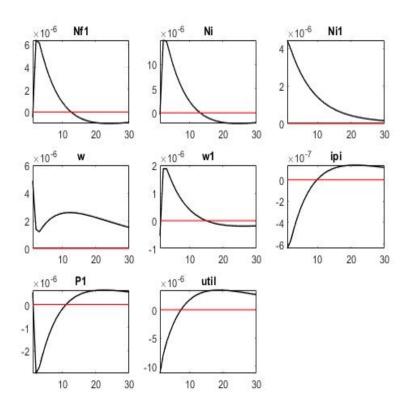
IRFs shock tecnológico positivo sin movilidad de firmas

Figura 22: (1)



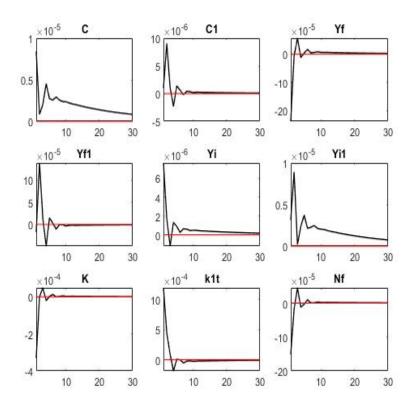
Nota: Elaboración propia

Figura 23: (2)



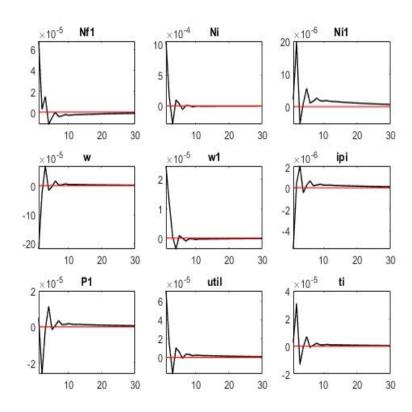
IRFs shock tecnológico positivo con movilidad de firmas

Figura 24: (1)



Nota: Elaboración propia

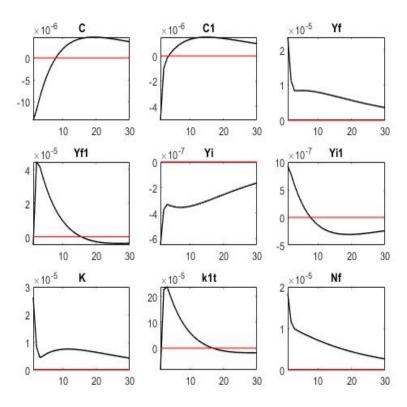
Figura 25: (2)



Nota: Elaboración propia

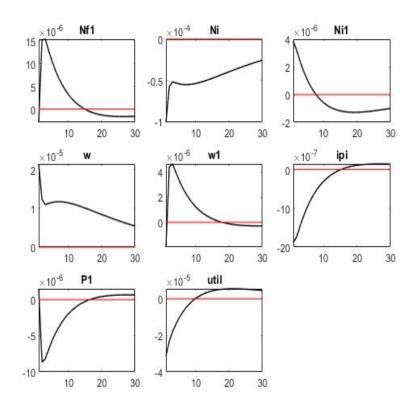
IRFs shock de IGV negativo sin movilidad de firmas $\rho_{\tau}=0.95$

Figura 26: (1)



Nota: Elaboración propia

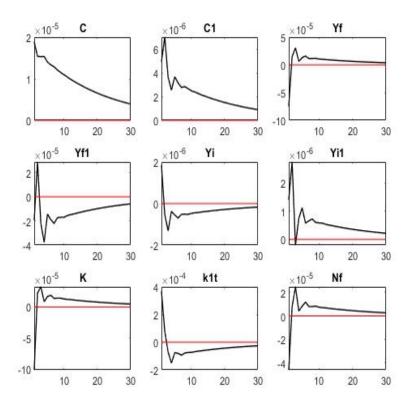
Figura 27: (2)



