

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTÓBAL DE
HUAMANGA**

ESCUELA DE POSGRADO

**UNIDAD DE POSGRADO DE LA FACULTAD DE
INGENIERÍA DE MINAS, GEOLOGÍA Y CIVIL**



TESIS:

La gestión de residuos sólidos urbanos es un problema de optimización económica primal y dual en las municipalidades

Para optar el grado académico de:

**MAESTRO EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA, MENCIÓN
GERENCIA DE PROYECTOS Y MEDIO AMBIENTE**

PRESENTADO POR:

Bach. Narciso MARMANILLO PEREZ

ASESOR:

Dr. Hermes S. BERMÚDEZ VALQUI

AYACUCHO - PERÚ

2024

DEDICATORIA

A la memoria de mis padres: Faustino y Mayela. Por sus enseñanzas y las fortalezas que construyeron en mi persona, que al recordar que ya descansan en el infinito siempre percibo recibir su apoyo.

A Elsa, gracias por estar a mi lado y ser la mujer que amo.

A mis hijos, por ser la razón de mi vida. Gracias por estar a mi lado en los momentos difíciles.

A mis hermanos, por haberme alentado en cada momento de mi vida.

A la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, por cobijarme en sus recintos y haberme dado la oportunidad de ser parte de su comunidad.

A mis Colegas, por haber compartido trabajos, experiencias, conocimientos, discrepancias y alegrías, hechas en las infinitas reuniones.

A Hermes, por su incansable insistencia en el desarrollo de la tesis.

A la Facultad de ingeniería de Minas, Geología y Civil, por haberme dado la oportunidad de estudiar La Mención de Gerencia de Proyectos y Gestión Ambiental.

A los docentes mi reconocimiento y gratitud.

RESUMEN

En la actualidad los múltiples cambios que afectan al medio ambiente del planeta se explican teniendo como una de las referencias los residuos sólidos, en este sentido el objetivo de la presente investigación básica es simular que la gestión de residuos sólidos urbanos es un problema de optimización económica primal y dual en las municipalidades. Teniendo en cuenta que los residuos sólidos es uno de los factores contaminantes de la tierra, el agua y la atmosfera, el cual es un problema preocupante de los países miembros de las Naciones Unidas, quienes han manifestado y recomendado su reducción y disposición adecuada en todos los países del mundo, asignando mayores recursos para la gestión eficiente. En este sentido investigación es de naturaleza básica teórica y metodológica, por que analiza, organiza y adecúa aspectos teóricos, conceptuales y matemáticos de optimización no lineal con restricciones de igualdad, al problema de la gestión de residuos sólidos municipales, como un problema de optimización económica. Aspecto que le otorga a la investigación la rigurosidad científica. Y, es metodológica, porque se propone un modelo teórico adecuadamente formulado y sistematizado, desde el punto de vista primal y dual. Cuyo diseño recae básicamente en un análisis bibliográfico integrativo y el diseño métrico. Los resultados de la optimización Primal y dual, a nivel teórico, gráfico, matemático y empírico. corroboran la evidencia de las hipótesis. Por lo que se concluye, que la gestión de residuos sólidos urbanos es un problema de optimización económica primal y dual consistente en las municipalidades.

Palabras claves: Optimización primal y dual de la gestión de residuos sólidos

ABSTRAC

At present, the multiple changes that affect the planet's environment are explained by having solid waste as one of the references, in this sense the objective of this basic research is to formulate and simulate the management of urban solid waste as a problem of primal and dual economic optimization in municipalities. Bearing in mind that solid waste is one of the polluting factors of land, water, and the atmosphere, which is a problem of concern to the member countries of the United Nations, which have expressed its reduction and adequate disposal; recommending to all countries of the world to allocate more resources for efficient management. The research was of a basic theoretical nature because it analyzes, organizes, and adapts theoretical, conceptual, and mathematical aspects of nonlinear optimization with equality constraints, to the problem of municipal solid waste management, as a problem of economic optimization. This is an aspect that gives research scientific rigor. And it is methodological, because it proposes a theoretical model that is properly formulated and systematized, from the primal and dual point of view. Its design is basically based on an integrative bibliographic analysis and metric design. The results of Primal and dual optimization, at the theoretical, graphical, and mathematical levels, corroborate the evidence of the hypotheses. It is concluded that urban solid waste management is a problem of primary and dual economic optimization consistent in municipalities.

Keywords: Primal and dual optimization of solid waste management

ÍNDICE

DEDICATORIA.....	iii
RESUMEN.....	iv
ABSTRAC	v
ÍNDICE	vi
Índice de tablas.....	viii
Índice de figuras	ix
INTRODUCCIÓN	10
CAPÍTULO I.....	14
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	14
1.1. Situación problemática.....	14
1.2. Planteamiento del Problema.....	19
1.3. Objetivos de la investigación	19
1.4. Hipótesis.....	20
1.5. Justificación e importancia de la investigación.....	21
1.6. Alcances y limitaciones.....	23
CAPITULO II	25
MARCO TEÓRICO	25
2.1. Antecedentes de la investigación	25
2.2. Marco teórico de análisis de literatura	34
2.3. Marco conceptual	43
CAPITULO III	57
MÉTODOS Y MATERIALES	57
3.1. Metodología de la investigación	57

3.3. Población y Muestra.....	60
3.3.1. Población.....	60
3.3.2. Muestra.....	60
3.4. Operacionalización de variables.....	61
3.5. Fuentes de información, técnicas e instrumentos.....	62
3.6. Técnicas de análisis de validez predictiva.....	63
3.7. Viabilidad y limitaciones	64
3.8. Aspectos éticos.....	64
CAPITULO IV	64
OPTIMIZACIÓN ECONÓMICA DE RESIDUOS SÓLIDOS MUNICIPALES	64
4.1. Desarrollo de conceptos básicos en la optimización económica de residuos sólidos	65
4.2. La gestión de residuos sólidos municipales en el largo plazo con dos factores	81
4.3. El progreso técnico y la gestión de residuos sólidos municipales.....	94
4.4. Los costos de una gestión de residuos sólidos municipales	98
4.5. Los costos y la combinación de recursos en la optimización de la gestión de residuos sólidos	101
4.6. Optimización primal y dual de la gestión de residuos sólidos municipales	113
4.7. Análisis empírico.....	128
4.8. Senda de expansión de la gestión de residuos sólidos municipales	146
4.9. Demostración de las hipótesis	147
CAPÍTULO V	155
DISCUSIÓN DE RESULTADOS	155
CONCLUSIONES	163
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	164

Índice de tablas

Tabla 1. Manejo de residuos urbanos o municipales	48
Tabla 2. Número de trabajadores e hipotética gestión de residuos sólidos.....	74
Tabla 3. Gestión total, marginal y media de residuos sólidos	74
Tabla 4. Respuesta de Gestión total, gestión media y marginal de RSM	79
Tabla 5. Gestión de residuos sólidos urbanos en la ciudad de Ayacucho.....	129
Tabla 6. Nivel de empleo y gestión de residuos sólidos	131
Tabla 7. Gestión Total de RSM, Demanda condicional de L y K, y costo mínimo de la gestión, con precios constantes de 2007 ($P_L = 80$ y $P_K = 900$ U.M.).....	137
Tabla 8. Isocuanta de 2007, cuando $Q = 26459$ TM.....	138
Tabla 9. Isocuanta de 2013, cuando $Q = 35610$ TM.....	139
Tabla 10. Isocuanta de 2019, cuando $Q = 47530$ TM.....	139
Tabla 11. Costo o presupuesto total de la Gestión de RSM, Demandas Ordinarias de L y K y la máxima cantidad estimada de gestión de RSM (Q), a precios constantes, $P_L = 80$ y $P_K = 900$ soles (2007).....	143
Tabla 12. Senda de expansión de la gestión RSM. Ciudad de Ayacucho, expresada en jornadas de 8 horas.....	147
Tabla 13. Optimización primal y verificación empírica	148
Tabla 14. Optimización primal y verificación empírica	149
Tabla 15. De demandas condicionales.....	150
Tabla 16. De demandas ordinarias.....	150
Tabla 17. Variación endógena de los costos y demandas condicionales	153
Tabla 18. Variación exógena de precios y demandas ordinarias	153

Índice de figuras

Figura 1. Clasificación de la optimización matemática	35
Figura 2. Función de gestión de residuos sólidos de corto plazo.....	68
Figura 3. Etapas de la gestión de residuos sólidos municipales.....	71
Figura 4. Etapas y características de la gestión de RSM	72
Figura 5. Etapas de la función de producción de corto plazo	80
Figura 6. Isocuanta de residuos sólidos	83
Figura 7. Gestión de residuos sólidos con rendimientos a escala constante	89
Figura 8. Gestión de residuos sólidos con rendimientos a escala creciente.....	91
Figura 9. Gestión de residuos sólidos con rendimientos a escala decreciente	92
Figura 10. Las etapas de la gestión de residuos sólidos a largo plazo	94
Figura 11. Curva de isocosto	105
Figura 12. Equilibrio de la gestión de residuos sólidos	108
Figura 13. Relaciones entre el problema primal y dual	122
Figura 14. Relaciones entre problema y primal y dual	157

INTRODUCCIÓN

La gestión de residuos sólidos como un problema de optimización económica primal y dual en las municipalidades, es una investigación básica, teórica y metodológica, que posibilita la calidad y adecuada asignación de recursos económicos (presupuesto) en la limpieza pública, la recolección domiciliaria, el transporte y la disposición de los residuos sólidos en el relleno sanitario. Es una teoría aplicable para todas las municipalidades, que está orientado a mejorar la gestión de la autoridad local y a beneficiar a la población urbana en general.

El trabajo parte de un escenario conocido por todos los actores económicos, sobre las causas y los efectos de la generación de residuos sólidos urbanos, en la que se gestiona solo el 70% de residuos sólidos, quedando el 30%, en botaderos, calles, pistas, terrenos abandonados, etc. Los responsables de la ejecución de dicha actividad, en todas partes del mundo manifiestan que esta situación se debe al insuficiente presupuesto asignado por las autoridades municipalidades. Y, al observar la realidad nos damos cuenta que tanto el presupuesto cómo la cantidad de residuos generados eran flujos o magnitudes que pueden ser estimados y conocidos. Por tanto, se llega a visualizar que la brecha de incompleta gestión de los residuos sólidos, se pueden cerrar considerando la gestión de residuos sólidos como un problema de optimización primal de asignación de recursos económicos y dual de la decisión de gestionar la cantidad total de residuos producidos por la población.

En efecto, teniendo en cuenta la brecha incompleta de gestión de residuos sólidos municipales y la asignación inadecuada de recursos económicos, se plantea el siguiente problema: ¿De qué manera la gestión de residuos sólidos urbanos es un problema de optimización económica primal y dual en las municipalidades?

. En este sentido, consideramos que la gestión de residuos sólidos municipales es un problema de optimización primal del costo (presupuesto) y dual de la producción total de residuos sólidos a gestionar. Siendo, el objetivo de la investigación formular y simular un modelo de asignación de costos en los recursos trabajo, capital y materiales auxiliares, orientados a la optimización primal de la gestión total de residuos sólidos municipales; y es dual de la producción total de residuos sólidos proveniente de la limpieza pública, recolección domiciliar dispuesta en el relleno sanitario, para el que debe asignarse el presupuesto correspondiente.

Por otro lado, la presente investigación es importante y relevante, porque está orientado a repotenciar una de las principales funciones municipales a nivel urbano, competencia que debe ser cumplida con la mayor eficiencia posible, mediante la asignación adecuada de los recursos a la labor de la gestión de residuos sólidos. En efecto, el modelo propuesto teóricamente, es imperativo en la gestión de residuos sólidos y es una regla su simulación bajo cualquier forma de deducción o presentación matemática de la gestión de residuos sólidos.

La investigación es de naturaleza básica-teórica y metodológica. Es básica-teórica por que analiza, organiza y adecúa aspectos teóricos, procesos conceptuales y métodos matemáticos de optimización no lineal sujetos con restricciones de igualdad, al problema de la gestión de residuos sólidos municipales, como un problema de optimización económica. Aspecto que le otorga a la investigación la consistencia y la rigurosidad científica necesaria. Y, es metodológica, porque se simula un modelo teórico adecuadamente formulado y sistematizado desde el punto de vista primal y dual. Cuyo diseño recae básicamente en un análisis bibliográfico integrativo y el diseño métrico.

Hasta el momento los municipios en general cuentan con las técnicas operativas del cálculo de costos (presupuesto) y el cálculo de la generación total de residuos sólidos; y siempre han formulado los Planes Integrales de Gestión de Residuos sólidos. El presente trabajo de gestión de

residuos sólidos urbanos es un problema de optimización primal y dual en las municipalidades, no es una investigación que pretenda sustituir a los PIGARS. Sino que simplemente describe la forma de conducta científica que deben asumir los funcionarios a la hora de estimar sea costos (Presupuesto) o la cantidad total de residuos a gestionar y depositar en el relleno sanitario. Así mismo, es útil para calcular la cantidad necesaria de trabajadores y capital para cada nivel de gestión de residuos sólidos (Q). O sea, es un trabajo complementario para que la gestión de residuos sólidos sea lo más racional posible.

El contenido de la investigación se presenta en cinco capítulos. En el primer capítulo I, se presenta el planteamiento del problema de investigación, que comprende los problemas identificados, los objetivos que se propone alcanzar, la justificación e importancia y, los alcances y limitaciones del trabajo. En el capítulo II, se presenta el marco teórico de la investigación, que comprende los antecedentes internacionales, nacionales y locales, el marco teórico y revisión bibliográfica; el marco de referencia y el marco conceptual. En el capítulo III, se describe los Métodos y Materiales de la investigación. En esta parte, cabe resaltar que la población y muestra está referida a la cantidad de bibliografía que existe, sobre el tema de investigación que en cierta medida es indeterminada y a la vez escasa; por tanto, la muestra de textos utilizados se ha determinado por conveniencia. En el capítulo IV. Se Plantea la formulación y simulación del modelo de gestión de residuos sólidos urbanos, los conceptos básicos de la optimización económica de residuos sólidos, que comprende la función de producción o gestión de residuos sólido, las etapas y características de una gestión de residuos sólidos a corto plazo. Luego analizamos la gestión de residuos sólidos a largo plazo, las isocuantas de gestión de residuos sólidos, características de las isocuantas y etapas de la gestión de residuos sólidos en el largo plazo. Igualmente, se analiza en esta etapa, el progreso técnico y la gestión de residuos sólidos y

finalmente se analiza los costos (Isocostes) y el equilibrio en el largo plazo.

Así mismo, en el capítulo IV. Se desarrolla la optimización primal y dual de la gestión de residuos sólidos municipales, presentándose un análisis empírico, aplicado a la municipalidad de Huamanga en el corto y largo plazos. Finalmente, en el capítulo V, se presenta la discusión de resultados y se concluye con las conclusiones.

Al final, de la investigación se presenta la referencia bibliográfica, que en la deducción teórica de la presente investigación ha sido de vital importancia. La investigación, en los diferentes niveles profesionales, es un esfuerzo desconocido. Esperamos haber contribuido en el desarrollo de la ciencia, con la presente investigación.

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1. Situación problemática

Uno de los problemas que más preocupa a las organizaciones mundiales como la Organización de las Naciones Unidas (ONU, 1992), Organización de los Estados Americanos (OEA, 2015), Programa de las Naciones Unidas Para el Medio Ambiente (PNUMA, 2016), La Asociación Internacional de Residuos Sólidos (ISWA, 2010), LA Organización Mundial de la Salud (OMS, 2016), y los más de 164 países del mundo, es la generación de residuos sólidos. Todos ellos coinciden en señalar que el desarrollo y crecimiento de las economías internas y externas a nivel mundial, sustentadas en la industrialización, el incremento de la población y el aumento de la urbanización, son las causas principales de la generación exponencial de los residuos sólidos y sus efectos en la contaminación del ambiente. Pues, a pesar de los esfuerzos de la gestión de residuos sólidos urbanos por parte de los municipios, su producción y acumulación en lugares no autorizados e informales, sigue generando problemas en las ciudades, por lo que es importante optimizar la asignación de recursos económicos, así como como la limpieza, el recojo y disposición definitiva en el relleno sanitario para su tratamiento correspondiente.

Según los investigadores del Banco Mundial, Hoornweg y Bhada –Tata (Banco Mundial, BT, 2012), se pronostica “que para el año 2025 se duplicará la generación de Residuos Sólidos Urbanos (RSU), debido a que la producción Per cápita pasará de 0,68 kilogramos a 1,42 kilogramos por habitante y por día en los próximos 15 años”. Actualmente, Avedaño (2015) “la producción de RSU es de 5,300 millones de toneladas por año, el cual en el año 2025 será de aproximadamente de 12,200 millones de toneladas” (p.20). Entre las causas de este incremento, se

menciona al alto crecimiento poblacional, al aumento acelerado de la industrialización, a los hábitos de consumo en los países industrializados, así como los cambios en las costumbres de los consumidores que habitan los países.

Expertos del Programa de las Naciones Unidas para el Medio Ambiente (ONU, 2016) y la Asociación Internacional de Residuos Sólidos (IARS, 2015), en un amplio informe “sostienen que en los últimos años se han producido entre 7,000 a 10,000 millones de toneladas de basura por año”. Es decir, el mundo, produce por hora en promedio 228,000 toneladas de basura; de los cuales el 30% permanecen sin ser recolectadas ni tratadas. En un contexto mundial de estas características, los cinco (05) países que más residuos sólidos producen por año son: China con 300 millones de toneladas, EE. UU con 270 millones de toneladas, India con 265 millones de toneladas, Brasil con 53 millones de toneladas, e indonesia con 52 millones de toneladas.

El Perú no es una excepción en la producción de Residuos sólidos. Después de 1950 la economía peruana experimenta una rápida urbanización liderado por las ciudades de Lima, Trujillo, Arequipa, en el resto del territorio también se produce la urbanización, pero que es más lenta, (INEI, 2016). Este crecimiento de la urbanización se acelera aún más a partir de la década de 1980, que inicia con la recuperación de la democracia de la dictadura militar y el protagonismo de Sendero Luminoso en la política nacional bajo la cabecilla del “Presidente Gonzalo” y su lema de “cercar la ciudad desde el campo para tomar el poder”. En efecto, la economía peruana desde entonces se desenvuelve en un contexto en que los gobiernos son elegidos democráticamente; los mismos que fueron perturbados por la guerra interna sucia y no declarada de “Sendero Luminoso”, que sembró pánico y terror en el campo y la ciudad, situación que generó la migración masiva de la población rural hacia las ciudades y, con ello la invasión de terrenos en las zonas aledañas a estos centros, con el que la urbanización, las actividades económicas y el consumo crecen a un

mayor ritmo; que paralelamente origino una mayor producción de residuos sólidos urbanos (RSU), cuyo recojo y traslado hacia los botaderos fue enfrentado por los gobiernos locales, con limitados recursos y en plena crisis económica que se vivió entre 1980 y 1995.

Los esfuerzos de estabilización de la economía entre 1993 y 2000, originó a partir del año 2000 una rápida expansión de la economía peruana, que creció a una tasa promedio de 5,4% durante los últimos 18 años. O sea, la economía peruana a partir del año 2000 experimenta un mayor desarrollo y crecimiento de sus diferentes actividades económicas, como también aumenta la población, aumenta la urbanización y la expansión urbana, generalizándose en todo el país y con ello se hizo posible la generación exponencial de los residuos sólidos y sus efectos en la contaminación del ambiente.

Según las estadísticas del INEI (2017) la economía peruana ha producido durante el año 2016; “7 millones 592 mil toneladas de residuos por año, de los cuales 6 millones 600 mil toneladas son residuos sólidos urbanos, mientras la diferencia de 992,000 toneladas corresponde al área rural”. Es decir, en el área urbana de la economía peruana se han producido a razón de 18,083 toneladas de residuos sólidos por día. En cambio, en el área rural se producen 2,717 toneladas por día. En un escenario de estas características, las 3 regiones que más residuos sólidos producen son las ciudades de Lima con 3,3 millones de toneladas, le sigue la Libertad con 1,6 millones y la región de Arequipa que ha generado un (1) millón de toneladas de residuos. (P. 11).

La economía peruana, la región de Ayacucho y otras ciudades del país, no es ajeno a este comportamiento mundial y nacional en cuanto a la generación de residuos sólidos. La presencia centralizada en la ciudad de un conjunto de servicios socio económicos, de educación, salud, justicia, instituciones públicas y la concentración de la industria, el comercio, el transporte, la construcción, la energía, el turismo entre otros, a partir de 1980 ha provocado el crecimiento

desordenado del área urbana, la misma que se aceleró por la migración sin límites de la población rural hacia las ciudades, por la acción violenta de “Sendero Luminoso” y las fuerzas represivas del estado. Situación que en el tiempo se tradujo en una mayor generación de residuos sólidos urbanos.

Por otro lado, la recuperación, la estabilización y el crecimiento de la economía peruana después del 2000, repercutió también en el mayor crecimiento de la economía ayacuchana, el mayor crecimiento de la población, con más mercados y la urbanización indiscriminada del cinturón de la ciudad. Estos hechos, hicieron posible a que se produzca más residuos sólidos, sobre poniéndose a la capacidad que tiene la municipalidad provincial de Huamanga para recoger y transportar basura hasta el relleno sanitario.

Según el INEI (2017), la Región de Ayacucho produce 300 toneladas de basura por día, de los cuales la ciudad del distrito de Ayacucho genera aproximadamente 63 toneladas, siendo recogidas y llevadas al relleno sanitario el 70%, mientras el 30% se encuentran en botaderos clandestinos, bordes de carreteras, huaycos y canalizaciones, en los rincones de calles y jirones donde no entra vehículos recolectores, áreas de terreno abandonadas, puentes, etc. donde el carro recolector no llega. (p.23).

Las personas que caminan a pie en el entorno y contorno de la ciudad se podrán dar cuenta que la producción de basura en la ciudad de Ayacucho es un problema. Las causas de este problema se deben a dos aspectos. En primer término, están los generadores de residuos sólidos y en segundo término están los que brindan el servicio incompleto de gestión de residuos sólidos urbanos. En el aspecto de los que generan la basura se encuentran la población en su conjunto, el conjunto de actividades económicas y sociales y su cultura de segregación de residuos sólidos y los hábitos y costumbres de los consumidores. Mientras, en el aspecto de los que brindan el servicio de la gestión de residuos sólidos urbanos, se encuentran los municipios, que consiste en la limpieza pública, el

recojo de los residuos domiciliarios, el transporte y la disposición en el relleno sanitario. Este segundo aspecto, lleva a cabo la autoridad municipal por función y su acción depende de la asignación de recursos económicos, la correspondiente optimización de estos recursos y el interés político de quienes desean mantener la ciudad limpia y saludable.

De las consideraciones explicadas se puede deducir, que la gestión de residuos sólidos urbanos municipales es un problema primal de optimización de recursos y un problema dual de limpieza y recojo de residuos sólidos urbanos y su disposición en el relleno sanitario. En este sentido, la investigación desarrollada, se concentra en el aspecto de la optimización, porque las autoridades locales disponen de recursos presupuestales y tienen la función principal de la gestión de residuos sólidos urbanos, porque así lo determina la propia Ley Orgánica de Municipalidades (2003, p.16). En consecuencia, una buena gestión de residuos sólidos urbanos depende de la optimización de la asignación de recursos económicos en cada uno de los procesos de la gestión, como en la totalidad de la gestión. Es en este sentido, la investigación desarrolla y simula un modelo básico de asignación de recursos para una buena gestión de residuos sólidos urbanos. Teniendo en cuenta que en cada proceso se necesita mano de obra, capital u otros factores. Con el cual se pretende mejorar la gestión de RSU a nivel de municipalidades y así disminuir la contaminación ambiental, la pestilencia de calles, parques, mercados, zonas industriales y comerciales.

En resumen, en los ámbitos municipales hay una producción exponencial de residuos sólidos urbanos y un servicio incompleto de la gestión de dichos residuos, que se atribuye a la baja asignación de recursos económicos. En consecuencia, nos encontramos frente a un problema de optimización de la asignación de recursos económicos y gestión de residuos sólidos urbanos. La solución del problema, consiste en plantear y simular un modelo de asignación de recursos

económicos y de gestión de residuos sólidos urbanos, desde el punto de vista de la teoría económica de la minimización de los costos sujeto a recolección total de residuos dispuesto en relleno sanitario y viceversa. O sea, la minimización de costos sujeto a la cantidad total de residuos sólidos producidos. O maximizar la recolección y disposición de los Residuos sólidos urbanos producidos sujeto al costo o presupuesto.

1.2. Planteamiento del Problema

1.2.1. Problema General

¿De qué manera la gestión de residuos sólidos urbanos es un problema de optimización económica primal y dual en las Municipalidades?

1.2.2. Problemas específicos

¿De qué manera la asignación de costos en trabajo, capital y otros materiales auxiliares es un problema de optimización económica primal en la gestión de residuos sólidos municipales?

¿De qué manera el recojo de la producción total de residuos sólidos provenientes de la limpieza pública, recolección domiciliaria, industrial comercial y disposición en el relleno sanitario, es un problema de optimización económica dual en las municipalidades?

¿En qué medida la optimización económica primal y dual, permiten calcular las funciones de demanda condicional y ordinaria de los recursos trabajo, capital y materiales auxiliares?

¿En qué medida las modificaciones de los costos totales y niveles de producción total de residuos sólidos dispuestos en el relleno sanitario, influyen en la demanda de los recursos trabajo, capital y materiales auxiliares?

1.3. Objetivos de la investigación

1.3.1. Objetivo general

Formular y simular la gestión de residuos sólidos urbanos como un problema de optimización económica primal y dual en las municipalidades.

1.3.2. Objetivos específicos

Formular y simular un modelo de asignación de costos en trabajo, capital y otros materiales auxiliares como un problema de optimización económica primal sujeto a la gestión total de residuos sólidos municipales.

Formular y simular un modelo del recojo de la producción total de residuos sólidos urbanos provenientes de la limpieza pública, la recolección domiciliaria, industrial y comercial dispuesto en el relleno sanitario como un problema de optimización económica dual sujeto a los costos totales asignados a los recursos trabajo, capital y materiales auxiliares en las municipalidades.

Calcular a partir de los modelos de optimización económica primal y dual, las funciones de demanda condicional y ordinaria de los recursos trabajo, capital y materiales auxiliares.

Calcular cómo las modificaciones de los costos totales y niveles de recojo total de residuos sólidos urbanos dispuestos en el relleno sanitario, influyen en la demanda de los recursos trabajo, capital y materiales auxiliares.

1.4. Hipótesis

1.4.1. Hipótesis general

La gestión de residuos sólidos urbanos es un problema de optimización económica primal y dual en las municipalidades.

1.4.2. Hipótesis específicas

La asignación de costos en los recursos trabajo (L), capital (K) y otros materiales auxiliares es un problema de optimización económica primal sujeto a la gestión total de residuos sólidos urbanos en las municipalidades

La gestión de la producción total de residuos sólidos urbanos provenientes de la limpieza pública, la recolección domiciliaria, industrial y comercial dispuesto en el relleno sanitario es un problema de optimización económica dual sujeto a la asignación de costos en trabajo, capital y materiales auxiliares en las municipalidades.

A partir de los modelos de optimización económica primal y dual, se pueden calcular las funciones de demanda condicional y ordinaria de los recursos trabajo, capital y materiales auxiliares.

Las modificaciones de los costos totales y niveles de recojo de la producción total de residuos sólidos urbanos dispuestos en el relleno sanitario, influyen en la demanda de los recursos trabajo, capital y materiales auxiliares.

1.5. Justificación e importancia de la investigación

1.5.1. Justificación

1.5.1.1. Justificación teórica

Teóricamente, la investigación se apoya en la teoría de la optimización matemática. La teoría económica y la teoría de la gestión de residuos sólidos municipales. Así como en la agenda 21, publicaciones de las Naciones unidas (PNUMA), la Organización de estados americanos (OEA), La Asociación Internacional de Residuos Sólidos (ISWA), entre otros. Como también en

las tesis sobre optimización de rutas, transporte y recolección de residuos sólidos. Como se puede observar hay material teórico, académico y práctico.

1.5.1.2. Justificación metodológica

La investigación es científica, porque metodológicamente, se sustenta en instrumentos y técnicas de investigación básica teórica, en la que es relevante la bibliografía matemática y la teoría económica como medios fundamentales de la simulación de los problemas de optimización primal y dual.

1.5.1.3. Justificación Práctica

El trabajo es de utilidad teórica y práctica. Como teoría sirve para desarrollar otras investigaciones y como práctica, la investigación mejora el trabajo de del planificador, los proyectos de residuos sólidos, la asignación de presupuesto al programa y, para realizar pronósticos en el tiempo.

1.5.2. Importancia

La importancia de la investigación se puede resumir en lo siguiente:

- a. Contribuye a asignación eficiente de los recursos económicos (Costos o presupuesto) en la gestión de residuos sólidos urbanos, que tiene una estrecha relación con la pobreza, las enfermedades y la contaminación ambiental, que deben ser asumidas responsablemente por los ciudadanos, y las autoridades en atender con efectividad la función de la gestión de residuos sólidos que la Ley 27972, Ley Orgánica de Municipalidades les otorga.
- b. Frente a esta problemática que se ve reflejada en los diversos lugares del país y el mundo, se hace necesario contribuir en el manejo de los residuos sólidos urbanos empleando técnicas de gestión municipal más eficientes y efectivas en su aplicación, que conlleven a

la asignación adecuada de los recursos económicos, como costos y presupuestos, de manera que se pueda lograr la mayor satisfacción de los usuarios del servicio de gestión de residuos sólidos que brindan las municipalidades.

- c. En los últimos años, los municipios del país y el mundo abordan el gran problema de mantener la ciudad limpia y saludable; y a la vez, enfrentan la acumulación de residuos sólidos en sus vías de tránsito, parques y lugares cercanos del cinturón de las ciudades, las causas son diversas, pero una de las que se atribuye a las municipalidades es la insuficiente asignación de presupuesto, distribuidos en la contratación de trabajadores y maquinarias de apoyo a la recolección y transporte. Situación que genera la incompleta gestión de residuos, que genera la insatisfacción del beneficiario y, en el tiempo implica mayores costos. Este costo puede ser reducido mediante la optimización de los recursos presupuestarios; en la limpieza pública, la recolección de residuos sólidos domiciliarios y el transporte al relleno sanitario.
- d. Esta situación desfavorable que se extiende en todo el mundo es una oportunidad que se debe aprovechar para plantear, formular y simular modelos de optimización para mejorar la gestión de residuos municipales,
- e. Finalmente, el trabajo tiene importancia científica, por cuanto el conocimiento descrito es útil, para otras y futuras investigaciones.

1.6. Alcances y limitaciones

La investigación tiene un alcance universal. O sea, su utilidad es válida en el mundo, para que los investigadores puedan tomar para nuevas investigaciones, comprobar empíricamente su bondad, como también someterse a prueba las hipótesis. Por otro lado, los municipios pueden tomar para mejorar los niveles de gestión y pronosticar, costos y volúmenes de producción de

residuos sólidos.

CAPITULO II

MARCO TEÓRICO

2.1. Antecedentes de la investigación

2.1.1 Antecedentes históricos

Sí retrocedemos intuitivamente en la historia hacia nuestros orígenes y evolución ancestral, con toda seguridad podríamos manifestar que el hombre como animal racional, desde su primitivismo e imbuido de nulos o bajos conocimientos, siempre ha tomado decisiones como si deseara lo mejor, como si estuviera maximizando algo; porque hasta el niño desde su nacimiento y pasar por las diferentes etapas de su crecimiento y desarrollo hasta el final de su vida siempre ha tomado decisiones por conveniencia. Esto significa, que el hombre siempre ha sido y será optimizador de sus decisiones.

Este comportamiento optimizador del hombre, recién se incorpora en la ciencia matemática en el siglo XVII; desde entonces la mayoría de los libros de optimización matemática, han desarrollado el concepto de optimización.

Ventura y Salamero (1999), nos indican que la optimización fue introducida por Leibnitz en 1710 en su obra Theodicee, para designar la mejor alternativa dentro de un número de estados de un problema, caso o situación. Por consiguiente, cuando hablamos sobre optimización nos referimos estrictamente a la elección de la mejor alternativa dentro de un número finito de soluciones posibles. Es decir, es la alternativa con el cual se debe tomar la mejor decisión.

Sin embargo, su estudio y mayor uso se inicia después de más de 215 años, cuando Fermat (1601-1665); Lagrange, (1736-1813); Newton, (1643 – 1727), descubren cálculos matemáticos

para hallar los máximos y mínimos. Posteriormente, Hitchcock (1941) formulo y resolvió el problema de transporte. Morgenstern y John Von Neuman (1945) desarrollaron el método dual y formularon la teoría de juegos; Stigler (1945), trabajo el problema de la dieta y Dantzig (1947), formulo el término de programación lineal, para resolver algunos problemas de optimización mediante el algoritmo simplex (Wikipedia, s.f).

En efecto, después de la segunda guerra mundial la aplicación de la optimización se generaliza en las disciplinas de ingeniería, la economía, la milicia y otras ciencias naturales y sociales. Hoy esta aplicación es mucho mayor, porque en todas las esferas de la gestión privada, pública y la vida misma del hombre por sobrevivir en la tierra, se enfrenta a tomar decisiones óptimas todos los días.

La humanidad desde sus orígenes ha tomado y utilizado los recursos que la naturaleza le ha brindado para garantizar su supervivencia. O sea, para cubrir sus necesidades de protección, alimentación, techo y vestido. Pero al mismo tiempo originaban residuos sólidos que no generaban problemas significativos, debido a que la población era pequeña y dispersa y, aún las formaciones de ciudades eran totalmente primitivas, desordenadas y sin autoridades.

La reproducción humana, ha hecho posible inicialmente la aparición de aldeas humanas que cada vez eran mayores, dando paso a la formación de ciudades ambientalmente manejables por las propias familias. Sin embargo, el crecimiento mayor de las poblaciones y las ciudades ha provocado la conducción de estas por autoridades locales, que con el tiempo se han convertido en autoridades municipales, quienes directamente tienen que ver con la limpieza pública y el recogido de los residuos sólidos domiciliarios. Y, a medida que avanza el tiempo, la gestión de residuos sólidos municipales se venía configurando en un problema cada vez más preocupante; principalmente, por el lado de la escasez de los recursos económicos, situación que ha venido

tornándose más crítico con el avance del tiempo, el avance tecnológico, el crecimiento industrial y de la población.

2.1.2. Antecedentes internacionales

La gestión de residuos sólidos en el mundo y desde aproximadamente, la segunda mitad del siglo XX; en las ciudades y los países desarrollados es un desafío impuesto por el propio modelo de desarrollo industrial acelerado y el consumo del hombre, que descarta los residuos sólidos sin darse cuenta de los daños que genera sobre la vida misma del hombre; El desarrollo y crecimiento de las economías a nivel mundial, así como el “incremento promedio anual de la población de 1,9% y el aumento de la urbanización entre 3% y 5,6% aproximadamente, son las causas principales de la generación exponencial de los residuos sólidos y sus efectos de contaminación ambiental” (Wikipedia 2018, s.f).

Pues, a pesar de los esfuerzos de la gestión de residuos sólidos urbanos por parte de los municipios entre el 60% y 80%, su producción y acumulación en lugares no autorizados e informales, sigue generando problemas en las ciudades, por lo que es importante optimizar la asignación de recursos, así como como la limpieza, el recojo y disposición definitiva en el relleno sanitario para su tratamiento correspondiente. En este sentido hemos encontrado numerosos trabajos de investigación en residuos sólidos urbanos.

Formalmente la preocupación y el interés de llevar a cabo la gestión de residuos sólidos urbanos, en los diferentes países se inicia con la Conferencia de las Naciones Unidas del Río de Janeiro en 1992. En efecto, La Agenda 21 o Programa 21 Adoptado por la Conferencia de las Naciones Unidas sobre el Ambiente y el Desarrollo (CNUMAD) de Río de Janeiro – 1992, se constituye en un plan de acción mundial para enfrentar los problemas ambientales del siglo XXI. Avedaño (2015) afirma que “El Capítulo 28 del Programa 21 de la CNUMAD, está dedicado

íntegramente al manejo ambientalmente adecuado de los residuos sólidos, cuya gestión integral incluye cinco fases: la producción, el almacenamiento temporal, la recolección y el traslado al relleno sanitario en más de 130 países”. (Informe. PNUMA. P. 3).

Desde entonces, los diferentes países del mundo han adoptado el manejo de los residuos sólidos como política de estado, que por ley se transfiere a la política pública de los gobiernos locales. Sin embargo, la gestión y administración de estos residuos por parte de las municipalidades, en todas partes y latitudes del mundo es complejo e incompleto, porque la urbanización, el crecimiento económico, la industrialización y el crecimiento de la población se han incrementado sustancialmente. Si a esta situación, se asocia el limitado presupuesto y recaudación de arbitrios que disponen, la gestión de residuos sólidos se traduce en insatisfactorios.

2.1.3. Antecedentes nacionales

EL estado peruano, adopta la decisión de la Conferencia de las Naciones Unidas a partir de 1998, cuando el Ministerio de Salud a través de la Dirección General de Salud Ambiental (DIGESA. 2016. P.13) y la Organización Panamericana para la Salud (OPS, 2016. P. 32) elaboran el primer Análisis Sectorial de Residuos Sólidos; desde entonces se genera un proceso de ordenamiento y actualización de la legislación ambiental que conduce a elaborar y aprobar normas legales e institucionales que concluyen con la propuesta de los Lineamientos Generales para la Gestión Institucional de Residuos Sólidos; así la gestión y manejo de residuos pasa a ser además de un problema de sanidad y salubridad a un problema de gestión institucional.

Posteriormente en el año 2000 la Presidencia del Consejo de Ministros, en el marco de los acuerdos internacionales promulga la Ley 27314 o Ley General de Residuos Sólidos. La ley establece que “la gestión de los residuos sólidos en el país tiene como finalidad su manejo integral y sostenible, mediante la articulación, integración y compatibilización de las políticas, planes,

programas, estrategias y acciones de quienes intervienen en la gestión y el manejo de los residuos sólidos, con sujeción a los principios de minimización, prevención de riesgos ambientales y protección de la salud y el bienestar de la persona humana” (p, 2).

Posteriormente el Ministerio de la presidencia (2001) publica la Guía Metodológica de Manejo de Residuos Sólidos, que contiene los pasos a seguir para la elaboración del Plan Integral de Gestión Ambiental y Residuos Sólidos (PIGARS) y se promueve su elaboración a nivel municipal en las distintas ciudades del país. Tres años después en el 2004 se aprueba el Reglamento de la Ley Nacional de Residuos Sólidos que reafirma impulsar los PIGARS como instrumento de gestión de residuos sólidos a nivel de municipales provinciales y distritales.

