

UNIVERSIDAD NACIONAL SAN CRISTOBAL DE HUAMANGA  
FACULTAD DE INGENIERÍA DE MINAS, GEOLOGÍA Y CIVIL  
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL



Diseño estructural de edificio considerando la  
interacción dinámica suelo-estructura.

Tesis para optar el Título Profesional de Ingeniero Civil

Presentado por: Dante Lorenzo Muchari Navarrete

Ayacucho

Perú

2013



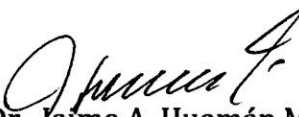
UNIVERSIDAD NACIONAL SAN CRISTOBAL DE HUAMANGA  
FACULTAD DE INGENIERÍA DE MINAS, GEOLOGÍA Y CIVIL  
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL


---


“DISEÑO ESTRUCTURAL DE EDIFICIO CONSIDERANDO LA  
INTERACCIÓN DINÁMICA SUELO-ESTRUCTURA”

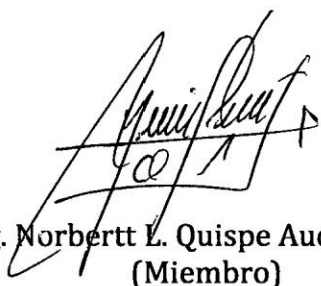
Recomendado: 12 de Setiembre del 2012


Aprobado: 22 de Marzo del 2013

  
Ing. Dr. Jaime A. Huamán Montes.  
(Presidente)

  
Ing. Cristian Castro Pérez.  
(Miembro)

  
Ing. Rubén A. Yachapa Condeña  
(Miembro)

  
Ing. Norbert L. Quispe Auccapucla  
(Miembro)

  
Ing. Flora N. Yagali Guerra  
(Secretario Docente)



UNIVERSIDAD NACIONAL SAN CRISTOBAL DE HUAMANGA  
FACULTAD DE INGENIERÍA DE MINAS, GEOLOGÍA Y CIVIL  
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL

---

Según el acuerdo constatado en el Acta del 22 de Marzo del 2013, en la sustentación de tesis presentado por el Bachiller en Ciencias de la Ingeniería Civil Sr. Dante Lorenzo Muchari Navarrete, con la Tesis Titulado "DISEÑO ESTRUCTURAL DE EDIFICIO CONSIDERANDO LA INTERACCIÓN DINÁMICA SUELO-ESTRUCTURA", fue calificado con la nota de DIECISÉIS (16) por lo que se otorga la respectiva APROBACIÓN.

Recomendado: 12 de Setiembre del 2012

Aprobado: 22 de Marzo del 2013

Ing. Dr. Jaime A. Huamán Montes.  
(Presidente)

Ing. Cristian Castro Pérez.  
(Miembro)

Ing. Rubén A. Yachapa Condeña  
(Miembro)

Ing. Norbert L. Quispe Auccapucla  
(Miembro)

Ing. Floro N. Yangali Guerra  
(Secretario Docente)

## **Dedicatoria**

---

Para una mujer cuya esencia es el amor, mi Madre; María.

Para dos jóvenes, Mis hermanos: Miguel y Rubén; Testimonio de lealtad y cariño.

Para mis amigos: Que defienden la bandera por una causa justa.

A mi origen: Ayacucho - Huamanga - Ayacucho tierra libre, hogar de valientes.

## **Agradecimiento**

---

A mi madre María, y mis hermanos Miguel y Rubén.

A Diego ladrón de Guevara.

A Cristóbal Zamora y Castilla.

A la Universidad Nacional San Cristóbal de Huamanga.

## Resumen

---

La interacción suelo estructura consiste en un conjunto de efectos cinemáticas e inerciales, producidos en la cimentación bajo los movimientos y fuerzas inducidas durante un sismo, debido a la deformabilidad (flexibilidad) del suelo donde reposa o está dentro del subsuelo. Estos efectos modifican la respuesta de una construcción, alargando los periodos de vibración naturales de la estructura así como disminuyendo su frecuencia, por efectos del llamado cabeceo, giro y desplazamiento de la cimentación en el primer caso, y por la radiación de ondas desde la cimentación, en el segundo; por lo tanto se puede afirmar que hay un flujo de energía desde el suelo a la estructura y viceversa.

En un modelo de suelo rígido, la energía recibida por la estructura solo puede ser disipada por mecanismos de amortiguamiento interno tales como deformaciones plásticas, amortiguamiento viscoso, energía de fractura, etc.

En cambio para suelos de fundación flexible parte de la energía es retornada hacia el suelo irradiando hacia fuera del sistema, dando lugar a una distribución de esfuerzos resistentes en los elementos de la estructura que podrían aumentar o disminuir según el balance energético en que está sometida.

La interacción está íntimamente relacionado con el diseño: el diseño de una cimentación influye en la magnitud de las fuerzas inducidas en la estructura y, a su vez, estas fuerzas influyen en el diseño del sistema estructural. Este principio que es aplicable a la estructura en su totalidad.

En el estudio entonces es lograr que el suelo de fundación interactúe de manera conjunta con la estructura, que nos permite obtener resultados que

describen el verdadero comportamiento de éste frente a un evento sísmico, mediante la utilización de los parámetros que nos brinda el estudio de mecánica de suelos y que muchas veces algunos de ellos no se toman en cuenta en un modelamiento con empotramiento perfecto en la base de cimentación y que no considera interacción.

Se eligió el modelo dinámico de la Norma Rusa, que considera la flexibilidad y propiedades inerciales del suelo de fundación, cuya aplicación se realiza con el programa Sap 2000 v14 al edificio “La Sede del Distrito Judicial de Ayacucho Ministerio Público – Fiscalía de la Nación”.

Por medio del presente análisis en la modelación respecto al empotramiento perfecto del edificio se tienen resultados como: el incremento de los periodos de vibración, incremento de los desplazamientos máximos de los diferentes niveles de entrepiso respecto a los ejes globales OX y OY, disminución de fuerzas axiales máximas, aumento y disminución de forma favorable de las fuerzas cortantes y momentos flectores en los diferentes elementos que componen la estructura.

Por tanto el diseño de estructura en general está basado en un delicado balance entre resistencia y capacidad de deformación de una estructura, comportándose en el rango elástico lineal.

# Índice general

---

Portada.	
Dedicatoria .....	I
Agradecimiento .....	II
Resumen.....	III
Índice general.....	V
Índice de cuadros.....	XV
Índice de figuras.....	XVII
<b>Capítulo I.....</b>	<b>1</b>
1.0.- Introducción.....	1
1.1.- Generalidades.....	1
1.2.- Antecedentes.....	1
1.3.- Planeamiento y actividad de investigación.....	3
1.4.- Justificación.....	8
1.5.- Importancia de investigación.....	10
1.6.- Errores conceptuales en análisis con empotramiento .....	11
1.7.- Hipótesis.....	11
1.7.1.- Hipótesis Global.....	12
1.7.2.- Subhipótesis.....	12
1.8.- Objetivo de investigación.....	13
1.8.1.- Objetivos generales.....	13
1.8.2.- Objetivos específicos.....	14
1.9.- Método de trabajo de investigación.....	14

1.10.- Resultados y valor práctico de investigación. ....	14
1.10.1 Análisis de resultados.....	14
1.10.2.- Valor práctico de investigación.....	15
1.11.- Aplicación.....	15
1.12.- Consideraciones y criterios de diseño.....	16
<b>Capítulo II.....</b>	<b>17</b>
2.0.- Creación de la tierra y la sismología.....	17
2.1.- Origen y evolución del universo y de la tierra.....	17
2.1.1.- Generalidades.....	17
2.1.2.- Génesis y evolución.....	17
2.1.2.1.- Teoría de big bang.....	17
2.1.2.2.- Galaxias.....	18
2.1.2.3.- Vía láctea.....	18
2.1.2.4.- Sistema solar.....	19
2.1.2.5.- La tierra.....	20
2.1.2.5.1.- Origen y evolución de la tierra.....	20
2.1.2.5.1.1.- Origen y evolución del núcleo.....	20
2.1.2.5.1.2.- Origen y evolución del manto.....	21
2.1.2.5.1.3.- Origen y evolución de la corteza.....	22
2.1.2.5.2.- Composición de las capas de la tierra.....	25
2.1.2.5.2.1.- Composición del núcleo.....	25
2.1.2.5.2.2.- Composición del manto.....	26
2.1.2.5.2.3.- Composición de la corteza.....	26

2.1.2.5.3.- Tectónica de placas .....	27
2.1.2.5.4.- Estructura actual de la tierra.....	30
2.2.- Sismología.....	32
2.2.1.- Generalidades. ....	32
2.2.2.- Origen de los sismos.....	32
2.2.2.1.- Contacto entre placas y actividad sísmica.....	33
2.2.2.1.1.- Sismos en la zona de subducción.....	33
2.2.2.1.2.- Sismos originados en los fallamientos geológicos.....	35
2.2.3.- Característica de los sismos. ....	37
2.2.3.1.- Foco y epicentro de un sismo.....	37
2.2.3.2.- Tipos de ondas sísmicas.....	38
2.2.3.2.1.- Ondas internas. ....	39
2.2.3.2.1.1.- Ondas primarias (P). ....	39
2.2.3.2.1.2.- Ondas secundarias (S). ....	39
2.2.3.2.1.3.- Características de las ondas (P) y (S).....	40
2.2.3.2.2.- Ondas superficiales. ....	41
2.2.3.2.2.1.- Ondas love (L).....	41
2.2.3.2.2.2.- Ondas rayleigh (R). ....	41
2.2.3.2.2.3.- Características de las ondas (L) y (R). ....	41
2.2.4.- Acelerogramas y registro sísmico.....	42
2.2.5.- Movimiento ondulatorio.....	44
2.2.6.- Magnitud y energía liberada. ....	44
2.2.7.- Intensidad sísmica. ....	45

2.2.8.- Particularidades de la respuesta local y capacidad de daño. ....	47
2.2.8.1.- Espectro de respuesta para diseño.....	47
2.2.9.- Análisis del peligro, vulnerabilidad y riesgo sísmico. ....	48
2.2.9.1.- Peligro sísmico.....	48
2.2.9.2.- Vulnerabilidad sísmica. ....	51
2.2.9.3.- Riesgo sísmico.....	51
2.2.10.- Microzonificación. ....	52
<b>Capítulo III</b> .....	<b>54</b>
3.0.- Ingeniería sismorresistente y efectos sísmicos.....	54
3.1.- Ingeniería sismorresistente.....	54
3.1.1.- Generalidades.....	54
3.1.2.- Características de la acción sísmica. ....	54
3.1.3.- Respuesta de los edificios a la acción sísmica.....	56
3.1.4.- Daños estructurales más comunes. ....	59
3.1.5.- Sismos de diseño. ....	64
3.1.6.- Niveles de desempeño de las edificaciones.....	65
3.1.7.- Niveles de desempeño y sismos de diseño.....	66
3.1.8.- Aspectos principales de diseño sísmico. ....	68
3.2.- Efectos sísmicos en los edificios.....	70
3.2.1.- Generalidades.....	70
3.2.2.-Esfuerzos en las construcciones.....	70
3.2.2.1.- Inercia. ....	70
3.2.2.2.- Elasticidad. ....	71

3.2.2.3.- Aceleración.....	72
3.2.2.4.- Movimiento pendular.....	73
3.2.2.5.- Velocidad angular.....	75
3.2.2.6.- Modos de vibración.....	76
3.2.2.7.- Periodos de vibración del terreno.....	77
3.2.2.8.- Sincronización o resonancia.....	77
3.2.2.9.- Ductilidad.....	78
3.2.2.10.- Rigidez.....	79
3.2.2.11.- Esfuerzos de volteo. ....	81
3.2.2.12.- Empotramiento del edificio en el terreno. ....	84
3.2.2.13.- Efectos de torsión. ....	85
<b>Capítulo IV.....</b>	<b>88</b>
4.0.- Dinámica estructural.....	88
4.1.- Conceptos básicos para el análisis dinámico estructural.....	88
4.1.1.- Generalidades. ....	88
4.1.2.- Dinámica.....	88
4.1.2.1.- Fuerza.....	88
4.1.2.2.- Fuerzas internas.....	89
4.1.2.3.- Segunda ley de Newton. ....	89
4.1.2.4.- Peso.....	90
4.1.2.5.- Concepto de masa.....	90
4.1.2.6.- Masa Inercial ( $m_i$ ).....	90
4.1.2.7.- Masa Gravitacional ( $m_g$ ).....	91

4.1.2.8.- Fuerza inercial. ....	91
4.1.2.9.- Equilibrio Dinámico.....	92
4.1.3.- Grados de Libertad en el análisis estático .....	93
4.1.4.- Edificio de cortante.....	95
4.1.5.- Pórticos espaciales con entrepisos de diafragmas rígidos.....	96
4.1.6.- Muros confinados por marcos.....	98
4.1.7.- Grados de Libertad en el análisis dinámico. ....	99
4.2.- Dinámica estructural para un grado de libertad. ....	102
4.2.1.- Generalidades. ....	102
4.2.2.- Sistemas con un grado de libertad.....	102
4.2.3.- Vibraciones sin amortiguamiento.....	104
4.2.3.1.- Constante de rigidez $k$ del resorte. ....	104
4.2.3.2.- Movimiento armónico simple. ....	105
4.2.3.3.- Vibraciones forzadas. ....	121
4.2.3.3.1.- Fuerza periódica en los elementos de la estructura.....	121
4.2.3.3.2.- Desplazamiento periódico del cimiento de la estructura .....	122
4.2.3.3.3.- Solución complementaria y solución particular .....	124
4.2.3.3.3.1.- Solución complementaria.....	127
4.2.3.3.3.2.- Solución particular.....	127
4.2.3.3.3.2.1.- Para el caso que una fuerza periódica actúa en el sistema.....	127
4.2.3.3.3.2.2.- Para el caso de un desplazamiento periódico del soporte.....	128
4.2.3.3.4.- Solución general de la vibración forzada. ....	128
4.2.4.- Vibraciones amortiguadas. ....	132

4.2.4.1.-Tipos de fuerza de amortiguamiento.....	132
4.2.4.1.1.- Amortiguamiento viscoso.....	133
4.2.4.2.- Vibraciones libres con amortiguamiento .....	133
4.2.4.2.1.- Decremento logarítmico.....	143
4.2.4.2.2.- Pérdida de energía por ciclo. ....	146
4.2.4.3.- Vibraciones forzadas con amortiguamiento .....	147
4.2.4.3.1.- Fuerza periódica en los elementos de la estructura .....	147
4.2.4.3.2.- Desplazamiento periódico del cimiento de la estructura .....	148
4.2.4.3.3.- Solución complementaria y solución particular .....	150
4.2.4.3.3.1.- Solución complementaria.....	151
4.2.4.3.3.2.- Solución particular.....	151
4.2.4.3.4.- Solución general para el movimiento amortiguado forzado.....	155
4.2.5.- Resonancia.....	163
4.2.5.1.- Determinación de la amortiguación en la condición de resonancia. ....	164
4.2.6.- Fuerzas transmitidas y aislamiento. ....	166
4.2.6.1.- Fuerza transmitida por el movimiento del soporte a la estructura .....	166
4.2.6.2.-Fuerza transmitida de la estructural al cimiento. ....	169
4.2.7.- Instrumento de medida de la vibración. ....	174
4.3.- Dinámica estructural para varios grados de libertad. ....	179
4.3.1.- Generalidades. ....	179
4.3.2.- Atenciones para modelar un sistema estructural.....	179
4.3.3.- movimiento amortiguado de un edificio.....	181

4.3.3.1.- Respuesta de un edificio a la fuerza periódica que actúan en los elementos de la estructura, así como por el movimiento de su base.....	181
<b>Capítulo V</b> .....	185
5.0.- Interacción dinámica suelo estructura.....	185
5.1.- Generalidades.....	185
5.2.- Definición de interacción suelo estructura.....	186
5.3.- Aspectos analíticos. ....	188
5.3.1.- Interacción Suelo-Estructura Desde el punto de vista Estático. ....	188
5.3.2.- Interacción Suelo-Estructura Desde el punto de vista Dinámico. ....	188
5.4.- Planteamiento del problema de la interacción dinámica suelo-estructura .....	189
5.5.- Relación entre la interacción inercial y cinemática.....	196
5.6.- independencia de la interacción inercial con la cinemática. ....	196
5.7.- Estimación aproximada de propiedades dinámicas.....	197
5.8.- Rigideces asociadas. ....	203
5.9.- Resortes y amortiguadores equivalentes del suelo. ....	204
5.10.- Rigideces equivalentes del suelo.....	205
5.11.- Amortiguamiento. ....	208
5.12.- Funciones de impedancia. ....	209
5.13.- síntesis de interacción suelo estructura. ....	210
5.14.- Modelo dinámico de interacción suelo estructura. ....	211
5.14.1.- Modelo dinámico Norma Rusa Snip 2.02.05.87. ....	211
<b>Capítulo VI</b> .....	221
6.0.- Modelamiento y análisis.....	221

6.1.- Descripción del proyecto. ....	221
6.1.1.- Generalidades. ....	221
6.1.2.- Descripción del edificio.....	221
6.1.3.- Descripción del suelo de fundación.....	224
6.2.- Cálculo de coeficientes de rigidez, Amortiguamiento relativo y momento máximo de Inercia.....	225
6.2.1.- Generalidades. ....	225
6.2.2.- Características del suelo de fundación.....	225
6.2.3.- Cálculo de coeficientes de rigidez, Amortiguamiento relativo y Momento máximo de inercia en la zapata de la edificación modelada.....	226
6.2.3.1.- Modelo dinámico de la NORMA RUSA SNIP 2.02.05-87. ....	226
6.3.-Diseño estructural de edificio considerando la interacción dinámica- suelo-estructura.....	229
6.3.1.- Generalidades. ....	229
6.3.2.- Consideraciones según el Reglamento Nacional de Edificaciones.....	229
6.3.2.1.- E-020 Cargas.....	230
6.3.2.2.- E-030 Diseño Sismorresistente.....	235
6.3.2.3.- E-050 Suelos y Cimentaciones.....	239
6.3.2.4.- E-060 Concreto Armado.....	240
6.3.3.- Consideraciones en la Modelación de la edificación a través del programa Sap 2000 v.14.....	241
6.3.3.1.- Modelo dinámico bajo suelo rígido.....	242
6.3.3.2.- Modelo dinámico bajo suelo flexible.....	242

6.3.3.3.- Propiedades consideradas en al Sap 2000 y el análisis modal espectral.....	245
6.4.- Resultados de la investigación numérica.....	253
6.5.- Diseño y Reforzamiento estructural del edificio analizado.....	255
<b>Capítulo VII</b> .....	<b>257</b>
7.0.- Conclusión, recomendaciones y futuras líneas de investigación. ....	257
7.1.- Conclusiones .....	257
7.2.- Recomendaciones.....	260
7.2.- Futuras líneas de investigación. ....	261
Bibliografía .....	262
Apéndice A.....	267
Reporte de resultados. ....	267
Apéndice B.....	284
Planos.....	284

## Índice de cuadros

2-1. Resumen de la intensidad de Mercalli Modificada.....	46
3-1. Sismos de Diseño para Edificios, sugeridos por el Comité Visión 2000, SEAO. ....	64
3-2. Niveles de Desempeño Estructurales, según SEAO 1995 .....	65
3-3. Desempeño de edificios Comunes, Esenciales y de Seguridad Crítica. ....	66
3-4. Sismos de Diseño, aceleraciones máximas en la roca para la Costa del Perú y comportamiento estructural deseado de Edificios Comunes. ....	67
4.1. Relación de $\frac{w_p}{w_n}$ , para $\frac{c}{c_c} = 0.70$ .....	177
5.1. Coeficiente de la condición de trabajo del suelo de fundación .....	214
5.2. Coeficiente de la condición de trabajo del suelo de fundación .....	214
5.3. Resistencia de cálculo $R$ para suelos grandes o de grano grueso .....	215
5.4. Resistencia de cálculo $R$ para suelos arenosos .....	215
5.5. Resistencia de cálculo $R$ para Arenas, arenas arcillosas y arcillas .....	216
5.6. Resistencia de cálculo $R$ para Suelos naturales y compactados.....	216
5.7. Resistencia de cálculo $R$ para suelos terraplenados o de relleno.....	217
5.8. Relación de $m_{oz} \nu_{oz} \nu_{ox}$ en función del módulo de poisson.....	219
5.9. Relación de $\nu_{1z} \nu_{1\phi} \nu_{1x}$ en función del módulo de poisson .....	220
6.1. Características del suelo de fundación del proyecto. ....	226
6.2. Límites de desplazamiento lateral de entrepisos. ....	238

Apéndice A-01 Cálculo de coeficientes de rigidez, amortiguamiento y momento de inercia por el modelo dinámico Norma Rusa .....	268
Apéndice A-02 Cálculo de coeficientes de presión de tierra.....	271
Apéndice A-03 Factores sísmicos según Norma E-030 diseño sismorresistente y aceleración espectral Dirección "X" y "Y" .....	272
Apéndice A-04 Periodo y frecuencia de los modos de vibración de la estructura .....	279
Apéndice A-05 Resultado y comparación de desplazamientos máximos.....	280
Apéndice A-06 Esfuerzos máximos de los elementos de la estructura con la envolvente bajo una cimentación rígida y flexible .....	283

## Índice de figuras.

---

1-1. Esquema espacial de Cálculo de la cimentación tipo zapata aislada. ....	6
1-2. Efectos del movimiento sísmico en las construcciones en suelo rígido y Flexible .....	10
1-3. Diferencia entre modelo tradicional y modelo de investigación por tesis UNSCH.....	12
2-1. Vía Láctea.....	19
2-2. Formación de nuestro Sistema solar Planetario partir de una nebulosa.....	20
2-3. Hipótesis sintética: El núcleo se formó por fusión catastrófica en una tierra aún en formación. ....	21
2-4. Diferentes posiciones de los continentes. ....	24
2-5. Relieve general de la tierra. ....	29
2-6. Idealización del afloramiento del material magmático, la expansión del lecho marino en las dorsales oceánicas, el movimiento de las placas y el mecanismo de subducción. ....	29
2-7. Principales placas tectónicas. ....	29
2-8. Modelos de la estructura de la Geósfera. ....	31
2-9. Cinturón de fuego.....	34
2-10. Deformación de la corteza en la teoría de la recuperación elástica. ....	36
2-11. Tipos de fallas geológicas.....	36

2-12. Propagación de ondas sísmicas desde el hipocentro. ....	38
2-13. Propagación de ondas P.....	39
2-14. Propagación de ondas S.....	39
2-15. Propagación de ondas L.....	41
2-16. Propagación de ondas R.....	41
2-17. Registro de la red acelerógrafa tiempo historia de aceleraciones, registrado el 2003/05/28, Hora 16:20, Lima, Perú.....	43
2-18. Espectros de aceleración promedio para diferentes condiciones del sitio de registro. ....	47
2-19. Mapa de isoaceleraciones para 50 años de vida útil.....	49
2-20. Mapa de isoaceleraciones para 100 años de vida útil.....	50
2-21. Zonificación sísmica del territorio peruano.....	51
3-1. Flujo de fuerza en la estructura debido a la vibración. ....	55
3-2. Relación Carga deformación de una estructura.....	57
3-3. Modelo de un sistema de un grado de libertad. ....	58
3-4. Registros de aceleraciones en un edificio de la ciudad de México para un sismo moderado (28 de octubre de 1993). ....	59
3-5. colapso de edificio por falla de columnas.....	60
3-6. Falla de columnas con escaso refuerzo transversal. ....	60

3-7. Falla por escasez de anclaje del refuerzo de la columna en su conexión con el sistema de piso.....	61
3-8. Volteo de un edificio por falla de cimentación. ....	61
3-9. Falla de columna por efecto de cortante y torsión producida por excentricidad de la viga longitudinal.....	62
3-10. Falla debida a golpeo entre edificios adyacentes.....	63
3-11. Falla por cortante en columna corta.....	63
3-12. Daños en elementos de fachada por movimientos laterales excesivos del edificio.....	64
3-13. Vibraciones del sistema estructural por acción de las fuerzas actuantes.....	71
3-14. Idealización de Elasticidad en el sistema.....	72
3-15. Movimiento pendular en el vacío.....	74
3-16. Movimiento armónico simple.....	75
3-17. Modos de Vibración.....	76
3-18. Representación de la sincronización y resonancia .....	78
3-19. Idealización de un elemento para conceptualizar la rigidez.....	79
3-20. Constante de resorte en un sistema.....	81
3-21. Esfuerzos de volteo.....	81
3-22. Estructuras a esfuerzos de volteo.....	82

3-23. Resultante de las fuerzas en la base del edificio .....	83
3-24. Empotramiento del edificio en el terreno.....	84
3-25. Centro de Masa; Centro de Rigidez; y Excentricidad.....	86
3-26. Efecto de Torsión en la edificación.....	86
3-27. Efectos de torsión en la estructura.....	87
4-1. (a) Fuerzas que actúan sobre la masa; (b) Resultante de las fuerzas.....	89
4-2. Esquema para el concepto de masa inercial.....	91
4-3. Esquema para el concepto de masa gravitacional .....	91
4-4. Esquema para el concepto de equilibrio dinámico .....	92
4-5. (a) Resorte elástico lineal; (b) Curva Carga deformación (c) Marco estructural de dos pisos.(d) grados de libertad .....	93
4-6. Edificio de cortante .....	96
4-7. Sistema Marco.....	97
4-8. Relación entre los desplazamientos en planta del piso rígido $i$ y el desplazamiento lateral del sistema plano $j$ en dicho piso.....	97
4-9. Muro confinado por un marco .....	98
4-10. Grados de libertad simplificados (a) Estático (b) Dinámico.....	99
4-11. (a) Estructura modelada de un grado de libertad; (b) Modelo matemático de un grado de libertad.....	103
4-12. Modelos matemáticos de un grado de libertad sin amortiguamiento.....	104
4-13. Relación entre fuerza y desplazamiento (a) resorte Duro (b) Resorte lineal (c) resorte blando.....	104

4-14. Modelo de vibración libre .....106

4-15. Movimiento armónico simple representado por la proyección de un movimiento circular ..... 109

4-16. masa oscilante traza una onda cosenoidal en el papel gráfico móvil.....110

4-17. Vibración horizontal del sistema de un grado de libertad ..... 111

4-18. Relación entre el movimiento circular uniforme de un punto  $M$  y el movimiento armónico simple del punto  $M_y$ ..... 112

4-19. Representación gráfica del movimiento armónico simple: el desplazamiento, velocidad y aceleración que varían senoidalmente con el tiempo pero no están en fase..... 115

4-20. Representación del movimiento armónico simple en el círculo de referencia..... 118

4-21. Vector rotante del desplazamiento en el MAS. .... 120

4-22. Vectores rotantes del desplazamiento, velocidad y aceleración en el MAS. .... 120

4-23. Movimiento del sistema bajo la acción de una fuerza periódica en el sistema..... 122

4-24. Movimiento del sistema bajo el desplazamiento periódico de la cimentación. .... 123

4-25. Solución particular y solución complementaria de vibraciones forzadas ..... 125

4-26. Gráficos de desplazamiento de una vibración forzada sin amortiguamiento  $\frac{w}{w_n} = 0.2$ . ..... 126

4-27. Gráficos de solución complementaria y solución particular. .... 128

4-28. Factor de amplificación respecto a la relación  $\frac{w_f}{w_n}$ . ..... 130

4-29. Movimiento vibratorio con amortiguación viscosa. .... 134

4-30. Representación de una vibración libre amortiguada con trayectoria de una espiral logarítmica ..... 135

4-31. Representación grafica de un movimiento sobre amortiguado y amortiguado críticamente ..... 139

4-32. Representación grafica de un movimiento subamortiguado. El límite inicial de movimiento  $y_{m,a}$  disminuye con cada ciclo de vibración ..... 142

4-33. Amplitudes máximas y los desplazamientos en los puntos de tangencia con la envolvente..... 145

4-34. Modelo Matemático de un movimiento amortiguado cuando la fuerza externa actúa en los elementos de la estructura..... 148

4-35. Modelo matemático de un movimiento amortiguado cuando la base de fundación de la estructura experimenta un desplazamiento..... 149

4-36. Representación de la solución complementaria y solución particular ..... 151

4-37. Vectores Rotantes de G y H..... 154

4-38. Gráfico de la solución particular y solución complementaria. $\frac{w}{w_n} = 0.2, \xi = 0.05$ .....	156
4-39. Vectores rotantes de la solución particular .....	157
4-40. Sistema de Fuerzas concurrentes de la solución particular .....	157
4-41. diagrama de relación entre FA con $\frac{w_b}{w_n}$ .....	160
4-42. diagrama de relación entre el ángulo de fase $\varphi$ (solución particular) con $\frac{w_b}{w_n}$ .....	160
4-43. Vectores rotantes de la solución particular primer caso .....	161
4-44. Vectores rotantes de la solución particular segundo caso .....	162
4-45. Vectores rotantes de la solución particular tercer caso .....	162
4-46. Curva de respuesta de frecuencia para un sistema moderadamente amortiguada .....	165
4-47. (a) Oscilador excitado armónicamente en el soporte y diagrama de cuerpo libre. Incluido la fuerza de inercia .....	166
4-48. oscilador con amortiguación excitado armónicamente y diagrama de cuerpo libre.....	169
4-49. Vectores rotantes para un movimiento vibratorio forzado .....	170
4-50. Gráfico de la transmisibilidad en función de la razón de frecuencia, para diferentes valores de amortiguamiento .....	173

4-51. Modelo matemático de un sismógrafo.....	174
4-52. Respuesta del sismógrafo a un movimiento armónico de su base.....	176
4-53. Modelo matemático de un sistema estructural de tres pisos.....	181
4-54. Modelo matemático y diagrama de cuerpo libre. ....	182
5-1. Definición de interacción suelo-estructura. Si difieren los movimientos en los puntos D, entonces existe interacción suelo-estructura. ....	186
5-2. Resultados típicos del análisis de interacción suelo – estructura.....	190
5-3. Solución en dos pasos para el problema de Interacción Suelo-Estructura. ....	191
5-4. Solución en tres pasos con una cimentación rígida.....	193
5-5. Método de la subestructura aplicado a problemas de la interacción Suelo-Estructura.....	194
5-6. Modelos Para el análisis de la interacción Suelo-Estructura.....	199
5-7. Esquema de cálculo de las condiciones de fijación de la estructura tipo péndulo invertido: a) Esquema tradicional, b) Esquema considerando la flexibilidad de la base de fundación. ....	205
5-8. Esquema espacial de Cálculo de la cimentación tipo zapata aislada. ....	207
6-1. Propiedades ingresadas al Sap 2000 del concreto $f_c=210\text{Kg/cm}^2$ .....	231
6-2. Sistemas Estructurales del Ministerio Público Fiscalía de la Nación en el Sap 2000 v14 con empotramiento en la cimentación.....	242

6-3. Propiedades mecánicas ingresadas de las zapatas en el Sap 2000 v14. ....	243
6-4. Aplicación de rigidez, amortiguamiento y masa inercial a la zapata. ....	243
6-5. Sistema Estructural del Ministerio Público Fiscalía de la Nación en el Sap 2000 v14 considerando el suelo flexible. ....	244
6-6. Ingreso de variación de presiones laterales en función a la altura del muro. ....	245
6-7. Asignación de presiones laterales de tierra como un estado de carga. ....	246
6-8. Asignación de factor de amplificación de la respuesta estructural respecto a la aceleración en el suelo (pseudo aceleración). ....	247
6-9. Asignación del factor de multiplicidad que define el espectro de pseudo aceleración. ....	248
6-10. Análisis Modal. ....	249
6-11. Aceleración Espectral en la Dirección X. ....	250
6-12. Combinación para hallar los desplazamientos laterales según E-030 Capítulo IV, Art 16 (16.4). ....	251

## **1.0.- Introducción.**

### **1.1.- Generalidades.**

El Perú es un país altamente sísmico y según la clasificación mundial le corresponde 9 grados en la escala Mercalli Modificada. Y Cerca de 18 millones de peruanos están expuestos a las constantes amenazas de ocurrencias de sismos. Cabe indicar, que las investigaciones sísmicas, aun están lejos de poder resolver el peligro sísmico; para esto el ingeniero a cargo del diseño y cálculo estructural, debe ser consciente del riesgo y vulnerabilidad que el fenómeno sísmico puede implicar sobre las obras construidas o por construirse, por ello el análisis de interacción dinámica-suelo-estructura hace parte fundamental en el cálculo estructural de la ingeniería sísmica

La complejidad del problema de Interacción Suelo - Estructura radica en la manera de integrar dos elementos como son el suelo y la estructura.

Este fenómeno de interacción persigue describir los efectos que ocurren en el plano de contacto entre la masa de suelo y la estructura, para que de ésta manera se incluyan no sólo las características estructurales sino también las propiedades locales del depósito de suelo subyacente, y poder obtener así el comportamiento que más se ajuste a la respuesta real de la estructura ante un evento sísmico.

### **1.2.- Antecedentes.**

A partir de los años de 1960, la situación política social del Departamento de Ayacucho, ha generado inestabilidad en la población, originando la migración de las áreas rurales hacia la ciudad, haciendo que el crecimiento sea en forma desordenada,

con edificaciones ubicadas en lugares de diferente capacidad portante del suelo, así mismo en lugares de topografía peligrosa de fuerte pendiente, que son vulnerables a los sismos.

Los sismos son una fuente potencial de daño para construcciones ubicadas en zonas de alta sismicidad, donde el movimiento del suelo es altamente complejo, cuando la estructura y el terreno están sujetas a la acción de los sismos, y es posible que sufra un deterioro en sus propiedades de rigidez y resistencia, pudiendo llegar al colapso.

El movimiento del suelo afecta la estabilidad de la estructura, que al desplazar su cimentación, la estructura ofrece resistencia y se opone al movimiento del suelo; es así que en carácter general estos movimientos cíclicos tanto del suelo como de la estructura generan la interacción suelo estructura y en cada momento influyen en las reacciones dinámicas de la edificación, que corresponde a las modificaciones de la respuesta de una construcción al producirse una alteración en las condiciones de apoyo. Con el alargamiento de los periodos de vibración naturales, así como aumentando el amortiguamiento total de la construcción.

El movimiento y respuesta de un punto cualquiera ubicada en la entrecara suelo-estructura, difiere del movimiento que habría ocurrido en dicho punto si la estructura no estuviese presente (campo libre), entonces se dice que existe Interacción suelo-estructura.

Generalmente el modelo de cálculo para el diseño estructural de edificios que actualmente se emplea, no considera el efecto del sismo en suelos flexibles, ya que ésta, afecta significativamente en la rigidez lateral de la estructura, modificando su

periodo de vibración, aumentando su amortiguamiento<sup>1</sup>, así mismo mayorando las fuerzas inerciales que se inducen en la estructura, que ante eventos sísmicos grandes pueden ocasionar el colapso del edificio.

Por ello considerar de suma importancia la Interacción Suelo-Estructura, en edificios apoyados sobre suelos blandos flexibles. Puesto que el no considerarlo puede conllevar a cálculos erróneos en los desplazamientos, fuerzas, periodos de vibración en el análisis de la respuesta y en el diseño de los edificios. No obstante que la falla de los edificios dependerá de las propiedades de vibración de la estructura, de las propiedades del suelo y las características del movimiento sísmico.

La interacción Dinámica Suelo-Estructura consiste en un conjunto de efectos cinemáticos e inerciales producidos en la estructura y el suelo como resultado de la deformabilidad de éste ante una excitación sísmica.

### **1.3.- Planeamiento y actividad de investigación.**

Para deducir el análisis conviene estudiar el problema considerando dos tipos de interacción: cinemática e inercial.

Primero las diferencias en el movimiento del terreno que provienen de la rigidez del sistema estructura-cimentación como si no tuviera masa, lo cual se denomina interacción cinemática, porque es causada fundamentalmente por la geometría y rigidez de la cimentación, las diferencias consisten en general en un filtrado de los componentes traslacionales del movimiento en cuestión (disminución de su amplitud en el intervalo de frecuencias altas y medias) y en la modificación de componentes rotacionales y torsionales. Estos efectos parcialmente motivan que en los reglamentos

---

<sup>1</sup>Amortiguar. Hacer menos viva, eficaz, intensa o violenta una cosa

se estipulen excentricidades accidentales<sup>2</sup>, que generan torsiones en planta aun en edificios completamente simétricos.

En un segundo paso se consideran las fuerzas de inercia que se generan por la vibración de las masas de la cimentación y de la estructura, que da lugar no sólo a elementos mecánicos dentro de los distintos miembros que las componen, sino también a tres fuerzas y tres momentos referidos a dos ejes horizontales y uno vertical en la base. Si el suelo no es muy rígido, tales fuerzas y momentos producen deformaciones que modifican el movimiento en la cimentación. Se habla en este caso de interacción inercial. Una manera de tomar en cuenta este tipo de interacción consiste en modificar las características dinámicas de la estructura.

De modo que sumados la interacción cinemática y la interacción inercial determina la interacción dinámica suelo-estructura.

Al producirse las fuerzas inerciales generadas por el sismo sobre la superestructura, en la cimentación se deben desarrollar fuerzas horizontales y momentos, que equilibren la acción dinámica de las fuerzas sísmicas.

La interacción en suelo flexible es entonces un fenómeno que modifica la respuesta natural de una estructura, alargando el periodo natural de vibración, modifica así mismo las cargas inerciales derivadas de la acción sísmica. Ésta es la razón fundamental para analizar con algún detalle el fenómeno de la interacción suelo - estructura

Entonces estas modificaciones se originan por:

---

<sup>2</sup>Reglamento Nacional de Edificaciones 2011 E-030 Cap. IV, Art. 18, Vers. 18.2, Inc. e

- ✓ La posibilidad del efecto llamado cabeceo, giro y así como por los desplazamientos de la estructura sobre su cimentación, en vista de que el suelo es deformable en términos relativos a la estructura.
- ✓ La radiación de ondas desde la cimentación.

La interacción está íntimamente relacionado con el diseño: el diseño de una cimentación influye en la magnitud de las fuerzas inducidas en la estructura y, a su vez, estas fuerzas influyen en el diseño del sistema estructural. Este principio que es aplicable a la estructura en su totalidad, es especialmente importante en el caso de la cimentación, ya que los diseños de la estructura y la cimentación a menudo son realizados por organizaciones ingenieriles diferentes.

Los efectos de interacción bajo el modelo dinámico de la Norma Rusa se evalúan matemáticamente modelando al suelo por resortes y amortiguadores constantes que dependen de:

- a. Área de la base de cimentación.
- b. Momento de inercia del área de la base de cimentación respecto al eje horizontal que pasa por el centro de gravedad perpendicular al plano de vibración.
- c. Momento de inercia del área de la base de cimentación respecto al eje vertical que pasa por el centro de gravedad de la cimentación (momento polar de inercia).
- d. Módulo de elasticidad del suelo.
- e. Coeficiente de poisson del suelo.
- f. Densidad del suelo.
- g. Coeficiente de la condición de trabajo del suelo

h. Resistencia  $R$  de cálculo del suelo

i. Angulo de fricción del suelo

La rigidez dinámica del suelo así definida está restringida a modelos elásticos-lineales.

Quedando el esquema espacial de cálculo el mostrado en la figura 1-1, donde "o" es el centro de rigidez de la cimentación.

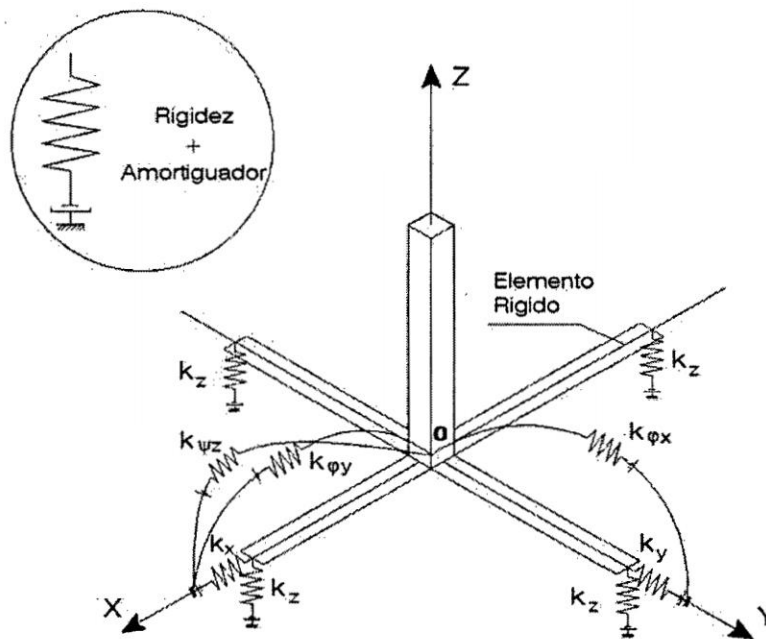


Figura 1-1 Esquema espacial de Cálculo de la cimentación tipo zapata aislada.  
Fuente [11] Cap. 2, Pag. 30.

En general, en un sistema suelo-estructura con una cimentación rígida, ésta última tiene seis grados de libertad:

- ✓ El desplazamiento vertical ( $z$ )
- ✓ Los desplazamientos horizontales ( $x, y$ ) en los dos ejes centroidales perpendiculares
- ✓ Torsión alrededor de un eje vertical ( $\psi z$ )
- ✓ Cabeceo alrededor de los dos ejes horizontales ( $\phi x, \phi y$ )

En consecuencia se requieren los siguientes seis coeficientes de rigidez que representan la restricción que el suelo bajo una estructura opone a tales movimientos:

Entonces la consideración de la flexibilidad de la base de fundación, consiste en la determinación de los coeficientes de rigidez

$k_z$  Coeficiente de rigidez de compresión elástica también denominada rigidez equivalente en la dirección vertical; (kN/m)

$k_x, k_y$  Coeficientes de rigidez de desplazamiento en las direcciones horizontales elástico uniforme; (kN/m)

$k_{\phi x}, k_{\phi y}$  Coeficientes de rigidez de compresión no uniforme también denominada rigideces equivalentes en rotación (cabeceo) con respecto a los ejes centroidales de la base perpendicular a cada dirección que se analiza, (kN.m)

$k_{\psi z}$  Coeficiente de rigidez de desplazamiento no uniforme, también denominada rigidez equivalente en torsión con respecto al eje vertical centroidal de la base; (kN.m)

Así mismo el modelo espacial de cálculo de la cimentación se analiza considerando el amortiguamiento, dado por los parámetros de amortiguación relativa

$\bar{\xi}_z, \bar{\xi}_x, \bar{\xi}_\phi, \bar{\xi}_\psi,$

Para su desarrollo de la presente investigación constará:

- I. Fundamento teórico que se desarrollará a partir de la pregunta ¿cómo está formada la tierra para que ocurran los movimientos sísmicos? Hasta la pregunta ¿cómo influyen las vibraciones sísmicas en las construcciones y como diseñar

estructuralmente una edificación para disipar la energía dañinas provenientes del sismo?

Dando mayor pericia en el tema central de interacción Dinámica suelo estructura de acuerdo a las siguientes actividades.

1. Estudio de la interacción suelo-estructura
  2. Planteamiento del problema Interacción Dinámica suelo estructura
  3. Elaborar una metodología de uso y aplicación del modelo dinámico del sistema bajo el efecto de la interacción suelo estructura, considerando la flexibilidad y las propiedades inerciales de los suelos.
  4. Análisis y elección de los modelos de cálculo para edificaciones.
  5. Estudio de la relación de resortes y amortiguadores equivalentes del suelo
  6. Síntesis de Interacción Dinámica Suelo-Estructura.
- II. Su aplicación se realizará en el edificio de la Sede del Distrito Judicial de Ayacucho Ministerio Publico – Fiscalía de la Nación con los siguientes detalles.
1. Análisis de los esquemas de cálculo estructural de edificaciones, con cimentaciones sobre roca, y sobre suelo flexible, con el uso del programa Sap 2000.
  2. Realizar la comparación de resultados, entre el cálculo estructural del edificio, modeladas bajo las condiciones de apoyo en suelo rígido, y suelo Flexible.

#### **1.4.- Justificación.**

Durante un evento sísmico, Los movimientos ondulatorios naturales de la estructura son en general diferentes a las ondas que se propagan dentro del suelo; Pues existe una interacción entre el suelo y la estructura en vibración, un fenómeno que modifica la respuesta natural de una construcción produciendo en la estructura

el alargamiento de los periodos de vibración, y así mismo, el crecimiento de las fuerzas inerciales, quienes son responsables de poner en peligro la edificación.

La flexibilidad de la estructura ante el efecto de las fuerzas de inercia hace que esta vibre de forma distinta a la del suelo mismo, por ello Las fuerzas proporcionales a la masa del edificio que se inducen en la estructura son función de: la intensidad del movimiento del suelo, y depende de las propiedades dinámicas de amortiguamiento propio de la estructura misma que define su forma de vibrar. Es así que el grado de amplificación depende del amortiguamiento propio de la edificación y de la relación entre el periodo de la estructura y el periodo dominante del suelo.

En general lo que sí puede afirmarse y está comprobado es que en terrenos de vibración lenta conviene hacer construcciones no excesivamente altas, rígidas y en los de vibración rápida, flexibles.

Puede lograrse flexibilidad si está fabricado de concreto armado, cuando tienen trabes anchas y de poco peralte, columnas fuertes de sección reducida, pero con armado generoso y bien zunchado, con muros, fachadas o elementos secundarios que tengan cierto juego.

Se obtiene rigidez en las construcciones, en estructuras con trabes peraltadas y columnas de sección amplia, aunque al ser de concreto armado se diseñe sobre muros de carga adecuados.

Es conveniente realizar un análisis en los procesos de cálculos, teniéndose en cuenta la Interacción Dinámica suelo estructura, bajo la cimentación en suelos flexibles, para ello la presente investigación, explica y fundamenta teóricamente el modelo dinámicos de la Norma Rusa, donde se considera los efectos de flexibilidad y propiedades inerciales de los suelos.

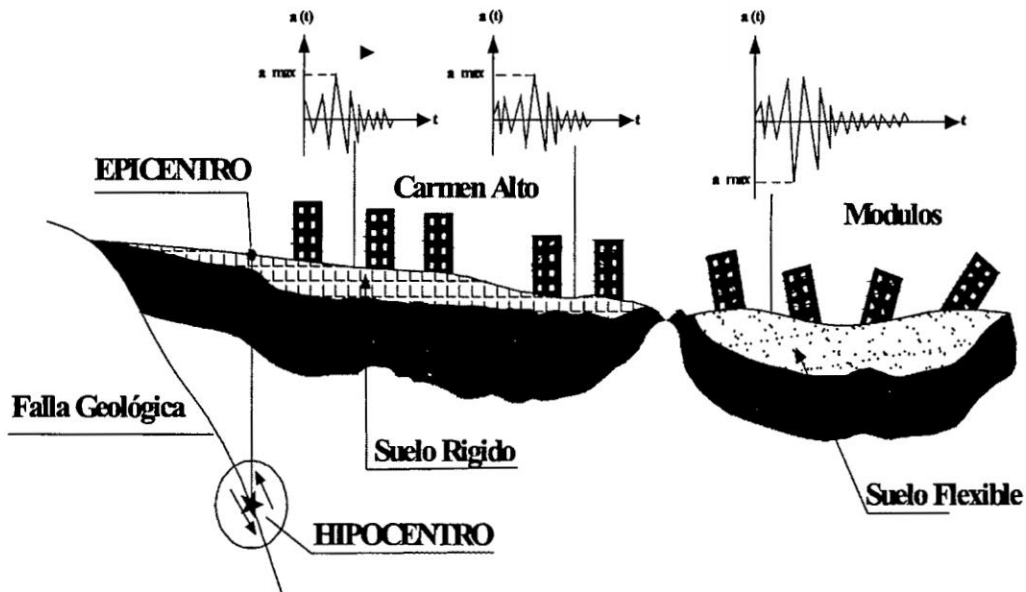


Figura No 1-2 Efectos del movimiento sísmico en las construcciones en suelo rígido y flexible  
Fuente: Propio del Autor.

### 1.5.- Importancia de investigación.

Es obtener la seguridad estructural de una edificación que tiene un valor importante en el desarrollo socio económico.

Aplicar al diseño estructural de edificios, el método de cálculo sísmico investigado, que como resultado de la respuesta estructural ante unos eventos sísmico se tendrá mayor seguridad a edificaciones ubicadas en zonas de alta sismicidad.

Debido al insuficiente desarrollo de los métodos de cálculo estructural sismos resistente, la presente investigación interacción dinámica-suelo-estructura, puede servir como manual práctico a la población de ingenieros estructurales antisísmicos.

### **1.6.- Errores conceptuales en el análisis con empotramiento.**

1. Actualmente, en las normas de estructuras aun se siguen usando el esquema de cálculo con el modelo de péndulo invertido con masas puntuales a nivel de entrepiso y empotrados en la base de cimentación, el cual no refleja el trabajo real de la estructura, apoyada con la hipótesis de que el movimiento en la base de la estructura durante una excitación sísmica, es igual al movimiento del terreno a campo abierto, solo es posible esta hipótesis si la estructura se encuentra cimentada sobre suelo rígido.<sup>3</sup> De modo que este modelo es una hipótesis no muy confiable. En cambio el esquema de cálculo espacial si refleja el estado de esfuerzo-deformación de la edificación.<sup>4</sup> Donde la interacción suelo-estructura será de mayor influencia cuando el suelo sea blando y la edificación rígida.
2. El movimiento del suelo consta de vibraciones verticales y horizontales. Donde las primeras resultan ser menores que las horizontales, excepto en los registros muy cerca del epicentro. Por ello el modelo normativo, presta atención en proteger a las estructuras del efecto de las aceleraciones horizontales.

### **1.7.- Hipótesis.**

La solución de los múltiples problemas de la ingeniería sísmica, es imposible sin la elaboración fundamentada de los modelos físicos en estructuras, y la creación de los modelos matemáticos aproximados. La elección del tipo de modelo de interacción y el modelo estructural, están interrelacionados mediante el comportamiento del sistema

---

<sup>3</sup>Llamaremos a este tipo de modelo como "Modelo de cálculo normativo".

<sup>4</sup>También llamado como "El modelo físico real" bajo las consideraciones de interacción suelo estructura; Cabe indicar que este esquema de cálculo espacial se asocia directamente con la consideración moderna de la acción sísmica en la forma de múltiples componentes, que determina el vector y el momento principal de esta acción,

ante cargas externas en términos de contenido físico-matemático, para ello se plantea la siguiente hipótesis.

**1.7.1.- Hipótesis global.**

Enlace entre la estructura y el suelo por resortes y amortiguadores bajo las propiedades elásticas lineales de rigidez dinámica del suelo de fundación. Para que en consecuencia el suelo y la estructura actúen mutuamente durante un evento sísmico.

**1.7.2.- Subhipótesis.**

- 1) Aceptar el comportamiento elástico lineal de la estructura.
- 2) Admitir la flexibilidad elástica del suelo, interrelacionada con la base de la estructura (sistema estructura modelado como un péndulo simple invertido a nivel de entrepisos)
- 3) Las conexiones elástico-flexibles, cumplen con las condiciones de un sistema geoméricamente invariable y surgen las tres fuerzas de reacción.

$$R_x = K_x u$$

$$R_z = K_z v$$

$$R_\phi = K_\phi \phi$$

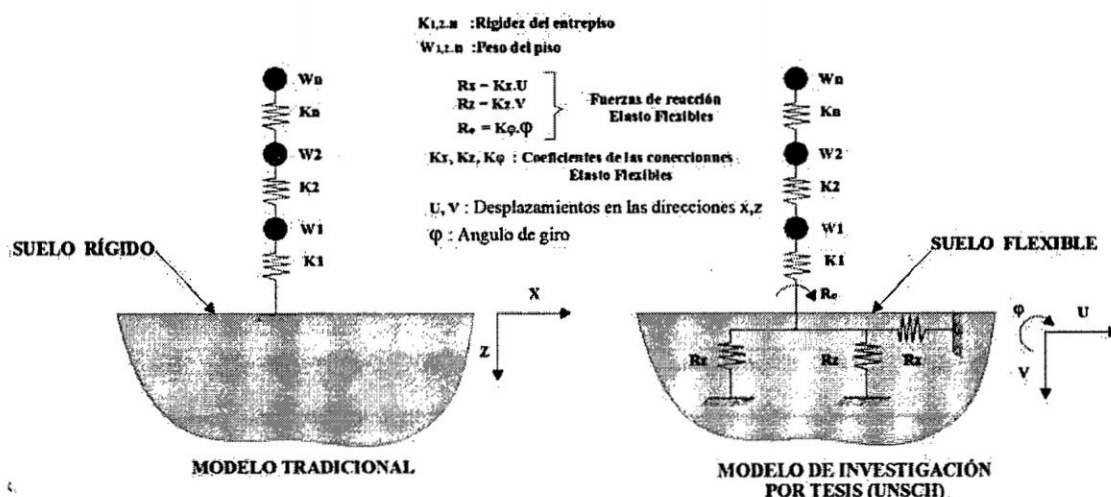


Figura No 1-3 Diferencia entre modelo tradicional y modelo de investigación por tesis UNSCH. Fuente: Propio del Autor.

- 4) La cimentación se idealizara como una placa rígida.
- 5) En el sistema dinámico suelo estructura, la cimentación debe ser descrita como una masa puntual en el centro de gravedad de la zapata aislada.

De esta manera las vibraciones pueden ser descritas por:

- vibraciones verticales.
- Vibraciones horizontales.
- Vibraciones horizontales rotacionales.
- Vibraciones rotacionales alrededor del eje vertical.

El diseño de la cimentación debe asegurar un comportamiento satisfactorio del suelo, previendo la inestabilidad del suelo y los asentamientos asociados con la compactación y licuación de suelos granulares poco compactados.

En esta investigación, es lograr un desarrollo importante en la descripción de los efectos de interacción dinámica-suelo-estructura, estudiándose la dinámica estructural, bajo la concepción de flexibilidad elástica de la base de fundación.

## **1.8.- Objetivo de investigación.**

### **1.8.1.- Objetivos generales.**

Definir la teoría antisísmica orientado al cambio de métodos de cálculo más seguro, basándose en la precisión del modelo físico-matemático, considerando la flexibilidad y las propiedades inerciales de los suelos.

Aportar incondicionalmente a la Norma Peruana E030-2011 la inclusión del análisis de interacción dinámica-suelo-estructura.

De acuerdo al diseño estructural adecuado, las edificaciones comunes durante los sismos frecuentes deben permanecer sin daño, y durante los sismos ocasionales mostrar un daño muy reducido (nivel Operacional). En cambio las edificaciones

esenciales y las edificaciones de seguridad crítica deben permanecer completamente operacionales durante estos dos niveles de sismos.

Una edificación correctamente estructurada reduce el riesgo de pérdidas de vidas humanas y de bienes materiales durante los sismos. Por lo tanto, el diseño se ha orientado tradicionalmente a evitar el colapso parcial o total de las obras civiles.

### **1.8.2.- Objetivos específicos.**

Considerar de suma importancia la interacción suelo-estructura, en el proceso de cálculo estructural de edificios apoyados sobre suelos blandos flexibles. Puesto que al no considerarlo puede conllevar a cálculos erróneos en los desplazamientos, fuerzas, periodos de vibración en el análisis de la respuesta estructural de los edificios ante el evento sísmico. Las fallas en los cálculos dependerán de las propiedades de vibración de la estructura, de las propiedades del suelo y las características del movimiento sísmico.

### **1.9.- Método de trabajo de investigación.**

Es analizar el modelo físico matemático de la estructura idealizada, planteada en la Hipótesis, permitiendo los regímenes de movimiento del edificio, mediante la interacción dinámica suelo y estructura, y obtener las condiciones reales de comportamiento del edificio durante las acciones sísmicas, y establecer márgenes reales de seguridad.

La aplicación se realizará con la ayuda del programa SAP 2000.

### **1.10.- Resultados y valor práctico de investigación.**

#### **1.10.1 Análisis de resultados.**

La interacción suelo estructura consiste en un conjunto de efectos cinemáticas e inerciales, producidos en la cimentación bajo los movimientos y fuerzas inducidas

durante un sismo, debido a la deformabilidad (flexibilidad) del suelo donde reposa o está dentro del subsuelo. Estos efectos modifican la respuesta de una construcción, alargando los periodos de vibración naturales de la estructura así como aumentando las cargas inerciales derivadas de la acción sísmica por efectos del llamado cabeceo, giro y desplazamiento de la cimentación en el primer caso, y por la radiación de ondas desde la cimentación, en el segundo.

#### **1.10.2.- Valor práctico de investigación.**

En la presente investigación es elaborar una metodología de uso y aplicación de los modelos dinámicos para el diseño de edificios, definiéndose la importancia de su configuración estructural, como diseño de sus efectos de resistencia del edificio ante los eventos sísmicos. Por ello el Ingeniero que diseña construcciones antisísmicas debe tener presente que la estructura se comporte con los siguientes objetivos:

- Resistir sismos leves sin daño.
- Resistir sismos moderados considerando la posibilidad de daños estructurales leves.
- Resistir sismos severos con posibilidades de daños estructurales importantes, evitando el colapso de la edificación.

#### **1.11.- Aplicación.**

La aplicación del tema de investigación se realizará en el edificio de::

“La Sede del Distrito Judicial de Ayacucho Ministerio Publico – Fiscalía de la Nación”.

Políticamente se encuentra ubicada en:

Manzana : 0.

Lote : 11

AA. HH : Proyecto Integral Ñahuinpuquio.

Sector : Keiko Sofía Fujimori.

Distrito : San Juan Bautista.

Provincia : Huamanga.

Departamento : Ayacucho.

Geográficamente se encuentra Ubicada entre las coordenadas Norte 8543140N, 8543200N y Este 586070E, 586130E, a una altura promedio de 2815msnm.

El área de terreno es de 2175.8 m<sup>2</sup>, con perímetro de 212.11m.

### **1.12.- Consideraciones y criterios de diseño.**

Para el cálculo de los esfuerzos actuantes en los diferentes elementos estructurales de la edificación se ha utilizará el Programa SAP 2000 que desarrolla el análisis estructural.

Para el diseño en concreto y acero se realizará cumpliendo las Normas del Reglamento Nacional de Edificaciones como E-020 Cargas, E-030 Diseño Sismorresistente, E-050 Suelos y Cimentaciones, E-060 Concreto Armado, E-070 Albañilería.

## Capítulo II

---

### **2.0.- Creación de la tierra y la sismología.**

### **2.1.- Origen y evolución del universo y de la tierra.**

#### **2.1.1.- Generalidades.**

Para poder explicar con claridad sobre la ocurrencia de los movimientos dinámicos, en la superficie terrestre, es imprescindible aclarar la pregunta de: ¿Qué ocurre en la estructura interna de la tierra para generar los movimientos de la corteza?.

Por lo tanto en esta sección fue conveniente realizar el estudio del origen y evolución del universo, a partir de la hipótesis llamado BIG BANG, hasta la ubicación actual de las placas tectónicas del globo terrestre.

Este estudio es puramente descriptivo, pero apoyadas a hipótesis muy razonables, a los que han estado ligados eminentes astrofísicos, cosmólogos y geofísicos.

#### **2.1.2.- Génesis y evolución.**

##### **2.1.2.1.- Teoría de big bang.**

Todo debió suceder a partir de un átomo primigenio, que concentraba toda materia y energía del universo; y, en el tiempo cero aproximadamente hace 13,000 millones de años ocurrió una gran explosión, dispersando sus componentes en toda dirección; pero las concentraciones de materia interestelar dieron origen a la formación de las galaxias que se alejan entre sí, debido a ello, el universo está en

proceso de Expansión; Esta teoría es confirmada mediante la radiación del fondo cósmico y es prueba de que el universo tuvo un origen.

### **2.1.2.2.- Galaxias.**

Debido a la gran explosión del big bang, grandes componentes de energía y nubes de materia interestelar, formaron las galaxias, y hace 200 millones de años, en cada una de las galaxias por acción de la gravedad se producen colisiones de nubes originando las estrellas, ubicándose perpendicularmente al eje de rotación: Actualmente la galaxia es la acumulación de millones de estrellas, gases y polvo cósmico, que flotan y rotan en el espacio; el científico HUBBLE, registró tres tipos principales de galaxias: irregulares, espirales y elípticas, y, nuestro sistema planetario solar pertenece a una galaxia espiral denominada Vía Láctea.

### **2.1.2.3.- Vía láctea.**

Galaxia de tipo espiral; en ella se ubica nuestro sistema planetario solar en uno de sus brazos a dos tercios de su parte. La Vía Láctea está compuesta por unos cien billones de estrellas que giran alrededor de su centro, y se ha calculado, que, las dos terceras partes de la masa total de las estrellas se halla en el núcleo galáctico y disminuyen a la periferia. La concentración central ocupa unos 25,000 años luz<sup>5</sup>, el diámetro completo de la galaxia ocupa unos 100,000 años luz. Figura 2-1.

---

<sup>5</sup>Año luz Unidad de Log. Utilizada en astronomía, corresponde a la distancia que recorre un rayo de luz en un año, la luz viaja a 300,000 Km/s, es decir que un año luz es  $60 \times 60 \times 24 \times 365 \times 300\,000 = 9460\,800\,000\,000 \text{ Km}$ .

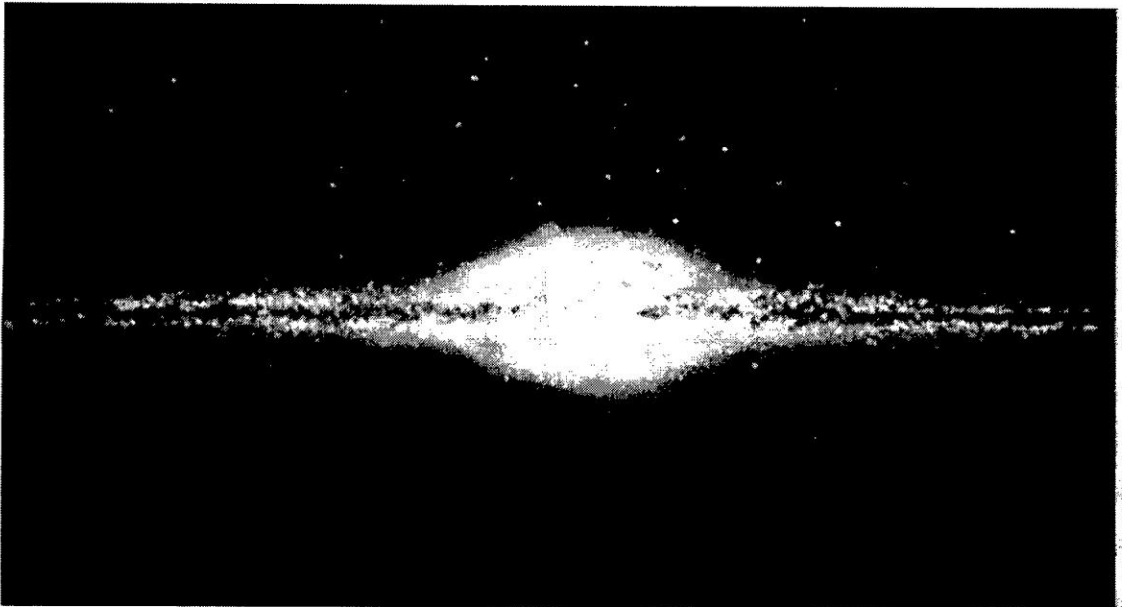


Figura N° 2-1: Vía Láctea.

#### 2.1.2.4.- Sistema solar.

El sistema solar se formó aproximadamente hace 5,000 millones de años, y la teoría más aceptada sobre su origen es la Hipótesis de la Nube de polvo Planteada por el físico Alemán *Von Weizacker*. (1943) Originalmente menciona que debió existir una nube de polvo constituida de gases calientes en rotación, y por acción de la gravedad concentró en su centro la mayor parte de materia, compactándose y dando origen al sol, mientras el resto de la nebulosa giraría en torno al sol, pero por la influencia del proto sol la materia no era uniforme. En las regiones donde la densidad era mayor, por atracción mutua se generaron núcleos, formando numerosos remolinos, que irían condensándose, chocando unos contra otros y uniéndose para formar los planetas y satélites. Figura 2-2.

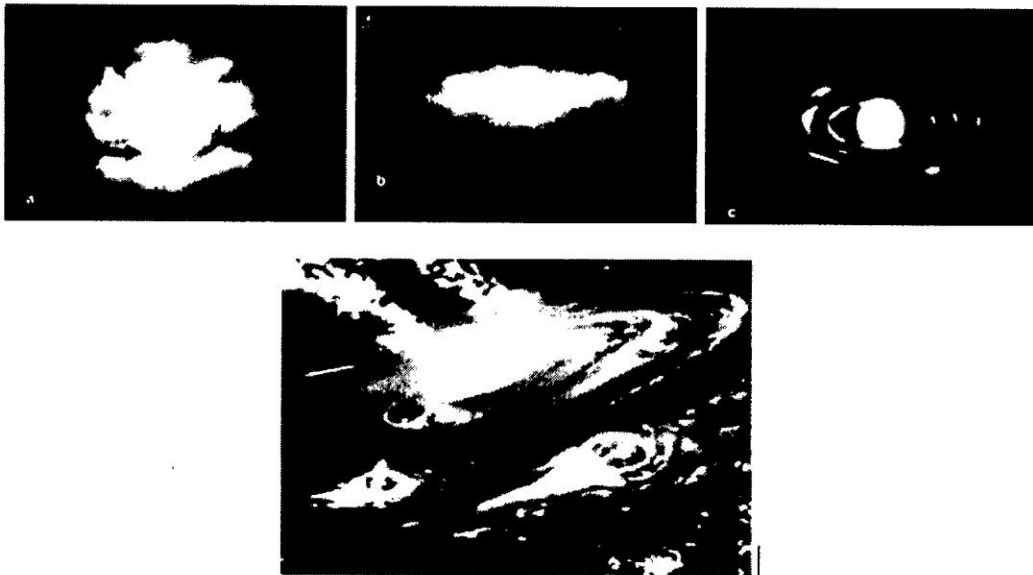


Figura 2-2 Formación de nuestro Sistema solar Planetario partir de una nebulosa.

### **2.1.2.5.- La tierra.**

#### **2.1.2.5.1.- Origen y evolución de la tierra.**

##### **2.1.2.5.1.1.- Origen y evolución del núcleo.**

EL origen del núcleo terrestre es sin duda uno de los grandes temas de la Geofísica, y a causa de varios razonamientos ha surgido una hipótesis sintética. Figura 2-3, quizá las más aceptada; la tierra aproximadamente hace 4,600 millones de años, por atracción mutua comenzaría a crecer a partir de los silicatos mezclado con metales, pero se calentaría rápidamente a causa de los impactos; cuando la tierra tenía tan solo la mitad de su tamaño actual, su temperatura se elevó, y la tierra se transformó en un crisol, que superó el punto de fusión del Hierro, hundiéndose hasta ocupar el centro del planeta, por la incesante fuerza de gravedad, desplazando a los silicatos y grandes masas de vapor de agua y dióxido de carbono al exterior; al hacerlo, desprendería una gran cantidad de calor, en lo que habría sido el mayor episodio térmico en la historia de la tierra: de ahí su denominación de **Gran**

**Acontecimiento Térmico;** mientras impactaban una continua tormenta de meteoritos, llegando a fundirse y añadiéndose al núcleo metálico.

Parte de este núcleo comenzaría a solidificarse por acción del Azufre u otros posibles componentes, y el calor latente de fusión desprendido por la radiactividad<sup>6</sup> (energía térmica) pondría al núcleo externo en un movimiento convectivo complejo (energía mecánica), generando el campo eléctrico y, en último término el campo magnético en la tierra.

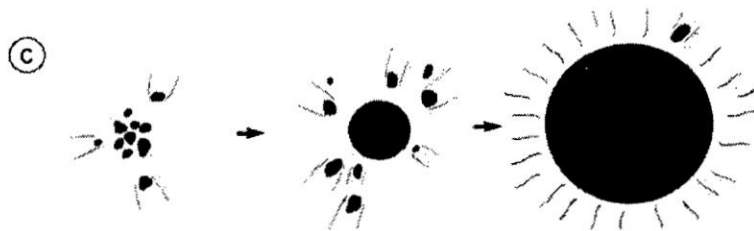


Figura N° 2-3: Hipótesis sintética: El núcleo se formó por fusión catastrófica en una tierra aún en formación.

Fuente: [10] Cap. 1; Pág. 6].

#### 2.1.2.5.1.2.- Origen y evolución del manto.

El manto se consideró como un vasto océano de roca fundida de cientos de kilómetros de profundidad, donde el porcentaje de fusión de los silicatos durante la formación de la tierra debió ser menos del 20%, lo que excluye que la tierra en esta etapa era rodeada de roca fundida al 100%.

La baja conductividad térmica de la tierra, dejó atrapado un calor remanente dentro del cuerpo celeste en evolución, donde la temperatura es creciente con la profundidad, siendo máximo en el centro de la tierra y mínimo en la superficie. Este cambio de temperatura con la profundidad es el gradiente térmico que genera los flujos calóricos denominadas celdas de convección de material magmático.

<sup>6</sup> Todo calor es de origen radiactivo.

### **2.1.2.5.1.3.- Origen y evolución de la corteza.**

Entonces en la superficie se había creado una delgada corteza, donde las turbulentas fuerzas subterráneas comenzaron a fracturarla, en bloques llamados Materiales Alóctonos<sup>7</sup> que se han desplazado aleatoriamente sobre la superficie terrestre; en los ambientes de convergencia de estos bloques y dentro de sus regiones, desarrollaron episodios de compresión, tracción y corte (se conoce como zonas de falla o zonas de falla geológica) que dieron origen a la depresión entre montañas.

Estos bloques de materiales Alóctonos se acrecionaron para formar una masa de gran tamaño denominada placa tectónica, que así otras placas se desarrollaban de la misma forma.