Nota: Elaboración propia

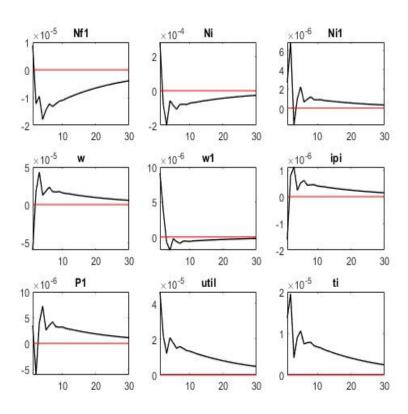
IRFs shock de IGV negativo con movilidad de firmas $\rho_{\tau}=0{,}95$

Figura 28: (1)



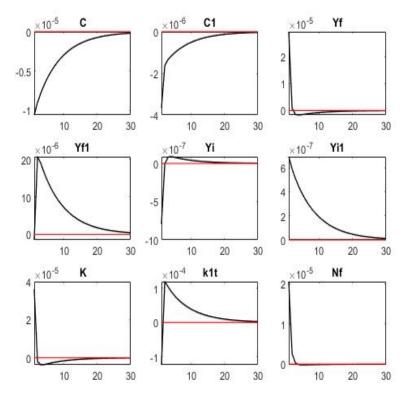
Nota: Elaboración propia

Figura 29: (2)



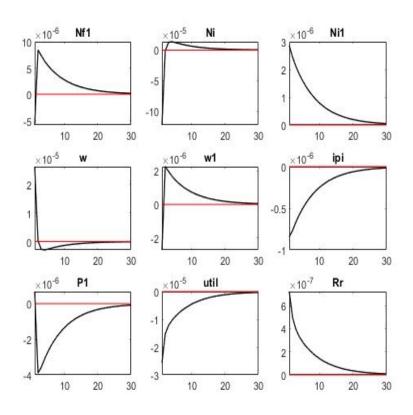
IRFs shock de IGV negativo sin movilidad de firmas $\rho_{\tau}=0{,}20$

Figura 30: (1)



Nota: Elaboración propia

Figura 31: (2)



IRFs shock de IGV negativo con movilidad de firmas $\rho_{\tau}=0.20$

Figura 32: (1) Figura 33: (2) ×10⁻⁵ ×10⁻⁶ C1 Yf Nf1 -5 -10 ×10⁻⁶ Yi1 ×10⁻⁶ Yf1 Yi w1 ipi -10 -5 5 × 10⁻⁵ $\times 10^{-5}$ util ×10⁻⁴ k1t 0 / -10 -5 -20

Nota: Elaboración propia

DECANATO

TRANSCRIPCION DE ACTA DE SUSTENTACIÓN

En la ciudad de Ayacucho, el día 15 de febrero de 2023, a las 04:05 p.m. horas, en la Sala de Grados de la Facultad de Ciencias Económicas, Administrativas y Contables, se reunieron los miembros de la Comisión del Jurado Evaluador, conformado por los profesores Econ. Pelayo Hilario Valenzuela, Econ. Guadalupe Betzabé Taipe Molina y Econ. William Yupanqui Pillihuaman, bajo la presidencia del Dr. Pelayo Hilario Valenzuela decano de la FCEAC como presidente del acto académico de la sustentación de tesis y actuando como secretario Dr. Andrés Moisés Huayanay Quispe.

El secretario da lectura de la Resolución Decanal Nº 081-2023-UNSCH-FCEAC-D, el cual declara expedito a los bachilleres Richard Asto Cabezas y Julio Hinostroza Huaranccay, para la sustentación de la tesis: "MODELO DSGE PARA EL ANÁLISIS DE SHOCKS ESTOCÁSTICOS Y EL SECTOR INFORMAL EN EL PERÚ 2007-2018", para optar el título profesional de Economista.

Acto seguido el presidente de los jurados invita a los sustentantes a dar inicio a la exposición de la mencionada tesis en un tiempo aproximado de treinta (30) minutos. Concluida la sustentación el presidente solicita a los miembros del jurado evaluador formular las preguntas y repreguntas necesarias para lo cual disponen de cuarenta y cinco (45) minutos, las mismas que fueron absueltas satisfactoriamente.