En el año 2005 se aprueba el Plan Nacional de Gestión Integral de Residuos Sólidos, el que contiene los lineamientos estratégicos y programáticos para la gestión de residuos sólidos a nivel nacional.

En el 2008 se modificó la Ley 27314 según DS 1065. El DS introduce nuevos aspectos en la gestión y manejo de residuos tales como la responsabilidad compartida, el concepto de manejo integral de residuos sólidos, e incorpora la responsabilidad de los gobiernos regionales y locales en la temática. A partir de entonces la gestión y manejo de residuos se constituye en una obligación que tienen que afrontar los gobiernos locales, constituyéndose en una política pública de las municipalidades. En este sentido el concepto de financiamiento de la gestión de residuos sólidos municipales es importante, como la optimización de redes de limpieza y recolección. (OEFA, 2014, p.4).

Así mismo, la gestión de residuos sólidos no abarca al 100% de residuos generados. Las razones de esta solución parcial son muchas, pero, la razón principal son los limitados recursos presupuestarios con que se dispone, al que se suma la inadecuada asignación de estos recursos en

la contratación de trabajo, compra de bienes de capital y otros materiales auxiliares, así como de la convicción política de mantener una ciudad limpia y saludable por parte de las autoridades elegidas.

El Diagnostico Preparado por la Oficina Central de la Organización Panamericana de la Salud OPS, y el Centro Panamericano de Ingeniería Sanitaria y Ambiental, CEPIS/OPS; sobre El Manejo de Residuos Sólidos Municipales en América Latina y el Caribe, que aparece en la Serie Ambiental No 15 (OPS, 2005, P.7). Concluyen que en “América Latina y el Caribe el inadecuado manejo de los servicios de limpieza, recolección, transporte, tratamiento y disposición de los residuos sólidos sigue siendo un problema, que prioritariamente debe ser complementado con programas de reducción, reuso, reciclaje y rechazo de residuos sólidos”. (P.18). Sin embargo, tienen limitaciones de recursos para mejorar sus niveles de manejo de residuos.

Acurio, Rossin, Texeira & Zepeda, (2015), consideran que en “América Latina y el Caribe el manejo de los servicios de recolección, transporte, tratamiento y disposición de los residuos sólidos deben ser complementadas con un mayor presupuesto y con programas de reducción de residuos generados (Segregación), el reciclaje y la reutilización” (P. 15)

Para un municipio la recolección de residuos sólidos urbanos es un objetivo normativo e irrenunciable. En este sentido, la asignación de recursos a la limpieza pública, la recolección de los residuos sólidos domiciliarios y el transporte de los mismos hasta el relleno sanitario es una misión fundamental, y lo debe hacer, considerando que la gestión de estos residuos abarque a la totalidad de residuos municipales producidos en la ciudad. Para ello es indispensable asignar los recursos económicos entre los factores que va utilizar, como si estuviera minimizando y, sujeto a una restricción de gestión deseada de residuos sólidos municipales.

Jordi (2013), mediante su tesis de Maestría titulado “Optimización de la localización y

recogida de residuos sólidos Urbanos en la Universidad de Complutense, que tiene por objetivo principal, desarrollar modelos de localización, ubicación y recoger de forma óptima los residuos urbanos con la finalidad de valorar las ventajas e inconvenientes de los distintos sistemas de recogida de los mismos, llegó a la conclusión de que su investigación es una parte de la optimización en el campo de los residuos sólidos. “Por lo tanto, si nos referimos a la optimización de Residuos sólidos urbanos, es necesario que en cada actividad se establezca la función y sus condicionantes” (p. 72)

El autor de la tesis antes mencionada, con el fin de minimizar costos plantea el sistema de acera, rechazando el sistema de recogida de puerta a puerta y con contenedores, y; por esta razón plantea la “recogida de residuos mediante la optimización de rutas geográficas, que a su entender es la de menor costo” (Jordi, 2013, p. 78)

Bendek Saiz, Halil (2011), en su Tesis titulado Optimización y Seguimiento de la Gestión de Residuos Contaminantes Encaminado al Manejo Autosuficiente y Mejoramiento de los Residuos Aprovechables con las Plantas Recicladoras y Emisoras de Éstos. Llevada a cabo en la Universidad Pontificia Javeriana de Colombia, tras la propuesta de optimización de la tres Rs, llega a la conclusión: de que, en la Pontificia Universidad Javeriana, “...existe un alto nivel de desconocimiento y falencia sobre la gestión de residuos sólidos, situación que se traduce en una nula optimización de los residuos sólidos” (p, 42).

Lagos y Alberto (2013), en su tesis de Maestría titulado, Un Modelo de Programación Lineal Entera para Resolver el Problema de Recolección de Residuos Sólidos Domiciliarios. Se plantea como objetivo optimizar la localización de contenedores y ruteo de vehículos en la recolección domiciliaria. Para ello propone asignar contenedores a un grupo de familias y/o domicilios, quienes deben dirigirse a su contenedor asignado y depositar la basura, luego camiones

especializados recorren y recogen los Residuos sólidos de los contenedores de acuerdo con su capacidad y transportan hasta el botadero o relleno sanitario. Al que lo llamo “como programa PLCRV. Método de optimización con el cual trató de minimizar los costos de recolección, recorrido y transporte de los residuos sólidos”. Cabe indicar que en la solución del problema utilizó planos cortantes para obtener una cota inferior y luego se aplica el algoritmo Branch and bound para obtener la solución óptima.

Cavallin, Rossit, Frutos & Vigier (2016) en una investigación sobre la “Eficiencia de la Gestión de Residuos Sólidos Urbanos Análisis y Evaluación” bajo la idea de optimización, llegaron al siguiente resultado:

Los autores abordan el tema de gestión de residuos sólidos urbanos (GRSU) desde una perspectiva de rutas de recolección, cuyo análisis y evaluación de su eficiencia, se desarrolla en un contexto de escasez de recursos presupuestarios y técnicos, y de aumento creciente de la producción de residuos. En dicha investigación concluyen manifestando “que la GRSU es uno de los principales desafíos de política pública tanto para los pequeños municipios como para los grandes, y para ello deben buscar desarrollar estrategias eficaces y económicamente sustentables”. (p.12)

La investigación en resumen destaca la importancia de la planificación de las rutas de recolección de RSU, a través de métodos cuantitativos, como estrategia para disminuir costos y aumentar la eficiencia de la gestión.

Peña (2017) en su tesis de Maestría: “Modelamiento Matemático de Programación Lineal Aplicado a la Optimización de la Gestión de Residuos Sólidos Urbanos” en la Ciudad de Juliaca, que tiene por objetivo optimizar la gestión de residuos sólidos, asignando tiempos de trabajo al personal de modo que se maximice el recojo de residuos reciclables en el área de transferencia y

el transporte al relleno sanitario, llega a la siguiente conclusión: “La solución al problema de la gestión de residuos sólidos, pasa por optimizar la recolección y separación de residuos reciclables y el segundo es la recolección y transporte de los residuos en masa al relleno sanitario” (p, 57).

Taquia Valdivia (2013) en su tesis “Optimización de Rutas en una Empresa de Recojo de Residuos Sólidos en el Distrito de los Olivos” aborda el tema de optimización de rutas para una empresa de transporte de residuos sólidos con el fin de mejorar su rentabilidad, debido a que dentro del sector de recolección de residuos, el tema de optimización lineal de rutas no ha sido explorado ni sustentado de manera contundente. Tras analizar en el marco teórico los métodos de optimización de rutas mediante teoremas y aplicaciones prácticas, mencionando los fundamentos, restricciones y algoritmos adecuados para el caso de la empresa en estudio. Propone como solución al problema “el microruteo y el macroruteo. A través del primer método determino el número de vehículos necesarios para recoger los residuos de todo el distrito; mientras el macroruteo, se ajustó al método Agente Viajero”. Resolviendo de esta manera el problema relevante de la empresa. (P. 83).

Larumbe, (2009) a través de la tesis “Optimización de la recolección de residuos en la zona sur de la Ciudad de Buenos Aires” (Tesis de Licenciatura) Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, de la Universidad de Buenos Aires. “Presenta una aplicación de la Optimización Combinatoria para optimizar el ruteo de vehículos en la Ciudad de Buenos Aires. Dada una zona con distintos puntos por los que el vehículo debe pasar exactamente una vez, el programa desarrollado devuelve un orden de los puntos para que la distancia sea mínima. Este problema se conoce como el Problema del Viajante de Comercio” (Traveling Salesman Problem (PVC)).

Ayala & Gonzales (2009) en Investigación titulada “Asignación De Rutas De Vehículos Para Un Sistema De Recolección De Residuos Sólidos”; publicado en la “Revista de

ingeniería, N° 237,2009” encontramos que “El modelo de asignación de rutas por vehículo (ARV), según el propio autor genera una mejor ruta que la sugerida por el SIG y la empleada actualmente por la empresa prestadora del servicio de recolección, obteniéndose una ruta de menor longitud que se recorre en menos tiempo. Además, al emplear el algoritmo de secuenciamiento se minimizan considerablemente los giros prohibidos (p,54).

Cruz, Restrepo & Medina (2007) a través de la tesis “un problema logístico de ruteo de vehículos y una solución con Solver” (Caso de estudio) Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Tecnológica de Pereira. Los autores en este documento presentan la solución a un caso logístico, como un problema de ruteo de vehículos, basado en el modelo “Problema del vendedor viajero”. Utilizando para ello la información actualizada de ruteos y la hoja de cálculo Excel, llegando a la conclusión de la minimización de rutas y costos de transporte en la gestión de residuos sólidos (p. 97).

2.2. Marco teórico de análisis de literatura

La teoría científica de la gestión de residuos sólidos aún es incipiente, tanto desde el punto de vista de la asignación de recursos, como desde el punto de vista de la responsabilidad de los involucrados para mantener un ambiente saludable. Esta evidencia, es una característica prevalente en todas las economías del mundo. En este sentido, se presentan definiciones concretas y un análisis secuencial y sistemático, sobre la asignación de recursos en la gestión de residuos sólidos, desde el punto de vista de optimización económico primal y dual.

2.2.1. La optimización matemática

La utilidad e influencia de las matemáticas en las otras ciencias, es el cálculo o estimación del valor de las variables independientes y dependientes y, la optimización o búsqueda de las mejores alternativas u opciones. En función de estas alternativas se pueden tomar decisiones de

optimización continua (Búsqueda de valores reales) o discreta (búsqueda de valores discretos) o una mixta.

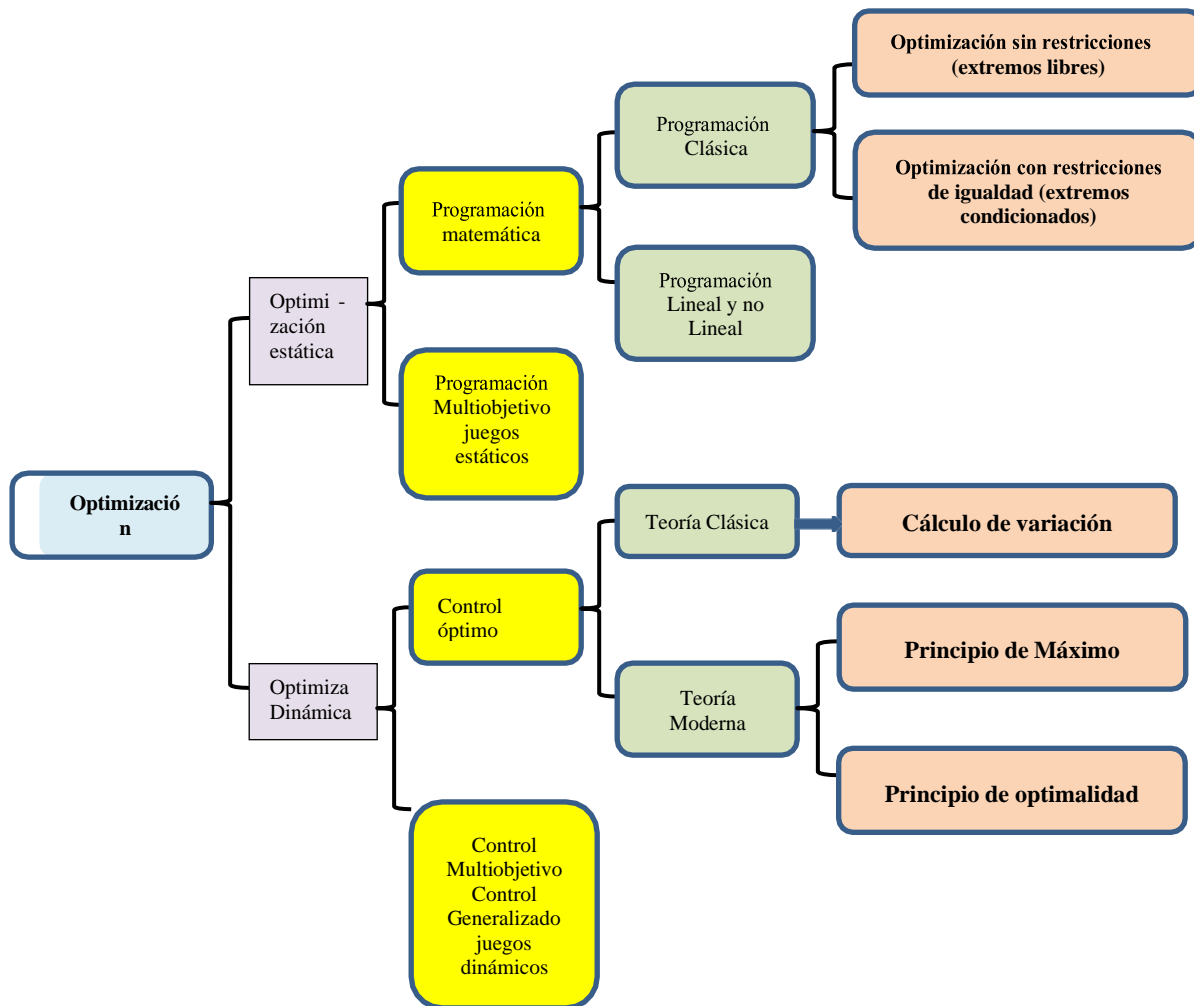
Un problema se puede formular mediante parámetros y variables, que influyen sobre la función objetivo. Cuando se plantea el problema en estos términos, la solución de este está contextualizado en un espacio paramétrico y, suele llamársele optimización paramétrica. Esto implica también, que el problema de optimización tiene restricciones, que pueden ser ecuaciones, inecuaciones, o incluso condiciones lógicas. En este caso, estamos hablando de una optimización restringida, donde las ecuaciones o inecuaciones pueden estar construidas por funciones o funcionales (Variables que dependen de otras funciones de variables de referencia). En el caso, en que todas las restricciones son lineales, entonces estamos ante un problema de optimización linealmente restringida. Por el caract

2.2.2. Clasificación de la optimización matemática

La optimización matemática se ha diversificado extremadamente con el avance de las ciencias económicas y empresariales, las ciencias naturales, la medicina, las ciencias biológicas, las ingenierías, la nutrición, las ciencias alimentarias, la milicia y todo aquello que tiene que ver con el progreso de la vida de los hombres. Según Meneu y Salamero (2008), la optimización matemática se puede clasificar según el siguiente esquema propuesto (p. 18).

Figura 1

Clasificación de la optimización matemática



Nota: Elaborado en base a la clasificación hecha por Meneu, Pérez-Salamero y Ventura

La ciencia económica, ha adecuado la clasificación de los modelos de optimización de la siguiente manera:

2.2.2.1. De acuerdo con el grado de abstracción

- a. Modelos Físicos: es la representación física de los objetos dinámicos, como la pasarela de los modelos de marketing, las ciudades como modelos de economía de mercado, los objetos aéreo-dinámicos o hidrodinámicos.
- b. Modelos gráficos: es la representación gráfica de los objetos, sistema de objetos, seres, mapas, planos y gráficos.

- c. Modelos simbólicos: es la representación de objetos a través de símbolos, de una realidad, mediante relaciones de ecuaciones o funciones, como la población femenina de (Y) y la población masculina por (X).

2.2.2.2. Por su objetivo

- a. Modelos teóricos o analíticos: pueden ser
- Modelos explicativos: son modelos de carácter explicativo, descriptivos y de decisión e influencia del agente que desarrolla sobre los objetos. Como el profesor y sus alumnos.
 - Modelos predictivos: predicen el futuro a partir de ciertas evidencias pasadas y en base a información histórica.
- b. Modelos aplicativos: son aquellas herramientas o instrumentos que que prescriben la forma de tomar decisiones, en el que el agente protagonista o decisor influye directamente sobre las variables que intervienen.

2.2.2.3. Por el carácter de su unidad de estudio

- a. Modelos de comportamiento parcial: son modelos que explican el comportamiento individual de las unidades o actores económicos
- b. Modelos de equilibrio de mercado: es la situación del mercado, en la que las fuerzas que intervienen se compensan entre sí para una o más variables endógenas
- c. Modelo de equilibrio general: es aquella situación en la que el sistema productivo, los mercados de bienes y de factores, simultáneamente compatibilizan y determinan el equilibrio global.

2.2.2.4. Por la especificación de sus supuestos

- a. Modelos con especificación parcial: son aquellos modelos de supuestos generales que

explican el comportamiento y orientación de los objetos de estudio.

- b. Modelos de especificación completa: son aquellos modelos cuyos supuestos involucran el comportamiento de todas las variables que compone el modelo, o sea, es extensivo a toda la realidad.

2.2.2.5. Por la forma funcional que presentan

- a. Modelos lineales: La relación entre las variables exógenas y endógenas es descrita por una función o ecuación lineal.
- b. Modelos no lineales: Las variables exógenas y endógenas se relacionan de manera no lineal. Algunos modelos son parcialmente no lineales y muchas veces se resuelven mediante técnicas de linealización.

2.2.2.6. Por su criterio temporal

- a. Modelos Estáticas: son aquellos modelos en las que las funciones y las variables no dependen del tiempo, lo propio ocurre con sus parámetros y coeficientes.
- b. Modelos Dinámicos: Son aquellos modelos en las que las funciones, las variables, los parámetros y coeficientes están en función del horizonte del tiempo. En la decisión de una acción determinada en este tipo de modelos lo determina el tiempo.

2.2.2.7. Por su área de aplicación

Los modelos se pueden clasificar y aplicarse de acuerdo con las disciplinas científicas y las profesiones incluso. El modelo de gestión de residuos sólidos municipales que se plantea es un modelo de optimización con restricciones de igualdad de extremos condicionados (Mínimos, máximos), y corresponde a la programación matemática clásica de carácter estático y con principios de minimización y maximización. Principios a través de los cuales se debe determinar

la existencia de una solución óptima primal y dual, al problema de gestión de residuos sólidos. Por tanto, se debe tener en cuenta las siguientes definiciones:

Definición de minimización

Según Meneu et al. (2008), Pindick et al. (1998) y Nicholson (1996). Los conceptos relacionados con la minimización, la maximización y las soluciones óptimas ya sea a nivel primal o dual, se pueden sintetizar como sigue:

Bajo el concepto de minimización, un modelo de programación matemática clásica – estática, determina que existe una solución óptima mínima, sí y solo sí, el óptimo es una solución de mínimo global; Es decir, una solución factible, donde $x^* \in S$, tal que

$$f(x^*) \leq f(x), \forall x \in S.$$

En los términos de la gestión de residuos sólidos, podemos parafrasear del siguiente modo: Sea el problema de gestión de residuos sólidos $y = f(x)$. Una solución óptima a dicho problema es, sí y solo sí, la solución es un mínimo global. Es decir, una solución factible, donde $x^* \in S$.

$$f(x^*) \leq f(x), \forall x \in S.$$

Además, x^* es una solución óptima única si $f(x^*) < f(x), \forall x \in S$. Tal que $X \neq x^*$, por lo tanto, x^* es un mínimo global único.

Definición de maximización

Sea el problema general de programación matemática clásica – estática, existe una solución óptima máximo, sí y solo sí, el óptimo es una solución de óptimo global. Es decir, es una solución factible, donde $x^* \in S$. Tal que:

$$f(x^*) \geq f(x), \forall x \in S.$$

En los términos de la gestión de residuos sólidos, podemos parafrasear del siguiente modo:

Sea el problema de gestión de residuos sólidos $y = f(x)$. Una solución óptima a dicho problema es sí y solo sí, la solución es un máximo global. Es decir, una solución factible, donde $x^* \in S$.

$$f(x^*) \geq f(x), \forall x \in S.$$

Además, x^* es una solución óptima única si $f(x^*) > f(x), \forall x \in S$. Tal que $X \neq x^*$, por lo tanto, x^* es un máximo global único.

En ambas definiciones x^* es un valor alcanzable y finito.

La optimización con restricciones de igualdad

En base a la bibliografía revisada de P

El problema consiste en optimizar una función de “n” variables $z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ sujeta a m condiciones:

$$g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = b_1$$

$$g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = b_2$$

.....

$$g_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = b_m$$

Donde $m < n$.

En primer término, la solución analítica del problema (Mínimo o máximo), se inicia con el estudio de la existencia de solución. Para lo cual simplemente debe de cumplirse el teorema de Weierstrass, en el sentido de que la función objetivo debe ser continua y el conjunto de oportunidades u opciones debe ser compacto, cerrado y acotado. O sea, el valor de las variables x_i y $b_i \geq 0$.

En segundo término, se analiza sí las condiciones de Kuhn y Tucker son necesarias y suficientes. En efecto, si la función objetivo es convexa, y las restricciones son lineales, entonces

se cumple las condiciones de primer orden y segundo orden de minimización o maximización.

En tercer término, se plantea el problema y el método de solución; las que pueden ser por sustitución o mediante la inclusión de los multiplicadores de Lagrange.

Método de sustitución

Se aplica a problemas simples, para lo cual es necesario visualizar, si es factible o no, despejar las m incógnitas del sistema de restricciones, en función de las otras $n-m$ incógnitas, luego sustituyendo sus valores en z , y convertir el problema en una función de optimización sin restricciones.

Por ejemplo: Sea la función de producción $Z(x_1x_2) = \ln(2+x_1x_2)$, sujeta $C = p_1x_1 + p_2x_2$, y los precios p_1 y p_2 son iguales a uno y $M = 8$, entonces el problema puede plantearse como:

$$\text{Max. } Z(x_1x_2) = \ln(2+x_1x_2) \quad (1)$$

$$\text{S.a : } 8 = x_1 + x_2. \quad (2)$$

$$\text{Resolviendo 2 para } x_2 \text{ tenemos: } x_2 = 8 - x_1 \quad (3)$$

$$\text{Reemplazando (3) en (1) se obtiene: } Z(x) = \ln(2 + 8x_1 - x_1) \quad (4)$$

Derivando (4) e igualando a cero tenemos:

$$\frac{\partial Z}{\partial x_1} = 0 \rightarrow \frac{8-2x_1}{2+8x_1-x_1} = 0 \quad (5)$$

$$\text{Resolviendo la ecuación (5) para } x_1, \text{ se tiene. } X_1 = 4, \rightarrow x_2 = 4 \quad (6)$$

Reemplazando los valores de $X_1 = 4$, y $x_2 = 4$ en la ecuación (1) se tiene que $Z = \ln(30)$.

O sea, $Z = 3.4$.

La segunda condición (CSO), es la segunda derivada de la ecuación (4)

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial x_1^2} < 0 \leftrightarrow \frac{-2(2+8x_1-x_1^2)-(8-2x_1)^2}{2} = 0 \rightarrow \frac{\partial^2 Z}{\partial x_1^2} = -\frac{2}{18} < 0 \quad (7).$$

Método de los multiplicadores de Lagrange

Para problemas de optimización con restricciones de igualdad, el método de los multiplicadores de Lagrange, proporciona las condiciones necesarias que deben de cumplirse en el óptimo. En este sentido una vez visualizada las condiciones de Kuhn y Tucker se fórmula la función de Lagrange. Para lo cual se parte de la ecuación de optimización y su respectiva restricción. Es decir, las expresiones vectoriales de optimización serían.

$$\text{Max. } z(x_1, x_2) = \ln(2+x_1x_2) \quad (1)$$

$$\text{S.a : } 8 = x_1 + x_2. \quad (2)$$

$$L(x_1, x_2, \lambda) = \ln(2 + x_1x_2) + \lambda (8 - x_1 - x_2) \quad (3)$$

Las ecuaciones (1), (2) y (3) en términos generales podemos expresar mediante las siguientes ecuaciones vectoriales.

$$\text{Optimizar: } z(x, y) = f(x, y) \quad (1)$$

$$\text{Sujeto a: } g(x, y) = b \quad (2)$$

$$\text{Optimizar: } L = f(x, y) + \lambda [g(x, y) - b] \quad (3)$$

Cabe indicar que la ecuación (1), es continua y convexo, mientras la ecuación (2) es lineal, por tanto, son diferenciables. La ecuación (3) se formula en base a las ecuaciones (1) y (2), donde la relación entre ambas ecuaciones es a través landa (λ), que se denomina multiplicador de Lagrange, el cual garantiza que ecuación (2) está activa en la ecuación de optimización (3) y tiene

un valor positivo igual a uno (1). Y cuando la ecuación (2) recupera su condición de restricción, lambda tiene el valor de cero.

Las condiciones de primer orden (CPO) de la optimización por el método Lagrangiano, exige que las derivadas parciales respecto de cada variable x e y, sean iguales a cero; a estas igualdades se les denomina las condiciones de Kuhn y Tucker. Adicionalmente, la derivada de la función respecto de λ , también deber ser igual a cero. Es decir:

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 0 \leftrightarrow \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} + \lambda \frac{\partial g(x,y)}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = 0 \leftrightarrow \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} + \lambda \frac{\partial g(x,y)}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \leftrightarrow g(x,y) - b = 0 \quad (6)$$

Las condiciones de segundo orden (CSO), implica calcular la matriz de determinante de Hessiana Orlada.

$$|\bar{H}| = \begin{vmatrix} 0 & g'_x & g'_y \\ g'_x & L''_{x^2} & L''_{xy} \\ g'_y & L''_{xy} & L''_{y^2} \end{vmatrix}$$

Si la determinante de Hessiana Orlada es mayor que cero ($|\bar{H}| > 0$), entonces es un máximo.

Si la determinante de Hessiana Orlada es menor que cero ($|\bar{H}| < 0$), entonces es un mínimo.

2.3. Marco conceptual

2.3.1. Definición de residuos sólidos

Los residuos sólidos es un concepto compuesto por dos palabras Latinas. Residuo proviene del latín “residuum”, que se refiere al material que pierde su utilidad tras haber cumplido su misión

o servicio. En cambio, sólido proviene de la palabra latín solidus, y se refiere a algo sólido, fuerte, macizo o firme. (Wikipedia). En consecuencia, expresando de manera asociada el concepto de residuos sólidos, queda definida como el conjunto de materiales que tienen cierta consistencia, muchas de ellas son fuertes y macizas, que han sido descartados por el hombre por haber cumplido su misión, servicio, uso o utilidad, y por tanto ya son inaprovechables.

2.3.2. Gestión de Residuos Sólidos Municipales

Un concepto aceptable es el descrito por André y Cerda (2005), quienes definen a la gestión de residuos sólidos como un “conjunto de procesos orientados a dar a los residuos el destino más adecuado desde el punto de vista económico ambiental. Dadas sus características, volumen, procedencia, reutilización, costo de tratamiento y normatividad legal”. Se puede decir que esta definición mantiene relación con el enfoque post consumo de la gestión, que consiste en tomar como dada la cantidad y la composición de los Residuos Sólidos generados y establecer la combinación apropiada para su tratamiento. (p.30, INEI).

Por su parte Rondón (2016) en el Manual de la CEPAL: Titulado La Guía General para la Gestión de Residuos Domiciliarios, sostiene que la Gestión Integral de Residuos Sólidos (GIRS) es una interacción dinámica entre los actores que se desempeñan en los planos institucional, sectorial y regional; es decir, comprende un conjunto de actividades interdependientes y complementarias entre sí, con el objetivo de proteger el medio ambiente y la calidad de vida de la población. Para ello, se señala una lista de factibilidades jerarquizadas, que consiste en optimizar el concepto de las tres eres (3 Rs: Reducir, Reciclar y Reutilizar). El enfoque, sostiene que la gestión de los residuos sólidos empieza en las fases de producción y comercialización de los bienes de consumo, puesto que en ellas se determina el volumen y la composición de los residuos, (p.30, INEI).

En el Perú, Los instrumentos de gestión participativo de residuos sólidos como; El Plan Integral de Residuos Sólidos (PIGARS); el Plan de Manejo de Residuos Sólidos (PMRS) y el Programa de Segregación en la Fuente y Recolección Selectiva de Residuos Sólidos (PSFRS) y la Guía Metodológica de formulación de PIGARSM del MINAM (2009), define que el PIGRSM es un proceso que comprende las etapas de: generación, almacenamiento, barrido y limpieza, recolección y transporte, transferencia, tratamiento, reciclaje y disposición final de residuos sólidos. La misma que está sujeto a la articulación territorial del programa presupuestal 0036 (PP), que busca reducir la brecha en la cobertura de servicios en la limpieza pública, generar conciencia en la población, promover un servicio coordinado entre los niveles de gobierno y empoderar en sus funciones a los gobiernos locales con mayor capacidad técnica y logística. (INEI, PÁG. 31)

En efecto el sistema de manejo de residuos sólidos comprende la articulación de al menos siete (7) procesos:

1. Separación y manipulación de los residuos en origen (o fuente de generación)
2. Almacenamiento
3. Recolección
4. Separación y procesamiento
5. Transferencia y transporte.
6. Tratamiento
7. Disposición final.

Como se observa, la gestión de residuos sólidos es un proceso en línea. Es decir, cada una de las acciones de manejo se hace una tras otra. Muchas de las cuales se simplifican en la mayoría de los municipios.

En la presente investigación, solo se considera la acción e intervención real de los municipios, que consiste en el almacenamiento, la recolección domiciliaria, la limpieza pública, el transporte y disposición en el relleno sanitario. Teniendo en cuenta que la manipulación de RS en origen corresponde al generador. La separación y procesamiento, así como la transferencia y transporte les corresponde a las municipalidades, y lo hace en las ciudades.

2.3.2.1. Clasificación de los residuos sólidos

La ciencia ambiental Clasifica a los residuos sólidos de la siguiente manera:

a. Según su origen los residuos sólidos pueden ser:

1. Residuos sólidos domiciliarios
2. Residuos sólidos comerciales
3. Residuos sólidos de limpieza pública
- 4.- Residuos sólidos Industriales
5. Residuos sólidos agropecuarios
6. Residuos sólidos hospitalarios
7. residuos sólidos de construcción
8. Residuos sólidos de actividades especiales

b. Según su gestión los residuos sólidos pueden ser:

1. Residuos de ámbito municipal
2. Residuos de ámbito no municipal.

c. Residuos sólidos según su peligrosidad

1. Residuos sólidos no peligrosos
2. Residuos sólidos peligrosos.

2.3.2.2. Manejo de residuos sólidos urbanos o municipales (RSU)

El acelerado incremento de los residuos sólidos urbanos, generados por el aumento de la población en las ciudades, el desarrollo industrial unido al crecimiento urbano con procesos migratorios desordenados y flujos comerciales insostenibles, inciden en la generación indiscriminada de residuos sólidos y, constituye una problemática ambiental que se generaliza en todos los países del mundo. En consecuencia, es necesario que el problema sea enfrentado, a través de una gestión y control adecuado de los voluminosos materiales desechados.

En todos los pueblos del mundo desde las más pequeñas hasta los más grandes, existen disímiles y gigantescos fuentes de generación de residuos sólidos municipales. Los mismos que deben ser gestionados desde el barrido y limpieza pública, el recojo de los residuos, el transporte y la disposición final en el relleno sanitario, de este modo se reduce la contaminación ambiental, el deterioro del medio ambiente y el calentamiento global generalizado.

2.3.2.3. Alcances del modelo en el manejo de residuos sólidos Municipales

El manejo de los residuos sólidos urbanos, es una respuesta a la contaminación ambiental urbana, generado por los habitantes, los animales domésticos, las empresas, las instituciones y los mercados, con el objetivo de mitigar sus impactos negativos en la salud, así como estimular la limpieza y colocación de los residuos en bolsas o recipientes, reducir el volumen de los residuos, reusar o utilizar por segunda vez aquellos residuos de acuerdo a su factibilidad, Reciclar aquellos que puedan ser transformados en otros productos y rechazar todo aquello que ya no es reusable o reciclable.

El modelo que ha de plantearse, desde el punto de vista del manejo de residuos, tiene un nivel de alcance sobre los residuos sólidos no peligrosos, originados por los domicilios, la limpieza

pública, la industria y el comercio. El cual queda especificado en el siguiente cuadro.

Tabla 1

Manejo de residuos urbanos o municipales

TIPO DE RESIDUOS	AGENTE GENERADOR	DESCRIPCIÓN DE RESIDUOS
Residuos domiciliarios	Son aquellos residuos que resultan de las actividades domésticas, como resultado del consumo o uso de bienes y servicios	Restos de productos de consumo fisiológico, cultural y de esparcimiento, bebidas y otros bienes duraderos: como restos de productos alimenticios, papeles, cartones, botellas, latas, plásticos y artefactos inservibles.
Residuos de limpieza pública	Residuos que resultan del barrido de vías urbanas, plazas, jardines y establecimientos de esparcimiento público. Instituciones públicas, educativas y hospitales	Restos de papeles, cartones, restos de frutas, productos agropecuarios, plásticos, envolturas, restos de plantas, entre otros similares
Residuos industriales.	Empresas productoras de bienes y servicios en las diferentes actividades económicas como: manufactura, minera, energía, gas, agua, pesquería y otros similares.	Cartones, papeles, plásticos, envolturas, maderas, tecnoports, cenizas y otros similares (no se considera lodos, metales, escorias, sustancias químicas y colorantes, entre otros)
Residuos Comerciales	Establecimientos comerciales de bienes, servicios y farmacias.	Papeles, plásticos, embalajes diversos, residuos producto del aseo personal, latas, etc.
De otras actividades:	Construcción, hospitales,	Solo los residuos considerados como las anteriores.

2.3.2.4. Gestión de residuos sólidos urbanos

La gestión de residuos sólidos en todas partes del mundo está determinada normativamente

por las políticas de gobierno, mientras, las que realmente ejecutan son las autoridades o gobiernos locales (Municipios o gobernadores locales). Sin embargo, la legislación de muchos países obliga a determinadas empresas privadas e instituciones a desarrollar su propia gestión de residuos sólidos por considerarla que son especiales.

La presente investigación, aborda la gestión de residuos sólidos urbanos municipales a partir de la asignación de recursos, al proceso continuo de limpieza pública, recolección domiciliaria y transporte al relleno sanitario, con una asignación de costo mínimo y el máximo traslado de la producción de residuos sólidos municipales. Es decir, ejecutar la máxima limpieza pública, la máxima recolección de los residuos domiciliarios y el transporte y disposición de estos residuos en el relleno sanitario (A excepción del tratamiento de los Residuos sólidos en el relleno sanitario); con el mínimo costo posible. Dicho de otra manera, disponer en el relleno sanitario la máxima producción de residuos municipales con el mínimo costo de alquiler de maquinarias, contrata de mano de obra y la compra de otras herramientas e insumos. En este sentido el modelo estará referido a la asignación de recursos presupuestarios al circuito y proceso permanente de la gestión.

Los problemas identificados y los objetivos de la investigación están orientados a que la gestión de residuos sólidos urbanos es un problema de optimización primal y dual del conjunto de operaciones que realizan los municipios, desde la deposición y recolección domiciliaria, la limpieza pública, el transporte y disposición de los residuos en el relleno sanitario (A excepción de manejo y cierre del relleno sanitario). Es decir, abarca únicamente tres procesos o etapas. Por lo que definiremos la Gestión de residuos sólidos urbanos como el conjunto de costos que se asignan a las operaciones de: (1). Recolección de residuos domiciliarios, (2). Limpieza pública y, (3). El transporte y disposición total de residuos sólidos urbanos producidos.

La definición anterior se complementa con la definición de Tchobanoglous George, Theisen Hilary y Vigil Samuel A (1994). Quienes consideran la gestión de residuos sólidos "... como la disciplina asociada al control de la generación, almacenamiento, recogida, transferencia y transporte, procesamiento y evacuación de residuos sólidos de una forma que armoniza con los mejores principios de la salud pública, y las expectativas públicas" (P. 7,8). Con la diferencia que el primero es más económica mientras la segunda se adecua mejor a las operaciones de ingeniería.

Conformada y definida de esta manera la gestión de residuos sólidos, y como se deduce del párrafo anterior, la asignación económica es importante y fundamental, para la ejecución de las tres operaciones definidas desde el punto de vista de los costos.

2.3.3. La limpieza pública y los residuos sólidos

A medida que las ciudades han venido creciendo y la población va multiplicándose, la necesidad de la dotación de más infraestructura urbana como Calles, avenidas, jirones, parques, centros de esparcimiento y recreacional, centros e instituciones educativos, la diversificación de la infraestructura de las instituciones públicas nacionales y locales, así como de la infraestructura privada, la actividad industrial, el comercial, el turismo, el transporte, y el aumento de las actividades informales, asociado a la costumbre del hombre de arrojar lo que no le sirve a cualquier lugar, ha determinado que la limpieza pública y el cuidado de parques y jardines sea cada vez más complicado y difícil. Hoy, las ciudades son más mal olientes que hace 5, 10, 20, o 50 años atrás; y esto es producto de la limpieza insatisfactorio de los espacios y áreas de una ciudad.

Si bien es cierto que las municipalidades tienen la función normativa de la limpieza pública, estas no se abastecen ante la aparición de botaderos clandestinos, informales e inapropiados, que generan lixiviados y provocan los malos olores en la ciudad.

Las municipalidades en todas partes del mundo enfrentan la limpieza pública, mediante sus organismos medio ambientales, los mismos que demandan de capital humano, maquinarias, herramientas, materiales e insumos, el abastecimiento óptimo de estos recursos depende del presupuesto con que cuenta cada municipio. Y, con lo que se tiene se hace el barrido de calles, avenidas, parques, jardines, espacios exteriores de entidades públicas, educativas y de salud, mercados, empresas y actividades industriales, Cuyo recojo pueden ser selectivas y como no lo pueden ser. Lo único de cierto aquí es que las municipalidades son responsables del barrido y limpieza pública y el traslado de los residuos sólidos al relleno sanitario.