Pero hace 4500 millones de años, cuando la tierra experimentaba un proceso lento de enfriamiento, un asteroide tamaño de Marte colisionó con la tierra, el impacto fue de una magnitud fenomenal que arrancó parte de la tierra lanzándolo al espacio exterior, una parte de los detritos que volvieron a la tierra y otros fragmentos se unieron creciendo y formando un nuevo satélite por acción de las fuerzas gravitacionales que en la actualidad gira alrededor de la tierra, ese fue el nacimiento de la Luna.

Los meteoritos llovían sobre la tierra, quizá portando el amino ácido necesario para la formación de la vida.

Los placas tenían un continuo desarrollo con presencia de volcanes que descargaban materiales magmáticos, los gases cargados de dióxido de carbono se elevaban cubriendo la tierra por nubes espesas, el oxígeno se liberaba hacia la

---

<sup>7</sup>Referencia [1] Cap. 7; Pág. 165 y 166

atmósfera, el vapor de agua se condensaba y caía sobre la tierra en forma de lluvias torrenciales, donde las bacterias prosperaban en los nuevos océanos que se estaban formando.

En la era Pérmica, Hace 225 millones de años, la tierra estuvo cubierto por una gran masa de agua y un continente gigantesco llamado Pangea, que se extendía horizontalmente en una parte de la línea ecuatorial y verticalmente desde el polo norte hasta el polo sur, consecuentemente llega el Triásica, era del nacimiento de los dinosaurios; el norte y el sur de pangea comenzaron a diferenciarse mediante movimientos relativos; el norte ha sido llamado *Laurasia* y el sur *Gondwana*, pasando a la era Jurasica , donde los continentes se desplazaban , por ejemplo la separación entre África y América del sur, la india había avanzado hacia su actual posición, Australia seguía su lento desplazamiento hacia el norte, Eurasia y África mantuvieron su posición, y en el periodo cretácico Eurasia y África se habían unido; África y Suramérica estaban completamente separado; la india había avanzado mucho a la posición que hoy ocupa; Australia se había despegado de la Antártida. Pero un día, un asesino cósmico (meteorito) de 16 kilómetros impactó al planeta en el golfo de México, provocando una bola de fuego descomunal que envolvió la tierra siendo exterminados todos los dinosaurios, quedando las aves y pequeños mamíferos. Estos tres últimos periodos conforman el Mesozoico la era de los dinosaurios.

En el periodo en que duro hace 65 millones de años desde el Cretácico hasta la actualidad; la placa India se unió a la placa de Asia, elevando hacia el cielo los bordes de compresión que desarrolló la cordillera de los Himalayas, fenómeno denominado proceso orogénico, América del norte y Suramérica se unieron mediante el arco

volcánico de América central, Australia avanzó notablemente hacia el norte. Figura 2-4.

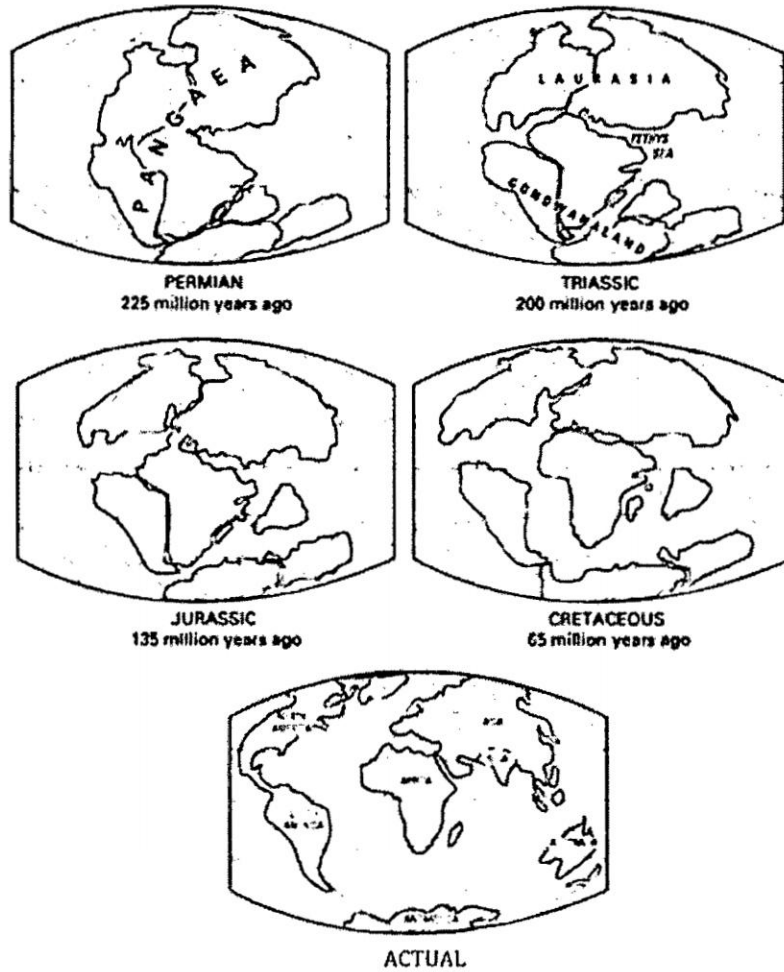


Figura No 2-4 Diferentes posiciones de los continentes.

La extraordinaria complejidad sobre su origen y evolución de la tierra contrastan con otras más ingenuas, como el del Arzobispo Ussher de Irlanda, quien a partir de los detenidos estudios de las sagradas escrituras, dedujo que la creación del mundo se realizó el domingo 23 de octubre del año 4004 antes de cristo, a las nueve de la mañana<sup>8</sup>.

<sup>8</sup>Referencia [1] Cap. 3, Pág. 32.

### **2.1.2.5.2.- Composición de las capas de la tierra.**

#### **2.1.2.5.2.1.- Composición del núcleo.**

*Geofísicamente:*

La existencia de un importante campo magnético de estructura bipolar en la tierra, solo puede explicarse con un elemento metálico como el hierro sólido a alta presión en el núcleo interno, y el calor latente de fusión desprendido pondría al núcleo externo en un movimiento convectivo complejo, donde se transformaría energía térmica en energía mecánica, está en energía eléctrica y en último término, el campo magnético. Según los principios de MAXWELL; por tanto, el Hierro es el único metal lo suficientemente abundante como para formar una masa tan importante como es el núcleo terrestre.

*Químicamente:*

*¿Qué otros elementos podrían estar aleados con el hierro fundido del núcleo externo y rebajar su densidad hasta obtener el núcleo interno sólido?,* Por analogía con la composición de los sideritos, parece probable la existencia de níquel (aproximadamente en un 4%). Pero esto apenas cambia la densidad. Haría falta un elemento ligero, y que entre los elementos y compuestos candidatos son (H, He, C, N, Mg, O y S), pero el azufre reúne las condiciones de estar disuelta en el Hierro Fundido y tome aleación formando el Hierro Sólido a alta presión (igual que la sal hace bajar el punto de solidificación del agua), lo que ayudaría a explicar el estado sólido del núcleo interno y el estado líquido del núcleo externo.

*Según la ingeniería sísmica:*

Las velocidades de las ondas sísmicas intermedias entre las del Núcleo externo e interno, se interpreta como una mezcla de partes sólidas y fundidas.

#### **2.1.2.5.2.2.- Composición del manto.**

A temperaturas del manto algunos minerales de las Peridotitas, como el Granate y algunos Piroxenos que son el 25% de la roca, se funden dando líquidos basálticos, precisamente las magmas más abundantes producidas en el manto; con mucha frecuencia los basaltos llevan enclave de Dunitas formado por minerales de Olivino y Espinela, que no son fusibles a temperaturas del manto.

Estos estudios se realizaron al material magmático aflorado en las zonas oceánicas como en las cadenas de montañas denominadas complejos Ofiolíticos que son rocas ultrabásicas (rocas sin feldespato y pobres en Sílice).

#### **2.1.2.5.2.3.- Composición de la corteza.**

La capa sólida de la tierra, parece también la más heterogénea, y mejor conocida mediante estudios Geológicos y Sísmicos<sup>9</sup>, es así que:

Las capas sólidas en las zonas oceánicas, tienen un espesor de 70 a 100 Km, la parte inferior está cubierta de 6 a 12 Km. por rocas, luego presentan una estructura estratificada relativamente simple formada por gabros, un complejo de diques basálticos, coladas basálticas y sedimentos.

Las capas sólidas en las zonas continentales gobiernan un espesor de 200 a 400 Km; y su estudio de diversas zonas, han levantado y expuesto los procesos geológicos, que permitieron construir modelos más realistas, en lo que se distinguen tres niveles.

**1.- Nivel Inferior** de rocas de quimismo muy variable, tanto ácidas como básicas, que pueden ser:

- Ultrametamórficas (granulitas)

---

<sup>9</sup>Referencia [10] Cap. 1; Pág. 13 y 14.

- Plutónicas (anortositas, gabros)
- Metasedimentarias (arcillas o calizas metamorizadas).

**2.- Nivel Intermedio** de quimismo ácido a intermedio, con rocas intensamente metamorizadas como gneises y migmatitas y otras plutónicas que van de granitos a tonalitas.

**3.- Nivel Superior** con intrusiones graníticas y rocas sedimentarias o volcánicas ligeramente metamorizadas o sin metamorizar en absoluto.

La tierra recibe energía solar, aunque el efecto de la energía solar se limite al movimiento conectivo de la atmósfera e hidrosfera que altera la forma de la tierra sólida permitiendo la consolidación del magma, así como deformadores y creadores de relieve.

#### **2.1.2.5.3.- Tectónica de placas**

La litosfera terrestre está formada por una serie de placas, llamada deriva continental figura 2-5, cuya superficie exterior corresponde al fondo marino y a la superficie de los continentes como se observa en la figura 2-6, estas placas están sobre una capa semi fundida denominada Astenósfera que por su baja conductividad térmica atrapan calor, y debido a las altas temperaturas provenientes del interior terrestre parte de la Astenosfera se expande y se eleva hasta alcanzar la base de la litosfera para luego dispersarse horizontalmente dando lugar a las corrientes de convección, estas corrientes más la salida del material magmático por las dorsales oceánicas<sup>10</sup> originan el movimiento de las placas tectónicas de 1 a 6 cm. por año figura 2-6, por tales razones las placas están en permanente interacción en sus

---

<sup>10</sup>La salida del material magmático por las dorsales oceánicas, también son denominadas como la expansión del lecho oceánico.

bordes, siendo esta la causa de casi la totalidad de los terremotos en el planeta; es así que los investigadores llegaron a estudios definidos como:

1. Cuando dos placas son arrastradas en sentido contrario, en la dorsal oceánica, parte del material magmático en fusión alcanza el exterior de la litosfera, que al solidificarse forma parte de la nueva corteza terrestre, desarrollando cadenas montañosas conocidas como dorsal marina<sup>11</sup>. Fig. No 2-6.
2. Otro tipo de márgenes entre placas es el denominado de subducción; en este caso las placas tienen un movimiento convergente, donde una de ellas se desliza por encima de la otra; así como la placa de Nazca se introduce por debajo de la placa Sudamericana, penetrando a la Astenósfera donde vuelve a fundirse el material que fue creado en las dorsales marinas. Fig. No 2-6.
3. Los denominados bordes de colisión, corresponden también a un movimiento convergente de dos placas continentales, que por ser de características similares se comprimen mutuamente<sup>12</sup>, formando cordilleras de montañas, así como la placa Indo-Australiana y la placa Euroasiática se juntan en un borde de colisión formándose la cadena de montaña Alpinohimalaya.
4. Cuando dos placas se deslizan paralelos al borde y en sentido contrario se trata de un margen de transformación o fractura, La falla de San Andrés constituye un borde de transformación entre las placas de América del Norte y del Pacífico.

---

<sup>11</sup>Lechos oceánicos que hace parte fundamental del desarrollo de la tectónica global, y este tipo de bordes entre placas se denomina margen de extensión o divergencia.

<sup>12</sup>Proceso Orogénico, su desarrollo véase [Tesis; Cáp. II, 2.1.2.5.1.3].

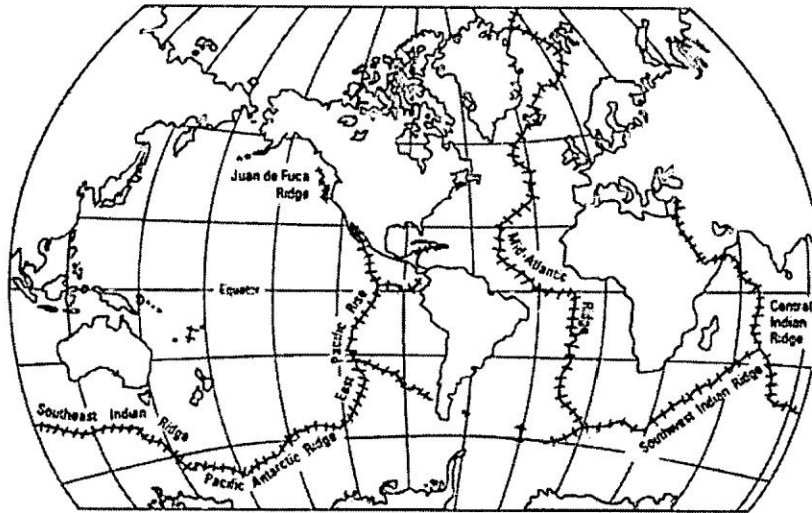


Figura N° 2-5: Relieve general de la tierra.

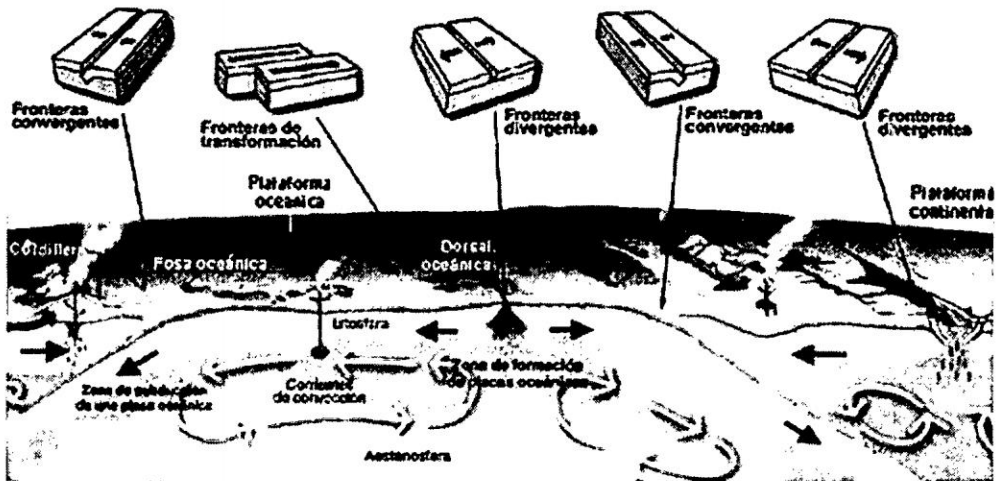


Figura N° 2-6: Idealización del afloramiento del material magmático, la expansión del lecho marino en las dorsales oceánicas, el movimiento de las placas y el mecanismo de subducción.



Figura N° 2-7: Principales placas tectónicas.

Existen 22 placas en la superficie terrestre, como Norteamericana, Suramérica, Eurasia, África, India, Antártica, Pacífica, Nazca, Somalia, Filipina, Arábiga, Caribe, Cocos, China, Persa, Turquía, Tonga, Egea, Nuevas Hébridias, Adriática, Juan de Fuca y Rivera<sup>13</sup>; Figura. 2-7, otros autores hacen referencia de 6 importantes placas tectónicas de mayor dimensión como: Pacífico, América, Euroasiática, Australia-India, África y Antártica.

#### **2.1.2.5.4.- Estructura actual de la tierra.**

En el interior del planeta tierra hay una producción continua de energía térmica, y , a causa de la baja conductividad calorífica que tiene la litosfera, parte de esa energía se ha conservado hasta hoy, sin la limitación de dispersión calorífica en el espacio, contribuyendo en el presente a que la tierra esté geológicamente viva.

Los análisis en la actualidad como.

- 1.- Estudios minuciosos de las ondas sísmicas vienen proporcionando a los geofísicos, datos sobre el comportamiento y composición de las zonas profundas de la tierra que en cada cambio estructural aumenta la rigidez de la roca, y con ella la velocidad sísmica.
- 2.- El análisis de la dinámica del campo magnético terrestre, han sido utilizados para establecer la hipótesis sobre el componente interior terrestre
- 3.- Estudio de materiales magmáticos, aflorados a la superficie, ha centrado su análisis en dos aspectos: en la composición y el comportamiento mecánico que forman las distintas capas del planeta.

---

<sup>13</sup>Referencia [1] Cap. IV, Pág. 59.

Estos tres estudios llegaron a la conclusión, que la estructura de la tierra está formada por tres capas fundamentales: corteza, manto y núcleo.<sup>14</sup> Figura 2-8.

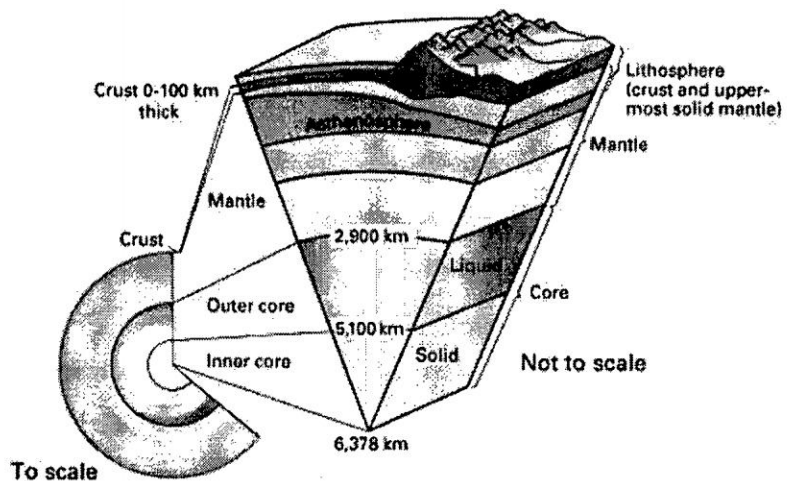


Figura N° 2-8: Modelos de la estructura de la Geósfera.

<sup>14</sup>Corteza, Manto y Núcleo; los tres niveles conforman la Geósfera.

## **2.2.- Sismología.**

### **2.2.1.- Generalidades.**

Los sismos más severos son de origen tectónico. Debido al desplazamiento brusco de las placas tectónicas en sus contactos, que liberan grandes cantidades de energía que se propagan y viajan en el subsuelo en forma de ondas vibratorias, es por ello, que, los movimientos sísmicos son siempre resultado de diferentes impulsos, condiciones e intensidades.

Los impactos del temblor disminuyen en la medida en que se alejan del epicentro y los periodos de las ondas aumentan.

Las fuerzas se reducen más en cuanto mayor resistente y pesado son las masas con que chocan. En cambio a través del agua las ondas pasan con más facilidad y propagan sus efectos; de ahí que en los terrenos de aluvión o arcillosos, los edificios se dañan más que cuando están sobre lomas o suelos de poca compresibilidad.

Para desarrollar la presente sección y como secuencia teórica de la tesis, fue importante aclarar la pregunta: ¿Cómo se originan los sismos?, ¿Cómo se transmite la energía a través de las ondas vibratorias?

### **2.2.2.- Origen de los sismos.**

El sismo puede ser generado por distintos fenómenos físicos como:

- Por el Impacto de un meteorito en algún punto de la tierra.
- Por la explosión de bombas nucleares.
- Por la actividad volcánica etc.

Pero los sismos de importancia tomaremos los del origen tectónico.

1. Que se deben a los desplazamientos bruscos en las zonas de contacto entre las placas tectónicas del globo terrestre.

2. Debido a los reajustes que se producen en el interior de cada placa como consecuencia de la interacción de bloques en las zonas de fallamientos geológicos.

### **2.2.2.1.- Contacto entre placas y actividad sísmica.**

Debido a la interacción de las placas tectónicas, en las zonas de contacto se produce fuerzas de presión, y debido a la reacción de los esfuerzos de cohesión<sup>15</sup> del material se producen deformaciones máximas, que permiten el almacenamiento lento de energía elástica,<sup>16</sup> manteniendo hasta cierto instante las condiciones límites de equilibrio, y ante un incremento de las fuerzas de empuje los esfuerzos de cohesión del material<sup>17</sup> son vencidas llegando a desplazar las placas tectónicas y produciéndose una liberación súbita de enormes cantidades de energía acumulada<sup>18</sup> en forma de calor, disipándose en la masa terrestre como un complejo proceso ondulatorio de energía elástica, denominada ondas sísmicas.

Los terremotos de origen tectónico se producen en los bordes de las placas tectónicas y se denominan sismos interplaca, y los terremotos que se producen en el interior de las placas se denominan terremotos intraplaca.

#### **2.2.2.1.1.- Sismos en la zona de subducción.**

Las corrientes de convección de la astenósfera arrastran las placas tectónicas por su base, y por la presión que se genera desde el interior terrestre se origina la salida de los materiales magmáticos por las dorsales oceánicas, permitiendo la expansión del lecho oceánico, por ejemplo estos fenómenos desplazan la placa de

---

<sup>15</sup>Cohesión. De reunirse o adherirse las cosas entre sí.

<sup>16</sup>Debe tenerse en cuenta, que la densidad de energía almacenada no solo depende de las propiedades de las deformaciones sino también de las características geométricas y mecánicas de los medios.

<sup>17</sup>Fuerzas dominantes de fricción, cohesión y corte.

<sup>18</sup>La duración del proceso de acumulación de energía puede durar tiempos largos, pero la duración del proceso de ruptura para la liberación de energía acumulada debe mencionarse en segundos o en decenas de segundos.

Nazca generando presión en la parte convergente con la placa sudamericana, y cuando estas fuerzas de empuje llegan a vencer se produce una ruptura de esfuerzos originándose un sismo en un punto denominado Hipocentro, estos movimientos permiten que la placa de nazca se introduzca por debajo de la placa sudamericana con dirección hacia la Astenósfera figura 2-6.

Los lugares de subducción, son zonas sísmicas más activas del planeta tierra, la más notable es el borde del océano pacifico que conforma el cinturón de fuego del pacifico<sup>19</sup>, figura 2-9 a lo largo del cual ocurre la mayor cantidad de liberación de energía acumulada en función del tiempo, que en promedio, es el 95% de la energía sísmica liberada anualmente en el mundo, siendo América Latina una de las áreas más duramente castigadas por los sismos en el siglo XX.

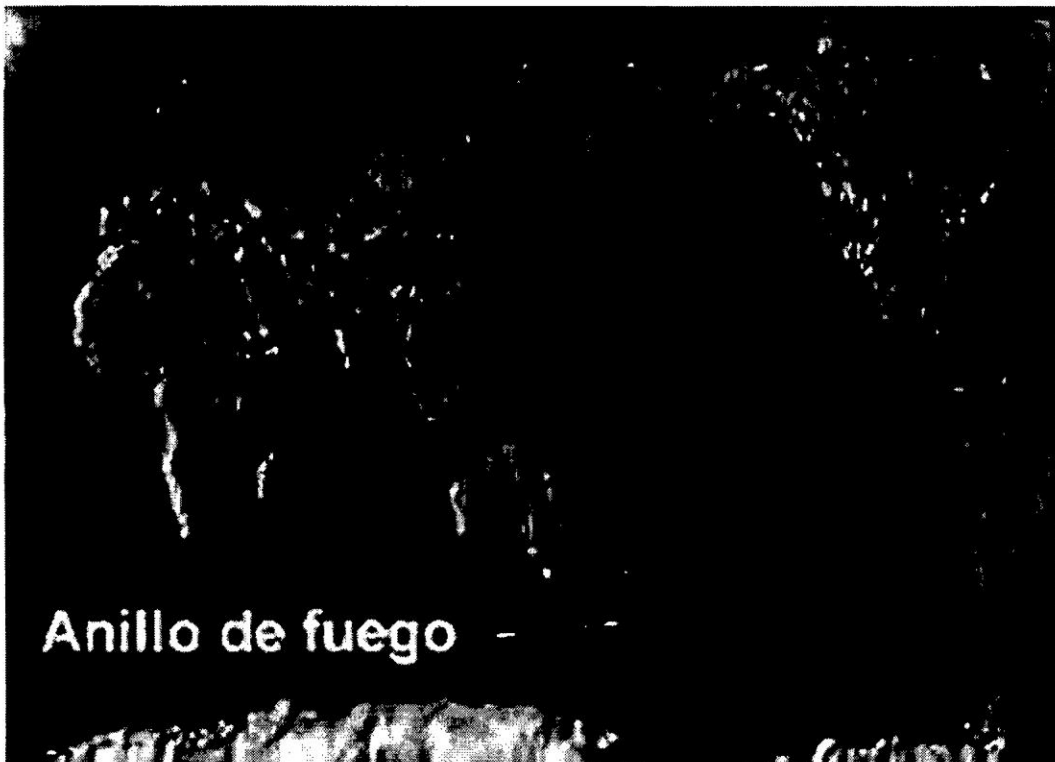


Figura 2-9: Cinturón de fuego

---

<sup>19</sup>También conocido como Cinturón Circun-Pacífico.

### 2.2.2.1.2.- Sismos originados en los fallamientos geológicos.

Las presiones que se producen en los bordes de contacto entre las placas tectónicas, se transmiten en todas sus masas, permitiendo que bloques<sup>20</sup> en el interior de cada placa continental interactúen figura 2-10; estas fuerzas **F** de presión producen deformaciones en los bloques que aumenta con el tiempo, pero existen fuerzas de cohesión y de fricción propia de la roca que se opone a **F** evolucionando hasta mantener el equilibrio límite; pero ante un pequeño incremento de **F** los bloques sufrirán una ruptura súbita, liberándose esfuerzos tectónicos e iniciándose un sismo en la corteza andina.

Por lo tanto en una falla geológica<sup>21</sup> es donde ocurrió una fractura y un desplazamiento relativo de los materiales en una estructura tectónica, y cuyo desarrollo está todavía vigente.

Existen otros tipos de fallas que también pueden dar origen a los sismos como se aprecia en la figura 2-11; en el Perú, se detectó en 1969 que la falla de Huaytapallana Cusco se reactivó con una magnitud de 6.9Ms, por más de 25Km de longitud, con desplazamiento vertical de 1.6m, horizontal de 0.7m;

Se tiene registrado en el Perú como la falla de Urcos (Cusco), falla de Cayesh Tarma (Junín), falla de Motajato (Ica), falla de Marcona (Ica), falla de laguna de Pacucha (Apurímac), falla de Zurite (Cusco), en el Departamento de Ayacucho se tienen las fallas de Ticllas y la falla de Rasuwilcas, esta última que se encuentra entre la provincia de Huanta y la pampa de quinua<sup>22</sup>.

---

<sup>20</sup>Referencia de su origen [Tesis Cap. II, 2.1.2.5.1.3].

<sup>21</sup>Conocidos también como fallas geológicas de transformación véase [1] Cap. 4; Pag. 66.

<sup>22</sup>Véase Referencia [43] Cap. III, Pag. 49.

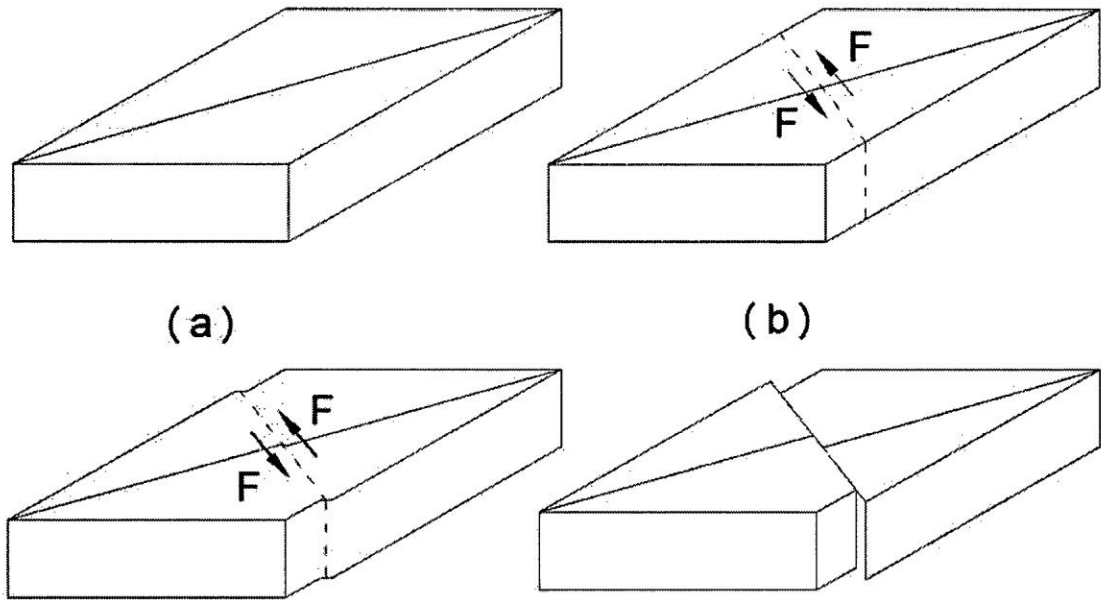


Figura 2-10: Deformación de la corteza en la teoría de la recuperación elástica.  
 Fuente: [1] Cap IV, Pag. 73, Figura 4.8.

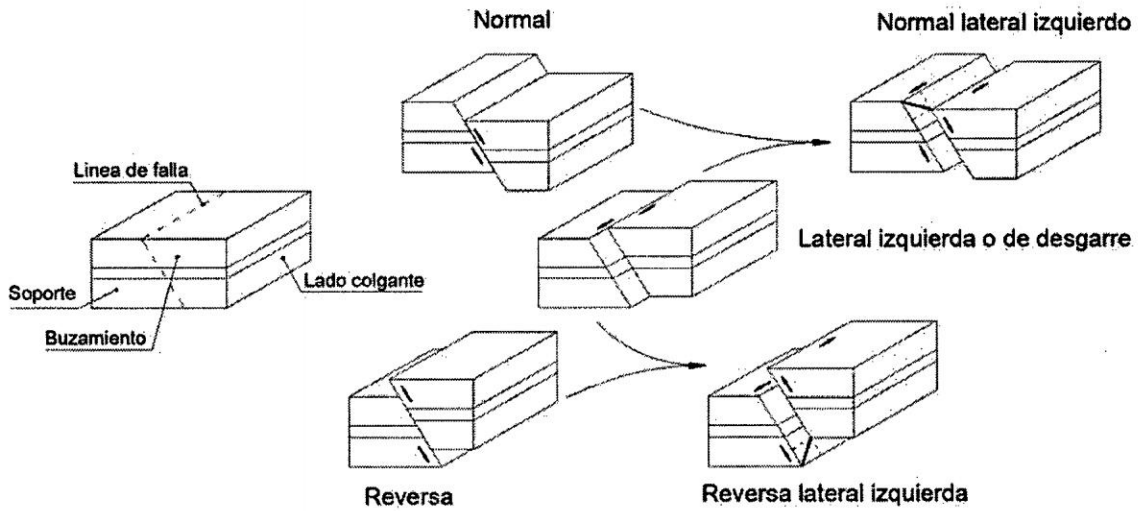


Figura 2-11: Tipos de fallas geológicas.  
 Fuente: [1] Cap IV, Pag. 74, Figura 4.9.

### **2.2.3.- Característica de los sismos.**

Cuando las fuerzas de empuje superan a los esfuerzos de cohesión de la roca que mantiene en equilibrio los bordes de las placas, se produce caídas de esfuerzos y rompimiento del material en el interior de la corteza, liberándose súbitamente la energía elástica almacenada, que trae consigo el movimiento de la corteza en forma de ondas sísmicas, que se extiende en todas direcciones según el nivel de propagación de energía en los estratos, estas ondas son muy significativas en cuanto a la aceleración, velocidad y desplazamiento de las partículas que al llegar a la superficie puede pasar desapercibido o puede causar desastres por el movimiento de su base en las construcciones.

Durante el esfuerzo de transmisión de ondas; la velocidad con que se transmiten el estado de esfuerzos mediante ondas, es muy superior a la velocidad con que se mueven las partículas del medio transmisor del estado de esfuerzos<sup>23</sup>.

Las ondas sísmicas al desplazarse por la corteza terrestre son registradas por el sismógrafo, y los tiempos correspondientes de llegada al sismógrafo se denominan fases de ondas.

#### **2.2.3.1.- Foco y epicentro de un sismo.**

El foco o hipocentro constituye el lugar donde se inició la ruptura a través de la liberación súbita de energía elástica acumulada.

El epicentro es la proyección del foco sobre la superficie terrestre. Como se observa en la figura 2-12.

---

<sup>23</sup>Referencia [1] Cap. 5; Pág. 86.

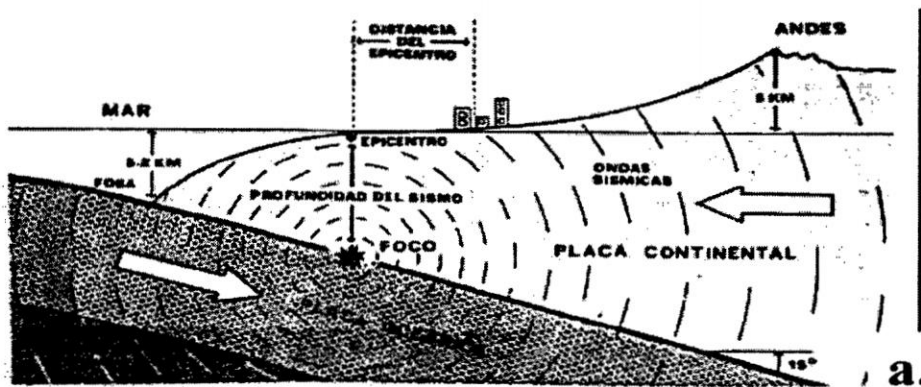


Figura 2-12: propagación de ondas sísmicas desde el hipocentro.

### 2.2.3.2.- Tipos de ondas sísmicas.

Durante un sismo, la energía liberada se propaga mediante diversos tipos de ondas que se irradian desde el foco hasta alcanzar la superficie, donde continúa su propagación mediante complicadas trayectorias de las partículas del medio transmisor.

Se identifican las ondas sísmicas como:

1. **Ondas de cuerpo**<sup>24</sup> aquellos que se propagan desde el foco o hipocentro y viajan a grandes distancias, en el interior de la tierra, estas ondas de cuerpo son:
  1. Ondas P, llamadas ondas Principales<sup>25</sup>
  2. Ondas S, llamadas ondas Secundarias<sup>26</sup>
2. **Ondas superficiales** que se deben a las reflexiones y refracciones de las ondas de cuerpo, cuando esta llega a la superficie o una interface entre estratos de

<sup>24</sup>Conocidos también como ondas internas [1] Cap. 5, Pág. 86.

<sup>25</sup>Conocidos también como ondas primarias [2] Cap. 2, Pág. 13; como ondas principales u ondas de dilatación [8] Cap. 1, Pág. 17; ondas longitudinales u ondas de compresión [1] Cap. 5, Pág. 86, 87.

<sup>26</sup>conocidos también como ondas secundarias [2] Cap. 2, Pág. 13, como ondas secundarias u ondas de cortante [8] Cap. 1, Pág. 17, ondas transversales u ondas de corte [1] Cap. 5, Pág. 87.

diferente rigidez, que implican diferentes velocidades<sup>27</sup>, estas ondas se desplazan por la superficie y son:

1. Ondas L, llamadas ondas Love.
2. Ondas R, llamadas ondas Rayleigh.

**2.2.3.2.1.- Ondas internas.**

**2.2.3.2.1.1.- Ondas primarias (P).**

En este tipo de ondas las partículas de la corteza, experimenta un movimiento paralelo a la dirección de su propagación, causando a su paso compresión y dilatación del medio transmisor como se observa en la figura 2-13.

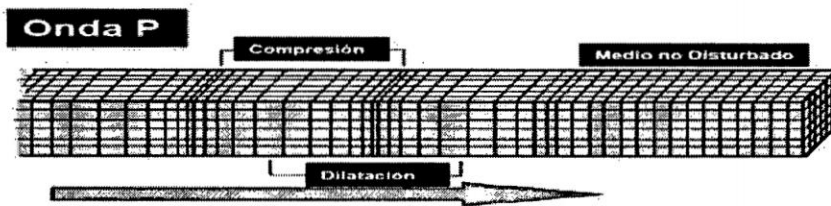


Figura 2-13: Propagación de ondas P.

**2.2.3.2.1.2.- Ondas secundarias (S).**

Se caracteriza por hacer vibrar el medio transmisor de forma perpendicular, respecto a la dirección de su propagación como se aprecia en la figura 2-14.



Figura 2-14: Propagación de ondas S.

<sup>27</sup>Referencia [1] Cap. 5; Pág. 86; a su vez; Cap. 5; Pág. 86, 87 y 88; [8] Cap. I; Pág. 17.

### 2.2.3.2.1.3.- Características de las ondas (P) y (S).

La velocidad de las ondas **P**,  $C_p$ , siempre es superior a la velocidad de las ondas **S**,  $C_s$ , por este motivo, tanto a la superficie como a una estación sismológica siempre llega primero las ondas **P** que las ondas **S**, esta diferencia de tiempo se emplea para determinar la distancia entre el epicentro y alguna estación sismológica; por este motivo, el sismo que se siente; inicia con sacudimientos suaves que luego aumenta en intensidad.

Las ondas **P** casi siempre son débiles en comparación con las ondas **S**, esto quiere decir que las ondas **S** producen movimientos del terreno más intenso y de características más dañinas para las edificaciones que las ondas **P** porque tienen mayor amplitud con periodos relativamente similares.

El periodo de las ondas **P**,  $T_p$ , es en general, aproximadamente la mitad que el de las ondas **S**. en la misma región del espacio.

A medida que las ondas **P** y **S** se alejan de la fuente que las originó hay una tendencia a que los períodos dominantes se alarguen un poco, no porque cambie el periodo de las ondas, sino porque las altas frecuencias se atenúan muy rápidamente por la acción de la disipación mecánica.<sup>28</sup>

Las ondas **S** debido a las deformaciones angulares que producen, no pueden propagarse en los océanos.<sup>29</sup>

Las ondas **P** debido al movimiento que ocasiona en las partículas, pueden viajar tanto en la roca como en el magma o los océanos.<sup>30</sup>

La velocidad de las ondas **S** es mayor que la velocidad de las ondas superficiales.

---

<sup>28</sup>Referencia [1] Cap. 5 Pág. 86 y 87.

<sup>29</sup>Referencia [2] Cap. II; Pág. 13.

<sup>30</sup>Referencia [2] Cap. II; Pág. 13.

**2.2.3.2.2.- Ondas superficiales.**

**2.2.3.2.2.1.- Ondas love (L).**

Ondas que se asemejan a las ondas de corte que mueven las partículas del medio transmisor horizontalmente en dirección perpendicular a la de su propagación como se observa en la figura 2-15.

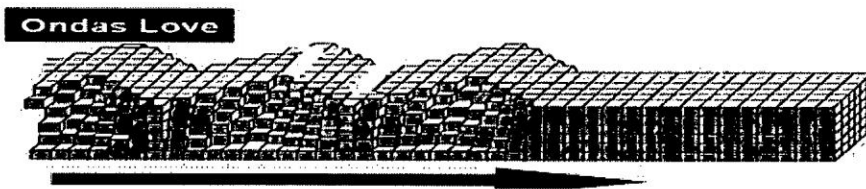


Figura 2-15: propagacion de ondas L.

**2.2.3.2.2.2.- Ondas rayleigh (R).**

Ondas que mueven las partículas del medio transmisor en trayectorias elípticas de sentido retrogrado al del desplazamiento del estado<sup>31</sup>, véase la figura 2-16.

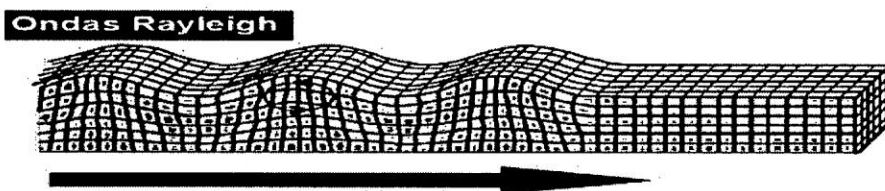


Figura 2-16: Propagación de ondas R.

**2.2.3.2.2.3.- Características de las ondas (L) y (R).**

Las ondas **L** requieren para su propagación, es decir para su propia existencia, una especie de capa diferenciada del medio subyacente; esta capa tiene rigidez

<sup>31</sup>Referencia [1] Cap. 5 Pág. 89.

diferente a la del medio subyacente. Mientras que las ondas **R** sólo requieren la existencia de la superficie para su propagación.

Estas ondas superficiales se desplazan por una capa con un espesor que resulta del mismo orden que su longitud de onda.

Las ondas **L** son de mayor velocidad que las ondas **R** y son en gran medida las causantes de los daños de las edificaciones.

#### **2.2.4.- Acelerogramas y registro sísmico.**

Durante un sismo, las ondas se desplazan por la corteza, y el acelerograma ubicada en un punto de su paso registra la variación de aceleraciones del terreno con el tiempo en tres direcciones ortogonales (dos horizontales y uno vertical) figura 2-17, siendo los parámetros más importantes.

1. La aceleración máxima, expresada generalmente como fracción de la gravedad.
2. Duración de las fases de ondas sísmicas.
3. El contenido de frecuencias.

Este último se refiere a la rapidez del cambio de dirección del movimiento. Si mientras más cercanos sean los periodos dominantes del movimiento del suelo y el periodo fundamental de vibración de la estructura, más críticos serán los efectos del sismo y es importante en cuanto a definir el tipo de estructura que será más afectado.

Por ello el Ingeniero que diseña construcciones civiles debe tener una idea sobre las aceleraciones que las ondas del terremoto portarán en el sitio donde se construirá la obra, puesto que la aceleración combinada con la masa produce fuerza, fuerza produce deformación, deformación produce Esfuerzo, y si este es muy alto llega a destruir o colapsar la construcción.

Un sismógrafo se usa para determinar los epicentros y el mecanismo focal.

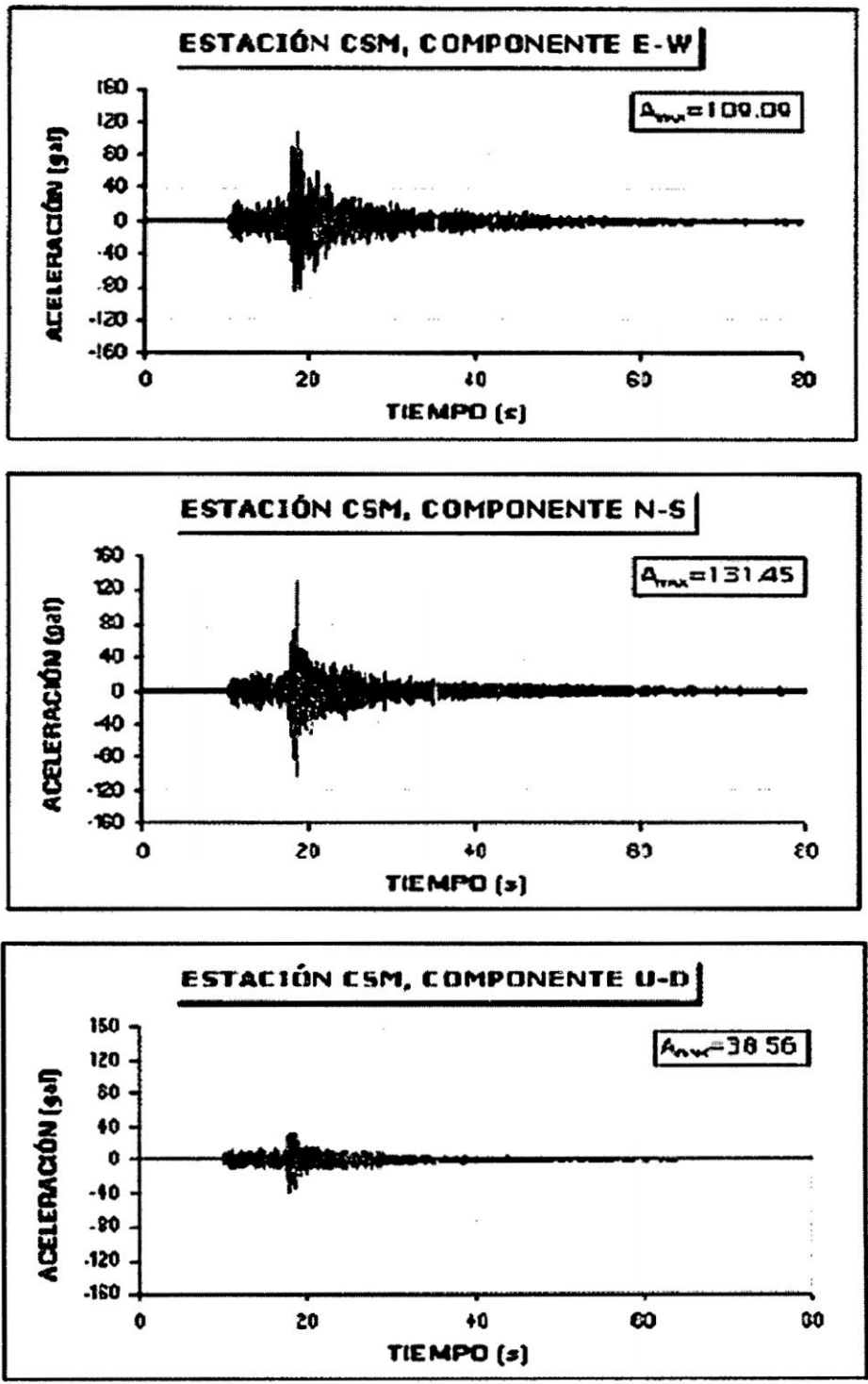


Figura 2-17: registro de la red acelerográfica tiempo historia de aceleraciones, registrado el 2003/05/28, Hora 16:20, Lima, Perú.

### 2.2.5.- Movimiento ondulatorio.

Una onda sísmica transporta un estado de esfuerzos, que hacen vibrar las partículas en su lugar; que relacionados con el tiempo describen ecuaciones ondulatorias, que permiten conocer la amplitud del movimiento, la frecuencia de vibración, la velocidad y la aceleración de las partículas del medio transmisor como respuesta del subsuelo ante los sacudimientos del sismo.

### 2.2.6.- Magnitud y energía liberada.

*Magnitud* pretende cuantificar la energía liberada por el temblor y su potencial destructivo global<sup>32</sup>; la escala de magnitud más conocida es la de Richter (propriadamente llamada magnitud local  $M_L$ ), propuesta para temblores en California cercanos a 100Km. cuya ecuación es:

$$M = \log(A) - \log(A_0) \quad (2-1)$$

(A en  $\mu m$ ) = la amplitud máxima registrada por el sismógrafo.

(A<sub>0</sub>) = Terminio que considera la atenuación de la amplitud con la distancia.

Si se usan las ondas de cuerpo (generalmente **P**) la magnitud se representa por  $M_b$ ; y si se usan las ondas de superficie, la magnitud se denota por  $M_s$ .

La magnitud  $M_s$  es la más empleada en la actualidad, válida para sismos lejanos al epicentro medidas desde la estación del registro; fue propuesta por Gutenberg y Richter. La  $M_s$  requiere un conocimiento más preciso de la variación de la amplitud de onda superficial en función de la distancia; y es así que, para poder emplear diferentes instrumentos, se debe usar la amplitud de la vibración del suelo, la cual es conocida con la denominación de fórmula de Praga<sup>33</sup>.

<sup>32</sup>Referencia.[8] Cap. 1; Pág. 18.

<sup>33</sup>Referencia [1] Cap. 6; Pág. 124, 125, 126, 127.

$$M_s = \log\left(\frac{A}{T}\right) + 1.66 \log(\Delta) + 3.3 \quad (2-2)$$

**A** = Amplitud espectral a 20 segundos de la componente horizontal de la onda de Rayleigh medida en el terreno, en micrones.

**T** = Periodo de la onda, en segundos.

$\Delta$  = Distancia epicentral en grados.

$$M_b = 2.5 + 0.63(M_s) \quad (2-3)$$

La energía liberada durante un terremoto (**E**, en ergios) puede estimarse en función de la magnitud  $M_s$  como.

$$\log E = 11.4 + 1.5M_s \quad (2-4)$$

Por el hecho de que la escala está en Logaritmos, hay que considerar que si un temblor es del grado 6, habrá sido diez veces más intenso que otra del grado 5, y cien veces más que uno del grado 4.

### 2.2.7.- Intensidad sísmica.

Es la severidad de sacudida sísmica que experimenta una determinada área geográfica.

Las ondas sísmicas en la medida en que se alejan del Hipocentro, el promedio de sus periodos se alargan por efectos de la dispersión y amortiguamiento en la corteza, debido a ello la intensidad de las ondas sísmicas disminuyen, y, es así, que la intensidad, depende tanto de: la energía liberada, de la distancia al foco, de la geología local, de las características del suelo, y del tipo de obras en el sitio.

Por lo tanto la medida de intensidad se cuantifica en función de: los daños producidos, del efecto en las personas, y de los cambios en el paisaje; para ello la escala cualitativa de intensidad más usada es la de Mercalli Modificada.

Intensidad	Calificación y descripción de los efectos.
I	Despreciable. Solo detectado por instrumentos.
II	Sensible. Sentido por poca gente. Objetos colocados oscilan.
III	Ligero. Pequeñas vibraciones.
IV	Moderado. Sentido en interiores. Ruidos por adornos que se mueven.
V	Algo fuerte. La mayoría lo sienten. Algo de pánico. Daños menores.
VI	Fuerte. Daños en estructuras sin construcción sismo-resistente.
VII	Muy fuerte. La gente corre. Se presentan daños en construcciones de calidad y graves daños en casas de adobe y tierra
VIII	Destructor. Graves daños en las construcciones
IX	Ruinoso. Graves daños en las construcciones de calidad. Destrucción casi total de obras no sismo-resistente.
X	Desastroso. Solo construcciones con diseño sismo-resistente sobreviven.
XI	Desastroso. Pánico general. Destrucción casi total. Grietas en el terreno.
XII	Catastrófico. Destrucción total.

Cuadro 2-1: Resumen de la intensidad de Mercalli Modificada.

Fuente [1] Cap. 6; Pág. 137.

La mayor debilidad de la escala Mercalli es que las edificaciones modernas tengan en general una resistencia sísmica mayor de que las edificaciones de décadas

pasadas, a su vez, la interacción suelo estructura, la amplificación local complican aun más la determinación del valor de intensidad.

Para un sismo determinado habría una escala de magnitud que mida la energía liberada, mientras que intensidades habrá diferentes de acuerdo con la posición donde se evalúe y de la estimación de quien hace el estudio de los efectos.

## 2.2.8.- Particularidades de la respuesta local y capacidad de daño.

### 2.2.8.1.- Espectro de respuesta para diseño.

Los registros de movimientos fuertes y sus espectros de respuesta son fuertemente dependientes de la ubicación de los sismógrafos, así como de las condiciones del subsuelo. La figura 2-18 muestra dichos espectros de respuesta promediados, evidenciando que los suelos blandos e intermedios tienden a producir mayores ampliaciones para períodos mayores, y que los suelos rígidos a duros producen picos pronunciados para períodos cortos.

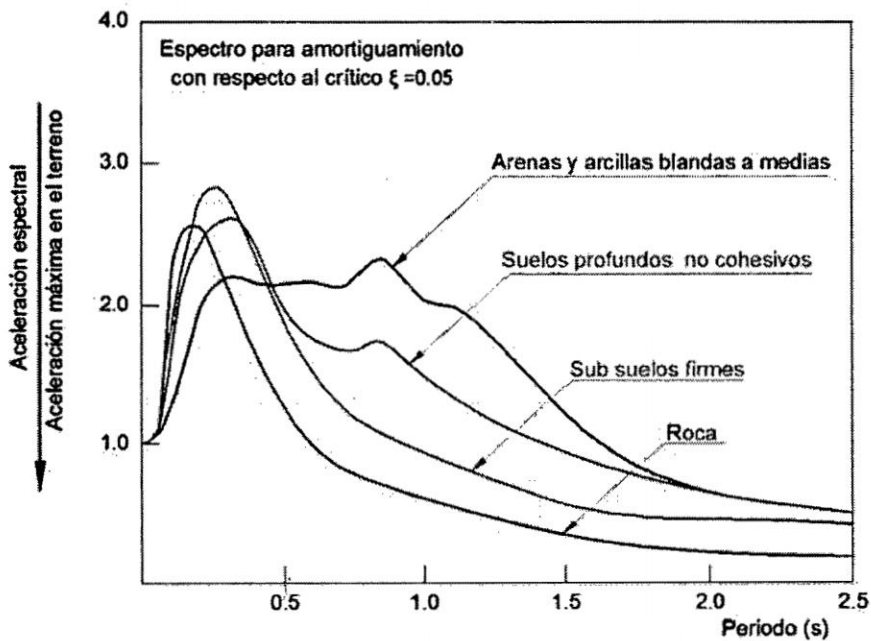


Figura 2-18. Espectros de aceleración promedio para diferentes condiciones del sitio de registro  
Fuente [1] Fig. 14.3, Pág. 505.

## **2.2.9.- Análisis del peligro, vulnerabilidad y riesgo sísmico.**

### **2.2.9.1.- Peligro sísmico.**

Se refiere al grado de severidad y exposición que una zona geográfica tiene a los movimientos sísmicos, que en términos probabilistas ocurra un movimiento sísmico de una intensidad igual o mayor que un valor fijado en un lapso comparable a la vida útil esperada de las edificaciones; una manera de cuantificar el peligro sísmico es estimando las máximas intensidades de magnitud que podría alcanzar el lugar, teniéndose como identificadores de daño, las máximas intensidades de la aceleración, la velocidad y el desplazamiento del suelo, dependiendo del panorama sismotectónico del lugar, características del suelo y la topografía local.<sup>34</sup>

Para los sismos importantes se construyen mapas de isosistas (isoaceleraciones), o sea líneas de igual intensidad sísmica.

Calculado los parámetros sismológicos de las fuentes, las profundidades representativas de los hipocentros de las fuentes y seleccionadas las leyes de atenuación, se calcularon las aceleraciones horizontales mediante el programa RISK. En todo el territorio peruano; figura 2-19 y 2-20, donde se aprecia que las intensidades máximas, como la concentración de valores más altos de aceleraciones ocurren a lo largo y paralelo de la costa, lo que coincide con el mecanismo de la subducción, y van disminuyendo a medida que se avanza hacia el este. Estos valores deben considerarse a nivel de suelo firme, donde no se considera la influencia de las condiciones locales, ni los efectos de la interacción suelo – estructura, observándose en la zona de estudio (provincia de Ayacucho) valores de aceleraciones de 0.32g y 0.36g para 50 y 100 años de vida útil respectivamente.

---

<sup>34</sup> Referencia [2] Cap. 2; Pág. 29 y 30; [8] Cap. 1; Pág. 23.

Estos conceptos permiten zonificar sísmicamente el Territorio Nacional Peruano en tres Zonas como se muestra en la figura 2-21; por lo que los tres puntos de estudio que pertenecen a la ciudad de Ayacucho se encuentran en la zona 2.

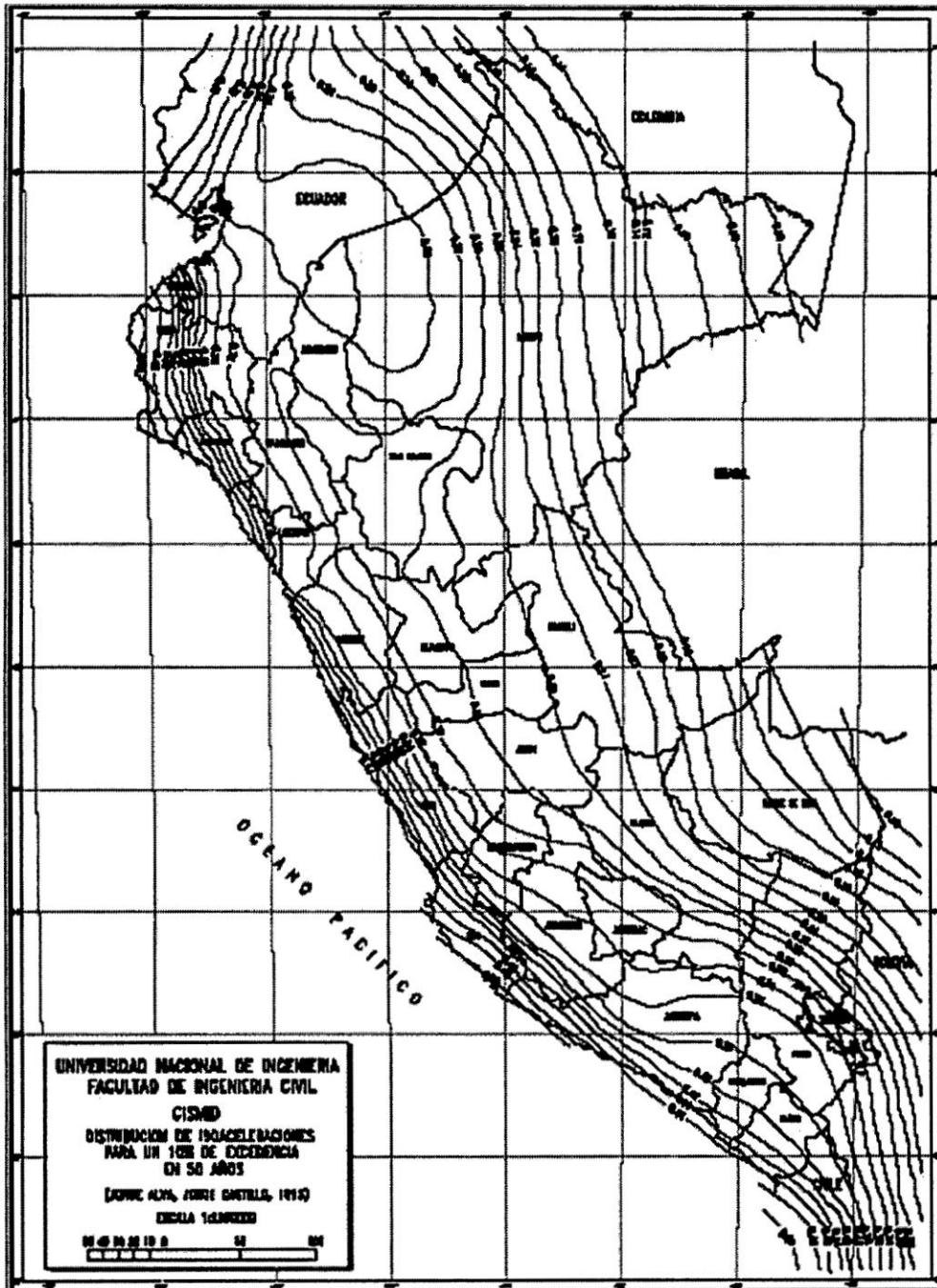


Figura 2-19: Mapa de isoceleraciones para 50 años de de vida útil.  
 Fuente [22] Pág. 185.

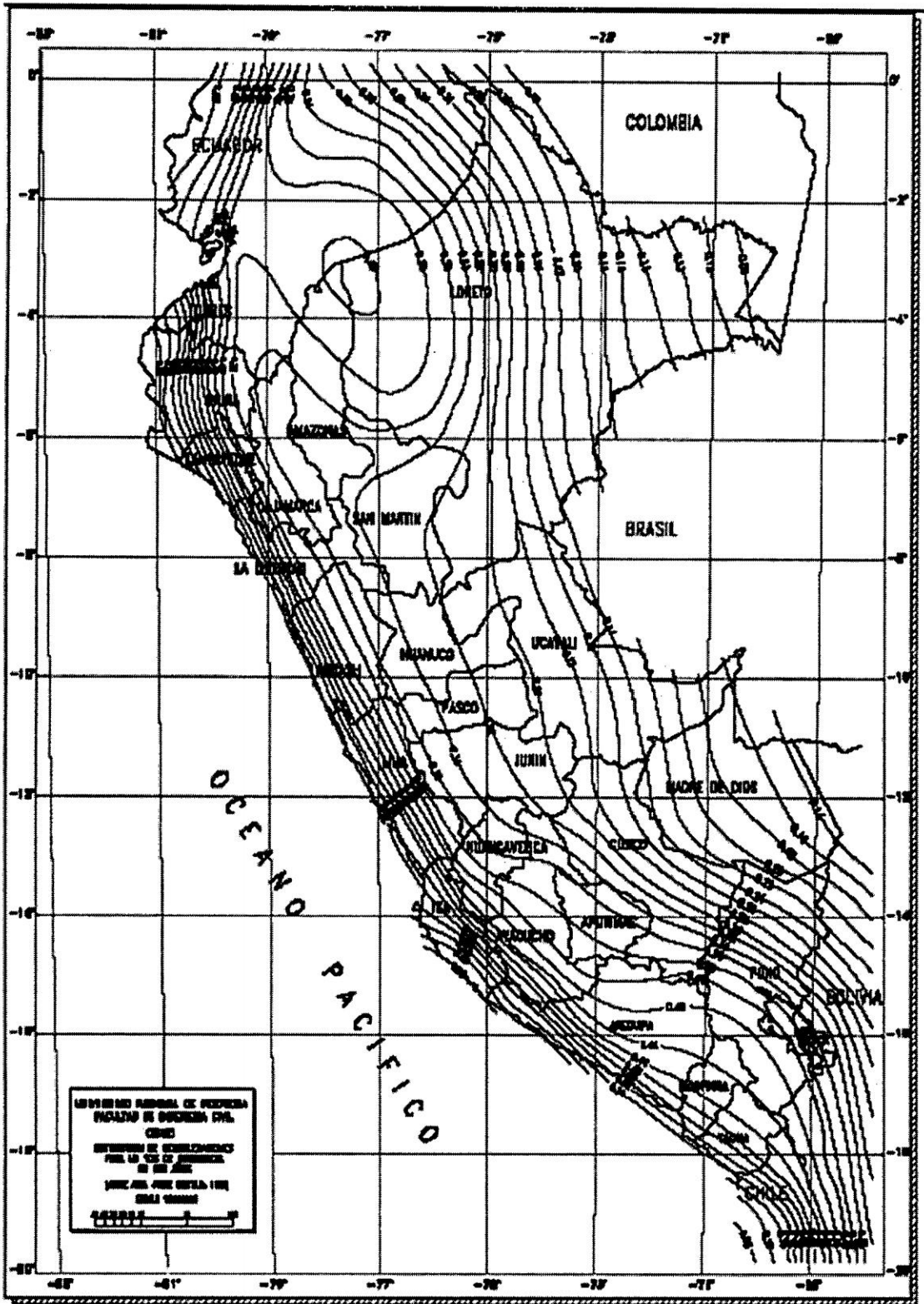


Figura 2-20: Mapa de isoaceleraciones para 100 años de de vida útil.  
 Fuente [22] Pág. 186.

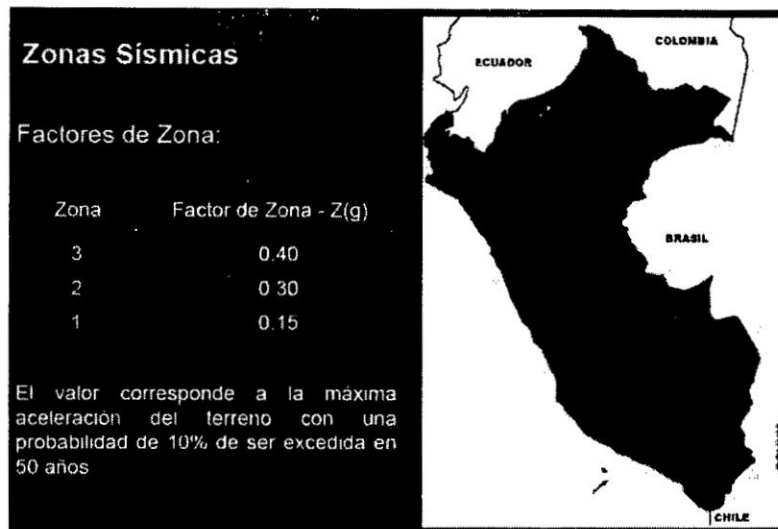


Figura 2-21: Zonificación sísmica del territorio peruano.  
Fuente [12] Cap. II; Pág. 238.

**2.2.9.2.- Vulnerabilidad sísmica.**

Es el nivel de daño que podría sufrir una estructura, considerando exclusivamente las propiedades de esta; es así que las edificaciones que no tienen las características adecuadas de resistencia lateral, son vulnerables que aquellas otras proyectadas y construidas con criterios de diseño estructural sismorresistente, estos estudios son independientes del lugar donde se ubica la obra y a la actividad sísmica.

**2.2.9.3.- Riesgo sísmico.**

El nivel de daño que podría presentarse en una obra determinada se denomina riesgo sísmico, y depende tanto del peligro sísmico en el sitio de la obra, como de la vulnerabilidad de la construcción misma; es así que la evaluación del riesgo sísmico de una obra de ingeniería involucra tanto a Especialistas en Sismología como a Ingenieros Geotecnistas y Estructurales.

Simbólicamente podemos decir que el peligro, la vulnerabilidad y el riesgo sísmico se relacionan por la siguiente expresión.

$$\text{Riesgo} = \text{Peligro} * \text{Vulnerabilidad.}$$

### **2.2.10.- Microzonificación.**

Los mapas de regionalización y Las leyes de atenuación reflejan la propagación de las ondas sísmicas en la roca de la corteza. El movimiento en la superficie del terreno puede diferir radicalmente del que se tiene en la roca base, por alternaciones de las ondas debidas a efectos geológicos topográficos y de rigidez del subsuelo<sup>35</sup>. La importancia de estas alteraciones, llamadas en términos generales efectos locales, ha conducido a la necesidad de estudios multidisciplinarios de microzonificación de las áreas de asentamientos humanos para detectar aquellas zonas de suelo inestables que presentan problemas cuando la vibración sísmica puede provocar fallas de suelo, deslizamiento de laderas o problemas de licuefacción y otros que deben identificarse con estudios geotécnicos específicos en el área de interés, con la finalidad de permitir la aplicación con más lógica las limitaciones y exigencias que el reglamento considera para el diseño estructural de edificios; por lo tanto para llegar a la microzonificación se debe determinar el nivel de amenaza sísmica local.

Será requisito la realización de los estudios de microzonificación en los siguientes casos:

- Área de expansión en ciudades.
- Complejos industriales o similares.
- Reconstrucción de áreas urbanas destruidas por sismos y fenómenos asociados.

La importancia del problema se aprecia en la representación de la figura 1-2. Si un sismo de magnitud moderada se originara en la costa del pacifico, las ondas

---

<sup>35</sup>El período de las ondas sísmicas se amplifican al pasar por estratos de suelo cada vez menos rígidos; en general la intensidad sísmica aumenta en los sitios de terreno blando.

sísmicas viajarían por la roca base y llegarían a la superficie en movimientos casi armónicos<sup>36</sup>, con un periodo de vibración de acuerdo a la geología de la zona que varía principalmente con el espesor de los estratos.

De acuerdo a la teoría de ingeniería sísmica si sería posible que los acelerogramas en los diferentes lugares de la ciudad de Ayacucho registrarían las amplitudes del movimiento; Consistentemente, serian varias veces mayores en terreno blando que en terreno firme.

En terreno rocoso y firme, se considera un área de peligro sísmico menor, para viviendas que fueron diseñados adecuadamente por un ingeniero del área de estructuras.

En suelo flexible con depósitos de compacidad suelta y corresponde al peligro sísmico mayor.

---

<sup>36</sup>Referencia [8] Cap. I; Pág. 27.

## Capítulo III

---

### **3.0.- Ingeniería sismorresistente y efectos sísmicos en los edificios.**

#### **3.1.- Ingeniería sismorresistente.**

##### **3.1.1.- Generalidades.**

Los objetivos generales de la ingeniería sismorresistente se define en función al grado de desempeño de la estructura para ciertas severidades de sismo a los que pueden estar sometidos durante su vida útil.

El objetivo del diseño sismorresistente, es que toda edificación de uso común permanezca sin daños para sismos frecuentes (periodo de retorno de aproximadamente 50 años). Y es una aspiración de la ingeniería actual que las edificaciones importantes puedan permanecer operacionales aun en los sismos muy raros (aquellos con periodo de retorno de aproximadamente 1000 años).

##### **3.1.2.- Características de la acción sísmica.**

La propagación de ondas en el estrato son muy significativas en cuanto a la aceleración, velocidad y desplazamiento de las partículas del medio transmisor que generan efectos de sacudimiento en la superficie, donde la cimentación del edificio tiende a seguir el movimiento del suelo, mientras que por inercia, la masa del edificio se opone a ser desplazada dinámicamente, y a seguir el movimiento de su base, generándose las fuerzas de inercia<sup>37</sup> figura 3-1 ; estas fuerzas generan esfuerzos y deformaciones que pueden resultar críticas en las uniones de los elementos estructurales como las fuerzas cortantes en las columnas y la transmisión de dichas fuerzas a la cimentación. y poner en peligro la estabilidad de la construcción.

---

<sup>37</sup>Fuerzas Inerciales, para mayor información véase [8] Cap. 1, Pág. 29, Pág. 30.



Figura 3-1: Flujo de fuerza en la estructura debido a la vibración.  
Fuente: Propio del autor

La flexibilidad de la estructura ante el efecto de las fuerzas de inercia hace que esta vibre de forma distinta a la del suelo mismo, por ello Las fuerzas proporcionales a la masa del edificio que se inducen en la estructura son función de: la intensidad del movimiento del suelo, y depende de las propiedades dinámicas de amortiguamiento propio de la estructura misma que define su forma de vibrar. Es así que el grado de amplificación depende del amortiguamiento propio de la edificación y de la relación entre el periodo de la estructura y el periodo dominante del suelo; de esta manera:

- Cuando los movimientos del suelo son bruscos con predominio de ondas de periodo corto, resultan más afectadas las construcciones rígidas y pesadas.
- Cuando el movimiento del terreno es lento, con periodos dominantes largos, es en las estructuras altas y flexibles donde se amplifican las vibraciones y se generan aceleraciones más elevadas y por ende fuerzas de inercias mayores.