Concluida la sustentación, el presidente de los jurados invita a los sustentantes y público asistente abandonar la sala de grados con la finalidad de deliberar y emitir la calificación correspondiente, con el siguiente resultado:

Jurado 1 15 Jurado 2 15 Jurado 3 15

Resultandos aprobados por unanimidad con el calificativo de QUINCE (15)

Siendo las 18:05 horas del mismo día, se dio por concluido el acto académico y en fe de lo actuado firman al pie del presente los profesores: Dr. Pelayo Hilario Valenzuela, Guadalupe Betzabé Taipe Molina y Econ. William Yupanqui Pillihuaman.

Folio: 294-295 Acta :04

Ayacucho, 19 de diciembre de 2023

ésús Augusto Badajoz Ramos Secretario Docente

CONSTANCIA DE ORIGINALIDAD CON DEPÓSITO

N° 040-2023-EPE/FCEAC/UNSCH.

- 1. Apellidos y nombres del investigador:
 - ✓ ASTO CABEZAS, Richard
 - ✓ HINOSTROZA HUARANCCAY, Julio
- 2. Escuela Profesional: Economía
- 3. Facultad: Ciencias Económicas, Administrativas y Contables
- 4. Tipo de trabajo académico evaluado: Tesis.
- 5. Título del trabajo de investigación:

Modelo DSGE para el análisis de shocks estocásticos y el sector informal en el Perú 2007-2018

- 6. Software de similitud: TURNITIN
- 7. Fecha de recepción: 17-10-2023
- 8. Fecha de evaluación: 23-10-2023
- 9. Evaluación de originalidad.

Porcentaje de similitud	Resultado
• 4%	** APROBADO

- Consignar el porcentaje de similitud.
- ** Consignar APROBADO si se encuentra dentro del rango de porcentaje establecido, subsanar las observaciones o DESAPROBADO si se excede el porcentaje permisible de similitud.

Ayacucho, 23 de octubre de 2023

Mg. Ruly Valenzuela Pariona Docente-Instructor

Tesis. Modelo DSGE para el análisis de shocks estocásticos y el sector informal en el Perú 2007-2018.

por Richard Asto Cabezas & Julio Hinostroza Huaranccay

Fecha de entrega: 23-oct-2023 08:46a.m. (UTC-0500)

Identificador de la entrega: 2204678500

Nombre del archivo: Richard_Asto_Cabezas_Julio_Hinostroza_Huaranccay.pdf (2.24M)

Total de palabras: 31244

Total de caracteres: 154998

Tesis. Modelo DSGE para el análisis de shocks estocásticos y el sector informal en el Perú 2007-2018.

INFORME DE ORIGINALIDAD	
INDICE DE SIMILITUD FUENTES DE INTERNET PUBLICACIONES TRAI	% BAJOS DEL DIANTE
FUENTES PRIMARIAS	
documentop.com Fuente de Internet	1%
revistas.up.edu.pe Fuente de Internet	1 %
www.afdb.org Fuente de Internet	<1%
4 www.bis.org Fuente de Internet	<1%
Submitted to Universidad San Ignacio de Loyola Trabajo del estudiante	<1%
6 www.eco.buap.mx Fuente de Internet	<1%
7 www.elsevier.es Fuente de Internet	<1%
8 bcra.gov.ar Fuente de Internet	<1%

9	dokumen.pub Fuente de Internet	<1%
10	issuu.com Fuente de Internet	<1%
11	WWW.upo.es Fuente de Internet	<1%
12	apirepositorio.unh.edu.pe Fuente de Internet	<1%
13	pdfcoffee.com Fuente de Internet	<1%
14	www.un-page.org Fuente de Internet	<1%
15	quimbaya.banrep.gov.co Fuente de Internet	<1%

Excluir citas Activo
Excluir bibliografía Activo

Excluir coincidencias < 30 words