2.3.4. Recogida de residuos domiciliarios y limpieza pública

La recogida de los residuos urbanos consiste en la recolección de los residuos depositados en recipientes, tachos, bolsas plásticas o costales de los domicilios o contenedores. Para luego efectuar su traslado a las plantas de tratamiento o relleno sanitario.

Básicamente existen dos tipos fundamentales de recogida de los residuos domiciliarios:

- Recogida no selectiva.
- Recogida selectiva.

En la primera, los residuos se depositan mezclados en los recipientes, tachos, bolsas plásticas o contenedores ubicados en lugares específicos, sin ningún tipo de separación. Situación que sigue siendo habitual en la mayoría de las ciudades.

En cambio, la recogida selectiva se hace segregando o separando los residuos según su clase y depositándolos en recipientes, tachos, bolsas o contenedores correspondientes. Así, existen normalmente contenedores para el papel, vidrio, envases y la materia orgánica.

Su Aplicación y funcionamiento depende del grado de educación, concienciación y colaboración de la población o ciudadanos.

En este caso, en casi todos los países del mundo, se han adoptado un código de colores para los contenedores que siempre se encuentran juntas. Así tenemos que el color verde es para vidrios, el azul es para papeles y cartones, el amarillo es para los envases y el marrón o gris para residuos de carácter orgánico. Esta forma de recojo selectivo, desde cualquier punto de vista es la más adecuada, por que minimiza aún más los costos de la gestión de residuos sólidos.

En cuanto a la ubicación de los recipientes o contenedores para el recojo selectivo de los residuos sólidos urbanos, los municipios o autoridades locales, previo estudio se sus áreas, redes y ecopuntos de recolección optan por aquella que es más conveniente, desde el punto de vista del transporte.

En este sentido, Es habitual encontrar recipientes de papel, plástico, cartón o contenedores de papel u otro material más resistente en los colores descritos y distribuidos en determinadas manzanas y ratios, definidos bajo la estrategia de minimización del recorrido del transporte. Y, en ellos, es posible depositar los residuos a todas las horas del día.

Los contenedores de envases en ocasiones se disponen del mismo modo, pero en otras se ubican por comunidades de vecinos. Igual ocurre con los contenedores de materia orgánica con la salvedad de que en éstos sólo está autorizado el depósito de los residuos en determinado horario para evitar molestias y malos olores al vecindario y en el caso de las comunidades de vecinos han de permanecer en la vía pública por un periodo de tiempo limitado, que generalmente es 12 a 24 horas.

Por otra parte, es usual la creación de servicios (puntos limpios, ecopuntos, etc., donde

habitualmente se efectúa la recogida de los residuos peligrosos generados en los domicilios como pinturas, disolventes, pilas, radiografías, celulares, etc.

También se suelen recoger residuos voluminosos (colchones, muebles, etc) y residuos inertes como escombros publicitarios, avisos luminosos, maderas desechados de pequeñas reparaciones domésticas.

La recogida en sí es un proceso complicado donde se deben conjugar las necesidades del servicio con la minimización de las molestias que perjudican a los ciudadanos, así como de los costos que implica ejecutar la operación.

2.3.4.1 En lo que respecta a la recogida de Residuos sólidos

Existen dos métodos:

- Recogida por medio de vehículos.
- Recogida neumática.

La más habitual es la primera. Se realiza por medio de vehículos especialmente preparados al efecto, camiones dotados de una tolva en la que se compactan los residuos u otros en los que se depositan sin compactar.

Se utilizan unos u otros según el tipo de residuos. Así la compactación es muy adecuada para los residuos orgánicos o los envases, pero no se emplea en el caso del vidrio. Estos vehículos se perfeccionan más cada día con el fin de reducir las molestias que generan las operaciones de recogida.

El segundo tipo de recogida exige una cuantiosa inversión inicial en la construcción de las instalaciones que han de ir bajo tierra. Sólo es factible en áreas de nueva urbanización. A cambio

exige un menor desembolso en costes de personal y genera muy pocas molestias a los ciudadanos. Comenzó a utilizarse en los países nórdicos como: Dinamarca, Finlandia, Islandia, Noruega y Suecia desde la década de los 60 del siglo pasado. Mediante un sistema de conducciones neumáticas subterráneas se conduce la basura hasta las estaciones de transferencia, de donde se procede a su traslado a la planta de tratamiento.

Por último, existe una forma de recogida informal de los residuos que tiende a fortalecerse en los países en desarrollo. En cierto sentido esto es un submundo donde las personas sin empleo, han creado su propio auto empleo, y realizan las operaciones de su conveniencia, reciclando cartones, papeles, plásticos y envases, en condiciones extremas de precariedad, sin los implementos de protección y seguridad, medios de higiene y transporte, de cuyos resultados obtienen una rentabilidad económica. Y, mientras hacen el reciclaje, originan situaciones bochornosas en los recipientes y contenedores, creando de esta manera malos olores y molestias en los vecinos o la comunidad.

Los costos de una adecuada gestión de residuos sólidos, debe reflejar los costos que demanda realizar cada una de estas operaciones, puesto que en cada una de ellas también se ejecutan un conjunto de acciones, y cada una de éstas requieren de la participación, adquisición y disponibilidad de un conjunto de recursos como: capital físico, capital humano, materia prima, materiales auxiliares. O sea, debe reflejar, el valor monetario que cuesta realizar el recojo de los residuos domiciliarios, la limpieza pública de barrido de calles, parques, jardines y de los espacios externos de los centros comerciales, industriales y estatales y finalmente el transporte de estos hasta los rellenos sanitarios.

En este sentido existe un conjunto de criterios metodológicos que permiten formular los costos e ingresos de las diferentes actividades antes expuestas; con tal que los factores que

demanden las diferentes operaciones reflejen el costo mínimo y la máxima recolección, transporte y disposición en el relleno sanitario de la producción total de residuos sólidos en el ámbito municipal.

2.3.5. Transporte de los residuos sólidos hasta el relleno sanitario

En esta etapa se realiza el transporte de los residuos sólidos hacia el relleno sanitario y en otras a las estaciones de transferencia, plantas de clasificación, reciclado, valorización energética o vertedero. En el primer caso el transporte es directamente al relleno sanitario, lugar dentro del cual se puede realizar el reciclaje. Mientras en el segundo caso, las estaciones de transferencia son instalaciones en las cuales se descargan y almacenan temporalmente los residuos para poder posteriormente transportarlos en vehículos de mayor capacidad al relleno sanitario.

Las plantas de transferencia normalmente están equipadas con tecnologías de reciclaje y de sistemas de compactado de la basura para optimizar su transporte. De esta forma se reducen los costes de transporte y se alarga la vida de los vehículos de recogida.

2.3.6. Tratamiento

Esta última etapa de la gestión de residuos sólidos es el proceso de mucha importancia. Si los residuos vienen ya separados desde el origen como es el caso del papel o el vidrio se dirigen directamente a la planta de reciclado. Si vienen juntos como es el caso de los envases hay que separar según su naturaleza.

Idéntico proceso se realiza con la bolsa de restos donde predomina la materia orgánica, pero existen residuos de otra naturaleza debido a errores o a la fracción decreciente de personas

que no separan correctamente sus residuos.

El proceso de selección se realiza mediante diversos sistemas:

- Metales férricos. Por medio de campos magnéticos.
- Metales no férricos. Triaje manual y por corrientes de Foucault.
- Papel y cartón. Se seleccionan por triaje manual.
- Plásticos duros. Por triaje manual.
- Plástico film. Mediante sistemas neumáticos.
- Vidrio de color. Por triaje manual.
- Vidrio blanco. De igual modo.
- Materia orgánica. Es el sobrante de los procesos anteriores.

Hasta la fecha se han hecho algunos intentos para realizar la selección mediante sistemas automatizados de los envases de plásticos, pero con muy poco éxito.

CAPITULO III

MÉTODOS Y MATERIALES

3.1. Metodología de la investigación

3.1.1. Tipo de Investigación

La investigación metodológicamente, es Básica, teórica y aplicada. El diseño es no experimental, exploratoria y cuantitativa, sustentado en el método hipotético –deductivo, histórico y, empírico, con información secundaria. Al respecto, Hernández Sampieri (2018) en su Libro Metodología de la investigación, menciona que la investigación cumple dos propósitos fundamentales: a) producir conocimientos y teorías (Investigación básica) y, b) Resolver problemas (investigación aplicada) (Pág. XXIV). De manera similar Vara Horna A. Arístides (2010), en su libro “¿Cómo Hacer Una Tesis en Ciencias Empresariales”, nos manifiesta “La investigación Básica está orientado a generar conocimiento; ¿investiga la relación entre Variables (...), prueba y adapta teorías, genera nuevas formas de entender los fenómenos, construye y adapta instrumentos de medición (pág.178)? En mérito a estos conceptos, consideramos que la investigación, metodológicamente es básica y teórica.

Es teórica porque analiza y organiza los aspectos teóricos-conceptuales de acuerdo con la optimización de la gestión de residuos sólidos urbanos, concordante con la rigurosidad científica de la optimización matemática y los conceptos de la teoría económica y la gestión de residuos sólidos municipales. Es metodológica, porque se examina los procedimientos secuenciales que justifican que el modelo que se plantea es funcional teórica, gráfica, matemática y empíricamente. Pues, es un método que describe el camino a recorrer, para determinar los resultados de optimización primal u optimización dual. Y, como decía Platón:” Método es

el camino para alcanzar el saber, lejos del azar, del capricho o la simple opinión (. . .)”
(Gómez, s.f)

La optimización primal y dual que se presenta es un modelo adecuadamente sistematizado y simulado, utilizando los modelos matemáticos de optimización con restricciones de igualdad. O sea, es un modelo referente, construido bibliográfica y metodológicamente, sobre la gestión económica de residuos sólidos. Además de ello, el modelo nos permite predecir situaciones como, costo total de presupuesto, niveles de demanda de factores como trabajo, capital y otros factores auxiliares, cantidades totales de gestión de residuos sólidos y mejoras en la productividad de los factores de producción.

3.1.2. Diseño de investigación

La investigación es no experimental, documental, exploratorio, descriptivo, correlacional-explicativo. Es no experimental por que evalúa la información histórica, teniendo en cuenta los modelos simulados. Es exploratorio porque se integra la teoría de la optimización, con la teoría económica y la ciencia de la gestión de residuos sólidos. Es descriptiva porque se organiza definiciones y conceptos que fortalecen la investigación desde el ámbito de las otras ciencias. Y, es correlacional, porque los modelos simulados mantienen una relación de dependencia explicativa.

3.1.2.1. El diseño bibliográfico-integrativo

La investigación es de carácter no experimental, teórico bibliográfico integrativo y métrico, porque nos ha permitido revisar y determinar las siguientes acciones:

- a. El carácter epistemológico de la Gestión de residuos sólidos debe ser entendida como una ciencia y por consiguiente es objeto de estudio;

- b. El carácter epistemológico de la investigación y el método científico; definen teórica y conceptualmente la rigurosidad científica del modelo, pues solo así se podrá determinar sus objetivos, hipótesis, variables e indicadores.

Por otro lado, el diseño bibliográfico-integrativo está conformada por las revisiones sistemáticas de la literatura científica, encontradas en la biblioteca de la UNSCH y Personal, que tratan de analizar e integrar la información esencial de la investigación, y que en general; son estudios de carácter económico y matemático sobre el problema de optimización.

3.1.2.2. El diseño métrico

Está conformada por la expresión cuantitativa del modelo, en cuya construcción encontramos la deducción lógica de las variables y la validez del modelo propuesto. Los diseños métricos tienen su origen en la psicometría y corresponde específicamente, a los instrumentos del análisis cuantitativo y el nivel de validez de la medición. Tienen una larga tradición proveniente desde fines del siglo XIX y han evolucionado tanto teórica como metodológicamente.

Las primeras técnicas métricas de optimización utilizadas en este caso específico de investigación son los criterios definidos por la ciencia económica, como la minimización de costos, maximización de la producción, maximización de beneficios, maximización de la satisfacción social entre otros, que están escritos en los libros de microeconomía o teoría económica.

La segunda técnica fue el análisis de validez predictiva ante la variación de los costos (presupuesto) o ante la variación de la cantidad de residuos sólidos a gestionar, la misma que puede ser también como resultados de una variación en el precio de contratación de los factores trabajo (L) y capital (K) en la gestión de residuos. La experimentación de las empresas es importante en este caso, pues; ante la variación los precios de los factores como L y K, es necesario la sustitución, al menos en el corto plazo. En el largo plazo, necesariamente se tiene que planificar y

programar la cantidad a utilizar de L y K, a los nuevos precios y en concordancia con la cantidad de residuos sólidos a gestionar. En este sentido el modelo propuesto en esta investigación demuestra su bondad, fortaleza y consistencia de una manera robusta y objetiva.

3.3. Población y Muestra

3.3.1. Población

Al ser la investigación básica, teórica y exploratoria, la población de la investigación en cuanto se refiere es a bibliografía o documental, es indeterminado. En cambio, en lo referente a la data o información la población es la data que procesa y registra, la Unidad de Residuos Sólidos urbanos de la Gerencia de Desarrollo Económico y Social de la Municipalidad Provincial de Huamanga; con los que se pueden obtener resultados cuantitativos. Es decir, se puede derivar relaciones entre variables y medir los resultados en términos de indicadores. El manejo y proceso estadístico se organiza desde el 2007, tras la dación de la Ley 27314, Ley General de Residuos Sólidos y las facultades que se dan a los municipios para manejar y gestionar los residuos sólidos urbanos a través de los PIGARS.

3.3.2. Muestra

La muestra de la investigación en el aspecto bibliográfico, es la cantidad de bibliografía y documentos utilizados en la referencia bibliográfica de la presente investigación. En cambio, en la parte de la data o información estadística, presupuestal, empleo de jornadas de trabajo y empleo de jornadas de uso de equipos, es información que organiza y procesa, la Unidad de Residuos Sólidos urbanos de la Gerencia de Desarrollo Económico y Social de la Municipalidad Provincial de Huamanga, entre el período 2007 – 2019.

La muestra de la investigación en el aspecto bibliográfico, es la cantidad de bibliografía y documentos utilizados en la referencia bibliográfica de la presente investigación. En cambio, en la parte de la data o información estadística, presupuestal, empleo de jornadas de trabajo y empleo de jornadas de uso de equipos, es información que organiza y procesa, la Unidad de Residuos Sólidos urbanos de la Gerencia de Desarrollo Económico y Social de la Municipalidad Provincial de Huamanga, entre el período 2007 – 2019.

3.4. Operacionalización de variables

La rigurosidad científica de esta investigación dado su nivel teórico se visualiza por la relación consistente y robusta del modelo, tanto en su nivel primal como dual. En este sentido, en la optimización primal se puede observar que la minimización de costos de una gestión de residuos sólidos, considerando como restricción la producción total de residuos municipales, aterriza de manera consistente, en las funciones de demanda condicional de los factores trabajo (L) y capital (K), considerando la cantidad total de residuos sólidos que la municipalidad puede disponer en el relleno sanitario. La objetividad y sistematicidad del modelo está en determinar cuánto del factor trabajo (L) y cuanto del factor (K) se necesitan y cuál es el costo total del uso de estos factores con la dotación total de materiales auxiliares, para gestionar una determinada cantidad de residuos sólidos (Q). de esta manera se asegura la validez y la fiabilidad del modelo, al menos desde el punto de vista bibliográfico documental.

Por el lado de la optimización dual, se muestra que se maximiza la gestión de residuos sólidos (Q) sujeto a un costo mínimo (C). O sea, sucede exactamente, lo contrario. Es decir, se maximiza la gestión total de residuos sólidos dispuestos en el relleno sanitario (Q), sujeto a un determinado costo o Presupuesto (C). La objetividad y sistematicidad del modelo, en este caso está en determinar cuánto del factor trabajo (L) y cuanto del factor (K) son necesarios contratar, dado

un determinado presupuesto (C), con el cual gestionar la cantidad máxima (Q) de residuos sólidos dispuestos en el lleno sanitario. De esta manera, también se asegura la validez y la fiabilidad del modelo, desde el punto de vista bibliográfico documental.

En consecuencia, la rigurosidad científica del modelo queda sustentada por los modelos de optimización no lineal con restricciones de igualdad, teniendo en cuenta los criterios teóricos bibliográficos matemáticos y de la teoría económica. En las que se encuentra los pasos de optimización.

3.5. Fuentes de información, técnicas e instrumentos.

3.5.1. Fuentes de información

Textos de Optimización matemática, Microeconomía y de Gestión integral de residuos sólidos. Por otro lado, se ha utilizado información secundaria histórica proporcionado por la Dirección de Desarrollo Económico y Social como: Presupuestos, Cantidad de trabajadores empleados en la gestión de la gestión de residuos sólidos, Cantidad de vehículos recolectores, contenedores, Cantidad de residuos sólidos dispuestos en el relleno sanitario, costos de materiales auxiliares asociado a trabajo y maquinarias y costos de mantenimiento de maquinarias y vehículos.

3.5.2. Técnicas e instrumentos

3.5.2.1. Técnicas:

Se han formulado Modelos matemáticos de optimización con restricciones de igualdad. Así mismo, la evidencia empírica se ha simulado con el modelo de Cobb Douglas y para una información cuantitativa histórica de 13 años.

3.5.2.2. Instrumentos

- Función de Costos de la gestión de residuos sólidos municipales (Lineal por definición).

- Función de la gestión total de residuos sólidos del tipo exponencial, función de tipo Cobb Douglas de rendimientos a Escala constante.
- Información de presupuestos, Producción total de Residuos sólidos, número de trabajadores por día/semanal/mensual y anual. Precios de contratación y empleo de trabajadores, costos de mantenimiento, repuestos y combustibles de vehículos y otros equipos y funciones de demanda de los recursos y factores de recolección.

La etapa de diseño teórico parte de una revisión bibliográfica-integrativa, como Meneu, et. al, (1999); Orihuela-Paredes (2016); Pindyck y Rubinfeld. (2006); Nicholson (2011); Varián-Hal (1998); Pashigian (1996), entre otros. De los libros de matemática y microeconomía relacionados con la presente tesis, de los textos de tesis de maestría, que se encuentran en la biblioteca de la UNSCH y otras que se ha recuperado de internet.

La etapa de la construcción de los modelos implica la formulación del conjunto de relaciones matemáticas de la función objetivo, y por otra de las restricciones. Para luego determinar el fundamento de cada una de las variables y finalmente operacionalizar para determinar las demandas de los factores (L) y (K) que intervienen en la minimización del costo (problema Primal) o la maximización de la gestión de residuos sólidos municipales sujeto al presupuesto (problema dual). Interpretando en cada caso la validez de estos.

3.6. Técnicas de análisis de validez predictiva

El Modelo de optimización Primal y Dual planteado, es un modelo consistente y robusta desde el punto de vista matemático, estadístico y predictivo, tanto a nivel teórico como práctico. En este sentido, los ejemplos desarrollados tanto en la optimización de corto plazo y largo plazo son instrumentos que han probado y demostrado su efectividad, disminuyendo de este modo el subjetivismo de la teoría planteado, frente al ejemplo desarrollado.

3.7. Viabilidad y limitaciones

3.7.1. Viabilidad

La presente investigación es viable porque contó con todos los recursos humanos (competencia técnica), financieros y materiales.

Sin embargo, a pesar de la viabilidad, existieron algunas limitaciones importantes: Como la poca disponibilidad de investigación referidas a la optimización económica, por lo que, se recurrió como referencia a los libros de microeconomía, que se dispone en suficiente cantidad en la bibliografía personal.

3.8. Aspectos éticos

En la presente investigación se ha respetado el Código de ética, tanto a nivel Bibliográfico, tesis, revistas, documentos institucionales, etc. O sea, inescrupulosamente, se respetó los derechos de autoría y propiedad intelectual.

CAPITULO IV

OPTIMIZACIÓN ECONÓMICA DE RESIDUOS SÓLIDOS MUNICIPALES

4.1. Desarrollo de conceptos básicos en la optimización económica de residuos sólidos

4.1.1. La producción y gestión de residuos sólidos municipales

El hábito de los actores económicos sean estas unidades familiares, instituciones públicas, privadas y empresas, es generar residuos sólidos en una economía. La cantidad producida de residuos sólidos por estos actores económicos depende del consumo de bienes y servicios, el grado de desarrollo industrial, comercial y el crecimiento de la población. Actualmente, estas unidades y actividades económicas en los “países desarrollados generan en promedio 1.2 kilogramos de residuos sólidos por habitante. Mientras, en los países en desarrollo como el Perú, Chile, Argentina, Colombia, México y otros países del Caribe en promedio producen 0,80 kilogramos” (INEI.2018.P.31). Las diferencias entre estos grupos de países, depende de la composición de los productos consumidos, la tasa de crecimiento de la población, el nivel de desarrollo humano alcanzado y crecimiento de sus actividades económicas. Es decir, del nivel de residuos físicos e industriales que contienen los productos y servicios consumidos

Los residuos sólidos que resultan de la limpieza pública y las generadas por los domicilios, instituciones públicas y privadas, por competencia es recolectada y dispuesta en el relleno sanitario por los municipios. En el Perú, es competencia de las municipalidades tal como lo establece la ley 27314.

4.1.2. La función de gestión de residuos sólidos municipales

En este trabajo, la gestión de residuos sólidos municipales debe ser entendida como la minimización de costos (presupuesto) o la máxima disposición de residuos sólidos en el relleno sanitario. O sea, la cantidad de residuos sólidos recolectados, que resultan de la limpieza pública, los domicilios, las instituciones públicas y privadas, el comercio y las empresas industriales y de servicios, transportados y dispuestos en el relleno sanitario por los municipios; utilizando los

factores como trabajo, capital y otros materiales auxiliares. La relación entre la cantidad recolectada, transportada y dispuesto de residuos sólidos en el relleno sanitario y el conjunto de factores trabajo, maquinarias y equipos, se expresa como función de la gestión de Residuos sólidos municipales. Esta función de gestión de residuos sólidos también depende del estado tecnológico adoptado por los municipios, entendida esta como el conjunto de conocimientos, artes, mecanismos y destrezas existentes para recolectar y disponer los residuos en el relleno sanitario.

Por tanto, la función de gestión de residuos sólidos municipales describe la máxima cantidad de residuos sólidos que recolecta y dispone el municipio en el relleno sanitario, utilizando para ello una combinación de factores como: trabajo, capital y otros materiales, dado el nivel de tecnológico existente. La que se puede describir matemáticamente, por la siguiente función implícita.

$$Q = Tg F(L, K, X_i) \quad (1)$$

Las variables que componen la función implícita son; Q, representa la gestión de residuos sólidos municipales. O sea, la cantidad total de residuos recolectados y dispuestos en el relleno sanitario. Tg, es el estado tecnológico que tiene el municipio para recolectar los residuos, como, el conocimiento del recorrido de rutas, las habilidades de los trabajadores recolectores y sus cuidados correspondientes, el nivel tecnológico de las máquinas y equipos utilizados. En cambio, los factores como L, es la cantidad de jornadas de trabajo u horas de trabajo utilizados en cada período de tiempo. K, es la cantidad de maquinarias, jornadas u horas máquina, utilizadas por período de tiempo, X_i, es la cantidad de otras herramientas o materiales utilizados por jornada u hora.

En resumen, la cantidad de factores como L, K y X_i utilizados, asociado al nivel tecnológico determinan la cantidad de residuos recolectados de la limpieza pública, domicilios,

instituciones públicas y privadas y dispuestos en el relleno sanitario.

4.1.3. Función de gestión de residuos sólidos municipales a corto plazo

La función de gestión de residuos sólidos municipales (Ecuación 1), es un modelo de cuatro variables, dado el estado tecnológico. La no flexibilidad del uso de los factores de gestión de residuos sólidos por parte del municipio ha permitido que el municipio no pueda modificar permanentemente el uso de estos factores con la misma rapidez. Por tanto, si consideramos que el estado tecnológico y el stock de maquinarias y equipos que se utiliza son constantes y la cantidad de otras herramientas y materiales están asociados a la cantidad de jornadas de trabajo en un periodo de corto plazo, entonces la función de gestión de residuos sólidos municipales en el corto plazo se puede simplificar a la siguiente expresión:

$$Q = F(L) \quad (2)$$

Siendo la función dos (2) la simplificación de la ecuación uno (1), en el corto plazo nos explica que cualquier variación en la gestión total (Q) de residuos sólidos, solo se puede llevar a cabo mediante una variación en la cantidad de jornadas de trabajo u horas de trabajo (L). O sea, en el corto plazo la gestión de residuos solo se puede aumentar o disminuir, modificando la cantidad del factor variable trabajo (L).

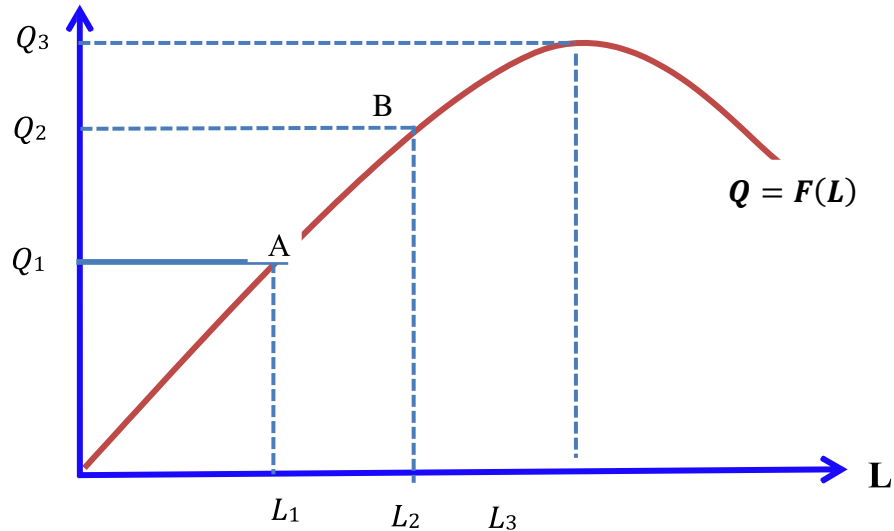
La tecnología (Tg), las maquinarias, equipos y capacitaciones (K) se consideran constantes en el corto plazo, porque las municipalidades no pueden incrementar en forma rápida su compra e implementación; de manera similar las capacitaciones y el aprendizaje se programan a periodos mayores a un año. Pero también se debe a que los costos son altos. Otras herramientas y materiales representados por Xi, que son utilizados directamente por los trabajadores, como escoba, guantes, protectores entre otros están asociados al esfuerzo de los trabajadores.

4.1.4. Gestión total de residuos sólidos en el corto plazo

La gestión total de residuos sólidos municipales (Q), se puede definir como aquella cantidad total máxima de residuos sólidos recolectados y dispuestos en el relleno sanitario, con cada nivel de jornadas u horas de trabajo. Así mismo la cantidad total de residuos gestionados aumenta a medida que se contratan más trabajadores. Sin embargo, la cantidad gestionada de residuos por cada trabajador adicional es cada vez menos.

Figura 2

Función de gestión de residuos sólidos de corto plazo



4.1.5. Gestión marginal de residuos sólidos municipales (GMgrs)

Si observamos la función de gestión de residuos municipales de corto plazo, la ecuación nos describe que entre la cantidad de residuos gestionados y el factor trabajo hay una relación directa. Es decir, que a medida que aumenta la cantidad de trabajadores o jornadas de trabajo la cantidad gestionada de residuos también aumenta, pero aumenta cada vez menos. A esta relación se conoce como la gestión marginal de residuos sólidos. Y, se puede definir como la variación total de la gestión de residuos sólidos (ΔQ) por cada unidad adicional del factor variable (ΔL),

cuando las otras variables que afectan la función de gestión de residuos son constantes o permanecen fijos (*Ceteris paribus*).

Gráficamente, la gestión marginal de residuos sólidos, es la gradiente de la función de gestión, y como se observa esta gradiente es cada vez menos al incrementarse el uso del factor variable (L). Dicho de otra manera, al principio, la cantidad de residuos gestionados aumenta a una tasa creciente por cada unidad adicional de trabajo, para después hacerlo a una tasa decreciente, hasta que esta tasa sea igual a cero, después del cual, ante un incremento del factor variable la respuesta de la cantidad de residuos sólidos gestionados será negativo. Esto significa que a partir de un cierto punto, añadir más trabajadores al mismo número de máquinas y tecnología existentes no genera incrementos en la cantidad de residuos sólidos gestionados. O sea, al hacerse tan grande el número de trabajadores con una cantidad fija de maquinarias y tecnología, el aporte de los últimos trabajadores contratados es negativo. Matemáticamente, esta relación es la primera derivada de la función de gestión de residuos a corto plazo respecto del factor variable. Es decir:

$$\text{GMgrs} = \frac{\partial Q}{\partial L} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = f'(L) = \frac{\text{Derivada de la gestión total de residuos sólidos (Q)}}{\text{Respecto del factor variable (L)}} \quad (3)$$

4.1.6. Gestión media de residuos sólidos o gestión promedio de residuos sólidos. (GMers)

En el lenguaje común y corriente, a la gestión media de residuos sólidos se puede conocer como la cantidad de residuos sólidos gestionados por cada trabajador, que resulta del cociente entre la cantidad total de residuos sólidos recolectados y dispuestos en el relleno sanitario y la cantidad total de trabajadores dedicados a esta actividad, incluido el personal de administración, del área de gestión de residuos sólidos. Es decir:

$$\text{GMers} = \frac{Q}{L} = \frac{\text{Total de residuos sólidos dispuestos en el relleno sanitario}}{\text{Cantidad total de trabajadores}} \quad (4)$$

Una de las características del producto medio de la gestión de residuos sólidos, es que este indicador al principio aumenta al aumentar el número de trabajadores, y a medida que se va incrementando el número de trabajadores, el producto medio de la gestión disminuye de manera sistemática hasta llegar a cero.

4.1.7. Etapas de la gestión total de residuos sólidos en el corto plazo

La gestión de residuos sólidos en el corto plazo y en la medida que las maquinarias y herramientas de gran valor de adquisición permanezcan constantes, enfrenta tres etapas. La primera va desde el punto en que la gestión de residuos sólidos es igual a cero ($Q=0$), la gestión media de residuos sólidos y la gestión Marginal de residuos sólidos, también son iguales a cero ($GMers = GMgrs = 0$); hasta cuando la gestión total de residuos es creciente (Q , está aumentando), la gestión Marginal de residuos ($GMgrs$) una vez tomado su máximo es decreciente e igual a la gestión media máximo de residuos sólidos ($GMers$). Mientras, la segunda etapa va desde que la gestión marginal de residuos ($GMgrs$) es igual a la gestión media máximo de residuos ($GMers$), hasta cuando la gestión marginal de residuos sólidos ($GMgrs$) es igual a cero, la gestión total de residuos sólidos (Q) es máximo y la gestión media es decreciente. En cambio, la tercera etapa va desde que la gestión marginal ($GMgrs$) es igual a cero y la gestión total (Q) es máximo, hasta que la gestión total (Q) de residuos y la gestión media de residuos ($GMers$) es igual a cero, mientras la gestión marginal ($GMgrs$) es negativo.

Sí, a las etapas de la gestión de residuos sólidos municipales le asociamos la optimización de los recursos que disponen estas instituciones, éstas deben operar en la segunda etapa, porque en ésta se agota la gestión marginal proveniente de la contratación de cada unidad adicional de trabajador (Jornada u horas de trabajo-factor variable), mientras la gestión total de residuos sólidos

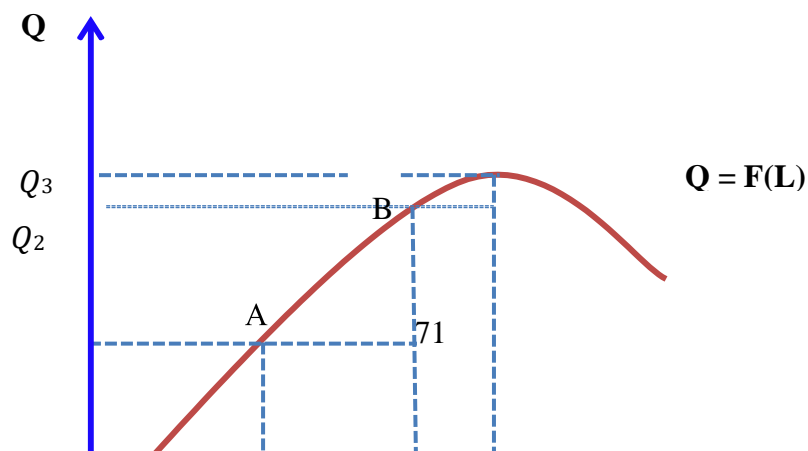
se hace máximo. Es decir, la gestión de residuos sólidos es máximo, cuando la gradiente o gestión marginal de residuos sólidos (GMgrs) es igual a cero.

Las etapas de gestión uno (1) y tres (3) desde el punto de optimización son ineficientes. La etapa uno (I) es ineficiente porque la gestión no es óptima por que los recursos que se mantienen constantes son mayores al número de trabajadores; por lo que los municipios al aumentar el uso del factor variable trabajo pueden aumentar sustancialmente la gestión total de residuos sólidos (Q_T), optimizando cuando la Gestión marginal de los recursos que se mantienen constantes se iguala a la gestión marginal del factor trabajo. En cambio, en la tercera (III) etapa la gestión total es ineficiente, porque los recursos que se mantienen constantes son menores que la cantidad de trabajadores que vienen generando una gestión marginal negativa, por lo que los municipios encontraran optimizar la gestión disminuyendo el uso del factor trabajo hasta el punto en que la gestión marginal de los recursos que se mantienen constantes sea igual a la gestión marginal del factor trabajo.

La etapa dos (2) es eficiente, porque la gestión total de residuos sólidos continúa aumentando, hasta que la gestión marginal de residuos del factor trabajo es igual a la gestión marginal de los recursos que se mantienen constantes, lo que se logra cuando La $GMgL = GMg\bar{k} = \text{cero}$. En términos de costos; aun cuando el costo medio de la gestión aumenta, el costo total de la gestión de residuos sólidos es mínima, tal como puede visualizarse en la figura 4.

Figura 3

Etapas de la gestión de residuos sólidos municipales

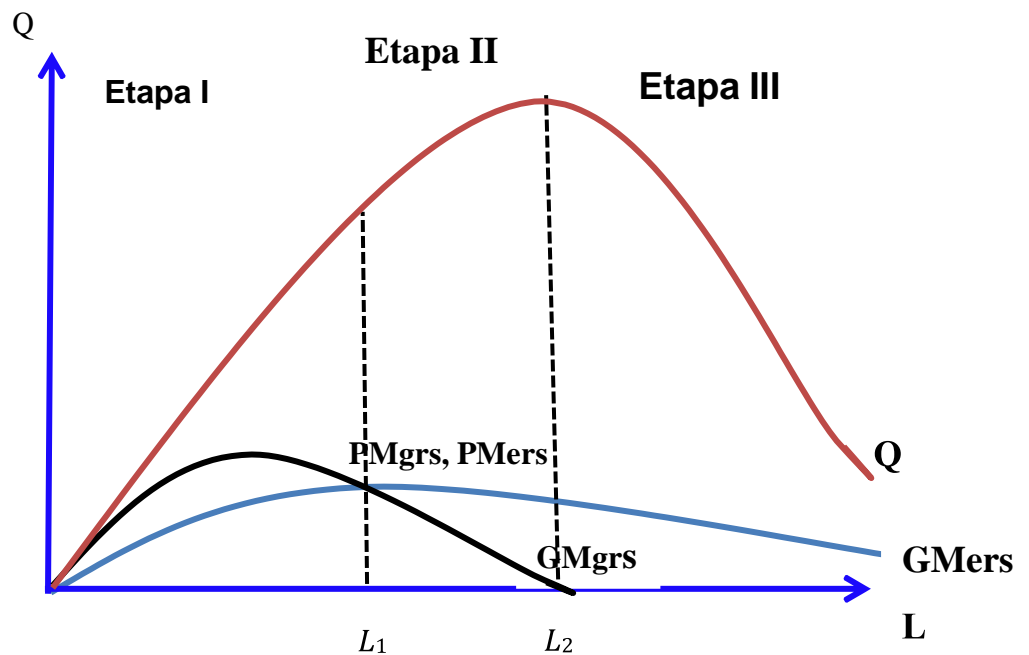


Q_1

L_1 L_2 L_3 **L**
Nota: Elaboración propia

Figura 4

Etapas y características de la gestión de RSM



Nota: Elaboración propia.

4.1.8. Características de las curvas de gestión de residuos sólidos

Las curvas de gestión de residuos sólidos tienen las siguientes características:

1. Tanto la curva de gestión total (Q), la curva de Gestión marginal (GMgrs) y la curva de gestión medio (GMers) de residuos sólidos, inicialmente son crecientes, llegan a un máximo y luego son decrecientes.

2. La curva de gestión total de residuos sólidos toma el valor máximo, cuando la curva de gestión marginal de residuos sólidos tiene el valor de cero (0) y la curva de gestión medio de residuos es decreciente positiva.
3. Inicialmente, la curva de gestión marginal de residuos (GMgrs) se desplaza por encima de la curva de gestión medio de residuos sólidos (GMers) y cuando la curva de gestión marginal de residuos (GMgrs) es decreciente, la gestión media de residuos (GMers) es máximo, para después de este punto desplazarse por encima de la curva de gestión marginal de residuos (GMgrs) hasta que esta curva toma el valor de cero (0).
4. La gestión total de residuos sólidos (Q) tras tomar su nivel máximo, es decreciente y tiende a tomar el valor de cero, al igual que la gestión media de residuos sólidos (GMers); en cambio la curva de Gestión Marginal de residuos (GMgrs) toma un valor negativo.

La gestión de residuos sólidos en el corto plazo es un problema que tiene máximos, para ciertos niveles de empleo del factor variable (L). Gráficamente, se puede observar que la gestión total (Q), la gestión marginal (GMgrs) y la gestión media (GMers) de residuos sólidos tienen un máximo, los cuales (con excepción de la GMgrs) explican la gestión óptima de residuos sólidos, Pues, donde la Gestión media de residuos es máximo, empieza la segunda etapa de la gestión de residuos sólidos y termina cuando la Gestión marginal (GMgrs) es cero y la gestión total de residuos sólidos es máximo. Este es la etapa donde los municipios optimizan la gestión a un costo mínimo, tal como veremos en el siguiente capítulo.

Lo abordado hasta este punto sobre la gestión de residuos sólidos a corto plazo, se puede ilustrar también mediante un ejemplo hipotético. Supongamos, que un municipio presenta el siguiente Tabla de gestión de residuos sólidos municipales, Derivar la relación de gestión total de

residuos sólidos, gestión media de residuos sólidos y gestión marginal de residuos sólidos municipales.