### 3.1.3.- Respuesta de los edificios a la acción sísmica.

La intensidad de la vibración inducida en un edificio depende tanto de las características del movimiento del terreno como de las propiedades dinámicas de la estructura. Para sismos moderados la estructura se mantiene, normalmente, dentro de su intervalo de comportamiento **Elástico Lineal** y su respuesta puede calcularse con buena aproximación en los métodos de análisis dinámico de sistemas lineales;

Conforme la intensidad de la excitación aplicada al edificio aumenta, se generan cambios en las propiedades dinámicas de la estructura,<sup>38</sup> donde la rigidez tiende a bajar y el amortiguamiento a aumentar debido a la disipación de energía por comportamiento no lineal de la estructura, y que corresponden a cambios importantes de comportamiento, como:

- La iniciación del agrietamiento de la estructura, donde son superados las condiciones deseables de servicio de la construcción.
- La primera fluencia de un elemento estructural que se relacionan con el daño estructural significativo.
- La pérdida de capacidad de carga que marca el inicio del colapso.

Es posible dar a una estructura una seguridad adecuada contra el colapso, con una resistencia elevada aunque no se cuente con mucha ductilidad<sup>39</sup>, o con una resistencia mucho menor, siempre que se proporcione amplia capacidad de deformación inelástica (ductilidad). De esta segunda manera se aprovecha el

---

<sup>38</sup>Entre la carga lateral total aplicada (fuerza cortante en la base) y el desplazamiento de la punta del edificio, se distinguen puntos en los que la rigidez cambiaría drásticamente.

<sup>39</sup>Ductilidad, la que se refiere a su capacidad de mantener su resistencia para deformaciones muy superiores a aquella para la que se inició la fluencia.

La ductilidad es una propiedad muy importante en una estructura que debe resistir efectos sísmicos, ya que elimina la posibilidad de una falla súbita de tipo frágil y, además, pone en juego una fuente adicional de amortiguamiento; Véase [42] Cáp.2, Pág. 27, 28.

amortiguamiento inelástico para disipar una parte sustancial de la energía introducida por el sismo.

El comportamiento no lineal está asociado a daño, inicialmente sólo en los elementos no estructurales y después también en la estructura misma. Evidencias del comportamiento no lineal, y del daño, son agrietamientos, desprendimientos, pandeos locales, y deformaciones residuales de la estructura.

La descripción más simple que se puede dar del comportamiento no lineal de una estructura es mediante la relación que priva entre la carga lateral total aplicada (fuerza cortante en la base) y el desplazamiento de la punta del edificio.

La figura 3-2 muestra formas típicas de esta relación para una estructura simple. Una corresponde a una estructura con ductilidad considerable y la otra a una de comportamiento frágil.

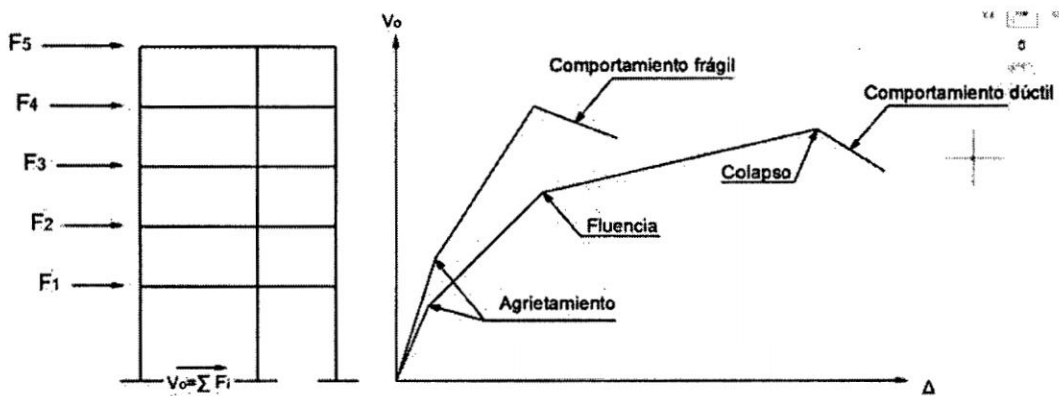


Figura 3-2 Relación Carga deformación de una estructura  
Fuente: [8] Cap. 1; Pág. 32, Fig. 1.19.

Una apreciación aproximada de la respuesta sísmica de una estructura se tiene al estudiar un modelo simple que es un sistema de un grado de libertad, constituido por una masa concentrada y un elemento resistente con cierta rigidez lateral y cierto amortiguamiento figura 3-3. Este sistema se caracteriza por:

- Su periodo natural de vibración que es proporcional a la raíz cuadrada de la relación entre la masa y la rigidez
- por su amplitud de su respuesta que depende de la relación entre el periodo del sistema y el periodo dominante del suelo ( $T_E/T_S$ ) es así, que, mientras más cercana a la unidad sea esta relación, mayor es la amplitud de la respuesta.



Figura 3-3: Modelo de un sistema de un grado de libertad.  
Fuente: [8] Cap. 1; Pág. 28, Fig. 1.15.

Una estructura real es un sistema más complejo que el de un grado de libertad y su respuesta es más difícil de estimar. La figura 3-4 muestra las aceleraciones medidas en distintos puntos de un edificio sometido a un sismo de intensidad moderada. Los registros obtenidos en el edificio van creciendo en intensidad con la altura, hasta que en la azotea la aceleración máxima es 2.5 veces mayor que la máxima registrada en el sótano. De los comentarios sobre la respuesta del sistema de un grado de libertad se desprende que esta amplificación entre la azotea y el sótano depende principalmente de la relación entre el periodo fundamental del edificio y el periodo dominante del suelo.

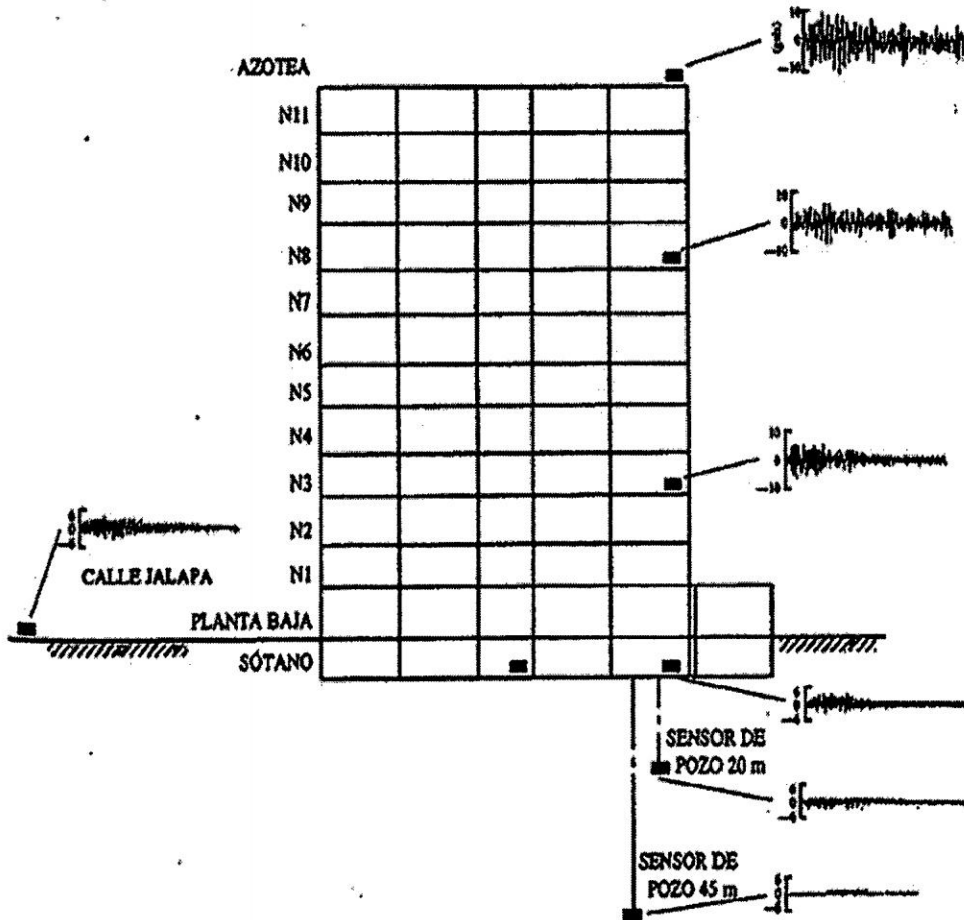


Figura 3-4: Registros de aceleraciones en un edificio de la ciudad de México para un sismo moderado (28 de octubre de 1993).  
Fuente: [8] Cap. 1; Pág. 31, Fig. 1.18.

### 3.1.4.- Daños estructurales más comunes.

El flujo de las fuerzas de inercia desde las partes superiores hacia la cimentación, genera fuerzas cortantes crecientes hacia los pisos inferiores, es así que la causa más frecuente de colapso de los edificios es la insuficiente resistencia a carga lateral de los elementos verticales (columna o muros). La figura 3-5 muestra el colapso de un edificio por cortante de sus columnas.

Para una adecuada resistencia a sismo es la existencia de un área transversal de muros o columnas suficientes para resistir dichas cortantes.



Figura 3-5: colapso de edificio por falla de columnas.

Para un correcto comportamiento sísmico, **la resistencia** no es el único factor importante. **La capacidad de deformación, o la ductilidad**, es una propiedad que puede salvar un edificio del colapso. La figura 3-6 muestra la falla de una columna de concreto con una cuantía y distribución de refuerzo totalmente inadecuados, particularmente en lo referente al refuerzo transversal (estribos).



Figura 3-6: Falla de columnas con escaso refuerzo transversal.

En las conexiones viga columna, se presentan con frecuencia concentraciones elevadas y condiciones complejas de esfuerzos. La figura 3-7 muestra un ejemplo de

falla de conexión viga-columna, estas fallas son generalmente de tipo frágil, por lo que deben protegerse estas zonas con particular cuidado.



Figura 3-7: Falla por escasez de anclaje del refuerzo de la columna en su conexión con el sistema de piso

La liga de la estructura con su cimentación y la de ésta en el suelo son aspectos fundamentales para la estabilidad del edificio. Los casos de volteo de un edificio por efectos sísmicos son escasos, pero pueden ocurrir en estructuras esbeltas<sup>40</sup>. La figura 3-8 muestra un edificio que se volteó.

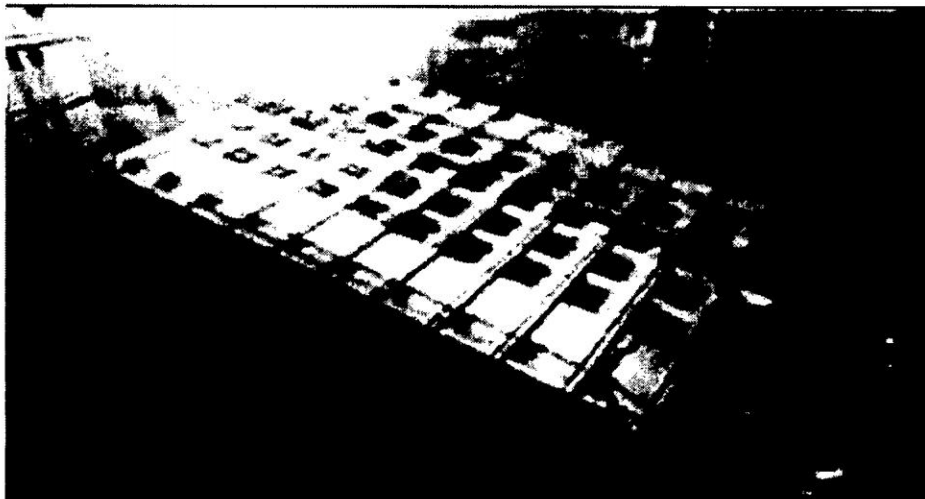


Figura 3-8: Volteo de un edificio por falla de cimentación.

---

<sup>40</sup>Figura alta y delgada.

La configuración inadecuada del sistema estructural produce una respuesta desfavorable al flujo de fuerzas, generando concentraciones de esfuerzos y posibles fallas locales. El caso de la figura 3-9 muestra vigas y columnas fuertemente excéntricas con respecto a sus ejes, que transmiten fuerzas cortantes y momentos torsionantes elevados en la viga transversal sobre la que se apoyan.<sup>41</sup> La asimetría en la distribución en planta de los elementos resistentes causa una vibración torsional de la estructura y genera fuerzas elevadas en algunos elementos de la periferia. Numerosos son los casos de fallas, al menos parcialmente imputables a la torsión.



Figura 3-9: Falla de columna por efecto de cortante y torsión producida por excentricidad de la viga longitudinal.

Una situación frecuentemente ignorada, pero que ha dado lugar a daños severos en edificios construidos sobre los suelos blandos, es el golpeo entre edificios adyacentes que vibran de manera diferente y entre los cuales no se ha dejado una separación suficiente. Figura 3-10

---

<sup>41</sup>Para mayor información véase [8] Cap. V, Pag. 183 a 187.



Figura 3-10: Falla debida a golpeo entre edificios adyacentes.

La interacción entre elementos supuestamente no estructurales como los muros divisorios de mampostería y las columnas de marcos de concreto produce concentraciones de fuerzas cortantes en los extremos libres de columnas (columnas cortas o cautivas) que tienden a fallar por cortante en forma frágil, como en el caso de la figura 3-11.

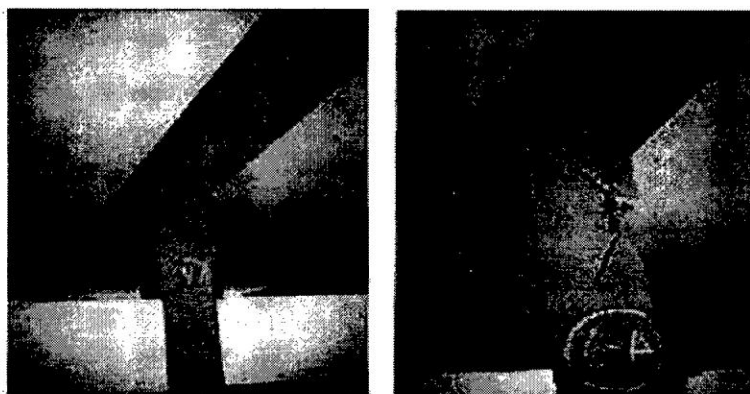


Figura 3-11: falla por cortante en columna corta.

El diseño sísmico no debe limitarse a la protección de la estructura contra el colapso, sino debe cuidar también que, por lo menos ante sismos Ocasionales, no se presenten daños en los elementos no estructurales como los elementos divisorios o de fachada, los recubrimientos, los equipos e instalaciones. Figura 3-12



Figura 3-12: Daños en elementos de fachada por movimientos laterales excesivos del edificio

Para evitar la ocurrencia de daños en los edificios por la acción sísmica, se establecerán los principios que se deben seguir en el diseño de los edificios.

**3.1.5.- Sismos de diseño.**

Se establecen cuatro niveles de severidad en las solicitaciones sísmicas, cada uno de los cuales se define por un “sismo de diseño”. Dado que los sismos son tratados como sucesos aleatorios, la cuantificación de su efecto en las estructuras solo puede hacerse en términos de probabilidad y riesgo. De esta manera los sismos de diseño se definen en función de los periodos medios de retorno de tales eventos o en función de la probabilidad de excedencia durante un determinado tiempo de exposición, que para edificaciones se suele considerar de 50 años.

Sismos de Diseño	Probabilidad de excedencia en 50 años de exposición (%)	Periodo de retorno (años)
Sismos Frecuentes	69	43
Sismos Ocasionales	50	72
Sismos Raros	10	475
Sismos Muy Raros	5	970

Cuadro 3-1 Sismos de Diseño para Edificios, sugeridos por el Comité Visión 2000, SEAOC.  
Fuente: [2] Cap. 3; Pág. 40, Fig. 3.2.

El cuadro 3-1, muestra los periodos de retorno medio y las probabilidades de excedencia en 50 años de exposición para sismos de diseño (por el SEAOC<sup>42</sup>).

### 3.1.6.- Niveles de desempeño de las edificaciones.

Para precisar los objetivos del diseño sísmorresistente es necesario adoptar cierta clasificación para el grado de daño en una edificación luego de un sismo. Al respecto, las propuestas del SEAOC el ATC<sup>43</sup> resume en el cuadro 3-2.

<b>Nivel de Desempeño</b>	<b>Descripción</b>
<b>Completamente Operacional</b>	Sin daño estructural. Se conserva la rigidez y Resistencia. Todas las componentes estructurales operan. La edificación está disponible para su uso normal. Prácticamente no existe riesgo de daño alguno a los ocupantes del edificio durante el sismo.
<b>Funcional</b>	Solamente pequeños daños estructurales. La estructura mantiene casi íntegramente su resistencia y rigidez. Los elementos no estructurales están seguros y los sistemas de seguridad están operables. El riesgo de daño durante el sismo es muy bajo.
<b>Resguardo de Vida</b>	Daño estructural y no estructural importante. La estructura ha perdido una parte importante de su rigidez original, pero conserva parte de su resistencia lateral y un margen de seguridad contra el colapso. Las componentes no estructurales están seguras pero podrían no operar. El edificio puede no ser seguro antes de ser reparado. El riesgo de daño durante el sismo es bajo.
<b>Cerca al Colapso</b>	Se ha producido un daño sustancial en la estructura. La estructura ha perdido casi toda su rigidez y resistencia original y conserva solo un pequeño margen contra el colapso. Los elementos no estructurales pueden terminar fuera de su sitio y estar en peligro de caerse. Probablemente no resulta práctico reparar la estructura.

Cuadro 3-2: Niveles de Desempeño Estructurales, según SEAOC 1995  
Fuente: [2] Cap. 3; Pág. 42, Fig. 3.5

<sup>42</sup> Structural Engineering Association of California. Véase Referencia [2] Cap. III; Pág. 40

<sup>43</sup> Applied Technology Council . Véase Referencia [2] Cap. III; Pág. 42.  
[www.ironwarrior.org/ARE/Lateral\_Forces/http\_www.atcouncil.org.]

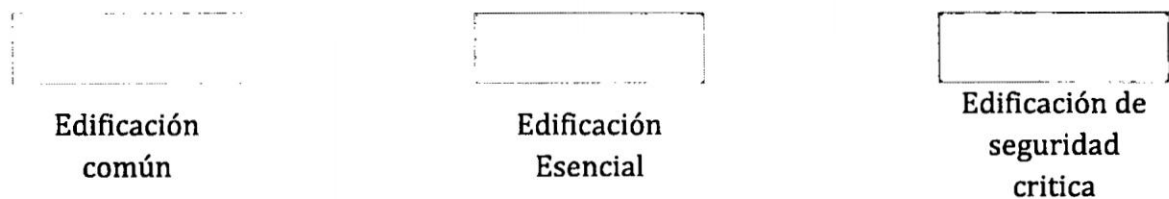
**3.1.7.- Niveles de desempeño y sismos de diseño.**

Los objetivos de diseño sismorresistente se puede definir ahora estableciendo el desempeño estructural que debe tener cada tipo de edificio en cada sismo de diseño.

El desempeño deseado depende directamente de la importancia del edificio. Según el SEAOC se identifican tres tipos de edificaciones:

1. Edificaciones Comunes.
2. Edificaciones esenciales que deben funcionar en una emergencia (como por ejemplo, hospitales)
3. Edificaciones de seguridad Crítica (como plantas de procesamiento nuclear).

		NIVEL DE DESEMPEÑO			
		Completamente Funcional <sup>44</sup>	Funcional <sup>45</sup>	Supervivencia <sup>46</sup>	Cerca al Colapso
SISMO DE DISEÑO	Sismo Frecuente (43 años)				
	Sismo Ocasional (72 años)				
	Sismo Raro (475 años)				
	Sismo muy Raro (970 años)				



Cuadro 3-3: Desempeño de edificios Comunes, Esenciales y de Seguridad Crítica.  
Fuente: [2] Cap. 3; Pág. 43, Fig. 3.6.

<sup>44</sup>Estado de límite de Servicio. Véase Referencia [8] Cap. I; Pag. 39.

<sup>45</sup>Estado de límite de Integridad Estructural. Véase Referencia [8] Cap. I; Pag. 39.

<sup>46</sup>Estado de límite de Supervivencia. Véase Referencia [8] Cap. I; Pag. 39.

El cuadro 3-3 muestra el desempeño mínimo que deben tener estos tres tipos de edificios en los 4 niveles de diseño considerados. Cada tipo de edificio se identifica por un color. Los casilleros que quedan a la derecha de un tipo de edificio en particular, representan comportamiento inaceptable. Los casilleros en blanco representan comportamiento inaceptable para cualquier tipo de edificio.

A partir de esta definición general de objetivos, se pueden establecer una relación directa entre algún parámetro representativo de los sismos de diseño y algún aspecto del comportamiento de la edificación, como se muestra en el cuadro 3-4.

<b>Sismo de Diseño</b>	<b>Comportamiento Estructural</b>
Sismos Frecuentes (43 años)	Perfectamente Elástico, donde no exceden deformaciones que ocasionen pánico a los ocupantes; En el edificio no presentan daños en elementos no estructurales, interferencia con el funcionamiento de equipos e instalaciones.
Sismos Ocasionales (72 años)	Prácticamente Elástico, pero con propiedades correspondientes a niveles de esfuerzo elevados que no exceden la resistencia de las secciones críticas, para el cual se puede presentar daño no estructural y daño estructural menor como agrietamiento en estructuras de concreto, pero no se alcanza la capacidad de carga de los elementos estructurales.
Sismos Raros (475 años)	Importantes incursiones inelásticas con pérdida de resistencia y rigidez. La estructura puede repararse
Sismos muy Raros (970 años)	Comportamiento de la Estructura en un modelo Plástico (no Lineal) donde hay severas incursiones inelásticas, pérdida casi total de rigidez y resistencia. Daño estructural significativo, No resulta práctico reparar la estructura; pero se mantiene la estabilidad general y se evita el colapso

Cuadro 3-4: Sismos de Diseño, aceleraciones máximas en la roca para la Costa del Perú y comportamiento estructural deseado de Edificios Comunes.

Para el efecto de otras acciones, se pretende que el comportamiento de la estructura permanezca dentro de su intervalo lineal y sin daño, aun para los máximos valores que puedan alcanzar las fuerzas actuantes.

### **3.1.8.- Aspectos principales de diseño sísmico.**

El Ingeniero deberá diseñar la estructura de una construcción con la capacidad suficiente de resistir un conjunto de fuerzas laterales, con una habilidad de disipar eficientemente la energía introducida por el movimiento del terreno.

Para lograr que el nivel de daño en las edificaciones sea muy reducido o inexistente durante los sismos frecuentes u ocasionales, es necesario dotar a las estructuras de una resistencia mayor o por lo menos igual que la resistencia demandada por el sismo<sup>47</sup>, para que estas puedan comportarse fundamentalmente dentro del rango elástico durante todo el sismo. De acuerdo a la importancia de la estructura, se podrá aceptar pequeñas incursiones en el rango inelástico pero sin pérdida de rigidez o resistencia para su fácil reparo.

En caso de sismos severos, es aceptable que buena parte de esta disipación de energía se realice con deformaciones inelásticas<sup>48</sup> que implican daño, siempre que no se alcancen condiciones cercanas al colapso.

El cociente entre la demanda de resistencia elástica y la resistencia lateral de una estructura se denomina factor de reducción de fuerza sísmica.

Al dotar a una estructura de una resistencia menor a la demanda elástica de un evento importante, se espera que cuando se produzcan estos sismos muy raros, la

---

<sup>47</sup>Los espectros de pseudo aceleración constituyen una forma sencilla y efectiva de representar las demandas de resistencia. Para el caso de estructuras de un grado de libertad los valores espectrales de pseudo aceleración se interpretan directamente como la resistencia necesaria (por unidad de masa) para garantizar un comportamiento elástico.

<sup>48</sup>La Capacidad de deformación que permite la mayor ductilidad posible.

estructura tenga severas incursiones inelásticas, tal vez un daño elevado, pero se aspira a que no llegue a colapsar.

Mientras más se reduzca la resistencia lateral de una edificación, mayores serán las incursiones inelásticas y también mayor el daño. Una estructura, cuando menos resistente sea, iniciará su comportamiento inelástico con un desplazamiento más pequeño. Es decir a mayor factor de reducción de fuerza sísmica mayor será la ductilidad<sup>49</sup> demandada por el sismo.

La estrategia del diseño sismorresistente es tratar de conseguir estructuras que puedan desarrollar el mayor comportamiento dúctil posible.

Para el cumplimiento de los objetivos en el diseño sismorresistente es teniéndose en cuenta lo siguiente:

- 1.- Que la estructura posea una rigidez adecuada por el dimensionamiento de las secciones y elementos estructurales para:
  - limitar sus desplazamientos laterales.
  - Proporcionarle características dinámicas que eviten amplificaciones excesivas de la vibración.
- 2.- Que la estructura posea resistencia a carga lateral suficiente para absorber las fuerzas de inercia inducidas por la vibración.
- 3.- Que la estructura tenga alta capacidad de disipación de energía mediante deformaciones inelásticas, lo que se logra proporcionándole ductilidad; es así, que es necesario detallar sus conexiones y elementos de refuerzo para proporcionarles gran capacidad de deformación ante el colapso.

---

<sup>49</sup>Dúctil.- Del material que puede deformarse permanentemente por el estirado ■ maleable ■ fig. Acomodadizo, blando.

### **3.2.- Efectos sísmicos en los edificios.**

#### **3.2.1.- Generalidades.**

Al propagarse las ondas sísmicas por el sub suelo en forma de ondas vibratorias ponen en peligro a edificios por el movimiento de su base, en este estado dinámico se introducen esfuerzos de inercia de tipo alternante en la estructura que estimulan a deformarse en cualquier dirección; pudiendo:

- Conducir a la estructura al colapso por la concentración de energía en los elementos de la construcción,
- Así como al volteo del edificio.

Entonces, es así que el comportamiento y respuesta de la estructura bajo las propiedades dinámicas lineales y no lineales no solo depende de las propiedades de la construcción, sino también de la respuesta del subsuelo a la acción sísmica.

La característica del subsuelo de cimentación, ha desempeñado un papel importante en la estabilidad de las construcciones frente a la acción sísmica y Para llegar con claridad acerca de cómo ocurren estos fenómenos, fue necesario en esta sección aclarar la pregunta ¿Cómo son los esfuerzos actuantes de las edificaciones bajo la acción sísmica?

#### **3.2.2.-Esfuerzos en las construcciones.**

##### **3.2.2.1.- Inercia.**

Propiedad que tienen los cuerpos para oponerse al movimiento cuando están en reposo relativo, y al cambio de velocidad cuando el cuerpo tiene un movimiento constante uniforme en línea recta.<sup>50</sup>

---

<sup>50</sup>Ley de la Inercia (Primera Ley de Newton).

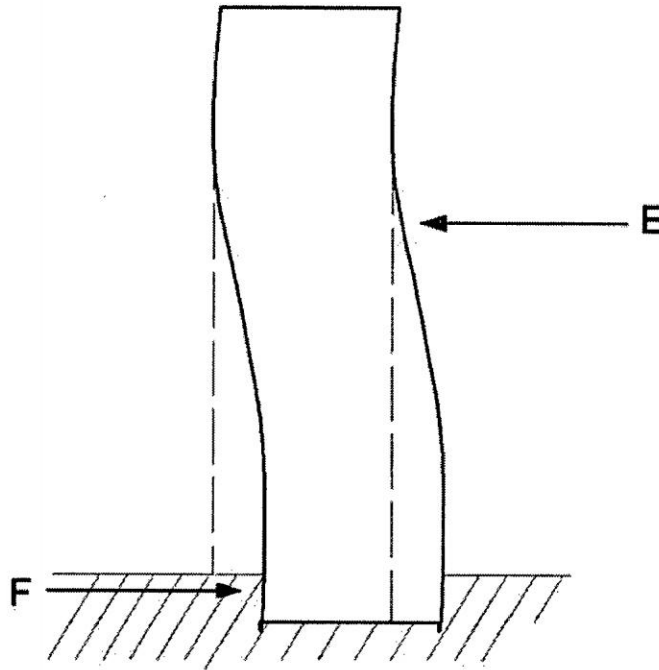


Figura 3-13: Vibraciones del sistema estructural por acción de las fuerzas actuantes.  
Fuente [26] Pag. 19 Fig. 6A

El edificio está ligado al terreno, aunque solo sea por adherencia figura 3-13; al moverse el sub suelo, arrastra el cimiento del edificio; sin embargo, por inercia, la construcción tiende a quedarse en su posición inicial, generándose en la edificación fuerzas de reacción cuya resultante  $E$  es igual y de sentido contrario a la acción  $F$  producido por el suelo; estos efectos se dan para las diferentes direcciones de oscilación del edificio como producto del movimiento en su cimentación.

### 3.2.2.2.- Elasticidad.

Propiedad de los cuerpos, en mayor o menor grado, de recuperar su forma original cuando dejan de actuar las fuerzas que lo han deformado temporalmente.

El terreno tiene elasticidad y por ella tiende a volver a su posición inicial cuando el sismo lo mueve, aunque también a veces, por su plasticidad, puede conservar parte de su deformación.

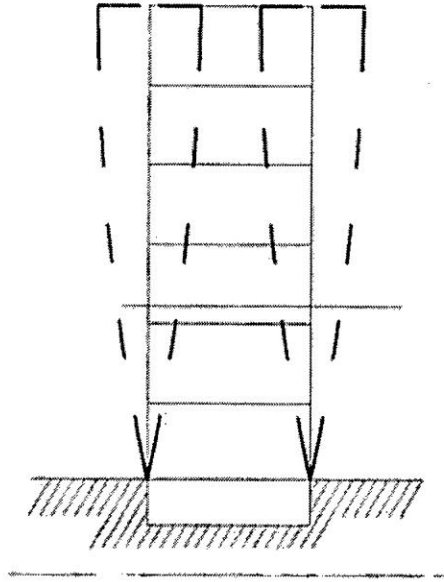


Figura 3-14: Idealización de Elasticidad en el sistema.

Fuente [26] Pag. 19 Fig. 6B.

- ✓ Si un edificio pudiera ser absolutamente rígido (situación muy difícil) y resistiera el impacto del sismo sin romperse, seguiría los movimientos del terreno. Cuando el edificio es bajo y está apoyado sobre fuertes muros de carga, puede considerarse como rígido y se comporta como si lo fuera.
- ✓ Si el edificio es alta y está hecha con estructura de columnas y trabes, la construcción se considera como flexible, el edificio no seguirá exactamente los movimientos del terreno, como se aprecia en la figura 3-13; y, además, el edificio por su elasticidad, antes de volver a su estado de reposo se moverá de un lado a otro, aunque el suelo haya experimentado un solo movimiento de vaivén figura 3-14.

### 3.2.2.3.- Aceleración.

Lo que produce el impacto no es la velocidad, sino el cambio de ésta, es decir la aceleración. Ésta se determina por una medida de longitud y una de tiempo, al cuadrado.

- ✦ Si un automóvil se traslada a 72 Km/hr es decir 20m/s, y en 10s aumenta su velocidad a 30 m/s, ha experimentado una aceleración positiva de 10 m/s en 10s; esto equivale a 1m/s en un segundo, es decir matemáticamente, a 1 m/s<sup>2</sup>; El coche cuando tuvo una aceleración de 1m/s<sup>2</sup>, sus ocupantes debieron haber sentido un pequeño impulso hacia atrás; de ello se deduce que el impacto es causado por la aceleración.
- ✦ Si tal coche, desplazándose a los mismos 20m/s, choca contra un muro muy resistente y por la flexibilidad de su material se suspende su movimiento en 1/100 de segundo, ha tenido una desaceleración o aceleración negativa de: 20 ó -20m/s en 1/100 de segundos, lo que equivale a 2000m/s<sup>2</sup>; Al chocar el coche, se tuvieron que haber hecho pedazos, estrellándose contra el parabrisas del maltrecho coche y el muro; por tanto, Es obvio, que el impacto es causado por la aceleración.

Por tanto, lo que importa del sismo es la aceleración que produce en el terreno y será más intenso cuanto mayor sea tal aceleración, aunque también tiene gran importancia por los efectos destructivos, el tiempo en que permanezca moviéndose el terreno y las características del edificio.

El impacto o la fuerza  $F$  que provoca la aceleración es igual a la masa  $m$  por su aceleración  $a$ :

$$F = ma \quad (3-1)$$

#### 3.2.2.4.- Movimiento pendular.

La mayor parte de las vibraciones encontradas en aplicaciones en ingeniería pueden representarse por un movimiento armónico simple (véase capítulo IV, sección 4.2), donde su amplitud permanece constante.

Si el péndulo iniciara su movimiento con un solo impulso en el vacío<sup>51</sup>, osea donde no hubiera aire que le hiciera resistencia ni disipación de energía al movimiento, entonces, el péndulo quedaría oscilando eternamente con amplitud constante; aunque a mayor impulso habrá un recorrido más amplio pero el periodo será el mismo, pues en proporción a la trayectoria variará la velocidad, y solo se podrá alterar cambiando la longitud de la cuerda, sin embargo, su duración es independiente del peso, de la masa y de la amplitud de la oscilación figura 3-15.

El tiempo que emplea en hacer su recorrido de uno a otro lado, incluyendo su ida y vuelta, se llama ***T*** "periodo completo".

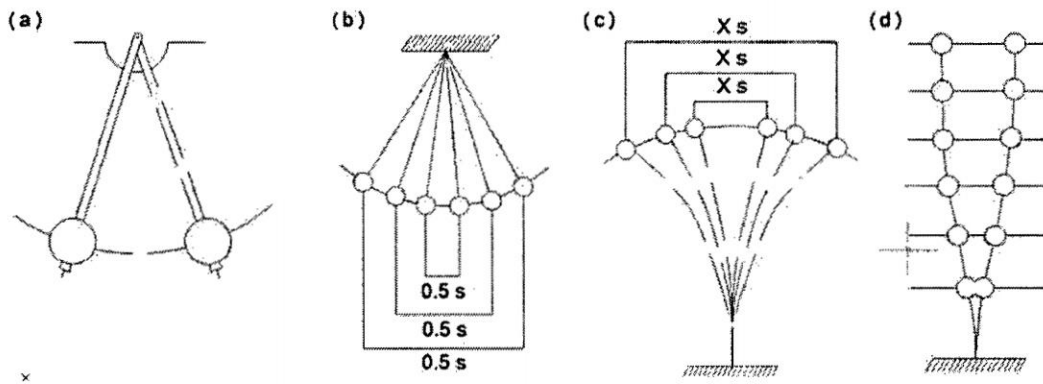


Figura 3-15: Movimiento pendular en el vacío.  
Fuente [26] Pag. 20 y 21 Fig. 6C, 6D, 6E, 6F.

Los movimientos del péndulo también se puede idealizar como una masa sujeta a una barra, que a su vez está empotrada en un terreno, figura 3-15(c)

Si incorporamos aire al espacio donde se mueve el péndulo, entonces el aire se opondrá al movimiento del péndulo disminuyendo la amplitud de cada oscilación (fenómeno llamado "**disipación de Energía**"), este fenómeno se estudia como movimiento armónico amortiguado (véase Capítulo IV, Sección 4.2).

<sup>51</sup>Vacio se denomina al espacio donde no existe aire

En igualdad de circunstancias, y dentro de los límites de la elasticidad en los que la barra no tenga roturas ni deformaciones plásticas, tendrá un mismo periodo.

Una barra empotrada puede tener varias masas, como se podría modelar un edificio empotrada en el terreno, suponiendo que las masas están concentradas a la altura de los diferentes entresijos figura 3-15(d).

**3.2.2.5.- Velocidad angular.**

Es aquella magnitud vectorial que nos indica cual es el ángulo que puede recorrer un cuerpo en cada unidad de tiempo.

Al pasar por el centro de su recorrido la velocidad del péndulo es máxima y se anula al llegar a los extremos para regresar (véase Cap. IV, sección 4.2).

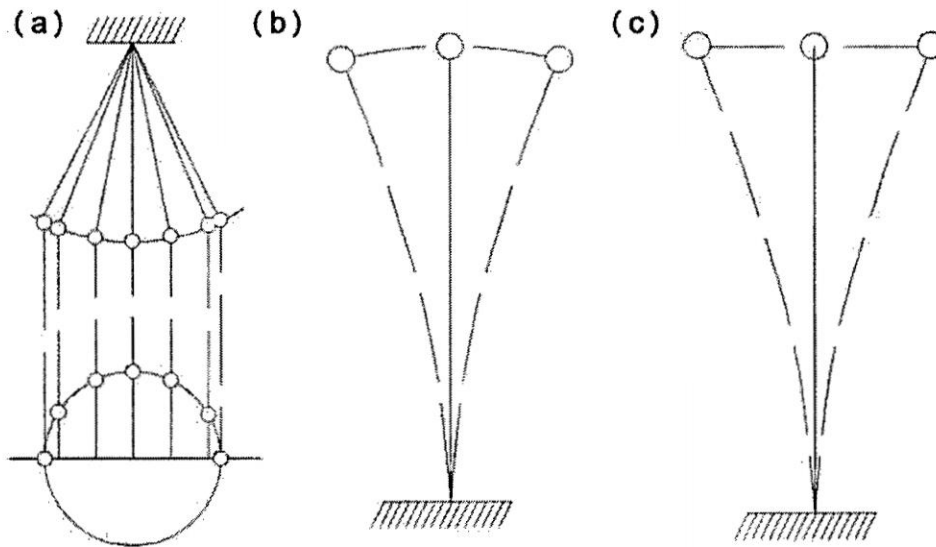


Figura 3-16: Movimiento armónico simple.  
Fuente [26] Pag. 21 Fig. 6G, 6H, 6I.

El movimiento del péndulo puede representarse con un movimiento circular uniforme (véase Capítulo IV, sección 4.2) de donde se expresa el valor de  $\theta$  (rad) y la velocidad angular es:

$$w = \frac{\theta}{T} \tag{3-2}$$

Un movimiento semejante al del péndulo, aunque en sentido inverso, tiene una barra elástica bien empotrada en el terreno figura 3-16 (b) y (c).

**3.2.2.6.- Modos de vibración.**

Si la barra, por ejemplo, tiene tres masas, como en la figura 3-17(a) ó 3-17(b), podrá tener tres maneras distintas de vibrar, según varíe la velocidad del terreno en que se empotra.

Si las masas se mueven uniformemente, de un lado a otro, su manera de vibrar se llama modo fundamental o primer modo de vibración, pero si la velocidad del terreno aumenta, la barra puede moverse de una manera semejante a la indicada en la figura 3-17(c), llamada segundo modo, o llegar hasta el caso de la figura 3-17(d), que recibe el nombre de tercer modo de vibración<sup>52</sup>.

En un edificio se puede suponer que la carga que recibe cada nivel se comporta como una masa y teóricamente, si es alto y tiene veinte niveles, también se podría mover de veinte modos, pues éstos corresponden a su número.

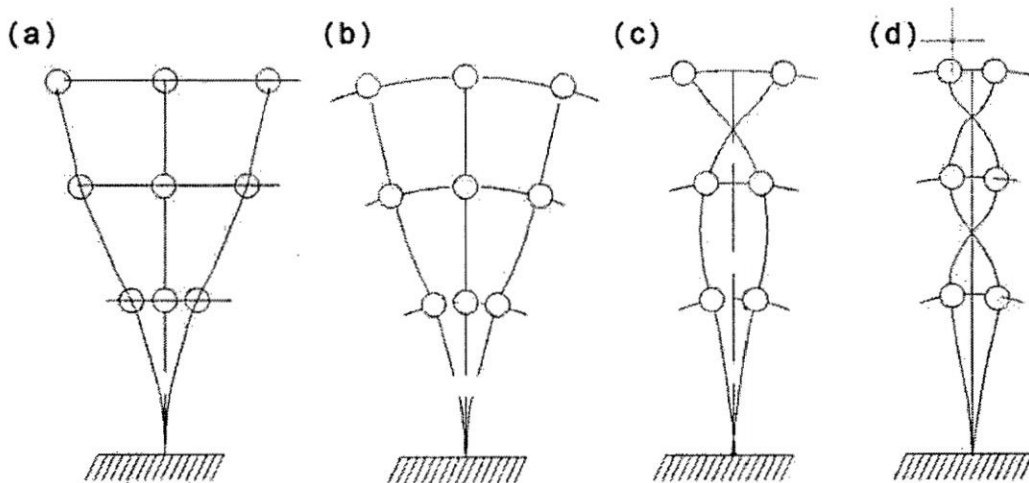


Figura 3-17: Modos de Vibración.  
Fuente [26] Pag. 22 Fig. 7A, 7B, 7C, 7D.

<sup>52</sup> Véase referencia [26] Pag. 22.

Sin embargo, después del primer modo, las deformaciones y los esfuerzos generalmente disminuyen, por muy alto que sea basta estudiar los tres primeros modos.

### **3.2.2.7.- Periodos de vibración del terreno.**

Las ondas sísmicas, al propagarse, los periodos del terreno tienden a incrementarse, en la medida en que se alejan del foco o hipocentro; cuando aquellos son extensos sus aceleraciones disminuyen.

En la ciudad de Ayacucho y en general, el valle del mismo; donde hay cerros, lomeríos y terrenos compactos, los periodos pueden ser rápidos, pero en las zonas en que el terreno es compresible (arena y arcilla) llegan a ser más lentos.

Es difícil prever con certeza las aceleraciones y los periodos de un sismo; sin embargo es indispensable suponer, con base en los datos obtenidos experimentalmente, al menos los posibles valores de sus periodos dominantes, pues según el periodo de ese movimiento, la estructura se moverá de algún modo y que de acuerdo con él soportará diferentes esfuerzos.

### **3.2.2.8.- Sincronización o resonancia.**

Idealicemos una barra que va ser derribada con una cuerda por un demoleedor. Es de suponer que éste no tenga inicialmente la fuerza necesaria para hacerla caer al primer tirón, pero si logra moverla haciendo un gran esfuerzo, éste quizá pueda desplazarla unos 10 cm figura 3-18, luego si deja que la barra vaya y vuelva ya sin hacer fuerza sobre él, probablemente no se desplazará a su regreso los mismos 10 cm, que sí lo hará unos 4 cm. Pero, si el demoleedor, aprovechando este impulso, en la vuelta da otra fuerza en la misma dirección, la barra con seguridad podrá alcanzar unos 20 cm. logrando moverla y sincronizando sus esfuerzos con los movimientos de

la barra, a cada tirón se sumará el esfuerzo elástico de la misma y acabará por derribarla, lo cual indicará que el demoledor ha sincronizado (resonancia) sus esfuerzos con los movimientos de la barra.

Si resulta la sincronización de movimientos de la barra empotrada con el movimiento del terreno que la sostiene; entonces resulta el fenómeno llamado "resonancia" (véase Capítulo IV, sección 4.2).

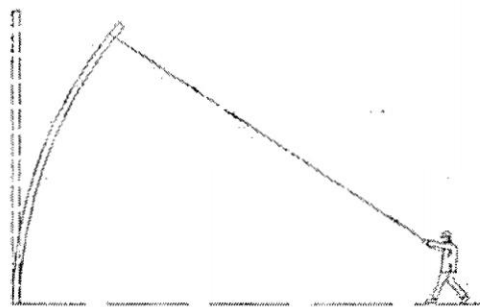


Figura 3-18 Representación de la sincronización y resonancia  
Fuente [26] Pag. 24 Fig. 10.

Teóricamente, si el sismo durara mucho tiempo, su movimiento se verificará en un solo sentido y es frecuente que haya una completa resonancia con la estructura de algún edificio; y por muy resistente que fuera, siempre acabaría por fallar; entonces:

1. La sincronización aumenta los esfuerzos de la estructura.
2. Mientras más concuerde el periodo de vibración del edificio con el del terreno, habrá más sincronización.

### 3.2.2.9.- Ductilidad.

Es la propiedad de algunos cuerpos capaces de modificar su forma o posición sin romperse al recibir un esfuerzo, (después de su elasticidad pero aún dentro de su plasticidad. Por ejemplo, las varillas de acero).

Cuando la estructura se agrieta o los muros se rompen sin llegar al colapso, aumenta la ductilidad sin embargo, por otra parte, disminuye la resistencia.

En general lo que sí puede afirmarse y está comprobado es que en terrenos de vibración lenta conviene hacer construcciones no excesivamente altas, pero sí rígidas y en los de vibración rápida, flexibles.

Puede lograrse flexibilidad si están fabricadas de concreto armado, cuando tienen trabes anchas y de poco peralte, columnas fuertes de sección reducida, pero con armado generoso y bien zunchado, con muros, fachadas o elementos secundarios que tengan cierto juego.

Se obtiene rigidez en las construcciones, en estructuras con trabes peraltadas y columnas de sección amplia, sobre muros de carga resistentes, con fachadas no flexibles y con cruceros adecuados.

### 3.2.2.10.- Rigidez.

Resistencia que los cuerpos presentan a la rotación está cuantificada por el momento de inercia.

*Momento de inercia:* es la resistencia que los cuerpos presentan a la rotación.

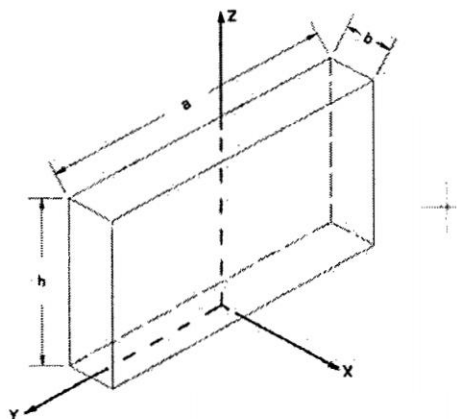


Figura 3-19 Idealización de un elemento para conceptualizar la rigidez.

Fuente [26] Pag. 18.

- ✓ Momento de inercia del muro en la dirección **Y** que es lo mismo decir Momento de inercia del muro en el plano **XZ** :

$$I_y = I_{xz} = \frac{bh^3}{12} \quad (3-3)$$

Todo material tiene la propiedad del módulo de elasticidad **E** por ello para determinar la rigidez en la dirección del eje **Y** es:

$$\left(\frac{K}{E}\right)_y = \frac{b}{4\frac{h^3}{a} + 3\frac{h}{a}} \quad (3-4)$$

- ✓ Momento de inercia del muro en la dirección **X** que es lo mismo decir Momento de inercia del muro en el plano **YZ** :

$$I_x = I_{yz} = \frac{ah^3}{12} \quad (3-5)$$

La rigidez en la dirección del eje **X** es:

$$\left(\frac{K}{E}\right)_x = \frac{a}{4\frac{h^3}{b} + 3\frac{h}{b}} \quad (3-6)$$

Si en el muro figura 3-19 cuando  $h > b$ ,  $a > h$  la fuerza de viento o de sismo ataca al muro en la dirección paralela al eje **Y**, el muro ofrecerá mayor resistencia que si éstas atacan al muro en la dirección del eje **X**; matemáticamente esta expresión lógica es debidamente comprobada con las expresiones (3-4) y (3-6)

Si las cuatro columnas estudiadas estuvieran en fila y todas fueran empujadas en su extremo por una pieza horizontal figura 3-20, cada una absorbería la parte de fuerza que le corresponde en proporción a su constante de rigidez, es decir, la más rígida tomará más carga, y menos, la más flexible.

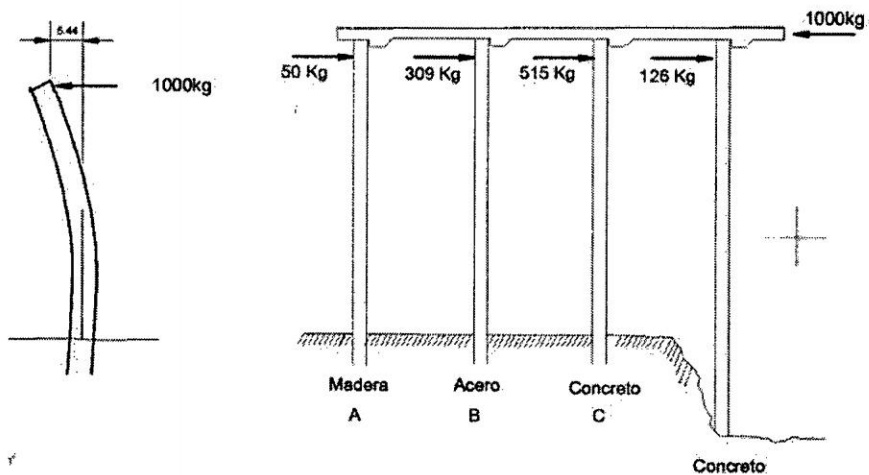


Figura 3-20 Constante de resorte en un sistema  
Fuente [26] Pag. 28 Fig. 18A, 18B.

**3.2.2.11.- Esfuerzos de volteo.**

El empuje que el sismo o el viento provoca sobre un edificio genera el momento de volteo, que es igual a su valor  $E$  multiplicado por la distancia  $x$  que hay entre su punto de aplicación y la base, figura 3-21.

$$M = Ex \tag{3-7}$$

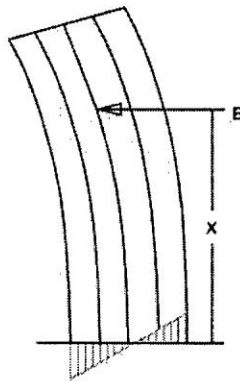


Figura 3-21 Esfuerzos de volteo.  
Fuente [26] Pag. 66 Fig. 60.

Así se provocan unas tensiones en las columnas del lado del empuje y compresiones en las que corresponden al lado opuesto. Son nulas en las columnas que corresponden al eje "o" de la rotación que se refiere a la proyección sobre la base

del edificio de su centro de gravedad; aumentan en las otras conforme se apartan de él; llegan a un máximo en las de los extremos.

Las tensiones y compresiones son más fuertes cuanto mayor es el momento de volteo y más angosto el edificio en la dirección que se analiza.

Las tensiones y compresiones de volteo se deben sumar con las que se reciben de las cargas gravitacionales provenientes de los modos de vibración.

En cualquier *modo de vibración* que consideremos habrá siempre una resultante de los empujes que obren en los diferentes niveles superiores y en la base.

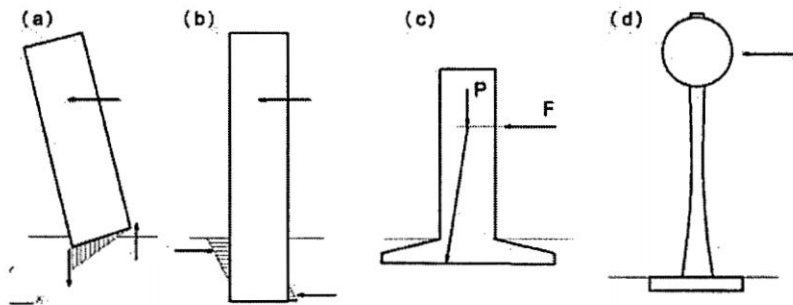


Figura 3-22 Estructuras a esfuerzos de volteo.  
Fuente [26] Pag. 67, Fig. 62A, 62B, 63C y 62D

Si una estructura esta en un terreno de periodo muy lento, además es demasiada la altura del edificio y poca la anchura de su base, las tensiones que provoca el volteo en las columnas del lado del empuje llegan a ser mayores que sus cargas; entonces esa edificación podrá voltearse sobre el terreno figura 3-22(a) a menos que esté debidamente empotrada sobre él; figura 3-22(b) o que su base tenga la suficiente amplitud para que la resultante del peso y el empuje, en un terreno compresible, caiga dentro de las dos terceras partes de ella figura 3-22(c). Esto tiene particular interés cuando se refiere a un silo o a tanques elevados y aun más si esta soportada por una sola columna figura 3-22(d).

Del estudio de las resultantes, se concluye que el primer modo de vibración es la más desfavorable, pues en éste todas las fuerzas de los niveles obran del mismo lado; en cambio, en los modos siguientes, las fuerzas de los niveles lo hacen en un sentido y otras en el contrario, con lo cual hay cierta compensación. Aunque también se puede indicar que en el primer modo, si una estructura esta en un terreno de periodo muy rápido, no es fácil que se voltee, pues antes de que esto suceda, el movimiento aparece en el sentido opuesto.

- ✓ Si la resultante cae en los dos tercios de su base, la reacción unitaria de compresión valdría el doble<sup>53</sup> del promedio figura 3-23(b), y del otro cero<sup>54</sup>.
- ✓ Si la resultante cae fuera de las dos tercios, entonces habría compresiones de un lado y tensiones<sup>55</sup> del otro figura 3-23(c), por lo cual la construcción estaría propenso a voltearse si no se empotrara adecuadamente en el suelo<sup>56</sup>.

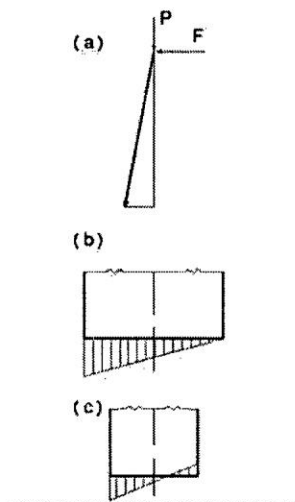


Figura 3-23 Resultante de las fuerzas en la base del edificio  
Fuente [26] Pag. 68, Fig. 63A, 63B, 63C.

<sup>53</sup> Punto o esquina de volteo, donde se tiene la fuerza de compresión del suelo.

<sup>54</sup> Punto donde la compresión del suelo es cero.

<sup>55</sup> Debido que en el contacto entre el edificio y el suelo no existe fuerzas de tensión el punto de análisis de la cimentación y el suelo se separan.

<sup>56</sup> Véase referencia [26] Pag 68.

Si la resultante, cae fuera del tercio medio de la cimentación del edificio, será conveniente la incorporación de pilotes, pero lo más conveniente es empotrarlo en el terreno como se muestra en la figura 3-22(b).

**3.2.2.12.- Empotramiento del edificio en el terreno.**

Cuando el suelo es compresible y la resultante de las cargas y de los empujes sísmicos y del viento sale del tercio medio de la cimentación del edificio, ocurren tensiones del lado del empuje y, si no hay pilotes de tracción u otro sistema para soportar esas tensiones, será necesario y en general empotrarlo en el terreno.

Si la parte alta de una barra empotrada en el terreno recibe un empuje  $E_{max}$  es a 100% figura 3-24, el momento ocasionado por este tendrá que ser contrarrestado por dos fuerzas de compresión  $A$  y  $B$ , y para que el sistema se equilibre se requieren dos condiciones:

$$E(e) = B(r) \tag{3-8}$$

$$A = E + B \tag{3-9}$$

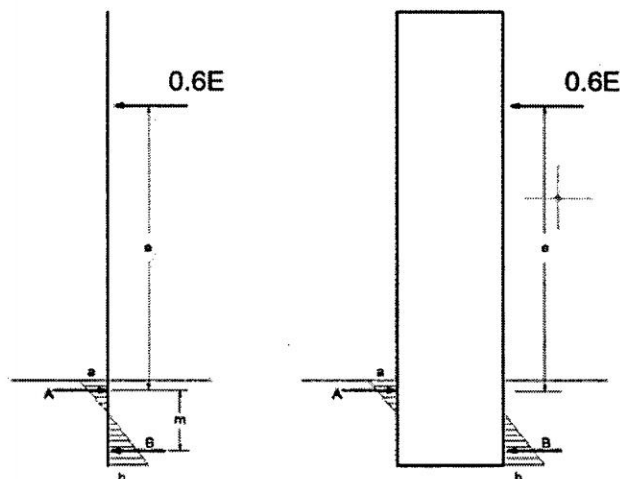


Figura 3-24 Empotramiento del edificio en el terreno.  
Fuente [26] Pag. 69, Fig. 65A, 65B.

Para el pre dimensionamiento de la cimentación de un edificio alto cimentada sobre terreno como se muestra en la figura 3-24, se tiene que tener en cuenta lo siguiente:

Una manera fácil de calcular el empotramiento del edificio es:

- a) Que el edificio tolere la resultante, del peso del edificio y el  $0.6E_{max}$  sin salir del tercio medio de la base del edificio (o la reacción que provoca en el terreno no pase de lo admitido).
- b) El 40% de  $E_{max}$ , restante tendrá que ser tomada por el empotramiento en el terreno, donde las fuerzas de **A** y **B** son determinadas por las propiedades mecánicas del suelo, determinándose así mismo la profundidad de la cimentación.

Hay que considerar que los materiales, antes de fallar, se adaptan a las mejores formas de trabajo, y si hay un caso en el que satisfagan las condiciones de equilibrio, éstas se pueden aceptar como correctas.

### 3.2.2.13.- Efectos de torsión.

Por la vibración del suelo y por la elasticidad del edificio, obran en la estructura esfuerzos que hacen girar los planos horizontales del edificio sobre su eje vertical figura 3-25.

El eje vertical corresponde al centro de gravedad determinado por las rigideces o, por las constantes de resorte de los elementos verticales (columnas o Muros).

Al diseñar una estructura, hallamos en los diferentes niveles su centro de masa y su centro de rigideces.

Cuando el centro de masa **CM** y el centro de rigidez **CR** no coinciden, la distancia entre ellas se denomina excentricidad **e** figura 3-25.

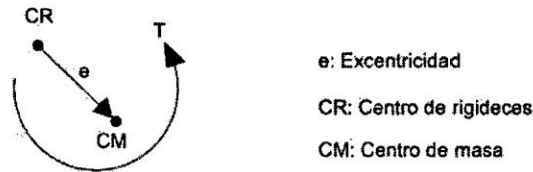


Figura 3-25 Centro de Masa; Centro de Rigidez; y Excentricidad.  
 Fuente [26] Pag. 27.

La resultante de las fuerzas de sismo  $E$  actúa en el centro de masa.

La resultante de las fuerzas resistivas  $R$  de la estructura actúa en el centro de rigidez ó eje de rotación.

En cada piso, la resultante de los empujes de sismo  $E$  multiplicado por la excentricidad  $e$ , da el valor del momento de torsión figura 3-26.

Para evitar la torsión se recomienda en lo posible usar estructuras con simetría tanto en planta como en elevación.

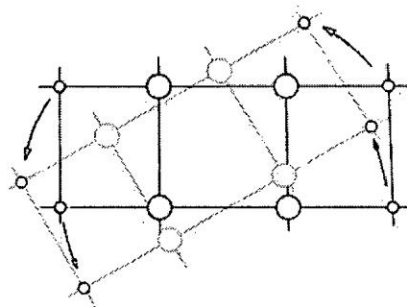


Figura 3-26 Efecto de Torsión en la edificación  
 Fuente [26] Pag. 70 Fig. 67A.

A continuación detallamos dos aspectos de la no coincidencia entre  $CM$  y  $CR$

1. La distribución de las *sobrecargas* que pueden estar localizadas a un lado, caso frecuente en los edificios destinados a bodegas figura 3-27(a).
2. La diferencia de rigidez en los elementos de carga (muro o columnas), que generalmente se presenta en los edificios situados en esquinas o en las cabeceras de manzana, porque sus muros colindantes son mucho más rígidos

que sus columnas figura 3-27(b). Cuando la resultante de empuje actúa, y de un lado hay un muro o una estructura más rígida que del otro, las columnas de éste se deformarán más, no por recibir mayor empuje, sino por ser más flexible.

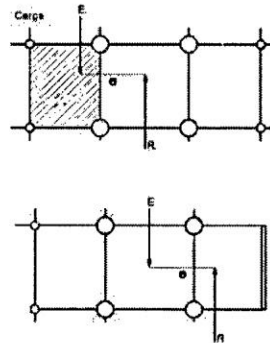


Figura 3-27 Efectos de torsión en la estructura.  
Fuente [26] Pag. 70 Fig. 67A, 67C.

### **4.0.- Dinámica estructural.**

#### **4.1.- Conceptos básicos para el análisis dinámico estructural.**

##### **4.1.1.- Generalidades.**

En la presente sección se vio por conveniente definir los términos básicos que se utilizan en la dinámica estructural, con la finalidad de hacer más claro el análisis en estudio, cuando el sistema estructural está en actividad debido a las fuerzas externas que actúan sobre él.

##### **4.1.2.- Dinámica.**

Es una parte de la mecánica que estudia la relación existente entre las fuerzas y los movimientos que producen.

La dinámica se divide en dos partes:

1. Cinemática, que es el estudio de la geometría del movimiento y se usa para relacionar el desplazamiento, la velocidad, aceleración y el tiempo sin hacer referencia a la causa del movimiento.
2. Cinética, que es el estudio de la relación existente entre las fuerzas actuando sobre un cuerpo, su masa y su movimiento; la cinética se usa para predecir el movimiento causado por fuerzas conocidas o calcular las fuerzas necesarias para producir un cierto movimiento.

##### **4.1.2.1.- Fuerza.**

Para que exista fuerza debe existir por lo menos dos cuerpos que se encuentren interactuando entre sí, lo cual no significa que los cuerpos estén en contacto, por ejemplo la tierra y la luna se atraen; pero no están en contacto, más si interactuando.

**4.1.2.2.- Fuerzas internas.**

Son las que mantienen juntas a las partículas que forman un sólido rígido. Si el sólido rígido está compuesto estructuralmente de varias partes, las fuerzas que mantienen juntas a las partes componentes se definen también como fuerzas internas; entre las fuerzas internas más conocidas, tenemos: la tensión y la compresión.

**4.1.2.3.- Segunda ley de Newton.**

*“Si la fuerza resultante que actúa sobre una partícula es distinta de cero, la partícula tendrá una aceleración directamente proporcional al modulo y dirección de la fuerza resultante e inversamente proporcional a la masa de dicha partícula.”*

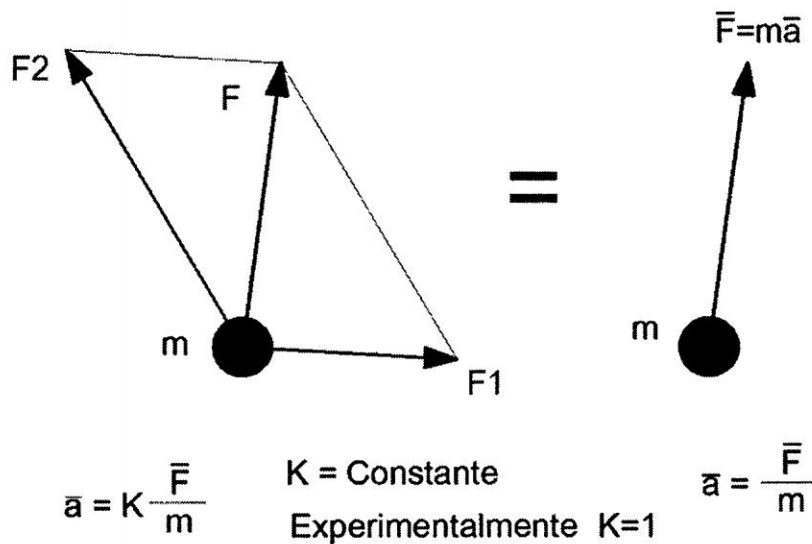


Figura 4-1 (a) Fuerzas que actúan sobre la masa; (b) Resultante de las fuerzas  
 Fuente: Propio del autor.

El objetivo es describir su movimiento, es decir, predecir el desplazamiento o la velocidad de la masa  $m$  en cualquier instante de tiempo  $t$ ; la relación analítica entre el desplazamiento y el tiempo  $t$  está dada por la segunda ley de movimiento de Newton.

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad (4-1)$$

Debemos mencionar que la ecuación (4-1) sigue siendo válida cuando  $\mathbf{F}$  no es una constante sino que varía con  $t$  en módulo o dirección. Los módulos de  $\mathbf{F}$  y  $\mathbf{a}$  siguen siendo proporcionales y los dos vectores tienen la misma dirección en cualquier instante, pero en general no serán tangentes a la trayectoria de la partícula.

Las leyes de Newton sólo son válidas para sistemas de referencia inercial (aquel sistema de referencia que carece de todo tipo de aceleración).

$\mathbf{F}$  Es la resultante de las fuerzas que actúan sobre una partícula de masa  $m$  y  $\mathbf{a}$  es la aceleración resultante; la (4-1) puede ser escrita en forma equivalente en función de sus componentes en las coordenadas  $x$ ,  $y$  y  $z$ .

$$\sum F_x = m a_x \quad (4-2a)$$

$$\sum F_y = m a_y \quad (4-2b)$$

$$\sum F_z = m a_z \quad (4-2c)$$

#### 4.1.2.4.- Peso.

Es la fuerza gravitatoria con la cual un cuerpo celeste atrae a otro, relativamente cercano a él.

#### 4.1.2.5.- Concepto de masa.

Para muchos, la masa de un cuerpo es la cantidad de materia que lo forma; hasta cierto punto este concepto es aceptable. Por ejemplo: la masa de un lapicero es la cantidad de material (plástico, metal, tinta) que lo forma.

#### 4.1.2.6.- Masa Inercial ( $m_i$ ).

La masa es la medida de la inercia cuyo valor se obtiene dividiendo la fuerza entre la aceleración producida figura (4-2).

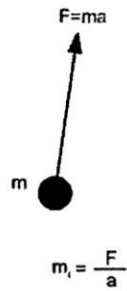


Figura 4-2 Esquema para el concepto de masa inercial  
Fuente: Propio del autor

**4.1.2.7.- Masa Gravitacional ( $m_g$ ).**

Si colocamos un cuerpo en un punto "A", éste tendrá un peso " $W_A$ ". si colocamos en un punto "B" tendrá un peso " $W_B$ "; pero en esos diferentes puntos la aceleración de la gravedad es también diferente figura (4-3).

Pero si se divide el peso del cuerpo, en un punto, entre su respectiva aceleración ( $g$ ) se obtendrá una constante, el cual toma el nombre de Masa<sup>57</sup>.

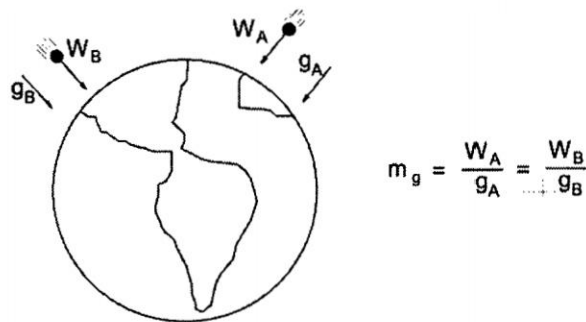


Figura 4-3 Esquema para el concepto de masa gravitacional  
Fuente: [23] Cap. IV, Pag. 276.

**4.1.2.8.- Fuerza inercial.**

Como los vectores de inercia miden la resistencia que las partículas ofrecen cuando tratamos de ponerlas en movimiento o cuando tratamos de cambiar las

---

<sup>57</sup>Masa Inercial y masa gravitacional son equivalentes entre sí.

condiciones de su movimiento, a estos vectores se les llama con frecuencia fuerzas de inercia.

**4.1.2.9.- Equilibrio Dinámico.**

Un sistema puede ser puesto en equilibrio Dinámico agregando a las fuerzas externas una fuerza ficticia, comúnmente conocida como *fuerza de inercia*.

Volviendo a la ecuación (4-1) y trasponiendo el miembro derecho, escribimos la segunda ley de Newton en:

$$\Sigma F - ma = 0 \tag{4-3}$$

Que expresa que si agregamos el vector  $-ma$  a las fuerzas que actúan sobre la partícula, *obtenemos un sistema nulo de vectores* figura 4-4. El vector  $-ma$ , de modulo  $ma$  y de sentido opuesto al de la aceleración se llama *vector de inercia*. Así pues, puede considerarse que la partícula está en equilibrio bajo las fuerzas dadas y el vector de inercia. Se dice que la partícula está en *equilibrio dinámico* y que el problema en consideración puede resolverse por los métodos desarrollados de la estática. Escribiendo que la resultante de las componentes de todos los vectores en la figura 4-4, incluyendo el vector de inercia, son cero.

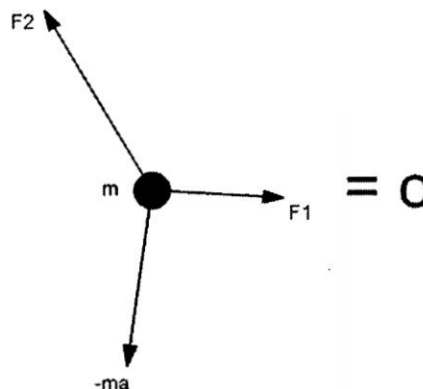


Figura 4-4 Esquema para el concepto de equilibrio dinámico  
Fuente: Propio del autor

**4.1.3.- Grados de Libertad en el análisis estático**

Consideremos el resorte de la figura 4-5(a) y el marco de la figura 4-5(c) que son estructuras formadas por elementos elásticos conectados en ciertos puntos llamados nudos. Se denomina grado de libertad a la posibilidad que tiene un nudo de moverse en forma independiente, en cierta dirección.

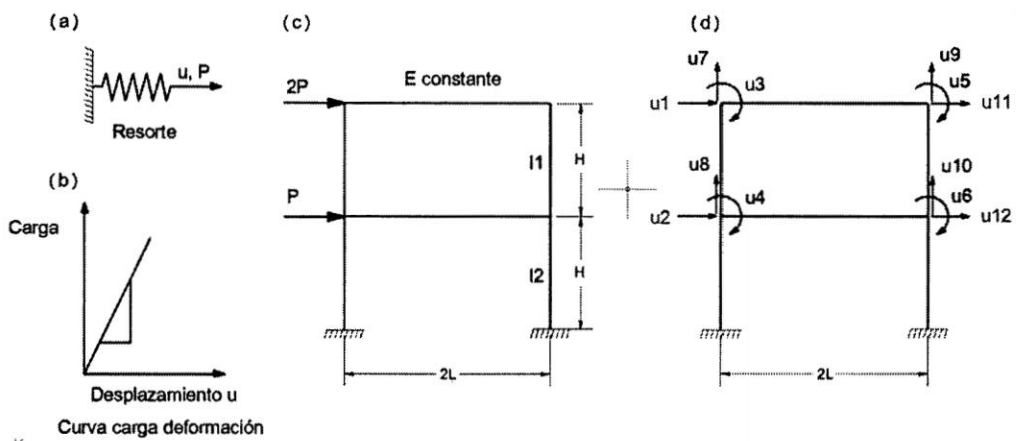


Figura 4-5 (a) Resorte elástico lineal; (b) Curva Carga deformación (c) Marco estructural de dos pisos.(d) grados de libertad.  
Fuente [8] Cap. II, Pag. 48, Figura 2.1, 2.2

En el caso del resorte, el único grado de libertad es el desplazamiento horizontal  $u$ , de su extremo libre.

En marcos los grados de libertad son los giros o desplazamientos de los nudos, como se muestra en la figura 4-5(d)

El nombre *desplazamientos generalizados* engloba a desplazamientos lineales y giros; congruentemente, las fuerzas y momentos aplicados en los nudos en las direcciones de los grados de libertad se denominan *fuerzas generalizadas*.

Los vectores  $u$  y  $p$  de desplazamientos y fuerzas generalizadas, respectivamente, están formados por los conjuntos ordenados de los correspondientes valores para todos los grados de libertad. En el ejemplo de la figura 4-5(c) y (d).

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} \quad (4-4)$$

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ \vdots \\ p_n \end{bmatrix} \quad (4-5)$$

El producto de una fuerza generalizada por su correspondiente desplazamiento tiene unidades de trabajo. En este ejemplo, los grados de libertad  $u_3$  a  $u_6$  son giros (cuyas unidades son radianes) y los demás son desplazamientos lineales; por tanto, las fuerzas generalizadas  $p_3$  a  $p_6$  son momentos, mientras que las demás son fuerzas lineales.

Por definición, el coeficiente de rigidez  $k_{ij}$ , que ocupa el lugar  $i, j$  de una matriz de rigideces  $k_u$  referida a los grados de libertad  $u$ , es la fuerza o momento que se necesita aplicar a la estructura en la dirección del grado de libertad  $i$  para que se produzca un desplazamiento unitario en la dirección del grado de libertad  $j$ .

El conjunto ordenado de los valores de  $k_{ij}$  constituye la matriz de rigideces que es cuadrada y simétrica, de tamaño igual al número de grados de libertad.

En vista de que en estructuras lineales se aplica el principio de superposición, podemos escribir:

$$\mathbf{k}_u \mathbf{u} = \mathbf{p} \quad (4-6)$$

En caso de resorte de la figura 4-5(a) la matriz de rigideces es de tamaño 1x1 y la (4-3) se convierte en la ecuación escalar  $\mathbf{k}u = \mathbf{p}$ , de donde el desplazamiento originado por la fuerza  $\mathbf{p}$  se calcula inmediatamente como  $u = \frac{p}{k}$ .

Para el marco de la figura 4-5 (b) la matriz  $k_u$  es de 12x12 y para calcular los desplazamientos,  $u$ , debidos a un vector de carga  $p$  se tiene que resolver el sistema de ecuaciones lineales simultaneas definido por la ecuación (4-3).

En general para un sistema de  $n$  grados de libertad en el que se conocen las correspondientes fuerzas generalizadas, tenemos que calcular una matriz de rigideces de  $n \times n$  que proporciona los coeficientes de un sistema de ecuaciones con  $n$  incógnitas (los  $n$  desplazamientos generalizados). Por tanto, es conveniente seleccionar para una estructura el menor número posible de grados de libertad, aunque tal número debe ser suficiente para representar adecuadamente todas las formas importantes de deformación ante el sistema de cargas en estudio.

#### **4.1.4.- Edificio de cortante.**

Se denomina edificio de cortante aquel en que se supone que las vigas son infinitamente rígidas; en consecuencia, los giros de los nudos son nulos y los desplazamientos en ambos extremos de la viga son iguales en cada piso. Si además se desprecian las deformaciones axiales de las columnas, el tratamiento exige que se ignoren los correspondientes a giros y desplazamientos verticales, por tanto un marco sujeto a cargas laterales tiene punto de inflexión siempre y cuando las vigas y columnas sean lo suficientemente rígidas para imponerles la doble curvatura figura 4-6. La aplicación de esta hipótesis, hace que la matriz de rigidez de 12 x 12 condensa a la matriz de rigideces lateral de 2 x 2, porque está referido solamente a los desplazamientos laterales de cada uno de sus entresijos que depende de las fuerzas cortantes (y no de los momentos).

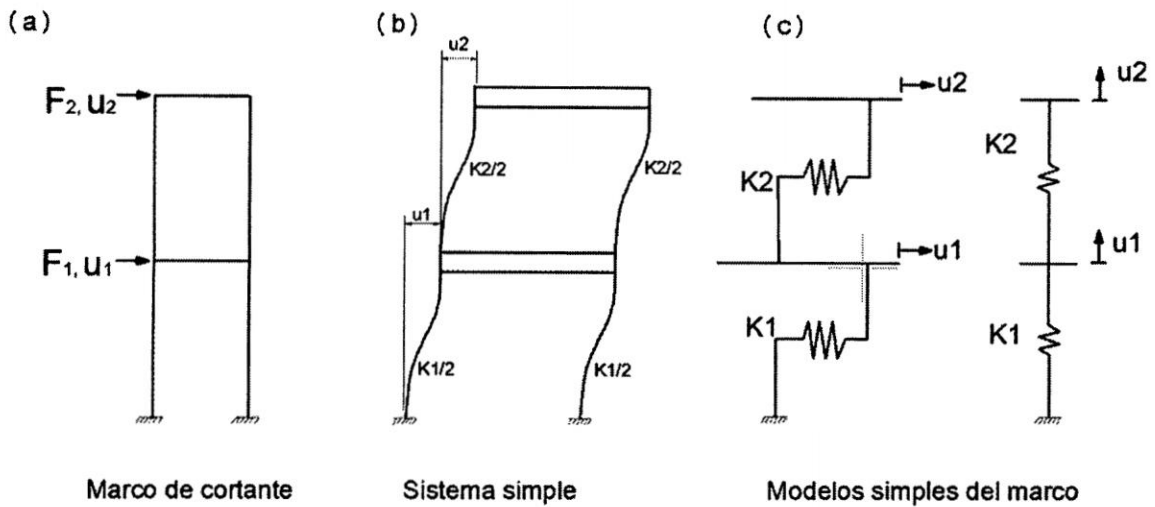


Figura 4-6 Edificio de cortante  
Fuente: Propio del Autor.

Lo cual permite modelar el marco mediante una sucesión de resortes laterales, cada uno representando a un entrepiso, como se ilustra en la figura 4-6(c).

#### 4.1.5.- Pórticos espaciales con entrepisos de diafragmas rígidos.

En la mayoría de los casos es aceptable suponer que un edificio está formado por marcos y/o muros como el de la figura 4-7, ligados entre sí por sistemas de piso los que se consideran indeformables en su plano, o sea que funcionan como diafragmas infinitamente rígidos en planta. Esto implica que los desplazamientos laterales de cualquier punto en los pisos del edificio se pueden expresar en términos de dos desplazamientos horizontales (X y Y), y un giro alrededor de un eje vertical (Z) de un punto cualquiera de cada piso, de modo que, cuando las cargas laterales están aplicadas en los pisos, el problema se puede reducir a uno de solo tres grados de libertad por cada nivel.

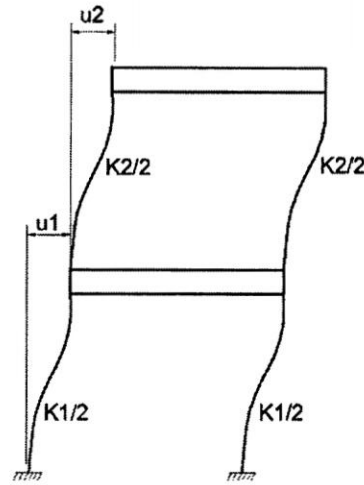


Figura 4-7 Sistema Marco.  
Fuente: Propio del Autor

Consideremos que el edificio bajo estudio se ha dividido en sistemas resistentes planos y que se han determinado las posiciones de los centros de masa de cada piso. Como las fuerzas sísmicas actúan en dichos centros, conviene escoger como grados de libertad del edificio completo los dos desplazamientos horizontales y el giro alrededor de un eje vertical en tales puntos.

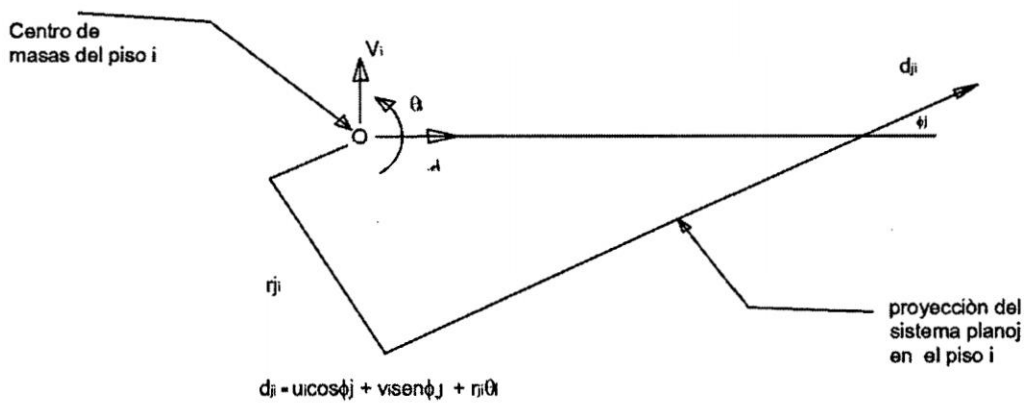


Figura 4-8 Relación entre los desplazamientos en planta del piso rígido *i* y el desplazamiento lateral del sistema plano *j* en dicho piso.

Fuente: [8] Cap. II, Pag. 79, Figura 2.28

**4.1.6.- Muros confinados por marcos.**

En el análisis de marcos contraventeados es fundamental tomar en cuenta no solo los momentos flexionantes en vigas y columnas, sino también las fuerzas axiales que en ellas introducen los componentes horizontales y verticales de las fuerzas que obran en los contravientos.

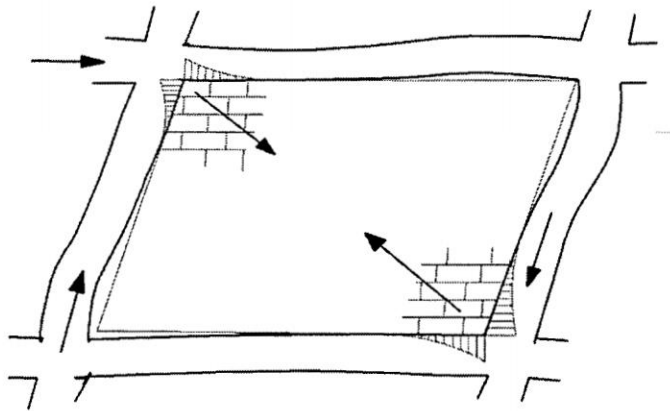


Figura 4-9 Muro confinado por un marco  
Fuente [8] Cap. II, Pag. 73. Fig. 2.21

Se ha observado que inicialmente muro y marco trabajan como una columna global ancha en la que las columnas de marco proporcionan casi toda la rigidez a flexión mientras que el muro absorbe la mayoría de los esfuerzos cortantes, sin embargo, bastan cargas laterales relativamente pequeñas para que ambos se separen en esquinas opuestas de modo que el marco se apoya sobre el muro en la forma que se ilustra en la figura 4-9. Esto produce fuerzas axiales así como momentos y cortantes en vigas y columnas, aunque los momentos son de poca importancia, dado que las fuerzas de interacción se desarrollan en la proximidad de los nudos. Las fuerzas cortantes, por el contrario, son de consideración, y en el muro aparecen esfuerzos de compresión apreciables en las esquinas en contacto con el marco. En la

dirección de la diagonal que une las esquinas separadas se generan esfuerzos de tensión en la mampostería que puede ocasionar agrietamiento diagonal del muro.

En vista de que el agrietamiento entre muros y marcos confinantes puede ocurrir aun durante sismos moderados, es necesario calcular la rigidez lateral y los elementos mecánicos que originan la carga sísmica en marco y muro tomando en cuenta tal comportamiento.

**4.1.7.- Grados de Libertad en el análisis dinámico.**

Desde el punto de vista dinámico, interesan los grados de libertad en los que se generan fuerzas generalizadas de inercia significativas; es decir, fuerzas iguales a masa por aceleración ó momento de inercia por aceleración angular.

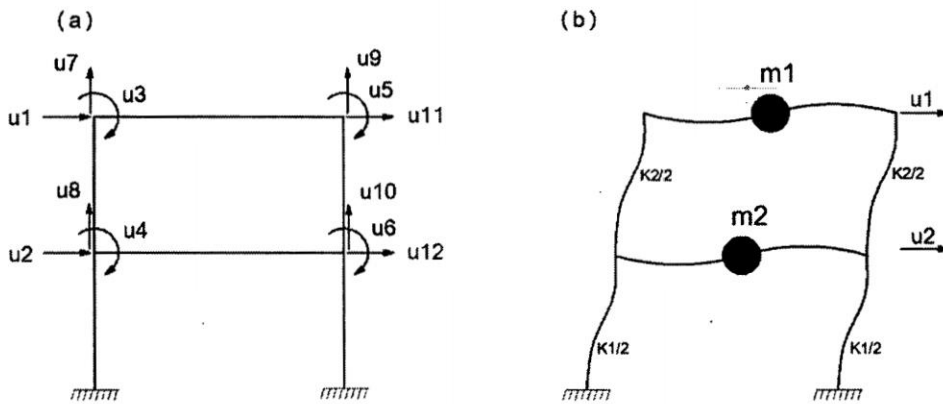


Figura 4-10 Grados de libertad simplificados (a) Estático (b) Dinámico.  
Fuente [8] Cap. II, Pag. 99. Fig 3.1.

Por ejemplo, en la figura 4-10 se muestra un marco que, de acuerdo con la sección Grados de libertad estático y con la figura 4-5, tiene 12 grados de libertad *estáticos*. Sin embargo, si las fuerzas de inercia importantes son solamente las que generan las masas  $m_1$  y  $m_2$  al moverse lateralmente y las deformaciones de los pisos en su plano son despreciables, tenemos un sistema de dos grados de libertad

*dinámicos*, que son precisamente los desplazamientos laterales 1 y 2 en la figura aludida.

Es pertinente observar que esto no implica que en los restantes giros y desplazamientos se anulen, sino que, aunque asuman valores distintos de cero, no generan fuerzas de inercia de consideración.

Como se ha expuesto en la sección pórticos espaciales con entrepisos de diafragmas rígidos, en edificios es generalmente aceptable suponer que los pisos son diafragmas rígidos en su plano, lo que permite expresar el movimiento lateral de cualquier punto del piso en términos de tres grados de libertad: dos desplazamientos horizontales y un giro alrededor de un eje vertical. Si un marco o muro está ligado a un piso rígido, su desplazamiento lateral en este nivel depende solamente de los valores que adquieran estos tres grados de libertad, como se muestra en la figura 4-7. Por otro lado, en vista de que la mayor parte de las masas están directamente soportadas por el piso, es también aceptable suponer que todas las masas están concentradas en los mismos, de manera que las fuerzas de inercia generadas por desplazamientos laterales se pueden expresar como productos de la masa en cada piso por sus aceleraciones lineales (en dos ejes horizontales perpendiculares) y del momento de inercia de dicha masa por la aceleración angular alrededor del eje vertical que pasa por el centro de masas. Esto permite efectuar el análisis dinámico de un edificio con modelos que tienen tres grados de libertad por piso.

Cuando por simetría los pisos no rotan alrededor de ejes verticales, el edificio o sus componentes se pueden modelar como un sistema de un grado de libertad (desplazamiento lateral) por piso. Nótese que la hipótesis de que los pisos son

diafragmas rígidos implica que las vigas no tienen deformaciones axiales: tal sería el caso del marco de la figura 4-10. Recuérdese que la matriz de rigideces de este marco, que es de  $12 \times 12$ , se puede transformar a una matriz de rigideces lateral de  $2 \times 2$ , expresada en función de los grados de libertad 1 y 2.

## **4.2.- Dinámica estructural para un grado de libertad.**

### **4.2.1.- Generalidades.**

El estudio de los movimientos sísmicos y la ingeniería antisísmica, tienen como base precisamente en el análisis de las vibraciones mecánicas.

Una vibración mecánica se produce cuando al sistema, que está en equilibrio estable se le da un pequeño desplazamiento inicial y/o una velocidad. El sistema tiende a regresar a esa posición de equilibrio bajo la acción de fuerzas de restitución (ya sean por fuerzas elásticas, como en el caso de la masa unida a un resorte, o fuerzas gravitacionales en el caso de un péndulo). Pero el sistema alcanza generalmente su posición inicial de equilibrio con cierta velocidad adquirida que lo lleva más allá de esa posición. Como el proceso puede repetirse indefinidamente, el sistema permanece oscilando periódicamente con el tiempo alrededor de una posición de equilibrio.

La fuerza neta correspondiente a este caso dinámico está dada por la segunda ley de movimiento de Newton,  $F = ma$ .

En general, las vibraciones mecánicas se pueden clasificar en *Libres y Forzadas*; así mismo estos dos tipos de vibración pueden ser de movimiento no amortiguado o amortiguado.

### **4.2.2.- Sistemas con un grado de libertad.**

Son estructuras modeladas como sistemas con una sola coordenada de desplazamiento figura 4-11(a). Estos sistemas con un grado de libertad pueden ser representados convenientemente por el modelo matemático que aparece en la figura 4-11(b).

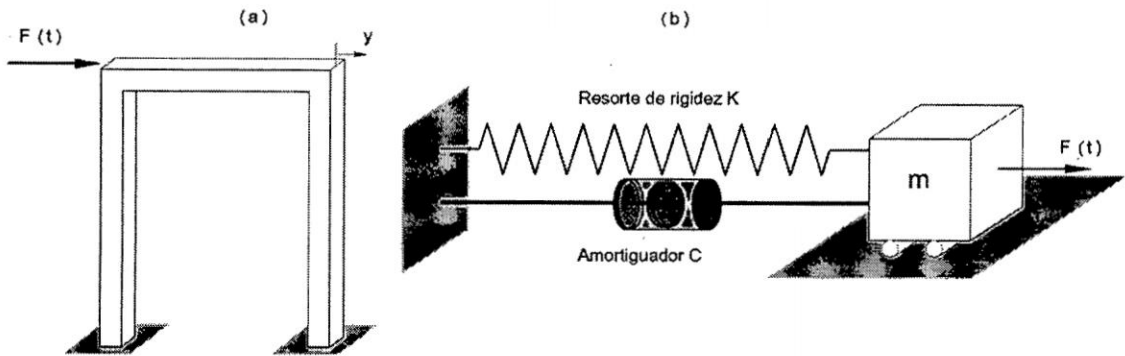


Figura 4-11 (a) Estructura modelada de un grado de libertad; (b) Modelo matemático de un grado de libertad

Fuente: Propio del Autor

Donde el sistema tiene los siguientes elementos<sup>58</sup>:

- 1) Un elemento masa,  $m$ , que representa la masa o propiedad de inercia de la estructura.
- 2) Un elemento resorte,  $k$ , que representa las fuerza interna del sistema y la capacidad de la estructura de almacenar energía potencial.
- 3) Un elemento de amortiguación,  $c$ , que representa las características friccionales y las pérdidas de energía de la estructura.
- 4) La fuerza de excitación  $F(t)$ , que a su vez representa las fuerzas exteriores que actúan sobre el sistema estructural, la fuerza  $F(t)$  se escribe en esta forma para indicar que es una función del tiempo.

---

<sup>58</sup>Se asume que cada elemento del sistema representa una sola propiedad; es decir:  
 La masa  $m$  representa sólo la propiedad de inercia y no la de elasticidad o de disipación de energía.  
 El resorte  $k$  representa sólo a la elasticidad y no a la inercia o la disipación de energía.  
 El elemento de amortiguación  $c$  solamente disipa energía.

**4.2.3.- Vibraciones sin amortiguamiento.**

En el presente estudio fundamental de sistema con un grado de libertad, no tomaremos en cuenta la fuerza de amortiguación como se observa la figura 4-12. En estos modelos la masa  $m$  está restringida por la rigidez  $k$  del resorte<sup>59</sup> a moverse linealmente a lo largo de un eje de coordenadas.

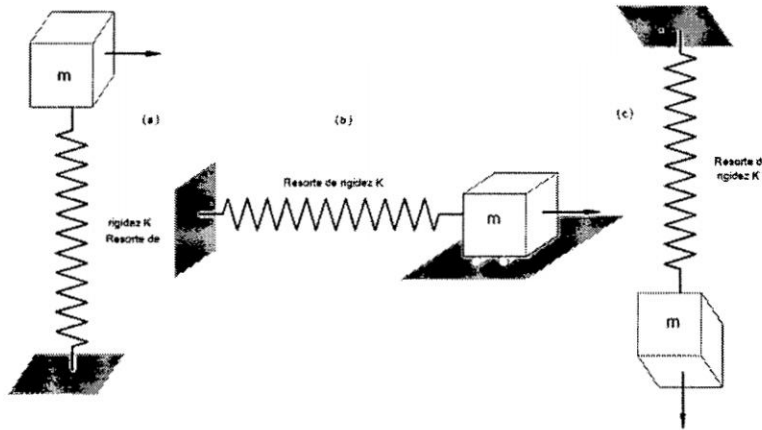


Figura. 4-12 Modelos matemáticos de un grado de libertad sin amortiguamiento.  
Fuente: Propio de Autor

**4.2.3.1.- Constante de rigidez k del resorte.**

La figura 4-13 muestra la propiedad de rigidez para tres tipos de resorte.

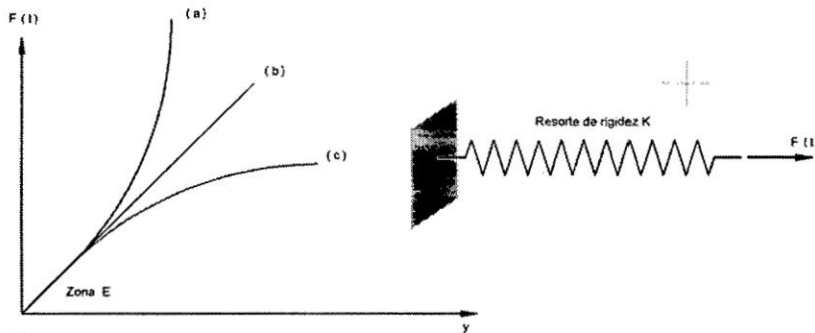


Figura 4-13 Relación entre fuerza y desplazamiento (a) resorte Duro (b) Resorte lineal (c) resorte blando

Fuente: [33] Cap. I pág. 6, figura 1-4

<sup>59</sup> El resorte que soporta la masa se considera de masa despreciable y ejerce una fuerza proporcional a su cambio de longitud; Véase [16] Cap. 6 Pag. 378.

La curva (**a**) presenta un “resorte de rigidez duro”, en la cual la fuerza requerida para producir una determinada deformación aumenta a medida que el resorte se deforma.

La curva (**b**) presenta un “resorte de rigidez lineal” porque su deformación es directamente proporcional a la fuerza, y su representación gráfica es una línea recta. De ello podemos definir la constante de rigidez  $k$  como la *pendiente de la línea (b)* o sea la fuerza aplicada  $F(t)$  entre la deformación  $y$  que se produce en el resorte lineal.

$$F_r = ky$$

La curva (**c**) presenta un “resorte de rigidez blando”. En este resorte la fuerza adicional necesaria para producir una nueva deformación disminuye a medida que la deformación del resorte aumenta.

Para relacionar el comportamiento ideal de un sistema físico bajo un modelo matemático; en la dinámica estructural es aceptar la hipótesis del comportamiento de rigidez lineal<sup>60</sup> del resorte sometido a una fuerza y relacionar con la ecuación diferencial lineal de segundo orden  $\sum F = ma$

#### 4.2.3.2.- Movimiento armónico simple.

Representemos el modelo mostrado en la figura 4-14(a), el bloque tiene una masa  $m$  y está unido a un resorte de rigidez constante  $k$ . Cuando la masa alarga al

---

<sup>60</sup> Debido a la hipótesis, que: la estructura es de características elásticas se tiene que las propiedades de fuerza y deformaciones del sistema son esencialmente lineales, a favor de esta práctica se debe hacer notar que, en muchos casos, los desplazamientos que se producen en la estructura por la acción de excitaciones de fuerzas exteriores son pequeños (zona E de la figura 4-13), acercando la aproximación lineal al comportamiento real de la estructura.

resorte una magnitud  $\delta_{est}$ , hasta la posición de equilibrio estático<sup>61</sup>, en la cual su peso  $W$  es equilibrado por la fuerza  $T$  de restitución ejercida por el resorte, de módulo  $T = k\delta_{est}$ , por consiguiente.

$$W = k\delta_{est}$$

(4-7)

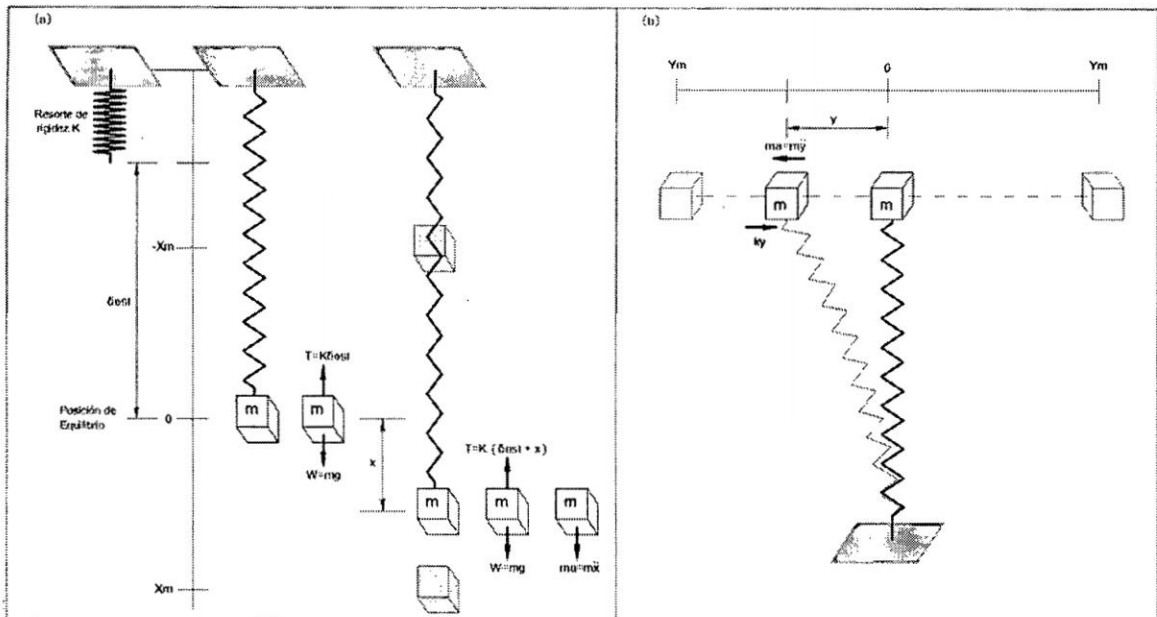


Figura 4-14 Modelo de vibración libre  
Fuente: Propio del Autor.

El movimiento vibratorio ocurre:

1. cuando el bloque es liberado en  $t = 0$  desde una posición desplazada  $x_m$  respecto a su posición de equilibrio, y se suelta sin velocidad inicial de manera que el resorte tire de él, la partícula se moverá de un lado a otro lado de su posición de equilibrio, generándose una vibración de amplitud  $x_m$ . El bloque alcanzará una velocidad tal que no estará en equilibrio

<sup>61</sup>Definimos la posición de equilibrio estable como la posición asociada con una energía potencial mínima. [16] Cap. 6 Pág. 377.

cuando  $x = 0$ , y como en esta sección despreciamos el amortiguamiento, la oscilación continuará indefinidamente.

2. La vibración puede también producirse dándole cierta velocidad inicial a la partícula en  $t = 0$ , cuando está en su posición de equilibrio  $x = 0$ .
3. La vibración se da en forma general, soltando la partícula en cualquier posición dada  $x = x_0$ , con una velocidad inicial  $v_0$  en  $t = 0$ . Si Consideramos a este sistema como si estuviera libre de la acción de fuerzas exteriores durante su movimiento vibratorio. En estas condiciones, el sistema en movimiento estará gobernado sólo por la influencia de las llamadas condiciones iniciales, o sea el desplazamiento y la velocidad especificados, en el tiempo  $t = 0$ .

Entonces en la vibración figura 4-14, a cierto tiempo  $t$  la masa se desplaza de su posición de equilibrio en una magnitud  $x$  (positivo hacia abajo)<sup>62</sup>, notamos que las fuerzas que actúan sobre la partícula son la fuerza elástica restauradora por el resorte de modulo  $T = k(\delta est + x)$  dirigida siempre hacia la posición de equilibrio, y su peso  $W$ . Entonces la fuerza neta  $F$  correspondiente a este caso dinámico está dada por la segunda ley del movimiento de Newton,  $F = ma$ , en donde la aceleración

$a = \ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}$  la segunda derivada, de  $x$  con respecto a  $t$ , escribimos:

$$+\downarrow \Sigma F_x = ma_x$$

Con la ecuación (4-7)

---

<sup>62</sup> En este caso se requiere solamente una coordenada  $x$  para especificar completamente la posición de la masa en cualquier instante, entonces se dice que el sistema tiene un solo grado de libertad. El número de grados de libertad de un sistema es igual al número de coordenadas independientes que se requieren para especificar su posición del sistema en cualquier instante de tiempo.

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = W - k(\delta_{est} + x) = -kx$$

Además, nótese que la misma convención de signos debe utilizarse para la aceleración  $\ddot{x}$  y para el desplazamiento  $x$ . es decir, positivo hacia abajo desde la posición de equilibrio.

$$m\ddot{x} = -kx \tag{4-8}$$

El movimiento definido por la ecuación (4-8) se denomina Movimiento Armónico Simple no amortiguado; siempre que su amplitud permanezca constante y se caracteriza porque su aceleración es proporcional al desplazamiento de la masa.<sup>63</sup>

$$m\ddot{x} + kx = 0 \tag{4-9}$$

La ecuación (4-9) es una ecuación diferencial lineal, homogénea de segundo orden con coeficientes constantes.

Si definimos la constante  $w_n$  como la frecuencia circular o frecuencia natural de vibración, expresada en rad/s, en este caso:

$$w_n = \sqrt{k/m} \tag{4-10}$$

Entonces escribimos (4-9) en la forma.

$$\ddot{x} + w_n^2 x = 0 \tag{4-11}$$

El móvil armónico simple a lo largo de una línea recta, puede representarse mediante la proyección de un movimiento circular uniforme a lo largo del diámetro

---

<sup>63</sup>  $-kx$  es la fuerza restauradora lineal que es linealmente proporcional al desplazamiento; el signo negativo indica que la fuerza de restitución del resorte actúa en la dirección opuesta al desplazamiento y siempre está dirigida hacia la posición de equilibrio, (esto significa que cuando la masa se desplaza hacia abajo figura 4-14,  $x$  es positiva y la fuerza restauradora apunta hacia arriba. Cuando la masa se desplaza hacia arriba de  $x = 0$ , entonces  $x$  es negativa y  $kx$  está dirigida hacia abajo); por ello hay un movimiento repetitivo hacia abajo y hacia arriba alrededor de esa posición dicho movimiento se conoce como movimiento periódico u oscilatorio. véase [38] pág. 365 y 361.

de un círculo de referencia; figura 4-15; cuando el periodo de rotación de la masa que traza el círculo es igual al periodo de oscilación de la masa unida al resorte, entonces ambas masas se mueven simultáneamente.

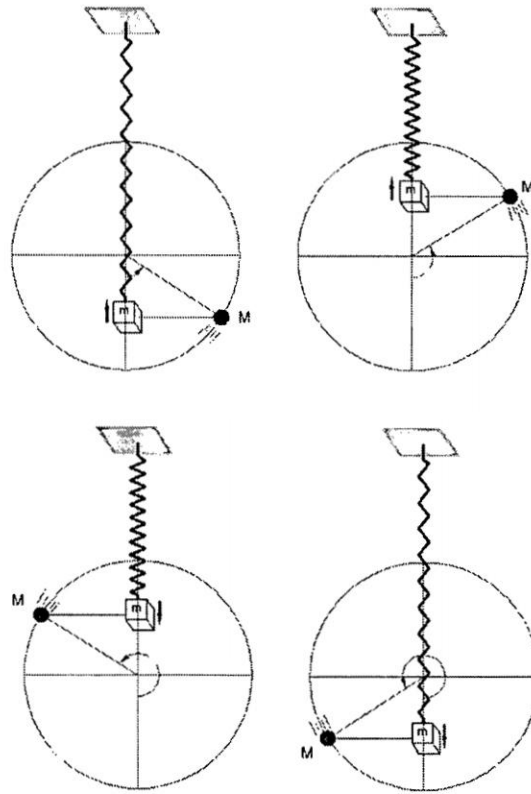


Figura 4-15 Movimiento armónico simple representado por la proyección de un movimiento circular  
Fuente: Propio del Autor

Para demostrar la solución general de la ecuación diferencial, lineal, homogénea (4-11) observemos la figura 4-16, donde se ilustra un dispositivo experimental el cual demuestra con claridad que un sistema de este tipo efectúe un movimiento armónico simple. En dicho dispositivo una masa oscila verticalmente sobre un resorte que tiene una pluma unida a él. Mientras la masa está en movimiento, una hoja de papel se mueve en dirección horizontal izquierda, entonces la pluma trazará un patrón cosenoidal.

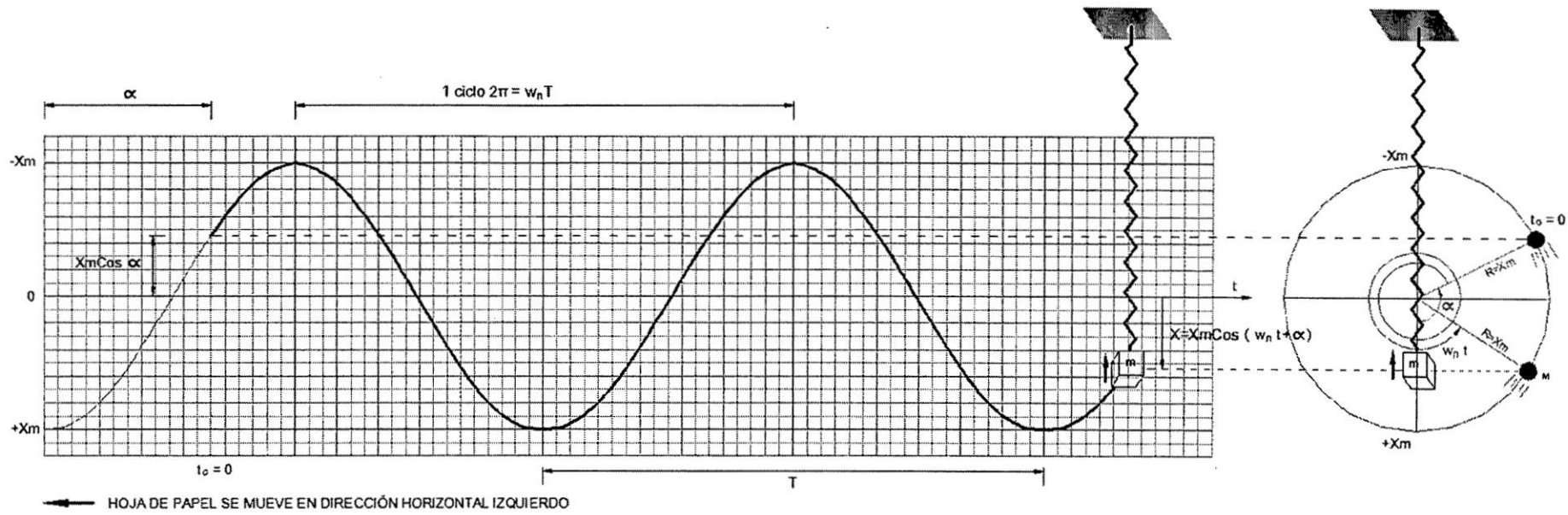


Figura 4-16 masa oscilante traza una onda cosenoidal en el papel gráfico móvil.  
Fuente: Propio del Autor

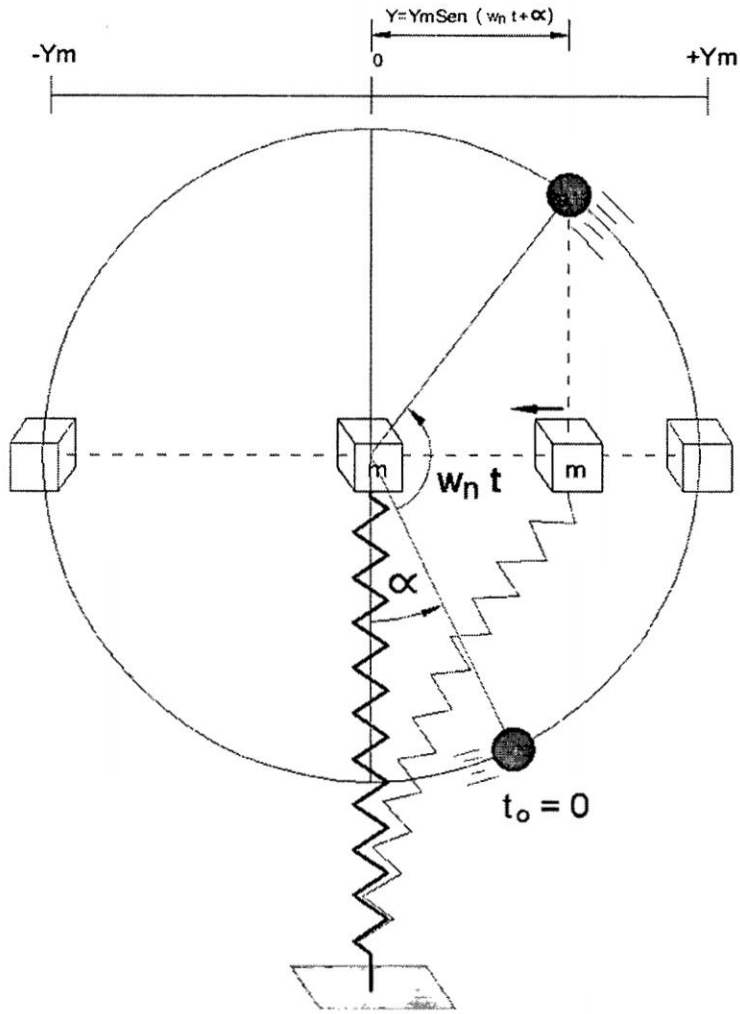


Figura 4-17 Vibración horizontal del sistema de un grado de libertad  
Fuente: Propio del Autor

La ecuación (4-11) también puede obtenerse considerando que el bloque de masa  $m$  que está unido a un resorte de rigidez  $k$  se mueve horizontalmente como se muestra en la figura 4-17.

Aplicando la ecuación del movimiento resulta:

$$+\rightarrow \Sigma F_y = ma_y; \quad -ky = m\ddot{y}$$

$$m\ddot{y} = -ky \tag{4-12}$$

$$m\ddot{y} + ky = 0 \tag{4-13}$$

$$\ddot{y} + w_n^2 y = 0 \tag{4-14}$$

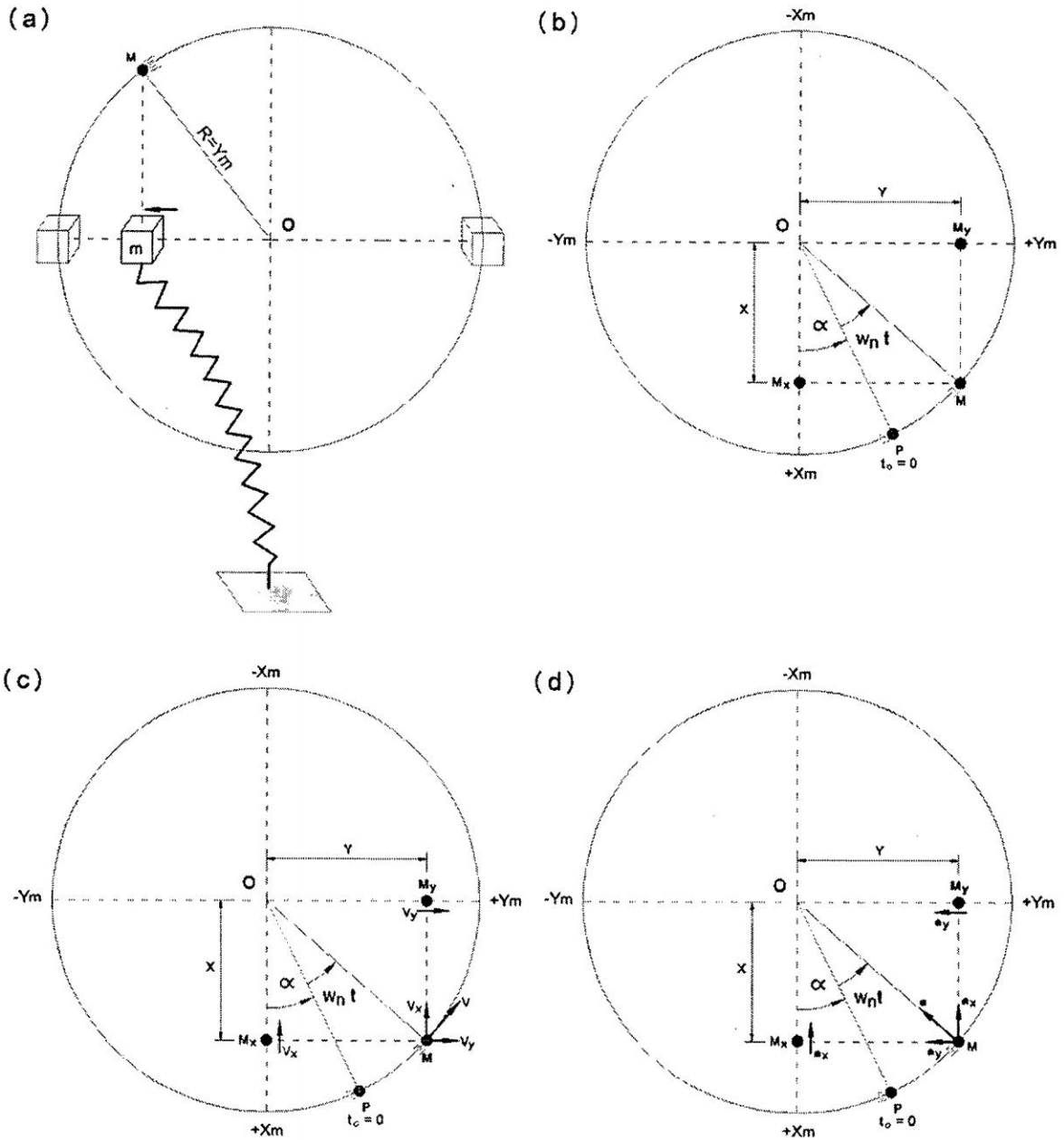


Figura 4-18 Relación entre el movimiento circular uniforme de un punto  $M$  y el movimiento armónico simple del punto  $M_y$ .  
 Fuente: Propio del Autor.

A partir de la figura 4-18(a); la partícula  $M$  se mueve en un círculo de referencia de radio  $y_m$  (amplitud máxima del resorte en vibración) con frecuencia angular  $\omega_n$  constante; A medida que la partícula gira, su vector de posición gira alrededor del origen  $o$ .

Si la partícula  $M$  en el instante de pasar por el punto  $P$  consideramos el tiempo  $t = 0$ ; donde la línea  $OP$  forma un ángulo  $\alpha$  con el eje  $x$ . y, como la partícula se mueve a lo largo del círculo<sup>64</sup> con velocidad angular constante  $w_n$  entonces en cierto tiempo  $t > 0$ , la partícula  $M$  estará en una posición desplazada formando un ángulo<sup>65</sup>  $(w_n t + \alpha)$  con el eje  $x$  como se observa en la figura 4-18(b), conforme la partícula gira sobre el círculo de referencia, el ángulo que  $OM$  forma con el eje  $x$  cambia con el tiempo, así como sus proyecciones a lo largo del eje  $y$  marcada con el punto  $M_y$  que se mueve hacia adelante y hacia atrás a lo largo de una línea sobrepuesta al diámetro horizontal del círculo de referencia, entre los límites  $y = \pm y_m$ .

De acuerdo al triángulo rectángulo  $OMM_x$  vemos que la variación de  $y$  es<sup>66</sup>:

$$y = y_m \text{sen}(w_n t + \alpha) \quad (4-15)$$

Esta expresión demuestra que el punto  $M_y$  se mueve con movimiento armónico simple a lo largo del eje  $y$ .<sup>67</sup>

Por medio de un argumento similar, se puede ver a partir de la figura 4-18(b) que la proyección de  $M$  a lo largo del eje  $x$  muestra también un movimiento armónico  $x = x_m \text{cos}(w_n t + \alpha)$ .

<sup>64</sup> Este círculo recibe el nombre de círculo de referencia al comparar el movimiento armónico simple con el movimiento circular uniforme.

<sup>65</sup> La cantidad  $(w_n t + \alpha)$  se denomina la fase de movimiento y es útil para comparar los movimientos de dos o más sistemas de partículas.

<sup>66</sup>  $w_n$ ,  $y_m$  y  $\alpha$  son constantes del movimiento;  $w_n$  frecuencia angular o frecuencia natural de vibración (rad/s);  $y_m$  amplitud del movimiento en la dirección del eje  $y$  ya sea positiva o negativa; la constante  $\alpha$  es la fase inicial que corresponde al ángulo que forma con el eje  $x$ ; su valor se determina cuando  $t = 0$  y es importante cuando se comparan el movimiento de dos o más sistemas de partículas oscilantes. Advierta que la función  $y$  es periódica y se repite a sí misma cuando  $w_n t$  aumenta en  $2\pi$  rad.

<sup>67</sup> Aunque hemos definido el movimiento armónico simple en función senoidal, expresada a lo largo del eje  $Y$ ; puede igualmente expresarse el movimiento en función cosenoidal, a lo largo del eje  $X$ ; donde el cambio sería una diferencia inicial de fase de  $\pi/2$ .

*En consecuencia, el movimiento circular uniforme puede considerarse una combinación de dos movimientos armónicos simples, uno a lo largo del eje  $x$  y uno a lo largo del eje  $y$ , donde los dos difieren en su fase por  $90^\circ$ .*

Diferenciando la ecuación (4-15) respecto al tiempo podemos obtener la velocidad de la partícula, entonces:

$$v_y = \dot{y} = y_m \omega_n \cos(\omega_n t + \alpha) \quad (4-16)$$

Y la aceleración de partícula es:

$$a_y = \ddot{y} = -y_m \omega_n^2 \text{sen}(\omega_n t + \alpha) \quad (4-17)$$

Remplazando (4-15) en (4-17), tenemos:

$$a_y = \ddot{y} = -\omega_n^2 y \quad (4-18)$$

La velocidad máxima se obtiene si la partícula pasa cuando  $\cos(\omega_n t + \alpha) = \pm 1$  ó sea cuando pasa por el punto de equilibrio figura 4-18; entonces en la ecuación (4-16)

$$v_{y.max} = \dot{y}_{max} = \pm y_m \omega_n \quad (4-19)$$

La aceleración máxima se obtiene si la partícula pasa cuando  $\text{sen}(\omega_n t + \alpha) = \pm 1$  ó sea cuando llega a desplazarse en sus amplitudes máximas, entonces la (4-17) queda:

$$a_{y.max} = \ddot{y}_{max} = \pm y_m \omega_n^2 \quad (4-20)$$

Cuando la partícula pasa por la posición de equilibrio,  $y = 0$ , su aceleración es cero, de modo que en la ecuación (4-17) la expresión  $\text{sen}(\omega_n t + \alpha)$  estaría tomando valor de cero.

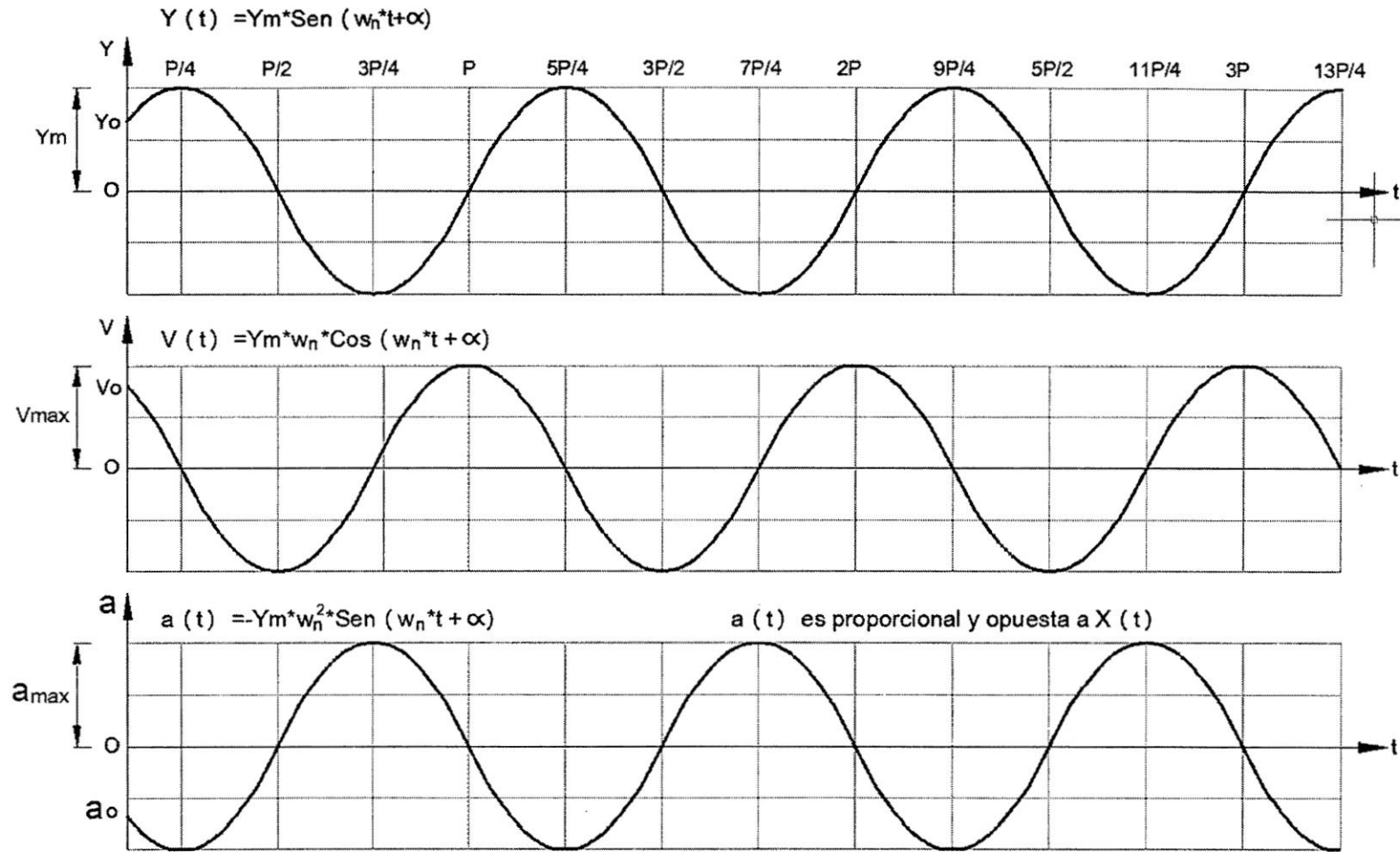


Figura 4-19 Representación gráfica del movimiento armónico simple: el desplazamiento, velocidad y aceleración que varían senoidalmente con el tiempo pero no están en fase.

Fuente: Propio del Autor

La figura 4-19 representa:

1. El desplazamiento contra el tiempo para un valor arbitrario de la constante de fase.
2. La curva de velocidad contra el tiempo; donde la fase de velocidad difiere o está fuera de la fase de desplazamiento en  $\pi/2$  rad, o en  $90^\circ$  en cualquier tiempo dado; Esto significa, que, cuando la partícula oscilante está en los valores de  $\pm y_m$ , donde *la velocidad es cero*.
3. La curva de aceleración contra el tiempo, de igual modo, cuando  $y = 0$ , ósea cuando la partícula oscilante está en el punto de equilibrio, su velocidad es máximo. Advierta también que la fase de la aceleración difiere o está fuera de la fase de desplazamiento en  $\pi$  rad, o en  $180^\circ$ . En cualquier instante de tiempo; Es decir, cuando la partícula está en  $\pm y_m$ , la aceleración toma el valor máximo en la dirección opuesta.

Suponga que la posición inicial  $y_1$  y la velocidad  $v_1$  de un solo oscilador están dadas, es decir, en  $t = 0$ ,  $y = y_1$  y  $v = v_1$ . En estas condiciones, las ecuaciones (4-15), (4-16) y (4-17) son:

$$y_1 = y_m \text{sen } \alpha \quad (\text{para } t = 0) \quad (4-21)$$

$$v_1 = y_m \omega_n \text{cos } \alpha \quad (\text{para } t = 0) \quad (4-22)$$

$$a_1 = -y_m \omega_n^2 \text{sen } \alpha \quad (\text{para } t = 0) \quad (4-23)$$

Al dividir la (4-22) por (4-21) se elimina  $y_m$ , lo que produce:

$$\tan \alpha = \frac{\omega_n y_1}{v_1} \quad (4-24)$$

Si elevamos al cuadrado (4-22) y (4-21) y sumamos obtenemos.

$$y_1^2 + \left(\frac{v_1}{w_n}\right)^2 = y_m^2 \text{sen}^2 \alpha + y_m^2 \text{cos}^2 \alpha \quad (4-25)$$

Al despejar  $y_m$  tenemos la amplitud.

$$y_m = \sqrt{y_1^2 + \left(\frac{v_1}{w_n}\right)^2} \quad (4-26)$$

Observe que la curva seno, (4-15), completa un ciclo en el tiempo  $t = T$ <sup>68</sup> cuando  $w_n T = 2\pi$ .

$$\text{Periodo} = T = \frac{2\pi}{w_n} \quad (4-27)$$

Usando la (4-10) el periodo puede ser representado también.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (4-28)$$

La frecuencia<sup>69</sup>  $f$  es definida como el número de ciclos completados por unidad de tiempo, y es el inverso del periodo.

$$f = \frac{1}{T} = \frac{w_n}{2\pi} \quad (\text{cps}) \quad (4-29)$$

O bien

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (\text{cps}) \quad (4-30)$$

*El periodo y la frecuencia son independientes de las condiciones iniciales y de la amplitud de la vibración, Notamos que  $T$  y  $f$  dependen de la fuerza constante  $k$  del resorte y la masa  $m$  en lugar del peso de la partícula que por lo tanto son*

<sup>68</sup> Además de la interpretación geométrica muestra que el tiempo para una revolución completa del punto  $M$  sobre el círculo de referencia es igual al periodo de movimiento,  $T$  correspondiente al movimiento armónico simple del resorte-masa entre  $\pm y_m$ . Es decir, la *velocidad angular* de  $M$  es la misma que la *frecuencia angular*  $w_n$ , de un movimiento armónico simple a lo largo del eje  $y$ . Por tanto El periodo  $T$  del movimiento es el tiempo que tarda la partícula en completar un ciclo.

<sup>69</sup> La frecuencia es expresada en ciclos/s. esta razón de unidades se llama hertz (Hz), donde 1Hz = 1 ciclo/s =  $2\pi$  rad/s.

independientes del valor de la gravedad  $g$ . Como podríamos esperar, la frecuencia es más grande para un resorte de mayor rigidez (tanto más rígido el resorte, será más elevado el valor de  $k$ ) y disminuye a medida que crece la masa.

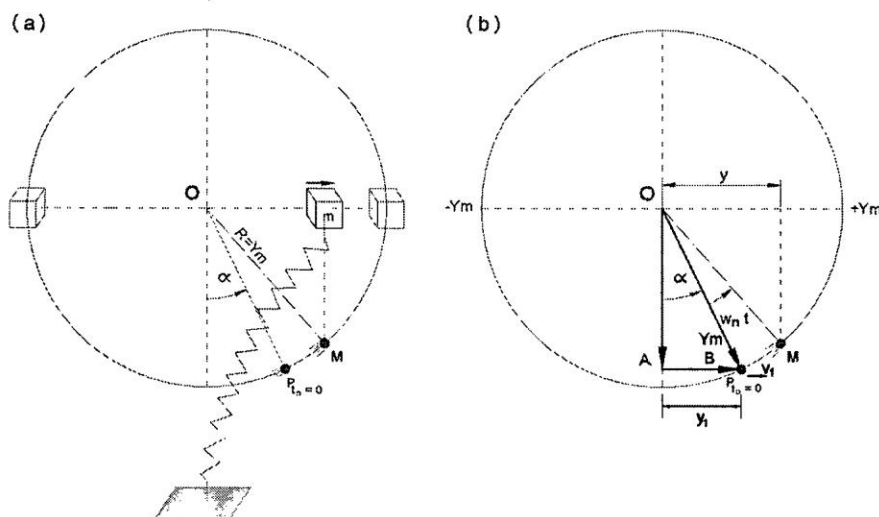


Figura 4-20 Representación del movimiento armónico simple en el círculo de referencia.  
Fuente: Propio del Autor

Ahora bien; desarrollando (4-15)

$$y = y_m \text{sen}(\omega_n t) \cos \alpha + y_m \text{cos}(\omega_n t) \text{sen} \alpha \quad (4-31)$$

Además de la figura 4-20

$$\text{sen} \alpha = \frac{B}{y_m} \quad (4-32)$$

$$\text{cos} \alpha = \frac{A}{y_m} \quad (4-33)$$

Reemplazando (4-32) y (4-33) en (4-31) tenemos.

$$y = A \text{sen}(\omega_n t) + B \text{cos}(\omega_n t) \quad (4-34)$$

La velocidad y la aceleración de la masa son determinadas tomando derivadas sucesivas con respecto al tiempo:

$$v_y = \dot{y} = A \omega_n \text{cos}(\omega_n t) - B \omega_n \text{sen}(\omega_n t) \quad (4-35)$$

$$a_y = \ddot{y} = -A \omega_n^2 \text{sen}(\omega_n t) - B \omega_n^2 \text{cos}(\omega_n t) \quad (4-36)$$

Las constantes de integración  $A$  y  $B$  en la (4-34) son determinadas a partir de las condiciones iniciales del problema, generados con el valor del ángulo de fase  $\alpha$ , cuando  $t=0$ .

De la figura 4-20 cuando  $t = 0$ , la masa en su movimiento con velocidad  $v_1$  (positiva) dirigida hacia la derecha; se encuentra el bloque en el punto  $P$  a una distancia  $y = y_1$  hacia la derecha desde su posición de equilibrio, entonces:

Sustituyendo  $y = y_1$  en  $t = 0$  la (4-34) se obtiene

$$B = y_1 \quad (\text{para } t = 0) \quad (4-37)$$

Como  $v = v_1$  en  $t = 0$ , usando (4-35) obtenemos

$$A = \frac{v_1}{w_n} \quad (\text{para } t = 0) \quad (4-38)$$

Si estos valores son sustituidos en las ecuaciones (4-34), (4-35) y (4-36), las ecuaciones que describe el movimiento son:

$$y = \frac{v_1}{w_n} \text{sen}(w_n t) + y_1 \text{cos}(w_n t) \quad (4-39)$$

$$v_y = \dot{y} = v_1 \text{cos}(w_n t) - y_1 w_n \text{sen}(w_n t) \quad (4-40)$$

$$a_y = \ddot{y} = -v_1 w_n \text{sen}(w_n t) - y_1 w_n^2 \text{cos}(w_n t) \quad (4-41)$$

Además de la figura 4-20 se tiene

$$\tan \alpha = \frac{B}{A} \quad (4-42)$$

$$y_m = \sqrt{A^2 + B^2} \quad (4-43)$$

$$y_m = \sqrt{\left(\frac{v_1}{w_n}\right)^2 + y_1^2} \quad (4-44)$$

Si  $\tan \alpha = \infty$ , en la (4-42) entonces  $A=0$ , para ello el ángulo de fase  $\alpha$  toma el valor de  $\pi/2$  y  $3\pi/2$  ( $90^\circ$  y  $270^\circ$ ).

El desplazamiento de una partícula que se mueve con MAS puede también considerarse como la componente  $y$  de un vector  $OM$ , con  $\overline{OM} = y_m$  que rota alrededor de  $O$  en sentido contrario a las agujas del reloj con velocidad angular  $w_n$ , y formando (a cada instante) un ángulo  $w_n t + \alpha$  con el eje positivo de  $X$ , medido también en sentido contrario del movimiento de las agujas del reloj.

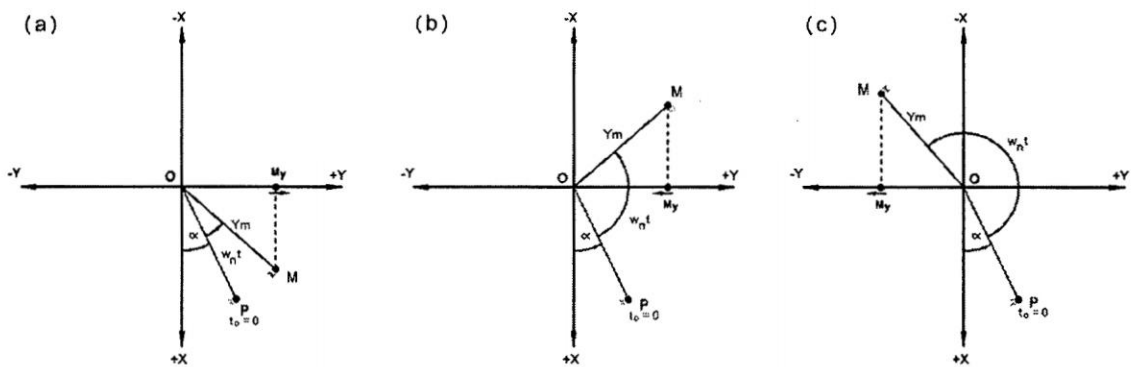


Figura 4-21 Vector rotante del desplazamiento en el MAS.  
Fuente: Propio del Autor

En la figura 4-21 hemos representado el vector  $OM$  en varias posiciones. Se puede verificar en cualquier instante de tiempo la componente  $y$  de  $\overline{OM}$  está dada por  $Y = OM_y = OM \text{ sen}(w_n t + \alpha)$ , en concordancia con la ecuación (4-15).

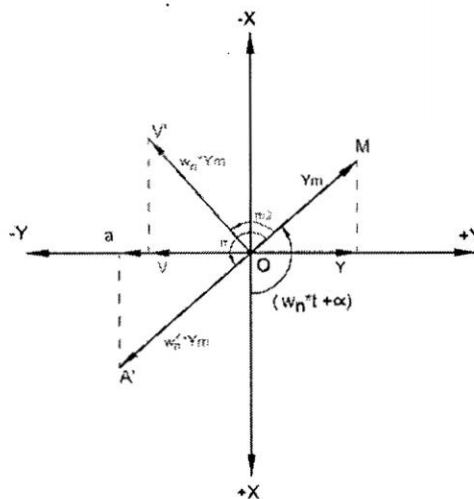


Figura 4-22 Vectores rotantes del desplazamiento, velocidad y aceleración en el MAS.  
Fuente: Propio del Autor

La velocidad y la aceleración de la partícula puede también representarse por los vectores rotantes  $\overline{OV'}$  y  $\overline{OA'}$ , cuyas longitudes son  $wy_m$  y  $w^2y_m$ , respectivamente y cuyas componentes a lo largo del eje  $Y$  dan la velocidad  $v$  y la aceleración  $a$  de la partícula que se mueve horizontalmente con MAS. La orientación relativa de estos vectores se ilustra en la figura 4-22. Puede notarse que  $OV$  está adelantado  $\pi/2$  y  $OA$  está adelantado  $\pi$ , ambos con respecto al vector rotante  $OM$

#### 4.2.3.3.- Vibraciones forzadas.

Las vibraciones más importantes desde el punto de vista de las aplicaciones de la ingeniería son las vibraciones forzadas de un sistema. Estas vibraciones ocurren en los siguientes casos:

**Primer caso:** cuando la fuerza periódica actúa sobre la estructura.<sup>70</sup>

**Segundo caso:** cuando la estructura está unido elásticamente al suelo por medio del cimentado, que pueden ser afectadas por el movimiento alternativo periódico del terreno, debido a acciones dinámicas del sub suelo.

##### 4.2.3.3.1.- Fuerza periódica en los elementos de la estructura.

La masa y el resorte mostrado en la figura 4-23 representan la característica vibratoria del sistema sometido a una fuerza periódica permanente  $F$  de módulo  $F = F_f \text{sen}(w_f t)$ . Esta fuerza tiene una amplitud de  $F_f$  y frecuencia angular forzada  $w_f$ .

---

<sup>70</sup> Las estructuras, en muchos casos, están sujetas a la acción de maquinarias en rotación, que produce excitaciones armónicas debido a la presencia inevitable de masas excéntricas en las partes rotantes. Además, aun en aquellos casos en que la excitación no es armónica, la respuesta de la estructura puede obtenerse mediante el método de Fourier, como la superposición de respuestas individuales a los componentes armónicos de la excitación externa.

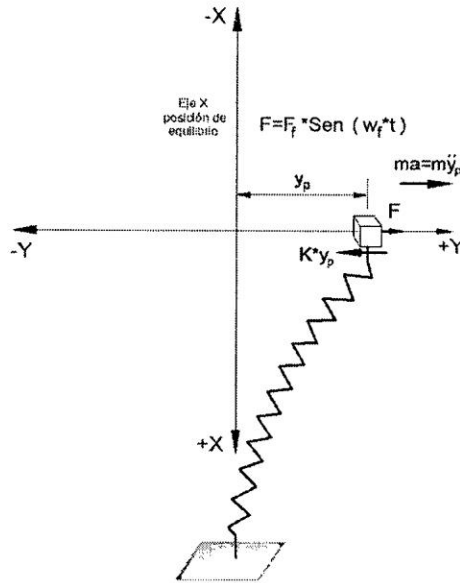


Figura 4-23 Movimiento del sistema bajo la acción de una fuerza periódica en el sistema  
Fuente: Propio del Autor

Esta fuerza puede ser una fuerza externa inercial aplicada al cuerpo o una fuerza centrífuga producida por la rotación de alguna parte no equilibrada del cuerpo.

El diagrama de cuerpo libre para el bloque cuando está desplazado una distancia  $y_p$  desde su posición de equilibrio como se muestra en la figura 4-23 y aplicándose la ecuación de movimiento resulta:

$$+\rightarrow \Sigma F = ma_y$$

$$F_f \text{ sen}(w_f t) - ky_p = m \ddot{y}_p$$

$$m \ddot{y}_p + ky_p = F_f \text{ sen}(w_f t) \quad (4-45)$$

#### 4.2.3.3.2.- Desplazamiento periódico del cimiento de la estructura

Las vibraciones forzadas también pueden originarse a partir de la excitación periódica del soporte de un sistema; Consideremos el modelo de la figura 4-24(a) que representa la vibración periódica de una masa que es causada por el movimiento armónico  $\delta_p = \delta_f \text{ sen}(w_f t)$  del soporte

Donde el desplazamiento  $y_p$  de la masa es medido desde la posición de equilibrio estático de la masa; correspondientemente cuando  $w_f t = 0$ , esto es, cuando la línea radial  $OA$  coincide con  $OB$  figura 4-24(a). Por ello la aceleración de la masa es ( $a_y = \ddot{y}_p$ ) consecuentemente la fuerza inercial en la masa es ( $ma_y = m\ddot{y}_p$ )

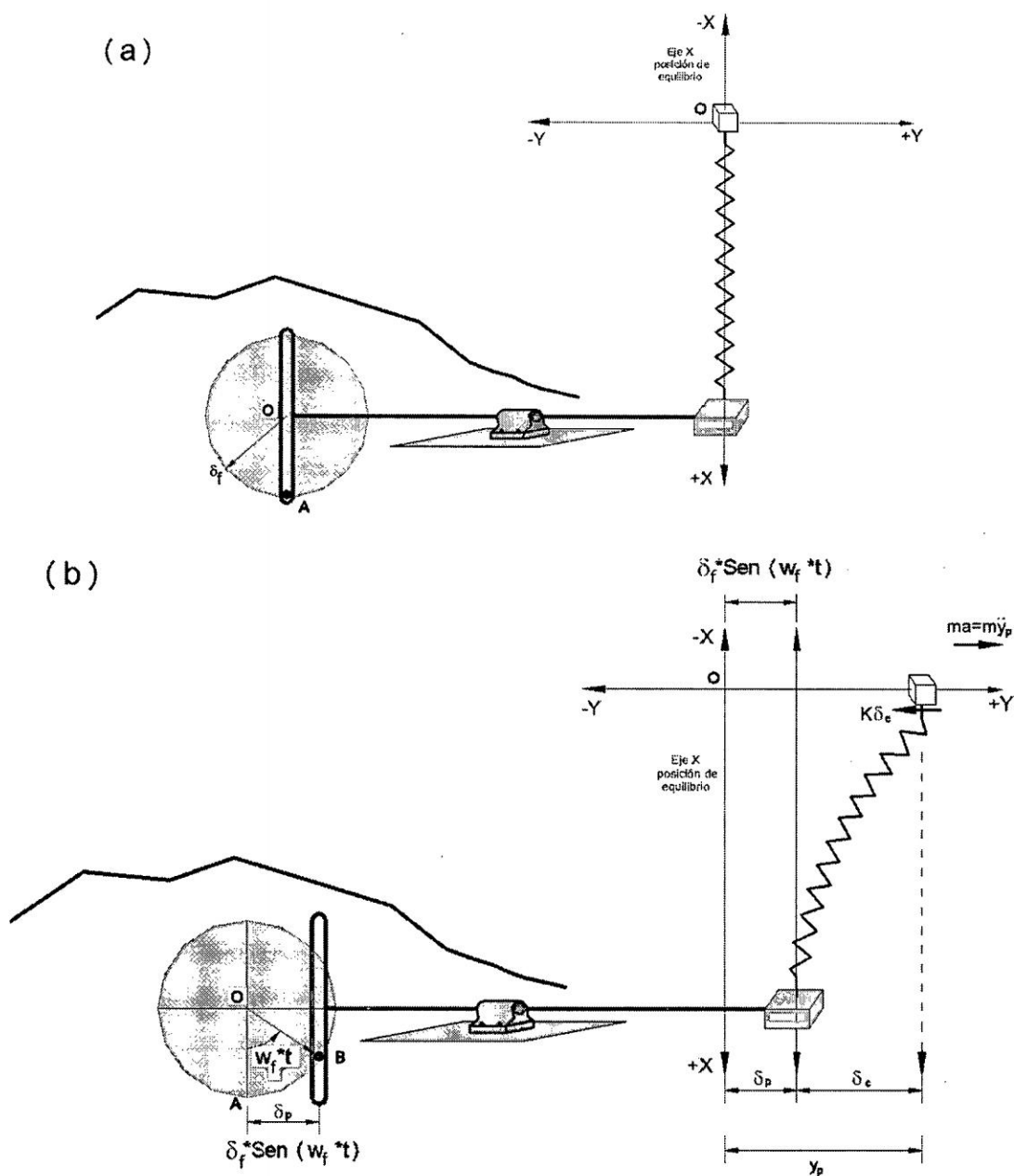


Figura 4-24 Movimiento del sistema bajo el desplazamiento periódico de la cimentación.  
Fuente: Propio del Autor

De la figura 4-24(b) por analogía planteamos que:

$\delta_c$  Es la medida de deformación propiamente del resorte.