Tabla 2

Número de trabajadores e hipotética gestión de residuos sólidos

N° de trabajadores (L)	100	200	300	400	500	600	700	800
Gestión de R.S. (Q) en TM	460	550	630	690	740	720	700	650

Mediante una solución adecuada y utilizando toda la teoría y la formulas desarrolladas hasta este momento, podemos simular el comportamiento de la gestión municipal de residuos sólidos en el corto pazo. Es decir, podemos formular un cuadro de gestión de residuos sólidos e incluso determinar los máximos de la gestión media y total de residuos. Tal como se muestra en el siguiente Tabla.

Tabla 3

Gestión total, marginal y media de residuos sólidos

<i>Nivel de empleo (L)</i>	<i>Gestión total de residuos sólidos (Q)</i>	<i>Gestión media deRS (GMgrs)</i>	<i>Gestión marginalRS (GMgrs)</i>	<i>Observación</i>
0	0	0	.-	
100	300	3.00	3.00	
200	800	4.00	5.00	
300	1500	5.00	7.00	GMers es máximo
400	1800	4.50	3.00	
500	2000	4.00	2.00	
600	2000	3.3	0.0	GMgrs=0 y Q es Máx.
700	1750	2.5	-2.50	
800	1680	2.1	-0,7	
900	1620	1.8	-0,6	

Nota: Elaboración propia

La gestión total de residuos sólidos (Q) es máximo para un nivel de empleo de aproximadamente de 550 trabajadores, cuando la gestión marginal de residuos (GMgrs) es igual a cero. En cambio, la gestión media de residuos es máximo para un nivel de empleo de trecientos (300) trabajadores, mientras la Gestión marginal es máximo para un nivel de empleo de aproximadamente 250 trabajadores.

Esto significa, que un municipio maximiza la gestión de residuos sólidos, seleccionando aquel nivel de empleo del factor variable para el cual la gestión marginal de residuos es igual a cero. En consecuencia, si la gestión de residuos sólidos se expresa a través de una relación funcional, entonces la gestión total de residuos sólidos es máxima, cuando la gestión marginal de residuos es cero. Es decir, cuando la primera derivada de la función de gestión total se iguala a cero:

$$\mathbf{GMgrs} = \frac{\partial Q}{\partial L} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \mathbf{f'(L) = 0} \quad \mathbf{(5)}$$

A través de esta operación, elegimos el nivel de empleo adecuado de la gestión de residuos, la misma que se reemplaza en la función total de gestión de residuos, obteniéndose la máxima cantidad residuos dispuestos en el relleno sanitario.

Por otro lado, La gestión Media de residuos sólidos es máximo, cuando la derivada de la función de gestión media de residuos es igual a cero. Es decir:

$$\mathbf{GMers} = \frac{Q}{L} = \frac{f(L)}{L} \quad \mathbf{(6)}$$

$$\frac{\partial GMers}{\partial L} = \frac{\partial(\frac{Q}{L})}{\partial L} = \frac{\partial(\frac{f(L)}{L})}{\partial L} = 0 \quad (7)$$

Una vez hallado el nivel de empleo (L), reemplazamos en la función de gestión media de residuos y obtenemos el máximo de la gestión media de residuos dispuestos en el relleno sanitario.

Así mismo, el máximo de la gestión marginal de residuos se obtiene, eligiendo L mediante la derivada de la función de Gestión marginal de residuos (GMgrs) e igualando a cero. O, también mediante segunda derivada de la función de gestión total de residuos sólidos igual a cero. Y una vez elegido el nivel de empleo, se reemplaza el valor de L, en la función de gestión marginal y así obtenemos la gestión marginal máximo de residuos sólidos.

$$\frac{\partial GMgrs}{\partial L} = \frac{\partial^2 Q}{\partial L^2} = f_{LL} = 0 \quad (8)$$

Por ejemplo, Supongamos que un municipio hipotético posee la siguiente función de gestión de residuos sólidos, $Q = 100L + 450L^2 - 10L^3$. Donde Q, es la cantidad de residuos sólidos recolectados y dispuestos en el relleno sanitario en toneladas métricas por año, como producto de la limpieza pública, recolección domiciliaria y transporte; L, es la cantidad de trabajadores asignados diariamente en la gestión de residuos sólidos, expresadas en jornadas hombre. Se pide:

a) calcular el nivel de empleo que hace máximo la gestión de residuos sólidos, b) ¿cuál es la máxima cantidad de residuos sólidos dispuestos en el relleno sanitario, c) ¿cuál es el nivel de empleo que hacen máximo la gestión Marginal y media de residuos sólidos?, ¿Calcular los niveles de gestión máxima de residuos correspondiente a cada nivel de empleo?, d) ¿Determinar no menos de 10 niveles de empleo técnicamente eficientes e indicar la gestión económicamente eficiente? Y e) graficar con los resultados obtenidos en la solución.

Para resolver la pregunta (a) y (b), Se deriva la función de gestión de residuos sólidos respecto del factor variable y se iguala a cero. Por tanto, si $Q = 100L + 450L^2 - 10L^3$, entonces

$$Q = 100L + 450L^2 - 10L^3 \quad (i)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial L} = \leftrightarrow 100 + 900L - 30L^2 = 0 \quad (ii)$$

$$\text{De donde } L = 30 \quad (iii)$$

Reemplazando el valor hallado $L = 30$, en la ecuación (i), tenemos la gestión total de residuos sólidos

$$Q = 100(30) + 450(30)^2 - 10(30)^3$$

$$Q^* = 138.000, \text{ toneladas métricas.} \quad (iv)$$

En este ejercicio típico, $L = 30$ es el número de trabajadores empleados que hacen máximo la gestión de residuos sólidos del municipio, la misma que es de $Q = 130.000$ toneladas métricas por año.

Para responder la pregunta (c), es necesario calcular las funciones de Gestión marginal y la gestión media del factor variable.

El primero, es la derivada de la función de gestión de residuos sólidos respecto del factor variable L , y es igual a:

$$GMgL = \frac{\partial Q}{\partial L} = 100 + 900L - 30L^2 \quad (v)$$

Derivando la ecuación (v) respecto de L (Segunda derivada de la función de gestión de RS), e igualando a cero determinamos el nivel de empleo que hace máximo la gestión marginal del factor variable (L).

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial L^2} = \frac{GMgL}{\partial L} = 900 - 60L = 0 \quad (vi)$$

$$\text{Entonces, } L = 15 \quad (\text{vii})$$

Reemplazando el valor de $L = 15$, en la ecuación (v) obtenemos La gestión Marginal máximo del factor, cuyo resultado es:

$$\begin{aligned} GMgL &= 100 + 900(15) - 30(15)^2 \\ GMgL &= 6.850 \end{aligned} \quad (\text{viii})$$

La información hallada simplemente nos sirve para visualizar hasta que nivel de empleo la gestión marginal de L , es creciente y partir de qué nivel de empleo la gestión marginal del trabajo disminuye o es decreciente.

La Gestión máxima de RS, correspondiente a este nivel de empleo se obtiene reemplazando el valor de $L = 15$, en la función (i).

$$\begin{aligned} Q^{**} &= 100(15) + 450(15)^2 - 10(15)^3 \\ Q^{**} &= 69.000 \end{aligned} \quad (\text{ix})$$

Resultado que nos explica que, con un nivel de empleo de 15 trabajadores, se hace una gestión máxima de residuos sólidos de 69,000 toneladas.

El segundo, consiste en hallar la función de gestión media de RS del factor trabajo (L), el cual resulta de dividir la función total de gestión de RS, entre el factor L .

$$GMeL = \frac{Q}{L} = \frac{100L + 450L^2 - 10L^3}{L} = 100 + 450L - 10L^2 \quad (\text{x})$$

Derivando la ecuación (x) respecto de L , e igualando a cero se obtiene el nivel de empleo que hace máximo la gestión media del factor variable (L). Es decir,

$$\frac{\partial GMeL}{\partial L} = 450 - 20L = 0 \rightarrow L = 22.5 \quad (\text{xi})$$

Reemplazando el resultado de $L = 22,5$ en la función (x), obtiene la Gestión media máxima del factor variable (L)

$$GMeL = 100 + 450(22.5) - 10(22.5)^2$$

$$GMeL = 5.160 \quad (xii)$$

Por otro lado, la Gestión máxima de RS, correspondiente a este nivel de empleo se obtiene reemplazando el valor de $L = 22.5$, en la función (i).

$$Q^{**} = 100(22.5) + 450(22.5)^2 - 10(22.5)^3$$

$$Q^{**} = 116.156$$

Las preguntas (d) y (e), responderemos mediante la Tabla 4.

Tabla 4

Respuesta de Gestión total, gestión media y marginal de RSM

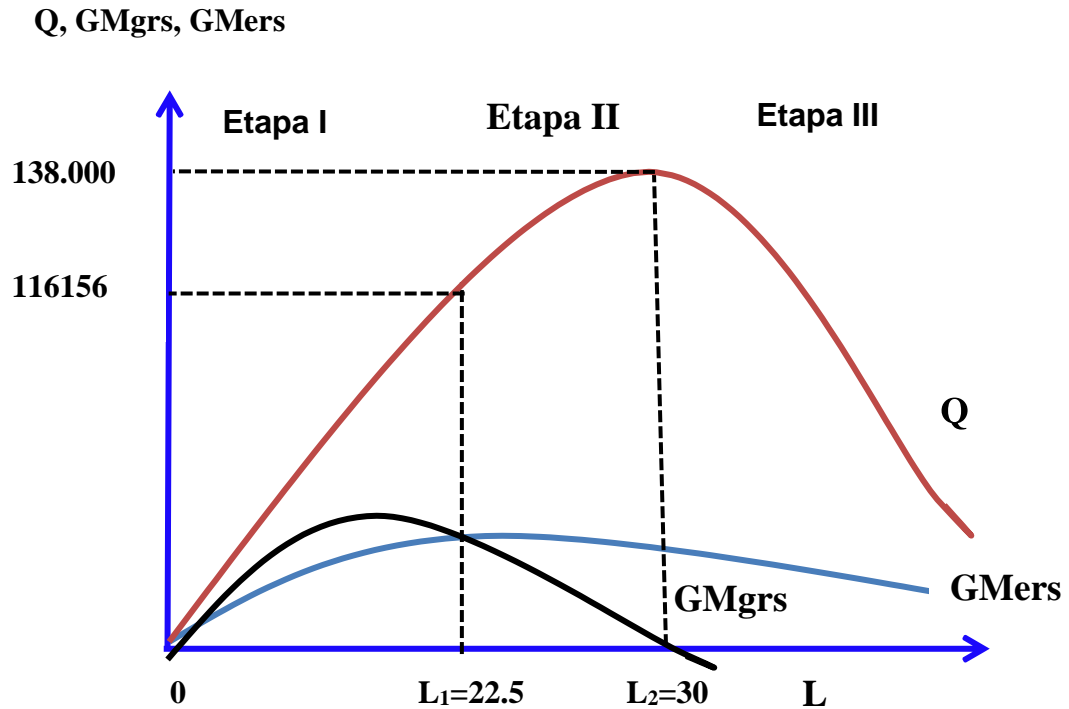
Factor (L)	Gestión total de RS. Q $= 100L + 450L^2 - 10L^3$	Gestión Media de L. $GMeL = 100 + 450L - 10L^2$	Gestión marginal de L. $GMgL = 100 + 900L - 30L^2$
22	113520	5160	5380
22.5	116156	5162.5	5162.5
23	118680	5160	4930
24	123360	5140	4420
25	127500	5100	3850
26	131040	5040	3220
27	133920	4960	2530
28	136080	4860	1770
29	137,460	4740	970
30	138000	4600	100
30.111	138005	4583	000

Nota: Elaboración propia

Los datos deben de coincidir en el punto donde $PMgL = PMeL$: Así como, en el punto donde el $PMgL = 0$ y Q es máximo.

Figura 5

Etapas de la función de producción de corto plazo



En la tabla y en la gráfica se puede observar, que la gestión máxima de RS, corresponde para un nivel de empleo de 30 trabajadores.

4.1.9. La gestión total de residuos sólidos y la ley de los rendimientos decrecientes

La ley de los rendimientos decrecientes es perfectamente aplicable a gestión de residuos sólidos municipales. En efecto, los rendimientos decrecientes nos muestran la reducción de la gestión marginal de residuos (GMgrs) a medida que aumenta el factor variable, manteniendo constante los otros factores de gestión. Es decir, si incrementamos el uso del factor variable (trabajo) con una cantidad fija de los otros factores, entonces las proporciones van cambiando, por lo que algunas combinaciones generan productividades de gestión mayores que otras. En este sentido, al principio el uso adicional de cada factor combinado con una cantidad fija de otros

factores incrementa la gestión de residuos, sin embargo, a partir de cierto punto esta productividad marginal de gestión continúa aumentando, pero a una tasa cada vez menos, incluso hasta convertir en una gestión negativa. A este proceso se le conoce como la ley de los rendimientos decrecientes.

4.2. La gestión de residuos sólidos municipales en el largo plazo con dos factores

La flexibilidad del uso de los factores de gestión permite al municipio llevar a cabo una gestión de corto plazo y largo plazo. En el corto plazo la gestión de residuos gira alrededor del factor variable. Mientras en el largo plazo, la gestión de residuos se lleva a cabo modificando el conjunto de factores de gestión de residuos. Cabe aclarar que el límite entre el corto plazo y el largo plazo dentro de esta teoría, no se define en referencia a períodos de tiempo calendario 5 años, 10 años o cualquier otro período, si no, básicamente está referida al contexto en que se toma la decisión de modificar la cantidad de uso de factores, para continuar optimizando el servicio de la gestión de residuos.

En un contexto de largo plazo, la gestión de residuos sólidos se representa a través de las isocuantas, en cuya relación se consideran que todos los factores son variables. O sea, la gestión total de residuos sólidos en el largo plazo se puede llevar a cabo alterando todos los factores de gestión, es decir, la gestión depende del factor trabajo, el factor capital, la tecnología y otras variables.

En consecuencia, por simplicidad y con la finalidad de representarla gráficamente, utilizaremos una función de gestión de residuos sólidos con dos factores L y K. Al que, a partir de este momento le llamaremos isocuanta.

4.2.1. Definición de la isocuanta de gestión de residuos sólidos

La Isocuanta es una palabra compuesta, que proviene del latín iso, que significa igual y quantum que significa cantidad, que en conjunto significa igual cantidad. En efecto, isocuanta aplicada a la gestión de residuos sólidos se define como el lugar geométrico de un conjunto de combinaciones de dos factores (insumos) que reportan el mismo nivel de gestión de residuos sólidos, entendida este último como la cantidad de residuos sólidos recolectados de la limpieza pública y los residuos domiciliarios transportados y dispuestos en el relleno sanitario.

La isocuanta también se puede definir, como el conjunto de combinaciones de trabajo (L) y capital (K) que generan el mismo nivel de gestión de residuos sólidos (La misma cantidad de residuos sólidos recolectados y dispuestos en el relleno sanitario). Teóricamente, una isocuanta de gestión de residuos sólidos se representa, mediante una relación funcional, la misma que se puede expresar como sigue:

$$\mathbf{Q = f(L, k)} \quad (9)$$

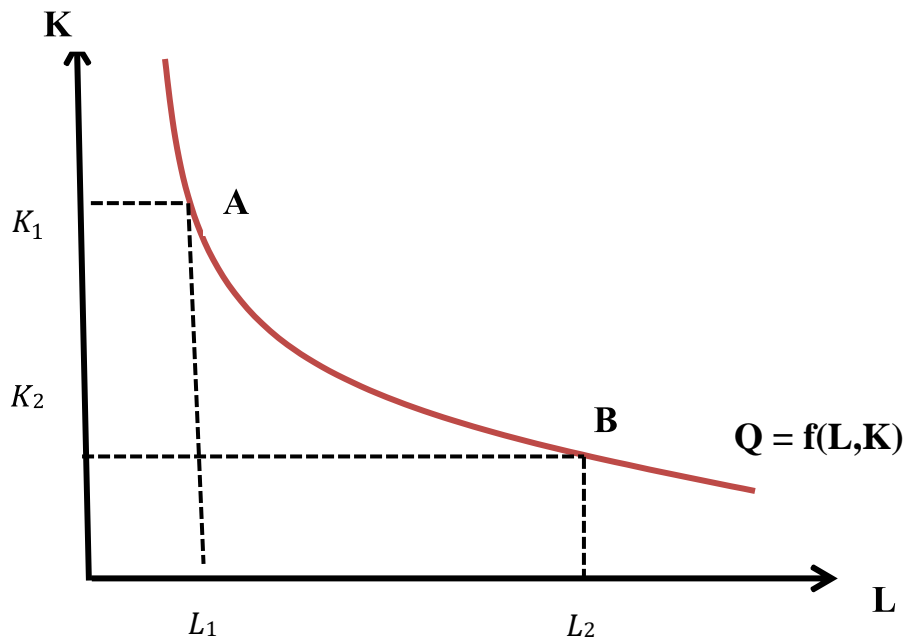
La función (9), nos muestra las diferentes combinaciones de factores L y K, que genera un nivel de gestión de residuos sólidos igual a Q. La que se puede graficar en un panel cartesiano positivo; representándose en el eje horizontal (Abscisa) las cantidades del factor trabajo y en el eje vertical las cantidades de capital o maquinarias, y para ello, se resuelve la ecuación (9) para el factor capital (O trabajo). O sea, como:

$$\mathbf{K = f\left[\frac{Q}{L}\right]} \quad (10)$$

La función de isocuanta (10), nos sirve para identificar el conjunto de combinaciones u opciones de L y K, compatibles con una cantidad determinada de gestión de residuos sólidos dispuestos en el relleno sanitario. Esto significa que técnicamente a lo largo de la isocuanta la gestión de residuos es constante en un período determinado.

Figura 6

Isocuanta de residuos sólidos



Nota: Elaboración propia.

Igualmente, la isocuanta describe los métodos de gestión de residuos. Así, si la gestión de residuos es intensiva en capital, la gestión utiliza más capital (K) y menos de trabajo (L), punto A de la figura 4; y si la gestión es intensiva en trabajo, utiliza más trabajo (L) y menos maquinarias (K), punto B de la figura 4.

4.2.2. Relación marginal de sustitución técnica de la gestión de residuos sólidos

La relación marginal de sustitución técnica de la gestión de residuos sólidos nos indica, la tasa a la que la autoridad de gestión sustituye un factor por otro, con lo que mantiene constante la gestión total de residuos sólidos dispuestos en el relleno sanitario. Esto significa que la gestión total de residuos que realizan los municipios se mantiene constante a medida que se va

sustituyendo capital (K) por trabajo (L) y viceversa; cuyo valor dependerá de la Gestión marginal de residuos de cada factor y las cantidades utilizadas.

La forma de la función de las isocuantas nos sirve para demostrar, que la RMST es el cociente de las gestiones físicas marginales de K Y L, el cual resulta de formular la diferencial total de la función de isocuanta o función de gestión de residuos sólidos. Es decir:

$$\mathbf{RMST_{K,L} = - \frac{\Delta K}{\Delta L} = dQ = 0 = \frac{\partial f(L,K)}{\partial K} dK + \frac{\partial f(L,K)}{\partial L} dL = 0}$$

$$\mathbf{RMST_{K,L} = GMgrs K dK + GMgrsL dL = 0}$$

$$\mathbf{RMST_{L,K} = GMgrs K dK = - GMgrsL dL}$$

$$\mathbf{RMST_{L,K} = \frac{-dK}{dL} = \frac{GMgrsL}{GMgrs K}} \quad (11)$$

La relación (11) nos indica la forma como afecta a la gestión total de residuos sólidos una pequeña variación de los factores L y K, a lo largo de una isocuanta, que mantiene el nivel de gestión de residuos constante. Así mismo dado que la pendiente de la isocuanta es negativa, la gestión de residuos se lleva a cabo mientras los valores de las productividades marginales son no negativas (O sea, las gestiones marginales de los factores de gestión toman valores mayores o igual a cero).

Pueda que matemáticamente, las isocuantas tengan pendiente positiva, pero entonces sería imposible la sustitución de los factores de gestión, consecuentemente, no tendría sentido económico la gestión de residuos sólidos.

4.2.3. Características de la isocuanta de gestión de residuos sólidos

Las isocuantas de la gestión de residuos sólidos municipales tienen las siguientes

características:

4.2.3.1. Tienen pendiente negativa

Las isocuantas de la gestión de residuos sólidos tienen pendiente negativa, y nos muestra la relación a la que puede sustituirse K por L (o viceversa) manteniendo constante la gestión total de residuos sólidos. A esta pendiente negativa de los residuos sólidos también se conoce como la relación marginal de sustitución técnica (RMST_{K,L}). En la figura, esta RMST es positiva y decreciente conforme aumenta la cantidad de trabajo utilizado y viceversa.

La relación marginal de sustitución técnica (RMST) muestra la relación a la que puede sustituirse capital por trabajo manteniendo constante la gestión de residuos sólidos a lo largo de la isocuanta; el cual se obtiene diferenciando totalmente la función de isocuanta, primero respecto del capital y luego respecto del trabajo e igualando a cero la expresión, que en términos matemáticos se expresa como la negativa de la RMST. Es decir:

$$\text{RMST}_{K,L} = - \frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{-dK}{dL} = \frac{\partial f(L,K)/\partial L}{\partial f(L,K)/\partial K} \quad (11)$$

4.2.3.2. Son curvas convexas

Las isocuantas de gestión de residuos sólidos son curvas convexas hacia el origen, lo que nos muestra que a lo largo de las isocuantas la Relación marginal de sustitución técnica (RMST) es decreciente y positiva. Cuando el cociente entre las productividades marginales de gestión de residuos de K y L son altos, la RMST es un número positivo alto, lo cual indica que puede renunciarse a una gran cantidad de capital si se utiliza una unidad más de trabajo. En cambio, cuando ya se está utilizando una gran cantidad de trabajo, la RMST es baja, lo cual significa que solo puede intercambiarse una pequeña cantidad de capital por cada unidad de trabajo, manteniendo constante la gestión total de residuos sólidos. Dicho de otra manera, a medida que

nos movemos a lo largo de la isocuanta, de arriba hacia abajo y de norte a sur, se sustituye unidades de capital (K) cada vez menores por cada unidad adicional de trabajo (L); ocurre lo contrario cuando nos movemos de sur a norte y de abajo hacia arriba.

4.2.3.3. Nunca se intersectan o cruzan

La gestión de residuos sólidos es una decisión racional de las municipalidades, donde las alternativas de uso de los factores de gestión también tienen que ser consistentes con la cantidad de residuos sólidos a gestionar. O sea, la mayor gestión de residuos sólidos tiene que ser consistente con el mayor uso de trabajo (L) y capital (K). En consecuencia, cuando dos curvas de isocuantas se intersecta o cruzan, las opciones de uso de los factores L y K son inconsistentes, al haber una combinación de L y K que pertenece por un lado a una isocuanta de mayor gestión y por otra a una isocuanta de menor gestión.

Así mismo, existiría una combinación de L y K con el que se puede hacer una mayor gestión y una combinación de L y K con el que se haría una menor gestión. Esta situación sería contradictoria con la racionalidad adecuada del uso de los factores y la gestión total de residuos sólidos. Por tanto, si se cortasen las isocuantas no estarían mostrando una conducta irracional e ilógica, que rompe con el esquema lineal de la mayor gestión de residuos sólidos municipales.

4.2.4. La gestión de residuos sólidos y los rendimientos a escala

La gestión de residuos sólidos por parte de las municipalidades varía entre un período y otro período. Los aspectos que influyen sobre esta variación son el incremento de la población y el crecimiento de las actividades económicas, situación que determina que cada año se recolecta más y más residuos sólidos y disponerlas en el relleno sanitario, por lo que la demanda de factores L y K, también varía y, varía cada vez más. Matemáticamente, esta aplicación es válida tanto en

la teoría económica como en la gestión municipal de residuos sólidos.

El problema municipal es la gestión de residuos sólidos. Y, cada año que pasa tiene que utilizar más trabajo y más capital. Pues entonces es necesario saber cómo responde la gestión de residuos a los incrementos en los factores de L y K. Supongamos por ejemplo que se duplican L y K ¿qué pasa o como cambia la gestión de residuos sólido? En efecto, se trata de determinar si las funciones de gestión de residuos sólidos son homogéneas y de rendimientos a escala.

Adam Smith “al indagar la relación existente, entre los efectos de un aumento de los factores en una proporción determinada, sobre la cantidad que producen las empresas, identifico dos fuerzas interesantes. En primer lugar, encontró que el incremento de los factores, permite aumentar la división del trabajo y la especialización de las funciones, situación que permite el incremento de la eficiencia productiva. En segundo lugar, el incremento de los factores, también puede conllevar a una pérdida de eficiencia, puesto que la supervisión podría resultar más difícil, dada la mayor escala de la empresa. La respuesta que encontró Smith, es, que el efecto del aumento de la división del trabajo y la especialización, generaban efectos positivos mayores sobre la producción, frente a la ineficiencia que provocaría la supervisión. Es decir, llego a determinar que un incremento proporcional en el uso de los factores L y K, aumentaría la cantidad producida en mayor, menor o igual proporción. De acuerdo con esta aseveración las funciones de producción son homogéneas y pueden ser de escala creciente, escala decreciente y escala constante. (Nicholson W. Teoría microeconómica. Pág 209).

Este descubrimiento de Adam Smith, se reproduce en la gestión de residuos sólidos municipales. Donde un incremento proporcional en el uso de los factores de L y K, aumenta la gestión de residuos sólidos en mayor, menor o igual proporción. En consecuencia, si el incremento de los factores L y K en una proporción λ , aumenta la gestión de residuos sólidos en mayor

proporción, entonces estamos frente a una función de gestión de residuos homogénea con rendimientos a escala creciente. De otro lado, si el incremento de los factores L y K en una proporción λ , aumenta la gestión de residuos sólidos en menor proporción, entonces estamos frente a una función de gestión de residuos homogénea de rendimientos a escala decreciente. Mientras, si el incremento de los factores L y K en una proporción λ , aumenta la gestión de residuos sólidos en la misma proporción, entonces estamos frente a una función de gestión de residuos homogénea con rendimientos a escala constante.

Por tanto, existe rendimientos a escala de una función de gestión de residuos sólidos homogénea, si al incrementarse el uso de los factores de gestión de residuos L y K en una proporción λ , aumenta la gestión total de residuos (Q), en mayor, menor o igual proporción. Lo que matemáticamente se puede demostrar mediante las siguientes relaciones:

Sea la función de gestión de residuos sólidos $Q = f(L,K)$. Si a los factores de gestión L y K, incrementamos en una proporción λ , lo que implica multiplicar a L y K por λ , donde ($0 < \lambda \leq 1$), en términos porcentuales), los probables resultados de rendimientos a escala serían los siguientes:

1). Si $Q = f(L,K)$ y $f(\lambda L, \lambda K) \rightarrow \lambda f(L,K) = \lambda^n Q$, y $n > 1$, entonces Q, es una función homogénea de gestión de residuos sólidos con rendimientos a escala creciente.

2). Si $Q = f(L,K)$ y $f(\lambda L, \lambda K) \rightarrow \lambda f(L,K) = \lambda^n Q$, y $n < 1$, entonces Q, es una función homogénea de gestión de residuos sólidos con rendimientos a escala decreciente. Y,

3). Si $Q = f(L,K)$ y $f(\lambda L, \lambda K) \rightarrow \lambda f(L,K) = \lambda^n Q$, y $n = 1$, entonces Q, es una función homogénea de gestión de residuos sólidos con rendimientos a escala constante.

A las relaciones derivadas en (1), (2) y (3), también se conoce como el grado de

rendimientos a escala de la función homogénea de gestión de residuos sólidos. Y que gráficamente, se puede representar al analizar el mapa de isocuantas.

4.2.5. Mapa de isocuantas de la gestión de residuos sólidos

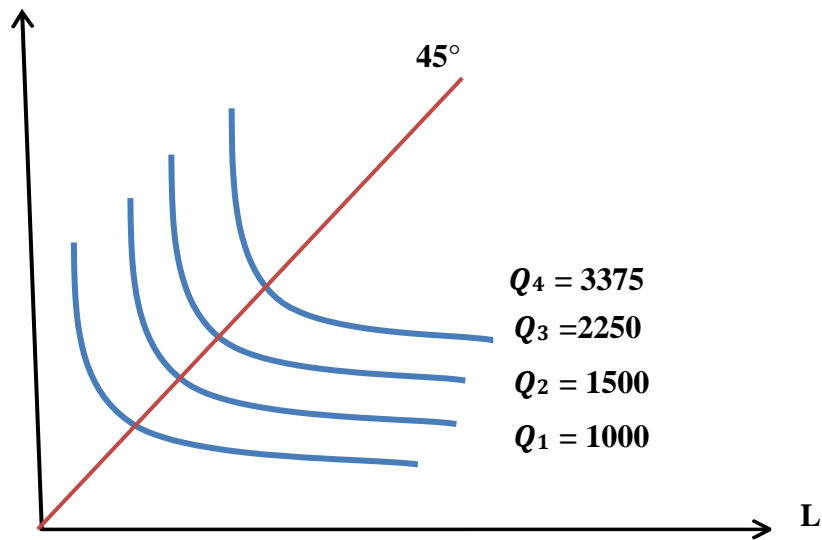
Es un conjunto de isocuantas localizadas en el espacio de factores de gestión de residuos, delimitados por los ejes de L y K, las mismas que representan los diferentes niveles de decisión de gestión de residuos sólidos por parte de las municipalidades. En consecuencia, cuánto más alejado se encuentra la isocuanta respecto del origen, representa un mayor nivel de gestión de residuos sólidos, que aquellas que están cerca del origen.

Las isocuantas de gestión de residuos sólidos, pueden ser funciones homogéneas con rendimientos a escala. Es decir, las decisiones que puedan tomar los municipios de incrementar el uso de los factores L y K en una proporción determinada, estas pueden provocar un incremento mayor, menor o igual en la gestión de residuos sólidos. Por tanto, el mapa de isocuantas es una ampliación radial monótona de una función de isocuanta inicial. Si las isocuantas se distribuyen proporcionalmente a lo largo del rayo que parte del origen, entonces nos encontramos frente a una función homogénea de gestión de residuos sólidos, con mapa de isocuantas a escala constante; pero, si estas se distribuyen multiplicativamente, nos encontramos frente a una función homogénea de gestión de residuos sólidos con un mapa de isocuantas a escala creciente. Finalmente, si las isocuantas a lo largo del rayo se distribuyen con cada vez menos desplazamiento, entonces estamos frente a una función homogénea de gestión de residuos sólidos con mapa de isocuantas a escala decreciente. Tal como se puede observar en los paneles o figuras (07), (08) y (09).

Figura 7

Gestión de residuos sólidos con rendimientos a escala constante

K



Nota: Elaboración propia

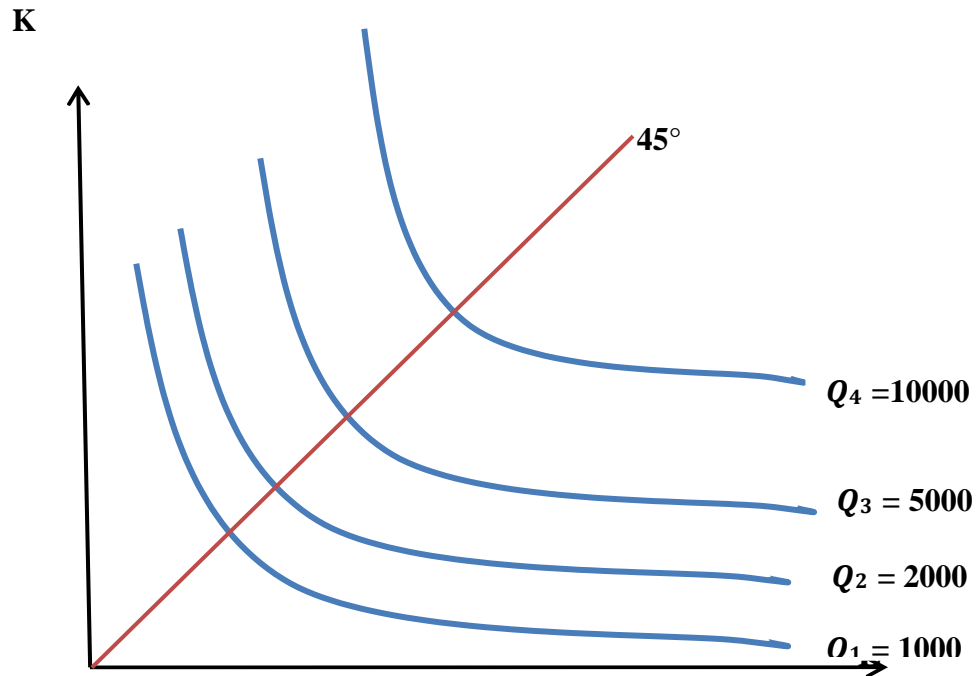
En esta Figura 7, supongamos que inicialmente con una cantidad dada de L y K, la gestión total de residuos sólidos es de 1000 toneladas puestos en el relleno sanitario. Si se incrementa el uso de L y K en 50%, se puede observar que la gestión total de residuos es de 1500 toneladas, incrementándose la gestión de residuos en 50% puesto en el relleno sanitario; si nuevamente incrementamos el uso del L y K en 50%, la gestión total de residuos también aumenta en 50%, es decir la gestión total es igual a 2250 toneladas. Y, así sucesivamente, incrementos sucesivos de 50% en el uso de los factores L y K, conllevaran a un incremento proporcional en la gestión de residuos sólidos. Este incremento proporcional tanto en el uso de los factores L y K, así como de la gestión de residuos, gráficamente se visualiza mediante desplazamientos proporcionales o iguales de las isocuantas a lo largo de la recta radial.

O sea, a lo largo del rayo que parte del origen, el paso de la gestión de residuos de Q_1 a Q_2 , de este a Q_3 y Q_4 , son iguales y responden con rendimientos constantes de los factores L y K, estamos frente a una función homogénea de gestión de residuos, con rendimientos constantes a escala.

Cabe aclarar, que el conjunto de combinaciones de L y K, a lo largo de cada una de las isocuantas, la gestión de residuos sólidos por parte de los municipios (Q) permanece constante. Y, cuando toman la decisión de aumentar el uso de los factores en una misma cuantía, la gestión de residuos se desplaza a una isocuanta mayor, que aumenta en la misma cuantía que el incremento en los factores de gestión L y K.

Figura 8

Gestión de residuos sólidos con rendimientos a escala creciente

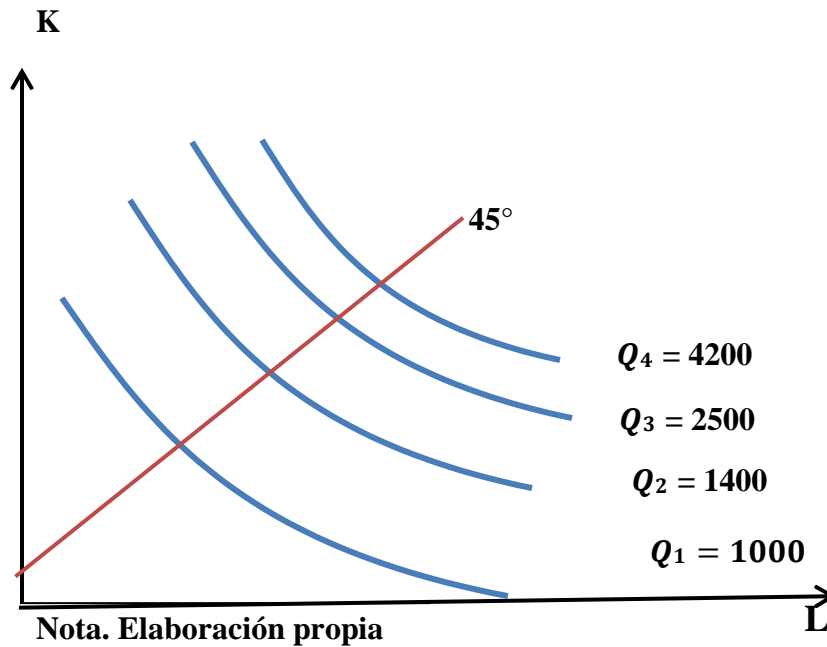


Nota: Elaboración propia

En esta Figura 8, supongamos que inicialmente con una cantidad dada de L y K, la gestión total de residuos sólidos es de 1000 toneladas puestos en el relleno sanitario. Si se incrementa el uso de L y K en 50%, se puede observar que la gestión de residuos es de 2000 toneladas, incrementándose la gestión de residuos en 100% puesto en el relleno sanitario. Y, así sucesivamente, incrementos sucesivos de 50% en el uso de los factores L y K, conllevaran a la multiplicación de gestión de residuos sólidos. Gráficamente, esta situación se visualiza, cuando las isocuantas se desplazan a lo largo de la recta radial, en niveles de gestión cada vez mayores.

Figura 9

Gestión de residuos sólidos con rendimientos a escala decreciente



En la Figura 9, supongamos que inicialmente con una cantidad dada de L y K, la gestión total de residuos sólidos es de 1000 toneladas puestos en el relleno sanitario. Si se incrementa en el uso de L y K en 50%, se puede observar que la gestión de residuos es de 1400 toneladas, incrementándose la gestión de residuos en menos de 50% puesto en el relleno sanitario. Si se vuelve a incrementar el uso de los factores L y K en 50%, la gestión total de residuos que resulta de este incremento en los factores, va ser aún menor Y, así sucesivamente, incrementos sucesivos de 50% en el uso de los factores L y K, conllevaran a gestiones de residuos sólidos cada vez menores.

4.2.6. Etapas de la gestión de residuos sólidos en el largo plazo

En el espacio de los factores de producción L y K, las isocuantas tienen pendiente negativa significativa a lo largo de su extensión. Sin embargo, a partir de cierto punto de inflexión pueden tener pendiente positiva. Si se separan las partes de pendiente negativa de las positivas en un mapa

de isocuantas y delimitamos la parte de las pendientes negativas con líneas llamadas “crestas”, hemos determinado las tres etapas de la gestión de residuos sólidos en el largo plazo. Figura 10

4.2.6.1. Primera etapa de gestión de residuos sólidos

Es aquella parte separada por la cresta superior hacia el eje vertical, donde las isocuantas se hacen paralelas, pero con pendientes positivas, esta etapa se caracteriza por que la productividad marginal del factor Capital (K) es positiva, mientras la productividad marginal del factor trabajo es negativa. O sea, existe, suficiente cantidad de capital frente a poca cantidad de trabajo. Situación que no es racional en la asignación de recursos; al menos, si se desea aumentar la gestión total de residuos sólidos.