$\delta_p = \delta_f \text{sen}(w_f t)$  Es la medida de desplazamiento del soporte.

Entonces el desplazamiento total  $y_p$  de la masa  $m$  es:

$$y_p = \delta_p + \delta_c$$

Donde la elongación total propiamente del resorte a tiempo  $t$  es

$$\delta_c = y_p - \delta_f \text{sen}(w_f t)$$

En este caso, en el diagrama de cuerpo libre para el bloque en una posición desplazada a tiempo  $t$  figura 2-24(b) la ecuación de movimiento resulta.

$$+\rightarrow \Sigma F = ma_y$$

$$-k(\delta_c) = m\ddot{y}_p$$

$$-k(y_p - \delta_f \text{sen}(w_f t)) = m\ddot{y}_p$$

$$m\ddot{y}_p + ky_p = k \delta_f \text{sen}(w_f t) \quad (4-46)$$

Notamos que la ecuación (4-45) y (4-46) son de la misma forma y que una solución de la primera ecuación satisfará la segunda si hacemos  $F_f = k\delta_f$ .

#### 4.2.3.3..3.- Solución complementaria y solución particular

Una ecuación como (4-45) y (4-46) que posee un miembro derecho diferente de cero se conoce como ecuación diferencial de segundo orden no homogéneo.

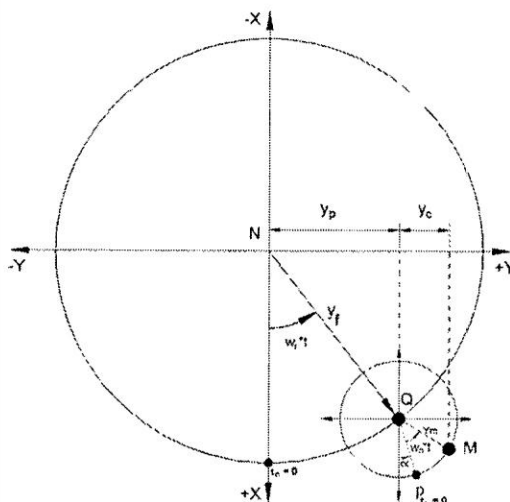


Figura 4-25 Solución particular y solución complementaria de vibraciones forzadas  
Fuente: Propio del Autor

El movimiento de vibraciones forzadas a lo largo de una línea recta puede representarse mediante la proyección de un movimiento relativo de la masa  $M$  respecto al punto  $N$  (figura 4-25) bajo las siguientes consideraciones.

Primero.- la masa  $M$  gira con su frecuencia natural  $w_n$ , en un círculo de radio (amplitud)  $y_m$ , con movimiento circular uniforme respecto al punto  $Q$ , que sería representado este movimiento por la (4-15) ó (4-34) que define la vibración libre del cuerpo; para cumplir ello el término derecho de la ecuación (4-45) y (4-46) son iguales a cero, por consiguiente el desplazamiento de la partícula  $M$  medido respecto del punto  $Q$  en el eje horizontal es  $y_c$  denominado como solución complementaria.

$$y_c = A \operatorname{sen}(w_n t) + B \operatorname{cos}(w_n t) \quad (4-47)$$

Segundo.- el punto  $Q$  gira con frecuencia angular  $w_f$  (proveniente de la fuerza externa) en un círculo de radio  $y_f$  (amplitud de la masa debido a la fuerza forzada) con movimiento circular uniforme respecto al punto  $N$ , donde el

desplazamiento del punto  $Q$  medido respecto al punto  $N$  en eje horizontal es  $y_p$  (también denominado solución particular) puede obtenerse teniendo en cuenta la figura 4-25.

$$y_p = y_f \text{sen}(w_f t) \tag{4-48}$$

En conclusión la solución general se obtiene sumando una *solución complementaria*  $y_c$ , mas la *solución particular*  $y_p$ .

$$y = y_c + y_p$$

$$y = A \text{sen}(w_n t) + B \text{cos}(w_n t) + y_f \text{sen}(w_f t) \tag{4-49}$$

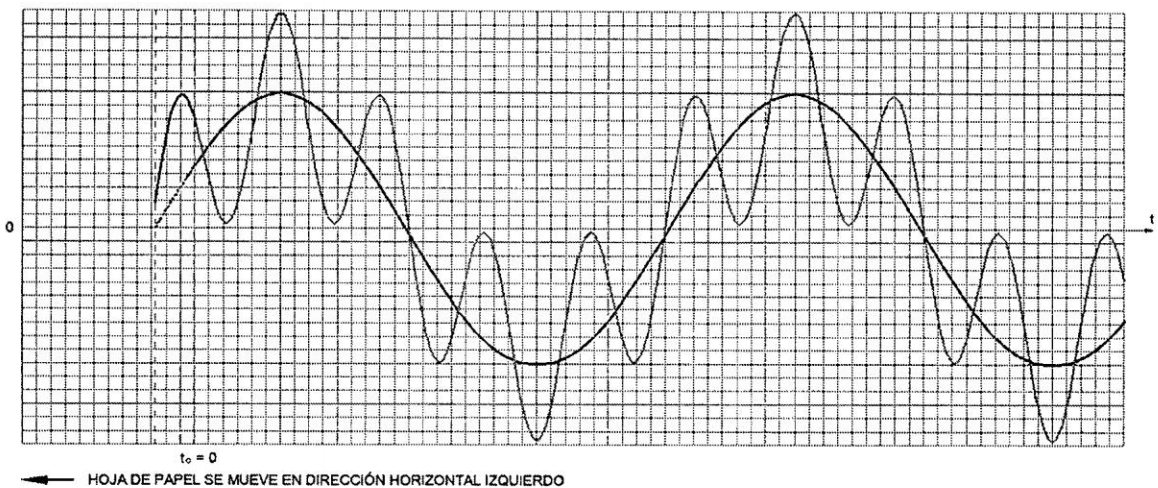


Figura 4-26 Gráficos de desplazamiento de una vibración forzada sin amortiguamiento  $\frac{w}{w_n} = 0.2$ ,  
Fuente: Propio del Autor

Para demostrar la solución general de la ecuación diferencial lineal no homogénea (4-49) observemos la figura 4-26 donde se demuestra con claridad que un sistema de este tipo efectúe uno de los movimientos armónicos forzados. Con una posible trayectoria complicada de expresión senoidal, que dependerá de la relación entre  $w_f$  y  $w_n$  en la ecuación (4-49).

**4.2.3.3.3.1.- Solución complementaria**

La solución *complementaria*, también conocida como transitoria es determinada haciendo el término del lado derecho de la ecuación (4-45) y (4-46) igual a cero, equivalente a la ecuación homogénea (4-13) que define la vibración libre del cuerpo mediante la (4-15) ó (4-34), esto es (4-47)

$$y_c = A \text{sen}(w_n t) + B \text{cos}(w_n t)$$

Donde  $w_n$  es la frecuencia natural,  $w_n = \sqrt{k/m}$

**4.2.3.3.3.2.- Solución particular.**

**4.2.3.3.3.2.1.- Para el caso que una fuerza periódica actúa en el sistema.**

En (4-45), encontramos:

$$m\ddot{y}_p + ky_p = F_f \text{sen}(w_f t) \tag{4-50}$$

Tomando la segunda derivada la (4-48), y remplazando en la (4-50)

$$-m\ddot{y}_p w_f^2 \text{sen}(w_f t) + ky_f \text{sen}(w_f t) = F_f \text{sen}(w_f t) \tag{4-51}$$

Que puede resolverse para la amplitud;

$$y_f = \frac{F_f}{k - mw_f^2} \tag{4-52}$$

Recordando que  $w_n^2 = \frac{k}{m}$ , donde  $w_n$  es la frecuencia circular de la vibración libre del cuerpo, entonces:

$$y_f = \frac{F_f/k}{1 - \left(\frac{w_f}{w_n}\right)^2} \tag{4-53}$$

Reemplazando en la (4-48), resulta

$$y_p = \frac{\frac{F_f}{k}}{1 - \left(\frac{w_f}{w_n}\right)^2} \text{sen}(w_f t) \tag{4-54}$$

**4.2.3.3.3.2.- Para el caso de un desplazamiento periódico del soporte**

Sustituyendo (4-48) en (4-46), obtenemos en forma semejante:

$$y_f = \frac{\delta_f}{1 - \left(\frac{w_f}{w_n}\right)^2} \quad (4-55)$$

Reemplazando en la (4-48), resulta.

$$y_p = \frac{\delta_f}{1 - \left(\frac{w_f}{w_n}\right)^2} \text{sen}(w_f t) \quad (4-56)$$

**4.2.3.3.4.- Solución general de la vibración forzada.**

Para el caso que una fuerza periódica actúa en el sistema, reemplazando (4-54) y (4-47) en (4-49) obtenemos:

$$y = \frac{F_f}{k} \frac{1}{1 - \left(\frac{w_f}{w_n}\right)^2} \text{sen}(w_f t) + A \text{sen}(w_n t) + B \text{cos}(w_n t) \quad (4-57)$$

Para el caso de un desplazamiento periódico del soporte reemplazando (4-56) y (4-47) en (4-49) obtenemos:

$$y = \frac{\delta_f}{1 - \left(\frac{w_f}{w_n}\right)^2} \text{sen}(w_f t) + A \text{sen}(w_n t) + B \text{cos}(w_n t) \quad (4-58)$$

(a)

SOLUCIÓN COMPLEMENTARIA



(b)

SOLUCIÓN PARTICULAR



Figura 4-27 Gráficos de solución complementaria y solución particular.  
Fuente: Propio del Autor

En la (4-23) el desplazamiento  $y$ , describe dos tipos de movimiento vibratorio superpuestos de la masa (particular y complementario)<sup>71</sup>.

La solución complementaria  $y_c$  define la vibración libre del sistema, la frecuencia de esta vibración, llamada frecuencia natural<sup>72</sup>  $w_n$ , depende solo de la constante  $k$  del resorte, y de la masa; figura 4-27(a) las constantes iniciales de  $A$  y  $B$  se obtienen evaluando la (4-34) en un instante de tiempo  $t = 0$  cuando el desplazamiento y la velocidad son conocidos (4-39), (4-40) y (4-41).

La solución particular  $y_p$  describe la vibración forzada del bloque figura 4-27(b) producido y mantenido por la fuerza aplicada  $F = F_f \text{sen}(w_f t)$  o por el movimiento aplicado por el soporte  $\delta_f \text{sen}(w_f t)$ , quienes generan la frecuencia forzada  $w_f$  de esta vibración y su amplitud  $y_f$  definida por (4-53) y (4-55), depende de la razón de frecuencia  $w_f/w_n$ .

La razón de la amplitud  $y_f$  de la vibración de estado estacionario a la deformación estática  $F_f/k$  causada por una fuerza  $F_f$ , o a la amplitud del movimiento de soporte  $\delta_f$ ; se le llama *factor de amplificación*; de (4-53) y (4-55), obtenemos.

$$\text{Factor de Amplificación} = FA = \frac{y_f}{F_f/k} = \frac{y_f}{\delta_f} = \frac{1}{1 - \left(\frac{w_f}{w_n}\right)^2} \quad (4-59)$$

<sup>71</sup> El desplazamiento resultante  $y$  de la masa en la vibración se muestra en la figura 4-26, como todos los sistemas vibratorios están sometidos a fricción, la vibración libre  $y_c$  desaparecerá con el tiempo ya que en realidad será amortiguada rápidamente por las fuerzas de rozamiento. Por esta razón, a la vibración libre se le llama transitoria y a la vibración forzada se le denomina de estado estable ya que es la única vibración que permanece, figura 4-38.

<sup>72</sup>Frecuencia natural también llamada frecuencia circular [37] Cap. 22, Pag. 625.

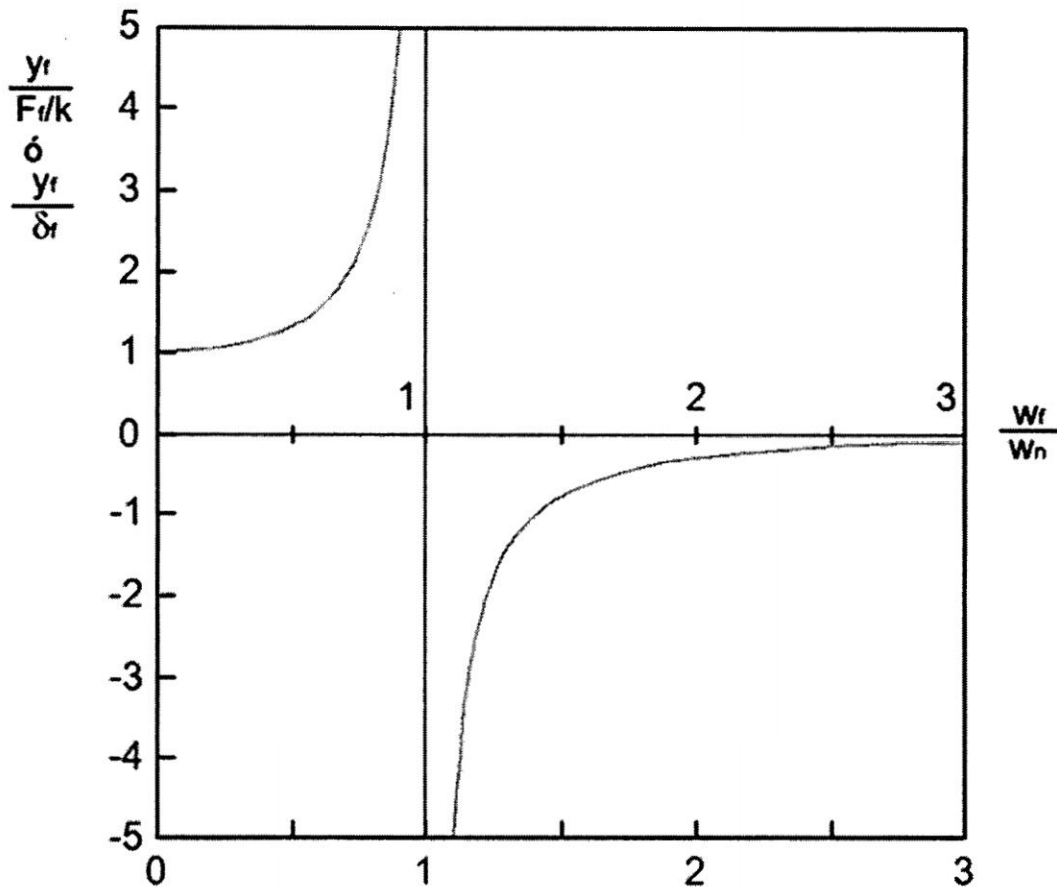


Figura 4-28 Factor de amplificación respecto a la relación  $\frac{w_f}{w_n}$   
 Fuente: [37] Cap. 22 Pag. 626, Figura 22-13.

El factor de amplificación ha sido graficado en la (figura 4-28) en función de la razón de frecuencias  $\frac{w_f}{w_n}$ . De donde se deduce casos especiales:

1. Advierta que para  $w_f \approx 0$ , el **FA**  $\approx 1$ . En este caso, debido a la muy baja frecuencia  $w_f \ll w_n$ , la expresión  $y_f$  en (4-53) y (4-55) son positivos y según la (4-59) el valor de FA es positivo, que indica que la magnitud de la fuerza **F** cambia lentamente y entonces la vibración forzada del bloque está en fase con la fuerza **F** aplicada o el movimiento aplicado por el soporte.

2. Si la fuerza o el desplazamiento son aplicados con una frecuencia cercana a la frecuencia natural del sistema, esto es, cuando  $w_f = w_n$ , la amplitud de la vibración forzada se vuelve infinita. Esto ocurre porque la fuerza  $F$  aplicada o el movimiento aplicado por el soporte siempre sigue el movimiento natural del bloque, entonces se dice que está en resonancia con el sistema dado. En realidad, la amplitud de vibración permanece finita a causa de las fuerzas de amortiguamiento (Secc 4.2.4.3); sin embargo, tal situación debe evitarse si la frecuencia forzada no debe escogerse muy cercana a la frecuencia natural del sistema; en la práctica, las vibraciones en resonancia pueden causar esfuerzos enormes y una falla rápida de la estructura<sup>73</sup> antes de que las amplitudes puedan alcanzar valores extremadamente altos, porque los materiales están sujetos a límites de resistencia.
3. Cuando la fuerza cíclica  $F = F_f \text{sen}(w_f t)$  ó  $k\delta_f \text{sen}(w_f t)$ , es aplicada a altas frecuencias  $w_f > w_n$ , la expresión  $y_f$  en (4-53) y (4-55) es negativo y según la (4-59) el valor de FA resulta negativo, indicando que el movimiento natural del bloque se desplaza hacia la derecha, la fuerza forzada actúa hacia la izquierda, y viceversa. Que además indica que la vibración forzada está fuera de fase (a  $180^\circ$ ) con la fuerza aplicada o el movimiento aplicado por el soporte.

---

<sup>73</sup> Si un columpio se mueve cíclicamente con un periodo natural de vibración, y de pronto se empuja con una fuerza en la misma dirección que se mueve el columpio entonces las amplitudes serán mayores en cada ciclo, despreciando la resistencia de la fricción del aire, se producirá resonancia ya que la frecuencia natural y forzada serán iguales.

4. Notamos también que para  $w_f < w_n$ , el coeficiente  $\text{sen}(w_f t)$  de la ecuación (4-49) es positivo, mientras que para  $w_f > w_n$  este coeficiente es negativo. En el primer caso la vibración forzada está en fase con la fuerza aplicada o el movimiento aplicado por el soporte, mientras que el segundo caso está  $180^\circ$  fuera de fase.
5. Para frecuencias extremadamente altas  $w_f \gg w_n$ , el bloque permanece casi estacionario, y por consiguiente el FA es aproximadamente igual a cero.

#### 4.2.4.- Vibraciones amortiguadas.

Los movimientos oscilatorios que hemos considerado hasta ahora han correspondido a sistemas ideales, es decir, sistemas que oscilan de manera indefinida bajo la acción de una fuerza restauradora lineal. En sistemas reales, las fuerzas amortiguadoras<sup>74</sup> como la fricción, estas fuerzas disipan energía mecánica del sistema y reducen con el tiempo la amplitud del movimiento y se dice que el movimiento está amortiguado.

##### 4.2.4.1.-Tipos de fuerza de amortiguamiento.

En muchos casos, el amortiguamiento es atribuido a la resistencia creada por la sustancia, digamos agua, aceite o aire en que vibra el sistema. El amortiguamiento está asociado con la disipación de energía mecánica del

---

<sup>74</sup> Fuerzas amortiguadoras también llamadas como fuerzas disipativas [38] Cap. 13 Pag. 378, así como fuerzas no conservativas [4] Cap. 6, pag. 38, llamado también como fuerza retardadora o fuerza resistiva.

sistema. En esta presente tesis haremos referencia solo del amortiguamiento viscoso.

#### 4.2.4.1.1.- Amortiguamiento viscoso.

Los cuerpos que se mueven con velocidad moderada a través de un fluido, encuentran amortiguamiento viscoso.

Este tipo de amortiguamiento conduce a una fuerza retardadora o resistiva proporcional a la velocidad y actúa en la dirección opuesta al movimiento.

La *fuerza Amortiguadora* puede expresarse como  $F_a = -cv = -c\dot{y}$

Donde,  $c$  es un coeficiente proporcional de amortiguamiento viscoso y  $v$  la velocidad; tiene unidades de N.s/m o lb.s/pie

El amortiguamiento proporcional a la velocidad también se observa cuando un objeto se mueve a través de un gas, en el deslizamiento sobre superficies lubricadas, amortiguadores hidráulicos y mecánicos, partes móviles de instrumentos sumergidos en aceites

#### 4.2.4.2.- Vibraciones libres con amortiguamiento

Al sistema resorte masa agreguemos un amortiguador viscoso como se observa en la figura 4-29.

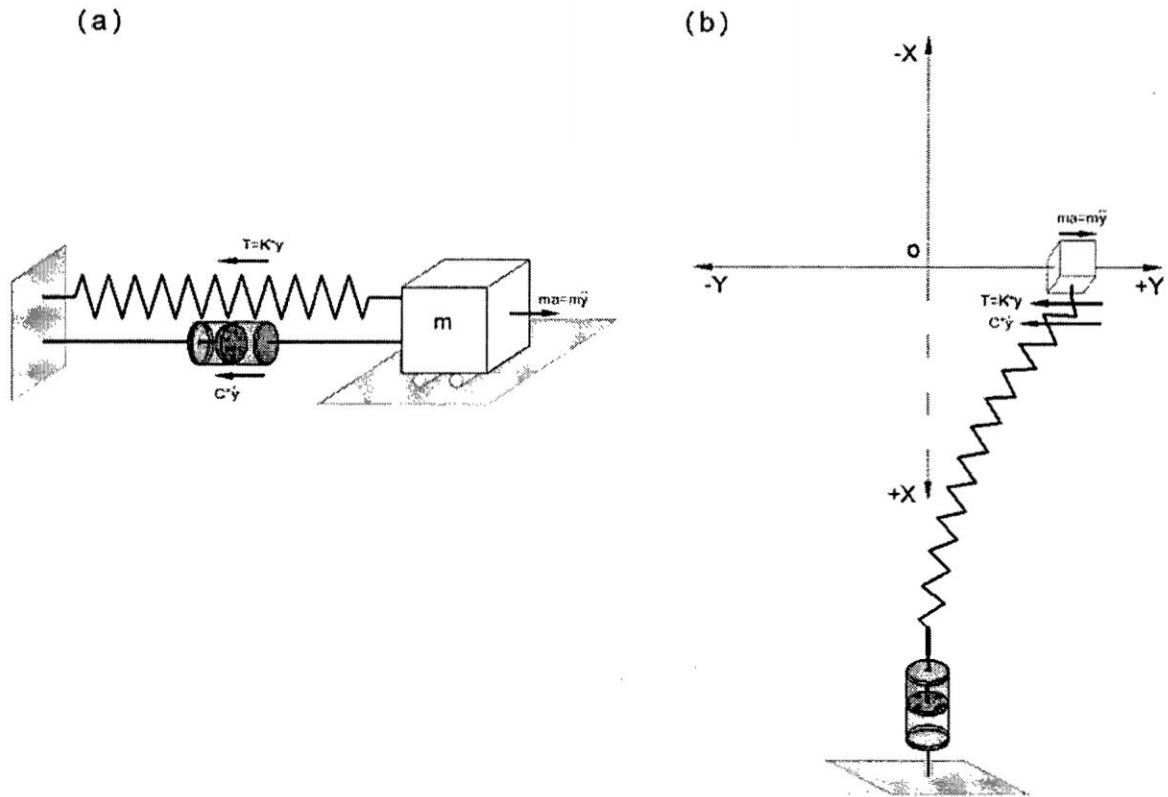


Figura 4-29 Movimiento vibratorio con amortiguación viscosa  
Fuente: Propio del Autor

El amortiguador viscoso ejerce sobre la masa una fuerza opuesta a la dirección de la velocidad.

Del diagrama de cuerpo libre de la masa en una posición desplazada respecto al equilibrio en un tiempo  $t$ , la ecuación del movimiento llega a ser

$$+\rightarrow \Sigma F = ma_y$$

$$-ky - c\dot{y} = m\ddot{y} \tag{4-60}$$

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = 0 \tag{4-61}$$

$$\ddot{y} + \frac{c}{m}\dot{y} + \frac{k}{m}y = 0 \tag{4-62}$$

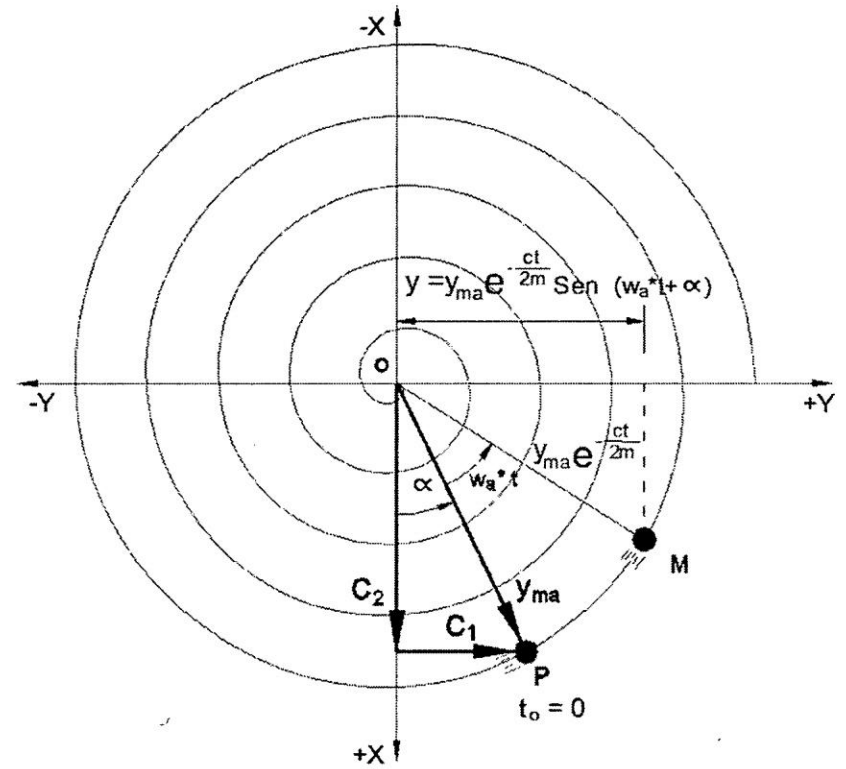
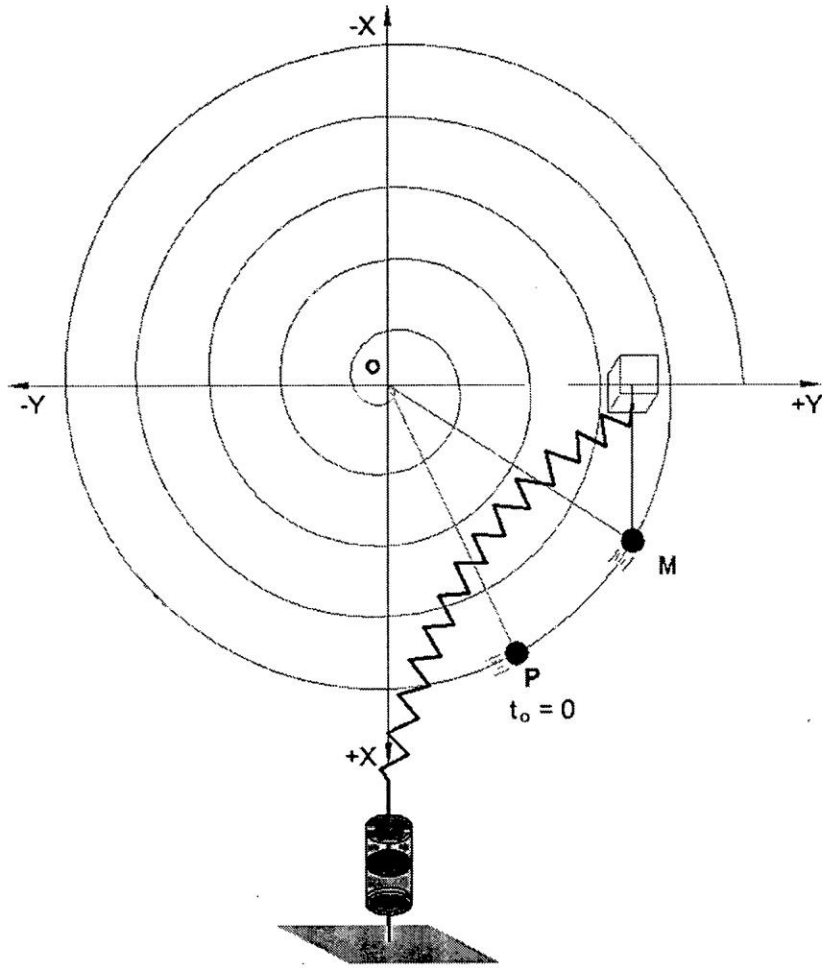


Figura 4-30 Representación de una vibración libre amortiguada con trayectoria de una espiral logarítmica  
Fuente: Propio del Autor

El movimiento de vibraciones libres con amortiguación viscoso a lo largo de una línea recta (masa resorte amortiguamiento) puede representarse mediante la proyección referencial de un movimiento con trayectoria de una espiral logarítmica, como se observa en la figura 4-28; donde la amplitud  $\rho = y_{ma}e^{\lambda t}$  varía respecto al tiempo;  $\lambda$  es la constante proporcional de disipación de energía<sup>75</sup>.

Entonces de la figura 4-30 se identifica la ecuación general del movimiento de la partícula  $M$  a lo largo del eje horizontal en una posición desplazada es:

$$y = y_{m.a}e^{\lambda t} \text{sen}(w_{n.a}t + \alpha) \quad (4-63)$$

Así mismo obedece a la solución de la forma

$$y = y_{m.a}e^{\lambda t} \quad (4-64)$$

Para calcular la constante  $\lambda$  se debe cumplir los requisitos de la ecuación (4-62)

entonces:

$$\dot{y} = y_{m.a}\lambda e^{\lambda t} \quad (4-65)$$

$$\ddot{y} = y_{m.a}\lambda^2 e^{\lambda t} \quad (4-66)$$

En (4-62)

$$y_{m.a}\lambda^2 e^{\lambda t} + \frac{c}{m}y_{m.a}\lambda e^{\lambda t} + \frac{k}{m}y_{m.a}e^{\lambda t} = 0$$

Como  $e^{\lambda t}$  nunca es cero, es posible encontrar una solución siempre que:

$$\lambda^2 + \frac{c}{m}\lambda + \frac{k}{m} = 0 \quad (4-67)$$

Tenemos una ecuación de segundo grado, entonces

$$\lambda_1 = -\frac{c}{2m} + \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (4-68)$$

---

<sup>75</sup>  $\lambda$  dependiente del factor de amortiguación  $c$ ; en el que  $c$  es una constante que debe ser determinada experimentalmente para el medio donde ocurre el movimiento de la masa Véase sección 4.2.4.2.1

$$\lambda_2 = -\frac{c}{2m} - \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (4-69)$$

Por lo tanto, la solución general de la (4-62) viene dada por la superposición de las dos soluciones posibles<sup>76</sup>

$$y = Pe^{\lambda_1 t} + Qe^{\lambda_2 t} \quad (4-70)$$

$P$  y  $Q$  son constantes arbitrarias que se determinan de las condiciones iniciales o de frontera de cualquier problema dado.

En la (4-68) y (4-69) dependiendo de cómo están relacionadas las magnitudes de las constantes físicas  $c$ ,  $k$ ,  $m$ , Según el signo algebraico de  $\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}$ , podemos estudiar tres casos posibles, puesto que cada solución contendrá el factor de amortiguamiento  $e^{\lambda t}$ , siendo  $\lambda > 0$ .

Sin embargo, antes de estudiarlas, definiremos primero el coeficiente de amortiguamiento crítico  $c_c$  como el valor de  $c$  que vuelve al radical presente en las (4-68) y (4-69) igual a cero es decir.

$$\begin{aligned} \left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m} = 0 & \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{c_c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m} = 0 \\ c_c = 2m\sqrt{\frac{k}{m}} & = 2mw_n \end{aligned} \quad (4-71)$$

Los tres casos son las siguientes.

- 1) **Sistema sobreamortiguado.** Cuando  $\left(\frac{c}{2m}\right)^2 > \frac{k}{m}$  o también  $c > c_c$ , la raíz cuadrada de  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  es un número real. No obstante, debido a que

<sup>76</sup> Una combinación lineal de funciones exponenciales que contienen estas dos raíces; Véase referencia [33] Cap. I, pág. 26.

tenemos un número negativo  $c/2m$  fuera del radical y el valor de la raíz es menor que  $c/2m$  se deduce que  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  serán números negativos dados por la (4-68) y (4-69).

Por lo tanto, la solución en "y" será la suma de dos curvas exponenciales negativas.

$$y = Pe^{\lambda_1 t} + Qe^{\lambda_2 t} \quad (4-72)$$

O bien

$$y = e^{-\frac{c}{2m}t} \left( Pe^{\sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \cdot t} + Qe^{-\sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \cdot t} \right) \quad (4-73)$$

Una gráfica de la ecuación (4-73) se muestra en la figura 4-31, donde se observa que el movimiento correspondiente a esta solución *no es vibratorio*. El efecto del amortiguamiento es tan fuerte que cuando el bloque es desplazado y liberado, simplemente regresa a su posición original sin oscilar. Es decir *y* decrece con el tiempo y tiende a cero cuando  $t \rightarrow \infty$ . Este tipo de movimiento frecuentemente también es llamado como movimiento aperiódico.

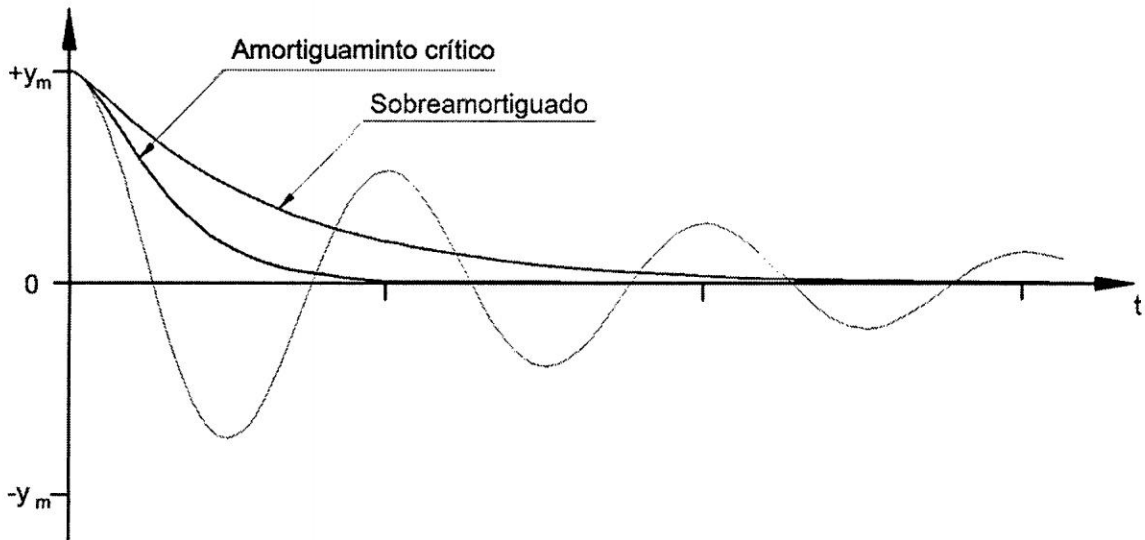


Figura 4-31 Representación gráfica de un movimiento sobre amortiguado y amortiguado críticamente  
 Fuente: [5] Cap. XIII, Pag. 249, Figura 29.

Las curvas que representan los desplazamientos de sistemas sobre amortiguados son similares a la curva del sistema con amortiguación crítica, pero el sobre amortiguado requiere más tiempo para que la partícula regrese a su posición de equilibrio (esto ocurre a medida que aumenta el amortiguamiento).

2) **Sistema amortiguado críticamente.** Para este caso observamos que cuando  $\left(\frac{c}{2m}\right)^2 = \frac{k}{m}$  o también  $c = c_c$ , el valor radical de  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  vale cero y  $\lambda_1 = \lambda_2 = -\frac{c}{2m} = -w_n$ . En este caso, la solución de la ecuación diferencial (4-62)

$$y = Pe^{\lambda_1 t} + Qte^{\lambda_1 t} \tag{4-74}$$

$$y = e^{-\frac{c}{2m}t}(P + Qt) \tag{4-75}$$

$$y = e^{-w_n t}(P + Qt) \tag{4-76}$$

Donde  $c$  tiene el mínimo valor necesario para que el sistema no vibre. Este movimiento también es aperiódico. El desplazamiento tiende a cero cuando  $t \rightarrow \infty$ . Una grafica representativa del amortiguamiento critico se muestra en la figura 4-29 para el mismo desplazamiento lineal.

3) **Sistema subamortiguado.** cuando  $\left(\frac{c}{2m}\right)^2 < \frac{k}{m}$  o también  $c < c_c$ , el valor radical de  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  son números complejos, y las (4-68) y (4-69) pueden escribirse de nuevo como sigue:

$$\lambda_1 = -\frac{c}{2m} + i \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{c}{2m}\right)^2} \quad (4-77)$$

$$\lambda_2 = -\frac{c}{2m} - i \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{c}{2m}\right)^2} \quad (4-78)$$

Donde  $i = \sqrt{-1}$ ,

Además la constante  $w_{n.a}$  se llama frecuencia natural amortiguada del sistema

Esta constante tiene un valor de:

$$w_{n.a} = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{c}{2m}\right)^2} \quad (4-79)$$

Sabemos que  $c_c = 2mw_n$

$$w_{n.a} = w_n \sqrt{1 - \left(\frac{c}{c_c}\right)^2} \quad (4-80)$$

Tomándose la solución general de la (4-70) obtenemos

$$y = P e^{-\frac{c}{2m}t + iw_{n.a}t} + Q e^{-\frac{c}{2m}t - iw_{n.a}t} \quad (4-81)$$

$$y = e^{-\frac{c}{2m}t} (P e^{iw_{n.a}t} + Q e^{-iw_{n.a}t}) \quad (4-82)$$

Si  $e^{iw_{n.a}t}$  y  $e^{-iw_{n.a}t}$  se desarrollan en la serie de *Maclaurin* y se comparan con un desarrollo en serie de *sen* ( $w_{n.a}t$ ) y *cos* ( $w_{n.a}t$ ) se halla.

$$e^{iw_{n.a}t} = \cos(w_{n.a}t) + i \operatorname{sen}(w_{n.a}t) \quad (4-83)$$

$$e^{-iw_{n.a}t} = \cos(w_{n.a}t) - i \operatorname{sen}(w_{n.a}t) \quad (4-84)$$

Entonces la ecuación (4-82)

$$y = e^{-\frac{c}{2m}t} [P \cos(w_{n.a}t) + i P \operatorname{sen}(w_{n.a}t) + Q \cos(w_{n.a}t) - i Q \operatorname{sen}(w_{n.a}t)]$$

$$y = e^{-\frac{c}{2m}t} [(P + Q) \cos(w_{n.a}t) + (P - Q) i \operatorname{sen}(w_{n.a}t)] \quad (4-85)$$

$$(P + Q) = C_1 \quad (4-86)$$

$$(P - Q) i = C_2 \quad (4-87)$$

$$y = e^{-\frac{c}{2m}t} [C_1 \cos(w_{n.a}t) + C_2 \operatorname{sen}(w_{n.a}t)] \quad (4-88)$$

Donde  $C_1$  y  $C_2$  se determinan de las condiciones iniciales de cada problema específico. Nótese que la (4-88) puede escribirse de nuevo, como se hizo previamente en el caso no amortiguado, en la siguiente forma.

$$y = e^{-\frac{c}{2m}t} \sqrt{C_1^2 + C_2^2} \operatorname{sen}(w_{n.a}t + \alpha) \quad (4-89)$$

$$y_{m.a} = \sqrt{C_1^2 + C_2^2} \quad (4-90)$$

Tomando referencia a la figura 4-28 demostramos la ecuación (4-63)

$$y = y_{m.a} e^{\lambda t} \operatorname{sen}(w_{n.a}t + \alpha) \quad (4-91)$$

Donde  $\alpha$  se define por la relación.

$$\tan \alpha = \frac{C_1}{C_2} \quad (4-92)$$

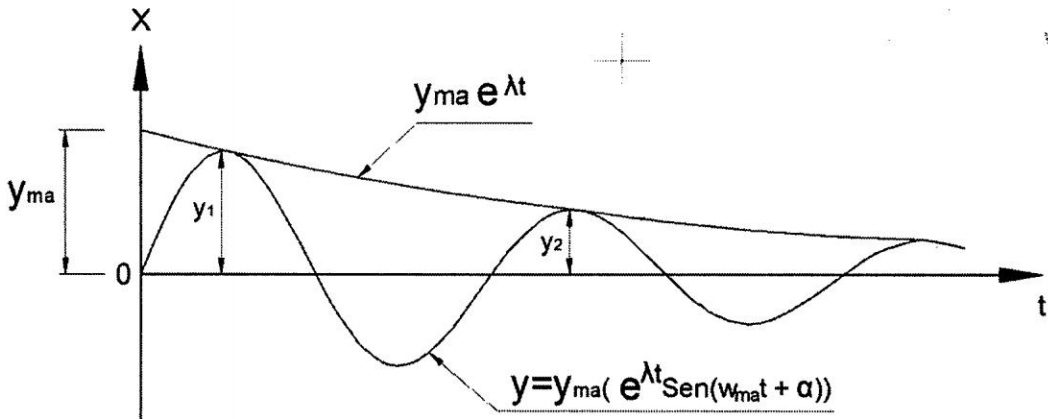


Figura 4-32 Representación grafica de un movimiento subamortiguado. El límite inicial de movimiento  $y_{m.a}$  disminuye con cada ciclo de vibración  
Fuente: [33] Cap. II Pag. 30, Figura 2-3.

La gráfica de la ecuación (4-89) ó (4-91) está en la figura 4-32 y se ve que es una oscilación armónica, cuya amplitud está modelada por el término exponencial negativo, por ello la amplitud de vibración no se mantiene constante durante el movimiento, sino que decrece en los ciclos sucesivos; no obstante, las oscilaciones ocurren en intervalos iguales de tiempo. Este intervalo de tiempo se llama *periodo de vibración con amortiguación*,  $T_{n.a}$ , por lo tanto . El periodo o tiempo requerido para un ciclo está dado por:

$$T_{n.a} = \frac{2\pi}{w_{n.a}} = \frac{2\pi}{w_n \sqrt{1 - (\frac{c}{c_c})^2}} \quad (4-93)$$

El valor del coeficiente de amortiguación en estructuras reales es considerablemente menor que el coeficiente critico de amortiguación; generalmente fluctúa entre el 2% y el 20% del valor crítico. Sustituyendo este valor máximo<sup>77</sup>

$\frac{c}{c_c} = 0.20$  en la (4-80) da:

---

<sup>77</sup>  $c/c_c$  llamada también como razón de amortiguamiento.

$$w_{n.a} = 0.98 w_n \quad (4-94)$$

De este resultado se puede observar que la frecuencia de vibración de un sistema con un coeficiente de amortiguación tan alto como el 20% de la amortiguación crítica, es prácticamente igual a la frecuencia natural de un sistema sin amortiguación. Por esta razón, en la práctica, la frecuencia natural de un sistema con amortiguación se considera igual a la frecuencia calculada en el sistema sin amortiguación.

Como  $w_{n.a} < w_n$  (4-80), el periodo de vibración amortiguada,  $T_{n.a}$  será mayor que el de la vibración libre,  $T_n = \frac{2\pi}{w_n}$

La frecuencia en ciclo por segundo es

$$f_{n.a} = \frac{w_{n.a}}{2\pi} \quad (4-95)$$

Haremos dos observaciones de interés en la ecuación de la frecuencia.

1. Es independiente de las condiciones iniciales y de ahí que es un invariante para cualquier sistema particular.
2. Es menor que la frecuencia natural para el mismo sistema sin amortiguamiento.

#### 4.2.4.2.1.- Decremento logarítmico.

Un método práctico para determinar *experimentalmente* el coeficiente de amortiguamiento  $c$  de un sistema consiste en:

1. iniciar su vibración libre,
2. obtener una representación gráfica del movimiento vibratorio y
3. medir la proporción en que decrece la amplitud del movimiento.

Esta proporción puede ser expresada, convenientemente, por el decremento logarítmico  $\delta$ , que se define como el logaritmo natural de la razón de dos amplitudes máximas consecutivas  $y_1$  y  $y_2$  (4-89) en vibración libre, o sea:

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{e^{-\frac{c}{2m}t} \left[ \sqrt{C_1^2 + C_2^2} \operatorname{sen}(w_{n.a}t + \alpha) \right]}{e^{-\frac{c}{2m}\left(t + \frac{2\pi}{w_{n.a}}\right)} \left[ \sqrt{C_1^2 + C_2^2} \operatorname{sen}\left(w_{n.a}\left(t + \frac{2\pi}{w_{n.a}}\right) + \alpha\right) \right]} \quad (4-96)$$

Si comparamos la relación de las amplitudes sucesivas cuando la vibración del bloque hace un ciclo completo.

$$\operatorname{sen}(w_{n.a}t + \alpha) = \operatorname{sen}\left(w_{n.a}\left(t + \frac{2\pi}{w_{n.a}}\right) + \alpha\right) \quad (4-97)$$

Se deduce que

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{e^{-\frac{c}{2m}t}}{e^{-\frac{c}{2m}\left(t + \frac{2\pi}{w_{n.a}}\right)}} = e^{\frac{c\pi}{mw_{n.a}}} \quad (4-98)$$

Si se toman logaritmos naturales en cada miembro de la (4-98) y teniéndose en cuenta la (4-71) obtenemos

$$\delta = \operatorname{Log} \frac{y_1}{y_2} = \frac{c\pi}{mw_{n.a}} \quad (4-99)$$

$$\delta = \frac{2\pi \frac{c}{c_c}}{\sqrt{1 - \left(\frac{c}{c_c}\right)^2}} \quad (4-100)$$

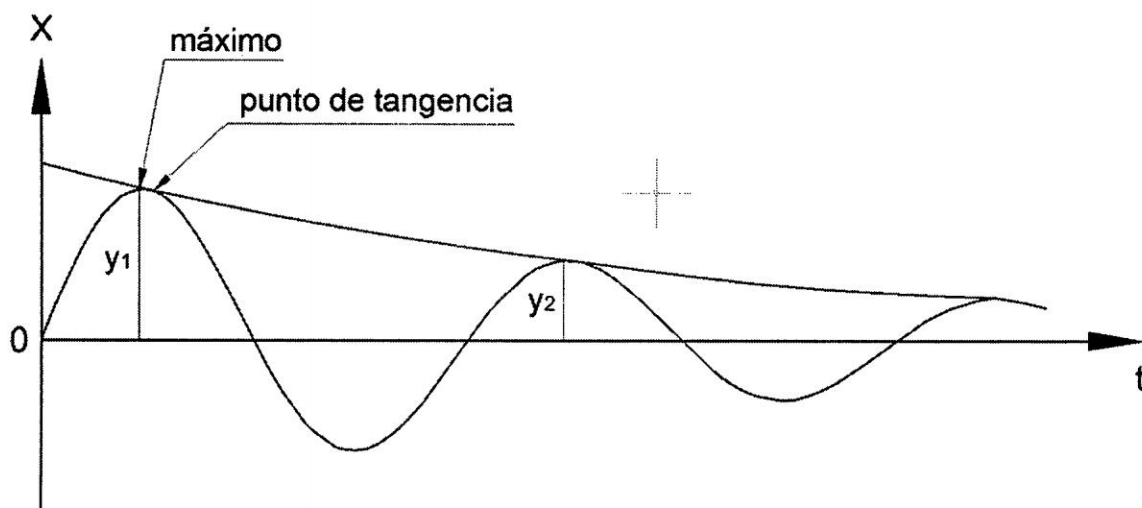


Figura 4-33 Amplitudes máximas y los desplazamientos en los puntos de tangencia con la envolvente

Fuente: [33] Cap II, Pag 31, Figura 2-4.

Al logaritmo de la relación de dos amplitudes sucesivas se le da el nombre de decremento logarítmico. Los valores experimentales de  $\zeta$  para un sistema dado se pueden determinar a partir de la (4-99) ó (4-100), comparando la relación de dos amplitudes sucesivas. Las amplitudes  $y_1$  y  $y_2$  cae sobre puntos de la curva exponencial en la (4-89) cuando  $\text{sen}(w_a t + \alpha) = \text{valor unitario}$  entonces  $y = y_{m.a} e^{-\frac{c}{2m}t}$ , como se muestra en la figura 4-33. Estos puntos se acercan, pero no coinciden exactamente con los puntos máximos del movimiento oscilatorio. Los puntos de la curva exponencial aparecen ligeramente a la derecha de los puntos de amplitud máxima. En la práctica, en la mayoría de los casos esta discrepancia es insignificante y por lo tanto los puntos de la curva  $y = y_{m.a} e^{-\frac{c}{2m}t}$ , pueden aceptarse como coincidentes con los puntos de amplitud máxima. De manera que podemos escribir, para dos amplitudes máximos consecutivos,  $y_1$  en el instante  $t$  y  $y_2$   $T_{n.a}$  segundos después.

Como se puede ver la razón de amortiguación  $\frac{c}{c_c}$  puede ser calculada a partir de la (4-99) ó (4-100) después de haber determinado experimentalmente dos amplitudes máximas del movimiento vibratorio libre del sistema.

**4.2.4.2.2.- Pérdida de energía por ciclo.**

El decremento logarítmico se puede utilizar para estimar la pérdida de energía por ciclo. Cuando la masa está en la amplitud  $y_1$ , la energía cinética es cero y la energía potencial está dada por

$$E_1 = \frac{ky_1^2}{2} \tag{4-101}$$

Después de un ciclo, cuando la amplitud de  $y_2$ , entonces la energía esta dada por

$$E_2 = \frac{ky_2^2}{2} \tag{4-102}$$

El cambio de energía se expresa como

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \frac{K}{2}(y_2^2 - y_1^2) \tag{4-103}$$

La (4-103) se puede escribir de nuevo como sigue.

$$\Delta E = -\frac{K}{2}y_2^2 \left( \frac{y_1^2}{y_2^2} - 1 \right) \tag{4-104}$$

Admitiendo que  $\frac{y_1}{y_2}$  es igual a  $e^{\frac{c\pi}{m\omega n.a}}$ , (4-98) entonces se deduce que

$$\Delta E = -\frac{K}{2}y_2^2 \left( e^{\frac{c\pi}{m\omega n.a}} - 1 \right) \tag{4-105}$$

Desarrollando  $e^x$  en serie de Maclaurin, obtenemos

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots \tag{4-106}$$

Si  $c$  es pequeña bastarán dos términos de la serie y la (4-105) llega a ser

$$\Delta E = -\frac{K}{2} y_2^2 \left( \frac{2c\pi}{m\omega_{n.a}} \right) = -k y_2^2 \left( \frac{c\pi}{m\omega_{n.a}} \right) \quad (4-107)$$

#### 4.2.4.3.- Vibraciones forzadas con amortiguamiento

En nuestras consideraciones sobre las oscilaciones de un sistema con un solo grado de libertad y con amortiguamiento viscoso, encontramos que la energía era disipada por el amortiguador y la amplitud de la vibración disminuía con el tiempo. Sin embargo, si proporcionamos una fuente de energía externa, podemos mantener las oscilaciones con una amplitud constante.

Estas vibraciones aplicaremos a los siguientes casos

*Primer caso:* cuando la fuerza periódica actúa sobre la estructura.

*Segundo caso:* cuando la estructura está unido elásticamente al suelo por medio del cimentado, que pueden ser afectadas por el movimiento alternativo periódico del terreno, debido a acciones dinámicas del subsuelo.

##### 4.2.4.3.1.- Fuerza periódica en los elementos de la estructura

La masa y el resorte mostrado en la figura 4-34 representan la característica vibratoria del sistema sometido a una fuerza periódica permanente  $F$  de módulo  $F = F_B \text{sen}(w_B t)$ . Esta fuerza tiene una amplitud de  $F_B$  y frecuencia angular forzada  $w_B$ .

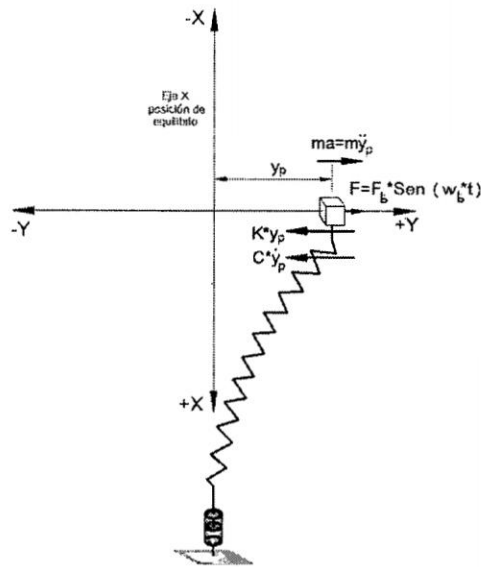


Figura 4-34 Modelo Matemático de un movimiento amortiguado cuando la fuerza externa actúa en los elementos de la estructura  
Fuente: Propio del Autor

Esta fuerza puede ser una fuerza externa inercial aplicada al cuerpo o una fuerza centrífuga producida por la rotación de alguna parte no equilibrada del cuerpo.

El diagrama de cuerpo libre para el bloque cuando está desplazado una distancia  $y$  desde su posición de equilibrio como se muestra en la figura 4-34 y aplicándose la ecuación de movimiento resulta:

$$+\rightarrow \Sigma F = ma_y$$

$$F_b \text{ sen}(w_b t) - c\dot{y}_p - ky_p = m\ddot{y}_p \quad (4-108)$$

$$m\ddot{y}_p + c\dot{y}_p + ky_p = F_b \text{ sen}(w_b t) \quad (4-109)$$

#### 4.2.4.3.2.- Desplazamiento periódico del cimiento de la estructura

Las vibraciones forzadas también pueden originarse a partir de la excitación periódica del soporte de un sistema; Consideremos el modelo de la figura 4-35(a) que representa la vibración periódica de una masa que es causada por el movimiento armónico  $\delta_p = \delta_f \text{ sen}(w_f t)$  del soporte

Donde el desplazamiento  $y$  de la masa es medido desde la posición de equilibrio estático de la masa; correspondientemente cuando  $w_b t = 0$ , esto es, cuando la línea radial  $OA$  coincide con  $OB$  figura 4-35(a). Por ello la aceleración de la masa es  $(a_y = \ddot{y}_p)$  consecuentemente la fuerza inercial en la masa es  $(ma_y = m\ddot{y}_p)$ .

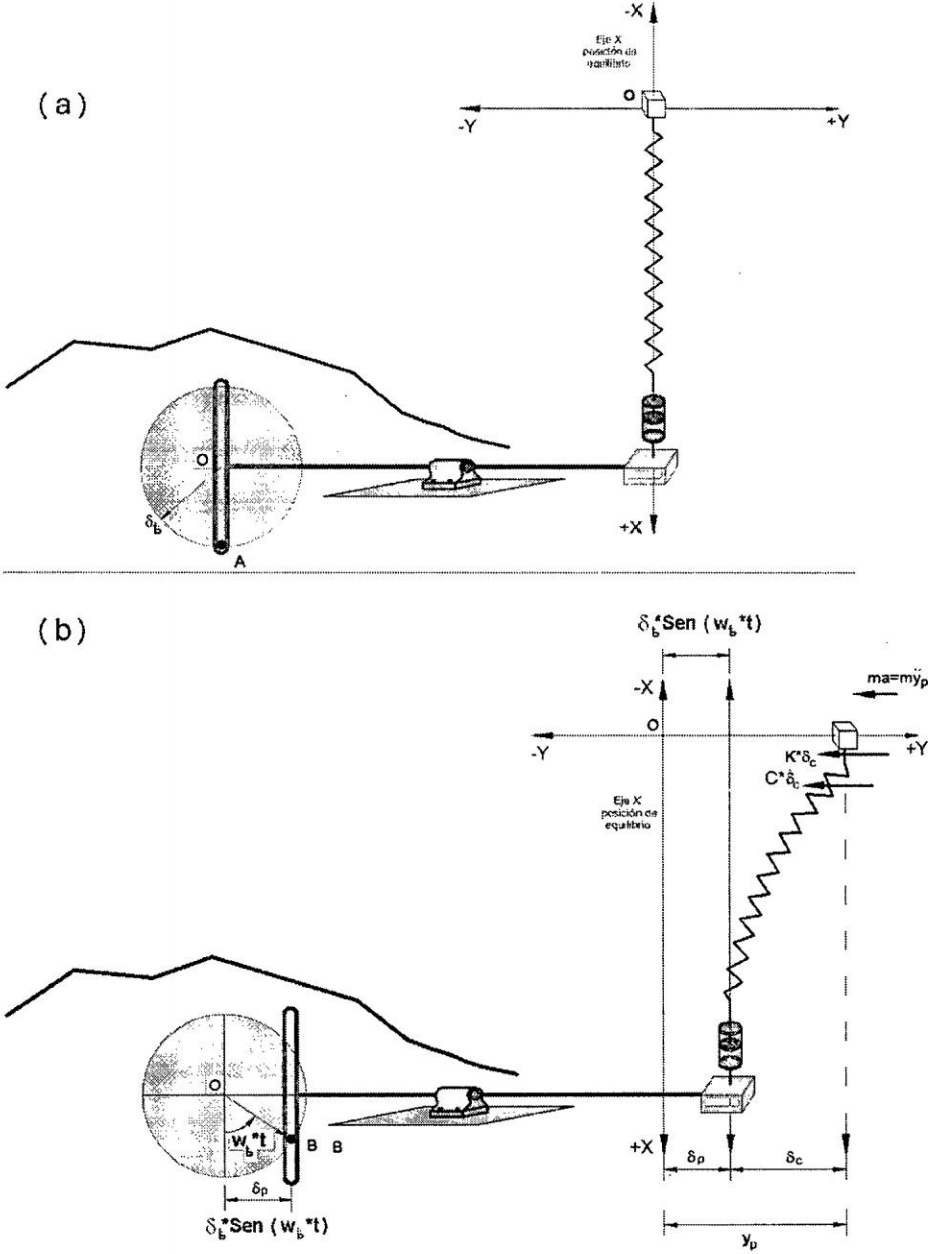


Figura 4-35 Modelo matemático de un movimiento amortiguado cuando la base de fundación de la estructura experimenta un desplazamiento.  
Fuente: Propio del Autor

De la figura 4-35(b) por analogía planteamos que:

$\delta_c$  Es la medida de deformación propiamente del resorte.

$\delta_p = \delta_b \text{sen}(w_b t)$  Es la medida de desplazamiento del soporte.

Entonces el desplazamiento total  $y$  de la masa  $m$  es:

$$y_p = \delta_p + \delta_c$$

Donde la elongación total propiamente del resorte a tiempo  $t$  es:

$$\delta_c = y_p - \delta_b \text{sen}(w_b t) \quad (4-110)$$

En este caso, en el diagrama de cuerpo libre para el bloque en una posición desplazada a tiempo  $t$  figura 4-35(b) la ecuación de movimiento resulta.

$$m\ddot{y}_p + k(\delta_c) + c(\dot{\delta}_c) = 0$$

Derivando (4-110) y remplazándose en esta última ecuación resulta:

$$-k(y_p - \delta_b \text{sen}(w_b t)) - c(\dot{y}_p - \delta_b w_b \cos(w_b t)) = m\ddot{y}_p$$

$$-ky_p + k\delta_b \text{sen}(w_b t) - c\dot{y}_p + c\delta_b w_b \cos(w_b t) = m\ddot{y}_p$$

Entonces:

$$m\ddot{y}_p + c\dot{y}_p + ky_p = k\delta_b \text{sen}(w_b t) + c\delta_b w_b \cos(w_b t) \quad (4-111)$$

#### 4.2.4.3.3.- Solución complementaria y solución particular

El movimiento de vibraciones amortiguadas forzadas a lo largo de una línea recta puede representarse mediante la proyección de un movimiento relativo de la masa  $M$  respecto al punto  $N$  (figura 4-36) bajo las siguientes soluciones.

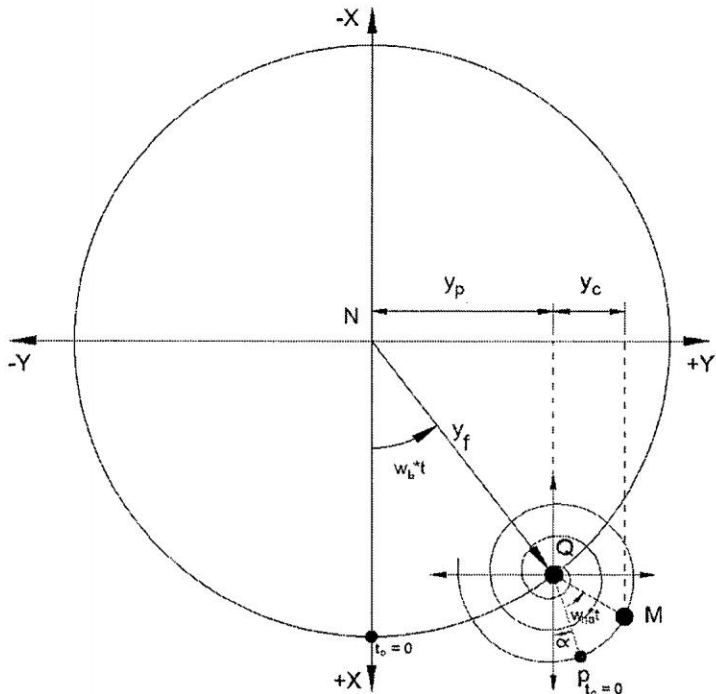


Figura 4-36 Representación de la solución complementaria y solución particular  
Fuente: Propio del Autor

**4.2.4.3.3.1.- Solución complementaria**

La masa *M* gira respecto al punto *Q* con su frecuencia natural amortiguada *w<sub>n.a</sub>*, en una trayectoria de espiral logarítmica bajo el efecto de la amortiguación, la solución *y<sub>c</sub>* del movimiento de *M* respecto al punto *Q* en dirección horizontal sería representado por la (4-88), (4-89) ó (4-91) que define la vibración amortiguada libre del cuerpo; para cumplir ello el término derecho de la ecuación (4-109) es igual a cero. *y<sub>c</sub>* denominado como solución complementaria.

$$y_c = e^{-\frac{c}{2m}t} [C_1 \cos(w_{n.a}t) + C_2 \text{sen}(w_{n.a}t)] \tag{4-112}$$

**4.2.4.3.3.2.- Solución particular**

El punto *Q* gira respecto al punto *N* con frecuencia angular *w<sub>b</sub>* proveniente de la fuerza externa *F<sub>b</sub>sen(w<sub>b</sub>t)*, y debido a la que ésta fuerza es

permanente sobre el sistema<sup>78</sup>, produce una amplitud elástica  $y_p$  para que el punto  $Q$  oscile horizontalmente, ésta vibración elástica lineal se puede representar como un movimiento circular uniforme con radio  $y_B$  como se muestra en la figura 4-36; donde  $y_p$  denominado solución particular se puede expresar en función de las condiciones iniciales  $G$  y  $H$ .

$$y_p = G \text{sen}(w_B t) + H \text{cos}(w_B t) \quad (4-113)$$

En la solución particular  $y_p$ , para calcular las condiciones iniciales  $G$  y  $H$  en función de la fuerza externa  $F_B \text{sen}(w_B t)$

La ecuación (4-113) derivamos y reemplazamos en la (4-109)

$$y_p = G \text{sen}(w_B t) + H \text{cos}(w_B t)$$

$$\dot{y}_p = G w_B \text{cos}(w_B t) - H w_B \text{sen}(w_B t)$$

$$\ddot{y}_p = -G w_B^2 \text{sen}(w_B t) - H w_B^2 \text{cos}(w_B t)$$

$$m[-G w_B^2 \text{sen}(w_B t) - H w_B^2 \text{cos}(w_B t)] + c[G w_B \text{cos}(w_B t) - H w_B \text{sen}(w_B t)] + k[G \text{sen}(w_B t) + H \text{cos}(w_B t)] = F_B \text{sen}(w_B t) \quad (4-114)$$

$$[-G m w_B^2 - H c w_B + k G] \text{sen}(w_B t) + [-H m w_B^2 + G c w_B + H k] \text{cos}(w_B t) = F_B \text{sen}(w_B t) \quad (4-115)$$

Como esta ecuación (4-115) es válida en todo momento, los coeficientes constantes de  $\text{sen}(w_B t)$  y  $\text{cos}(w_B t)$  pueden ser igualados; esto es,

$$-G m w_B^2 - H c w_B + k G = F_0 \Leftrightarrow G(k - m w_B^2) + H(-c w_B) = F_B \quad (4-116)$$

---

<sup>78</sup> Esta fuerza externa puede ser debido al desplazamiento de la base de fundación del sistema ó una fuerza lateral actuando sobre los elementos masa del sistema

$$-Hmw_b^2 + Gcw_b + Hk = 0 \Rightarrow G(cw_b) + H(k - mw_b^2) = 0 \quad (4-117)$$

Resolviendo las ecuaciones simultaneas.

$$G = \frac{F_b(k - mw_b^2)}{(k - mw_b^2)^2 + (cw_b)^2} \quad (4-118)$$

$$H = \frac{-F_b cw_b}{(k - mw_b^2)^2 + (cw_b)^2} \quad (4-119)$$

Nótese que  $H$  en función de la fuerza externa es negativa mediante la ecuación (4-119), consecuentemente  $H$  se dibuja como se muestra en la figura 4-37, entonces la solución particular  $y_p$  se puede escribir de nuevo como.

$$y_p = y_b \text{ sen}(w_b t - \varphi) \quad (4-120)$$

$\varphi$  Es el ángulo que representa la diferencia de fase entre la fuerza aplicada y la vibración resultante de estado estable del sistema amortiguado.

Además:

$$y_b = \sqrt{G^2 + H^2} \quad (4-121)$$

De la figura 4-37 y teniendo en cuenta la (4-71)

$$\tan \varphi = -\frac{H}{G} = \frac{cw_b}{k - mw_b^2} \quad (4-122)$$

$$\tan \varphi = -\frac{H}{G} = \frac{2\frac{w_b c}{w_n c c}}{1 - \left(\frac{w_b}{w_n}\right)^2} \quad (4-123)$$

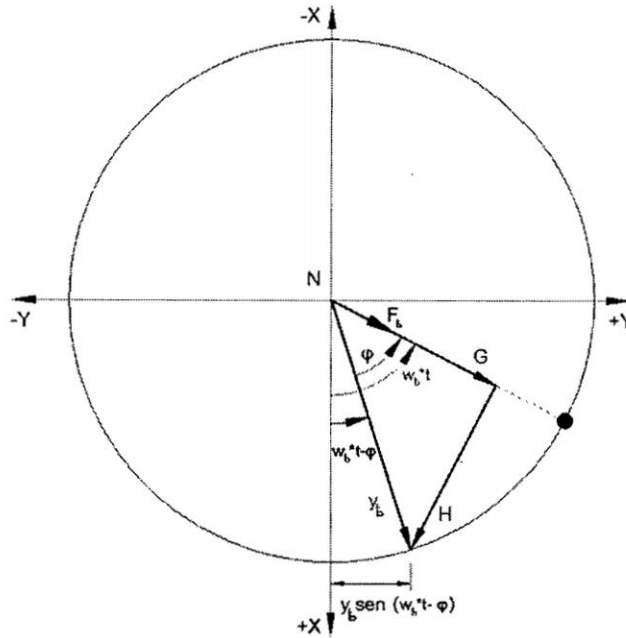


Figura 4-37 Vectores Rotantes de G y H.  
Fuente: Propio del Autor

Se ve que la fuerza  $F$  también puede mostrarse en la misma gráfica y es la proyección de  $F_b$  sobre el eje horizontal. El desplazamiento queda representado por el vector giratorio  $y_b$  que está atrasado respecto de la fuerza con ángulo  $\varphi$ .

$y_b$  Representa la amplitud de la oscilación forzada en términos de las constantes del sistema,

Entonces reemplazando (4-118) y (4-119) en la ecuación (4-121)

$$y_b = \sqrt{\left[ \frac{F_b(k - m\omega_b^2)}{(k - m\omega_b^2)^2 + (c\omega_b)^2} \right]^2 + \left[ \frac{-F_b c\omega_b}{(k - m\omega_b^2)^2 + (c\omega_b)^2} \right]^2}$$

$$y_b = \frac{F_b}{\sqrt{(k - m\omega_b^2)^2 + (c\omega_b)^2}} \tag{4-124}$$

Recordando (4-71)

$$y_b = \frac{\frac{F_b}{k}}{\sqrt{\left[ 1 - \left(\frac{\omega_b}{\omega_n}\right)^2 \right]^2 + \left[ 2\left(\frac{c}{c_c}\right)\left(\frac{\omega_b}{\omega_n}\right) \right]^2}} \tag{4-125}$$

$y_{st} = \frac{F_B}{k}$  Es el alargamiento del resorte bajo una fuerza estática  $F_B$

(4-124) reemplazamos en (4-120) obtenemos

$$y_p = y_B \text{sen}(w_B t - \varphi) = \frac{F_B \text{sen}(w_B t - \varphi)}{\sqrt{(k - mw_B^2)^2 + (cw_B)^2}} \quad (4-126)$$

#### 4.2.4.3.4.- Solución general para el movimiento amortiguado forzado

✦ La *solución general* para  $y$  donde el amortiguamiento es menor que el crítico es decir cuando  $\left(\frac{c}{2m}\right)^2 < \frac{k}{m}$  o también  $c < c_c$  esta dado por la suma de la solución complementaria  $y_c$  (4-112) mas la solución particular  $y_p$  (4-126).

$$y = y_c + y_p$$

$$y = e^{-\frac{c}{2m}t} [\mathbb{C}_1 \cos(w_{n.a}t) + \mathbb{C}_2 \text{sen}(w_{n.a}t)] + y_B \text{sen}(w_B t - \varphi) \quad (4-127)$$

Entonces (4-126) en (4-127)

$$y = e^{-\frac{c}{2m}t} [\mathbb{C}_1 \cos(w_{n.a}t) + \mathbb{C}_2 \text{sen}(w_{n.a}t)] + \frac{F_B \text{sen}(w_B t - \varphi)}{\sqrt{(k - mw_B^2)^2 + (cw_B)^2}} \quad (4-128)$$

*Debe advertirse que las constantes de integración  $\mathbb{C}_1$  y  $\mathbb{C}_2$  deben ser calculadas a partir de las condiciones iniciales usando la respuesta total dada por la (4-128) y no sólo el componente transitorio dado por la (4-88) ó (4-112).*

Para demostrar la solución general de la ecuación diferencial lineal no homogénea (4-128) observemos la figura 4-38 donde se demuestra con claridad que un sistema de este tipo efectúe uno de los movimientos armónicos forzados con amortiguación. Con una posible trayectoria complicada de expresión senoidal,

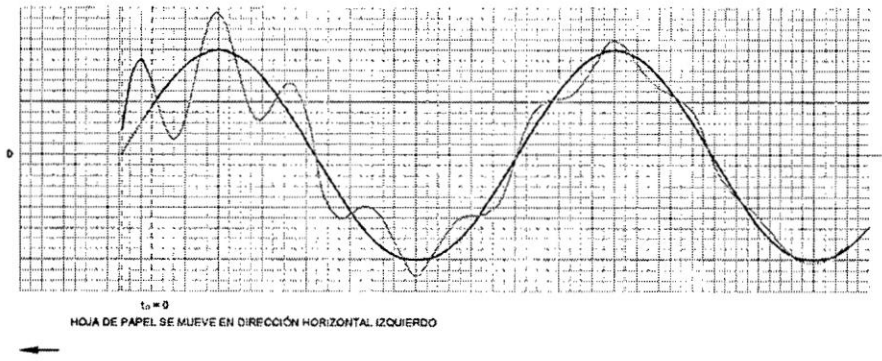


Figura 4-38 Gráfico de la solución particular y solución complementaria.  $\frac{w}{w_n} = 0.2, \xi = 0.05$ .  
Fuente: Propio del Autor

Examinando el componente transitorio de la respuesta, puede verse que la presencia del factor exponencial  $e^{-\frac{c}{2m}t}$  hará que esta componente desaparezca con el tiempo dejando solamente el movimiento permanente que esta dado por la (4-126)

Para propósitos prácticos, la solución transitoria se hace cero en un cierto tiempo finito. Considerando solamente la solución particular dada por la (4-120), regresaremos a la (4-109) que es una *ecuación de fuerzas que expresaremos ahora como un conjunto de vectores giratorios*. Primero pasaremos todos los términos del primer miembro al segundo.

$$0 = F_B \text{sen}(w_B t) - m\ddot{y}_p - c\dot{y}_p - ky_p \quad (4-129)$$

Derivando la (4-120), obtenemos

$$y_p = y_B \text{sen}(w_B t - \varphi)$$

$$\dot{y}_p = w_B y_B \cos(w_B t - \varphi)$$

$$\ddot{y}_p = -w_B^2 y_B \text{sen}(w_B t - \varphi)$$

Entonces los términos de la (4-129) se pueden escribir.

$$-m\ddot{y}_p = my_B w_B^2 \text{sen}(w_B t - \varphi) \quad \text{Fuerza de inercia} \quad (4-130)$$

$$-c\dot{y}_p = -cy_B w_B \cos(w_B t - \varphi) \quad \text{Fuerza de amortiguamiento} \quad (4-131)$$

$$-ky_p = -ky_b \text{sen}(w_b t - \varphi) \quad \text{Fuerza de resorte} \quad (4-132)$$

$$F_b \text{sen}(w_b t) \quad \text{Fuerza exterior periódico permanente} \quad (4-133)$$

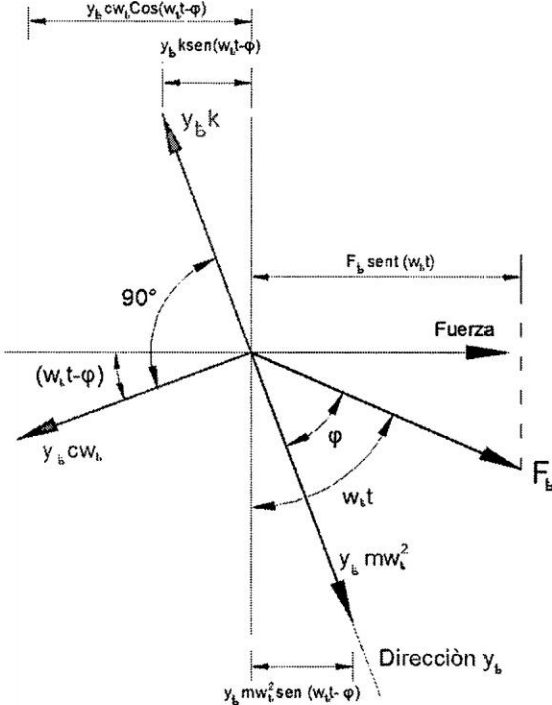


Figura 4-39 Vectores rotantes de la solución particular  
Fuente: Propio del Autor

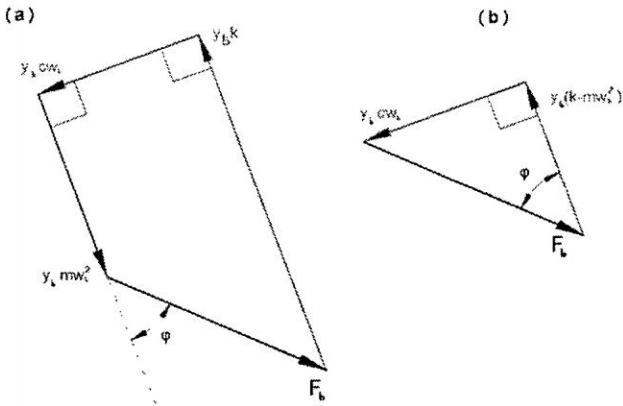


Figura 4-40 Sistema de Fuerzas concurrentes de la solución particular  
Fuente: Propio del Autor

Todas las fuerzas que existen en la (4-129) se representan en la figura 4-39 por un conjunto de vectores giratorios, satisfaciendo para todos los valores de  $w_b t$ , se

pueden considerar las fuerzas de la figura 4-39 como un sistema de fuerzas concurrentes en equilibrio girando con *velocidad angular constante*  $w_B$ . Entonces se puede dibujar un polígono de fuerzas que debe cerrarse, como se ve en la figura 4-40(a).

Si combinamos los términos colineales  $ky_B$  y  $my_B w_B^2$  como se muestra en la figura 4-40(b), se ve que

$$y_B = \frac{F_B}{\sqrt{(k-mw_B^2)^2 + (cw_B)^2}} \quad (4-134)$$

De la ecuación (4-122)

$$\tan \varphi = \frac{cw_B}{(k-mw_B^2)} \quad (4-135)$$

Concuerdan con la solución anterior.

De los diagramas vectoriales se pueden sacar las siguientes conclusiones:

- 1) El desplazamiento está atrasado de la fuerza un ángulo  $\varphi$  figura 4-39
- 2) Si el término  $my_B w_B^2$  es pequeño comparado con  $ky_B$ , el ángulo  $\varphi$  es pequeño (es decir se aproxima a cero) figura 4-40(a).
- 3) Si el término  $my_B w_B^2$  es grande comparado con  $ky_B$ , el ángulo  $\varphi$  es grande (es decir se aproxima a  $180^\circ$ ) figura 4-40(a).
- 4) El ángulo  $\varphi$  está limitado a los valores comprendidos entre  $0^\circ$  y  $180^\circ$  porque la componente de  $F_B$  normal a la dirección  $y_B$  debe ser igual a  $cy_B w_B$  (la fuerza de amortiguamiento) pero de sentido opuesto figura 4-39.

Regresando a la (4-134) y dividiendo el numerador y el denominador entre  $k$  obtenemos la misma (4-125)

$$y_b = \frac{\frac{F_b}{k}}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{w_b}{w_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\left(\frac{c}{c_c}\right)\left(\frac{w_b}{w_n}\right)\right]^2}}$$

$y_{st} = \frac{F_b}{k}$  Es el alargamiento del resorte bajo una fuerza estática  $F_b$

El *factor de amplificación*  $FA = \frac{y_b}{\frac{F_b}{k}} = \frac{y_b}{y_{st}}$  fue definido en la (secc 4.2.3.3) como la razón de la amplitud de la deflexión causada por la vibración forzada a la deflexión causada por una fuerza estática  $F_b$ . A partir de la (4-120), la vibración forzada tiene una amplitud de  $y_b$ ; entonces.<sup>79</sup>

$$FA = \frac{y_b}{\frac{F_b}{k}} = \frac{y_b}{y_{st}} = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{w_b}{w_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\left(\frac{c}{c_c}\right)\left(\frac{w_b}{w_n}\right)\right]^2}} \quad (4-136)$$

De igual manera, para  $\varphi$  obtenemos

$$\varphi = \tan^{-1} \left[ \frac{2\left(\frac{c}{c_c}\right)\left(\frac{w_b}{w_n}\right)}{1 - \left(\frac{w_b}{w_n}\right)^2} \right] \quad (4-137)$$

En la ecuación (4-136) se puede observar que la amplificación dinámica  $FA$  varía con la razón de frecuencias  $\frac{w_b}{w_n}$  y con la razón de amortiguación  $\frac{c}{c_c}$ .

El  $FA$  (4-136) está graficado en la figura 4-41 contra la razón de frecuencia  $w_b/w_n$  para varios valores del factor de amortiguamiento  $\frac{c}{c_c}$ . En esta gráfica se puede ver que la amplificación de la amplitud aumenta conforme el factor de

<sup>79</sup> La razón entre la amplitud del componente particular permanente  $y_p$  (4-120), (4-126) y la deformación estática  $F_b/k$  definida anteriormente, se conoce con el nombre de Factor de Amplificación Dinámica  $FA$ . Véase referencia [33] Cap. 3 pag. 43.

amortiguamiento disminuye. La resonancia ocurre naturalmente solo cuando el factor de amortiguamiento es cero y la razón de frecuencia es igual a 1.

Observemos que para valores pequeños de  $\frac{c}{c_c}$  las máximas amplitudes ocurren en valores cercanos a  $\frac{w_b}{w_n} = 1$ .

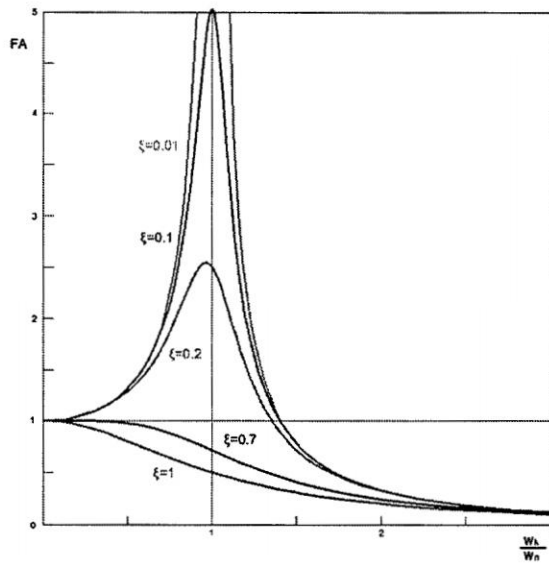


Figura 4-41 Diagrama de relación entre FA con  $\frac{w_b}{w_n}$   
Fuente: [33] Cap III, Pag. 44, Figura 3-3.

En la figura 4-42 que representa a la (4-137) donde el ángulo de fase cambia rápidamente cuando  $\frac{w_b}{w_n}$  se aproxima a 1.

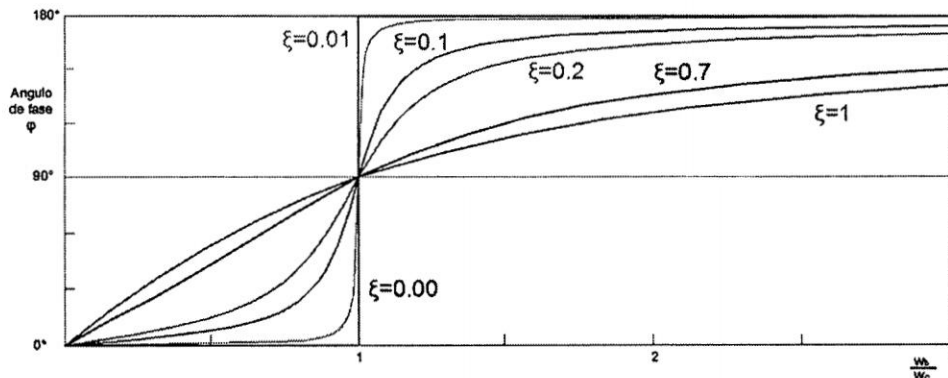


Figura 4-42 diagrama de relación entre el ángulo de fase  $\varphi$  (solución particular) con  $\frac{w_b}{w_n}$   
Fuente: [37] Cap. VI, Pag. 397, Figura 6.17.

Una información adicional se puede obtener examinando el diagrama vectorial de la figura 4-39 para los siguientes casos.

**PRIMER CASO.** Donde  $\frac{w_b}{w_n} \ll 1$ , los términos  $my_b w_b^2$  y  $cy_b w_b$  son pequeños como se ve en la figura 4-43. Por lo tanto  $\varphi$  es pequeño y la fuerza del resorte y la fuerza perturbadora prácticamente están en oposición. Esta observación se comprueba por medio de la (4-123).

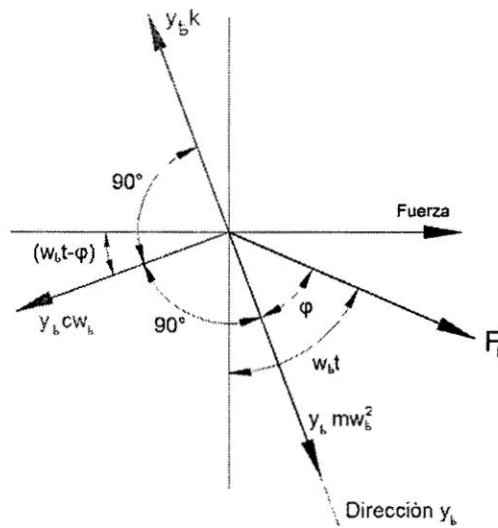


Figura 4-43 Vectores rotantes de la solución particular primer caso.  
Fuente: Propio del Autor

**SEGUNDO CASO.** Donde  $\frac{w_b}{w_n} = 1$ , tenemos el sistema oscilando en su frecuencia natural. De la (4-123), se ve que  $\tan \varphi = \infty$  o sea  $\varphi = 90^\circ$ . Por lo tanto como se muestra en la figura 4-44 tenemos la fuerza perturbadora sobreponiéndose a la fuerza de amortiguamiento cancelando su efecto neto y el sistema oscila con una amplitud  $y_b = \frac{F_b}{c w_b}$ , que está dado por la (4-133) como si no tuvieran presentes la fuerza de amortiguamiento y la perturbadora.

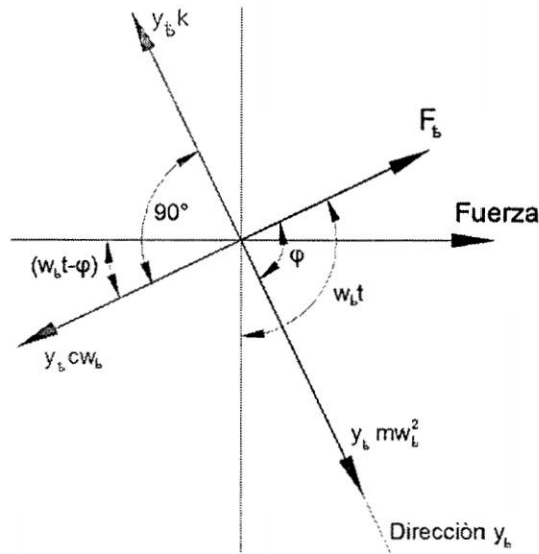


Figura 4-44 Vectores rotantes de la solución particular segundo caso  
Fuente: Propio del Autor

**TERCER CASO.** Donde  $\frac{w_b}{w_n} \gg 1$ , el término  $m y_b w_b^2$  llega a ser mucho mas grande que  $k y_b$ . Por lo tanto, a fin de que se satisfaga la (4-129),  $F_b$  debe tener una componente en la misma dirección que  $k y_b$ . Consecuentemente, el ángulo de fase es mayor de  $90^\circ$  como se ve en la figura 4-45.

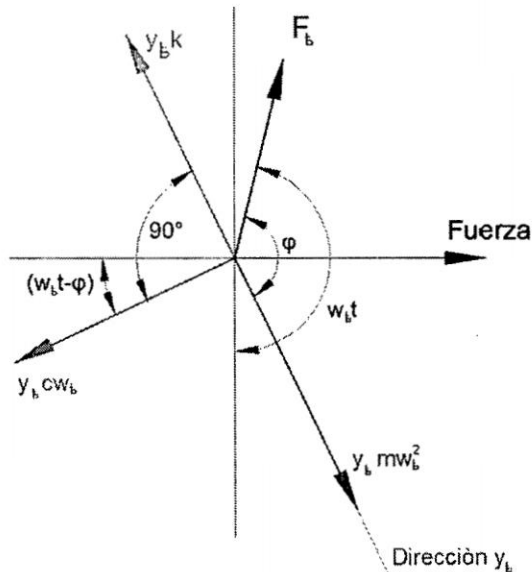


Figura 4-45 Vectores rotantes de la solución particular tercer caso  
Fuente: Propio del Autor

Un caso especial que debe considerarse ocurre cuando no existe amortiguamiento o sea  $\frac{c}{c_c} = 0$ . La (4-136) se reduce a

$$FA = \frac{y_b}{\frac{F_b}{k}} = \frac{y_b}{y_{st}} = \frac{1}{1 - \frac{w_b^2}{w_n^2}} \quad (4-138)$$

Así mismo la (4-137)

$$\tan \varphi = 0 \quad y \quad \varphi = 0^\circ, 180^\circ \quad (4-139)$$

❖ Cuando

$$w_b = w_n, \quad \frac{y_b}{\frac{F_b}{k}} = FA = \infty$$

❖ Cuando

$$\frac{w_b}{w_n} < 1,$$

$$\frac{y_b}{\frac{F_b}{k}} = FA = \text{es positiva},$$

$\varphi = 0^\circ$  y el movimiento esta en fase con la fuerza

❖ Cuando

$$\frac{w_b}{w_n} > 1, \quad \frac{y_b}{\frac{F_b}{k}} = FA = \text{es negativa} \quad (\text{La curva de } FA \text{ contra } \frac{w_b}{w_n} \text{ es discontinua en}$$

$$\frac{w_b}{w_n} = 1), \quad \varphi = 180^\circ \text{ y el movimiento está atrasado respecto de la fuerza en } 180^\circ$$

#### 4.2.5.- Resonancia.

Se define la resonancia como el caso  $w_b = w_n$ . Es importante reconocer que esto produce amplitudes infinitas para sistemas sin amortiguamiento. Sin embargo, si existe amortiguamiento, las amplitudes máximas ocurren para valores de  $\frac{w_b}{w_n} < 1$ , de modo que solamente en el caso no amortiguado hay resonancia y las amplitudes

máximas ocurren para el mismo valor de  $\frac{w_b}{w_n}$ . Si se deriva la (4-136) con respecto a

$\frac{w_b}{w_n}$ . Para determinar en qué valor de  $\frac{w_b}{w_n}$  es máxima  $FA$ , se obtiene.

$$\frac{w_b}{w_n} = \sqrt{1 - 2 \left(\frac{c}{c_c}\right)^2} \quad (4-140)$$

Que es el valor de la relación de frecuencia donde ocurren las amplitudes máximas.

#### 4.2.5.1.- Determinación de la amortiguación en la condición de resonancia.

Hemos visto en la (sección 4.2.4), que la curva de vibración libre permite el cálculo de la amortiguación en un sistema con un grado de libertad. Simplemente calculando el decremento logarítmico, como se indicó en la ec. (4-100). Otra técnica para determinar la amortiguación, que requiere la excitación armónica de la estructura en un intervalo de frecuencias cercano a la frecuencia resonante, está basada en observaciones de la respuesta permanente. Con la aplicación de una fuerza armónica  $F_b \text{sen}(w_b t)$  con valores de la frecuencia  $w_b$  muy poco espaciados, la curva de respuesta de la estructura puede ser representada como la amplitud del desplazamiento en función de la frecuencia aplicada. Una curva típica de respuesta para una estructura moderadamente amortiguada se muestra en la figura 4-46. Puede verse en la (4-136) en condición de resonancia  $w_b = w_n$ , la razón de amortiguación está dada por:

$$\frac{c}{c_c} = \frac{1}{2 FA} \quad (4-141)$$

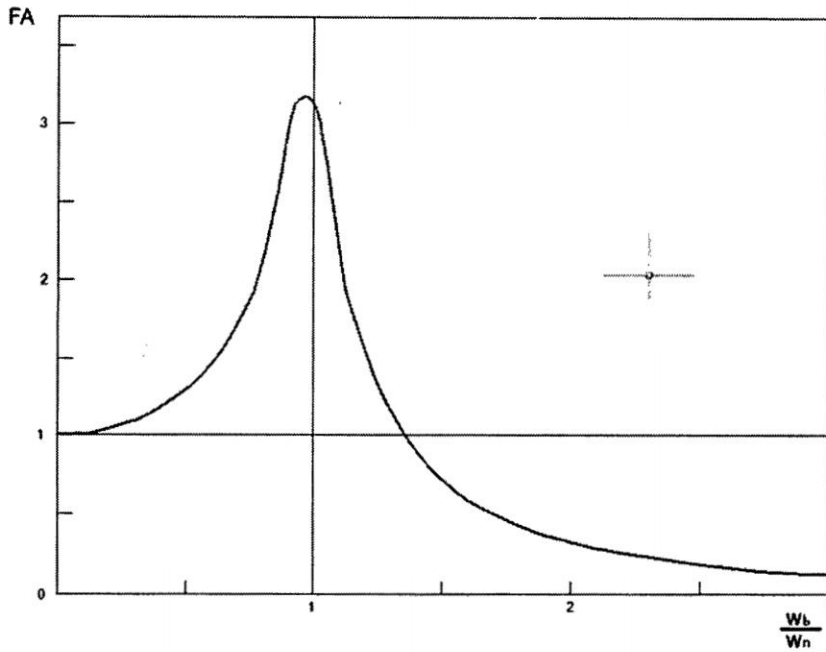


Figura 4-46 Curva de respuesta de frecuencia para un sistema moderadamente amortiguada  
 Fuente: [33] Cap. III, Pag. 50, Figura 3-8.

En la práctica, la razón de amortiguación  $\frac{c}{c_c}$  puede determinarse a partir de la amplificación dinámica calculada para su amplitud máxima  $y_b$

$$\frac{c}{c_c} = \frac{1}{2 (FA)_{max}} \tag{4-142}$$

$$(FA)_{max} = \frac{y_b}{\frac{F_b}{k}} \tag{4-143}$$

El error que se comete al calcular la razón de amortiguación  $\frac{c}{c_c}$  usando la (4-142), no es significativo en estructuras comunes. Este método para determinar la razón de amortiguación requiere solamente un equipo simple para hacer vibrar la estructura en un intervalo de frecuencias que comprenda la frecuencia resonante y un instrumento para medir las amplitudes de desplazamiento; no obstante, el cálculo del desplazamiento estático  $y_{st} = \frac{F_b}{k}$  puede presentar problemas ya que frecuentemente es difícil aplicar una fuerza estática a la estructura.

**4.2.6.- Fuerzas transmitidas y aislamiento.**

**4.2.6.1.- Fuerza transmitida por el movimiento del soporte a la estructura**

Existen muchas situaciones en las que el cimiento o apoyo de la estructura está sujeto a un movimiento que varía con el tiempo. Las estructuras afectadas por el movimiento del terreno debido a temblores u otras excitaciones, como explosiones o acciones dinámicas producidas por equipos mecánicos, son ejemplos en los cuales el movimiento del apoyo debe ser considerado en el análisis dinámico de la estructura.

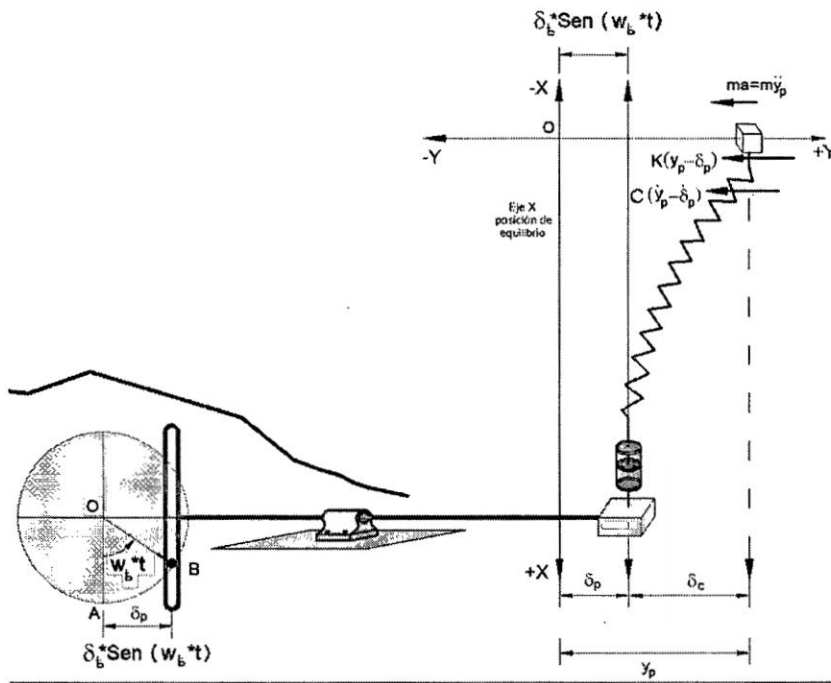


Figura 4-47 Oscilador excitado armónicamente en el soporte y diagrama de cuerpo libre. Incluido la fuerza de inercia

Fuente: Propio del Autor

Consideremos en la figura 4-47 el caso en que el apoyo del oscilador simple que modela la estructura está sujeto a un movimiento armónico dado por la expresión.

$$\delta_p = \delta_b \text{sen}(w_b t) \tag{4-144}$$

Donde  $\delta_b$  es la amplitud máxima y  $w_b$  es la frecuencia del movimiento del soporte. La ecuación diferencial del movimiento se obtiene igualando a cero la suma

de las fuerzas (incluyendo la fuerza de inercia) en el correspondiente diagrama de cuerpo libre mostrado en la figura 4-47(b). la suma de estas fuerzas en dirección horizontal da

$$m\ddot{y}_p + c(\dot{y}_p - \dot{\delta}_p) + k(y_p - \delta_p) = 0 \quad (4-145)$$

La aplicación de la ecuación (4-144) en la (4-145)

$$m\ddot{y}_p + c\dot{y}_p + ky_p = \delta_b [k \text{ sen } (w_b t) + cw_b \text{ cos}(w_b t)] \quad (4-146)$$

La segunda expresión trigonométrica de la ecuación tiene la forma de (4-34) de modo que:

$$\tan \beta = \frac{cw_b}{k} \quad (4-147)$$

$$\text{sen } \beta = \frac{cw_b}{\sqrt{k^2 + (cw_b)^2}} \text{ De donde } cw_b = \sqrt{k^2 + (cw_b)^2} \text{ sen } \beta \quad (4-148)$$

$$\text{cos } \beta = \frac{k}{\sqrt{k^2 + (cw_b)^2}} \text{ De donde } k = \sqrt{k^2 + (cw_b)^2} \text{ cos } \beta \quad (4-149)$$

Entonces (4-148) y (4-149) en (4-146)

$$m\ddot{y}_p + c\dot{y}_p + ky_p = \delta_b \sqrt{k^2 + (cw_b)^2} [\text{cos } \beta \text{ sen } (w_b t) + \text{sen } \beta \text{ cos}(w_b t)]$$

De modo que por identidad trigonométrica de arcos compuestos queda

$$m\ddot{y}_p + c\dot{y}_p + ky_p = \delta_b \sqrt{k^2 + (cw_b)^2} \text{ sen } (w_b t + \beta) \quad (4-150)$$

De (4-150) definiendo la amplitud de la fuerza transmitida por  $F_t$  se deduce

$$F_t = \delta_b \sqrt{k^2 + (cw_b)^2} = \delta_b k \sqrt{1 + \left(2 \frac{c}{c_c} \frac{w_b}{w_n}\right)^2} \quad (4-151)$$

(4-150) en (4-151)

$$m\ddot{y}_p + c\dot{y}_p + ky_p = F_t \text{ sen } (w_b t + \beta) \quad (4-152)$$

Es evidente que la ecuación (4-152) es la ecuación diferencial del oscilador excitado por la fuerza armónica  $F_t \text{ sen } (w_b t + \beta)$  y que es la misma forma que la

ecuación (4-109). Discutida ampliamente en la (sección 4.2.4.3.3.2); Consecuentemente, la solución permanente de (4-152) está dada, como antes, por la ecuación (4-126), excepto por la adición del ángulo  $\beta$  en el argumento de la función seno, o sea, si trabajamos con  $F_t \text{sen}(w_b t + \beta)$  y procesamos como en la (sección 4.2.4.3.3.2), obtendremos.

$$y_p = \frac{F_t \text{sen}(w_b t + \beta - \varphi)}{\sqrt{(k - mw_b^2)^2 + (cw_b)^2}} \quad (4-153)$$

$$y_p = \frac{\frac{F_t}{k} \text{sen}(w_b t + \beta - \varphi)}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{w_b}{w_n}\right)^2\right)^2 + \left(2 \frac{c w_b}{c_c w_n}\right)^2}} \quad (4-154)$$

Y sustituyendo  $F_b$  por el valor dado en la (4-151) resulta

$$\frac{y_p}{\delta_b} = \frac{\sqrt{1 + \left(2 \frac{c w_b}{c_c w_n}\right)^2} \text{sen}(w_b t + \beta - \varphi)}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{w_b}{w_n}\right)^2\right)^2 + \left(2 \frac{c w_b}{c_c w_n}\right)^2}} \quad (4-155)$$

La ecuación (4-155) expresa la transmisión relativa del movimiento del apoyo al oscilador. Este es un problema importante en el aislamiento antivibratorio cuando un equipo debe ser protegido de vibraciones perjudiciales producidas por excitaciones de la estructura de soporte. El grado de aislamiento relativo se conoce como transmisibilidad y se define como la razón entre la amplitud del movimiento  $y_p$  del oscilador y la amplitud  $\delta_b$  del movimiento del soporte. Por la ecuación (4-155), la transmisibilidad  $T_r$ , viene dada por.

$$T_r = \sqrt{\frac{k^2 + (cw_b)^2}{(k - mw_b^2)^2 + (cw_b)^2}} \quad (4-156)$$

**4.2.6.2.-Fuerza transmitida de la estructural al cimiento.**

En las secciones precedentes, hemos determinado la respuesta de la estructura excitada por un movimiento armónico de su cimiento. En ésta consideramos un problema similar de aislamiento antivibratorio. El problema ahora, sin embargo, es *hallar la fuerza transmitida al cimiento.*

También cuando la masa  $m$  está sujeta a una fuerza perturbadora armónica, interesa disminuir *la fuerza que se transmite al soporte del amortiguador y el resorte.*

Consideremos el oscilador simple con amortiguación, excitado por la fuerza armónica  $F(t) = F_b \text{sen}(w_b t)$  aplicada a su masa como se muestra en la figura 4-48, la ecuación diferencial de movimiento es:

$$m\ddot{y}_p + ky_p + c\dot{y}_p = F_b \text{sen}(w_b t) \tag{4-157}$$

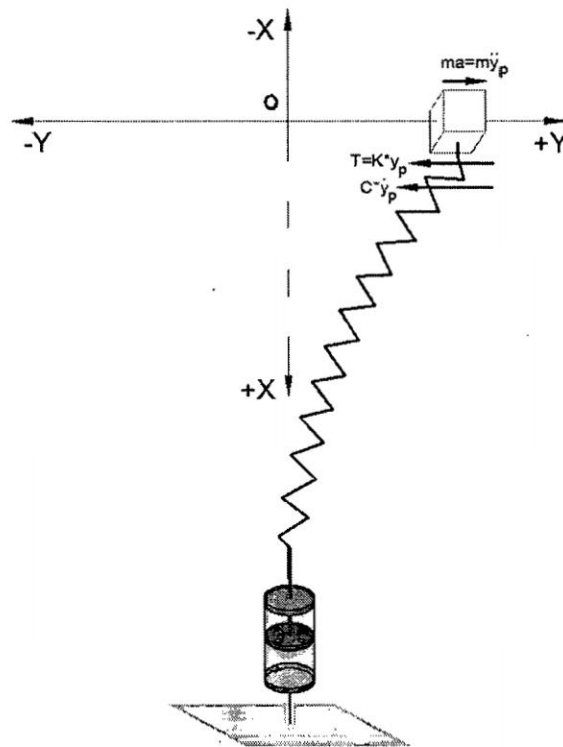


Figura 4-48 oscilador con amortiguación excitado armónicamente y diagrama de cuerpo libre.  
Fuente: Propio del Autor.

Con la solución permanente

$$y_p = y_b \text{sen}(w_b t - \varphi) \tag{4-158}$$

De donde se demostró la (4-124)

$$y_b = \frac{F_{tr}}{\sqrt{(k-mw_b^2)^2 + (cw_b)^2}} \tag{4-159}$$

Así mismo el ángulo  $\varphi$  mediante la (4-135)

$$\tan \varphi = \frac{cw_b}{(k-mw_b^2)} \tag{4-160}$$

La fuerza transmitida al soporte, a través del resorte, es  $ky_p$  y a través del elemento de amortiguación es  $c\dot{y}_p$ . Por lo tanto, la fuerza total transmitida,  $F_{tr}$  es

$$F_{tr} = ky_p + c\dot{y}_p \tag{4-161}$$

Diferenciando (4-158) y aplicando en la ecuación (4-161) obtenemos

$$F_{tr} = y_b [k \text{sen}(w_b t - \varphi) + cw_b \cos(w_b t - \varphi)] \tag{4-162}$$

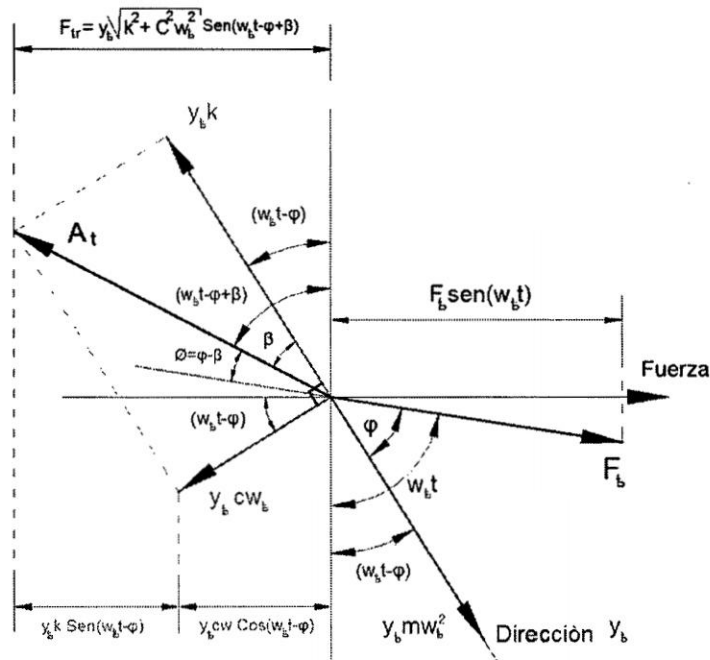


Figura 4-49 Vectores rotantes para un movimiento vibratorio forzado.  
Fuente: Propio del Autor

Mediante la figura 4-49 de los vectores rotantes la ecuación (4-149) se puede expresar como:

$$F_{tr} = y_b \sqrt{k^2 + (cw_b)^2} \text{sen}(w_b t - \varphi + \beta) \quad (4-163)$$

También de la figura hacemos

$$\phi = \varphi - \beta \quad (4-164)$$

Entonces la (4-163) queda como

$$F_{tr} = y_b \sqrt{k^2 + (cw_b)^2} \text{sen}(w_b t - \phi) \quad (4-165)$$

O sea la (4-162) se puede expresar como la ecuación (4-163) ó (4-165), de modo que la máxima fuerza transmitida al soporte es la suma vectorial de la fuerza del resorte  $ky_b$  con la fuerza amortiguadora  $cy_b w_b$ . Definiendo la amplitud de la fuerza transmitida por  $A_t$  se deduce

$$A_t = y_b \sqrt{k^2 + (cw_b)^2} \quad (4-166)$$

Remplazando (4-159) en (4-166)

$$A_t = F_t \sqrt{\frac{k^2 + (cw_b)^2}{(k - mw_b^2)^2 + (cw_b)^2}} \quad (4-167)$$

La transmisibilidad  $T_r$  está definida como la razón entre la amplitud de la fuerza transmitida al cimientto y la amplitud de la fuerza aplicada. Por lo tanto, de la ecuación (4-167)

$$T_r = \frac{A_{tr}}{F_t} = \sqrt{\frac{k^2 + (cw_b)^2}{(k - mw_b^2)^2 + (cw_b)^2}} \quad (4-168)$$

Recordando (4-10) y (4-71)

$$T_r = \sqrt{\frac{1 + \left(2 \frac{c w_b}{c_c w_n}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{w_b}{w_n}\right)^2\right]^2 + \left[2 \frac{c w_b}{c_c w_n}\right]^2}} \quad (4-169)$$

Así mismo en la (4-160)

$$\tan \varphi = \frac{2 \frac{w_b c}{w_n c_c}}{1 - \left(\frac{w_b}{w_n}\right)^2} \quad (4-170)$$

De la figura

$$\tan \beta = \frac{c w_b}{k} = 2 \frac{w_b c}{w_n c_c} \quad (4-171)$$

Aplicando la función trigonométrica tangente en la (4-164)

$$\tan \phi = \frac{\tan \varphi - \tan \beta}{1 + \tan \varphi \tan \beta} \quad (4-172)$$

Sustituyendo  $\tan \varphi$  y  $\tan \beta$ , respectivamente, por sus valores, obtenemos

$$\tan \phi = \frac{2 \frac{c}{c_c} \left(\frac{w_b}{w_n}\right)^3}{1 - \left(\frac{w_b}{w_n}\right)^2 + 4 \left(\frac{w_b}{w_n}\right)^2 \left(\frac{c}{c_c}\right)^2} \quad (4-173)$$

La (4-156) expresa la transmisión del movimiento del cimiento a la estructura; y, (4-169) expresa la transmisión de una fuerza desde la estructura al cimiento.

En la figura 4-50 se encuentra la gráfica de la transmisibilidad contra  $\frac{w_b}{w_n}$ . Después de un examen de la figura, se pueden hacer varias observaciones:

- 1) Todas las curvas pasan por un mismo punto para la razón de frecuencia

$$\frac{w_b}{w_n} = \sqrt{2}.$$

- 2) La razón de amortiguamiento  $\frac{c}{c_c}$  muestra que la transmisibilidad  $T_r \geq 1$

para valores de  $\frac{w_b}{w_n} \leq \sqrt{2}$ .

- 3) Cuando  $\frac{w_b}{w_n} = \sqrt{2}$ ,  $T_r = 1$  para todos los valores de  $\frac{c}{c_c}$ . Esto se puede comprobar sustituyendo directamente en la (4-169).
- 4) Para valores de  $\frac{w_b}{w_n} < \sqrt{2}$  el aumento de amortiguamiento disminuye la fuerza transmitida, mientras que para valores de  $\frac{w_b}{w_n} > \sqrt{2}$  el aumento de amortiguamiento aumenta la fuerza transmitida<sup>80</sup>.
- 5) Independientemente del amortiguamiento existente,  $\frac{w_b}{w_n} > \sqrt{2}$ , a fin de que la fuerza transmitida sea menor que la fuerza perturbadora. Esto implica que un resorte blando (módulo pequeño) que conduzca a valores bajos de  $w_n$  es necesario para aislar la fuerza perturbadora del soporte.

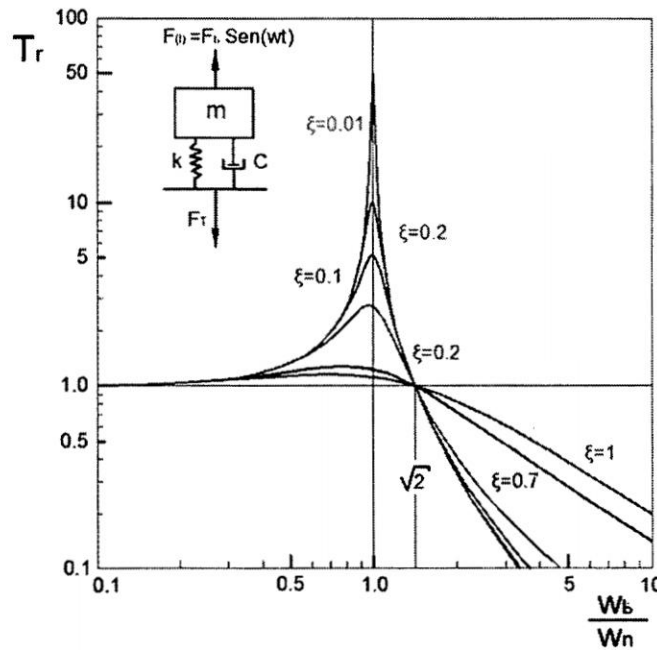


Figura 4-50 Gráfico de la transmisibilidad en función de la razón de frecuencia, para diferentes valores de amortiguamiento.

Fuente: [33] Cap III, Pag. 55, Figura 3-11.

<sup>80</sup> Que la amortiguación tiende a reducir la efectividad del aislamiento antivibratorio para frecuencias mayores de este valor, esto es, para  $\frac{w_b}{w_n} > \sqrt{2}$ .

Se tiene un caso especial cuando  $\frac{c}{c_c} = 0$ . La (4-169) se transforma en:

$$T_r = \frac{1}{1 - \frac{w_b^2}{w_n^2}}$$

Para este caso  $T_r \rightarrow \infty$  cuando  $\frac{w_b}{w_n} \rightarrow 1$  ó sea cuando ocurre la resonancia.

Además,  $T_r$  es positiva cuando  $\frac{w_b}{w_n} < 1$  y negativa cuando  $\frac{w_b}{w_n} > 1$ . Esto implica que la fuerza transmitida está en fase con la fuerza del soporte, cuando el sistema opera a frecuencias abajo de la resonancia y a  $180^\circ$  fuera de fase cuando el sistema opera por encima de la resonancia.

#### 4.2.7 Instrumento de medida de la vibración.

En ingeniería frecuentemente interesa determinar la magnitud del desplazamiento y la aceleración de un sistema vibratorio. Desarrollaremos los conceptos básicos del diseño de tales instrumentos sin una discusión detallada de la instrumentación complicada, que frecuentemente se emplea en la realidad para registrar estas mediciones.

Como se muestra en la figura 4-51 una base está vibrando con movimiento armónico simple.

$$y_b = y_r \text{sen}(w_p t)$$

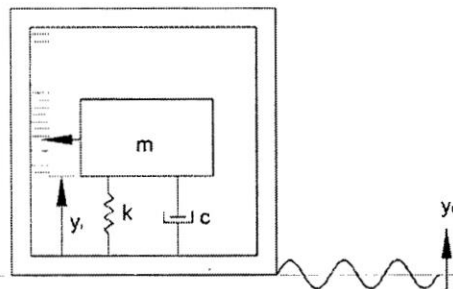


Figura 4-51 Modelo matemático de un sismógrafo.  
Fuente: [33] Cap. III, Pag. 61, Figura 3-13.

Nuestro aparato de medición consiste de un bastidor que contiene un sistema de amortiguador y resorte y algunos medios para registrar el desplazamiento  $y_i$  de la masa con relación al bastidor. En su forma más rudimentaria podría utilizar una caratula indicadora donde se observaría la oscilación de la aguja que mediría  $y_i$ . El desplazamiento absoluto de la masa  $m$  es

$$y_m = y_i + y_b$$

Y por consiguiente

$$\ddot{y}_m = \ddot{y}_i + \ddot{y}_b = \ddot{y}_i - y_r w_\beta^2 \text{sen}(w_\beta t)$$

La ecuación de movimiento de la masa  $m$  es

$$m(\ddot{y}_i - y_r w_\beta^2 \text{sen}(w_\beta t)) = -ky_i - c\dot{y}_i$$

$$m\ddot{y}_i + c\dot{y}_i + ky_i = my_r w_\beta^2 \text{sen}(w_\beta t) \quad (4-174)$$

Por analogía con la (4-109), podemos usar la solución representada por la (4-128), sustituyendo  $y$  por  $y_i$ , y  $F_0$  por  $my_r w_\beta^2$ . Para todos los propósitos prácticos la parte transitoria de la solución será cero en un cierto tiempo finito, de ahí que podemos escribir

$$y_i = \frac{my_r w_\beta^2 \text{sen}(w_\beta t - \varphi)}{\sqrt{(k - mw_\beta^2)^2 + (cw_\beta)^2}} \quad (4-175)$$

Supondremos que nos interesa determinar la amplitud  $y_r$  de la vibración de la base, así como su aceleración máxima  $y_r w_\beta^2$ , registrando la amplitud  $y_{m.i}$  del movimiento en estado permanente de la masa con relación al bastidor. De la (4-175) se deduce que

$$y_{m.i} = \frac{my_r w_\beta^2}{\sqrt{(k - mw_\beta^2)^2 + (cw_\beta)^2}} \quad (4-176)$$

Resolviendo la (4-176) para la amplitud  $y_r$  de la vibración de la base, hallamos

$$y_r = y_{m.i} \frac{\sqrt{(k-mw_\beta^2)^2 + (cw_\beta)^2}}{mw_\beta^2} \quad (4-177)$$

Con  $w_n^2 = \frac{k}{m}$  y  $c_c = 2mw_n$ , la (4-177) se puede escribir

$$y_r = \frac{y_{m.i} \sqrt{\left(1 - \frac{w_\beta^2}{w_n^2}\right)^2 + \left(2 \frac{c}{c_c} \frac{w_\beta}{w_n}\right)^2}}{\frac{w_\beta^2}{w_n^2}} \quad (4-178)$$

La respuesta de desplazamiento relativa máxima entre la masa y el apoyo  $\frac{y_{m.i}}{y_r}$  del sismógrafo, representada en la figura 4-47, para un movimiento armónico del soporte, viene dada de la ecuación, cuya representación se muestra en la figura 4-52.

$$\frac{y_{m.i}}{y_r} = \frac{\frac{w_\beta^2}{w_n^2}}{\sqrt{\left(1 - \frac{w_\beta^2}{w_n^2}\right)^2 + \left(2 \frac{c}{c_c} \frac{w_\beta}{w_n}\right)^2}} \quad (4-179)$$

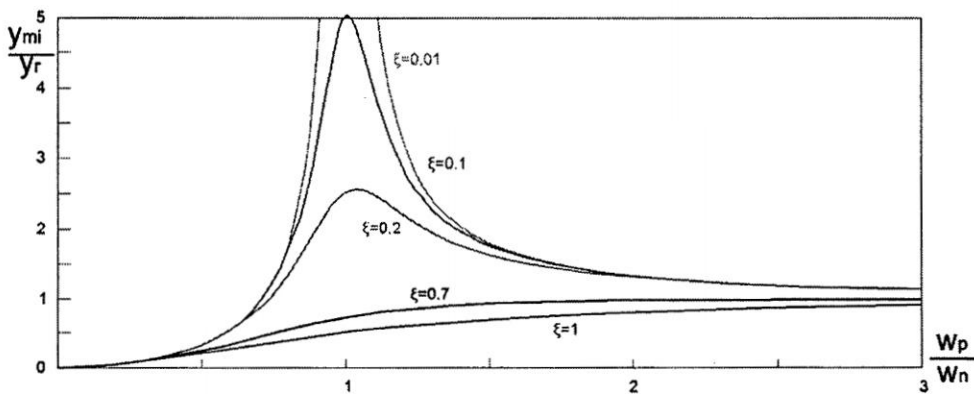


Figura 4-52 Respuesta del sismógrafo a un movimiento armónico de su base.  
Fuente: [33] Cap. III, Pag. 61, Figura 3-14

$\frac{w_\beta}{w_n}$  Se hace lo suficientemente grande mediante el uso de una combinación apropiada de resorte y masa del instrumento de medición, entonces

$$y_r \cong y_{m.i}$$

La amplitud relativa  $y_{m.i}$  llega a ser una buena medida de la amplitud real de la vibración de la base. Tal dispositivo de medida de amplitud se conoce como vibrómetro y debido a que  $w_n$  debe ser pequeña (relativamente hablando) se debe utilizar un resorte blando.

Si  $\frac{w_{\beta}}{w_n}$  es pequeña en un diseño apropiado, entonces la cantidad

$$\sqrt{\left(1 - \frac{w_{\beta}^2}{w_n^2}\right)^2 + \left(2 \frac{c}{c_c} \frac{w_{\beta}}{w_n}\right)^2} \cong 1 \quad Y$$

$$y_r w_{\beta}^2 = y_{m.i} w_n^2 \quad (4-180)$$

La cantidad  $y_r w_{\beta}^2$  es la aceleración máxima de la base; así que, conociendo la frecuencia natural  $w_n$  del instrumento, se puede determinar la aceleración multiplicando la amplitud observada  $y_{m.i}$  por la constante  $w_n^2$ . El amortiguamiento en el instrumento es útil y con él se elimina el movimiento transitorio. En el caso del acelerómetro se alcanza una precisión en el instrumento en un rango de frecuencias más amplio, según se muestra en la cuadro 4-1.

$\frac{w_{\beta}}{w_n}$	$\sqrt{\left(1 - \frac{w_{\beta}^2}{w_n^2}\right)^2}$	$\sqrt{\left(1 - \frac{w_{\beta}^2}{w_n^2}\right)^2 + \left(2(0.7) \frac{w_{\beta}}{w_n}\right)^2}$
0.00	1.00	1.00
0.25	0.94	1.00
0.50	0.75	1.02
0.75	0.44	1.14
1.00	0.00	1.4

Cuadro 4.1 Relación de  $\frac{w_{\beta}}{w_n}$ , para  $\frac{c}{c_c} = 0.70$

Donde los valores de la cantidad  $\sqrt{\left(1 - \frac{w_p^2}{w_n^2}\right)^2 + \left(2 \frac{c}{c_c} \frac{w_p}{w_n}\right)^2}$  sin amortiguamiento se comparan con la relación de amortiguamiento óptimo  $\frac{c}{c_c} = 0.70$ .

Según la gráfica 4-52, puede verse que para la razón de amortiguación  $\frac{c}{c_c} = 0.70$ , el valor de la respuesta es casi constante en el intervalo de la razón de frecuencias  $0 < \frac{w_p}{w_n} < 0.6$ . Por lo tanto, queda claro, según la (4-174), que la respuesta indicada para este instrumento es directamente proporcional a la amplitud de la aceleración del soporte, para frecuencias no mayores a seis decimos de la frecuencia natural. El intervalo de aplicación de este instrumento se extiende aumentando su frecuencia natural, o sea aumentando la rigidez del resorte o reduciendo la masa del oscilador.

### 4.3.- Dinámica estructural para varios grados de libertad.

#### 4.3.1.- Generalidades.

Se puede idealizar matemáticamente el sistema estructural (edificio) como masas puntuales a nivel de entrepisos conectados a un resorte que representa la rigidez y un embolo que representa el amortiguamiento.

El coeficiente de rigidez o constante de resorte  $k_i$ , entre dos masas consecutivas, es la fuerza requerida para producir un desplazamiento relativo entre dos pisos adyacentes.

Las fuerzas de amortiguamiento viscoso se pueden expresar como el producto del amortiguamiento por la velocidad  $F_a = c\dot{y}$ .

Masas discretizadas y un grado de libertad por piso (las masas incluyen el peso del piso, muros y columnas tributarias del nivel).

En general no es necesario calcular  $c$  y que el efecto del amortiguamiento se toma en cuenta en los espectros de diseño en forma aproximada.

#### 4.3.2.- Atenciones para modelar un sistema estructural.

Una estructura modelada matemáticamente como se muestra en la figura 4-53 puede ser definida por un juicio en el cual:

- ✓ No se producen rotaciones en los miembros horizontales a la altura de los pisos. A este respecto, el edificio simple, sometido a excitaciones que producen desplazamientos horizontales, tiene mucha de las características de una viga en voladizo deformada solamente por el esfuerzo de corte. Para conseguir esta deformación en un edificio debemos suponer las siguientes condiciones.

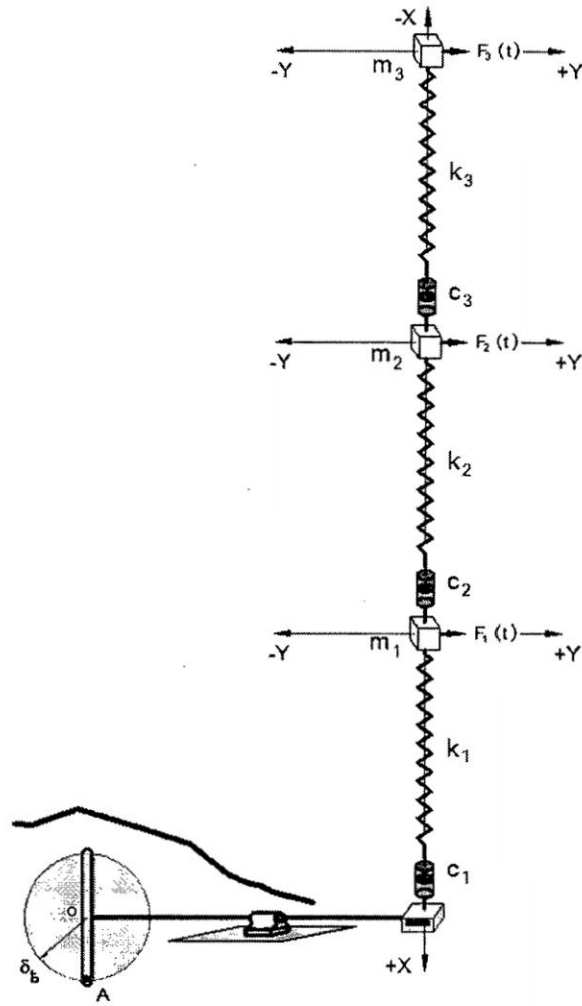


Figura 4-53 Modelo matemático de un sistema estructural de tres pisos  
Fuente: Propio del Autor

- 1) Que toda la masa de la estructura está concentrada al nivel de los pisos.
  - 2) Que las vigas en los pisos son infinitamente rígidas, con relación a la rigidez de las columnas.
  - 3) Que la deformación de la estructura es independiente de las fuerzas axiales presentes en las columnas.
- La primera condición transforma el problema, de un sistema con un número infinito de grados de libertad, a un sistema que tiene solamente

tantos grados de libertad como número de masas concentradas a nivel de los pisos. Un edificio de tres pisos, figura 4-53 tiene tres grados de libertad, esto es, que las masas tendrán desplazamientos horizontales al nivel de los tres pisos.

- La segunda condición introduce el requisito de que las uniones entre las vigas y las columnas estén fijas sin rotación.
- La tercera condición establece que las vigas rígidas en los pisos permanezcan horizontales durante el movimiento de la estructura.

#### **4.3.3.- movimiento amortiguado de un edificio.**

La amortiguación que normalmente existe en una estructura es relativamente pequeña y prácticamente no afecta el cálculo de las *frecuencias naturales y de los modos normales*. Por lo tanto, el efecto de la amortiguación se desprecia, cuando se determinan las frecuencias naturales y los modos normales de sistemas estructurales. En consecuencia, en la práctica, el problema característico de una estructura amortiguada se resuelve omitiendo la amortiguación.

##### **4.3.3.1.- Respuesta de un edificio a la fuerza periódica que actúan en los elementos de la estructura, así como por el movimiento de su base.**

Para un edificio simple con amortiguación viscosa, como por ejemplo el edificio de tres pisos representado en la figura 4-54. Suponiendo que cada piso tiene un solo grado de libertad, correspondiente a los desplazamientos  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ . Las ecuaciones del movimiento obtenidas al sumar las fuerzas en el diagrama del correspondiente cuerpo libre, son:

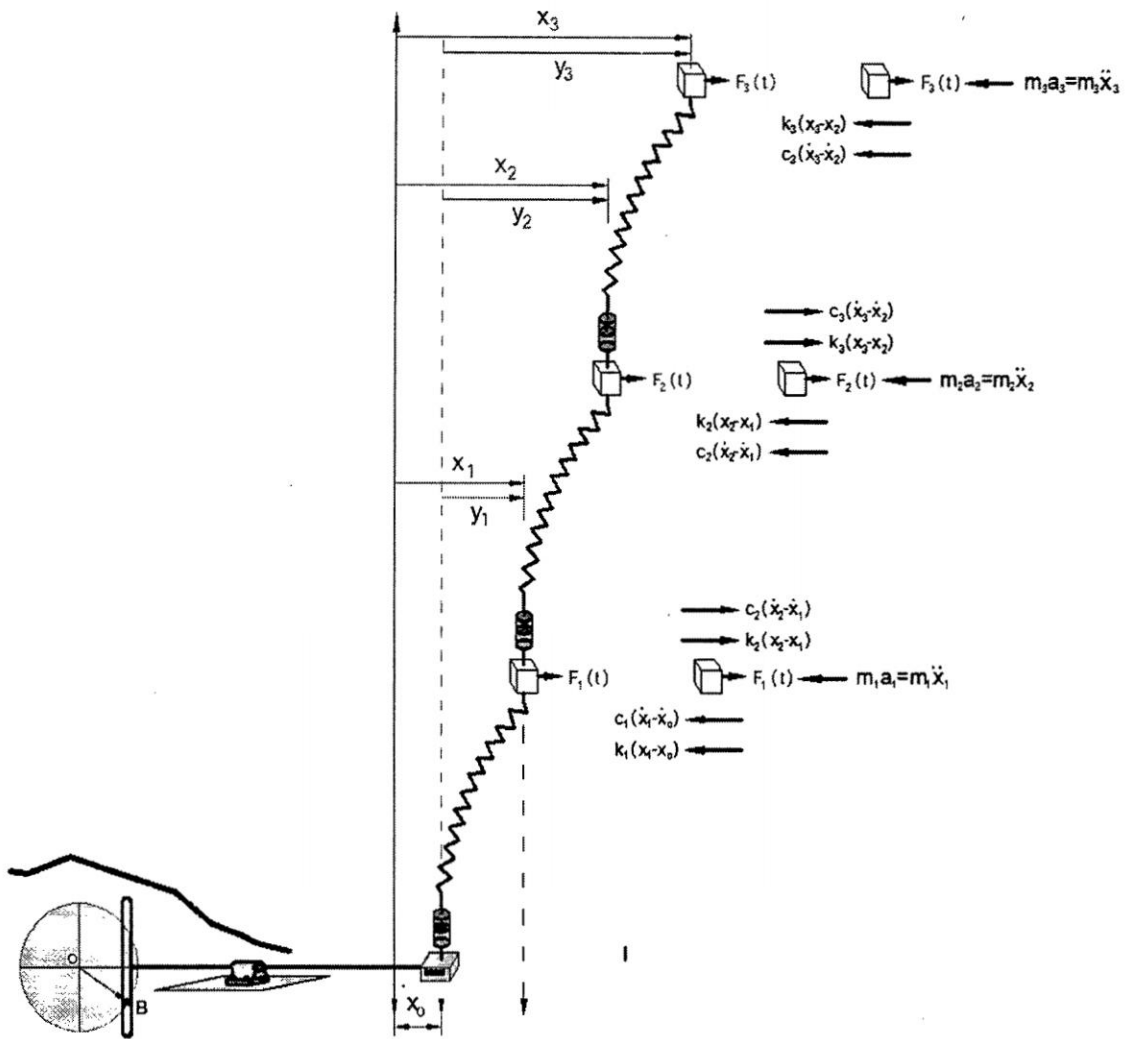


Figura 5-54 Modelo matemático y Diagrama de cuerpo libre.  
Fuente: Propio del Autor

$$m_1 \ddot{y}_1 + \dot{y}_1(c_1 + c_2) + y_1(k_1 + k_2) - \dot{y}_2 c_2 - y_2 k_2 = F_1(t) - m_1 \ddot{x}_0$$

$$m_2 \ddot{y}_2 - \dot{y}_1 c_2 - y_1 k_2 + \dot{y}_2(c_2 + c_3) + y_2(k_2 + k_3) - \dot{y}_3 c_3 - y_3 k_3 = F_2(t) - m_2 \ddot{x}_0 \quad (4-181)$$

$$m_3 \ddot{y}_3 - \dot{y}_2 c_3 - y_2 k_3 + \dot{y}_3 c_3 + y_3 k_3 = F_3(t) - m_3 \ddot{x}_0$$

Estas ecuaciones de (4-181) pueden ser escritas convenientemente usando notación matricial.

$$[M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [k]\{y\} = \{F\} - [M]\{\ddot{x}_0\} \quad (4-182)$$

En que las matrices y vectores son definidos como:

La  $[M]$  es la matriz de masa

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \quad (4-183)$$

La  $[C]$  es la matriz de amortiguamiento

$$[C] = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & c_2 & 0 \\ c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 \\ 0 & -c_3 & c_3 \end{bmatrix} \quad (4-184)$$

Las fuerzas en los elementos elásticos se calculan como el producto de la matriz de rigidez lateral  $k$  por los desplazamientos laterales  $y_c$ , es decir

$$[k]\{y_c\} \quad (4-185)$$

Donde

$$[k] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \quad (4-186)$$

Para el caso del sistema de tres grados de libertad figura 4-54, tenemos:

$$[k] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \quad (4-187)$$

Donde  $k_{ij} = k_{ji}$

Los elementos de la matriz de rigidez, (4-186), son llamados *coeficientes de rigidez*. En general, el coeficiente de rigidez  $k_{ij}$  se define como la fuerza en la coordenada  $i$  cuando la coordenada  $j$  se desplaza una unidad, mientras que todas las otras coordenadas permanecen fijas. Por ejemplo, el coeficiente de la segunda fila y de la segunda columna de la matriz de la (4-186),  $k_{22} = k_2 + k_3$ , es la fuerza requerida en el segundo piso del edificio cuando este piso se desplaza una unidad.

Los matrices Columna  $\{y\}$ ,  $\{\ddot{y}\}$ , son, respectivamente, los vectores de desplazamiento, aceleración relativos al movimiento de la cimentación.

$$\{y\} = \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{Bmatrix}$$

$$\{\ddot{y}\} = \begin{Bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \\ \ddot{y}_3 \end{Bmatrix}$$

$\{F\}$ , Es la matriz columna de fuerza externa aplicada al sistema estructural

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \\ F_3(t) \end{Bmatrix}$$

$-\ddot{x}_o$  Es la aceleración aplicada a la cimentación del edificio.

### 5.0.- Interacción dinámica suelo estructura.

#### 5.1.- Generalidades.

La interacción suelo estructura consiste en un conjunto de efectos cinemáticos e inerciales, producidos en la cimentación de una Estructura bajo los movimientos y fuerzas inducidas durante un sismo, debido a la deformabilidad (flexibilidad) del suelo donde reposa o está dentro del subsuelo. Estos efectos modifican la respuesta de una construcción, alargando los periodos de vibración naturales de la estructura así como aumentando el amortiguamiento de la construcción por efectos del llamado cabeceo, giro y desplazamiento de la cimentación en el primer caso, y por la radiación de ondas desde la cimentación, en el segundo.

La interacción está íntimamente relacionado con el diseño: el diseño de una cimentación influye en la magnitud de las fuerzas inducidas en la estructura y, a su vez, estas fuerzas influyen en el diseño del sistema estructural. Este principio que es aplicable a la estructura en su totalidad, es especialmente importante en el caso de la cimentación, ya que los diseños de la estructura y la cimentación a menudo son realizados por organizaciones ingenieriles diferentes.

Por ello el diseño de las cimentaciones comprende la elección del tipo de cimentación y el dimensionamiento de sus elementos, garantizándose que el suelo subyacente a la estructura no sufra una licuación o se compacte excesivamente.

La respuesta de una estructura ante las cargas de un sismo *depende* de las aceleraciones espectrales y de la capacidad de disipación de energía de la construcción; una modificación de los periodos de vibración y del amortiguamiento

modifica así mismo las cargas inerciales derivadas de la acción sísmica. Esta es la razón fundamental para analizar con algún detalle el fenómeno de la interacción suelo-estructura desde el punto de vista dinámico, que, como se verá, tiene importancia en algunos casos al aumentar las fuerzas inerciales, mientras que en otras las reduce conduciendo así a un efecto favorable. Como en el caso estático, desde el punto de vista práctico, las estructuras implantadas sobre la roca no son afectadas por la interacción suelo estructura.

**5.2.- Definición de interacción suelo estructura.**

Si el movimiento y respuesta de un punto cualquiera ubicada en la entrecara suelo-estructura, difiere del movimiento que ocurriría en este punto si la estructura no estuviese presente (campo libre), entonces se dice que existe Interacción suelo-estructura figura 5.1. Esta es una definición muy general: hay Interacción si la entrecara se mueve o se distorsiona en forma diferente de la superficie correspondiente en el campo libre. En esta definición están incluidos la traslación vertical (z), horizontales (x, y), el cabeceo recto a los ejes horizontales (x, y) y el giro respecto a un eje vertical (z).

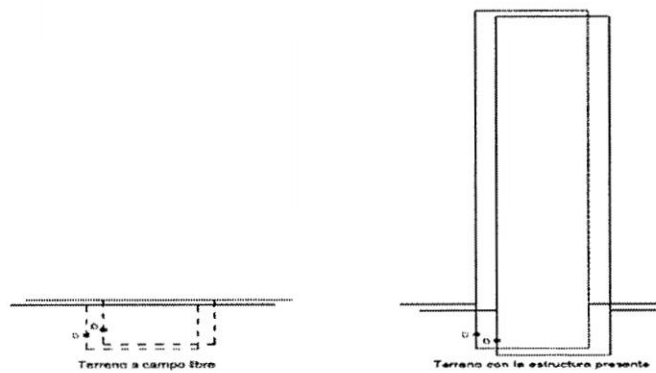


Figura 5-1 Definición de interacción suelo-estructura. Si difieren los movimientos en los puntos D, entonces existe interacción suelo-estructura.

Fuente: Propio del Autor.

Para deducir el análisis<sup>81</sup> conviene estudiar el problema considerando:

Primero las diferencias en el movimiento del terreno que provienen de la rigidez del sistema estructura-cimentación como si no tuviera masa, lo cual se denomina interacción cinemática, porque es causada fundamentalmente por la geometría y rigidez de la cimentación, las diferencias consisten en general en un filtrado de los componentes traslacionales del movimiento en cuestión (disminución de su amplitud en el intervalo de frecuencias altas y medias) y en la modificación de componentes rotacionales y torsionales<sup>82</sup>. Estos efectos parcialmente motivan que en los reglamentos se estipulen excentricidades accidentales, que generan torsiones en planta aun en edificios completamente simétricos.

En un segundo paso se consideran las fuerzas de inercia que se generan por la vibración de las masas de la cimentación y de la estructura, que da lugar no sólo a elementos mecánicos dentro de los distintos miembros que las componen, sino también a tres fuerzas y tres momentos referidos a dos ejes horizontales y uno vertical en la base. Si el suelo no es muy rígido, tales fuerzas y momentos producen deformaciones que modifican el movimiento en la cimentación. Se habla en este caso de interacción inercial. Una manera de tomar en cuenta este tipo de interacción consiste en modificar las características dinámicas de la estructura.

---

<sup>81</sup>Véase referencia [8] Capítulo III Pag. 134

<sup>82</sup>Torsión: Una cimentación sin masa apoyada en la superficie del terreno experimentará generalmente, tanto torsión como cabeceo, como consecuencia de una distribución no uniforme de los desplazamientos de campo libre debajo de la cimentación. La torsión es posiblemente el problema más serio.

La excitación torsionante generada por ondas sísmicas incidentes oblicuas ha sido evaluada aproximando el giro de la cimentación, por la rotación del movimiento del campo libre alrededor de un eje vertical.

### **5.3.- Aspectos analíticos.**

#### **5.3.1.- Interacción Suelo-Estructura Desde el punto de vista Estático.**

La construcción apoyada sobre el suelo transmite sus cargas a la cimentación la cual de alguna manera se deforma. Al deformarse de manera diferencial, la rigidez de la superestructura efectúa una redistribución de las cargas que llegan a las diferentes partes de la cimentación por la sencilla razón de que la estructura se ve sometida a un cambio en las condiciones de equilibrio inicialmente supuestas. La redistribución de cargas en la superestructura, modifica a su turno las cargas iniciales sobre la cimentación. Este proceso se denomina interacción estática suelo – estructura. Si la estructura esta cimentada sobre roca, las deformaciones diferenciales anotadas no existen o son ínfimas; por lo tanto, tampoco existirá la interacción suelo \_ estructura.