4.2.6.2. Segunda etapa de gestión de residuos sólidos

Es aquel espacio separado por las crestas y corresponde específicamente a la pendiente negativa que tienen el mapa de isocuantas. Se caracteriza por la gestión marginal positiva de los factores L y K. Es decir, existe una proporcionalidad de asignación de L y K que contribuyen de manera positiva y significativa en la gestión de residuos sólidos, al menos si el municipio desea aumentar o mejorar la gestión de residuos sólidos. Este espacio de las isocuantas es la situación racional de la elección de L y K, para la gestión de residuos sólidos.

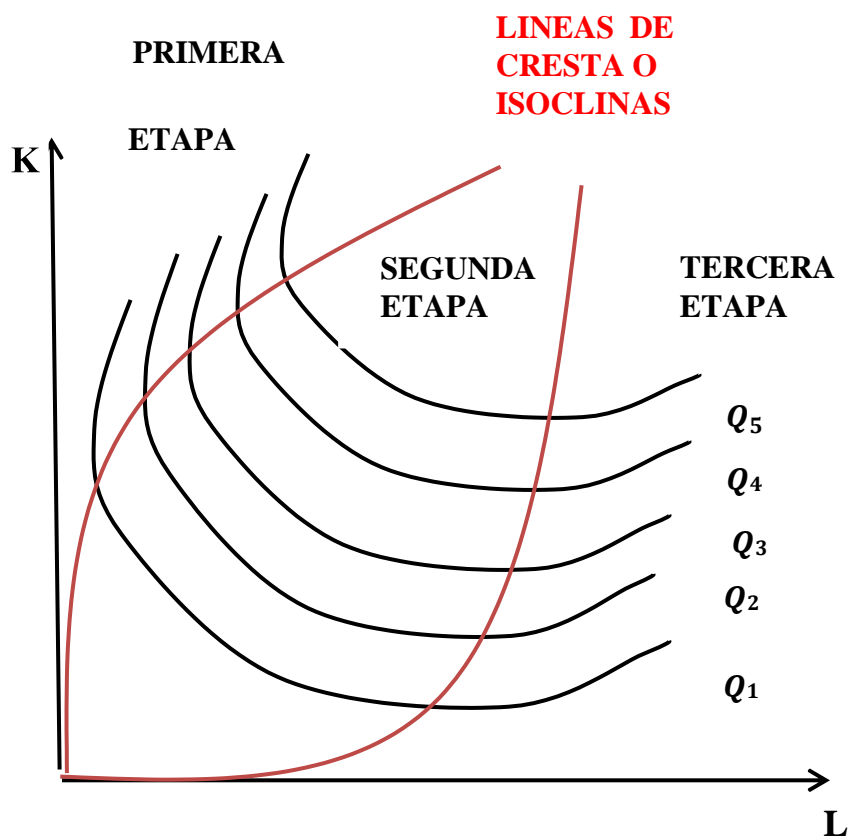
4.2.6.3. Tercera etapa de la gestión de residuos sólidos

Es aquella parte separada por la cresta inferior hacia el eje horizontal (Abscisa), donde las isocuantas se hacen paralelas, pero con pendientes negativas, esta etapa se caracteriza por que la productividad marginal del factor Capital (K) es negativa, mientras la productividad marginal del factor trabajo es positiva. O sea, existe, suficiente cantidad de trabajo frente a poca cantidad de capital. Situación que no es racional en la asignación de recursos; porque la proporcionalidad de la aplicación de capital es inferior a la aplicación del trabajo, al menos, si se desea aumentar la

gestión total de residuos sólidos.

Figura 10

Las etapas de la gestión de residuos sólidos a largo plazo



Nota: Elaboración propia

La isóclina es una línea que separa la parte de pendiente negativa de la parte positiva en el mapa de isocuantas. En este sentido, si un municipio desea incrementar sustantivamente la gestión de residuos sólidos, puede hacerlo desplazándose de una isocuanta a otra superior y con una nueva asignación de los recursos L y K, que incluso deben ser resultado de un progreso tecnológico.

4.3. El progreso técnico y la gestión de residuos sólidos municipales

El avance científico a nivel de conocimientos, habilidades y destrezas, la mejora e innovación continua en maquinarias, equipos, herramientas, rutas y procesos de recolección y transporte, mejora definitivamente la gestión municipal de residuos sólidos en el tiempo.

El progreso tecnológico, incrementa la productividad de los factores que se utilizan, por tanto, los municipios con una cantidad menor de L y K, pueden llevar a cabo una mayor y mejor gestión de residuos sólidos. El progreso tecnológico que implica, que los municipios tengan equipos y maquinaria modernas (K) más productivas, tiene un impacto positivo sobre el trabajo (L), al hacerla más productivo.

Los economistas y las profesiones de ingeniería incorporan este progreso tecnológico en las diferentes actividades, y siempre han encontrado efectos positivos. En este sentido, el incorporar el progreso técnico en la función de gestión de residuos sólidos, para determinar sus efectos sobre las otras variables L y K en el tiempo; es necesario que la función de gestión de residuos sea expresada en la forma siguiente.

$$Q = Tg(t)F[L, K] \quad (12)$$

Dónde: Q es la gestión de residuos sólidos, Tg es la tecnología que tiene el municipio para conducir la gestión en él tiempo; L es la cantidad de trabajo y K representa a la cantidad de maquinarias y equipos recolectores y de protección utilizados en la gestión de residuos sólidos municipales, siempre está presente aun en las funciones convencionales de gestión y viene a ser el conjunto de conocimientos, instrucciones, habilidades y destrezas que los trabajadores y operadores del gestión de residuos municipales poseen.

4.3.1. Medición de los efectos del progreso tecnológico en la gestión de residuos sólidos

Medir el progreso tecnológico, implica necesariamente estimar la tasa de cambio técnico en el tiempo, y sus efectos en la variación de la gestión total de residuos sólidos, como también en la variación de la productividad de los factores L y K. En consecuencia, diferenciando totalmente la ecuación (12) con respecto al tiempo tenemos:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{dTg}{dt} [f(L, K)] + Tg \left[\frac{dF(L, K)}{dt} \right] \quad (13)$$

Sí a los miembros de la igualdad a la derecha de la ecuación (13) multiplicamos al primer miembro por Q y dividimos por Tg y, al segundo miembro hacemos lo propio por Q, la expresión no se ha modificado, por tanto, tenemos

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{dTg}{dt} \left(\frac{Q}{Tg} \right) + \frac{Q}{F(L, K)} \left\{ \frac{\partial F}{\partial L} \left(\frac{dL}{dt} \right) + \frac{\partial F}{\partial K} \left(\frac{dK}{dt} \right) \right\} \quad (14)$$

Dividiendo a la toda la expresión (14) por Q, tenemos que

$$\frac{dQ/dt}{Q} = \frac{dTg/dt}{Tg} + \frac{\partial F}{\partial L} \left(\frac{L}{F(L, K)} \right) \left(\frac{dL/dt}{L} \right) + \frac{\partial F}{\partial K} \left(\frac{K}{F(L, K)} \right) \left(\frac{dK/dt}{K} \right) \quad (15)$$

Sí $\frac{\partial F}{\partial L} \left(\frac{L}{F(L, K)} \right)$ es la elasticidad de la gestión de residuos factor trabajo (L) y; $\frac{\partial F}{\partial K} \left(\frac{K}{F(L, K)} \right)$ es la elasticidad de la gestión de residuos del factor capital, y; los otros elementos de la ecuación consideramos como tasa de crecimiento, la expresión (15) ordenadamente se puede expresar como:

$$\hat{Q} = \hat{Tg} + \eta_{L, Q} \hat{L} + \eta_{K, Q} \hat{K} \quad (16)$$

Esta expresión nos explica, la tasa de crecimiento de la gestión de residuos sólidos, la que se atribuye a la variación porcentual de sus componentes. Es decir, el crecimiento sostenido de la gestión de residuos sólidos municipales es resultado del mejoramiento propio de la tecnología (Tg), que al mismo tiempo dinamiza la mayor productividad de la fuerza de trabajo (L) y la mayor productividad del factor capital en una proporción multiplicados por sus respectivas elasticidades de los factores de producción.

Al respecto, R.M. Solow en una actividad distinta cuando estudio la producción en la economía de Estados Unidos entre 1909 y 1949, estimó que el crecimiento de la producción nacional, debido a un mejoramiento tecnológico en términos de la ecuación descrita tenía los siguientes valores:

$\hat{Q} = 2,75$ Tasa de crecimiento % promedio de la producción por año.

$\hat{L} = 1,0$ tasa de crecimiento % promedio anual de Q, debido al empleo de L.

$\hat{K} = 1.75$ tasa de crecimiento % promedio anual de Q, debido al empleo de K.

$\eta_{L,Q} = 0,65$ Elasticidad trabajo de la producción por año, nos indica el nivel de variación % en que se incrementa la producción por cada 1% de incremento en el nivel de empleo de “L”.

$\eta_{K,Q} = 0,35$ Elasticidad capital de la producción por año, nos indica el nivel de variación % en que se incrementa la producción por cada 1% de incremento en el nivel de empleo de “K”.

Calculando la tasa de crecimiento real anual de los factores trabajo y capital en la producción, tenemos:

$$\eta_{L,Q}\hat{L} = 0,65(1) \rightarrow \eta_{L,Q}\hat{L} = 0,65$$

$$\eta_{K,Q}\hat{K} = 0,35(1,75) = \eta_{K,Q}\hat{K} = 0,61$$

La tasa de crecimiento en que influye la tecnología sobre la producción se calcula restando a la tasa de crecimiento de la producción total anual, las tasas reales de crecimiento de los factores trabajo y capital (L,K) sobre la producción

$$\widehat{Tg} = 2,75 - 0,65(1,0) - 0,35(1,75) = 1,49$$

Estos resultados hallados por Solow, nos evidencia que el mejoramiento tecnológico tiene un potencial impacto en el crecimiento de la economía de EE. UU de 1.5%. Mientras sus impactos en la tasa de crecimiento total de cada uno de los factores L y K, es de 1.0% y 1.75%, que expresados conjuntamente con sus elasticidades han generado un crecimiento real de 0.65% y 0,61% respectivamente, siendo el crecimiento de la producción debido a la tecnología de 1.49 %; donde la suma de las tasas de crecimiento registra una tasa de crecimiento total de la producción de 2.75%.

Esta evidencia debe reproducirse en la gestión de residuos sólidos, puesto que el progreso tecnológico; además, de tener un impacto individual primario, tiene un impacto indirecto o secundario a través de las productividades de los factores L y K. En este sentido, el esfuerzo de los municipios de innovar, mejorar o modernizar el estado tecnológico ya sea comprando maquinarias y capacitando trabajadores para su manejo, monitoreo y otros como la organización de mejores métodos de limpieza, recolección y transporte y disposición en el relleno sanitario, contribuyen significativamente en la gestión de residuos sólidos.

Los contextos municipales de esta naturaleza siempre están asociados a brindar una mejor gestión, sin dejar de lado; que siempre deben estar optimizando ya sea la asignación de recursos o la gestión de residuos sólidos.

4.4. Los costos de una gestión de residuos sólidos municipales

La gestión de residuos sólidos municipales se debe desarrollar dentro un marco conceptual de la empresa, lo que le permitiría manejar de la mejor manera los recursos asignados por el estado, así como los recursos de arbitrios que se cobran por limpieza pública, recolección de residuos y el transporte al relleno sanitario. Dicho de paso, cabe indicar que el valor de estos arbitrios cobrados por los municipios en todas las municipalidades y países en realidad es irrisorio (una propina). Sí,

se piensa que el generador debe pagar el valor real de la gestión.

La definición de costos es bastante compleja en la teoría económica, y es más compleja en el caso de gestión de residuos sólidos, porque en este caso específico, habría que incluir el costo de las externalidades que produce mientras esté depositado en botaderos legales, ilegales o clandestinos.

Los economistas distinguen y definen hasta cuatro costos. El primero y más importante para los profesionales de esta área son los costos sociales o de oportunidad, le sigue el costo económico, los costos contables y los costos por externalidades.

4.4.1. Los costos sociales o de oportunidad de la gestión de residuos

Dado que los recursos con que cuenta las municipalidades son limitados, la decisión de asignar recursos y desarrollar la gestión de residuos sólidos implica obligatoriamente renunciar a desarrollar alguna otra actividad de carácter municipal. Por ejemplo, si el municipio ha tomado la decisión de priorizar la gestión de residuos sólidos, utilizando una determinada cantidad de los Factores L y K y, mantener limpia la ciudad sin contaminación; implícitamente ha renunciado a ejecutar por decir un santuario religioso o turístico con los mismos recursos. En términos de costos esto significa que el costo de dejar hacer el santuario religioso o turístico es el costo de oportunidad de ejecutar la gestión de residuos sólidos.

Normalmente, los costos de oportunidad se visualizan monetariamente y entre dos alternativas. Si el costo de hacer el santuario es de 12 millones y el costo de la gestión residuos es de 10 millones, el costo de oportunidad de la gestión de residuos sólidos es de 12 millones. En este sentido, el costo de oportunidad es la renta, la ganancia o la pérdida de una empresa cuando utiliza recursos específicos para hacer un proyecto en comparación a otro.

El costo de oportunidad o costo social de oportunidad básicamente es una conceptualización que es útil en toda decisión racional del hombre, en la que, además del aspecto económico, hay muchos otros aspectos que influyen en la decisión de priorización.

4.4.2. Los costos económicos en la gestión de residuos sólidos

Los economistas definen el costo económico en función a la valoración del recurso. En este sentido el costo económico de un recurso cualquiera es el precio de contratación o compra que debe pagarse a un factor para mantenerlo en su empleo actual. Dicho de otra manera, el costo económico de un factor es la remuneración que recibiría en su mejor empleo alternativo.

En este sentido, los economistas incorporan en el proceso productivo los costos de trabajo, como costos explícitos o corrientes considerando siempre que su retribución es la remuneración que recibe en su mejor empleo (Al igual que los contadores). De manera similar los economistas consideramos que los costos de capital deben incorporarse al proceso productivo considerando el alquiler que recibiría la hora máquina en su mejor uso alternativo (diferente al de los contadores). O sea, desde el punto de vista económico las remuneraciones de los trabajadores y los alquileres son costos explícitos e implícitos. El costo de los demás factores de menor relevancia, pero que son accesorios de igual importancia, están considerados en el costo de capital.

Los costos de servicios, como lavado de indumentarias, mecánica especial y otros servicios, se computan como costos de acuerdo, con la pertinencia de que el servicio refuerza el trabajo o el factor capital.

4.4.3. Costo contable de la gestión de residuos sólidos

Los contadores perciben en la producción de un bien o servicio dos tipos de costos: los costos Directos y los costos indirectos. Los costos directos son aquellos factores visibles en el producto, tales como el costo de la mano de obra y costos de la materia prima que directamente

participan en su elaboración. En cambio, los costos indirectos, son aquellos que no son visibles en el producto como el costo del capital y otros esfuerzos adicionales que naturalmente se pueden percibir en el producto, pero que su cuantificación es complicada y por ello, los contadores, para su cálculo estiman de acuerdo con los costos históricos, como por ejemplo los costos de capital cargan prorrateando la depreciación del capital (normas fiscales). Es decir, formulan los costos con el valor explícito de los factores productivos.

Los costos en general se clasifican en costos variables y costos fijos ($C = CV + CF$). Tanto economistas como contadores reconocen esta clasificación, sin embargo, en sus cálculos de costos los hacen desde el punto de vista de los costos implícitos los economistas, en cambio los contadores solo consideran los costos explícitos. Es decir, al contador únicamente le interesa el costo financiero de la gestión de los residuos sólidos.

4.4.4. Los costos por externalidades

Son aquellos costos que están asociados a las incomodidades, la contaminación ambiental y otros perjuicios que genera la gestión de residuos sólidos, a los vecinos y población en general y que no es posible incorporar en los costos de la gestión de residuos sólidos o presupuesto de operación. Básicamente, porque no tienen un valor de mercado.

4.5. Los costos y la combinación de recursos en la optimización de la gestión de residuos sólidos

4.5.1. La optimización de la gestión de residuos sólidos en el corto plazo

El costo se define como el conjunto de pagos que se realiza por el uso de los diferentes factores que intervienen en la gestión de residuos sólidos (Q). Desde el punto de vista público como de la empresa, es la inversión que realiza en la búsqueda de un beneficio social en el caso

de ser pública y en el segundo caso es el beneficio económico. Y, en ambos casos existen dos supuestos simplificadores sobre los factores que se utilizan.

1. Al igual que en la función de gestión de residuos sólidos, en la función de costos también solo serán considerados dos factores Trabajo (L) y capital (K); los otros costos de materiales auxiliares e indirectos (empresariales y costos de oportunidad) se asocian o están comprendidos en capital.
2. Los factores de producción trabajo (L) y (K) se contratan en un mercado cuasi competencia perfecta. O sea, los municipios pueden contratar o comprar a los dueños de L y K, la cantidad que deseen a los salarios (P_W) y precios (P_K) vigentes en el mercado. en consecuencia, los precios de los factores son “parámetros”, que deben tener en cuenta los municipios, para tomar la decisión de asignar los recursos L y K a la gestión de residuos sólidos.

En el marco de estos supuestos simplificadores, el costo total de la gestión de residuos sólidos depende directamente de la función de gestión de residuos, la que se define, matemáticamente como sigue:

$$C = C[Q(L, K)] \quad (1)$$

En esta función, L y K son las cantidades necesarias para llevar una gestión de residuos sólidos. Es decir, describe las opciones tecnológicas a las que el municipio se enfrenta. Pero, su disponibilidad solo es posible sí se contratan o compran a los precios de mercado. Por tanto, la función de costos se transforma en las siguientes relaciones.

Si el Costo es de corto plazo, la gestión de residuos sólidos sólo depende del factor variable, mientras los otros permanecen fijos. Lo que se expresa como

$$C = C[Q(L)] \quad (2)$$

Explícitamente la ecuación (2) se expresa como:

$$C = C(L) + CF \quad (3)$$

En este caso, el municipio maximiza la gestión de residuos sólidos (Beneficio social de los usuarios) sujeto al costo de corto plazo, lo que se expresa como:

$$Q_{Max} = Q(L) - C(L) - CF \quad (4)$$

Por ejemplo: Supongamos, que el municipio de la economía Marsiana, posee la siguiente función de gestión de residuos sólidos. $Q = 650L - L^2 - 10L - 100$. Donde Q es la cantidad de residuos sólidos gestionados en miles de toneladas y L es la cantidad de trabajadores. Responda ¿cuál es el nivel de empleo y la cantidad máxima de residuos sólidos que la municipalidad dispone en el relleno sanitario?, graficar con los resultados obtenidos.

La solución optimizada de la gestión de residuos sólidos, implicar resolver la ecuación:

$$Q = 650L - 2L^2 - 10L - 50.000 \quad (5)$$

Reduciendo la función de gestión de residuos sólidos y luego derivando respecto de L (Trabajo) e igualando a cero tenemos:

$$Q = 640L - 2L^2 - 50.000 \quad (6)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial L} = 0 \leftrightarrow \text{igual a: } 640 - 4L = 0 \rightarrow 640 = 4L$$

$$\text{Por tanto: } L = \left(\frac{640}{4}\right) \rightarrow L = 160 \quad (7)$$

Reemplazando (7) en (6) tenemos:

$$Q = 640(160) - 2(160)^2 - 50.000$$

$$Q = 200 \text{ Mil Tonelas}$$

Como se observa, nuestro municipio hipotético con un nivel de empleo de 160 trabajadores

gestiona la máxima cantidad de 200 mil toneladas métricas por año. Si adicionalmente consideramos que el costo de alquiler de maquinarias y equipos es de 22,000 unidades monetarias y el salario de un trabajo es de 90 unidades monetarias; entonces el costo es igual a:

$$C = C(L) + CF = wL + CF$$

$$C = 90(160) + 22,000$$

$$C = 14,400 + 22,000$$

$$C = 36400 \text{ U.M.}$$

4.5.2. El costo de optimización de largo plazo

Si el Costo es de largo plazo, la gestión de residuos sólidos depende de la variación de todos los costos, Es decir, el municipio debe saber cuánto cuesta contratar trabajadores y capital. Si consideramos que las remuneraciones (Salario) diarias de cada trabajador es P_W , entonces si multiplicamos por la cantidad de trabajadores a contratar durante un día, el costo total diario del factor trabajo es de $P_W L$. Similarmente, asumamos que, en el mercado de capitales, el alquiler del capital por día es P_K , si multiplicamos este precio por la cantidad de capital K , utilizados por día, entonces el costo total por día del capital es de $P_K K$, por lo que la expresión de costos (1) formalmente queda formulada como:

$$C = P_W L + P_K K \quad (4)$$

La función y objetivo fundamental del municipio es la gestión de residuos sólidos, que comprende las actividades de Limpieza pública, la recolección de los residuos domiciliarios, el transporte y disposición en el relleno sanitario. Por lo que en esta teoría formularemos los Costos en términos generales, pero orientado a que se cumpla los objetivos municipales. En efecto La ecuación (4) se define como un isocosto.

4.5.3. Isocosto

Es el conjunto de alternativas o combinaciones de L y K, compatibles con el valor del costo de una gestión de residuos sólidos. El municipio en el largo plazo modifica la cantidad seleccionada del conjunto de factores, con los que lleva a cabo la gestión de residuos. Para ello debe conocer los precios de los factores L y K. Es decir, el municipio debe saber cuánto cuesta contratar trabajadores y capital. Situación que se expresa a través de una ecuación lineal, que resulta de resolver la ecuación (4), para el factor K, como:

$$K = \frac{C}{P_k} - \frac{P_L}{P_k} L \quad (5)$$

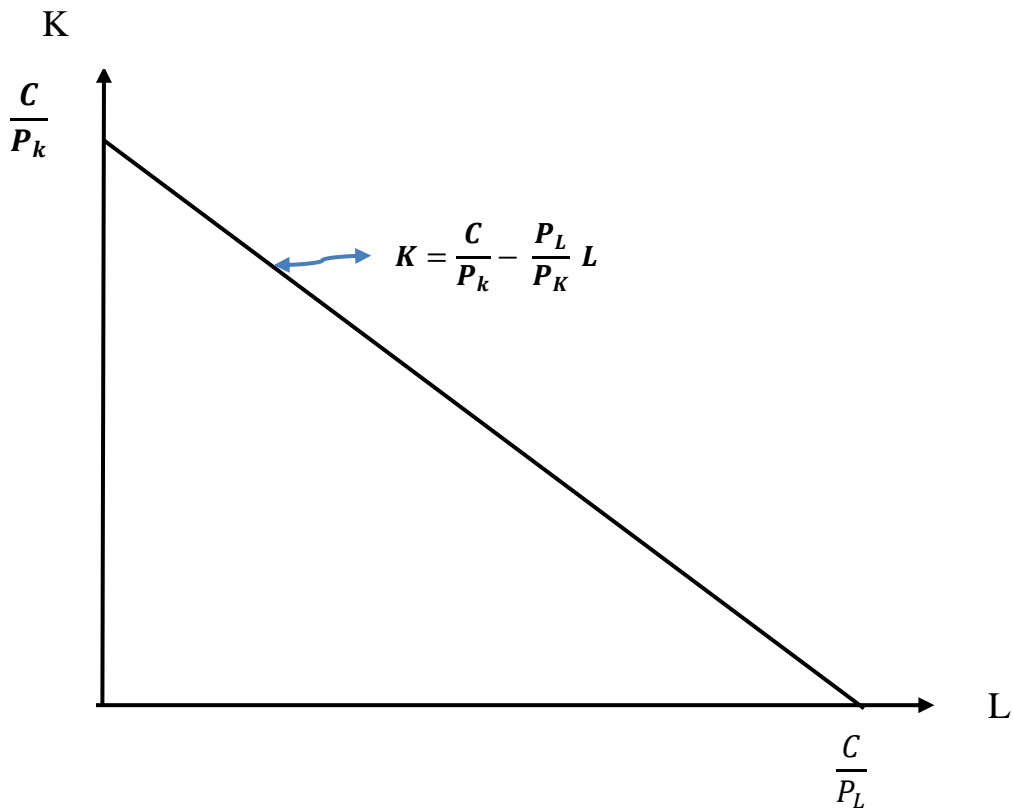
La ecuación anterior es una recta de pendiente negativa, lo cual nos explica que se puede intercambiar capital por trabajo o viceversa, manteniendo constantes el costo total (C). En este sentido, el isocosto nos muestra el conjunto de alternativas de L y K, que tienen el mismo costo.

La relación de precios $\left(\frac{P_L}{P_k}\right)$, expresa la tasa de intercambio del factor K por cada unidad adicional de L. O sea, nos explica cuántas unidades monetarias en términos del valor de capital son necesarios para intercambiar una unidad de trabajo, con el cual se tiene el mismo costo total.

En el espacio cartesiano de factores de gestión de residuos sólidos, el factor L se grafica en el eje horizontal, mientras el factor K se grafica en el eje vertical. El intercepto de la cantidad de trabajo en el eje horizontal es igual a C/P_L y el intercepto de K en el eje vertical es C/P_K .

Figura 11

Curva de isocosto



Nota: Elaboración propia

La línea de isocosto como un elemento esencial de la gestión de residuos sólidos está sujeto a desplazamientos, y se pueden producir por tres razones fundamentales: i) las variaciones positivas o negativas de costos (C), en el primer caso se desplaza hacia arriba y hacia la derecha y, en el segundo caso se desplaza hacia abajo y hacia la izquierda, en ambos casos el desplazamiento es paralelo, puesto que los precios de los factores L y K no han sufrido alteraciones y por tanto tampoco cambia la pendiente. ii) El isocosto, también puede desplazarse por los cambios en los precios de los factores L y K, cuya orientación de desplazamiento depende justamente de la influencia de estos precios que modifican la pendiente del isocosto, por lo que el

desplazamiento puede tomar cualquier forma.

Finalmente, el isocosto, sufre desplazamientos por un cambio simultaneo tanto de los costos (C) como en los precios (P_L, P_K), sus desplazamientos también pueden tomar cualquier forma o incluso no modificarse si los costos y los precios varían en forma proporcional.

4.5.4. La minimización de costos y la gestión máxima de residuos sólidos

La estratégica política de un municipio debe ser la de tener una ciudad limpia, moderna y acogedora, pero tiene que hacerlo dentro de sus limitaciones económicas comprando los factores L y K, con los cuales maximizar la gestión total de residuos sólidos.

Esto nos indica que el municipio se enfrenta a un problema de minimización de costos de la gestión de residuos (C) conocida la gestión total de residuos sólidos (Q). Es decir, minimiza los costos, sujeto a la gestión total de residuos sólidos, que resulta de resolver las dos ecuaciones:

$$\text{Min } C = P_L L + P_K K \quad (5)$$

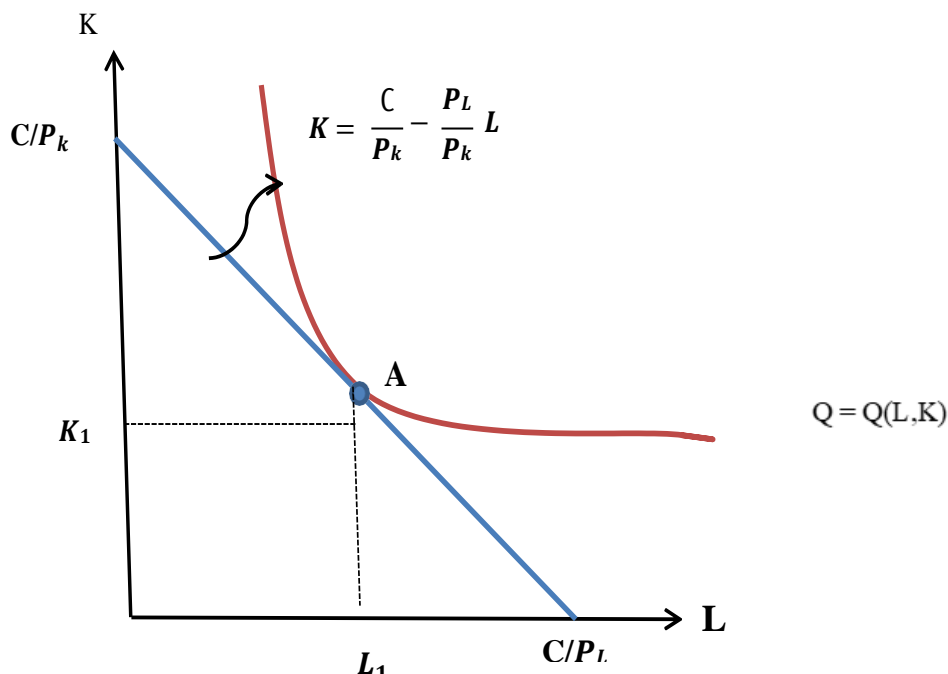
$$\text{Sujeto a: } Q = Q(L, K) \quad (6)$$

En efecto, un municipio para minimizar los costos de una determinada cantidad total de gestión de residuos sólidos debe elegir una determinada combinación de L y K de la isocuanta, de tal manera que la relación marginal de sustitución de intercambiar L por K del isocosto (Pendiente de isocosto) sea igual a la relación marginal de sustitución técnica de L por K de la icocuanta (pendiente de la isocuanta). Es decir, cuando la razón de la gestión marginal del trabajo sobre la Gestión marginal del capital es igual a la razón de precios del trabajo (P_L) y capital (P_K). Dicho en otras palabras, cuando el isocosto es tangente a la isocuanta más alta posible de la gestión de residuos sólidos. Gráficamente esta situación se visualiza cuando la recta de isocosto $K = \frac{C}{P_K} -$

$\frac{P_L}{P_K} L$, es tangente a la isocuanta $Q = Q(L, K)$, en el punto A.

Figura 12

Equilibrio de la gestión de residuos sólidos



La minimización del costo de la gestión de residuos sólidos (optimización del costo-gestión) debe de satisfacer tres condiciones:

La condición de primer orden (CPO), implica que en el punto A, La relación marginal de sustitución técnica de trabajo por capital ($RMST_{L,K}$) es igual a la razón de precios (P_L/P_K) de los factores L y K utilizados en la gestión. Esta condición de optimización o equilibrio, también se puede expresar igualando la razón de la gestión marginal de trabajo (GMgL) sobre la gestión marginal del capital (GMgK) con la pendiente del isocosto que viene a ser simplemente la razón de precios (P_L/P_K).

$$\text{C.P.O: } (RMST_{L,K}) = (P_L/P_K) = (GMgL/GMgK)$$

La condición de segundo orden (CSO) necesaria y suficiente, nos indica que la suma de los

desembolsos en la contratación o compra de L y K, deben ser igual al costo total estimado (Presupuesto) de la gestión de residuos sólidos.

$$C = P_L L + P_K K$$

La condición de tercer orden (CTO), nos indica que el costo mínimo de la gestión de residuos sólidos es óptimo, cuando la gestión marginal (productividad Marginal) de los factores L y K, son no negativas, el cual garantiza que la gestión se lleva a cabo en la segunda etapa de la gestión de residuos sólidos.

Supongamos que un pequeño municipio de unas cincuenta mil viviendas (50,000), tiene un presupuesto de tres millones de unidades monetarias (3.000.000 u.m.), para llevar a cabo la gestión de residuos sólidos. Sí contrata cada factor de trabajo por año con treinta mil unidades monetarias (30.000 u.m.) y el factor capital contrata por año con sesenta mil unidades monetarias (60.000 u.m.); y la cantidad de personas que trabajan es de 50 unidades con un capital de 25 unidades. ¿simular la gestión máxima de residuos sabiendo que $Q = L, K$. y la gestión marginal (Productividad marginal) de los factores trabajo (L) y capital (K) es de 4000 y 8000 respectivamente?

La solución del problema conocido las gestiones marginales de L y K, Los precios de contratación anual y las cantidades de L y K, sencillamente consiste en demostrar las condiciones de equilibrio. O sea:

Se calcula: (i) la condición de primer orden (CPO): $(RMST_{L,K}) = (P_L/P_K) = (GMgL/GMgK)$

$$\frac{GMgL}{GMgK} = \frac{P_L}{P_K} \rightarrow \frac{4000}{8000} = \frac{30.000}{60.000} = \frac{1}{2}$$

(2) la Condición de segundo orden (CSO): $C = P_L L + P_K K$

$$3.000.000 = 30.000(50) + 60.000(25)$$

$$3.000.000 = 3.000.000$$

(3) la Condición de tercer orden (CTO): $GMg_L > 0$, O sea, $(4000 > 0)$ y $GMg_K > 0$, O sea, $(8000 > 0)$

La gestión total de residuos es de; $Q = (25)(50) \rightarrow Q = 1250$ toneladas de residuos sólidos dispuestos en el relleno sanitario.

La minimización de costos sujeto a la función de gestión total de residuos sólidos es un problema de optimización. Por cuanto que para minimizar los costos totales de una gestión de residuos sólidos es necesario formular la ecuación de Lagrange, con las ecuaciones (5) y (6), tal como:

$$\text{Min } L = P_W L + P_K K + \lambda [Q - Q(L, K)] \quad (7)$$

Derivando parcialmente la ecuación (7) respecto de la cantidad de cada uno de los factores L, K y lambda (λ), luego igualando a cero cada uno de ellos obtenemos las condiciones de primer orden (CPO) para alcanzar el mínimo sujeto a restricciones. Es decir:

$$\frac{\partial L}{\partial L} = P_W - \lambda \frac{\partial Q(L, K)}{\partial L} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial L}{\partial K} = P_K - \lambda \frac{\partial Q(L, K)}{\partial K} = 0 \quad (9)$$

$$Q - Q(L, K) = 0 \quad (10)$$

Dividiendo la expresión (8) entre la expresión (9) se obtiene la condición de primer orden (CPO), donde la relación marginal de sustitución técnica de trabajo por capital (GMg_L/GMg_K) es igual a la razón de precios de L y K, una vez simplificada lambda (λ).

$$\frac{GMg_L}{GMg_K} = \frac{P_L}{P_K} \quad (11)$$

Esta CPO, es el hilo de la madeja para determinar las demandas condicionales de los factores

L y K. cuyos valores hallados representan la combinación óptima, para hallar el costo total una vez calculada la gestión total de residuos sólidos.

Simulemos este proceso de optimización a través de un ejemplo hipotético. Supongamos que una municipalidad desea que su ciudad sea limpia, saludable y atractiva, para ello el municipio se propone como objetivo disponer anualmente el 100% de los residuos que genera la ciudad en el relleno sanitario. El municipio conoce que para ello tiene que contratar con jornadas de trabajo adecuadamente equipados con sus accesorios de trabajo (L), a un salario de P_W y vehículos recolectores adecuadamente equipados y mantenidas (K) a un precio de alquiler de P_k . Si se conoce que la gestión total de residuos sólidos esta especificada por la siguiente función de isocuanta $Q = 4L^{2/3}K^{1/3}$. El municipio desea conocer, cual es la cantidad de trabajo y capital necesarios que debe contratar para depositar el 100% de residuos en el relleno sanitario. Adicionalmente, desea saber el valor del costo total, una vez identificadas las demandas de L y K.

En efecto, el municipio está frente a un problema de minimización de costos, sujeto a una función de gestión anual total de residuos sólidos. Por consiguiente:

$$\text{Min } C = P_L L + P_K K \quad (12)$$

$$\text{S.a: } Q = 4L^{2/3}K^{1/3} \quad (13)$$

$$\text{Min } L = P_W L + P_k K + \lambda [Q - 4L^{2/3}K^{1/3}] \quad (14)$$

Derivando parcialmente la ecuación (14) respecto de L, K y λ , e igualando a cero cada uno de ellos la cantidad de cada uno de los factores L, K y λ , igualando a cero cada uno de ellos y luego dividiendo las ecuaciones resultantes tenemos:

$$\frac{\partial L}{\partial L} = 0 \leftrightarrow P_W - \frac{8K^{1/3}}{3L^{1/3}} = 0 \rightarrow P_W = \frac{8K^{1/3}}{3L^{1/3}} \quad (16)$$

$$\frac{\partial L}{\partial K} = 0 \leftrightarrow P_K - \frac{4L^{2/3}}{3K^{2/3}} = 0 \rightarrow P_K = \frac{4L^{2/3}}{3K^{2/3}} \quad (17)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \leftrightarrow Q - 4L^{\frac{2}{3}}K^{\frac{1}{3}} = 0 \rightarrow Q = 4L^{\frac{2}{3}}K^{\frac{1}{3}} \quad (18)$$

Dividiendo la ecuación (16) entre la ecuación (17), tenemos la siguiente relación:

$$\frac{P_W}{P_K} = \frac{\frac{8\lambda K^{1/3}}{3L^{1/3}}}{\frac{4\lambda L^{2/3}}{3K^{2/3}}} \rightarrow \frac{P_W}{P_K} = \frac{2K}{L} \quad (19)$$

Resolviendo la ecuación (19) tenemos los resultados iniciales de L y K.

$$L = \frac{2P_K K}{P_W} \quad (20)$$

$$K = \frac{P_W K}{2P_K} \quad (21)$$

Reemplazando (20) en la ecuación (2) o ecuación (18) tenemos la demanda condicional de capital (K).

$$K^C = \left(\frac{P_W}{2P_K}\right)^{2/3} * \frac{Q}{4} \quad (22)$$

$$L^C = \left(\frac{2P_K}{P_W}\right)^{1/3} * \frac{Q}{4} \quad (23)$$

Estas dos ecuaciones nos explican la cantidad de trabajo (L) y la cantidad de capital (K), que deben ser contratadas para disponer el 100% de residuos sólidos en el relleno sanitario. Sin embargo, es necesario conocer el costo total de la gestión. Por tanto, es necesario hallar la función de costo total de la gestión, que se obtiene reemplazando las funciones de demanda condicional de L y K, (Ecuaciones 23 y 22) en la ecuación (1) de costos. O sea:

$$C = P_W \left[\left(\frac{2P_K}{P_W}\right)^{1/3} * \frac{Q}{4} \right] + P_K \left[\left(\frac{P_W}{2P_K}\right)^{2/3} * \frac{Q}{4} \right] \quad (24)$$

$$C = \frac{3P_W^{2/3} P_K^{1/3} Q}{4(2)^{2/3}} \quad (25)$$

De esta manera calculamos el costo requerido, para disponer el 100% de residuos sólidos en el relleno sanitario o botadero oficial.

¿Cuál es el 100% de residuos sólidos generados en una ciudad? Calcular la cantidad total de residuos sólidos generados únicamente por la población es igual a:

- Residuos sólidos generados por la población:
- Residuos sólidos per cápita por día: RSp = 0.680 gramos por persona
- Número de habitantes: N = 220,000 habitantes
- Total, per cápita por año: TRSp = 0.680 (360) = 244.8 Kilogramos por año.
- Total, de residuos generados en la ciudad: TRSC = 220.000 (244,8) = 53.856.000 kilogramos.
- Convertidos en toneladas sería de 53.856 toneladas métricas por año.
- Por otro lado, es necesario agregar los residuos de la limpieza pública, los residuos comerciales, industriales y de las instituciones públicas de educación, salud y otras; así como también de las instituciones privadas. Que aproximadamente es de 85%. Por tanto, la cantidad total de residuos sólidos a disponer es de Q = 1.85 (53,856), entonces Q = 99,634 toneladas.

4.6. Optimización primal y dual de la gestión de residuos sólidos municipales

4.6.1. Optimización primal de residuos sólidos

Está referida al problema de la minimización de los costos (presupuesto) asociado a una

máxima gestión de residuos sólidos que deben llevar a cabo los municipios.

Consiste en asignar los recursos trabajo, capital y materiales auxiliares, con el objetivo de llevar a cabo la máxima gestión de residuos sólidos. En este sentido, es necesario identificar la combinación de los factores trabajo (L) y capital (K) de mínimo costo, que logre un nivel de gestión predeterminada, conocido los precios de los factores y la función de gestión de residuos sólidos.

El planteamiento matemático del problema de optimización se puede especificar del siguiente modo:

$$\mathbf{Mín } C = P_L L + P_K K \quad (25)$$

$$\mathbf{S. a: } Q = f(L, K) \quad (26)$$

Donde los precios de los factores P_L , P_K , la cantidad de los factores L y K, y la gestión de residuos sólidos municipales son no negativos.

En este contexto, la función de la gestión de residuos sólidos está sometida a la hipótesis de comportamiento racional de la institución municipal, de llevar a cabo la mejor gestión posible de residuos sólidos con el mínimo costo.

Especificada las ecuaciones 25 y 26, la optimización implica formular una tercera ecuación, que viene a ser la ecuación de Lagrange, la misma que se representa como:

$$\mathbf{Min. } L = P_L L + P_K K + \lambda [Q - f(L, K)] \quad (27)$$

La propiedad básica de la ecuación (27) de no negatividad se verifica ejecutando las derivadas parciales respecto de cada uno de los factores L, K y landa (λ), deben ser mayores que cero, porque el conjunto de combinaciones de L y K, que se encuentran en las funciones de isocosto e isocuanta son positivas, así como los resultados globales de costo total o gestión total de residuos también son positivas. En el marco de esta contextualización se encuentran las funciones de gestión

de residuos sólidos del tipo Cobb Douglas y CES.

Así mismo cabe indicar, que la primera condición de Kuhn Tucker, se obtiene al derivar parcialmente la función de Lagrange, respecto a cada uno de los factores (L y K) y con respecto a lambda (λ). Al dividir los resultados de la primera derivada de Lagrange respecto de L, sobre la derivada de Lagrange respecto de K, se obtiene la relación marginal de sustitución técnica ($RMS_{L,K}$), e igualando esta razón funcional a la razón de precios de L y K, se obtiene que la condición de equilibrio. O sea, si la relación Marginal de sustitución técnica de L y K son iguales a la razón de precios de estos mismos factores ($L'_L/L'_K = P_L/P_K$), entonces la isocuanta es tangente al isocosto, lo cual equivale a la propiedad de tangencia observada en el análisis de la gráfica del equilibrio de la gestión de residuos sólidos. Que matemáticamente, se puede expresar como:

$$\frac{P_L}{P_K} = \frac{\frac{\partial L}{\partial L}}{\frac{\partial L}{\partial K}} = \frac{P_L}{P_K} = \frac{GMg_L}{GMg_K} = \frac{P_L}{P_K} = \frac{K}{L} \quad (28)$$

Estas igualdades, significan que la razón de los precios monetarios (precio de contratación, remuneración o alquiler) de L y K, son iguales a las productividades marginales de los factores trabajo (L) y capital (K). En otras palabras, el municipio adquirirá unidades adicionales de un factor (Sea L o K) hasta que el cociente de sus respectivos precios sea igual al valor del cociente de las productividades marginales de los mismos factores contratados.

Resolviendo la ecuación 28, para K y L, y reemplazando, primero el valor de K en la ecuación (26) gestión de residuos sólidos se obtiene la demanda condicional de L. Seguidamente, reemplazando el valor de L, en la ecuación (26), se obtiene la demanda condicional de K. Estas demandas condicionales representan la combinación óptima de L y K, asignados a la gestión de residuos sólidos municipales. También se les puede llamar demanda Hicksianas de L y K, en

mérito a que John Hicks, que formulo la ecuación de gasto en la teoría del consumidor.

Posteriormente, reemplazando las demandas condicionales o Hicksianas de L y K, en la función de costos se obtiene el costo mínimo municipal en la gestión de residuos sólidos, para una cantidad predeterminada de residuos sólidos (Q), que puede ser calculado por el método del muestreo o mediante la proyección de las experiencias históricas de gestión de residuos.

En este sentido, la resolución de las condiciones de Kuhn Tucker, tomando los precios de los factores L y K, y la gestión deseada de residuos sólidos como parámetros, nos conduce a determinar las funciones de demanda condicional o Hicksiana de los factores L y K, que matemáticamente se puede expresar como:

$$L^C = L(P_L, P_K, Q) \quad (29)$$

$$K^C = K(P_L, P_K, Q) \quad (30)$$

Las funciones (29) y (30) nos indican que la cantidad adecuado de L y K que se deben utilizar, dado los precios P_L y P_K , para minimizar los costos de una cantidad de gestión deseada de residuos Q; están plenamente garantizadas por estas dos ecuaciones.

Así mismo, la función del multiplicador landa (λ) dado los precios de L y K y la gestión deseada de residuos sólidos $\lambda(P_L, P_K, Q)$, se llama también precio sombra de la gestión de residuos sólidos; porque nos explica la cuantía en que aumenta el costo por cada unidad adicional de gestión de residuos sólidos dispuestos en el relleno sanitario, medidos en toneladas. Esto nos explica también la remuneración adecuada que reciben los factores L y K, en su mejor empleo actual.

Igualmente, la función de costos minimizado tras sustituir las funciones de demandas condicionales de L y K, dada la cantidad predeterminada de residuos sólidos a gestionar al relleno sanitario, implícitamente se puede expresar como:

$$C^* = C(P_L, P_K, Q) \quad (31)$$

Por otro lado, la ciencia económica y la optimización matemática, nos enseña que a partir de la ecuación de costos minimizado y expresado como la función (31), nos permite volver a obtener las ecuaciones de demanda condicional o Hicksianas de L y K, halladas como las funciones (29) y (31); mediante la aplicación del teorema de “Lema Shephard”. Que simplemente consiste en Derivar la función de costos minimizados respecto del precio de los factores L y K. El mismo procedimiento se realiza para hallar la demanda condicional del factor capital (K). La que se puede expresar como sigue:

$$L^C = \frac{\partial C^*/\partial P_L}{\partial C^*/\partial Q} = L^C = L(P_L, P_K, Q) \quad (32)$$

$$K^C = \frac{\partial C^*/\partial P_K}{\partial C^*/\partial Q} = K^C = K(P_L, P_K, Q) \quad (33)$$

Las ecuaciones halladas, dan lugar a una solución única en la optimización de residuos sólidos, tanto desde el punto de vista de los requerimientos de factores, como de los costos. En consecuencia, corroboran o confirman la consistencia de la hipótesis planteada, en el sentido de que la gestión de residuos sólidos es un problema de optimización primal.

4.6.2. El problema de optimización dual

La optimización dual, consiste en resolver el problema original por otro procedimiento metodológico y llegar a los mismos resultados de optimización.

Tomando en cuenta las funciones establecidas en la optimización primal, podemos darnos cuenta, que entre ellas existe relaciones de dualidad. Pues, si la optimización primal es la minimización de los costos sujeto a una función predeterminada de gestión de residuos sólidos; entonces también es posible la optimización dual, en la que se maximiza la gestión de residuos sólidos sujeto a una función predeterminada de costos (O presupuesto).

La responsabilidad de los municipios es siempre garantizar una buena gestión de residuos sólidos en los siguientes años o períodos, que esta expresada por la función de gestión, que matemáticamente siempre se expresa como:

$$Q = Q(L, K) \quad (34)$$

Y para ello, normalmente formulan un presupuesto por anticipado, que posteriormente se ven reflejadas en la cantidad de residuos sólidos gestionados hacia el relleno sanitario. Dicho de otra manera, la cantidad de residuos a gestionar ahora está sujeta, al que normalmente se conoce como la ecuación de costos, que matemáticamente se expresa como:

$$C = P_L L + P_K K \quad (35)$$

En efecto el problema dual consiste en Maximizar la ecuación (34) sujeto a la función (35).

O sea:

$$\text{Max } Q = Q(L, K)$$

$$\text{S.a: } C = P_L L + P_K K$$

La maximización de la gestión de residuos sólidos sujeto al costo o presupuesto municipal programado, nuevamente nos conlleva a formular una tercera función llamada la ecuación de Lagrange, que matemáticamente se expresa como:

$$\text{Máx } \mathcal{E} = Q = Q(L, K) + \lambda (C - P_L L - P_K K) \quad (36)$$

En este escenario la función de la gestión de residuos sólidos nuevamente está sometida a la hipótesis de comportamiento racional de la institución municipal, de llevar a cabo la mejor gestión posible de residuos sólidos; sujeto al costo o presupuesto programado. O sea, en este caso la variable conocida es el presupuesto, al que es necesario ajustar la gestión de residuos sólidos dispuesto en el relleno sanitario.

Bajo este sistema dual de optimización, la primera condición de Kuhn Tucker se obtiene al derivar parcialmente la función de Lagrange, respecto a cada uno de los factores (L y K) y con respecto a lambda (λ). Al dividir los resultados de la primera derivada de Lagrange en toda su extensión, obtenemos que la relación marginal de sustitución técnica de trabajo por capital ($RMST_{L:K}$) es igual a razón de precios (P_L/P_K). Es decir:

$$(L'_L/L'_K) = (P_L/P_K) \quad (37)$$

La ecuación (37) equivale a decir que la municipalidad maximiza la gestión de residuos sólidos dispuesto en el relleno sanitario, cuando la recta de isocosto (presupuesto) es tangente a la curva de isocuantas más alta posible, donde la pendiente de ambas funciones es igual.

También se puede decir, que la municipalidad maximiza la gestión de residuos sólidos, seleccionando aquellos niveles de empleo de L y K, para los cuales la relación marginal de sustitución técnica de L por K es igual a la razón de precios (P_L/P_K); lo que nos explica la propiedad de tangencia observada en el análisis de la gráfica del equilibrio de la gestión de residuos sólidos. O sea.

$$\frac{\frac{\partial L}{\partial L}}{\frac{\partial L}{\partial K}} = \frac{P_L}{P_K} = \frac{GMgL}{GMgK} = \frac{P_L}{P_K} = \frac{K}{L} \quad (38)$$

Las igualdades de la expresión (37), nos explica que un municipio maximiza la gestión de residuos sólidos, cuando la razón de las Productividades marginales de los factores L y K, son iguales a la razón de precios, o simplemente igual a la razón de sus costos unitarios de contratación de los factores L y K. En otras palabras, el municipio que optimiza la gestión de residuos sólidos adquirirá unidades adicionales de un factor (Sea L o K) hasta que sus respectivas productividades marginales de gestión sean iguales a sus respectivas remuneraciones o precios de contratación.

Resolviendo la ecuación (38), para K y L, y reemplazando, primero el valor de K en la ecuación (35), función de costos de los residuos sólidos se obtiene la demanda ordinaria de L; luego reemplazando el valor de L, en la ecuación (35), se obtiene la demanda ordinaria de K. Estas demandas ordinarias representan la combinación óptima de L y K, asignados a la gestión de residuos sólidos municipales. Las que son representadas por las siguientes ecuaciones:

$$L^0 = L(P_L, P_K, C) \quad (39)$$

$$K^0 = K(P_L, P_K, C) \quad (40)$$

A continuación, reemplazando las demandas ordinarias de L y K, en la función de Gestión de residuos sólidos se obtiene la máxima cantidad (Q) de residuos sólidos gestionados al relleno sanitario a un costo mínimo total.

El costo mínimo o presupuesto del programa de gestión de residuos sólidos, es una información cuantitativa que se puede estimar de manera eficiente, utilizando la población total de la ciudad, y los presupuestos históricos de gestión de residuos sólidos. Su estimación puede ser utilizando una regresión lineal o simplemente, la fórmula del interés compuesto. En cualquiera de los casos el presupuesto calculado es una información predeterminada, pero a la vez importante, porque es la parte financiera de la gestión.

Las funciones (39) y (40) nos indican la cantidad adecuado de L y K que se deben utilizar para maximizar la gestión de residuos sólidos (Q), dado los precios P_L y P_K y el presupuesto (C) predeterminado del programa de gestión municipal de residuos.

En el escenario dual, el multiplicador landa (λ) dado los precios de L y K y el costo o presupuesto de la gestión de residuos sólidos $\lambda(P_L, P_K, C)$, se llama costo de oportunidad de la gestión de residuos sólidos; y, nos explica la cuantía en que aumenta la gestión de residuos sólidos

por cada unidad adicional en el costo.

Por otra parte, la función objetivo o de gestión de residuos sólidos tras sustituir las funciones de demandas ordinarias de L y K, que toma en cuenta el presupuesto y los precios de los factores. Implícitamente, se puede expresar como una función indirecta de costos:

$$Q^V = Q(P_L, P_K, C) \quad (41)$$

Por otro lado, utilizando los procedimientos matemáticos y las técnicas económicas de optimización, a partir de la función objetivo de gestión de residuos sólidos, expresado como la ecuación implícita (41), nos permite obtener nuevamente, las ecuaciones de demanda ordinaria de L y K, halladas como las funciones (39) y (40); mediante la aplicación de la “identidad de Roy”. Que resulta de dividir la derivada de la función de costos minimizado, primero respecto del precio del factor trabajo, sobre la derivada de la función de costos respecto de la gestión deseada de residuos sólidos. Luego se hace el mismo procedimiento para el factor K. La que se puede expresar como sigue:

$$L^O = \frac{\partial C^*/\partial P_L}{\partial C^*/\partial Q} = L^O = L(P_L, P_K, C) \quad (42)$$

$$K^O = \frac{\partial C^*/\partial P_K}{\partial C^*/\partial Q} = K^O = K(P_L, P_K, C) \quad (43)$$

Las ecuaciones halladas, dan lugar a una solución única en la optimización de residuos sólidos, tanto desde el punto de vista de los requerimientos de factores, como de los costos. En consecuencia, corroboran o confirman la consistencia de la hipótesis planteada, en el sentido de que la gestión de residuos sólidos es un problema de optimización Dual.

En la optimización primal, la gestión total de residuos sólidos dispuesto en el relleno sanitario (Q), debe quedar sustentada y reflejada en el valor del costo total (C). En este mismo

sentido, la optimización dual el costo o presupuesto (C) debe quedar sustentada en la gestión total de residuos sólidos (Q). Por tanto, entre la función de Costo total del primal (C^*) y la función indirecta de gestión de residuos sólidos costos del dual (Q^V) existe una relación de igualdad. O sea,

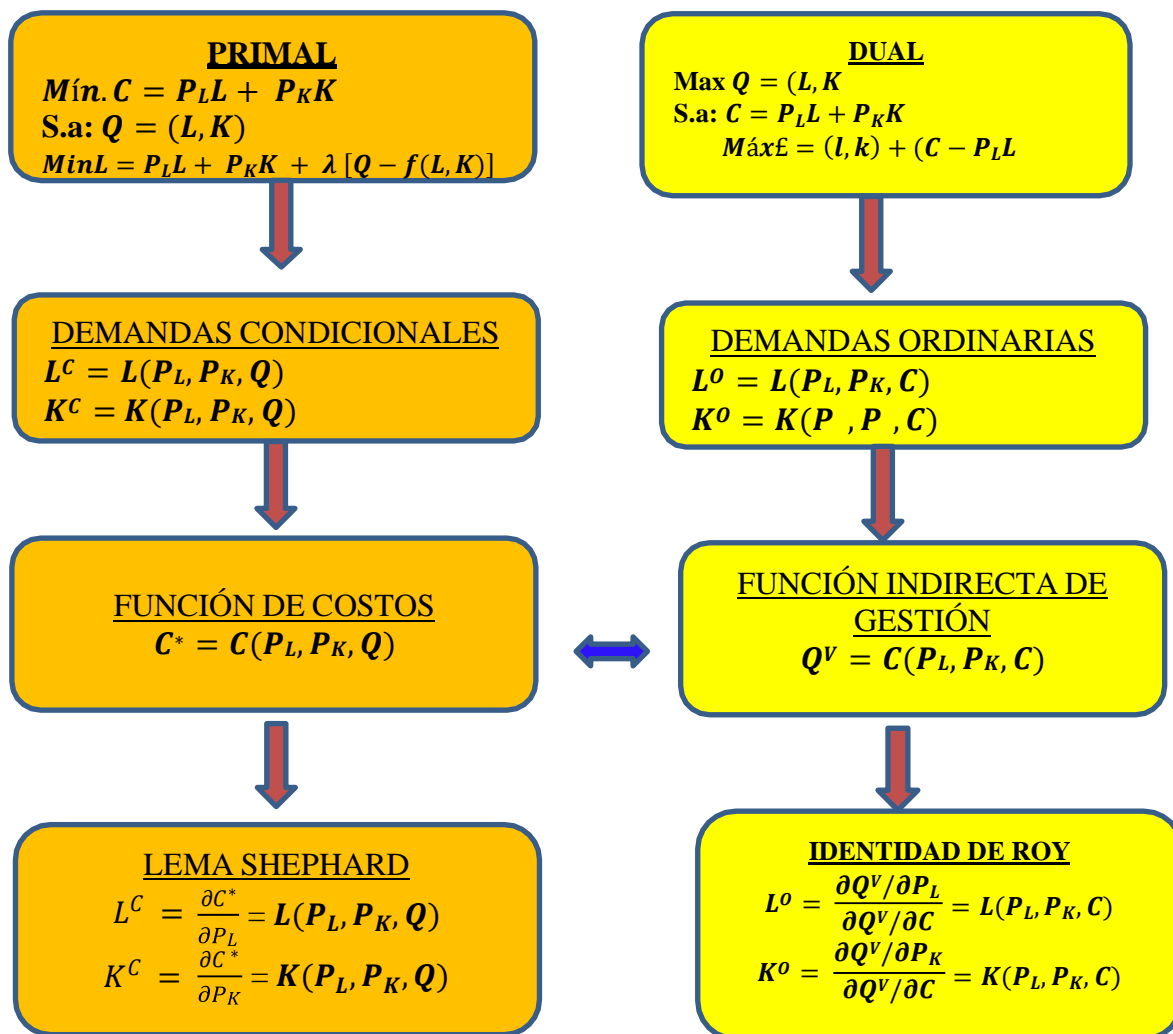
$$[C^* = C(P_L, P_K, Q)] = [Q^V = Q(P_L, P_K, C)] \quad (44)$$

La relación de igualdad (44), nos explica que estas funciones son recíprocamente iguales, por tanto, partiendo de la función de costo mínimo, se puede calcular la función indirecta de gestión de residuos sólidos y viceversa. Teniendo simplemente en cuenta que $C^* = Q^V$. Esto implica a la vez, que, si se conoce la función indirecta de gestión de RSU deducido, se puede calcular también las funciones de demanda condicional o Hicksiana. De la misma manera, si se conoce la función de costos total mínimo deducido, también se puede calcular las funciones de demanda ordinaria o Marshalliana. Igualmente, de las funciones de costo mínimo normalmente a través de la identidad de Lema Shephard se pueden volver a determinar las demandas condicionales. Como también de la función indirecta de costos, también se puede volver a calcular las funciones.

En la Figura. 13, en la parte del lado izquierdo se representa el proceso a través del cual se minimiza el costo C (Presupuesto), sujeto a la producción o gestión total de residus sólidos, en esllo se determina la combinación óptima de las cantidades de L y K condicionales que minimizan el costo (C), dado la cantidad total predeterminada de residuos sólidos a gestionar (Q). Mientras en el lado derecho, se maximiza la cantidad de residuos a gestionar (Q), dado el costo total (C) de gestión residuos sólidos.

Figura 13

Relaciones entre el problema primal y dual



Nota: Elaboración propia.

4.6.3. Caso hipotético

De acuerdo con el esquema de optimización primal y dual desarrollado, se presenta un ejemplo hipotético robusta y consistente. Para ello asumiremos algunos supuestos.

1. La función de gestión de residuos sólidos es del tipo Cobb Douglas, porque tienen el mismo grado de sensibilidad y responden a una función homogénea con rendimiento a escala constante.
2. La relación de proporciones entre L y K, y viceversa se mantienen constantes.
3. Los factores son perfectamente disponibles.

4. Primero se minimiza los costos, sujeto a la gestión de residuos sólidos (optimización primal), y en segundo término, se maximiza la gestión de residuos sólidos sujeto a costo o presupuesto (optimización dual).
5. Finalmente, se aplica el axioma de Lema Shephard y la identidad de Roy, para calcular las demandas condicionales y ordinarias respectivamente.

Supongamos que la gestión de residuos sólidos de una municipalidad “X”, se ejecuta bajo la siguiente función $Q = 10L^{2/3}K^{1/3}$. Simular el esquema de optimización primal y dual y luego graficar con los resultados obtenidos:

4.6.3.1 Optimización primal

Consiste en minimizar el costo o presupuesto municipal sujeto a la función de gestión de RS. O sea:

$$\text{Min. } C = P_L L + P_K K \quad (1)$$

$$Q = 10L^{2/3}K^{1/3} \quad (2)$$

$$\text{Min. } E = P_L L + P_K K + \lambda [Q - 10L^{2/3}K^{1/3}] \quad (3)$$

Derivando la ecuación respecto de los factores L , K y λ , tenemos:

$$\frac{\partial E}{\partial L} = 0 \leftrightarrow P_L - \frac{\lambda 20K^{1/3}}{3L^{1/3}} = 0 \rightarrow P_L = \frac{\lambda 20K^{1/3}}{3L^{1/3}} \quad (4)$$

$$\frac{\partial E}{\partial K} = 0 \leftrightarrow P_K - \frac{\lambda 10L^{2/3}}{3K^{2/3}} = 0 \rightarrow P_K = \frac{\lambda 10L^{2/3}}{3K^{2/3}} \quad (5)$$

$$\frac{\partial E}{\partial \lambda} = 0 \leftrightarrow Q - 10L^{2/3}K^{1/3} = 0 \rightarrow Q = 10L^{2/3}K^{1/3} \quad (6)$$

Para calcular la primera condición de equilibrio (CPO) se divide la expresión (4) entre la

ecuación (5).

$$\frac{P_L}{P_K} = \frac{\frac{\lambda 20 K^{\frac{1}{3}}}{3 L^{\frac{1}{3}}}}{\frac{\lambda 10 L^{\frac{1}{3}}}{3 K^{\frac{1}{3}}}} = \frac{P_L}{P_K} = \frac{2K}{L} \quad (7)$$

La expresión (7) es la condición de primer orden. Es decir, la razón de precios es igual a la razón de las gestiones marginales (productividades marginales) de los factores L y K. A partir de esta C.P.O.; al resolver para K y L, luego reemplazando primero el valor de K en la función de la gestión (Q) de R.SU, se halla la demanda condicional de L (L^C). Lo propio se hace con el valor de L, y se halla la demanda condicional de K (K^C). Los que son iguales a:

$$L^C = \left[\frac{2P_K}{P_L} \right]^{1/3} \cdot \frac{Q}{10} \quad (8)$$

$$K^C = \left[\frac{P_L}{2P_K} \right]^{2/3} \cdot \frac{Q}{10} \quad (9)$$

Una vez halladas las funciones de demandas condicionales L^C y K^C . Se calcula la función de costos o presupuesto necesario para la gestión de RSU (Q). Predeterminado (O sea, Q conocido), para lo cual se reemplaza en la ecuación (1) los valores de L^C y K^C .

$$C = P_L \left\{ \left[\frac{2P_K}{P_L} \right]^{1/3} \cdot \frac{Q}{10} \right\} + P_K \left\{ \left[\frac{P_L}{2P_K} \right]^{2/3} \cdot \frac{Q}{10} \right\} \quad (10)$$

$$C = \frac{3P_L^{2/3} P_K^{1/3}}{2^{2/3}} \cdot \frac{Q}{10} \quad (11)$$

La ecuación (11) es la función de costos reducido. Ahora, a partir de esta función se puede obtener las ecuaciones de demandas condicionales de L y K, aplicando simplemente, el teorema de Lema Shephard, que consiste en derivar la función de costo respecto del precio de cada uno de los factores. Cuyos resultados son:

$$L^C = \frac{\partial C}{\partial P_L} = \frac{2 \cdot 3 P_K^{1/3}}{3 \cdot 2^{2/3} P_L^{1/3}} \cdot \frac{Q}{10}$$

$$L^C = \frac{\partial C}{\partial P_L} = \frac{2^{1/3} P_K^{1/3}}{P_L^{1/3}} \cdot \frac{Q}{10} \rightarrow L^C = \left[\frac{2 P_K}{P_L} \right]^{1/3} \cdot \frac{Q}{10} \quad (12)$$

$$K^C = \frac{\partial C}{\partial P_L} = \frac{3 P_L^{2/3}}{3 \cdot 2^{2/3} P_K^{2/3}} \cdot \frac{Q}{10}$$

$$K^C = \left[\frac{P_L}{2 P_K} \right]^{2/3} \cdot \frac{Q}{10} \quad (13)$$

4.6.3.2. Optimización dual

Consiste en maximizar la gestión de residuos sólidos, sujeto al presupuesto del programa de gestión de municipal de RS. Es Decir:

$$\text{Máx. } Q = 10 L^{2/3} K^{1/3} \quad (14)$$

$$\text{S. a : } C = P_L L + P_K K \quad (15)$$

$$\text{Máx. } \mathcal{E} = 10 L^{2/3} K^{1/3} + \lambda [Q - 10 L^{2/3} K^{1/3}] \quad (16)$$

Derivando la ecuación respecto de los factores L, K y λ , tenemos:

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial L} = 0 \leftrightarrow \frac{\lambda 20 K^{1/3}}{3 L^{1/3}} - P_L = 0 \rightarrow \frac{\lambda 20 K^{1/3}}{3 L^{1/3}} = P_L \quad (17)$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial K} = 0 \leftrightarrow \frac{\lambda 10 L^{2/3}}{3 K^{2/3}} - P_K = 0 \rightarrow \frac{\lambda 10 L^{2/3}}{3 K^{2/3}} = P_K \quad (18)$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \lambda} = 0 \leftrightarrow C - P_L L + P_K K \quad (19)$$

Para calcular la primera condición de equilibrio (CPO) se divide la expresión (17) entre la ecuación (18).

$$\frac{\frac{1}{20K^{\frac{1}{3}}}}{\frac{1}{3L^{\frac{1}{3}}}} = \frac{\lambda P_L}{\lambda P_K} \rightarrow \frac{2K}{L} = \frac{P_L}{P_K} \quad (20)$$

La expresión (20) es la condición de primer orden. Es decir, la razón de las productividades marginales de los factores L y K, es igual a la razón de precios de los mismos factores. A partir de esta C.P.O.; al resolver para K y L, luego reemplazando primero el valor de K en la función de costos, se halla la demanda ordinal de L (L^O). Lo propio se hace para el valor de L, y se halla la demanda ordinaria de K (K^O). Los que son iguales a:

$$C = P_L L + P_K \left[\frac{P_L L}{2P_K} \right] \quad (21)$$

$$L^O = \frac{2C}{3P_L} \quad (22)$$

$$C = P_L \left[\frac{2P_K K}{P_L} \right] + P_K K \quad (23)$$

$$K^O = \frac{C}{3P_K} \quad (24)$$

Reemplazando las ecuaciones de demandas ordinarias de L^O y K^O , en la ecuación (14) de gestión de residuos sólidos (Q), se obtiene la función indirecta de gestión de residuos sólidos.

$$Q^V = 10 \left[\frac{2C}{3P_L} \right]^{2/3} * \left[\frac{C}{3P_K} \right]^{1/3} \quad (25)$$

$$Q^V = \frac{10 * 2^{2/3} C}{3P_L^{2/3} * P_K^{1/3}} \quad (26)$$

Y, a partir de la función indirecta de gestión de residuos sólidos (Q^V), aplicando la identidad de Roy, se vuelven a calcular las funciones de demanda ordinaria de L y K. O sea, las demandas ordinarias de L^O y K^O , resulta del cociente negativa de la derivada de la función indirecta de gestión (Q^V) respecto del precio de cada uno de los factores, sobre la derivada de la

misma función indirecta, respecto del costo. Tal como se ilustra.

$$L^0 = - \frac{\frac{\partial Q^V}{\partial P_L}}{\frac{\partial Q^V}{\partial C}} = - \frac{- \frac{2 \cdot 10 \cdot 2^{2/3} C}{3 \cdot 3 P_L^{5/3} \cdot P_K^{1/3}}}{\frac{10 \cdot 2^{2/3}}{3 P_L^{2/3} \cdot P_K^{1/3}}} \quad (27)$$

$$L^0 = \frac{2C}{3P_L} \quad (28)$$

$$K^0 = - \frac{- \frac{10 \cdot 2^{2/3} C}{3 \cdot 3 P_L^{2/3} \cdot P_K^{4/3}}}{\frac{10 \cdot 2^{2/3}}{3 P_L^{2/3} \cdot P_K^{1/3}}} \quad (29)$$

$$K^0 = \frac{C}{2P_K} \quad (30)$$

La consistencia del modelo nos permite también calcular a partir de la función indirecta de Gestión de RS (Q^V), la función de costos y viceversa.

De los fundamentos anteriores se concluye, que la Figura 11, nos reduce toda la teoría. Desarrollada en este capítulo. Así como su aplicación en la solución de problemas.

4.7. Análisis empírico

La consistencia y fortaleza de todo trabajo de investigación teórica se visualiza a través del análisis empírico. En este caso, en base a la información facilitada por la Municipalidad Provincial de Huamanga, se ha desarrolla cuatro simulaciones. La primera consiste en simular el modelo de gestión de residuos sólidos de corto plazo (Q). La segunda es la simulación del modelo primal de gestión de residuos sólidos en el largo plazo y la determinación de las demandas condicionales de L y K; la tercera es la simulación del modelo dual de largo plazo y las demandas ordinarias de L y K, y; la cuarta es la simulación de las relaciones entre el problema primal y dual, así como el cálculo de las demandas condicionales y ordinarias de L y K.

4.7.1. La gestión de residuos sólidos del centro urbano de la ciudad de Ayacucho-Huamanga en el corto plazo

El centro urbano de la provincia de Huamanga Ayacucho comprende los distritos de Ayacucho, San Juan Bautista, Carmen Alto, Jesús de Nazareno y el distrito de Mariscal Cáceres. A los cuales se les va a considerar como una sola institución en la gestión de residuos sólidos

En el corto plazo es necesario visualizar la relación matemática que existe entre la gestión total de residuos sólidos (Q) y el nivel de empleo del capital humano (L), manteniendo constante el stock de capital (K) y otros materiales auxiliares o adicionales que se utiliza. O sea, en general se trata de calcular la relación funcional de la gestión de residuos sólidos (Q) en función del factor trabajo (L). Cuya expresión matemática es igual a $Q = F(L)$.

Para ello hemos considerado la información de la tabla 5, que viene a ser el nivel de empleo expresado en jornadas de trabajo anual (La jornada equivale a ocho horas de trabajo diario) y la gestión total de residuos sólidos municipales por año de la ciudad de Ayacucho - Huamanga, de la región de Ayacucho. Así mismo, vamos a suponer que, durante los 13 años, la tecnología y el factor son constantes. Es decir, simplemente los valores de K, no se consideran tanto a nivel del cuadro como a nivel gráfico.

Así se tiene, por ejemplo, en el año 2007 en la limpieza pública, la recolección domiciliar de residuos, la recolección de los residuos sólidos de los mercados, empresas e instituciones educativas, de salud y otras, se han empleado un total de 22,158 jornadas de trabajo, que han posibilitado la disposición de 26,459 toneladas de residuos sólidos en el relleno sanitario de Uchuypampa, que queda aproximadamente a 15 kilómetros de la ciudad de Ayacucho. O sea, se han utilizado 77 trabajadores para disponer 92 toneladas de residuos sólidos municipales por día.

Tabla 5

Gestión de residuos sólidos urbanos en la ciudad de Ayacucho

Años	Factor trabajo (L) utilizado por:		Producción Total (Q) de RSM por:	
	Año	Día	Año	Día
2007	22158	77	26459	92
2008	22977	80	27437	95
2009	24323	84	29045	100
2010	25738	89	30735	106
2011	26690	93	31872	111
2012	27678	96	33051	115
2013	29821	103	35610	124
2014	31519	109	37638	131
2015	33270	115	39729	138
2016	34827	121	41588	144
2017	37049	129	44241	154
2018	38399	133	45854	159
2019	39803	138	47530	165

Nota: Elaboración propia con información de RS de laMunicipalidad Provincial de Huamanga.

El tabla N° 5, nos muestra, la relación entre las Jornadas de trabajo anual y el nivel máximo de residuos sólidos dispuestos en el relleno sanitario. Continuando con la lectura de la información de la tabla 5, tenemos, por ejemplo, en el año 2008, 22,977 jornadas de trabajo realizan la gestión de RSM, desde la limpieza urbana, la recolección domiciliaria, transporte y disposición en el relleno sanitario de uchuypampa, la cantidad de 27,437 toneladas de RSM. Que equivalen a 80 trabajadores que disponen 95 toneladas por día, como resultado de la limpieza pública, mercados e instituciones y recolección de los residuos domiciliarios. Lo propio se hace en los siguientes años; hasta que en el año 2019 con 39803 jornadas se disponen en el relleno sanitario 47,530 toneladas de RSM. Dicho de otra manera, 138 trabajadores limpian, recogen de domicilios,

mercados, empresas y otras instituciones y trasladan al relleno sanitario 165 toneladas de RSM por día. Si a la información de la tabla 6. le aplicamos una regresión lineal simple de $Q = A + aL$, se obtiene los siguientes resultados:

Tabla 6

Nivel de empleo y gestión de residuos sólidos

Gestión de RSM(TM)/año	Factor L utilizado/año (En Jornadas)	Factor L utilizado por día (8 horas dejornada)
2007	26459	77
2008	27437	80
2009	29045	84
2010	30735	89
2011	31872	93
2012	33051	96
2013	35610	103
2014	37638	109
2015	39729	115
2016	41588	121
2017	44241	129
2018	45854	133
2019	47530	138

Nota: Área de Desarrollo Económico, Municipalidad de Huamanga
La ecuación hallada es igual a:

$$Q = 10.326 + 0.264L \quad (1)$$

Donde la cantidad mínimo de residuos sólidos que la municipalidad gestionaría cuando la cantidad de trabajadores es igual a cero sería 10.326 toneladas. Este es una información teórica que resulta de conocer el intercepto de la recta; el cual en realidad no es tan cierto, porque la limpieza pública, el recojo de los residuos domiciliario y su traslado hacia el relleno, por muy

pequeña que sea demanda de alguna cantidad de capital humano.

La pendiente de la recta es de 0,264, que viene a ser la gestión marginal de residuos sólidos. Lo que significa que por cada unidad adicional del factor trabajo, la gestión de residuos sólidos aumenta en 0.264 toneladas.

Esta relación es significativamente consistente, porque el coeficiente de correlación (r), es de 0.9642, mientras el coeficiente de determinación es de 0.9297. Igualmente, la línea de ajuste tiene una desviación de 17.405.

En resumen, se observa, que la relación entre la gestión de residuos sólidos y la cantidad de empleo en este sector es alta y, por consiguiente, es significativa. Donde el coeficiente de determinación nos explica que el ajuste lineal es correcto al 92,97 %.

4.7.2. La gestión de residuos sólidos de la ciudad de Ayacucho-Huamanga en el largo plazo

4.7.2.1. Análisis de largo plazo

En el largo plazo es necesario observar la evolución de la gestión de residuos sólidos, cuando el uso de los factores como capital humano (L) y capital físico Maquinarias y equipos (K) son variables.

Para ello se ha considerado, que tanto L y K son factores compuestos. Es decir, el capital humano (L) está dotado de herramientas individuales, equipos personales e indumentaria. Mientras el capital (K), conformado por vehículos, maquinarias de carga y descarga están dotados de repuestos, combustible y mantenimiento.

Por tanto, los precios de trabajo (P_L) y los precios de capital (P_K), es el precio relativo de estos factores compuestos; que matemáticamente se puede expresar mediante una ecuación lineal de pendiente negativa igual a:

$$C = P_L L + P_K K \quad (1)$$

$$\text{Min } C = 80L + 900K \quad (2)$$

$$K = \frac{C}{P_K} - \frac{P_L}{P_K} L \quad (3)$$

$$K = (C/900) - (80/900)L \quad (4)$$

Las ecuaciones (1) y (2) es la función objetivo, es el isocosto de la gestión de residuos sólidos municipales. Es decir, es el presupuesto municipal anual de gestión de residuos sólidos que se debe de calcular, una vez conocido los precios P_L y P_K de cada factor compuesto y la cantidad total de residuos sólidos a gestionar hasta su disposición en el relleno sanitario.

En este caso, si el precio real del trabajo (Salario real) es de 80 unidades monetarias, mientras el precio real del capital (Maquinarias y equipos) es de 900 unidades monetarias. Al multiplicar estos precios por las respectivas cantidades de trabajo (L) y capital (K), tenemos el costo total de cada uno de ellos y al considerarlos como suma tenemos el costo total de la gestión de residuos municipales.

El cual desde el punto de vista primal se minimiza. La gestión de residuos sólidos municipales (Q) llamado también isocuenta de la gestión de RSM, depende de la cantidad de L y K que se utilizan, por lo que se expresa como:

$$Q = f(L, K) \quad (5)$$

La isocuenta, es una curva subjetiva, de un conjunto de combinaciones de L y K, compatibles con la gestión de una determinada cantidad de RSM. Por tanto, una vez calculada y conocida (Q) se pueden identificar las diferentes combinaciones de L y K, compatibles con la cantidad de residuos a gestionar, que por simplicidad se puede considerar como una función de Cobb Douglas, que es igual a la siguiente expresión:

$$Q = AL^\alpha K^{1-\alpha} \quad (6)$$

En esta Expresión “A” es un parámetro tecnológico de crecimiento de los residuos sólidos, que en promedio es de 3.7%, la misma que se ha redondeado a un promedio de 4% anual; considerando que la generación per cápita de residuos sólidos aumenta, como también aumenta la población generadora de RSM, por lo que el recojo es cada vez mecanizado y con mayores conocimientos.