#### **5.3.2.- Interacción Suelo-Estructura Desde el punto de vista Dinámico.**

La interacción en suelo-estructura es un fenómeno de modificación de la respuesta natural de un sistema estructural debido a que el suelo de alguna manera altera no solo las condiciones de apoyo que se puede suponer inicialmente fijas, sino también el amortiguamiento total de la construcción: La interacción suelo estructura alarga los periodos de vibración naturales evaluados a partir de un empotramiento de la estructura en su cimentación y aumenta el amortiguamiento total.

Entonces estas modificaciones se *originan* por:

1. La posibilidad del efecto llamado cabeceo, giro o por los desplazamientos de la estructura sobre su cimentación, en vista de que el suelo es deformable en términos relativos a la estructura. Al producirse las fuerzas inerciales generadas por el sismo sobre la superestructura, en la cimentación se deben desarrollar

fuerzas y momentos, que equilibren la acción dinámica de las fuerzas sísmicas. Los momentos originan el llamado cabeceo de la estructura al asentarle más intensamente sobre un lado de la cimentación que sobre el otro para luego invertir la dirección.

2. La radiación<sup>83</sup> de ondas desde la cimentación.

#### **5.4.- Planteamiento del problema de la interacción dinámica suelo-estructura<sup>84</sup>.**

Para llevar a cabo el análisis en un solo paso, podemos hacer que nuestro sistema conste de la estructura más el resto de la tierra, ésta última idealizada como un semi espacio homogéneo o estratificado. Por lo general, es necesario considerar comportamiento no lineal del suelo. Esto casi siempre se hace empleando un análisis iterativo quasi-lineal. Se usa y se repite iterativamente una técnica de solución lineal, ajustando las propiedades del suelo para la interacción en curso, en forma congruente<sup>85</sup> con las deformaciones unitarias calculadas en la interacción anterior, hasta que se obtenga un grado de convergencia<sup>86</sup> satisfactorio.

En la figura 5-2 aparece un conjunto de resultados típicos. El movimiento introducido del terreno estuvo especificado en la superficie del terreno, lejos de la estructura. La figura muestra, en forma de espectro de respuesta, los movimientos calculados en la base, en la parte superior de la estructura y en un punto del suelo bastante alejado de la estructura, a la altura de la base de ésta.

---

<sup>83</sup>Emisión de ondas ondulatorias.

<sup>84</sup>Véase referencia [7] Capítulo VII Pag313 a Pag319

<sup>85</sup> Congruente.- Conveniente, oportuno, acorde con otra cosa determinada

<sup>86</sup> Convergencia; converger.- concurrir a un mismo fin, propósito

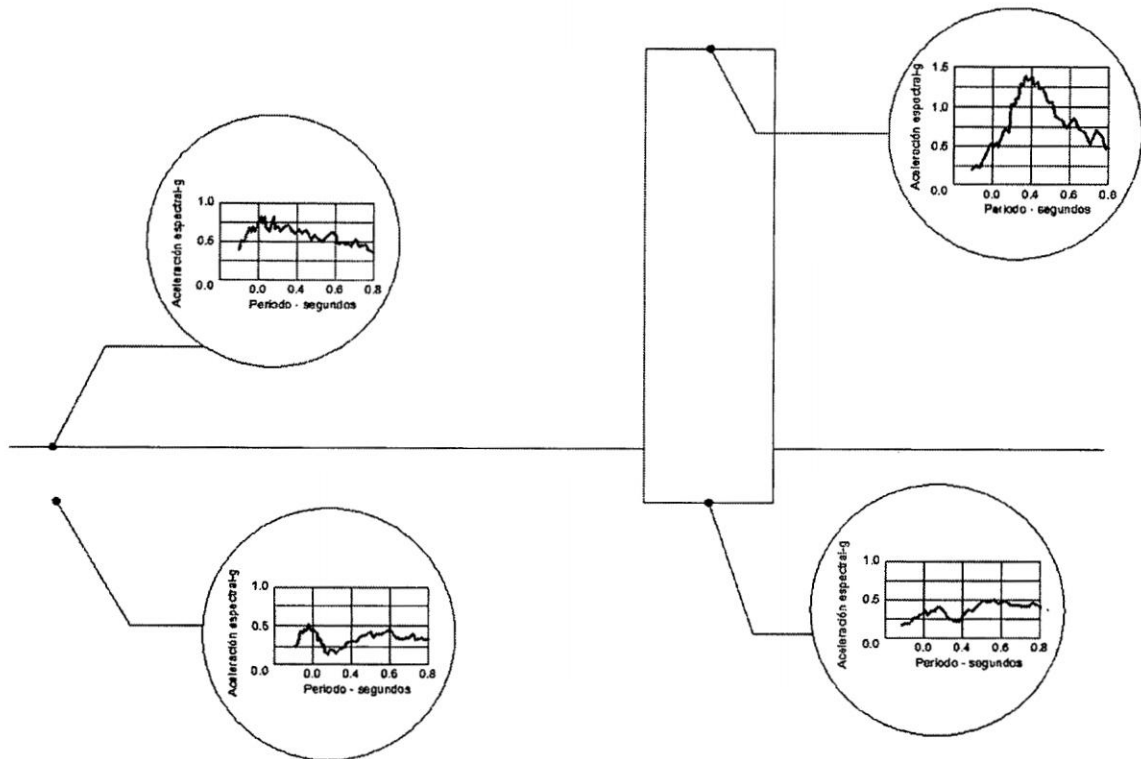


Figura 5-2 Resultados típicos del análisis de interacción suelo – estructura  
Fuente [7] Cap. 7, Pag. 314, Fig. 7.2.

Para comprender estos resultados auxilia el notar que cada uno de los *análisis lineales* puede descomponerse en dos pasos, como se indica en la figura 5-3, de conformidad con el principio de superposición de la interacción dinámica Suelo-Estructura.

1. Se desprecia la masa de la estructura, pero se incluye su rigidez. Se calcula el movimiento resultante de la estructura en cada punto de la masa.
2. En cada punto de la masa la aceleración calculada en el paso 1 se multiplica por la masa para obtener la fuerza dinámica, calculándose la respuesta estructural para este conjunto de fuerzas.

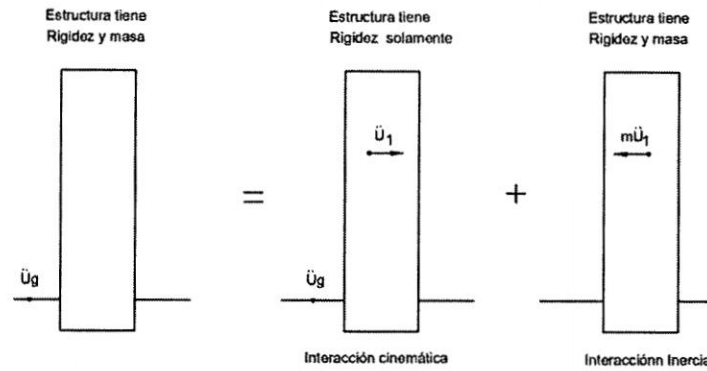


Figura 5-3: Solución en dos pasos para el problema de Interacción Suelo-Estructura.  
Referencia: [7] Cap. 7; Página No 315; Figura 7.3.

Los movimientos y esfuerzos totales se determinan sumando los calculados en los dos pasos.

El primer paso introduce una variación de los movimientos del terreno de campo libre con la elevación (y con la distancia horizontal, si existe una propagación horizontal en el movimiento introducido) más interacción con estos movimientos, de una estructura deformable, pero sin peso; ésta es la llamada Interacción cinemática<sup>87</sup>.

En el segundo paso se introduce la masa de la estructura, con lo que resulta la Interacción Inercial.

La validez de este principio de superposición puede demostrarse mediante la división de la ecuación matricial para una representación con elementos finitos del sistema Suelo-Estructura.

Tomándose la ecuación Básica de movimiento (4-181), para el caso  $\{F\} = \{0\}$  es:

$$\underline{[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{y}\} + [k]\{y\} = \{0\}} \quad (5-1)$$

<sup>87</sup>Efectos de la profundidad de la cimentación: Los acelerogramas de temblores registrados en diversas ubicaciones muestran que el movimiento aplicado en un sitio dado, generalmente es mayor en la superficie del terreno y decrece con la profundidad. Esto sugiere que la excitación efectiva en la entrecara Suelo-Estructura, resulte de la interacción cinemática, será una función decreciente de la profundidad de la cimentación.

Dónde  $M$ ,  $C$  y  $k$  son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez del sistema;  $u$  y  $y$  son los desplazamientos absoluto y relativo respecto a algún sistema de referencia del terreno. La solución de ésta ecuación es equivalente a la solución de las ecuaciones matriciales.

$$M_{so}\ddot{u}_1 + C\dot{y}_1 + ky_1 = 0 \quad (5-2)$$

Y

$$M\ddot{u}_2 + C\dot{y}_2 + ky_2 = -M_{st}\ddot{u}_1 \quad (5-3)$$

Donde  $M = M_{so} + M_{st}$

El valor de  $M_{so}$  excluye la masa de la estructura, en tanto que  $M_{st}$  excluye la masa del suelo. La equivalencia de las ecuaciones (5-2) y (5-3) con la (5-1) se obtiene mediante una simple suma.

Si la cimentación es rígida cerca de la entrecara suelo\_estructura, entonces en el paso 1 no se requiere la estructura misma, sino solamente la entrecara rígida sin masa. Por otra parte, puesto que en la ecuación (5-3) se aplican fuerzas ficticias sobre la estructura sola, se puede eliminar el grado de libertad en el suelo y es posible expresar el efecto de la subrasante en términos de las funciones de impedancia (funciones de rigidez dinámica) para obtener una solución en el dominio de la frecuencia. Además, las fuerzas de inercia ficticias en la estructura se pueden expresar en términos de las traslaciones y rotaciones rígidas, definidas mediante la interacción cinemática. De ahí que  $u_1$  en la ecuación (5-3) se puede considerar como un vector de desplazamientos relativos a un apoyo ficticio, mientras que las traslaciones y rotaciones de cuerpo rígido del paso 1 *son el movimiento del apoyo*. En una cimentación rígida es, por lo tanto, válido descomponer la solución en los pasos

(a), (b) y (c), como se muestra en la figura 5-4. Los pasos (b) y (c) de la figura 5-4 equivalen a la formulación de la interacción inercial descrita por la ecuación (5-3).

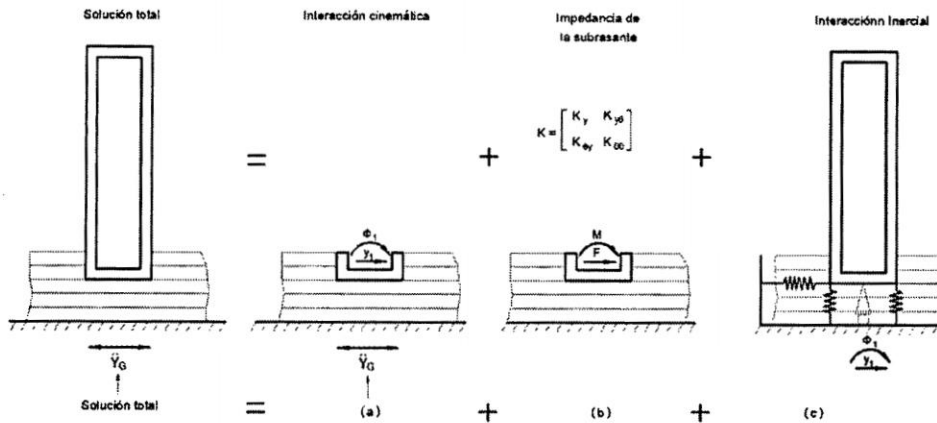


Figura 5-4 Solución en tres pasos con una cimentación rígida  
Referencia [7] Cap 7, Pag 317. Fig. 7.4

**Formulación alternativa para cimentaciones deformables.** La secuencia de tres pasos desarrollada para el análisis de la interacción Suelo-Estructura en cimentaciones rígidas figura 5-4 ha sido ampliada a cimentaciones deformables mediante el método de subestructuración. En él, la estructura y el suelo se consideran como subestructuras del sistema completo, con  $R_b(t)$  y  $R_f(t)$  que representan las fuerzas de interacción en la entrecara.

Con referencia a la figura 5-5.

Las ecuaciones en el dominio de la frecuencia se pueden escribir:

✦ Para la estructura

$$\left( -w^2 \begin{bmatrix} M_s & 0 \\ 0 & M_b \end{bmatrix} + iw \begin{bmatrix} C_{ss} & C_{sb} \\ C_{bs} & C_{bb} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{ss} & k_{sb} \\ k_{bs} & k_{bb} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \bar{u}_s^t(w) \\ \bar{u}_b^t(w) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \bar{R}_b(w) \end{Bmatrix} \quad (5-4)$$

✦ Y para la cimentación como:

$$\left( -w^2 \begin{bmatrix} M_f & 0 \\ 0 & M_e \end{bmatrix} + iw \begin{bmatrix} C_{ff} & C_{fe} \\ C_{ef} & C_{ee} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{ff} & k_{fe} \\ k_{ef} & k_{ee} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \bar{u}_f^t(w) \\ \bar{u}_e^t(w) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{R}_f(w) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5-5)$$

Donde  $w$  = la variable de la frecuencia, la testa designa la transformada de Fourier, y el índice  $t$  indica los desplazamientos del punto nodal medidos con respecto a una referencia fija.

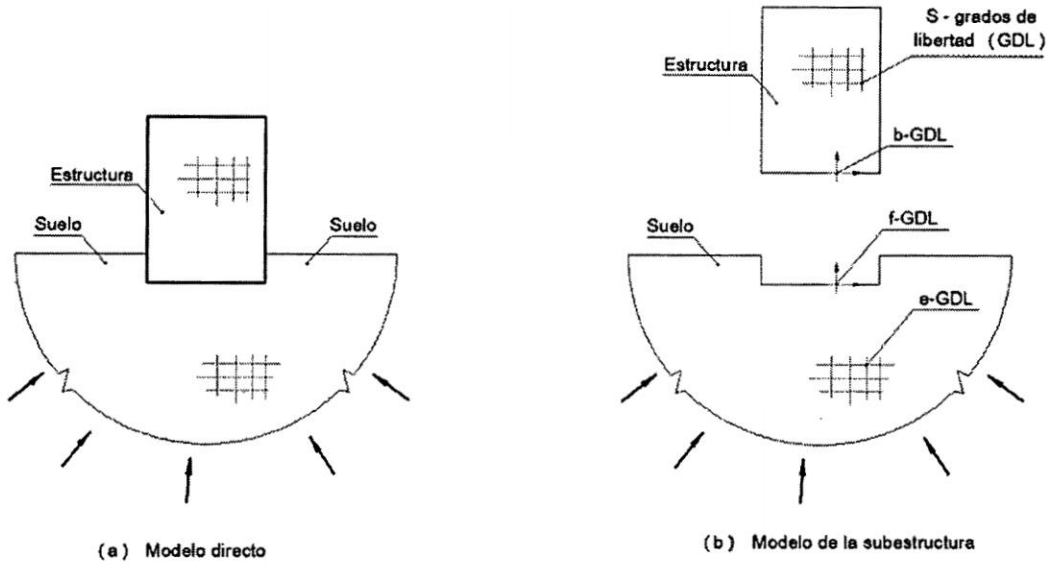


Figura 5-5 Método de la subestructura aplicado a problemas de la interacción Suelo-Estructura. Fuente [7], Cap 7, Pag 318, Fig. 7.5

La excitación prescrita se toma como movimiento  $u_f^0(t)$  de campo libre, que hubiera ocurrido en la entrecara excavada del Suelo-Estructura, de no haber existido el edificio. Así la interacción cinemática queda automáticamente incorporada a la formulación, puesto que el movimiento efectivo introducido incluye la perturbación de la excitación original debida a la excavación para la cimentación. Es claro que  $u_f^0$  depende solamente de la geometría de la entrecara Suelo-Estructura de las propiedades del suelo, y de la excitación original sin perturbar, y debe satisfacer las ecuaciones homogéneas del movimiento.

$$\left( -w^2 \begin{bmatrix} M_f & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & M_e \end{bmatrix} + iw \begin{bmatrix} C_{ff} & C_{fe} \\ C_{ef} & C_{ee} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{ff} & k_{fe} \\ k_{ef} & k_{ee} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \bar{u}_f^0(w) \\ \bar{u}_e^0(w) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (5-6)$$

Donde los desplazamientos  $\mathbf{u}_e^0$  son los desplazamientos totales del campo libre dentro del suelo.

Con la ayuda de las ecuaciones (5-5) y (5-6), y las condiciones de compatibilidad.

$$\bar{\mathbf{u}}_b^t(\omega) = \bar{\mathbf{u}}_f^t(\omega) \quad \text{y} \quad \bar{\mathbf{R}}_b(\omega) = -\bar{\mathbf{R}}_f(\omega) \quad (5-7)$$

Impuesta para asegurar la continuidad de los desplazamientos y las tracciones a través de la entrecara Suelo-Estructura, se puede demostrar que la ecuación (5-4) conduce a:

$$\left( -\omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_b \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{ss} & \mathbf{C}_{sb} \\ \mathbf{C}_{bs} & \mathbf{C}_{bb} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{ss} & \mathbf{k}_{sb} \\ \mathbf{k}_{bs} & \mathbf{k}_{bb} + \mathbf{S}_f(\omega) \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{u}}_s^t(\omega) \\ \bar{\mathbf{u}}_b^t(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{S}_f(\omega)\bar{\mathbf{u}}_f^0 \end{Bmatrix} \quad (5-8)$$

Donde  $\mathbf{S}_f(\omega)$  es la matriz compleja de impedancia, que relaciona las fuerzas y los desplazamientos en la entrecara Suelo-Estructura. *Los elementos de esta matriz dependen solamente de las propiedades del suelo y la geometría de la entrecara y – como ocurre con las cimentaciones rígidas- se pueden interpretar como coeficientes de rigidez y de amortiguamiento, dependientes de la frecuencia de un conjunto de resortes y amortiguadores acoplados.*

La ecuación (5-8) rige el movimiento de la estructura debido a una excitación del campo libre prescrita arbitrariamente en la entrecara Suelo-Estructura. Esta ecuación muestra que el análisis para cualquier sistema lineal de interacción Suelo-Estructura puede llevarse a cabo mediante un procedimiento de tres pasos, similar al descrito para las cimentaciones rígidas.

La solución de la ecuación (5-8) proporciona los efectos combinados de los dos tipos de interacción: la cinemática y la inercial. (La interacción inercial pura está también regida por la ecuación (5-8), en que la excitación efectiva  $\bar{\mathbf{u}}_f^0$  ha sido

reemplazada por los desplazamientos correspondientes de campo libre no perturbado.) Habiendo determinado la respuesta estructural,  $\bar{u}_s^t(\omega)$  y  $\bar{u}_b^t(\omega)$  a partir de la ecuación (5-8), los desplazamientos  $\bar{u}_e^t(\omega)$  en el interior del suelo se obtienen directamente de las ecuaciones (5-4), (5-5) y (5-7). Los desplazamientos en el dominio del tiempo se determinan luego mediante la inversión de las correspondientes transformadas de Fourier.

### **5.5.- Relación entre la interacción inercial y cinemática.**

El efecto de interacción proviene de la inercia y flexibilidad del sistema. Este efecto se conoce como interacción inercial y está controlado por el contraste de rigidez entre la estructura y el suelo.

La superposición de las ondas incidentes y reflejadas por la superficie del terreno con las ondas difractadas por el cimiento provoca un movimiento de entrada para la cimentación diferente del movimiento de campo libre. Este efecto se conoce como interacción cinemática y depende de la geometría de la cimentación, la estratigrafía del subsuelo y la naturaleza de la excitación sísmica.

### **5.6.- independencia de la interacción inercial con la cinemática.**

El alargamiento del periodo fundamental de vibración, la modificación del amortiguamiento asociado y la reducción de la ductilidad, respecto a los valores de base rígida, son producto de la interacción inercial.

Si el cimiento es suficientemente rígido, la interacción cinemática se manifiesta en una reducción de los movimientos de traslación de la cimentación (filtrado de los componentes de alta frecuencia de la excitación sísmica), así como en la generación de cabeceo y torsión de la cimentación.

Por ello para fines prácticos es recomendable que los efectos de interacción inercial y cinemática se traten de forma independiente.

### **5.7.- Estimación aproximada de propiedades dinámicas.**

[1] Cap. XIV Pag. 512, 513 y 514. - Anteriormente se ha indicado que la interacción Suelo-Estructura corresponde a una modificación de la respuesta estructural al producirse una alteración en las condiciones de apoyo Previstas. Estas modificaciones se originan en las posibilidades de cabeceo y de traslación horizontal de la estructura sobre su cimentación en vista que el suelo es deformable en términos relativos a la estructura. Al producirse las fuerzas inerciales generadas por el sismo sobre la superestructura, en la cimentación se deben desarrollar fuerzas y momentos, que equilibren la acción dinámica de las fuerzas sísmicas. Los momentos originan el llamado cabeceo de la estructura al asentarla más intensamente sobre un lado de la cimentación que sobre el otro para luego invertir la dirección al considerar, por simplicidad, el caso plano.

El suelo se deforma más de un lado en un semiciclo para invertir la deformación en el próximo semiciclo. Las deformaciones del suelo producen entonces una disminución de la rigidez del sistema estructural de la misma manera que es más rígida una viga empotrada que la misma semi empotrada. Todo el fenómeno queda concentrado en el contacto estructura suelo.

Para ilustrar los conceptos involucrados en la dinámica de sistemas suelo-estructura, consideremos el sistema de la figura 5-6(a), donde se aprecia un sistema mecánico (modelo físico), que pretende simular una construcción, implantada sobre un suelo flexible, cuyo sistema consiste en:

1. Una masa  $m$ , del sistema que está localizada a una altura  $h$  de la cimentación.
2. Una estructura elástica con rigidez lateral  $k$ . Que soporta la masa  $m$ , a su vez se apoya sobre una cimentación rígida.
3. Cimentación rígida de masa  $m_x$  enterrada en suelo deformable.
4. En aras de sencillez, se ignoran además los desplazamientos verticales del suelo, con lo cual la flexibilidad del mismo queda representada por dos resortes:
  - ✓ uno traslacional que restringe los desplazamientos horizontales por una rigidez  $k_x$ .
  - ✓ y otro rotacional, llamados de cabeceo que están restringidos por un resorte con rigidez a torsión  $k_\varphi$ .

Ante un evento sísmico el cimiento se desplaza  $u_x$  horizontalmente, y por la flexibilidad del suelo de fundación el cimiento rota  $\varphi$  entonces debido a estos fenómenos la masa experimentará dos deformaciones horizontales  $\delta_\varphi$  y  $u$  debido, a la rotación de la cimentación y a la deflexión elástica de la superestructura respectivamente.

Existen modelos más completos como el mostrado en la figura 5-6(b), los cuales permiten una aproximación al tema más precisa. En vista de la sencillez del método de Zeevaert, la introducción se apoya en su modelo simplificado; éste trabaja en definitiva sólo con el grado de libertad de rotación, el cual es el de mayor interés en la mayoría de los casos de los edificios flexibles o de largos periodos de vibración.

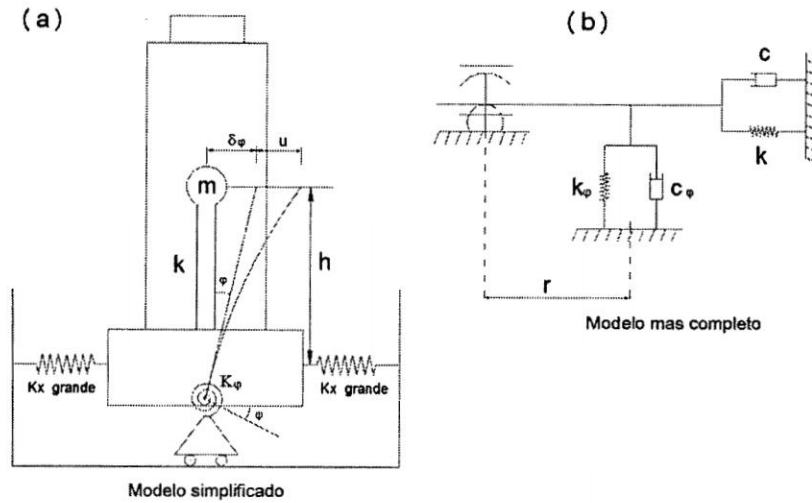


Figura. 5-6 Modelos Para el análisis de la interacción Suelo-Estructura Referencia [1]; Capítulo 14; Página No 513; Figura 14.9.

Se supone un esfuerzo de contacto que varía linealmente con la distancia al centroide de la cimentación; si los esfuerzos de contacto reales derivados de la acción sísmica son tales que producen una deformación sensiblemente elástica durante los picos de carga del sismo, se supone que el edificio se mantendrá vertical; de lo contrario, se podría inclinar con una deformación residual irrecuperable, que representa un daño muy costoso de reparar. Esta fue la situación de inclinación en que quedaron un buen número de edificios en la ciudad de México durante el sismo de Michoacán en 1985. La suposición de linealidad de los esfuerzos a partir del centroide por el cual es presumible que pase el eje de rotación para el cabeceo, implica una cimentación rígida en términos relativos al subsuelo. Al cabecear el sistema estructural, la placa de cimentación no se deforma. En estas condiciones:

El momento de vuelco  $M_\varphi$  inducido por las fuerzas de inercia, debe ser equilibrado por la cimentación:

$$M_\varphi = \varphi k_\varphi \tag{5-9}$$

En la cual el ángulo de cabeceo  $\varphi$ , está dado por la relación geométrica:

$$\varphi = \frac{\delta\varphi}{h}. \quad (5-10)$$

La fuerza cortante producida por el desplazamiento elástico  $u$  de la superestructura con rigidez  $k$ , está dado por:

$$V = ku \quad (5-11)$$

Por simplicidad anulando  $m_x$  e  $I_\varphi$ <sup>88</sup>

De acuerdo con la presentación sobre el tema discutida en el Capítulo IV; la fuerza de inercia de la masa  $F_i$  será:

$$F_i = mw_0^2(\delta\varphi + u) \quad (5-12)$$

En la base de apoyo del sistema, el momento  $M_\varphi$  estará dado por el producto de la fuerza inercial por su brazo:

$$M_\varphi = mw_0^2(\delta\varphi + u)h. \quad (5-13)$$

Reemplazando (5-9), (5-10) en (5-13) se obtiene la velocidad angular general del sistema:

$$w_0^2 = \left[ \frac{k_\varphi}{mh^2} \left( \frac{\delta\varphi}{(\delta\varphi + u)} \right) \right] \quad (5-14)$$

La relación entre las formaciones por cabeceo y la elástica resulta de la expresión:

$$M_\varphi = Vh \quad (5-15)$$

Reemplazando (5-9), (5-10) y (5-11), obtenemos

$$\frac{\delta\varphi k_\varphi}{h} = kuh$$

---

<sup>88</sup>Véase [8] Cap. III, Pag 138.

$$\frac{\delta_{\varphi}}{u} = \left(\frac{k}{k_{\varphi}}\right) h^2 \quad (5-16)$$

La cual se puede introducir (5-16) en la correspondiente a la velocidad angular (5-14) para obtener:

$$\left(\frac{1}{w_0^2}\right) = \left(\frac{mh^2}{k_{\varphi}}\right) + \left(\frac{m}{k}\right) \quad (5-17)$$

El segundo término a la derecha de la última ecuación  $\left(\frac{m}{k}\right)$  no es otra cosa que el inverso de la frecuencia natural del sistema elevada al cuadrado cuando su cimentación no puede rotar; es decir, en el caso de una cimentación empotrada. Tal como se ha indicado, esto sólo se logra y tal vez no del todo, cuando la estructura se apoya sobre roca competente. El primer término de la derecha de la misma ecuación corresponderá entonces a la frecuencia de vibración de la superestructura debido únicamente al cabeceo pero en el caso en el cual la superestructura no se deforma; es decir, cuando la superestructura es infinitamente rígida. Por lo tanto y de acuerdo con los planteamientos del Capítulo IV

$$\left(\frac{1}{w^2}\right) = \frac{m}{k} \quad (5-18)$$

Entonces

$$\left(\frac{1}{w_{\varphi}^2}\right) = \left(\frac{m}{k_{\varphi}}\right) h^2. \quad (5-19)$$

Se puede llegar así al muy importante resultado general siguiente:

$$\left(\frac{1}{w_0^2}\right) = \left(\frac{1}{w_{\varphi}^2}\right) + \left(\frac{1}{w^2}\right) \quad (5-20)$$

Recordando que el período de vibración es inversamente proporcional a  $w$  se obtiene:

$$T_0^2 = T^2 + T_{\varphi}^2 \quad (5-21)$$

Esta ecuación indica que el periodo de vibración general del sistema con cabeceo por efecto de la cimentación, elevado al cuadrado, es igual al natural elevado al cuadrado, más el incremento por el cabeceo, también elevado al cuadrado. La ecuación anterior se puede expresar en términos del periodo natural, para obtener el incremento por el cabeceo<sup>89</sup>.

$$\frac{T_0}{T} = \sqrt{\left[1 + \left(\frac{T_\phi^2}{T^2}\right)\right]} \quad (5-22)$$

Volviendo a las consideraciones iniciales planteadas en la figura 5-6, la (5-21) resulta incompleta puesto que no se ha tenido en cuenta en el período combinado  $T_0$ , el efecto de los desplazamientos horizontales  $u_x$ , correspondiente a la rigidez  $k_x$  indicada. Este efecto podría llamarse el período horizontal  $T_x$ . En términos generales, este efecto es menor que el correspondiente al cabeceo. Aplicando la llamada regla de Dunkerley, presentada por Jacobsen y Ayre puede llegarse a que el período combinado total elevado al cuadrado para el sistema incluyendo el incremento del periodo por desplazamiento lateral horizontal  $T_x$  se puede expresar aproximadamente por la suma de los cuadrados de los tres períodos: el natural, el de cabeceo y el horizontal.

$$T_0^2 = T^2 + T_\phi^2 + T_x^2 \quad (5-23)$$

Donde hemos definido

$$T_x = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_x}} \quad (5-24)$$

---

<sup>89</sup>El periodo  $T_0$  estimado del sistema con interacción puede expresarse en función del periodo  $T$  fundamental de la estructura cuando el suelo es indeformable.

$$T_{\varphi} = 2\pi \sqrt{\frac{mh^2}{k_{\varphi}}} \quad (5-25)$$

Es importante ahora enfatizar que la interacción Suelo-Estructura puede resultar en movimientos acoplados, en los cuales no sólo estarían presentes los de rotación y el horizontal, sino también, en alguna oportunidad, la contribución del movimiento vertical de la cimentación o, aun, el grado de libertad de torsión de la cimentación, tal como se explica más adelante. Para la inmensa mayoría de los casos, la ecuación (5-23) representa una buena aproximación a la realidad. Antes de entrar a estudiar los detalles correspondientes a las rigideces que permiten evaluar aproximadamente los períodos  $T_{\varphi}$  y  $T_x$ , y el amortiguamiento desarrollado por los desplazamientos del suelo, es necesario analizar la ecuación (5-23) a la luz de las informaciones que se presentan en la figura 2-18, ya analizada en el Capítulo II.

Esta aproximación de la ecuación (5-23) fue propuesta por Bielak (1971), quien desarrolló también una expresión para valuar el amortiguamiento efectivo que incluye la disipación de energía por radiación de ondas en el suelo. Como en la derivación de  $T_0$  se ignoran algunas masas, *en general se subestima el periodo fundamental*, aunque los errores son despreciables, particularmente si se comparan con incertidumbres en el cálculo de los términos que representan la deformabilidad del suelo.

### 5.8.- Rigideces asociadas.

Tanto a los movimientos de cabeceo como a los horizontales y verticales deben estar asociadas las rigideces apropiadas, de tal manera que permitan evaluar los periodos de vibración parciales que, sumados, den una idea del periodo de vibración

conjunto del sistema estructural. Las rigideces asociadas al proceso de interacción-suelo estructura depende de las características mecánicas del subsuelo, de la geometría de la cimentación y de las características del movimiento sísmico. La razón de esta última dependencia estriba en que el acelerograma incide directamente sobre la respuesta y ésta condiciona de alguna manera la interacción suelo-estructura, cuando las circunstancias para su ocurrencia están presentes.<sup>90</sup>

Los estudios de las rigideces asociadas al proceso de la interacción suelo-estructura se han adelantado fundamentalmente mediante consideraciones analíticas de dinámica de suelos referentes a casos particulares sometidos a la acción de funciones armónicas.

#### **5.9.- Resortes y amortiguadores equivalentes del suelo.**

Es usual en la práctica *evaluar los efectos de interacción reemplazando al suelo por resortes y amortiguadores constantes*. El estado actual del conocimiento permite, sin embargo, realizar el análisis de interacción usando el concepto de función de impedancia o rigidez dinámica del suelo. Las técnicas modernas sustituyen al suelo por resortes y amortiguadores que dependen de las propiedades dinámicas del suelo, aspectos como la geometría de la cimentación y el perfil estratigráfico del sub suelo.

La rigidez dinámica del suelo así definida está restringida a modelos elásticos-lineales. No obstante, una forma práctica de tener en cuenta aproximadamente el comportamiento no lineal del suelo consiste en estimar sus propiedades de rigidez y

---

<sup>90</sup>Véase Referencia [1] Cap. 14; Pag. 517.

amortiguamiento que sean compatibles con las deformaciones causadas por el movimiento de campo libre.

Las no-linealidades adicionales debidas a las deformaciones producidas por el movimiento de la estructura pueden despreciarse, ya que para sismos de larga duración la mayor parte del comportamiento inelástico del suelo se debe a la excitación sísmica y no a la interacción suelo-estructura. De hecho, el enfoque de diseño debería satisfacer el requisito práctico de evitar la deformación inelástica en el contacto suelo-cimentación. Para el cálculo riguroso de rigideces dinámicas puede recurrirse a un eficiente método de elementos finitos para cimentaciones axisimétricas enterradas en depósitos de suelo estratificado.

**5.10.- Rigideces equivalentes del suelo.**

Admitamos la concepción de flexibilidad elástica de la base de fundación llegando al siguiente esquema de fijación de la base del péndulo mostrado en la figura 5-7.

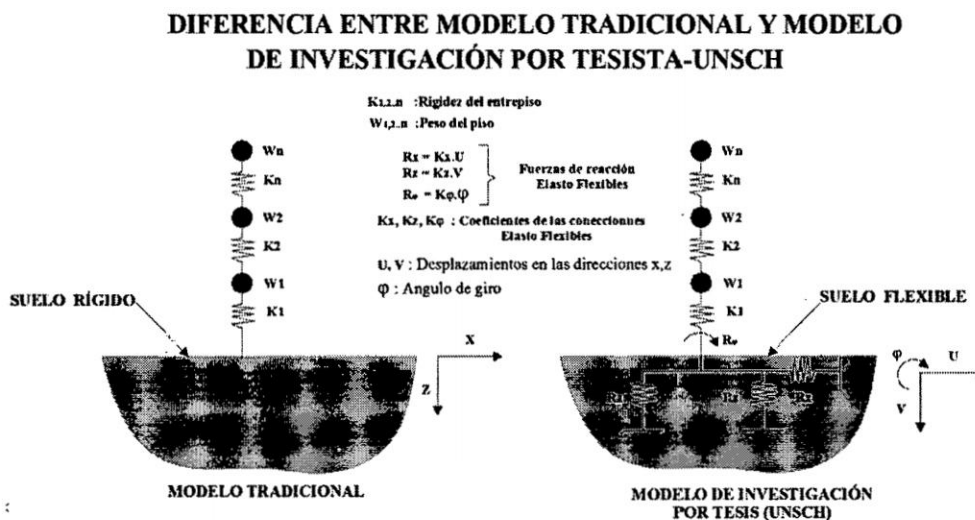


Figura 5-7: Esquema de cálculo de las condiciones de fijación de la estructura tipo péndulo invertido: a) Esquema tradicional, b) Esquema considerando la flexibilidad de la base de fundación. Fuente: Propio del Autor.

Se puede observar que las conexiones elástico-flexibles, cumplen con las condiciones de un sistema geoméricamente invariable y surgen las tres fuerzas de reacción.

$$R_x = K_x u \quad (5-26)$$

$$R_z = K_z v \quad (5-27)$$

$$R_\varphi = K_\varphi \varphi \quad (5-28)$$

Donde:  $K_x, K_z, K_\varphi$ : Coeficientes de rigidez de las conexiones;

$u, v$ : Desplazamientos en las direcciones  $x, z$ ;

$\varphi$ : Ángulo de giro.

De esta manera, la consideración de la flexibilidad del suelo se reemplaza por los coeficientes  $K_x, K_z, K_\varphi$ .

La siguiente etapa de cálculo consiste en la determinación de las frecuencias y periodos de vibración libre.

En general, en un sistema suelo flexible-estructura con una cimentación rígida, esta última tiene seis grados de libertad:

- 1) Desplazamiento vertical
- 2) Desplazamientos horizontales en dos ejes centroidales perpendiculares
- 3) Cabeceo alrededor de los dos ejes horizontales.
- 4) Y Torsión alrededor de un eje vertical

En consecuencia, se requieren los siguientes seis coeficientes de rigidez que representan la restricción que el suelo bajo una estructura opone a tales movimientos; (el problema principal de la consideración de la flexibilidad de la base de fundación, consiste en la determinación de los coeficientes de rigidez).

$k_z$  =Rigidez equivalente en la dirección vertical, (KN/m).

$k_x$  ,  $k_y$  =Rigideces equivalentes para cada una de las dos direcciones horizontales de análisis, (KN/m).

$k_{\phi x}$  ,  $k_{\phi y}$  = Rigideces equivalentes en rotación con respecto a los ejes centroidales de la base perpendiculares a cada dirección que se analiza, (KN.m).

$k_{\psi}$  =Rigidez equivalente en torsión con respecto al eje vertical centroidal de la base, (KN.m).

En el esquema plano de cálculo de edificaciones ante componente horizontal del sismo, el coeficiente de rigidez  $k_z$  influye en el resultado, debido a que en las columnas surgen las fuerzas axiales como consecuencia de la flexibilidad de la base de fundación.

Además dicho esquema de cálculo nos permite apreciar el efecto de las vibraciones verticales de las losas, que surgen en forma inevitable, a pesar que la acción del sismo sea horizontal.

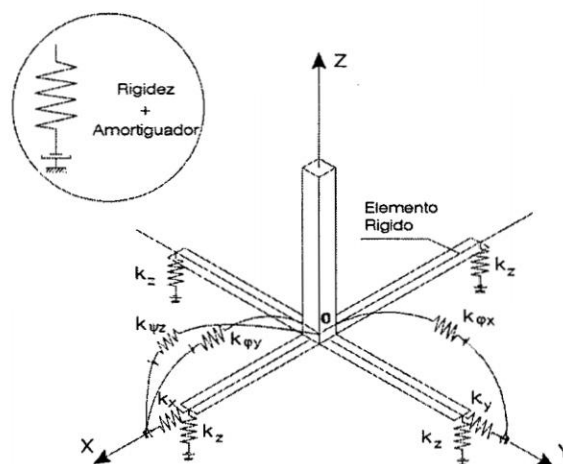


Figura 5-8 Esquema espacial de Cálculo de la cimentación tipo zapata aislada.  
Fuente [11] Cap. 2 Pag. 30.

El carácter espacial del trabajo del armazón estructural permite la posibilidad del surgimiento de vibraciones en 6 grados de libertad, quedando el esquema espacial de cálculo el mostrado en la figura 5-8, donde "o" es el centro de rigidez de la cimentación.

De esta manera, las vibraciones pueden ser descritas parcialmente por:

- ✓ vibraciones verticales
- ✓ vibraciones horizontales
- ✓ vibraciones horizontales-rotacionales
- ✓ vibraciones rotacionales alrededor del eje vertical

En la actualidad Se han adelantado diferentes estudios analíticos con las rigideces presentadas a las cuales se les han asociado las masas que mas razonablemente parecen corresponder al fenómeno vibratorio en la cimentación con componentes horizontales y de cabeceo. De estos estudios se han deducido periodos de vibración  $T_0$  de la construcción, que integran el natural  $T$ , el derivado del cabeceo  $T_\varphi$  y el derivado del desplazamiento horizontal  $T_x$ ; de esta manera se llega a los resultados aproximados anotados en la ecuación (5-23).

### **5.11.- Amortiguamiento.**

Anteriormente en el capítulo IV se ha estudiado y enfatizado el efecto del amortiguamiento de la construcción en su respuesta dinámica. Se menciona una tendencia moderna en tratar de reducir la respuesta mediante amortiguadores colocados dentro del sistema estructural o mediante aisladores que le permiten al edificio una cierta independencia del movimiento con respecto al de la cimentación. Todo aquello que resultando práctico aumenta el amortiguamiento o reduzca la

intensidad de la señal sísmica absorbida por la construcción, debe considerarse como objetivo favorable en la ingeniería sísmica.

En el caso de la interacción suelo-estructura, la cimentación genera ondas mediante los diferentes movimientos a los cuales se ve sometida y en el suelo se desarrolla un proceso histerético. Las ondas generadas son radiadas dentro del subsuelo y conforman un amortiguamiento adicional al del sistema estructural ya discutido, el cual sumado a la contribución histerética del suelo conforma el amortiguamiento total de la cimentación. Además del amortiguamiento por radiación e histéresis en la cimentación,

Teniéndose en cuenta la referencia [11] Cap 2 pag 31; analiza la posibilidad de considerar el amortiguamiento, dado por los parámetros  $\tilde{\xi}_z, \tilde{\xi}_x, \tilde{\xi}_\varphi, \tilde{\xi}_\psi$

### 5.12.- Funciones de impedancia.-

Las relaciones fuerza dinámica-desplazamiento han sido evaluados para una diversidad de bases rígidas de diferentes configuraciones geométricas y para varias idealizaciones del suelo.

El caso más simple de la vibración de una cimentación corresponde a los diferentes modos de excitación-vertical, horizontal, torsional y cabeceo – de un disco rígido colocado sobre una superficie de un semiespacio elástico. Este modelo de suelo considera la energía disipada por la radiación en forma de onda, pero no toma en cuenta las pérdidas debidas al rozamiento interno. El amortiguamiento del material se ha incorporado en el modelo de suelo elástico en forma de amortiguamiento viscoso, y también en forma de amortiguamiento histerético independiente de la frecuencia, lo cual concuerda mejor con el resultado de los ensayos dinámicos.

Los estudios con vibración vertical en modelos de zapatas superficiales y enterradas en formas diversas, indican que la relación armónica fuerza-desplazamiento es función del área de la sección transversal de la cimentación, y es prácticamente independiente de la forma de la zapata. Esta propiedad es útil en aplicaciones, ya que mediante ella los resultados que fueron originalmente desarrollados para bases circulares pueden usarse en cimentaciones de diferentes secciones transversales, mediante el empleo de un radio equivalente. Puede utilizarse un enfoque similar para los restantes modos de vibración de la cimentación, en que los momentos de inercia sustituyen el área de la sección transversal en movimientos que involucran rotaciones.

### **5.13.- síntesis de interacción suelo estructura.**

En resumen, se puede decir que en la mayoría de los casos la interacción suelo-estructura alarga los periodos de vibración fundamental, así mismo aumenta las fuerzas inerciales, mientras que en otras las reduce conduciendo a un efecto favorable. En todo lo anterior no se ha tenido en cuenta una posible modificación de la capacidad de amortiguamiento del suelo.

Después de esta discusión de tipo cualitativo sobre el posible efecto de la interacción suelo-estructura para construcciones con cimentación superficial implantadas sobre diferentes tipos de suelos, es necesario volver al aspecto cuantitativo del problema. Para ello se regresa a la ecuación (5-23). Suponiendo la aplicabilidad de esta ecuación, es necesario concentrarse en las rigideces que se deben emplear para poder determinar en forma aproximada  $T_{\phi}$  y  $T_x$  o para emplear alguna expresión para el periodo de vibración fundamental combinado. Así mismo, es

necesario mencionar el caso de las cimentaciones profundas, desde el punto de vista de la interacción suelo-estructura.

**5.14.- Modelo dinámico de interacción suelo estructura.**

**5.14.1.- Modelo dinámico Norma Rusa Snip 2.02.05.87.**

En el presente modelo de análisis considera los 6 grados de libertad de la interacción suelo-estructura; donde:

1. El coeficientes de rigidez de compresión elástica uniforme  $K_z$ , KN/m (T/m)
2. El coeficiente de rigidez de desplazamiento elástico uniforme  $K_x$ , KN/m (T/m)
3. El coeficiente de rigidez de compresión elástica no uniforme  $K_\varphi$  KN.m (T.m)
4. El coeficiente de rigidez de desplazamiento elástico no uniforme  $K_\psi$ , KN.m (T.m)

Se calculan por las ecuaciones:

$$K_z = C_z A \tag{5-29}$$

$$K_{x(y)} = C_{x(y)} A \tag{5-30}$$

$$K_{\varphi x(y)} = C_{\varphi x(y)} I_{\varphi x(y)} \tag{5-31}$$

$$K_\psi = C_\psi I_\psi = C_\psi (I_{\varphi x} + I_{\varphi y}) \tag{5-32}$$

Donde

$C_{x(y)}$  Coeficiente de desplazamiento elástico uniforme  $\frac{KN}{m^3} \left( \frac{T}{m^3} \right)$

$C_z$  Coeficiente de compresión elástica uniforme  $\frac{KN}{m^3} \left( \frac{T}{m^3} \right)$

$C_{\varphi x(y)}$  Coeficiente de compresión elástica no uniforme  $\frac{KN}{m^3} \left( \frac{T}{m^3} \right)$

$C_\psi$  Coeficiente de desplazamiento elástico no uniforme  $\frac{KN}{m^3} \left( \frac{T}{m^3} \right)$

$A$  Área de la base de la cimentación ( $m^2$ ).

$I_{\varphi}$  Momento de inercia ( $m^4$ ) del área de la base de la cimentación respecto al eje horizontal, que pasa por el centro de gravedad perpendicular al plano de vibración.

$I_{\psi}$  Momento de inercia ( $m^4$ ) del área de la base de la cimentación respecto al eje vertical, que pasa por el centro de gravedad de la cimentación (momento polar de inercia);  $I_{\psi} = I_{\varphi x} + I_{\varphi y}$

La principal característica elástica de la cimentación, es decir el coeficiente de compresión elástica uniforme  $C_z \frac{KN}{m^3}$  ( $T/m^3$ ), se determina por medio de ensayos experimentales. En caso que no exista dicha información se puede determinar por la siguiente ecuación.

$$C_z = b_o E \left( 1 + \sqrt{\frac{A_{10}}{A}} \right) \quad (5-33)$$

Donde:

$b_o$  Coeficiente ( $m^{-1}$ ) asumido mediante el cuadro 5.1.

$E$  Modulo de deformación del suelo en la base de la cimentación,  $KPa$  ( $T/m^2$ ).

$$A_{10} = 10m^2$$

$A$  Área de la base de cimentación.

Así mismo:

Se determinan los valores de  $C_{x(y)}$ ,  $C_{\varphi x(y)}$ ,  $C_{\psi}$  por las siguientes ecuaciones:

$$C_{x(y)} = 0.7 C_z \quad (5-34)$$

$$C_{\varphi x(y)} = 2 C_z \quad (5-35)$$

$$C_{\psi} = C_z \quad (5-36)$$

En las propiedades de amortiguación de la base de la cimentación, se deben de considerar las amortiguaciones relativas  $\xi$ , determinado por ensayos de laboratorio.

En el caso que no existan datos experimentales. La amortiguación relativa para las vibraciones verticales  $\xi_z$  se puede determinar por las ecuaciones:

- ✓ Para las vibraciones establecidas (armónicas) o conocidas:

$$\xi_z = \frac{2}{\sqrt{P_m}} \quad (5-37)$$

$$\left( \xi_z = \frac{0.7}{\sqrt{P_m}} \right) \quad (5-38)$$

- ✓ Para las vibraciones no establecidas (impulsos) o desconocidas:

$$\xi_z = 6 \sqrt{\frac{E}{C_z P_m}} \quad (5-39)$$

$$\left( \xi_z = 2 \sqrt{\frac{E}{C_z P_m}} \right) \quad (5-40)$$

Donde:

**E** Módulo de deformación del suelo en la base de la cimentación

**C<sub>z</sub>** Coeficiente de compresión elástica uniforme; igual que la ecuación (5-33)

**P<sub>m</sub>** Presión estática media en la base de la cimentación. T/m<sup>2</sup>

$$P_m \leq \gamma_{ts} R \quad (5-41)$$

Siendo:

**γ<sub>ts</sub>** Coeficiente de la condición de trabajo del suelo de fundación, dato obtenido del cuadro 5.2.

**R** Resistencia de cálculo del suelo de fundación, determinado por la Norma Rusa SNIP 2.02.01-83\* [103] o por los cuadros 5.4 a 5.7.

Las amortiguaciones relativas para las vibraciones horizontales y rotacionales respecto a sus ejes horizontal y vertical, se puede determinar por las siguientes ecuaciones:

$$\xi_{x(y)} = 0.6\xi_z \quad (5-42)$$

$$\xi_{\varphi x(y)} = 0.5\xi_z \quad (5-43)$$

$$\xi_{\psi} = 0.3\xi_z \quad (5-44)$$

*Cuadro 5.1: Coeficiente de la condición de trabajo del suelo de fundación*

<b>Tipo de Suelo de Fundación</b>	<b><math>b_0</math></b>
suelos arenosos	1
arenas arcillosas	1.2
Arcillas, cascajos, gravas, cantos rodados, arenas densas	1.5

Fuente: [11] Cap. II, Pag. 40

*Cuadro 5.2: Coeficiente de la condición de trabajo del suelo de fundación*

<b>Tipo de Suelo de Fundación</b>	<b><math>\gamma_{ts}</math></b>
Arenas saturadas de grano fino o polvorosa y arcillas de consistencia movediza	0.7
Resto de suelos	1.0

Fuente: [11] Cap. II Pag 41.

*Cuadro 5.3: Resistencia de cálculo R para suelos grandes o de grano grueso*

	Suelos grandes o de grano grueso	R, Kpa (Kg/cm <sup>2</sup> )
01.00.00	Cascajos con agregados de:	
	Arenas	600 (6.0)
	Arcillas con índice de fluidez	
	$I_L \leq 0.5$	450 (4.5)
	$0.5 < I_L \leq 0.75$	400 (4.0)
02.00.00	Gravas con agregados de:	
	Arenas	500 (5.0)
	Arcillas con índice de fluidez	
	$I_L \leq 0.5$	400 (4.0)
	$0.5 < I_L \leq 0.75$	350 (3.5)

Fuente: [11] Pág. 111 Tabla 1

*Cuadro 5.4: Resistencia de cálculo R para suelos arenosos*

	Arenas	R, Kpa (Kg/cm <sup>2</sup> )	
		Densas	Media densas
01.00.00	Grandes	600 (6.0)	500 (5.0)
02.00.00	Medianas	500 (5.0)	400 (4.0)
03.00.00	Pequeñas		
03.01.00	Poco húmedas	400 (4.0)	300 (3.0)
03.02.00	Húmedas y saturadas con agua	300 (3.0)	200 (2.0)
04.00.00	Polvorosas		
04.01.00	Poco húmedas	300 (3.0)	250 (2.5)
04.02.00	Húmedas	200 (2.0)	150 (1.5)
04.03.00	Saturadas con agua	150 (1.5)	100 (1.0)

Fuente: [11] Pág. 111 Tabla 2

Cuadro 5.5: Resistencia de cálculo  $R$  para Arenas, arenas arcillosas y arcillas

Suelos	Coeficiente de porosidad $e$	$R$ , Kpa ( $\text{Kg}/\text{cm}^2$ )	
		$I_L = 0$	$I_L = 1$
Arena	0.5	300 (3.0)	300 (3.0)
	0.7	250 (2.5)	200 (2.0)
Arena arcillosa	0.5	300 (3.0)	250 (2.5)
	0.7	250 (2.5)	180 (1.8)
	1.0	200 (2.0)	100 (1.0)
Arcilla	0.5	600 (6.0)	400 (4.0)
	0.6	500 (5.0)	300 (3.0)
	0.8	300 (3.0)	200 (2.0)
	1.1	250 (2.5)	100 (1.0)

Fuente: [11] Pág. 112 Tabla 3

Cuadro 5.6: Resistencia de cálculo  $R$  para Suelos naturales y compactados

Suelo	$R$ , Kpa ( $\text{Kg}/\text{cm}^2$ )			
	Naturales con densidad en estado seco $\rho_s$ , $\text{T}/\text{m}^3$		Compactados con densidad en estado seco $\rho_s$ , $\text{T}/\text{m}^3$	
	1.35	1.55	1.6	1.7
Arena	300 (3.0)	350 (3.5)	200 (2.0)	250 (2.5)
	150 (1.5)	180 (1.8)		
Arena arcillosa	350 (3.5)	400 (4.0)	250 (2.5)	300 (3.0)
	180 (1.8)	200 (2.0)		

**Observación:**

1. En el numerador se dan los valores de  $R$ , relacionados con suelos no humedecidos con un grado de humedad  $S_h \leq 0.5$  y en el denominador el valor de  $R$ , pero para suelos humedecidos o con grado de humedad  $S_h \geq 0.8$ .

Fuente: [11] Pág. 112 Tabla 4

Cuadro 5.7: Resistencia de cálculo **R** para suelos terraplenados o de relleno

Características del terraplen o relleno	<b>R, Kpa (Kg/cm<sup>2</sup>)</b>			
	Arenas de grano fino, mediano y grueso; escoria y otros		Arena polvorosa, arena arcillosa, arcilla, ceniza y otros	
	<b>S<sub>h</sub> ≤ 0.5</b>	<b>S<sub>h</sub> ≥ 0.8</b>	<b>S<sub>h</sub> ≤ 0.5</b>	<b>S<sub>h</sub> ≥ 0.8</b>
Relleno uniformemente esparcido y compactado	250 (2.5)	200 (2.0)	180 (1.8)	150 (1.5)
Suelos partidos y desechos industriales				
Compactados	250 (2.5)	200 (2.0)	180 (1.8)	150 (1.5)
Sin compactar	180 (1.8)	150 (1.5)	120 (1.2)	100 (1.0)
Suelos desprendidos y desechos industriales				
Compactados	150 (1.5)	120 (1.2)	120 (1.2)	100 (1.0)
Sin compactar	120 (1.2)	100 (1.0)	100 (1.0)	80 (0.8)
<b>Observación:</b>				
1) El valor de <b>R</b> se relaciona con suelos terraplenados o de relleno con sustancias orgánicas $I_{om} \leq 0.1$ .				
2) Para suelos partidos o desprendidos no comprimidos y desechos industriales, el valor de <b>R</b> se toma con un coeficiente igual a 0.8.				

Fuente: [11] Pág. 113 Tabla 5.

. - Para el cálculo del momento de inercia de la masa de la zapata ([11] Capítulo. II páginas. 35 a 38) los seis parámetros adimensionales del modelo mecánico de la base representan una dependencia lineal de  $\sqrt{A}$ , según las siguientes ecuaciones.

$$m_{xi} = m_{o.x.i} + m_{1.x.i} \cdot \text{tg}\psi \cdot \sqrt{\frac{A}{a}} \tag{5-45}$$

$$m_{yi} = m_{o.y.i} + m_{1.y.i} \cdot \text{tg}\psi \cdot \sqrt{\frac{A}{a}} \tag{5-46}$$

$$m_{zi} = m_{o.z.i} + m_{1.z.i} \cdot \text{tg}\psi \cdot \sqrt{\frac{A}{a}} \tag{5-47}$$

$$m_{\varphi.x.i} = m_{o.\varphi.x.i} + m_{1.\varphi.x.i} \cdot \text{tg}\psi \cdot \sqrt{\frac{A}{a}} \tag{5-48}$$

$$m_{\varphi,y,i} = m_{o,\varphi,y,i} + m_{1,\varphi,y,i} \cdot \operatorname{tg}\psi \cdot \sqrt{\frac{A}{a}} \quad (5-49)$$

Donde:

$i = 1$  Para coeficiente de vibraciones verticales.

$i = 2$  Para coeficientes de vibraciones horizontales.

$A$  Area de la zapata

$a = 1\text{m}$

$\psi$  Ángulo de fricción interna del suelo.

$m$  Representa a los parámetros análogos para las vibraciones con su respectiva dirección  $(x, y, z, \varphi x, \varphi z, \psi)$ .

$m_{oz} \ m_{o\varphi} \ m_{ox} \ m_{1z} \ m_{1\varphi} \ m_{1x}$  Obtenidas de los cuadros (5.8) y (5.9) dependientes del tipo de vibración y del módulo de poisson ( $\mu$ ) de la base de fundación.

Los parámetros adimensionales  $m(x, y, z, \varphi x, \varphi z, \psi)$  se determinan de forma dimensional como los momentos de inercia de la masa de la zapata respecto al eje, en donde:

Para las vibraciones horizontales  $x, y$

$$M_x = \rho \cdot a^3 \cdot m_x \quad (5-50)$$

$$M_y = \rho \cdot a^3 \cdot m_y \quad (5-51)$$

$$M_z = \rho \cdot a^3 \cdot m_z \quad (5-52)$$

Para las vibraciones rotacionales  $\varphi_x, \varphi_y$

$$M_{\varphi_x} = \rho \cdot a^5 \cdot m_{\varphi_x} \tag{5-53}$$

$$M_{\varphi_y} = \rho \cdot a^5 \cdot m_{\varphi_y} \tag{5-54}$$

Para las vibraciones torcionantes  $\psi$

$$M_{\varphi} = M_x \frac{I_{\psi}}{A} \tag{5-55}$$

Donde

$\rho$  Densidad del suelo de la base de fundación.

Cuadro 5.8: Relación de  $m_{oz}$   $m_{o\varphi}$   $m_{ox}$  en función del módulo de poisson

Dirección "Z"					
$\mu$	$b_{oz1}$	$b_{oz2}$	$K_{oz1}$	$K_{oz2}$	$m_{oz}$
0.25	5.34	6.21	21.80	7.50	2.80
0.35	6.44	6.90	26.30	8.40	3.12
0.45	10.53	7.50	43.00	9.20	3.29
Giro en "X" , "Y"					
$\mu$	$b_{o\varphi1}$	$b_{o\varphi2}$	$K_{o\varphi1}$	$K_{o\varphi2}$	$m_{o\varphi}$
0.25	1.36	1.60	5.60	7.50	1.00
0.35	1.63	1.70	6.70	7.90	1.03
0.45	2.50	1.60	10.70	7.30	0.84
Dirección "X" , "Y"					
$\mu$	$b_{ox1}$	$b_{ox2}$	$K_{ox1}$	$K_{ox2}$	$m_{ox}$
0.25	3.10	5.20	12.40	7.60	1.80
0.35	3.10	5.70	12.40	8.30	1.90
0.45	3.10	6.40	12.40	9.20	2.10

Fuente: [11] Cap 2 Pág. 37 Tabla 2.2

Cuadro 5.9: Relación de  $m_{1z}$   $m_{1\phi}$   $m_{1x}$  en función del módulo de poisson

<b>Dirección "Z"</b>					
$\mu$	$b_{1z1}$	$b_{1z2}$	$K_{1z1}$	$K_{1z2}$	$m_{1z}$
0.25	0.87	0.62	3.56	2.88	0.56
0.35	1.06	0.78	4.34	3.50	0.62
0.45	1.81	0.78	7.41	3.72	0.69
<b>Giro en "X" , "Y"</b>					
$\mu$	$b_{1\phi1}$	$b_{1\phi2}$	$K_{1\phi1}$	$K_{1\phi2}$	$m_{1\phi}$
0.25	0.22	0.12	1.16	1.34	0.12
0.35	0.28	0.12	1.41	1.81	0.16
0.45	0.50	0.12	1.97	1.81	0.16
<b>Dirección "X" , "Y"</b>					
$\mu$	$b_{1x1}$	$b_{1x2}$	$K_{1x1}$	$K_{1x2}$	$m_{1x}$
0.25	0.53	0.75	2.09	1.53	0.28
0.35	0.53	0.84	2.09	1.87	0.31
0.45	0.53	0.84	2.09	1.91	0.37

Fuente: [11] Cap. 2 Pág. 37 Tabla 2.3

### **6.0.- Modelamiento y análisis.**

#### **6.1.- Descripción del proyecto.**

##### **6.1.1.- Generalidades.**

En atención a la aplicación del tema de tesis *“Diseño estructural de edificio considerando la interacción dinámica-suelo-estructura”*. Se realizó al edificio de *“la sede del distrito Judicial de Ayacucho Ministerio Público – Fiscalía de la Nación”*.

##### **6.1.2.- Descripción del edificio.**

La Sede del Distrito Judicial de Ayacucho Ministerio Publico – Fiscalía de la Nación, Políticamente se encuentra ubicada en:

Manzana : 0.  
Lote : 11  
AA. HH : Proyecto Integral Ñahuinpuquio.  
Sector : Keiko Sofía Fujimori.  
Distrito : San Juan Bautista.  
Provincia : Huamanga.  
Departamento : Ayacucho.

Geográficamente se encuentra en las coordenadas 8543156.6N0 y 586102.25E a una altura de 2814.48msnm.

El área de terreno es de 2175.8 m<sup>2</sup>, con perímetro de 212.11m.

El área techada total de la sede del distrito judicial de Ayacucho es de 3251.86 m<sup>2</sup>, correspondiendo el 5% al sótano, 20% a la planta baja, 30% la primera planta, 30% la segunda planta y 15% la tercera planta.

**El proyecto estructural.** Los materiales en la construcción de la Obra son de material Noble, fundamentalmente ladrillo y concreto.

La estructura es mixta, con pórticos conformados por columnas y vigas estructurales y albañilería confinada, presenta además estructuras metálicas en los techos, la cimentación consiste en cimientos corridos, zapatas aisladas, conectadas y combinadas, existen muros de sótano, así como muros de contención para salvar los desniveles según el proyecto arquitectónico y topografía del terreno, las losas son aligeradas, con acceso a cada nivel por medio de escaleras de concreto, además cuenta con una cisterna y tanque elevado de concreto armado.

El suelo de fundación está constituido por una capa de suelos de arena limosa que corresponde al estrato superior, semi-compacta en toda la extensión y por debajo de ella a una profundidad de 1.00m a más se ubica el sustrato rocoso en toda la extensión del terreno, que corresponde a una roca sedimentaria, donde fue cimentada mayormente la edificación.

**El Proyecto Arquitectónico.** Presenta como principales áreas de la siguiente manera.

SÓTANO: Destacamento Policial y carceleta.

PLANTA BAJA: Vigilancia, Control de Personal, Cuarto de Maquinas, Escaleras, Almacén General, Auditorio, Almacén de Bienes Incautados, Vestuario, Chofer, Limpieza.

PRIMER PISO: Administración, primera, segunda, tercera, cuarta y quinta Fiscalía Penal, Fiscalía Especial en Ejecuciones Extrajudiciales, SS.HH. Fiscales, SS.HH. Público, Fiscalía de Prevención del Delito, Fiscalía en lo Civil y Familia, Renadesple, Mesa de Partes e Informe, Vigilancia y Zona de Circulación.

SEGUNDO PISO: Control Interno, Primera, Segunda y Tercera Superior Mixta, Fiscalía Especial Antidrogas, Central Telefónica, Informática Servidor, SS.HH. Fiscales, SS.HH. Públicos, Deposito, Archivo General, Biblioteca, Cafetería, Escaleras, y Zona de Circulación (Pasadizos).

TERCER PISO: Fiscalía Superior Decana, Sala de Reuniones, SS.HH. Públicos, Sala de Usos Múltiples, Cocina, Escaleras y Zona de Circulación (Pasadizos).

El proyecto considera un sistema de guardianes diurnos y nocturnos ubicados en las tres entradas y salidos del terreno con capacidad para 2 personas por caseta a fin de dar seguridad a las instalaciones.

**El proyecto sanitario.** Considera el sistema indirecto de abastecimiento de agua fría, mediante un cisterna y tanque elevado. Contempla la dotación de 2 electrobombas para el servicio de abastecimiento de agua potable para el uso interno de las instalaciones, desde el cisterna hacia el tanque elevado con sistema de control de niveles automático, con abastecimiento a los baños, cafetería, cocinillas, etc., además una electro-motobomba para el bombeo del agua contra incendio desde el cisterna hacia los gabinetes contraincendios, se ha considerado además el abastecimiento directo de agua contraincendios desde la boca siamés hacia el cisterna. El sistema de desagüe, consiste en recolección de las aguas negras por medio de tuberías hacia una montante y de esta hacia las cajas de registro y buzones. Asimismo se ha considerado el sistema de drenaje de aguas pluviales mediante canaletas y bajadas de lluvia ubicadas estratégicamente que descargan hacia el exterior.

**El proyecto Eléctrico y de informática.** Se ha previsto en la sala de maquinas con capacidad para ubicar un grupo electrógeno de emergencia, el tablero general y el

estabilizador, se ha proyectado el sistema de iluminación interior y exterior, sistema de tomacorrientes, sistema de tomacorrientes estabilizados y sistema de voz y data desde el centro de informática hacia cada oficina de fiscales y otros que requieren del servicio, además cuenta con los tableros generales y de distribución así como los sistemas de tierra y pararrayos. Finalmente fue considerado los sistemas eléctricos para el funcionamiento de las bombas para el abastecimiento de agua y contraincendios.

### 6.1.3.- Descripción del suelo de fundación.

La estratigrafía encontrada de acuerdo a los resultados en laboratorio y el registro de campo; (documento obtenido a solicitud del tesista); corresponde a arena limosa, semi-compactada en toda la extensión, y por debajo de ella a una profundidad de 1.00m se halla el manto rocoso de Andesita Basáltica en toda la extensión del terreno SUCS=SM.

No se detecto el nivel freático en la zona activa de la cimentación.

Para el análisis de cimentación se ha considerado estructuras de cimientos corridos y/o zapatas conectadas.

La profundidad del cimiento se consideró a 1.00m mínimo, a partir del nivel de cota de terreno superficial.

Los resultados de los análisis químicos el contenido de sulfatos y cloruros se considera leve por lo que se utilizó Cemento portland Tipo I.

Las condiciones de cimentación del suelo son:

a) *ZONA I* con Profundidad de desplante:  $D_f = 1.00m$

b) *ZONA II* Con Profundidad de desplante:  $D_f = 1.00m$

### 6.2.0.- Cálculo de coeficientes de rigidez, Amortiguamiento relativo y momento másico de Inercia.

#### 6.2.1.- Generalidades.

Ocurrido un sismo, los efectos de la interacción dinámica suelo estructura en un edificio, hace que en el contacto entre la cimentación rígida y el suelo tenga seis grados de libertad, un desplazamiento vertical "z", desplazamientos horizontales en dos ejes centroidales perpendiculares "x" y "y", torsión alrededor del eje vertical "z", y cabeceo alrededor de los dos ejes horizontales "x" y "y". En consecuencia, se requieren los siguientes seis coeficientes de rigidez, que representan la restricción que el suelo bajo una estructura opone a tales movimientos.

Los seis coeficientes de restricción se calcularán a través del modelo dinámico de la *NORMA RUSA SNIP 2.02.05-87*.

#### 6.2.2.- Características del suelo de fundación.

El cálculo de los coeficientes de rigideces para el terreno del Edificio del Ministerio Público Fiscalía de la Nación fueron teniéndose la relación del estudio de mecánica de suelos del proyecto con tablas de propiedades dinámicas de suelos según diversas bibliografías, donde:

El Módulo de Elasticidad dinámica para un manto rocoso de Basalto es de  $8.7 \text{ Kg/Cm}^2 (\times 10^5)$  <sup>91</sup>

Factor  $b_0$  según cuadro 5.1 (Para suelo Basáltico tomaremos el valor de 1.5)

Factor  $A_{10} = 10$

Coefficiente de condición de trabajo del suelo  $\gamma_{st} = 1$ ; según cuadro 5.2

Resistencia de cálculo R del suelo según cuadro 5.4.

<sup>91</sup> Véase [30] Cap. III, Pág. 164, Cuadro 3.15, para El ángulo de fricción Cap. III, Pag. 159, Cuadro 3.13

Cuadro 6.1 Características del suelo de fundación del proyecto.

<b>Características del suelo de fundación</b>		
Tipo de suelo		Arena limosa semi compacta en toda la extensión, y por debajo de ella a una profundidad de 1m a más se halla el manto rocoso de Andesita Basáltica en toda la extensión del terreno SUCS=SM
Módulo de elasticidad del suelo	$E_s$	8.7
$b_0$	$b_0$	1.5
Factor $A_{10}$	$A_{10}$	10
Coefficiente de condición de trabajo del suelo	$\gamma_{ts}$	1
Resistencia de cálculo R del suelo	R	6

**6.2.3.- Cálculo de coeficientes de rigidez, Amortiguamiento relativo y Momento másico de inercia en la zapata de la edificación modelada.**

**6.2.3.1.- Modelo dinámico de la NORMA RUSA SNIP 2.02.05-87.**

El procedimiento de cálculo de los coeficientes de rigidez se realizara para la zapata Z-19 y para el restante de zapatas se presenta el cuadro A-01 del apéndice A.