Por otro lado, α y $(1-\alpha)$, vienen a ser las elasticidades del factor trabajo (L) y del factor capital (K) de la gestión de residuos sólidos, los mismos que han sido obtenidas al dividir los elementos del costo entre el costo total. Es decir:

$$C = P_L L + P_K K \quad (A)$$

$$\frac{C}{C} = \frac{P_L L}{C} + \frac{P_K K}{C} \quad (B)$$

$$1 = \alpha + (1-\alpha) \quad (C)$$

Así mismo, el coeficiente cuatro (4), es el promedio de recolección de residuos sólidos, teniendo en cuenta, el barrido de la ciudad urbana y la recolección domiciliar de residuos y dispuestos en el relleno sanitario. En otras palabras, es la recolección mínima de residuos sólidos, si los logaritmos de l y k son ceros. Por tanto, la ecuación (6) se puede expresar consistentemente como:

$$Q = 4 L^{0,4} K^{0,6} \quad (7)$$

4.7.2.2. Optimización primal de la gestión de residuos sólidos municipales.

La optimización primal consiste en minimizar los costos (O presupuesto) sujeto a la cantidad total de RSM (Q) a disponer en el relleno sanitario de Uchuypampa (Caso específico de la ciudad de Ayacucho), para lo cual con las ecuaciones (1) y (7), formulamos la ecuación de

optimización de la siguiente manera:

$$\text{Min } C = P_L L + P_K K \quad (1)$$

$$\text{S.a } Q = 4 L^{0,4} K^{0,6} \quad (7)$$

Con el objetivo de minimizar, formulamos una tercera ecuación, llamada la ecuación de Lagrange, tal como:

$$\text{Min } L = P_L L + P_K K + \lambda(Q - 4 L^{0,4} K^{0,6}) \quad (8)$$

La ecuación (8), es la ecuación de Lagrange que se minimiza para obtener, primero la condición de equilibrio; que consiste en derivar la ecuación (8) parcialmente respecto de la cantidad de cada uno de los factores e igualar a cero, para luego determinar que el precio del factor (L) sea igual a la gestión marginal de RSM respecto del trabajo; el mismo procedimiento se hace para el factor capital y seguidamente, el precio del factor (K) se igual a la gestión marginal de RSM respecto del capital. O sea:

$$P_L = \frac{1,6\lambda K^{0,6}}{L^{0,6}} \quad (9)$$

$$P_K = \frac{2,4\lambda L^{0,4}}{K^{0,4}} \quad (10)$$

Dividiendo (9) entre (10) se obtiene la condición de equilibrio, donde la razón de precios de los factores L y K son iguales a la tasa técnica de sustitución del factor trabajo por capital, que se expresa como sigue:

$$\frac{P_L}{P_K} = \frac{1,6K}{2,4L} \quad (11)$$

Resolviendo (11) para L y K, se obtienen los valores iniciales de dichas variables.

$$L = \frac{1,6P_K K}{2,4P_L} \quad (12)$$

$$K = \frac{2,4P_L L}{1,6P_K} \quad (13)$$

Reemplazando (13) en la ecuación (7) y resolviendo el problema para “L”, se obtiene la demanda condicional del factor trabajo (L). Similarmente reemplazando la ecuación (12) en la ecuación (7) y resolviendo para “K” se obtiene la demanda condicional del factor capital (K). Siendo estas las siguientes:

$$L^C = 0.196 \left[\frac{P_K}{P_L} \right]^{0.6} Q \quad (14)$$

$$K^C = 0.294 \left[\frac{P_L}{P_K} \right]^{0.4} Q \quad (15)$$

Finalmente, reemplazando (14) y (15) en la ecuación (1) se halla el costo total de una cantidad determinada de residuos sólidos municipales (RSM). cuya ecuación es igual a:

$$C = 0.49 P_L^{0.4} P_K^{0.6} Q \quad (16)$$

La ecuación 16 nos permite determinar el costo total de la gestión de residuos sólidos para cualquier año, siempre en cuando se conoce la cantidad anual de RSM a gestionar (Q) y los precios de contratación de trabajo (L) y capital (K).

Con las ecuaciones (14) y (15) se obtienen las demandas condicionales anuales de los factores trabajo (L) y capital (K); y sus valores se hallan simplemente reemplazando los precios P_L y P_K y la cantidad de RSM a gestionar (Q).

Mientras el costo total anual de la gestión de RSM se calcula reemplazando las cantidades de demanda condicional de L y K, que están expresadas en jornadas anuales, donde cada jornada es de 8 horas (También se pueden calcular el número de trabajadores por día, así como el costo total por día).

Si en el primer año de gestión de RSM (2007), $Q = 26,459$ toneladas y la combinación inicial optima de factores en este año es de $L = 22,158$ jornadas de trabajo y $K = 2954$ jornadas de

capital, donde el costo mínimo de gestión de RSM es de 4'431,240 unidades monetarias, la misma que se calcula con la ecuación (16). Tal como:

$$\text{Sí: } C = 0.49P_L^{0.4}P_K^{0.6}Q$$

$$C = 0,49(80)^{0.4}(900)^{0.6}(26,459) \quad (17)$$

$$C = 4.431.240,00. \quad (18)$$

En resumen, conociendo Las cifras estimadas de la cantidad total de RSM a gestionar (Q) y los precios $P_L = 80$ y $P_K = 900$, con toda seguridad podemos calcular la funciones de demanda condicional de Jornadas de trabajo (L^C) y la demanda condicional de jornadas de capital (K^C), los cuales nos conlleva a calcular el costo total mínimo anual de la gestión de RSM, en cada uno de los años.

En este caso, los precios son constantes, lo que nos permite calcular los costos en términos reales y a precios del 2007. Tal como se puede observar en la Tabla 7.

Tabla 7

Gestión Total de RSM, Demanda condicional de L y K, y costo mínimo de la gestión, con precios constantes de 2007 ($P_L = 80$ y $P_K = 900$ U.M.)

Año	Gestión total de RSM Q=4 $L^{0.4}K^{0.6}$	Demanda condicional de Jornadas Trabajo. $L^C=0.196$ $\left[\frac{P_K}{P_L}\right]^{0.6} Q$	Demanda condicional de jornadas de capital $K^C=0.294$ $\left[\frac{P_L}{P_K}\right]^{0.4} Q$	Costo total de la gestión de Residuos sólidos municipales. C = 0.49 $P_L^{0.4}P_K^{0.6}Q$
2007	26459	22,158	2954	4'431,240
2008	27437	22,977	3064	4'596,423

2009	29045	24323	3243	4'864,747
2010	30735	25,738	3432	5'147,805
2011	31872	26690	3559	5'338,241
2012	33051	27678	3690	5'535,712
2013	35610	29021	3976	5'964,319
2014	37638	31519	4203	6'303,989
2015	39729	33270	4436	6'654,210
2016	41588	34827	4644	6'965,742
2017	44241	37049	4940	7'409,925
2018	45854	38399	5120	7'680.086
2019	47530	39803	5307	7'960,800

Nota: Elaboración propia en base a la información proporcionada por la MPH.

Por otro lado, dado que la ecuación (7) es una isocuanta, también se puede calcular, otras opciones o combinaciones de L y K, que pueden generar el mismo nivel de gestión (Q) de residuos sólidos municipales (O sea 26,459 TM), pero a un costo mayor que el hallado en (18). En consecuencia, el costo mínimo-óptimo de una gestión de RSM (Q), son las cifras coloreadas de naranja, tal como se ilustra en la Tabla 8.

Tabla 8

Isocuanta de 2007, cuando Q = 26459 TM

Opciones de Jornadas de trabajo (L), año 2007	Opciones de Jornadas de capital (K) año 2007	Gestión total de RSM en el año 2007 en TM	Costo Total de gestión de RSM. Para diferentes combinaciones de Ly K. año 2007
12500	4447	26459	5'002,300
18000	3394	26,459	4'494,600
22158	2954	26,459	4'431,617
24000	2801	26,459	4'440,900
25000	2726	26,459	4'453,400

Nota: Elaboración propia con base en la ecuación 3 y la ecuación (16)

El mismo procedimiento se realiza para calcular los valores de las isocuantas del 2013, 2014 y los otros años hasta el año 2019, utilizando el costo de gestión de cada uno de los años

respectivamente.

Tabla 9

Isocuanta de 2013, cuando $Q = 35610$ TM

Jornadas de trabajo (L) utilizados año 2013	Jornadas de capital (K) utilizado por año	Gestión total (Q) de RSM por año en TM
20,000	5190	35610
25000	4473	35610
29021	3976	35610
32500	3754	35610
35000	3573	35610

Nota. Elaboración propia con base en la ecuación 3 y la ecuación 16

Al igual que en la Tabla 8, para calcular las cifras de la Tabla 9, que viene a ser la isocuanta del 2019, se aplica el mismo procedimiento de cálculo en la Tabla 10.

Tabla 10

Isocuanta de 2019, cuando $Q = 47530$ TM

Jornadas de trabajo (L) utilizados por año	Jornadas de capital (K) utilizado por año	Gestión total de RSM por año en TM
30000	6,408	47,530
35000	5,782	47,530
39803	5307	47,530
42000	5120	47,530
45000	4890	47,530

Nota: Elaboración propia con base en la ecuación 3 y la ecuación 16.

4.7.2.3. Optimización dual de la gestión de residuos sólidos municipales

La optimización Dual consiste en maximizar la gestión de residuos sólidos Municipales

(Q). Es decir, disponer la mayor cantidad posible de RSM en el relleno sanitario, como resultado de la limpieza pública, la recolección domiciliaria, de mercado, empresas y otras instituciones y el transporte de estos hasta el relleno sanitario, para un costo o presupuesto determinado. En este caso la función objetivo es la Gestión de residuos sólidos (Q), sujeto a l función lineal de costos. Cuyas ecuaciones son:

$$\text{Máx } Q = 4 L^{0,4} K^{0,6} \quad (7)$$

$$\text{S.a. } C = P_L L + P_k K \quad (1)$$

Con el objetivo de maximizar, formulamos una tercera ecuación, llamada la ecuación de Lagrange, tal como:

$$\text{Máx } \xi = 4 L^{0,4} K^{0,6} + \lambda [C - P_L L - P_k K] \quad (19)$$

La ecuación (19), es la ecuación de Lagrange que se maximiza, para obtener la condición de equilibrio; que consiste en derivar la ecuación (19) parcialmente respecto de la cantidad de cada uno de los factores L y K y se iguala a cero. Es decir, primero se deriva parcialmente respecto de L y se iguala a cero, para luego determinar que la productividad marginal del factor trabajo sea igual a landa (λ) multiplicado por el precio. Y, en segundo término, se deriva respecto de K y también se iguala a cero; seguidamente se determina que la productividad marginal del factor (K) sea igual a landa multiplicado por el precio del factor (P_L); y luego de simplificar landas (λ), los resultados son los siguientes:

$$\frac{1.6\lambda K^{0,6}}{L^{0,6}} = P_L \quad (20)$$

$$\frac{2.4\lambda L^{0,4}}{K^{0,4}} = P_K \quad (21)$$

Dividiendo (20) entre (21) y tras operaciones de reducción, se obtiene la condición de equilibrio, donde la tasa marginal de sustitución técnica de la gestión de residuos sólidos (RMST)

es igual a la razón de precios de los factores L y K, que se expresa como sigue:

$$\frac{P_L}{P_K} = \frac{1.6K}{2.4L} \quad (22)$$

Resolviendo (22) para L y K, se obtienen los valores iniciales de dichas variables.

$$L = \frac{1.6P_K K}{2.4P_L} \quad (23)$$

$$K = \frac{2.4P_L L}{1.6P_K} \quad (24)$$

Reemplazando (24) en la ecuación (1) y resolviendo el problema para “L”, se obtiene la demanda ordinaria del factor trabajo (L). Similarmente reemplazando la ecuación (23) en la ecuación (1) y resolviendo para “K” se obtiene la demanda ordinaria del factor capital (K), siendo estas las siguientes:

$$L^O = \frac{1.6C}{4P_L} \quad (25)$$

$$K^O = \frac{2.4C}{4P_K} \quad (26)$$

Finalmente, reemplazando (25) y (26) en la ecuación (2) se halla la función indirecta de gestión de residuos sólidos municipales (Q^V), cuya ecuación es igual a:

$$Q^V = \frac{2.04104 C}{P_L^{0.4} P_K^{0.6}} \quad (27)$$

La ecuación 27 nos permite determinar la Cantidad total de la gestión de residuos sólidos para cualquier año, siempre en cuando se conoce el costo total o presupuesto anual de RSM a gestionar (C) y los precios de contratación de trabajo (L) y capital (K).

Con las ecuaciones (25) y (26) se obtienen las demandas Ordinarias anuales de los factores trabajo (L) y capital (K) por año; y sus valores se hallan simplemente reemplazando El costo o

presupuesto total de la gestión de RSM (que es conocido previamente) y los precios de los factores L y K, que también son conocidos. Sin embargo, también se pueden calcular el número de trabajadores (L) y capital (K) por día, así como la cantidad total de gestión total de residuos sólidos (Q) por día.

En efecto, si en el año 2007 el presupuesto de la gestión de RSM, $C = 4'431,240$ unidades monetarias y los precios de los factores L y K, son: $P_L = 80$ unidades monetarias la Jornada y $P_K = 900$ unidades monetarias la Jornada, entonces la combinación L y K óptimas de la gestión de RSM, es de $L = 22,158$ jornadas de trabajo y $K = 2954$ jornadas de capital, donde la cantidad máxima de residuos sólidos municipales gestionados es de 26,459 Toneladas. Cuyo cálculo de resultados son los siguientes:

$$L^O = \frac{1.6C}{4P_L} = \frac{1.6(4'431240)}{4(80)} = 22,158 \quad (28)$$

$$K^O = \frac{2.4C}{4P_K} = \frac{2.4(4'431240)}{4(900)} = 2,954. \quad (29)$$

$$Q_{2007} = \frac{2.04104 C}{P_L^{0.4} P_K^{0.6}} = \frac{2.04104(4'431240)}{80^{0.4} 900^{0.6}} = \frac{9044324.8}{341.82} = 26,459.$$

$$Q_{2007} = 26,459. \quad (30)$$

La Gestión total máximo anual de RSM (Q), dados el presupuesto de gestión de RSM de 4'431,240 soles; cuando los precios de los factores son: $P_L = 80$ y $P_K = 900$ soles respectivamente, es de $Q = 26,459$ toneladas métricas en el año 2007.

Por otro lado, conociendo las cifras estimadas de costo o presupuesto de gestión de RSM (C) y los precios $P_L = 80$ y $P_K = 900$, con toda seguridad podemos calcular la funciones de demanda Ordinaria o Marshalliana de Jornadas de trabajo (L^O) y la demanda ordinaria de jornadas de capital (K^O), los cuales nos conlleva a calcular la función indirecta de la gestión de RSM (Q_i^v),

que nos permite determinar la cantidad máxima de RSM a disponer en el relleno sanitario, en cada uno de los años. En este caso, los precios son constantes, lo que nos permite calcular la cantidad física real de jornadas anuales de trabajo (L^0) y jornadas anuales de capital (K^0), Así como la cantidad física (Q) de la gestión de RSM, para costos (C) que también están calculadas en términos reales y a precios del 2007. Tal como se puede observar en la Tabla 11.

Tabla 11

Costo o presupuesto total de la Gestión de RSM, Demandas Ordinarias de L y K y la máxima cantidad estimada de gestión de RSM (Q), a precios constantes de $P_L = 80$ y $P_K = 900$ soles (2007)

Año	Costo total de gestión de RSM. $C = P_L L_i + P_K K_i$	Demanda ordinaria de jornadas de trabajo. $L^0 = \frac{1.6C}{4P_L}$	Demanda ordinaria de jornadas de capital. $K^0 = \frac{2.4C}{4P_K}$	Gestión total máximo de RSM. $Q_i = \frac{2.04104 C}{P_L^{0.4} P_K^{0.6}}$
2007	4'431,240	22,158	2954	26459
2008	4'596,423	22,977	3064	27437
2009	4'864,747	24323	3243	29045
2010	5'147,805	25,738	3432	30735
2011	5'338,241	26690	3559	31872
2012	5'535,712	27678	3690	33051
2013	5'964,319	29021	3976	35610
2014	6'303,989	31519	4203	37638
2015	6'654,210	33270	4436	39729
2016	6'965,742	34827	4644	41588
2017	7'409,925	37049	4940	44241
2018	7'680.086	38399	5120	45854
2019	7'960,800	39803	5307	47530

Nota: Elaboración propia en base a la información proporcionada por la MPH.

4.7.2.4. Relaciones entre el problema primal y dual

Entre el problema primal y el problema dual hay una relación estrecha. Es decir, a partir de la función de costo (C) calculado en el problema primal, se puede calcular la función indirecta

de gestión de residuos sólidos municipales (Q_i^*). O sea, a partir de la función indirecta de gestión de RSM (Q_i^*) Calculado en el problema dual, se puede calcular la función de costos (C); sabiendo que en estas dos ecuaciones $Q = Q_i^*$. Situación que nos permite calcular las funciones de demanda condicional de los factores (L^C y K^C) o las demandas ordinarias de los factores de producción (L^O y K^O). En el caso del primal, a partir de la función de Costo se calcula las funciones de demandas condicionales de L^C y K^C , simplemente aplicando el teorema de Lema Shephard. Pero también se puede obtener las funciones de demanda ordinaria de L^O y K^O , previa conversión de la función de costo (C) a función indirecta de Gestión de RSM (Q_i^*), y luego aplicando la identidad de Roy.

En el caso del dual, a partir de la función indirecta de gestión de residuos sólidos municipales (RSM), se calcula las funciones de demanda ordinaria de L^O y K^O , aplicando fácilmente la identidad de Roy. Pero también se puede obtener las funciones de demandas condicionales de L^C y K^C , previa conversión de la función indirecta de gestión de RSM (Q_i^*) a función de costos (C), aplicándole a esta función el teorema de Lema Shephard.

EL teorema de Lema Shephard para calcular las demandas condicionales de cada factor L^C y K^C , consiste simplemente en Derivar parcialmente la función de costo (C) respecto al precio de cada uno de los factores. Lo que podemos simular de la siguiente manera:

$$\text{Sí la función de costo es: } C = 0.49P_L^{0.4}P_K^{0.6}Q \quad (31)$$

$$\text{Y, el teorema de Lema Shephard Nos dice que: } L^C = \frac{\partial C}{\partial P_L} \quad (32)$$

$$K^C = \frac{\partial C}{\partial P_K} \quad (33)$$

$$\text{Entonces: } L^C = 0.196 \left[\frac{P_K}{P_L} \right]^{0.6} Q \quad (34)$$

$$K^C = 0.294 \left[\frac{P_L}{P_K} \right]^{0.4} Q \quad (35)$$

Para calcular las demandas ordinarias se transforma la función de costo (C), en función indirecta de gestión (Q_i^*) de RSM, Teniendo en cuenta que $Q = Q_i^*$, lo cual es igual a:

$$C = 0.49 P_L^{0.4} P_K^{0.6} Q_i^* \quad (36)$$

$$Q_i^* = (C / 0.49 P_L^{0.4} P_K^{0.6}) \quad (37)$$

$$Q_i^* = (2.04104 C / P_L^{0.4} P_K^{0.6}) \quad (38)$$

La identidad de Roy para calcular las demandas ordinarias de cada factor L^O y K^O , consiste en dividir la derivada parcial de la función indirecta de gestión de RSM (Q_i^*) respecto del precio de cada factor (L o K), sobre la derivada de la función indirecta de Gestión (Q_i^*) respecto del costo (C), y luego simplificando el cociente se tiene las funciones correspondientes. Lo que se puede simular de la siguiente manera:

Si la función indirecta de gestión es:

$$Q_i^* = (2.04104 C / P_L^{0.4} P_K^{0.6}) \quad (39)$$

Y, aplicamos la Identidad de Roy a la ecuación anterior, se tiene las siguientes demandas ordinarias:

$$L^O = - \frac{\frac{dQ_i^*}{dP_L}}{\frac{dQ_i^*}{dC}} = - \frac{\frac{-0.816416 C}{P_L^{1.4} P_K^{0.6}}}{\frac{2.04104}{P_L^{0.4} P_K^{0.6}}} = \frac{0.816416 P_L^{0.4} P_K^{0.6} C}{2.04104 P_L^{1.4} P_K^{0.6}} \quad (40)$$

$$L^O = \frac{0.4 C}{P_L} \quad (41)$$

Procediendo similarmente para K^O , tenemos:

$$K^O = \frac{0.6 C}{P_K} \quad (42)$$

Recíprocamente, partiendo de la función indirecta de gestión de RSM (Q_i^*), y resolviendo la ecuación para “C”, tenemos la función de costo, Lo que se puede simular de la siguiente manera:

$$\text{Sí la función } Q_i^* \text{ es: } Q_i^* = (2.04104C / P_L^{0.4} P_K^{0.6}) \quad (43)$$

$$\text{Por tanto, el costo es igual a: } C = 0.49 P_L^{0.4} P_K^{0.6} Q_i^* \quad (44)$$

De aquí se obtienen las demandas condicionales de L^C y K^C , aplicando el teorema de Lema Shephard, cuyos resultados siempre van a ser iguales a los hallados anteriormente.

De esta manera se demuestra que la asignación de los recursos en la gestión de residuos sólidos municipales es un problema económico de optimización primal y dual. Bajo la consideración de que tanto L como K, son recursos compuestos.

4.8. Senda de expansión de la gestión de residuos sólidos municipales

Cuando el municipio toma la decisión de gestionar una mayor cantidad de RSM, tiene que aumentar el uso de L y K, desplazándose de una situación de equilibrio a otra, y lo hace dentro de la región económica de gestión de residuos sólidos. En consecuencia, la senda de expansión es el conjunto de puntos de equilibrio de la gestión (Q) de RSM. Lo que implica contratar o comprar una mayor cantidad de L y K y los materiales o insumos adicionales, con los cuales la municipalidad continúa optimizando la gestión de RSM.

La tabla 12, refleja la gestión de residuos sólidos en el largo plazo, cuando el municipio incrementa el uso de L y K y los otros materiales que se asocian a cada factor. Donde cada una de las combinaciones de L y K, es un punto de equilibrio de largo plazo, para un determinado nivel de costo o presupuesto anual, con los cuales se lleva a cabo un determinado nivel de gestión de

residuos sólidos.

Tabla 12

Senda de expansión de la gestión RSM. Ciudad de Ayacucho, expresada en jornadas de 8 horas.

	Gestión de RSM (TM)/año	Factor L utilizado/año (En Jornadas)	Factor K utilizado/año (N° de máquinas)
2007	26459	22158	2954
2008	27437	22977	3064
2009	29045	24323	3243
2010	30735	25738	3432
2011	31872	26690	3559
2012	33051	27678	3690
2013	35610	29821	3976
2014	37638	31519	4203
2015	39729	33270	4436
2016	41588	34827	4644
2017	44241	37049	4940
2018	45854	38399	5120
2019	47530	39803	5307

Nota: Elaboración propia con la información de la MPH.

Las cantidades demandadas de L y K del Tabla 11, se pueden calcular con las funciones de demanda condicional o funciones de demanda ordinaria.

4.9. Demostración de las hipótesis

A través del capítulo IV, se corrobora plenamente, la forma como la optimización primal y dual son consistentes, con la teoría planteada, los ejemplos resueltos y la evidencia empírica desarrollada para la gestión de residuos sólidos municipales de la ciudad de Ayacucho. Y, para ser más explícitos se verifican las hipótesis planteadas.

La primera hipótesis específica: quedarían expresadas como:

Hipótesis nula: La asignación de costos en trabajo (L), capital (K) y otros materiales auxiliares no es un problema de optimización primal (C^*) de la gestión total (Q) de residuos sólidos municipales dispuesto en el relleno sanitario. O sea, $C \neq C^*$

Hipótesis alternativa: La asignación de costos (C) en trabajo (L), capital (K) y otros materiales auxiliares es un problema de optimización primal (C^*) de la gestión total (Q) de residuos sólidos municipales dispuesto en el relleno sanitario. O sea, $C = C^*$.

Del análisis de las dos alternativas podemos concluir que se rechaza la hipótesis nula y se acepta la alternativa, porque $C = C^*$. Tal como se demuestra en la tabla 13.

Tabla 13

Optimización primal y, verificación empírica

Problema primal de optimización	Demandas condicionales: L^C, K^C	Costo total reducido	Validez de la hipótesis
$\text{Min } C = P_W L + P_K K$ <p>S.a.</p> $Q=4$ $L^{0.4} \cdot k^{0.6}$	$L^C=0.196$ $\left[\frac{P_K}{P_L}\right]^{0.6} Q$ $K^C=0.294$ $\left[\frac{P_L}{P_K}\right]^{0.4} Q$	$C^*=0.49P_L^{0.4}P_K^{0.6}Q$	C = C^* , sí Q es conocido
$C=80(22,16) + 900(2954)$ $C=4.431.240U$	$L^C = 22,158$ $K^C = 2954$	$C=0.49(80)^{0.4}(900)^{0.6}(26459)$ $C = 4.431.240.U.M.$	Consistente

Fuente: Elaboración propia

La segunda Hipótesis específica: quedaría expresada como:

Hipótesis nula: b) El recojo de la producción total (Q) de residuos sólidos provenientes de

la limpieza pública y recolección domiciliaria dispuesto en el relleno sanitario no es un problema de optimización dual (Q^V) sujeto a la asignación de costos (C). O sea, $Q \neq Q^V$.

Hipótesis alternativa: b) El recojo de la producción total (Q) de residuos sólidos provenientes de la limpieza pública y recolección domiciliaria dispuesto en el relleno sanitario sí es un problema de optimización dual (Q^V) sujeto a la asignación de costos (C). O sea, $Q = Q^V$.

Del análisis de las dos alternativas podemos concluir que se rechaza la hipótesis nula y se acepta la alternativa, porque $Q = Q^V$. Sí se conoce el costo (C). Tal como se corrobora en la tabla 14.

Tabla 14

Optimización primal y verificación empírica

Problema dual de optimización	Demandas ordinarias: L^O, K^O	Función indirecta de gestión RSM. reducido	Validez de la Hipótesis
Máx $Q = 4 L^{0.4} K^{0.6}$ S.a. $C = P_L L + P_K K$	$L^O = \frac{1.6C}{4P_L}$ $K^O = \frac{2.4C}{4P_K}$	$Q^V = \frac{2.04104 C}{P_L^{0.4} P_K^{0.6}}$	$Q = Q^V$, sí C es conocido.
$Q = 4(22, 158)^{0.4} (2954)^{0.6}$ $Q = 26459.$	$L^O = 22,156$ $K^O = 2954$	$Q^V = \frac{2.04104(4.431.240)}{(80)^{0.4}(900)^{0.6}}$ $Q^V = 26459$	Consistente.

Fuente: Elaboración propia

La tercera hipótesis quedaría expresada como:

Hipótesis Nula: A partir de los modelos de optimización primal (C^*) y dual (Q^V), no se determinan las funciones de demanda condicional (L^C, K^C) y ordinaria (L^O, K^O) de los recursos trabajo (L), capital (K) y materiales auxiliares, para la gestión de residuos sólidos municipales.

Hipótesis Alternativa: A partir de los modelos de optimización primal (C^*) y dual (Q^V), sí se determinan las funciones de demanda condicional (L^C, K^C) y ordinaria (L^O, K^O) de los recursos trabajo (L), capital (K) y materiales auxiliares, para la gestión de residuos sólidos municipales.

Del análisis de las dos alternativas podemos concluir que se rechaza la hipótesis nula y se acepta la alternativa, porque ya sea de la función de costos que se obtuvo de la optimización primal ($C^*=0.49P_L^{0.4}P_K^{0.6}Q$) como de función indirecta de gestión de residuos sólidos ($Q^V = \frac{2.04104 C}{P_L^{0.4}P_K^{0.6}}$), se pueden obtener las funciones de demanda condicional de L^C, K^C , o las funciones de demanda ordinaria L^O, K^O ; mediante la aplicación del Lema Shephard y la identidad de Roy respectivamente. O también transformando simplemente, las respectivas funciones, considerando las identidades de $C = C^*$ y $Q = Q^V$, en la funciones primal o dual. Tal como se demuestra en las tablas (13), (14), (15) y (16).

Tabla 15.

De demandas condicionales

Función de costo total reducido.	Lema Shephard	Demandas condicionales: L^C, K^C	Validez de la Hipótesis
$C^*=0.49P_L^{0.4}P_K^{0.6}Q$	$L^C = \frac{\partial C^*}{\partial P_L}$ $K^C = \frac{\partial C^*}{\partial P_K}$	$L^C = 0.196 \left[\frac{P_K}{P_L} \right]^{0.6} Q$ $K^C = 0.294 \left[\frac{P_L}{P_K} \right]^{0.4} Q$	Consistente
C = 4.431.240. U.M.	--	$L^C = 22,158$ $K^C = 2954$	

Fuente: Elaboración propia

Tabla 16

De demandas ordinarias

Función de costo total reducido.	Identidad de Roy	Demandas ordinarias: L^O, K^O	Validez de la Hipótesis
$Q^V = \frac{2.04104 C}{P_L^{0.4} P_K^{0.6}}$	$L^O = - \frac{\frac{\partial Q^V}{\partial P_L}}{\frac{\partial Q^V}{\partial C^*}}$	$L^O = \frac{1.6C}{4P_L}$	Consistente
	$K^O = - \frac{\frac{\partial Q^V}{\partial P_K}}{\frac{\partial Q^V}{\partial C^*}}$	$K^O = \frac{2.4C}{4P_K}$	
$Q^V = 26459.$.-	$L^O = 22,156$ $K^O = 2954$	

Fuente: Elaboración propia

El modelo desde el punto de vista primal, dual y la obtención de las funciones de demandas condicionales y ordinarias de L y K, se muestran que son coherentes y consistentes.

Pero, también el modelo está sujeto a los cambios que puedan producirse, y pueden ser de carácter endógeno o exógeno, ya sea desde el lado del costo o presupuesto (C), en la medida que las otras variables que influyen como P_L, P_K permanecen constantes. En este caso si la optimización es primal, el cambio es endógeno; pero si es dual, el cambio es exógeno. Lo propio ocurre si la variación se produce desde el lado de la gestión total de RSM (Q).

Cabe, sin embargo, aclarar que, si el costo o presupuesto aumenta, entonces el Isocosto se desplaza hacia noreste, siendo tangente a una nueva isocuenta más alta y por tanto la gestión Total (Q) RSM también es mayor. Ocurre lo contrario si el costo o presupuesto disminuye. Algo similar se produce, cuando por alguna razón se desea aumentar o disminuir la gestión total (Q) de RSM.

EL costo (C^*), como la gestión total (Q) de residuos sólidos municipales, también puede enfrentar cambios, cuando los precios (P_L, P_K) de los factores L y K varían proporcional o

desproporcionalmente, en estos casos, las modificaciones de costos reales (C) y La gestión total (Q) de residuos sólidos urbanos, son inversamente proporcionales o desproporcionales. Es decir, si los precios suben proporcionalmente, los costos (C) y la gestión (Q) disminuyen en forma proporcional. Ocurre lo contrario cuando los precios disminuyen. En el primero, si los precios aumentan hay un perjuicio y en el segundo hay beneficio. Pero, también pueden sufrir modificaciones por una combinación de precios, por ejemplo, cuando P_L disminuye y P_K sube (o viceversa); en este caso los costos reales (C) y la Gestión (Q), pueden sufrir cualquier forma de modificación y ello dependerá de la magnitud de los cambios en los precios

La Cuarta hipótesis se puede expresar como:

Hipótesis Nula: Las modificaciones de los costos totales (ΔC), así como el recojo de la producción total (ΔQ) y precios ΔP_L y ΔP_K de los factores L y K de residuos sólidos dispuesto en el relleno sanitario, no influyen en la demanda de los recursos trabajo (L), capital (K) y materiales auxiliares.

Hipótesis Alternativa: Las modificaciones de los costos totales (ΔC), así como el recojo de la producción total de residuos (ΔQ) y la variación de los precios (ΔP_L y ΔP_K) de L y K, sí influyen en la demanda de los recursos trabajo (L), capital (K) y materiales auxiliares.

Del análisis de las dos alternativas podemos concluir que se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa. Porque en un contexto como esta, pueden presentarse muchos casos más.

Un primer caso sería una variación endógena de los costos o presupuesto (ΔC), cuando los precios P_L y P_K permanecen constantes, si esto es así, la gestión total (Q) de residuos sólidos varía directamente con la variación del costo (ΔC), O sea, si el costo o presupuesto (C) aumenta

endógenamente, entonces la gestión total (Q) también aumenta en la misma proporción por que la función de optimización es de escala constante. Así mismo, si los municipios desean aumentar la disposición de la producción o gestión (Q) de RSM el costo de la gestión debe aumentar en forma proporcional. Ver las tablas 17 y 18.

Finalmente, la variación parcial o total de los precios (ΔP_L y ΔP_K) de L y K, influyen directamente sobre los costos e inversamente en la gestión de RSM, sea desde el punto de vista primal como dual. Cuando el costo o presupuesto aumenta endógenamente (C_2), se produce los siguientes cambios, ver Tablas (15) y (16).

Tabla 17

Variación endógena de los costos y demandas condicionales

Modificaciones de los Costos: supongamos que C_2 es de 6.5 millones y P_L y P_K son constantes	demandas condicionales de L^C y K^C y variación de ΔL^C y ΔK^C	Variación: ΔL, ΔK y variación ΔC y ΔQ	Validez de la hipótesis
$C_2=0.49P_L^{0.4}P_K^{0.6}Q_1^*$	$L_1^C = \frac{\partial C^*}{\partial P_L} = 0.196 \left[\frac{P_K}{P_L} \right]^{0.6} Q_1^*$ $K_1^C = \frac{\partial C^*}{\partial P_K} = 0.294 \left[\frac{P_L}{P_K} \right]^{0.4} Q_1^*$	$\Delta L^C = L_1^C - L^C$ $\Delta K^C = K_1^C - K^C$ $\Delta C = C_2^* - C^*$ $\Delta Q = Q_1^* - Q^*$ $\Delta L^C = 10.302$ $\Delta K^C = 1.374$ $\Delta C = 2.068.760$ $\Delta Q = 12.300$	Consistente
$6.500.000=0.49P_L^{0.4}P_K^{0.6}Q_1^*$ $Q_1^* = 38759$	$L_1^C = 32458$ $K_1^C = 4328$	$\Delta C = 2.068.760$ $\Delta Q = 12.300$	Consistente

Fuente: Elaboración propia

Tabla 18

Variación exógena de precios y demandas ordinarias

Modificación Q_2^V , ante la Variación de Precios. Asumamos que $P_{L1} = 100$, P_{K1} $=1200$, y $C^* = 4431240$ (constante) ¿cuál es Q_2^V ? De RSM.	Demandas ordinarias de L^0 y K^0 y variación de ΔL^0 y ΔK^0 . Aplicando la identidad de Roy (IR)	Variación de ΔP_L y ΔP_K ; ΔC y ΔQ de la Gestión total de RSM (Q^*).	Validez de la hipótesis
$Q_2^V = \frac{2.04104 C}{P_{L1}^{0.4} P_{K1}^{0.6}}$	$L^{01} = (\text{IR}) = \frac{1.6C}{4P_{L1}}$	$Q_2^V = \frac{2.04104 C}{P_L^{0.4} P_K^{0.6}} = 20363$ $\Delta Q = 6095$	Consistente
$Q_2^V = \frac{2.04104(4431240)}{(100)^{0.4}(1200)^{0.6}}$	$K^{01} = (\text{IR}) = \frac{2.4C}{4P_{K1}}$ $L^{01} = 17725$ $K^{01} = 2216$ $\Delta L^{01} = 4431$ ($L=12$) $\Delta K^{01} = 738$ ($K = 2$)	$\Delta P_L = 20$ U.M. $\Delta P_K = 300$ U.M. $\Delta C = 0$ $\Delta Q = 6095$	Consistente
$Q_2^V = 20,363$			

Fuente: Elaboración propia

Tras estos resultados, se pueden incluso hacer análisis más profundos como la variación compensada y la variación equivalente, sea desde el lado de los costos como del lado de la gestión de RSM.

CAPÍTULO V

DISCUSIÓN DE RESULTADOS

En el capítulo IV, inicialmente se ha contextualizado la teoría, en la formulación de la optimización primal y dual de los residuos sólidos, la misma que concluye en un flujograma de optimización primal – dual y un ejemplo hipotético de optimización. A partir del ítem 4.7, se desarrolla la simulación empírica del modelo con la información de la gestión de residuos sólidos (Q) de la Municipalidad provincial de Huamanga, para los cinco (5) distritos, que en realidad es la ciudad de Ayacucho. Y, como se dijo en este capítulo, primeramente, se ha simulado el modelo de gestión de residuos sólidos de corto plazo (Q). En segundo término, se ha hecho la simulación del modelo primal de gestión de residuos sólidos en el largo plazo y las demandas condicionales de L y K; la tercera es la simulación del modelo dual de largo plazo y las demandas ordinarias de L y K, y; la cuarta es la simulación de las relaciones entre el problema primal y dual, así como el cálculo de las demandas condicionales y ordinarias de L y K.

En este sentido, el capítulo IV, constituye la base de nuestra discusión de resultados, considerando el marco de referencia del capítulo II. Las teorías del marco de referencia, en general sostienen la optimización de la gestión de residuos sólidos ya sea desde el punto de vista de las rutas geográficas, el sistema de contenedores, el sistema de la optimización de las tres eses (3 Rs), el micro ruteo con vehículos y el macro ruteo por el sistema viajero o pasajero. Todos ellos, buscan optimizar las diferentes actividades de la gestión de residuos sólidos. Si bien las investigaciones del marco de referencia tienen estructuras diferentes, lo cierto es que las causas y objetivos es siempre la optimización de costos o gestión de residuos sólidos urbanos; En efecto, el presente

trabajo de investigación coincide, en que los recursos deben ser asignados adecuadamente, y por consiguiente deben minimizarse los costos y maximizar el recojo y transporte de Residuos al relleno sanitario, optimizando de esta manera la gestión de residuos sólidos municipales. Dicho de otra manera, hemos tomado caminos diferentes en enfocar la optimización de la gestión de residuos, pero que todos ellos incluido la presente investigación tienen la misma finalidad.

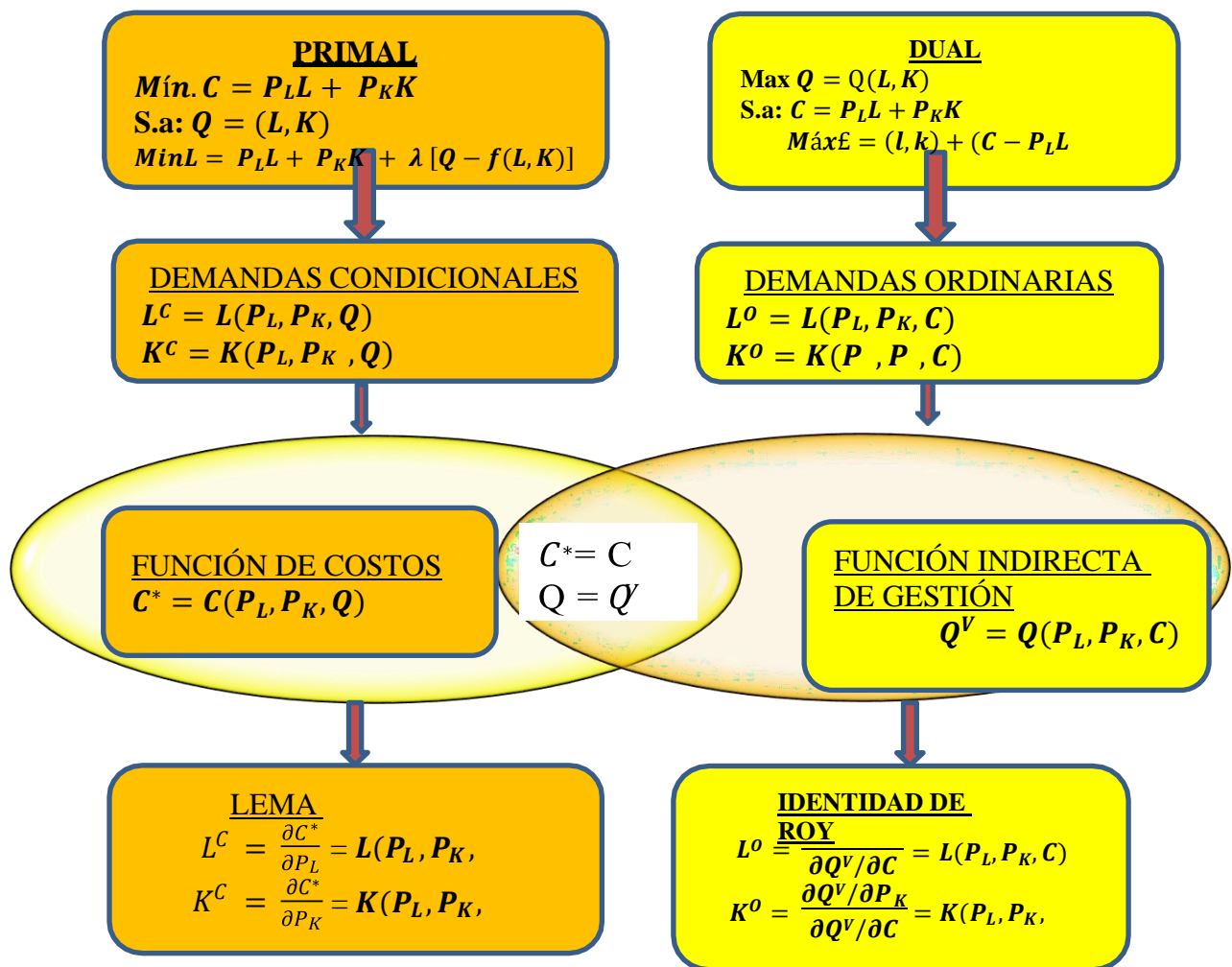
Sin embargo, nos diferenciamos de las investigaciones del marco de referencia, porque planteamos una gestión total de la limpieza, el recojo, el transporte y disposición de los residuos sólidos en el relleno sanitario, teniendo en cuenta, que una vez calculado los costos para el manejo total de RSM, se puede hacer una gestión eficiente de la cantidad total de residuos producidos en una ciudad.

Las hipótesis planteadas, en el presente trabajo de investigación, no serían demostradas de la mejor manera, si dejáramos de utilizar el esquema de optimización primal y dual propuesto en esta investigación. En efecto, mediante la Figura 13, podemos explicar esta situación.

El esquema de entrada nos muestra los dos problemas de optimización el Primal y el Dual. El primero consiste en minimizar el costo o presupuesto una vez que se tiene la información de gestión total de RSM (Q), a partir de allí se determinan las demandas condicionales de L^C y K^C , luego se calcula el costo total reducido con las demandas de mano de obra y capital, que en este trabajo los consideramos como factores compuestos. Por último, a partir de la función de costo total reducido se vuelve a calcular las demandas condicionales de L^C y K^C , aplicado el Lema Shepard. Mientras la optimización dual, consiste en Maximizar la gestión de residuos sólidos municipales (Q), una vez conocido el costo total o el presupuesto (C), a partir de allí se calculan las demandas ordinarias de L^O y K^O , luego con ellos se calcula la gestión indirecta de residuos sólidos municipales (Q^V). Finalmente, a partir de la Gestión indirecta de RSM, se vuelven a

calcular las funciones de demanda ordinaria de L^0 y K^0 , Aplicando el axioma de la identidad de Roy. Como se puede observar, los diferentes cálculos de las variables de costos (C); gestión de RSM (Q); las demandas de L^C y K^C , gestión indirecta de RSM (Q^V), las Demandas ordinarias de L^0 y K^0 , son óptimos a excepción de los salarios y precios de capital que están determinados por el mercado o son negociados con sus respectivos dueños.

Figura 14: Relaciones entre el problema primal y dual



Fuente: Elaboración propia del autor

De esta manera la gestión de residuos sólidos municipales es un problema de optimización económica primal y dual. La misma que es totalmente consistente; sea a nivel teórico, como desde

el punto de vista de la aplicación. Situación que se demuestra mediante las Tablas 10 y Tabla 14.

Por otro lado, tal como se vio en el capítulo IV, La optimización económica primal y dual, están plenamente relacionados a través de las funciones reducidas de costo total de gestión de RSM (C) y la función indirecta de gestión RSM (Q^V). Para el cual es necesario considerar las identidades de $C^* = C$ y $Q = Q^V$. Y, dado que son equivalentes a través de un simple reemplazo de las identidades correspondientes, sea en la función de costo reducido (C^*) o función indirecta de gestión de RSM (Q^V), resolviendo en cada sistema sea para costo ($C^* = C$) o gestión total des RS ($Q = Q^V$), y mediante la aplicación de los axiomas de Lema Shephard y la Identidad de Roy, se calculan las demandas condicionales de L^C y K^C y las demandas ordinarias de L^O y K^O , respectivamente. Esta propiedad de la optimización económica primal y dual, es totalmente consistente.

Si bien la investigación, la gestión de residuos sólidos urbanos (Q) es un problema de optimización económica primal y dual en las municipalidades, esto no deja de ser comparable con los trabajos de optimización que se han simulado sobre los residuos sólidos citados en el marco de referencia.

En este trabajo de investigación, los resultados del análisis teórico, gráfico, matemático y predictivo son consistentes con la teoría de optimización planteada. Así mismo, los ejemplos hipotéticos y la aplicación a la información que presenta la Municipalidad Provincial de Huamanga – Ayacucho, es consistente. Por consiguiente, la validez del modelo también es consistente a corto plazo como a largo plazo.

Los estudios de optimización realizados por los autores del marco de referencia concluyen que los residuos sólidos que resultan de la limpieza pública, las generadas por los domicilios,

instituciones públicas y privadas, por la ley de Municipalidades, es competencia de los municipios. La presente investigación también lo considera de la misma forma. Pero, además está contemplada en la Ley 27314.

El modelo de investigación desarrollado en este trabajo coincide con los pasos metodológicos propuestos Hamdy A. Tha (2004). O sea, primero se define el objetivo, se construye el modelo, se simula soluciones con el modelo, luego se verifica la funcionalidad y se valida el modelo y, finalmente se recomienda su aplicación. En este sentido el Objetivo del modelo en el aspecto primal, consiste en minimizar el costo (C) de la gestión de residuos sólidos municipales (Q). Para ello se construye la Ecuación de costos y la restricción correspondiente. Luego se minimiza la ecuación de costos (C) sujeto a la generación total de residuos (Q) a través de la ecuación de Lagrange. En efecto, si se conoce la cantidad de RSM a gestionar (Q), se determina la cantidad demanda condicional de los factores trabajo (L) y capital (K), dado sus respectivos precios; hecho estos pasos previos se probó la funcionalidad con un ejemplo hipotético y práctico, determinándose que el modelo es válido y por tanto se recomienda su aplicación teórico práctico a la gestión de residuos sólidos.

En el aspecto dual, el objetivo es maximizar la gestión de residuos sólidos (Q) sujeto a un costo o presupuesto conocido (C) a través de la ecuación de Lagrange. Para ello se determina la ecuación de la gestión de residuos sólidos municipales (Q), sujeto al costo (C) de comprar trabajo (L), capital (K) y materiales complementarios. O sea, si se conoce el costo o presupuesto (C); es posible gestionar una cantidad óptima de residuos sólidos (Q). En consecuencia, a través de la ecuación de Lagrange se formula la ecuación de optimizaciones y luego se determina la cantidad demandada ordinaria de trabajo (L) y capital (K) dado sus precios. Hecho estos pasos previos se probó la funcionalidad con un ejemplo hipotético y práctico, determinándose que el modelo es

válido y por tanto se recomienda su aplicación teórico práctico a la gestión de residuos sólidos.

Peña Zerrillo (2017) en su tesis de Maestría: “Modelamiento Matemático de Programación Lineal Aplicado a la Optimización de la Gestión de Residuos Sólidos Urbanos” en la Ciudad de Juliaca. Se plantea como objetivo la asignación de tiempos de trabajos al personal, de manera que se maximice el recojo de residuos reciclables hacia la Estación de Transferencia Municipal. A diferencia de Zerrillo, que es un trabajo aplicativo-práctico; nuestra investigación es una teoría que busca minimizar el costo (C) de la gestión de residuos sólidos municipales (Q), o maximizar la gestión de residuos sólidos (Q) dado el costo o presupuesto (C).

Taquia Valdivia (2013) en su tesis “Optimización de Rutas en una Empresa de Recojo de Residuos Sólidos en el Distrito de los Olivos” – Lima, aborda el tema de “optimización de rutas para una empresa de transporte de residuos sólidos con el fin de mejorar su rentabilidad. La investigación reestructura las rutas de recorrido en la colección de residuos sólidos, con el que minimiza los costos y amplía la brecha ingreso menos costos, siendo el resultado una mayor beneficio o rentabilidad. A diferencia de este trabajo, la investigación que proponemos es teórica. Trata sobre la minimización del costo (C) de la gestión de residuos sólidos municipales (Q), o la maximización de la gestión de residuos sólidos (Q) dado el costo o presupuesto (C).

Larumbe (2009) a través de la tesis “Optimización de la recolección de residuos en la zona sur de la Ciudad de Buenos Aires” en la que “Presenta una aplicación de la Optimización Combinatoria de ruteo de vehículos y recojo de residuos sólidos en la Ciudad de Buenos Aires, a través del modelo conocido como el “Problema del Viajante de Comercio”. Método con el cual Busco minimizar las rutas de recojo y al mismo tiempo maximizar la gestión de residuos sólidos (Q). A diferencia de este trabajo, la presente investigación es de carácter teórico aplicativo, en la que sostenemos la minimización del costo (C) de la gestión de residuos sólidos municipales (Q),

o maximizar la gestión de residuos sólidos (Q) dado el costo o presupuesto (C).

Salazar y Ruiz (2009), plantea el modelo “Modelo ACO” para la recolección de residuos por contenedores (Publicado en Revista chilena de ingeniería), vol. 17- N° 2. 2009. pp. 236-243. Para este autor “ACO” es una metaheurística inspirada en el comportamiento de las colonias de hormigas para solucionar problemas de optimización combinatoria, por medio de la utilización de agentes computacionales simples que trabajan de manera cooperativa y se comunican mediante rastros de feromona artificiales. En congruencia con este comportamiento de las hormigas el autor presenta un modelo para resolver el Problema de Recolección de Residuos Domiciliarios por Contenedores en la comunidad de San Pedro de la Paz, Chile. Obteniéndose rutas de recolección que reducen la distancia total recorrida respecto del actual ruta utilizada, procurando la mayor recolección de residuos sólidos. El resultado final del modelo es reducir costos, pero, a la vez recolectar la mayor cantidad de residuos a través de los contenedores en cadena. A diferencia de esta investigación que es aplicativo, la presente investigación es teórica y con ejemplos aplicativos de minimización del costo (C) de la gestión de residuos sólidos municipales (Q), o maximización de la gestión de residuos sólidos (Q) dado el costo o presupuesto (C). Es decir, la gestión de residuos sólidos es un problema de optimización primal y dual.

Cruz Eduardo, Restrepo Jorge & Medina Pedro (2007) a través de la tesis “un problema logístico de ruteo de vehículos y una solución con Solver”. Los autores en esta investigación presentan una solución logística al problema de ruteo de vehículos, basado en el modelo “Problema del vendedor viajero”. Utilizando para ello la información actualizada de ruteos y la hoja de cálculo Excel, llegando a la conclusión de la minimización de rutas y costos de transporte en la gestión de residuos sólidos. Al igual, que las investigaciones anteriores, el problema consiste en minimizar las rutas de recolección de residuos sólidos, y a la vez también minimizar costos, con lo que

pretenden una mayor recolección de residuos sólidos.

En resumen. La ausencia de investigaciones específicas y similares a la presente investigación, se han utilizado investigaciones proxy, en el que todos los autores del marco de referencia, inciden en reducción de rutas y la minimización de recorridos, con la finalidad de reducir costos con mayor recolección de residuos sólidos. Pero también tiene cierta similitud, porque todos tratan de optimizar rutas, recorridos, costos y beneficios. Sin embargo, la diferencia marcada está, en que este es una teoría de optimización económica de costos (C) y gestión de residuos sólidos (Q), considerando a la vez que es una optimización primal y dual.

Por otro lado, la presente investigación es de corto y largo plazo. Lo cual es consistente con las teorías microeconómicas de elección del consumidor y la optimización del productor; que se encuentran escritas en todos los libros de microeconomía.

La investigación, La Gestión de Residuos Sólidos es un Problema de Optimización Económica Primal y Dual en las Municipalidades. Es una investigación teórica aplicativo, que tiene una base empírica en los ejemplos y soluciones matemáticas que se han simulado, a lo largo del capítulo IV.

CONCLUSIONES

Las conclusiones a las que llegamos en esta investigación, concuerdan en general con los autores de nuestro marco de referencia, que tienen como objetivo común, la minimización de costos y el máximo transporte de los residuos a relleno sanitario. Sin embargo, al plantearse como objetivo general, la de formular y simular la gestión de residuos sólidos urbanos como un problema de optimización económica primal y dual en las municipalidades, desafiamos que la presente investigación es más consistente y eficiente desde el punto de vista económico, una vez tomado el trabajo técnico, de autores como: Cruz E. Restrepo y Medina. J. (2007), que plantea la “recogida de residuos sólidos mediante la optimización de rutas geográficas. Bendek.S. Halil (2011), que propone la optimización de las tres Rs, y la disposición máxima de residuos sólidos. en el relleno sanitario. Peña (2017) que sostiene que la solución al problema de residuos sólidos, pasa por optimizar la recolección y separación de residuos reciclables y el segundo es la recolección y transporte de los residuos en masa al relleno sanitario”. Taqui V. (2013), plantear el microruteo y macroruteo con vehículos recolectores mediante el método de agente viajero, con el que propone la minimización de costos y la máxima disposición de residuos sólidos en el relleno sanitario.

En este sentido, El conjunto de simulaciones de carácter teórico, gráfico y matemático, así como las simulaciones con los ejemplos hipotéticos y el análisis empírico para la ciudad urbana de Ayacucho, nos corroboran al 100%, que el problema de la gestión de residuos sólidos municipales en todos los lugares es un problema económico de optimización primal y dual. La misma que se sustenta en las siguientes conclusiones:

Primero: la asignación de costos en los recursos trabajo (L), capital (K) y otros materiales auxiliares $C = P_L L + P_K K$, sujeto a la gestión total de la producción de residuos sólidos

municipales dispuesto en el relleno sanitario $Q = 4L^{0.4}K^{0.6}$. Sí es un problema de optimización económica primal, en las municipalidades. Porque Los resultados simulados demuestran de manera significativa y consistente la hipótesis planteada y por tanto, se cumple con el primer objetivo de la investigación.

Segundo: La gestión de la producción total de residuos sólidos provenientes de la limpieza pública, recolección domiciliaria, industrial y comercial, transportada y dispuesto en el relleno sanitario $Q = 4L^{0.4}K^{0.6}$, sujeto a la asignación de costos en trabajo (L) y capital (K) $C = P_L L + P_K K$. Sí es un problema de optimización económica dual en las municipalidades. Porque que los resultados simulados evidencian de manera significativa y consistente la hipótesis planteada y por consiguiente, se cumple con el segundo objetivo.

Tercero: A partir de los modelos de optimización primal (C^*) y dual (Q^V), se determinan u obtienen las funciones de demanda condicional (L^C, K^C) y ordinaria (L^O, K^O) de los recursos trabajo (L), capital (K) y materiales auxiliares, para la gestión de residuos sólidos municipales. En el Primer caso, mediante el principio de Lema Shephar y en el segundo caso, mediante la identidad de Roy.

Cuarta: las modificaciones de los costos totales (ΔC), la producción total de residuos (ΔQ) y la variación de los precios (ΔP_L y ΔP_K) de L y K, sí influyen en la variación de gestión total de residuos sólidos (Q) y, viceversa. Igualmente, influyen en la demanda de los recursos trabajo (L), capital (K) y materiales auxiliares. Tanto condicionales como ordinarias. De esta forma se cumple a satisfacción el cuarto objetivo de la investigación.

Finalmente, manifestamos que los modelos de optimización simulados, también son útiles para hacer pronósticos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- André y Cerda (2005). *Residuos Sólidos*. Extractado de INEI Pág. 30 del 2016.
- Bendek Saiz, H. (2011). *Optimización y Seguimiento de la Gestión de Residuos Contaminantes Encaminado al Manejo Autosuficiente y Mejoramiento de los Residuos Aprovechables con las Plantas Recicladoras y Emisoras*. Universidad Pontificia Javeriana de Colombia.
- Acuro, Rossin, Texeira y Zepeda (2015). *América Latina y el Caribe el adecuado manejo de Residuos Sólidos deben ser complementadas con mayor presupuesto*.
- Ayala, A. y Gonzales, E. (2009). *Asignación De Rutas De Vehículos Para Un Sistema De Recolección De Residuos Sólidos*. Revista de ingeniería, N° 237,2009.
- CAM [Patrimonio Arquitectónico de España] (1987). *Definición de Residuos Sólidos*.
- Cavallin A., Rossit D., Frutos M. y Vigier H. (2016). *Eficiencia de la Gestión de Residuos Sólidos Urbanos Análisis y Evaluación*.
- CONGRESO. *Ley General de Residuos Sólidos 27314 y el Decreto Legislativo 1278*.
- Cruz, E., Restrepo, J. & Medina, P. (2007). *Problema logístico de ruteo de vehículos y una solución con Solver*. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Tecnológica de Pereira.
- Hall.R.V. (2015). *Microeconomía Intermedia, Un Enfoque Actual*. 9° Editorial Antoni Bosch.
- Herrera, Catalán y Francke. (2009). *Análisis de la Eficiencia del Gasto Municipal y de sus determinantes*. Volumen 32 issue 63 (2009).
- Instituto de Investigaciones Económicas y Sociales del Sur – Argentina (2001). *Eficiencia de la Gestión de Residuos Sólidos Urbanos. Modelo de eficiencia basado en el coeficiente DEA*.
- Instituto Nacional de Estadística e Informática (2017). *Compendio Estadístico Sobre Residuos Sólidos Municipales*.
- Kantorovich (2010). El Problema de la Organización y la Planificación. *Revista Digital de*

Divulgación Matemática.

- Larumbe, H (2009). *Optimización de la recolección de residuos en la zona sur de la Ciudad de Buenos Aires*. [Tesis de Licenciatura]. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales.
- Llanco-Ochoa, L. R. (2013). *Optimización de los Procesos de Manejo de Residuos Sólidos para la Planta de Tratamiento de Residuos Sólidos del Distrito de Orcotuna-Junín*.
- Margalef, R. (1992). *Planeta Azul, Planeta Verde*. Editorial Prensa Científica.
- Meneu,R., Pérez Salamero, J.M. y Ventura M. (1999). *Programación Matemática Clásica de Carácter Estático y con Principios de Minimización y Maximización*. Repro. Expres S.L.
- MINAM (2005). *Plan Nacional de Gestión Integral de Residuos Sólidos – Lineamientos Estratégicos y Programáticos para la Gestión de Residuos Sólidos a Nivel Nacional*. Informes y Documentos de Trabajo de OEFA.
- MINAM (2009). *Plan Integral de Residuos Sólidos (PIGARS), Plan de Manejo de Residuos Sólidos (PMRS). Programa de Segregación en la Fuente y Recolección Selectiva de Residuos Sólidos (PSFRS), Guía Metodológica de formulación de PIGARSM del MINAM*. Instrumentos de gestión participativo de residuos sólidos.
- MINSA (1998). *Análisis Sectorial de los Residuos Sólidos*. Dirección General de Salud Ambiental (DIGESA) y Organización Panamericana para la Salud (OPS).
- Mohr Lagos, M. A. (2013). *Modelo de Programación Lineal Entera para Resolver el problema de recolección de residuos sólidos domiciliarios*. Tesis de Maestría titulado.
- Morgen sterb y Von Neuman (1945). *Desarrollo del método dual en la Economía; y la teoría de Juegos en las decisiones económicas*.
- Municipalidad Provincial de Huamanga (2018). *Manual Estadístico de residuos sólidos*.
- Naciones Unidas (1992). *La Agenda 21 adoptado por la Conferencia de las Río de Janeiro*.

- Newton, I. (1665). *La Revolución Matemática. Tema: Cálculos matemáticos para hallar Máximos y mínimos.*
- Nicholson W. (1997). *Lagrange. Rescatado del libro de teoría microeconómica.* Editorial McGraw Hill. Madrid –España.
- Nicholson W. (2011). *Teoría Microeconómica, Principios Básicos y Aplicaciones.* Novena Edición.
- Norris C. Clement y John C. Pool (2006). *Economía Enfoque: América Latina.* Editorial McGraw Hill. Quinta Edición.
- OCDE [Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico] (2010). *Definición de Residuos Sólidos.*
- OPS (2005). *El Manejo de Residuos Sólidos Municipales en América Latina y el Caribe. Serie Ambiental No 15. Desechos Peligrosos y Salud en América Latina y el Caribe.*
- Pashiagian B. P. (2000). *Teoría de los Precios y Aplicaciones.* Editorial McGraw-Hill Interamericana. 11° Edición.
- PCM (2001). *Guía Metodológica para la Elaboración del Plan Integral de Gestión Ambiental y residuos Sólidos (PIGARS).*
- PCM [Presidencia del Consejo de Ministros] (2000). *Ley 27314. Ley General de Residuos Sólidos y su Modificatoria en el año 2008. D.S. 1065.*
- Peña-Zerrillo, A (2017). *Modelamiento Matemático de Programación Lineal Aplicado a la Optimización de la Gestión de Residuos Sólidos Urbanos, Juliaca.*
- Pierre de Fermat. (2018). *Rescatado de Home Matemáticas. Principio de Fermat y Problemas de Optimización. Desarrollado en el siglo XVII.*
- Pozo-García,R.M (2016). *Análisis De Los Beneficios De Una Adecuada Gestión De Manejo De*

- Residuos Sólidos En El Distrito Metropolitano de Quito.*
- RAE [Real Academia Española] (2010). *Definición de Residuos Sólidos.*
- Robert S. Pindyck (2009). *Massachusetts Institute of Technology. Berkeley. Editorial Pearson*
Printice Hall. Séptima Edición
- Rondón (2016). *La Guía General para la Gestión de Residuos Domiciliarios. Manual de la Cepal.*
- Ruíz, L., Isaac J.; Urdiales V. y Mario W. (2016). *Modelo de optimización del sistema de recojo de residuos sólidos del distrito de Reque – Chiclayo.*
- Salazar E. y Ruiz N. (2009). Modelo ACO para la recolección de residuos por contenedores.
Revista chilena de ingeniería. Vol. 17 N° 2, 2009, pp. 236-243
- Taquia-Valdivia J.A. (2013). *Optimización de Rutas en una Empresa de Recojo de Residuos Sólidos en el Distrito de los Olivos.*
- Tchobanoglous G., Theisen H. y Vigil S.A (1998). *Gestión Integral de Residuos Sólidos. V.I y V. II. Mc Graw Hill.*
- Tucker K., Orlada, H, Pastor O. (2013). *Optimización de la localización y recogida de residuos sólidos Urbanos en la Universidad de complutense. Los Multiplicadores de Lagrange.*
- Ventura M; Meneu. Pérez-Salamero, J.M . (1999). *Matemáticas Fundamentos de Optimización Matemática en economía. Programación No Lineal.* Stigler (1945), Danzin, G. B. (1947).
Repro. Expres S.L.
- Ventura M; Meneu. Pérez-Galamero, J.M (1999). *Matemáticas Fundamentos de Optimización Matemática en economía. Programación No Lineal.* Repro. Expres S.L.
- Worthington y Dollery (2000). *Sobre la Eficiencia Técnica Productiva. Revista Policy Studies Journal.*



ESCUELA DE

POSGRADOUNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTÓBAL
DE HUAMANGA**CONSTANCIA DE ORIGINALIDAD 73-2024-UNSCH-EPG/OGH**

El que suscribe; responsable verificador de originalidad de trabajo de tesis de Posgrado en segunda instancia para la **Escuela de Posgrado – UNSCH**; en cumplimiento a la Resolución De Consejo Directivo N°109-2024-UNSCH-EPG/CD, Reglamento de Originalidad de trabajos de Investigación de la UNSCH, otorga lo siguiente:

CONSTANCIA DE ORIGINALIDAD

AUTOR	Bach. Narciso Marmanillo Perez
DENOMINACIÓN DEL PROGRAMA DE ESTUDIOS	MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA
GRADO ACADÉMICO QUE OTORGA	MAESTRO
DENOMINACIÓN DEL GRADO ACADÉMICO	MAESTRO(A) EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA, MENCIÓN GERENCIA DE PROYECTOS Y MEDIO AMBIENTE
TÍTULO DE TESIS	La gestión de residuos sólidos urbanos es un problema de optimización económica primal y dual en las municipalidades
EVALUACIÓN DE ORIGINALIDAD	13% de similitud
N° DE TRABAJO	2555038644
FECHA	17 de diciembre de 2024

Por tanto, según los artículos 12, 13 y 17 del Reglamento de Originalidad de Trabajos de Investigación, es procedente otorgar la constancia de originalidad con depósito.

Se expide la presente constancia, a solicitud del interesado para los fines que crea conveniente.

17 de diciembre de 2024.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN
CRISTÓBAL DE HUAMANGA
Escuela de Posgrado
.....
Dr. Oscar Gutiérrez HuamaniCC.
Archivo
OGH

La gestión de residuos sólidos urbanos es un problema de optimización económica primal y dual en las municipalidades.

por Narciso Marmanillo Perez

Fecha de entrega: 17-dic-2024 09:45p.m. (UTC-0500)

Identificador de la entrega: 2555038644

Nombre del archivo: NACHO-TESIS_POSGRADO_1.docx (1.43M)

Total de palabras: 40983

Total de caracteres: 212231

La gestión de residuos sólidos urbanos es un problema de optimización económica primal y dual en las municipalidades.

INFORME DE ORIGINALIDAD

13%	10%	11%	2%
INDICE DE SIMILITUD	FUENTES DE INTERNET	PUBLICACIONES	TRABAJOS DEL ESTUDIANTE

FUENTES PRIMARIAS

1	hdl.handle.net Fuente de Internet	5%
2	qdoc.tips Fuente de Internet	1%
3	Submitted to Universidad Señor de Sipan Trabajo del estudiante	1%
4	Arteaga Ferrando, Victor Lay Ma, Carmen Silvana Mayta Alecchi, Mariana Montoya Hernandez, Santiago. "Planeamiento Estrategico de los Residuos Solidos Municipales en el Peru", Pontificia Universidad Catolica del Peru - CENTRUM Catolica (Peru), 2021 Publicación	1%
5	repositorio.ucv.edu.pe Fuente de Internet	<1%
6	HINOSTROZA FERNANDEZ PERCY. "PIGARS para la Provincia de Huamanga 2016-IGA0006914", O.M. N° 016-2016-MPH/A, 2020	<1%

7 MUNICIPALIDAD PROVINCIAL DE PIURA. "PIGARS de la Provincia de Piura 2016-IGA0009220", Ordenanza N° 196-00-CMPP, 2020

Publicación

<1 %

8 CONSORCIO FICHTNER GMBH & CO. KG - CONSULTORIA Y DIRECCION DE PROYECTOS - CYDEP S.A.S.. "DIA del Proyecto Relleno Sanitario para el Distrito de Pozuzo, Provincia de Oxapampa, Departamento de Pasco-IGA0000132", R.D. N° 484-2014/DSB/DIGESA/SA, 2020

Publicación

<1 %

9 Otero León, Jersson Jesús. "Estudio de Caso: Análisis del Modelo de Gestión en el Manejo de Residuos Sólidos del Distrito del Callao Cercado", Pontificia Universidad Católica del Perú (Peru), 2023

Publicación

<1 %

10 Dominguez, Maria Cristina Marticorena. "Factores Clave Para Transitar Hacia Una Gestion Integral De Los Residuos Solidos: Analisis De La Gestion De Residuos En La Provincia De Lima (Peru), En La Region Flandes (Belgica) y En Los Casos Locales De exito De Miraflores y Amberes.", Pontificia

<1 %

Universidad Católica del Perú - CENTRUM Católica (Peru), 2021

Publicación

11

Bernabé, Renzo Alberto Matienzo. "Gestión de Impactos Ambientales de los Residuos Alimentarios a Nivel de Gobiernos Locales. el Estado de la Gestión de Residuos en el Mercado san José de Jesús María", Pontificia Universidad Católica del Perú (Peru), 2022

Publicación

<1 %

12

Jimenez Martinez, Nancy Merary. "La instrumentacion de la politica de los desechos en Mexico: transformaciones en la accion publica y en la recomposicion del estado 2003-2014", El Colegio de Mexico, 2022

Publicación

<1 %

13

PERU WASTE INNOVATION S.A.C. - PWI S.A.C.. "EIA-SD del Proyecto Relleno Sanitario, Planta de Tratamiento de Residuos Orgánicos y Planta de Separación de Residuos Inorgánicos Reciclables para la Ciudad de Orcopampa-IGA0002853", R.D. N° 568-2015/DSB/DIGESA/SA, 2021

Publicación

<1 %

14

Camilo Andrés Vargas Terranova. "Desarrollo de un modelo de economía circular para la gestión de residuos sólidos. Aplicación en municipios de economía deprimida en

<1 %

Colombia", Universitat Politecnica de Valencia,
2022

Publicación

-
- | | | |
|----|--|------|
| 15 | #N/A. "PMR del Distrito de Ate 2014-IGA0002216", Ordenanza N° 349-MDA, 2021
Publicación | <1 % |
| 16 | CASTROMONTE LUNA RODOLFO SULPICIO. "PIGARS de la Provincia de Lima 2014-IGA0004062", Ordenanza N° 1803, 2021
Publicación | <1 % |
| 17 | www.researchgate.net
Fuente de Internet | <1 % |
| 18 | PROICOR CONTRATISTAS S.A.C.. "PIGARS de la Provincia de Espinar 2018-IGA0007556", O.M. N° 68-2018-CM-MPE-E/C, 2020
Publicación | <1 % |
| 19 | repository.unipiloto.edu.co
Fuente de Internet | <1 % |
| 20 | Herrera Gomez, alvaro. "Planeamiento Estrategico de Gestion de Residuos en el Sector Textil Peruano.", Pontificia Universidad Catolica del Peru - CENTRUM Catolica (Peru), 2020
Publicación | <1 % |
| 21 | Submitted to Universidad Cesar Vallejo
Trabajo del estudiante | <1 % |
-

22 Johanna Karina Solano Meza. "Propuesta metodológica basada en redes neuronales artificiales para la determinación de la gestión óptima de residuos sólidos urbanos: aplicación en las localidades de Suba y Engativá de la ciudad de Bogotá (Colombia)", Universitat Politecnica de Valencia, 2021
Publicación <1 %

23 ASTUDILLO ARIAS DANIA SOLEDAD. "PMR del Distrito La Esperanza 2020-IGA0008172", O.M. N° 012-2020-MDE, 2020
Publicación <1 %

24 Horna, Luis Antonio Izquierdo. "Propuesta Metodológica para la Optimización de Modelos Predictivos de Generación de Residuos Sólidos Municipales en Zonas Urbanas", Pontificia Universidad Catolica del Peru (Peru), 2024
Publicación <1 %

25 Barrueto Carrillo, Shila. "La gestion de residuos solidos en los asentamientos humanos "La Paz" y "Luis Felipe de las Casas" en Ventanilla: Alternativas para una propuesta participativa.", Pontificia Universidad Catolica del Peru - CENTRUM Catolica (Peru), 2020
Publicación <1 %

26	Submitted to Universidad Católica Boliviana "San Pablo"	<1 %
	Trabajo del estudiante	
27	Dulanto Tello, Andres. "Análisis de la regulación peruana en materia de responsabilidad extendida del productor en el Reglamento de Residuos de Aparatos Eléctricos Y Electrónicos.", Pontificia Universidad Católica del Perú - CENTRUM Católica (Peru), 2020	<1 %
	Publicación	
28	Submitted to Universidad San Ignacio de Loyola	<1 %
	Trabajo del estudiante	
29	Zegarra Choque, July. "Los efectos de la formalización de los recicladores en el marco del desarrollo sostenible en el distrito de Independencia - Lima : Periodo 2009-2013.", Pontificia Universidad Católica del Perú - CENTRUM Católica (Peru), 2021	<1 %
	Publicación	
30	SARMIENTO CASTILLO HENRY WILLIAM. "PIGARS de la Provincia de San Ignacio 2015-IGA0010563", O.M. N° 014-2015-MEPSI, 2020	<1 %
	Publicación	
31	Renteria Sacha, Jose Manuel. "Factores críticos de éxito de una asociación de	<1 %

recicladores en Peru a traves del cambio hacia la formalizacion: Estudio de caso de la ARSEMIM en el distrito de Miraflores-Lima al 2018", Pontificia Universidad Catolica del Peru - CENTRUM Catolica (Peru), 2021

Publicación

32

MUNICIPALIDAD PROVINCIAL DE JULCAN. "PIGARS de la Provincia de Julcán 2015-IGA0008045", O.M. N° 036-2015-MPJ, 2020

Publicación

<1 %

33

Miriam-Bylim Mayta, René Paz Paredes, Roberto Arpi. "EFECTO DEL NIVEL SOCIOECONOMICO SOBRE LA PARTICIPACION EN LA CLASIFICACIÓN DE RESIDUOS SÓLIDOS URBANOS EN LOS HOGARES DE", Editora Cientifica Digital, 2023

Publicación

<1 %

Excluir citas

Activo

Excluir coincidencias < 30 words

Excluir bibliografía

Activo



**ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TESIS PARA OPTAR
EL GRADO ACADÉMICO DE MAESTRO(A) EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA, MENCIÓN GERENCIA DE
PROYECTOS Y MEDIO AMBIENTE
RESOLUCIÓN DIRECTORAL N° 000358-2024-UNSCH-EPG/D.**

Siendo las 4:00 p.m. del 18 de junio de 2024 se reunieron en el auditorium de la Escuela de Posgrado de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, el Jurado Examinador y Calificador de Tesis, presidido por el **Dr. Oscar GUTIERREZ HUAMANI** Director de la Escuela de Posgrado, el **Mg. Edmundo CANCHARI GUTIERREZ** Director de la Unidad de Posgrado de la Facultad de Ingeniería de Minas, Geología y Civil, e integrado por los siguientes miembros: **Dr. Indalecio QUISPE RODRIGUEZ** y el **Mtro. Jaime Leonardo BENDEZU PRADO**; para la sustentación oral y pública de la tesis intitulada: **LA GESTION DE RESIDUOS SOLIDOS URBANOS ES UN PROBLEMA DE OPTIMIZACION ECONOMICA PRIMAL Y DUAL EN LAS MUNICIPALIDADES**. En la ciudad de Ayacucho del 2024 presentado por el **Bach. Narciso MARMANILLO PEREZ**. Teniendo como asesor al **Dr. Hermes Segundo BERMUDEZ VALQUI**.

Acto seguido se procedió a la exposición de la tesis, con el fin de optar el Grado Académico de **MAESTRO(A) EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA, Mención GERENCIA DE PROYECTOS Y MEDIO AMBIENTE**. Formuladas las preguntas, éstas fueron absueltas por el graduando.

A continuación, el Jurado Examinador y Calificador de Tesis procedió a la votación, la que dio como resultado el siguiente calificativo: Dieciséis (16).

CALIFICACION (x)


Aprobado(a) por Unanimidad.	X
Aprobado(a) por Mayoría.	—
Desaprobado(a) por Unanimidad.	—
Desaprobado(a) por Mayoría.	—

(x) Marcar con aspa.

Luego, el presidente del Jurado recomienda que la Escuela de Posgrado proponga que se le otorgue al **Bach. Narciso MARMANILLO PEREZ**, el Grado Académico de **MAESTRO(A) EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA, Mención GERENCIA DE PROYECTOS Y MEDIO AMBIENTE**. Siendo las 17:35 hrs. se levanta la sesión. Se extiende el acta en la ciudad de Ayacucho, a las 17:35 hrs. del 18 de junio de 2024.


.....
Dr. Oscar GUTIERREZ HUAMANI
Director(e) de la Escuela de Posgrado.


.....
Mg. Edmundo CANCHARI GUTIERREZ
Director de la UPG - FIMGC.


.....
Dr. Indalecio QUISPE RODRIGUEZ
Miembro.


.....
Mtro. Jaime Leonardo BENDEZU PRADO
Miembro.


.....
Dr. Marco Rolando ARONES JARA
Secretario Docente.

Observaciones:

Faltó el Dr. Indalecio Quispe Rodriguez.
.....
.....