El coeficiente de compresión elástica uniforme calculamos por la ecuación (5-33), donde el área de la zapata es  $A = 5.63m^2$

$$C_z = (1.5)(8700) \left( 1 + \sqrt{\frac{10}{5.63}} \right)$$

$$C_z = 30442.27 \frac{T}{m^3}$$

El coeficiente de desplazamiento elástico uniforme calculamos por la ecuación (5-34)

$$C_x = (0.7)(30442.27) = 21309.59 \frac{T}{m^3}$$

$$C_y = (0.7)(30442.27) = 21309.59 \frac{T}{m^3}$$

El coeficiente de compresión elástica no uniforme calculamos por la ecuación (5-35)

$$C_{\varphi x} = (2)(30442.27) = 60884.54 \frac{T}{m^3}$$

$$C_{\varphi y} = (2)(30442.27) = 60884.54 \frac{T}{m^3}$$

El coeficiente de desplazamiento elástico no uniforme calculado por ecuación (5-36)

$$C_{\psi} = 30442.27 \frac{T}{m^3}$$

Los coeficientes de rigidez  $K_z$ ,  $K_{x(y)}$ ,  $K_{\varphi x(y)}$ ,  $K_{\psi}$  calculamos por las ecuaciones (5-29), (5-30), (5-31) y (5-32) respectivamente; donde:

$$I_{\varphi x} = 6.22, \quad I_{\varphi y} = 1.99, \quad I_{\psi} = 8.21$$

$$K_z = 30442.27 (5.63) = 171389.98 \left(\frac{T}{m}\right)$$

$$K_x = 21309.59(5.63) = 119972.99 \left(\frac{T}{m}\right)$$

$$K_y = 21309.59(5.63) = 119972.99 \left(\frac{T}{m}\right)$$

$$K_{\varphi x} = 60884.54(6.22) = 378701.86 (T.m)$$

$$K_{\varphi y} = 60884.54(1.99) = 121160.24 (T.m)$$

$$K_{\psi} = 30442.27 (6.22 + 1.99) = 249931.05 (T.m)$$

La  $P_m$  Presión estática media en la base de la cimentación.  $T/m^2$  mediante la ecuación (5-41)

$$P_m = 1(60) = 60 \left(\frac{T}{m^2}\right)$$

Calculando las características de la amortiguación relativa para las vibraciones verticales  $\xi_z$  por la ecuación (5-40)

$$\xi_z = 2 \sqrt{\frac{8700}{30442.27(60)}} = 0.14$$

Calculando las amortiguaciones relativas para las vibraciones lineales y rotacionales mediante las ecuaciones (5-42), (5-43) y (5-44)

$$\xi_x = 0.60(0.14) = 0.084$$

$$\xi_y = 0.6(0.14) = 0.084$$

$$\xi_{\varphi x} = 0.5(0.14) = 0.07$$

$$\xi_{\varphi y} = 0.5(0.14) = 0.07$$

$$\xi_{\psi} = 0.3(0.14) = 0.042$$

Calculando los momentos de inercia de la masa de la zapata,

Para ello se obtuvo la densidad del suelo<sup>92</sup>  $\rho = 0.151 \text{ Ton. s}^2/\text{m}^4$

Para las vibraciones horizontales  $x, y$  mediante las ecuaciones (5-50), (5-51) y (5-52)

$$M_x = 0.151 * \left( \sqrt{\frac{5.63}{3.1416}} \right)^3 * \left( 1.8 + 0.28 * \tan(42) * \sqrt{\frac{5.63}{1}} \right) = 0.87 \frac{T.s^2}{m}$$

$$M_y = 0.151 * \left( \sqrt{\frac{5.63}{3.1416}} \right)^3 * \left( 1.8 + 0.28 * \tan(42) * \sqrt{\frac{5.63}{1}} \right) = 0.87 \frac{T.s^2}{m}$$

$$M_z = 0.151 * \left( \sqrt{\frac{5.63}{3.1416}} \right)^3 * \left( 2.8 + 0.56 * \tan(42) * \sqrt{\frac{5.63}{1}} \right) = 1.45 \frac{T.s^2}{m}$$

Para las vibraciones rotacionales  $\varphi x, \varphi y$  mediante las ecuaciones (5-53), y (5-54)

$$M_{\varphi x} = 0.151 * \left( \sqrt{\frac{5.63}{3.1416}} \right)^5 * \left( 1 + 0.12 * \tan(42) * \sqrt{\frac{5.63}{1}} \right) = 0.82 T.s^2.m$$

$$M_{\varphi y} = 0.151 * \left( \sqrt{\frac{5.63}{3.1416}} \right)^5 * \left( 1 + 0.12 * \tan(42) * \sqrt{\frac{5.63}{1}} \right) = 0.82 T.s^2.m$$

Para las vibraciones torcionantes  $\psi$  mediante las ecuaciones (5-55).

$$M_{\varphi} = 0.87 * \frac{8.21}{5.63} = 1.27 T.s^2.m$$

<sup>92</sup> Véase [30] Cap. III, Pag. 164, Cuadro 3.15.

### **6.3.0.-Diseño estructural de edificio considerando la interacción dinámica-suelo-estructura.**

#### **6.3.1.- Generalidades.**

De acuerdo a la metodología usada en la mayoría de los países, la intensidad de la carga sísmica, en base a la cual se calcula una estructura, se determina en dependencia de la fuerza sísmica esperada en el lugar de la construcción y la importancia de la edificación.

Los reglamentos modernos de diseño sísmico, entre ellos el de Perú, aceptan que el análisis estructural ante cargas sísmicas puede efectuarse considerando que las estructuras tienen comportamiento elástico lineal. Aunque se reconoce que durante temblores severos los edificios pueden incursionar en comportamiento inelástico.

En esta sección se describen brevemente la aplicación de los coeficientes de rigidez y amortiguamiento del suelo que tiene la función de restringir los desplazamientos y fuerzas generalizadas a las zapatas de la edificación.

La aplicación en conjunto del sistema estructural se modeló a través del programa Sap 2000 v.14, por el análisis modal espectral para sismos que actúa a lo largo del eje global X del eje global Y.

#### **6.3.2.- Consideraciones según el Reglamento Nacional de Edificaciones.**

El Reglamento Nacional de Edificaciones es de aplicación obligatoria con el objetivo de normar los criterios y requisitos mínimos para el análisis y diseño de estructuras en edificaciones; esta Norma técnica Rectora en el territorio Nacional que establece los derechos y responsabilidades de los actores que intervienen en todo el proceso, con el fin de garantizar la calidad de la edificación.

En la presente tesis, las normas del R.N.E. que se tuvieron en cuenta para el cálculo y diseño estructural del edificio “la sede del distrito Judicial de Ayacucho Ministerio Público – Fiscalía de la Nación” son: E-020 Cargas, E-030 Diseño Sismorresistente, E-050 Suelos y Cimentaciones E-060 Concreto Armado, E-070 Albañilería.

**6.3.2.1.- E-020 Cargas.**

Para las cargas muertas de diseño, se consideró el peso real de los materiales que componen y que deben soportar la edificación, calculadas en base a su peso unitario<sup>93</sup>.

Las propiedades del concreto que se ingresó al programa Sap 2000 v14 se muestra en la figura 6-1 (para elementos estructurales como Muros, Columnas, vigas, viguetas, escaleras y Losas).

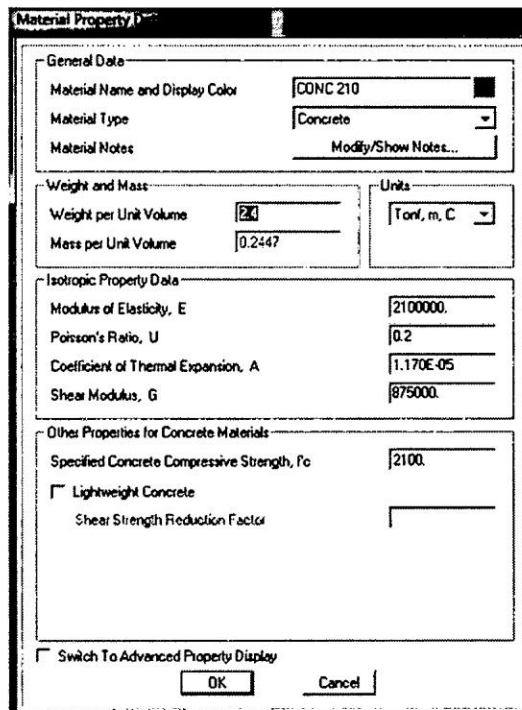


Figura 6-1 Propiedades ingresadas al Sap 2000 del concreto  $f_c = 210\text{Kg/cm}^2$

<sup>93</sup>Véase referencia [39] E-020, Cap. II. Art. 3. Pag 307 y Anexo 1 (pesos unitarios) Pag. 313

Para el metrado de Cargas muertas:

Peso unitario de concreto armado 2400 Kgf/m<sup>3</sup>

Peso unitario de concreto simple = 2300 Kgf/m<sup>3</sup>

Peso Unitario de Albañilería de unidades de arcilla cocida huecas 24x12x10 =  
1350Kg/m<sup>3</sup>.

Peso por metro cuadrado de Albañilería de unidades de ladrillo pandereta  
24x12x10 = 180 Kg/m<sup>2</sup>.

Peso por metro cuadrado de Tabique contraplacado con superboard de 6mm =  
8.22Kgf/m<sup>2</sup>.

Peso por metro cuadrado de ladrillo de techo + peso del contra piso + peso de la  
baldosa + piso acabado = 200 Kg/m<sup>2</sup>

Peso por metro cuadrado de ladrillo de techo + peso del contra piso + peso del  
mayólica + peso de cielo raso = 225Kg/m<sup>2</sup>

Peso por metro cuadrado de Contra piso + peso de mayólica + peso del cieloraso  
= 150Kgf/m<sup>2</sup>

Peso por metro cuadrado del ladrillo de techo + peso de listones de madera 2" x  
3" + peso de teja aluminizada grabillada + peso del cielo raso = 135 Kg/m<sup>2</sup>

Peso po metro cuadrado del ladrillo de techo + peso de listones de madera 2" x  
3" + peso de teja aluminisada grabillada + peso de baldosa = 100 Kg/m<sup>2</sup>

Peso por metro cuadrado de listone de madera 2" x 3" + peso de teja  
aluminizada grabillada 20 Kg/m<sup>2</sup>.

Peso por metro cuadrado de Cubierta de policarbonato poligonal estándar de  
espesor 8mm =1.5Kgf/m<sup>2</sup>.

Peso por metro lineal de Aceros tubulares rectangular de 2" x 4" de E=6mm=  
13.608 Kgf/m

Peso por metro lineal de Aceros tubulares cuadrados de 2" x 2" de E=6mm=  
9.072Kgf/m.

Debido a que en el estudio de mecánica de suelos del proyecto informa que no existe nivel freático, no se considera la presión hidrostática; es así que para el cálculo de las magnitudes y ubicación de las presiones laterales activos y pasivos<sup>94</sup> se tomó en cuenta la teoría de Rankine, que según mecánica de suelo:

$$K_a = \cos \beta \left( \frac{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \Phi}}{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \Phi}} \right) \quad (6-1)$$

$$K_p = \tan^2 \left( 45 + \frac{\Phi}{2} \right) \quad (6-2)$$

Donde:

$\Phi$  = Ángulo de fricción interna del suelo.

$\beta$  = Ángulo respecto a la horizontal del relleno en la parte superior del muro.

El peso específico del suelo  $\gamma_s = 1.483 \text{ Tn/m}^3$ .

La presión activa se determina por:

$$h * \gamma_s * K_a. \quad (6-3)$$

La presión pasiva se determina por:

$$h * \gamma_s * K_p. \quad (6-4)$$

De modo que el valor constante multiplicador de la presión en las ecuaciones (6-3) y (6-4) que se requiere para el ingreso en el programa Sap 2000 es:

$$\gamma_s * K_p. \quad (6-5)$$

---

<sup>94</sup>Véase referencia [39] Cap. VII, Pag. 303 y Pag 313.

Los cálculos correspondientes a la presiones para los muros W, V, J, G, L, se aprecian en el Apéndice A-02.

Las cargas vivas se usará como mínimo, los valores que se establecen en el R.N.E

Norma E-020<sup>95</sup> de donde:

L1 Depositos, sala de almacenaje con estantes fijos (no apilables) = 750 Kgf/m<sup>2</sup>.

L2 = Archivo s/c = 500 Kgf/m<sup>2</sup>.

L3 = Lugar de Asamble (S.U.M.) =500 Kgf/m<sup>2</sup>.

L4 = Cafetería s/c = 400 Kgf/m<sup>2</sup>

L5 = Corredores s/c = 400 Kgf/m<sup>2</sup>

L6 = Escaleras s/c = 400 Kgf/m<sup>2</sup>

L7 = Biblioteca s/c = 300 Kgf/m<sup>2</sup>

L8 = Baños s/c = 300 Kgf/m<sup>2</sup>

L9 = Oficinas s/c = 250 Kgf/m<sup>2</sup>

Para techos del último nivel según R.N.E. E-020 Capitulo III, Artículo 7, (7.1).

L10 = Para techos con inclinación hasta 3° con respecto a la horizontal = 100 Kgf/m<sup>2</sup>

L11 = Para techos con inclinación mayor a 3° con respecto a la horizontal (100 Kgf/m<sup>2</sup>) reducida en (5Kgf/m<sup>2</sup>), por cada grado de pendiente por encima de 3°, hasta un mínimo de 50Kgf/m<sup>2</sup>; por lo tanto para nuestro techo inclinado de 20°, le corresponde = 65 Kgf/m<sup>2</sup>. Validando esta carga viva de = 70 Kgf/m<sup>2</sup>.

---

<sup>95</sup>Véase referencia [39] E-020, Cap. III. Art. 6. y Tabla 1 (Cargas vivas mínimas repartidas)

L12 = Para techos con coberturas livianas de planchas onduladas o plegadas, calaminas, fibrocemento, material plástico etc, cualquiera sea su pendiente = 30Kgf/m<sup>2</sup>

Así mismo según la Norma E-020 Capítulo III Artículo 10, indica “Las cargas vivas mínimas repartidas Indicadas podrán reducirse para el diseño de acuerdo a la siguiente expresión.

$$Lr = Lo \left( 0.25 + \frac{4.6}{\sqrt{Ai}} \right) \quad (6-6)$$

Donde:

Lr = Intensidad de la carga viva reducida<sup>96</sup>

Lo = Intensidad de la carga viva sin reducir<sup>97</sup>

Ai = Área de influencia del elemento estructural en m<sup>2</sup> que se calcula mediante:

$$Ai = KAt \quad (6-7)$$

At = Área tributaria del elemento en m<sup>2</sup>.

K = Factor de carga viva sobre el elemento Véase tabla 3 <sup>98</sup>.

<sup>96</sup> Las reducciones de carga viva estarán sujetas a las siguientes limitaciones descrita en los incisos a, b, c,d, f y g, del R.N.E: Véase referencia [39] E-020, Cap. III. Art. 10.

a.- El área de influencia (Ai) deberá ser mayor que 40m<sup>2</sup> en caso contrario no se aplicará ninguna reducción.

b.-El valor de la carga viva reducida (Lr) no deberá ser menor que el 0.5Lo, para nuestro proyecto este inciso va relacionado con el inciso g del R.N.E.

c.-Para columnas o muros que soporten más de un piso deben sumarse las áreas de influencia de los diferentes pisos.

d.-No se permitirá reducción alguna de carga viva para el cálculo de esfuerzos de corte (punzonamiento) en el perímetro de las columnas *en estructuras de losas sin vigas*.

f.- En los lugares de asamblea, bibliotecas, archivos, depósitos y almacenes, industrias, tiendas, teatros, cines y todos aquellos en los cuales la sobrecarga sea de 5kpa (500Kgf/m<sup>2</sup>) o más, no se permitirá reducir la carga viva, salvo para los elementos (columnas, muros) que soporten dos o más pisos para los cuales la reducción máxima será del 20%.

g.-Para losas en una dirección, el área tributaria (At) que se emplee en la determinación de Ai no deberá exceder el producto del claro libre por un ancho de 1.5 veces del claro libre.

<sup>97</sup>Véase referencia [39] E-020, Cap. III. Art. 10. y Tabla 1 (Cargas vivas mínimas repartidas)

De tal manera que nuestras cargas reducidas<sup>99</sup> son:

$$Lr1 = 600 \text{ Kgf/m}^2$$

$$Lr2 = 400 \text{ Kgf/m}^2$$

$$Lr3 = 400 \text{ Kgf/m}^2$$

$$Lr4 = 200 \text{ Kgf/m}^2$$

$$Lr5 = 200 \text{ Kgf/m}^2$$

$$Lr6 = 200 \text{ Kgf/m}^2$$

$$Lr7 = 150 \text{ Kgf/m}^2$$

$$Lr8 = 150 \text{ Kgf/m}^2$$

$$Lr9 = 125 \text{ Kgf/m}^2$$

$$Lr10 = 50 \text{ Kgf/m}^2$$

$$Lr11 = 35 \text{ Kgf/m}^2$$

$$Lr12 = 15 \text{ Kgf/m}^2$$

Las combinaciones de carga para el diseño de las estructuras y elementos estructurales deberán diseñarse para obtener en todas sus secciones Resistencia de diseño por lo menos igual a las resistencias requeridas. Por ello en concordancia del R.N.E. E-020 Capítulo 5 Art 19 con la E-060 Capítulo 9, las combinaciones de carga para diseño se desarrollará por esta ultima (véase sección 6.3.2.4)

### **6.3.2.2.- E-030 Diseño Sismorresistente.**

Se llevará a cabo un análisis modal espectral<sup>100</sup> en base a las indicaciones de la Norma de Diseño Sismorresistente E-030-2011.

---

<sup>98</sup>Véase referencia [39] E-020, Cap. III. Art. 10. y Tabla 3 (Factor de carga viva K sobre el elemento)

<sup>99</sup>Estas reducciones se realizan en obediencia al inciso "f", así mismo el cumplimiento del inciso "b" planteamos respecto al mínimo para los que cumplen del inciso "a" del E-020 Artículo 10.

En el caso de análisis modal es utilizado para determinar los modos de vibración de la estructura<sup>101</sup>. Que también es utilizado como base para el caso de análisis por Espectro de respuesta.

La aceleración espectral para cada una de las direcciones horizontales analizadas se utilizó un espectro inelástico de pseudo aceleraciones definido por:

$$S_a = \frac{ZUCSg}{R} \quad (6-8)$$

De donde los factores sísmicos para el proyecto según la Norma E-030 son:

$Z=0.3$  Zona sísmica 2. <sup>102</sup>

$U=1.3$  Categoría de la edificación Importante – Categoría B. <sup>103</sup>

$S=1.0$  Correspondiente al estrato donde se apoya la zapata: Suelo muy rígido (perfil Tipo S1). <sup>104</sup>

$T_p=0.4s$  Período correspondiente al perfil de suelo S1. <sup>105</sup>

$C = 2.5 \frac{T_p}{T}$ , siendo  $C \leq 2.5$ . Éste coeficiente se interpreta como el factor de amplificación de la respuesta estructural respecto de la aceleración en el suelo <sup>106</sup>

$T$  es el período según se define con el RNE Véase [39] E-030 Cap. IV Art. 18 Análisis Dinámico; Versc. 18.2, Enc. A, Pag 320.

$R=7$  Coeficiente de reducción de fuerzas (pórticos de concreto armado) <sup>107</sup>

<sup>100</sup>En la presente Tesis la edificación a modelar es de tipo convencional que según la Norma E-030 Art. 18, Versículo 18.1 es suficiente el análisis dinámico por el procedimiento de combinación espectral

<sup>101</sup>En un caso de un análisis modal no se aplican cargas a la estructura y es siempre de análisis lineal.

<sup>102</sup>Véase referencia [39] E-030, Cap. II, Art. 5 Pag. 316; así mismo Anexo No 1, Pag. 322.

<sup>103</sup>Véase referencia [39] E-030, Cap. III, Art. 8, Tabla No3, Pag. 317.

<sup>104</sup>Véase referencia [39] E-030, Cap. II, Art. 6, Versc. 6.2, Enc. A, Pag. 316.

<sup>105</sup>Véase referencia [39] E-030, Cap. II, Art. 6, Tabla No 2, Pag. 317.

<sup>106</sup>Véase referencia [39] E-030, Cap. II, Art. 7, Pag. 317.

<sup>107</sup>Véase referencia [39] E-030, Cap. III, Art. 12, Tabla No 6, Pag. 318.

Para cada una de las direcciones horizontales analizadas se utilizará un espectro de pseudo-aceleraciones definido por:<sup>108</sup>

$$S_a = \frac{ZUCSg}{R} = \frac{0.3 * 1.3 * C * 1 * 9.81}{7} = 0.5465 * C$$

Donde el factor de escala que requiere el programa SAP 2000 es 0.5465.

Para el análisis en la dirección vertical podrá usarse un espectro con valores iguales a los 2/3 del espectro empleado para las direcciones horizontales (análisis no considerada en tesis).

Los valores de la amplificación sísmica  $C$  en función al periodo de la estructura, así mismo el cálculo de la aceleración espectral se muestra en el Apéndice A-03.

Para que las cargas aplicadas en la losa se repartan uniformemente y puedan resistir esfuerzos de cortante y flexión, esta debe comportarse como un elemento rígido.

La Norma E-030 Capítulo IV Art. 16 (16.2) El modelo para el análisis deberá considerar una distribución espacial de masas y rigidez que sean adecuados para calcular los aspectos más significativos del comportamiento dinámico de la estructura.

Para el presente edificio de investigación los sistemas de entrepisos funcionan como diafragma rígido<sup>109</sup> como un modelo de masas concentradas y evaluarse bajo tres grados de libertad por diafragma, asociados a dos componentes ortogonales

<sup>108</sup>Véase referencia [39] E-030, Cap. IV, Art. 18, Versc. 18.2, Enc. B, Pag. 320.

<sup>109</sup>Téngase en cuenta que en la referencia [39] E-030 Capítulo IV, Art. 16 (16.2) menciona Textualmente “Deberá verificarse que los diafragmas tengan la rigidez y resistencia suficiente para asegurar la distribución mencionada, en caso contrario, deberá tomarse en cuenta su flexibilidad para la distribución de las fuerzas sísmicas”, seguidamente “para los pisos que no constituyan diafragma rígido, los elementos resistentes serán diseñados para las fuerzas horizontales que directamente les corresponde”

de traslación horizontal y una rotación, en donde, las deformaciones de los elementos se compatibilizan mediante la condición de diafragma rígido y la distribución en planta de las fuerzas horizontales es en función a las rigideces de los elementos resistentes.

Según el Art 15 (15.1) menciona del máximo desplazamiento relativo de entrepiso teniéndose en cuenta el Art 16 (16.4), no deberá exceder la fracción de la altura de entrepiso que se indica en la tabla No 8 del E-030, de modo que, según nuestro proyecto de análisis de tesis corresponde a estructura de concreto aporcado y albañilería confinada. De donde  $D_1$  = Maximos desplazamiento del entrepiso;  $h_{e1}$  =Altura de entrepiso

LÍMITES PARA DESPLAZAMIENTO LATERAL DE ENTREPISO	
Material Predominante	$(D_1/h_{e1})$
Concreto Armado	0.007
Acero	0.010
Albañilería	0.005
Madera	0.010

Cuadro 6-2: Límites de desplazamiento lateral de entrepisos.

Fuente [39] E-030 Cap. III; Art. 15.

Para el proyecto de Tesis entonces (despejándose):

$$\text{Concreto Armado } D_1 = 0.007 * h_{e1} \tag{6-9}$$

$$\text{Albañilería } D_1 = 0.005 * h_{e1} \tag{6-10}$$

De modo que los máximos desplazamientos de entrepisos del proyecto de Tesis es:

Para Pórticos de concreto Armado con ecuación (6-9)

Entrepiso de piso Planta Baja con Nivel Cero  $h_{e1}=4.5$ , es:  $D_1=0.0315m$

Entrepiso Nivel Cero con techo Primer Nivel  $h_{e1}=3.5$ o el  $D_1=0.0245m$

Entrepiso entre techo de Primer y segundo Nivel  $h_{e1}=3.5$ o el  $D_1=0.0245m$

Entrepiso entre techo de segundo y tercer Nivel  $h_{e1}=3.5$ o el  $D_1=0.0245m$

Entrepiso entre techo de segundo y tercer inclinado  $h_{e1}=5.0$ o el  $D_1=0.035m$

Para Albañilería con ecuación (6-10)

Entrepiso de piso Planta Baja con Nivel Cero  $h_{e1}=4.5$ , es:  $D_1=0.0225m$

Entrepiso Nivel Cero con techo Primer Nivel  $h_{e1}=3.5$ o el  $D_1=0.0175m$

Entrepiso entre techo de Primer y segundo Nivel  $h_{e1}=3.5$ o el  $D_1=0.0175m$

Entrepiso entre techo de segundo y tercer Nivel  $h_{e1}=3.5$ o el  $D_1=0.0175m$

Entrepiso entre techo de segundo y tercer inclinado  $h_{e1}=5.0$ o el  $D_1=0.025m$

En concordancia del Art 15 (15.1) y el Art 16 (16.4) los máximos desplazamientos relativos de entrepisos se realizarán amplificando los desplazamientos laterales multiplicando  $0.75 \cdot R$ , calculada en la sección 12.3 del presente capítulo de Tesis.

### **6.3.2.3.- E-050 Suelos y Cimentaciones.**

Debido a que en el Estudio de Mecánica de Suelos del proyecto no indica los asentamientos tolerables para la edificación, la aplicación de ésta se tomará en cuenta del E-050 Cap. III, Art. 14, en donde el asentamiento diferencial<sup>110</sup> no debe ocasionar una distorsión angular<sup>111</sup> mayor que la indicada en la tabla No 8 del E-050, de donde

<sup>110</sup>Véase referencia [39] E-050 Capítulo III, Art 14, figura No 5.

<sup>111</sup>Véase referencia [39] E-050 Capítulo III, Art. 14 figura No 5, en donde Distorsión angular es la tangente de asentamiento diferencial entre distancia de zapatas.

se desprende la distorsión angular para el límite seguro para edificios en los que no se permiten grietas corresponde a  $\alpha=1/500=0.002$ .

#### 6.3.2.4.- E-060 Concreto Armado.

Las estructuras y elementos estructurales deberán diseñarse para obtener en todas sus secciones resistencia de diseño por lo menos iguales a las resistencias requeridas calculadas para las cargas y fuerzas amplificadas en las combinaciones que se estipulan en la Norma E-060, que para el proyecto de tesis la resistencia requerida es definida mediante las combinaciones:

$$\text{COMB1} = 1.4\text{CM} + 1.7\text{CV}$$

$$\text{COMB2} = 1.25(\text{CM} + \text{CV}) + \text{CSx}$$

$$\text{COMB3} = 1.25(\text{CM} + \text{CV}) - \text{CSx}$$

$$\text{COMB4} = 1.25(\text{CM} + \text{CV}) + \text{CSy}$$

$$\text{COMB5} = 1.25(\text{CM} + \text{CV}) - \text{CSy}$$

$$\text{COMB6} = 0.9\text{CM} + \text{CSx}$$

$$\text{COMB7} = 0.9\text{CM} - \text{CSx}$$

$$\text{COMB8} = 0.9\text{CM} + \text{CSy}$$

$$\text{COMB9} = 0.9\text{CM} - \text{CSy}$$

$$\text{COMB10} = 1.4\text{CM} + 1.7\text{CV} + 1.7\text{CE}$$

$$\text{COMB11} = 1.05\text{CM} + 1.25\text{CV} + 1.05\text{CT}$$

$$\text{COMB12} = 1.4\text{CM} + 1.4\text{CT}$$

$$\text{COMB13} = \text{ENVOLVENTE (COMB1, COMB2, ..., COMB8)}$$

De donde

CM = Carga Muerta

CV = Carga Viva

CE = Carga de Empuje Lateral de los Suelos y del líquido

CT = Asentamientos diferenciales de las zapatas.

Las partes de una edificación deben ser capaces de resistir las cargas que se le impongan como consecuencia de su uso previsto

Debido a los efectos de torsión en el análisis se tiene incertidumbre en la localización de los centros de masa en cada nivel, se considera mediante una excentricidad accidental perpendicular a la dirección del sismo igual a 0.05 veces la dimensión del edificio en la dirección perpendicular a la dirección de análisis. En cada caso deberá considerarse el signo más desfavorable. [Véase [39] E-030 Capítulo IV Art. 18 Versiculo 18.2, inciso e].

### **6.3.3.- Consideraciones en la Modelación de la edificación a través del programa**

#### **Sap 2000 v.14.**

Se modeló la estructura considerando: un análisis bajo un empotramiento perfecto en su cimentación y un análisis considerando la flexibilidad del suelo de fundación

#### **6.3.3.1.-Modelo dinámico bajo suelo rígido.**

Se tiene el modelo estructural de *“la sede del distrito Judicial de Ayacucho Ministerio Público – Fiscalía de la Nación”* en el programa Sap 2000 como se observa en la figura 6-2. Con empotramiento en las zapatas.

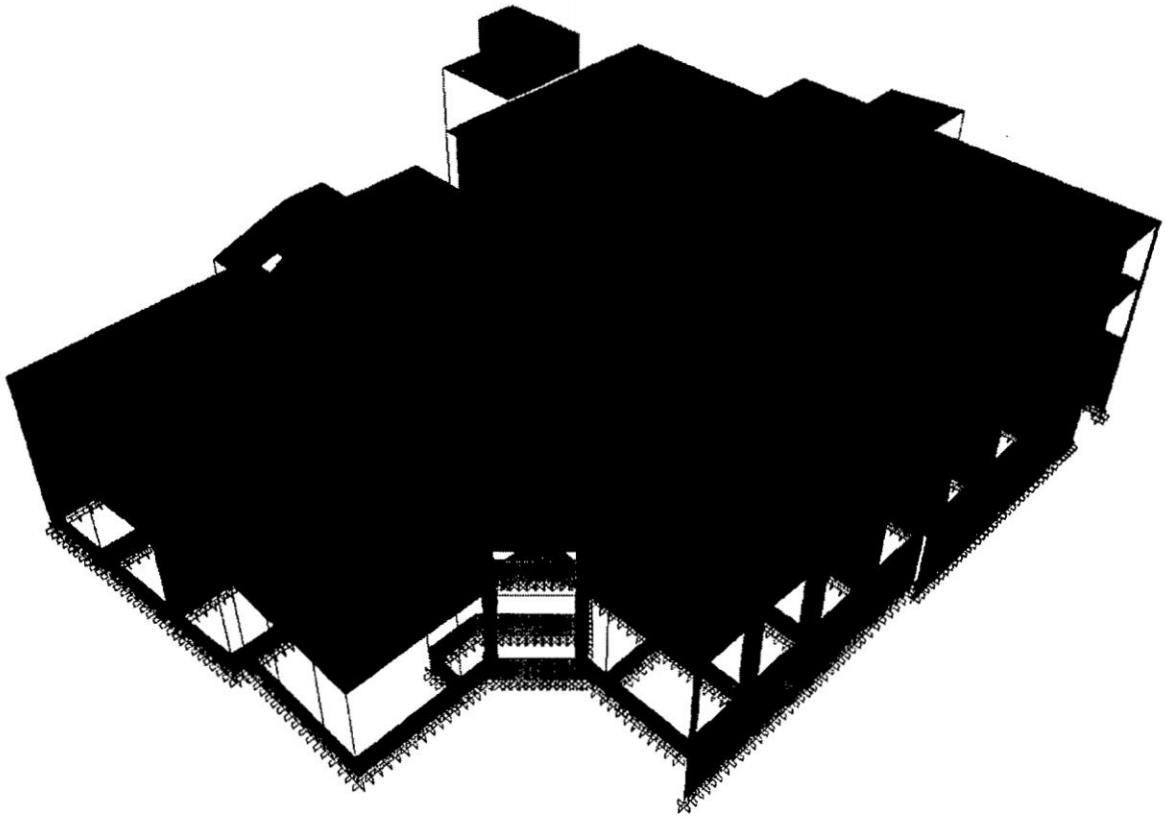


Figura 6-2 Sistema Estructural del Misnisterio Público fiscalía de la Nacion en el Sap 2000 v14 con empotramiento en la cimentación.

### 6.3.3.2.-Modelo dinámico bajo suelo flexible.

- A. Para el análisis por el modelo dinámico de la Norma Rusa figura 6-5, La zapata se consideró como elementos Shell de acuerdo a su dimensión y ubicadas en el nivel, indicado en los planos de proyecto.
- B. Para que la zapata sea completamente rígida, se asumió un módulo de elasticidad  $E_z = 9.E+08$ , cuyas propiedades de ingreso al Sap 2000 v14 se muestra en la figura 6-3.

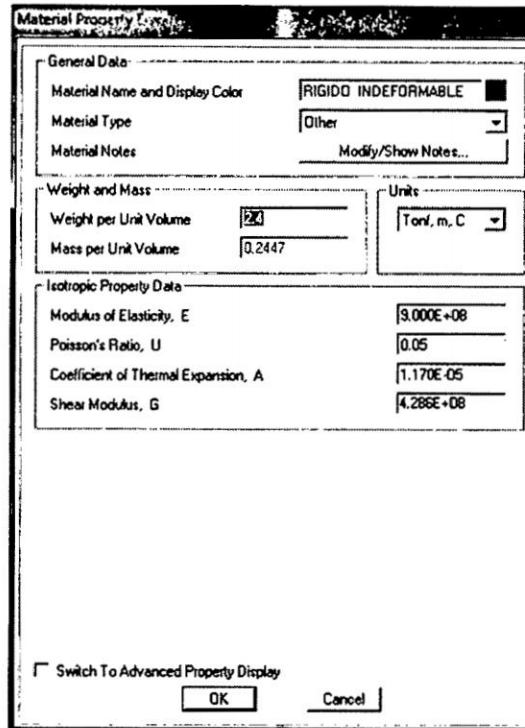


Figura 6-3 Propiedades mecánicas ingresadas de las zapatas en el Sap 2000 v14

C. Al nudo ubicado en el centroide "C" en planta de la zapata figura 6-4 se asignarán las propiedades de momento de inercia de la masa para la zapata según (Cuadro del Apéndice A-01), utilizando el elemento MASS (Sap 2000).

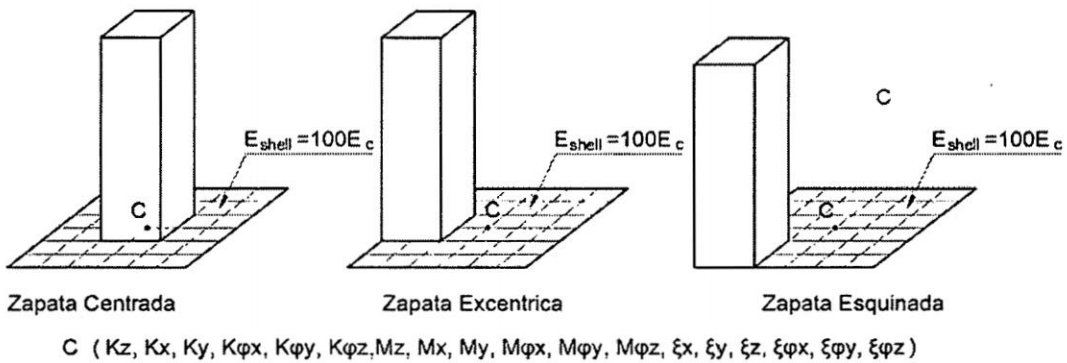


Figura 6-4 Aplicación de rigidez, Amortiguamiento y masa inercial a la zapata

D. De acuerdo a la figura 6-4 se asignaron las propiedades de los resortes traslacionales y rotacionales según el Cuadro del Apéndice A-01, a través del

elemento **SPRING** (Sap 2000). Que para el modelo dinámico de la Norma Rusa se asigna para los seis grados de libertad.

D.1. Como se puede apreciar en la (figura 5-8) los coeficientes de rigidez  $K_z$ ,  $K_x$ ,  $K_y$ ,  $K_{\phi x}$ ,  $K_{\phi y}$ ,  $K_{\phi z}$ , se aplicaron en el centroide "C" de la zapata (véase figura 6-5)

E. Para considerar la amortiguación se usaron elementos **DAMPER** con amortiguadores, tal como se muestra en el modelo dinámico de la (figura 5-8). asignandose las amortiguaciones relativas  $\xi_x$ ,  $\xi_y$ ,  $\xi_z$ ,  $\xi_{\phi x}$ ,  $\xi_{\phi y}$ ,  $\xi_{\phi z}$ . (véase figura 6-5)

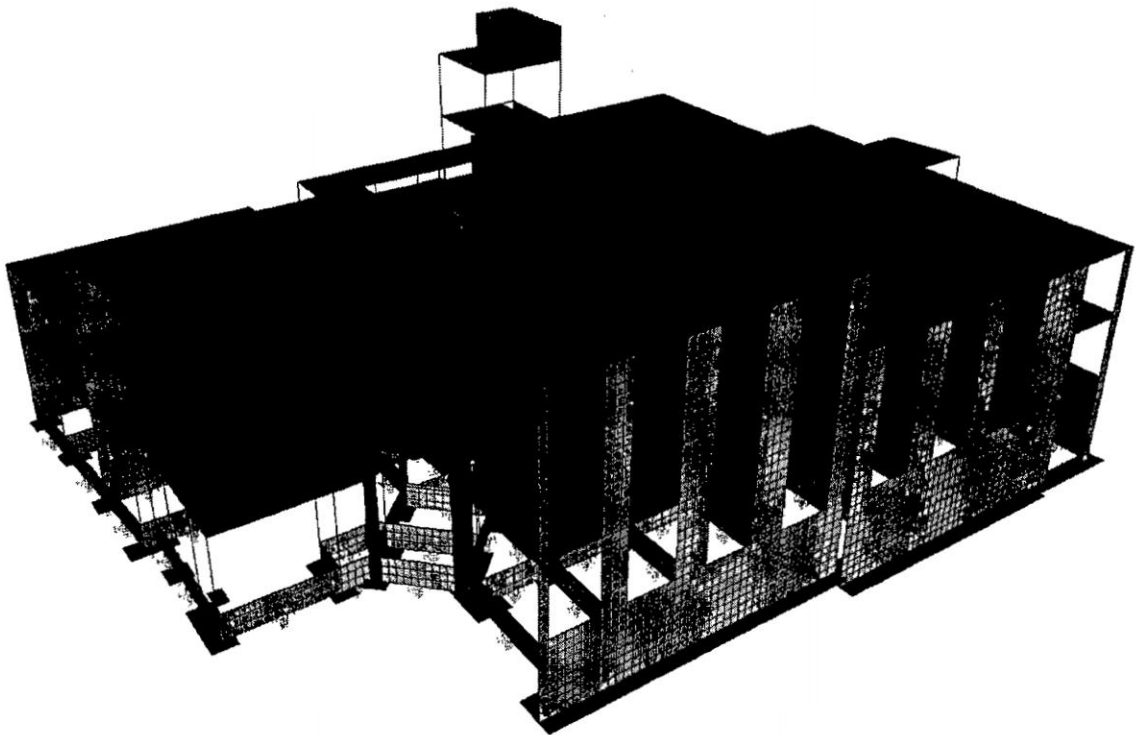


Figura 6-5 Sistema Estructural del Misnisterio Público fiscalía de la Nacion en el Sap 2000 v14 considerando el suelo flexible.

**6.3.3.3.-Propiedades consideradas en el Sap 2000 y el análisis modal espectral.**

1.- Para considerar la presión activa de tierra en los muros W, V, J, G, L, I, se tomo en cuenta la teoría de Rankine, para ello en el Sap 2000 v14, se define los puntos de presión activa mediante la propiedad (Joint Patterns) para luego a este grupo de puntos asignarle el factor de variación de presiones figura (6-6) que está en función a la altura mediante la ecuación:

$$\text{Pattern Value} = Ax + By + Cz + D \tag{6-9}$$

**Pattern Name** Punt Pres Act m-w

**Pattern Assignment Type**

- X, Y, Z Multipliers (Pattern Value = Ax + By + Cz + D)
- Z Coordinate at Zero Pressure and Weight Per Unit Volume

**Pattern Value = Ax + By + Cz + D**

Constant A	<input type="text" value="0."/>
Constant B	<input type="text" value="0."/>
Constant C	<input type="text" value="-1"/>
Constant D	<input type="text" value="0.95"/>

**Restrictions**

- Use all values
- Zero Negative values
- Zero Positive values

**Options**

- Add to existing values
- Replace existing values
- Delete existing values

OK Cancel

Figura 6-6 Ingreso de variación de presiones laterales en función a la altura del muro.

Para determinar las constantes C y D se considera que:

-En la parte superior del muro, Z, toma el valor máximo (Zmax) cota en donde la presión de tierra es cero de modo que la ecuación (6-9) se expresa como:

$$\text{Pattern Value} = CZ_{\text{max}} + D = 0 \quad (6-10)$$

-En la base del muro Z toma la cota mínima (Zmin), cota en donde la presión de tierra es máxima en función de "h" (h altura del muro) de modo que la ecuación (6-9) se expresa como:

$$\text{Pattern Value} = CZ_{\text{min}} + D = Z_{\text{max}} - Z_{\text{min}} \quad (6-11)$$

La asignación de presión lateral de tierra como un estado de carga en el muro es como se muestra en la figura (6-7), en la propiedad de Multiplier se ingresa el valor de la ecuación (6-5). El signo es de acuerdo a los ejes locales de los elementos Shell del muro.

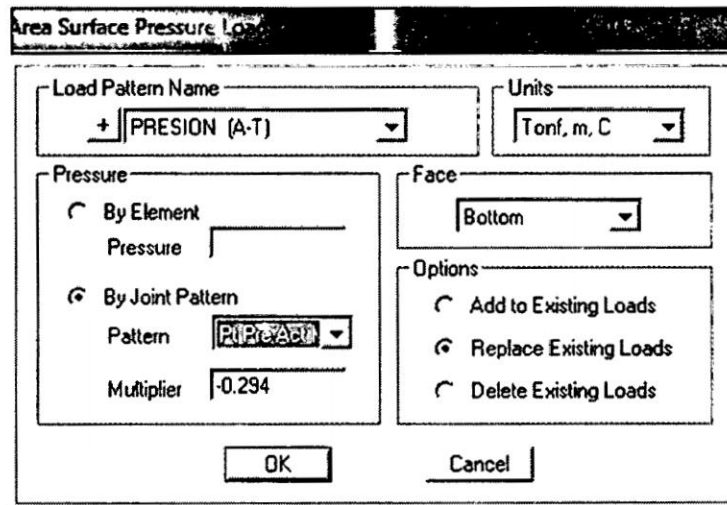


Figura 6-7 Asignación de presión lateral de tierra como un estado de carga.

Estos valores mencionados se detalla en el Apéndice A-02.

Para el tanque elevado se consideró las cargas laterales por este mismo principio.

- 3.- En cada nivel se modeló un diafragma rígido en el plano horizontal haciendo uso de la opción DIAPHRAGM CONSTRAINT, para tomar en cuenta el hecho que el movimiento de los nudos de un piso es dependiente del movimiento del centro de masas de dicho piso.
- 4.- Mediante los requisitos de la Norma de Diseño Sismorresistente E-030-2011 el presente proyecto se modelará mediante un análisis espectral modal<sup>112</sup>, para las direcciones horizontales utilizando un espectro de pseudo-aceleración figura 6-8 cuyo factor de escala definido en la sección 6.3.2 de este capítulo es el valor **0.5465**, cuyo ingreso al programa Sap 2000 v14 es como se observa en la figura (6-9).

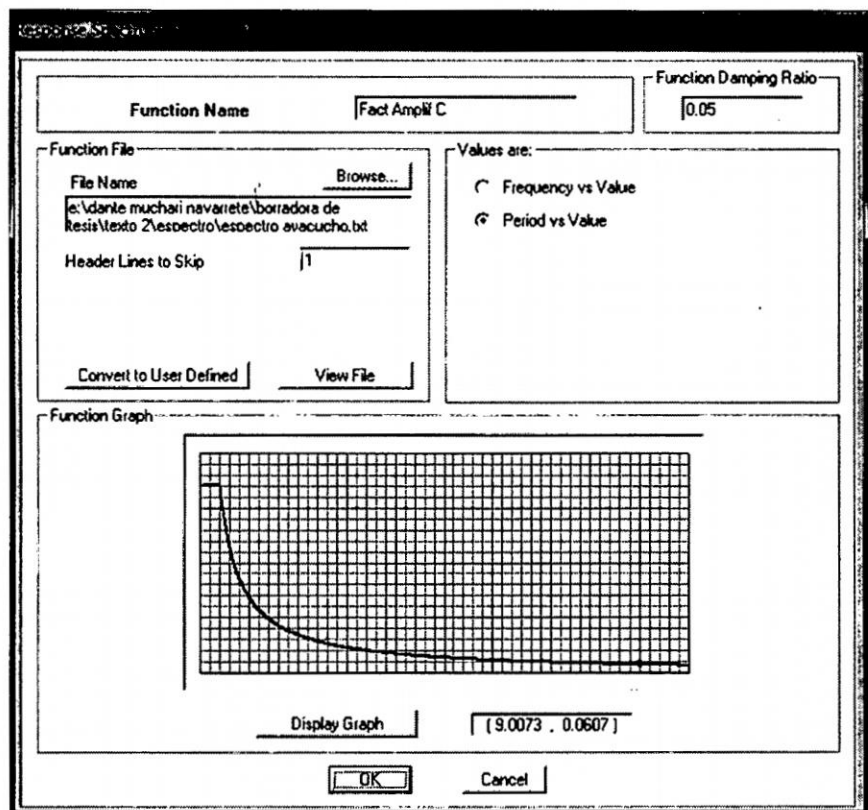


Figura 6-8 Asignación de Factor de Amplificación de la respuesta estructural respecto de la aceleración en el suelo (pseudo aceleración).

<sup>112</sup>Para definir un caso de análisis por Espectro de Respuesta se requiere disponer del caso de análisis Modal. De no ser así el programa Sap 2000 no permitirá crear este tipo de análisis.

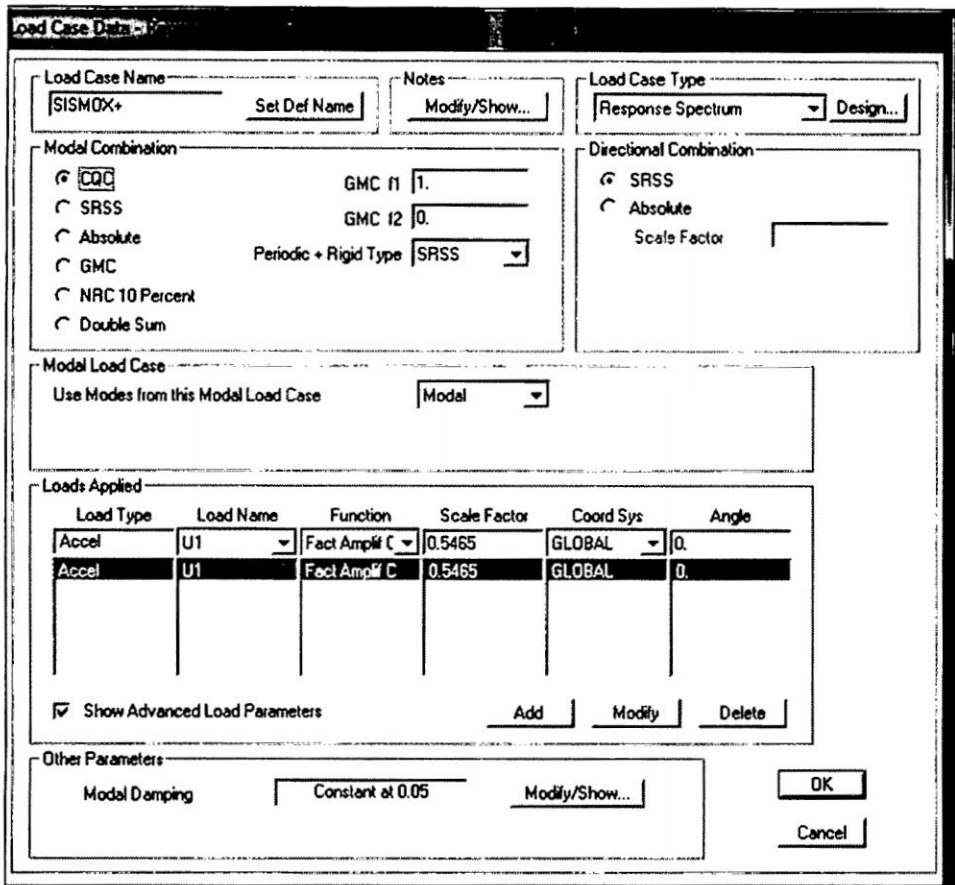


Figura 6-9 Asignación del Factor de multiplicidad que define el espectro de pseudo aceleraciones

5.-En el análisis sísmico dinámico por un análisis modal figura 6-10 se eligió el método de Vectores propios (eigen vector) para determina las formas de modo de vibración libre no amortiguada y las frecuencias del sistema. Así mismo el análisis por valores y vectores propios involucra la solución del problema de valores y vectores propios generalizados  $[K-w^2M]*[a] = 0$ , donde K es la matriz de rigidez, M es la matriz diagonal de masas,  $w^2$  es la matriz diagonal de valores propios y [a] es la matriz de los correspondientes vectores propios (formas de modo), el programa buscará los modos cuyas frecuencias sean menores, es decir, los de periodos mayores.

Y el análisis por espectro de respuesta (response-spectrum analysis) es un cálculo estadístico que determina la respuesta máxima más probable de la estructura causada por cargas de aceleración.

Los valores de la aceleración espectral se detallan en el Apéndice A-03

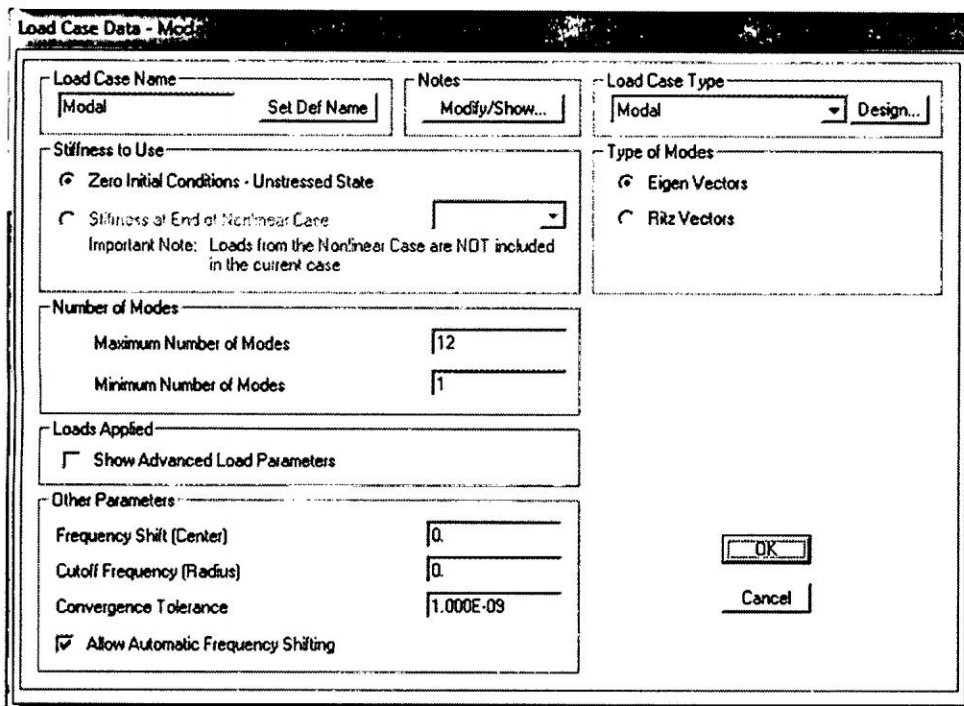


Figura 6-10 Análisis Modal

6.- En una dirección dada de aceleración, el programa calculará las máximas respuestas de la estructura para cada modo de vibración. Luego se combina un mismo tipo de respuesta de los varios modos para producir un solo valor positivo en la misma dirección de aceleración dada. De modo que para combinar cada modo de vibración, en el programa Sap 2000 se eligió el método por **combinación modal espectral** empleando la formula denominada **COMPLETE QUADRATIC COMBINATION (CQC)** que toma en cuenta el acoplamiento estático entre modos cercanamente espaciados causados por el amortiguamiento de la estructura; Se consideró un amortiguamiento del 5% del crítico. Figura 6-11

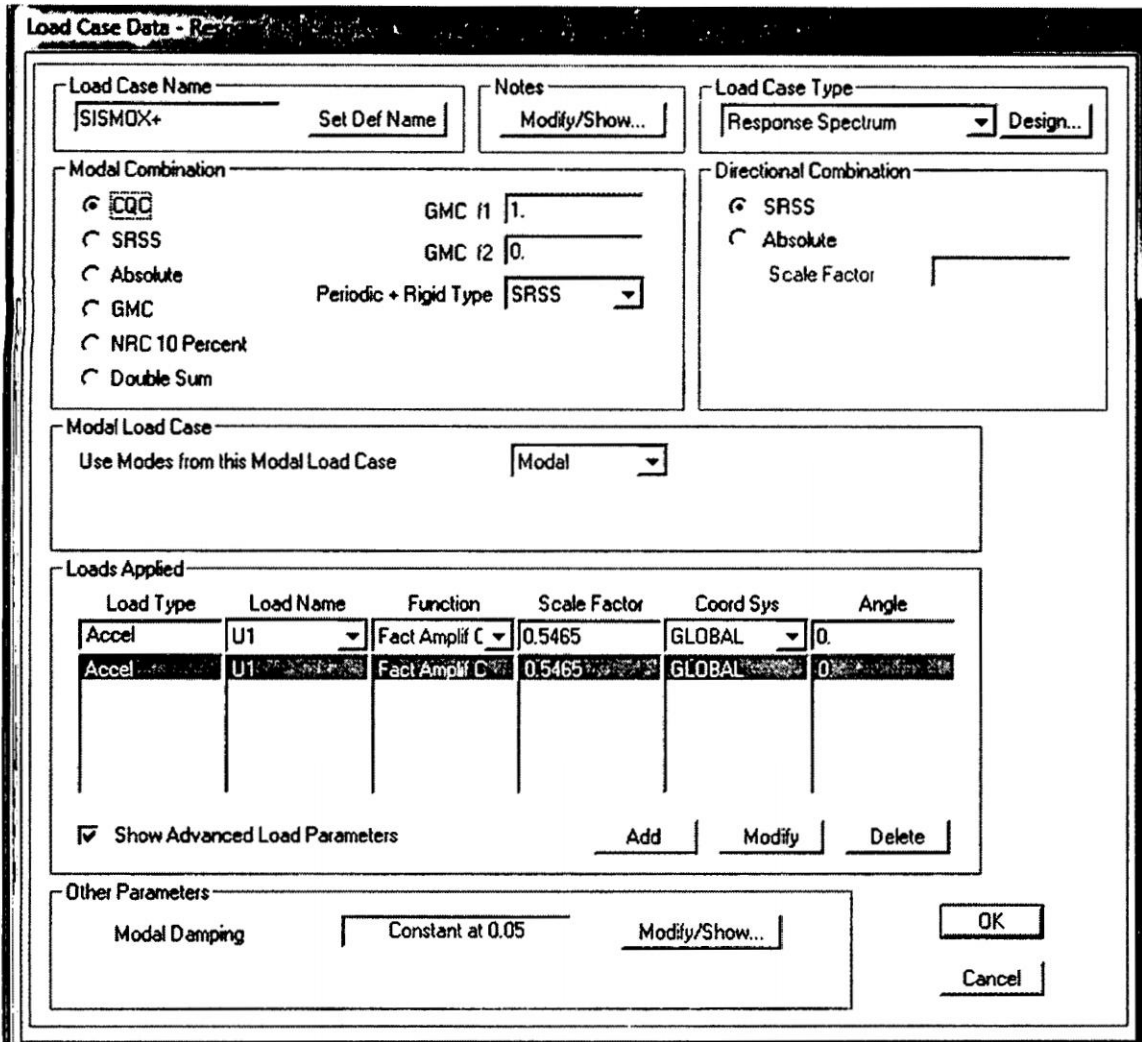


Figura 6-11 Aceleración Espectral en la Dirección X

7.- Cada caso de análisis por espectro de respuesta tiene su propio sistema de coordenada local, el cual es utilizado para definir las direcciones de las cargas de aceleración del terreno. Los ejes de este sistema de coordenadas se denotan como 1, 2, 3. Por defecto sus direcciones corresponden a las direcciones de los ejes Globales X, Y, Z. respectivamente; de modo que según la Norma E-030 exige que el análisis se realiza considerando que el total de la fuerza sísmica actúa independientemente en las dos direcciones ortogonales denominados SISMOX+ y SISMOY+, así como se muestra en la figura 6-11

8.- Para calcular los desplazamientos laterales reales. Los desplazamientos se amplificaron según la Norma E-030 es  $0.75 \cdot R$  de donde  $R = 7$  entonces  $0.75 \cdot 7 = 5.25$ , entonces amplificaremos para las direcciones horizontales mediante la combinación **Ampl-Sism-X** y **Ampl-Sism-Y** así como se muestra en la figura 6-12

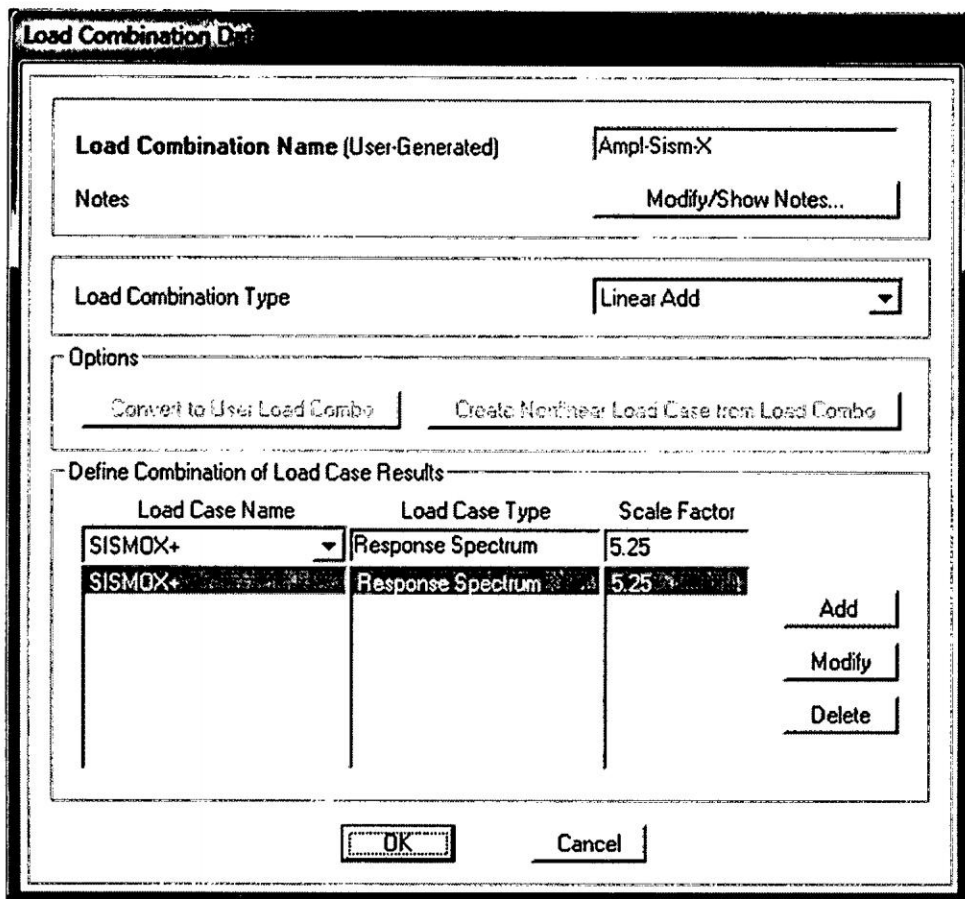


Figura 6-12 Combinación para hallar los desplazamientos laterales según E-030 Capítulo. IV, Art.16 (16.4).

9.- Luego de analizada la estructura, el siguiente paso es el diseño, para ello se eligió el código de diseño, que en este caso corresponde al ACI-318-05/IBC2003, luego seleccionándose la combinación Envolvente; para el cálculo de cuantías de refuerzo en los elementos estructurales seleccionando toda la estructura, seguidamente vamos al menú Design - Concrete Frame Design - View/Revise Overwrites, en la ventana

que aparece seleccionamos el tipo de elemento para el diseño en la casilla Framing Type, Desplegar la lista y seleccionar Sway Spacial; para calcular las cantidades de acero en cada elemento vamos nuevamente al menú Design – Concrete Frame Design – Start Design/Check of Structure, el programa mostrará las cuantttías de acero longitudinal requeridas por todos los elementos determinadas por el programa; para ver las cantidades de acero en cm<sup>2</sup> desplegar la lista de unidades en la parte inferior derecha de la ventana del programa seleccionando Tonf-Cm-C.

#### **6.4.0.- Resultados de la investigación numérica.**

Con ayuda del modelo dinámico de la Norma Rusa (interacción suelo - estructura) nos muestra que la flexibilidad de la base de fundación influye directamente en la determinación de los parámetros de diseño y cálculo estructural.

Es así, que en el presente estudio de tesis se modeló en un primer caso al edificio bajo un empotramiento perfecto en su base de cimentación, y en el segundo caso considerando la flexibilidad del suelo de cimentación; ambos modelados el programa Sap 2000v14 bajo el modelo dinámico de análisis modal espectral, dando resultados como:

1. En los modos de vibración (véase Apéndice A-04) Los periodos de vibración bajo el modelo dinámico de la Norma Rusa son mayores a los periodos de vibración bajo el empotramiento perfecto.
2. En el análisis bajo el modelo dinámico de la Norma Rusa las frecuencias angulares (rad/s) disminuyen en comparación al análisis bajo el empotramiento perfecto (véase Apéndice A-04)
3. Los desplazamientos laterales máximos de entrepisos aumentan (véase Apéndice A-05). Estos desplazamientos cumplen y están dentro del límite de la deriva de pisos, que se estipula en el Reglamento Nacional de Edificaciones.
4. Las Fuerzas axiales máximas disminuyen (véase Apéndice A-06).

5. Las fuerzas cortantes y los momentos flectores (Véase Apéndice A-06) en algunos elementos aumentan mientras en otras disminuyen permitiendo una mejor redistribución de todos los esfuerzos en la estructura para su diseño de cada elemento que compone la edificación.
6. Al mayorar la dimensión de las zapatas se podría observar cual es el efecto o desplazamiento de los niveles más altos así como los esfuerzos en los elementos de la edificación. Con un proceso iterativo donde se podría optimizar las dimensiones de las zapatas.

### **6.5.- Diseño y Reforzamiento estructural del edificio analizado.**

El diseño de estructuras en general está basado en un delicado balance entre resistencia y capacidad de deformación de una estructura. De esta forma, estructuras que tienen mayor resistencia son capaces de soportar las fuerzas y deformaciones inducidas por eventos sísmicos, comportándose en el rango lineal, esto es, sin daño permanente de los componentes estructurales principales. Por otra parte, estructuras que tienen una mayor capacidad de deformación son diseñadas para sobrevivir a un sismo a través de la disipación de energía que resulta de la generación de trabajo en la plastificación de elementos estructurales. Tal disipación está asociada al daño permanente de la estructura. Sin embargo, debido a razones de costo, este último procedimiento es preferido hoy en día frente al aumento de resistencia necesario para mantener a una estructura elástica.

Tanto los muros como las placas, son elementos estructurales que absorben la mayor fuerza sísmica, es por ello, de la necesidad de su correcta estructuración y diseño, la cual se obtiene a través de la optimización estructural (espesor, ancho, ubicación y otros), en función del efecto de la Interacción Suelo –Estructura debido que a que se obtienen las fuerzas reales de su comportamiento integral, con el resto de elementos estructurales y el suelo de fundación.

Es por ello que se debe analizar usando un acelerograma intenso, esforzando a la estructura al máximo y según las estadísticas de Instituto Geofísico del Perú, el

periodo de retorno supera el tiempo de vida útil de la edificación logrando un diseño estructural seguro y confiable.

El cálculo de aceros de los elementos estructurales que componen la edificación se realizó mediante el programa Sap 2000, mediante el código de diseño ACI-318-05 y obtener la cuantía de acero requerido, que se detallan en los planos de estructuras.

## CAPITULO VII

---

### **7.0.- Conclusiones, recomendaciones y futuras líneas de investigación.**

La interacción suelo estructura nos permite determinar simultáneamente el comportamiento del suelo de fundación con la edificación frente a eventos sísmicos, demostrando que ante tal escenario el suelo coadyuva a una mejor distribución de esfuerzos en todos los elementos estructurales de la edificación, mediante la disipación de cierto porcentaje de energía inducida por un sismo.

Como modelo dinámico de interacción dinámica suelo estructura se eligió el modelo dinámico de la Norma Rusa, cuya aplicación se realizó en el programa Sap 2000 v14; con una forma de modelación de la edificación con zapatas aisladas, combinadas, vigas de cimentación y Muros.

### **7.1.- Conclusiones.**

- [1] Para que el suelo y la estructura interactúen mutuamente ante una acción sísmica, la solución de esta tesis fue enlazar estos dos elementos a través de resortes y amortiguadores, con la finalidad de transmitir energía desde el suelo a la estructura y viceversa.
- [2] Los resortes y amortiguadores de enlace entre el suelo y la estructura dependen de las propiedades mecánicas del suelo de fundación y de la geometría de la cimentación.
- [3] Los resortes y amortiguadores de enlace bajo su comportamiento mecánico y físico permitieron a la cimentación rígida analizar su movimiento y efecto bajo los seis grados de libertad.

- [4] Las propiedades físicas y mecánicas de los Resortes y amortiguadores que representan la flexibilidad del suelo de fundación fue mediante la formulación del modelo dinámico de la Norma Rusa propuesta en la referencia [11].
- [5] La aplicación del tema de Tesis “DISEÑO ESTRUCTURAL DE EDIFICIO CONSIDERANDO LA INTERACCIÓN DINÁMICA-SUELO-ESTRUCTURA” se realizó al edificio de “La Sede del Distrito Judicial de Ayacucho Ministerio Público - Fiscalía de la Nación”, bajo el programa Sap 2000 v14, modelándose por análisis modal espectral, en el primer caso con empotramiento perfecto y en el segundo caso considerando la flexibilidad del suelo de fundación, teniéndose en consideración los parámetros del Reglamento Nacional de Edificaciones.
- [6] Debido al efecto de deformabilidad (flexibilidad) del suelo, los efectos cinemáticos e inerciales en la cimentación producidos por la inducción de fuerzas de sismo, modifican la respuesta de la construcción; es así que respecto al análisis de edificio con empotramiento perfecto en su base de cimentaciones tenemos los resultados como:
- (a) Incremento de los periodos de vibración.
  - (b) Disminución de las frecuencias de vibración.
  - (c) Se incrementa los desplazamientos máximos del último nivel
  - (d) Disminución de fuerzas axiales.
  - (e) Las fuerzas cortantes y momentos flectores aumentan en algunos elementos mientras que en otras se reducen, conduciendo a una distribución de esfuerzos de forma favorable para su diseño estructural.

- [7] La interacción está íntimamente relacionado con el diseño: el diseño de una cimentación influye en la magnitud de las fuerzas inducidas en la estructura y, a su vez, estas fuerzas influyen en el diseño del sistema estructural. Este principio es aplicable a la estructura en su totalidad.
- [8] La deriva de pisos máximos calculados en el Programa Sap 2000 bajo la flexibilidad de la base de fundación se incrementa respecto al modelo empotrado en su cimentación (Véase Apéndice A-05):

Para el edificio lado izquierdo sistema aporticado eje global OX Columna y viga del cuarto piso (plano eje 8,9 con eje J) el desplazamiento lateral se incrementa en 13.37%, para el eje global OY (plano eje 8 con J) incrementa en 12.37%.

Para el edificio lado izquierdo con albañilería eje global OX Columna y viga de tercer piso (plano eje1 con eje G) el desplazamiento lateral se incrementa en 35.66%, para el eje global OY (plano eje 9 con eje J) incrementa en 33.54%.

Para el edificio lado derecho sistema aporticado eje global OX Columna y viga del segundo piso (plano eje 10, 11, 13 y 15 con eje L) el desplazamiento lateral se incrementa en 26.39%, para el eje global OY (plano eje 16' con D) incrementa en 20.08%.

Para el edificio lado izquierdo con albañilería eje global OX Columna y viga de segundo piso (plano eje 13, 14, 15 y 161 con eje D) el desplazamiento lateral se incrementa en 30.59%, para el eje global OY (plano eje 14 con eje B) incrementa en 26.06%.

- [9] El diseño de la estructura considerando la interacción para el edificio de “La Sede del Distrito Judicial de Ayacucho Ministerio Público – Fiscalía de la Nación”. está basado en un delicado balance entre resistencia y capacidad de deformación en el rango elástico lineal.
- [10] La presente Tesis forme parte de la bibliografía para el estudio de la ingeniería sísmica; cuyo desarrollo es a partir de la pregunta ¿Cómo está formada la tierra para que ocurran los movimientos sísmicos? Hasta la pregunta ¿Cómo puedo analizar y diseñar una edificación para resistir las fuerzas de sismo?.

## **7.2.- Recomendaciones.**

Se recomienda el uso y aplicación del modelo dinámico de la Norma Rusa sin superar los valores admisibles de la comprobación de desplazamientos según la Norma Peruana E030-2011, ni tampoco permitiendo la concentración de esfuerzos en columnas y vigas lo cual es notorio cuando el edificio es analizado bajo el empotramiento.

Es notorio el efecto de la flexibilidad de la base de fundación en el análisis sísmico, debiendo de mejorarse la Norma Peruana E030-2011, incluyendo la exigencia de dicho tipo de análisis, el cual describe perfectamente el comportamiento real de la edificación ante sismos.

Si el reforzamiento estructural se realiza sin considerar la interacción suelo-estructura, entonces el nivel de reforzamiento de la edificación se incrementa, aumentando los gastos de la misma.

El diseño estructural de una edificación bajo el modelo dinámico de la Norma Rusa puede aplicarse en los diferentes programas de análisis estructural como: Sap 200, Etabs, Revit Estructure, Lira, etc.

### **7.3.- Futuras líneas de investigación.**

El análisis y diseño de una estructura en estos últimos tiempos, ha sido objeto de muchos estudios y observaciones en la mecánica estructural, con la finalidad, de que, los edificios sean diseñados acorde con los requerimientos mínimos de fuerza lateral de los códigos de diseño. Resientes sismos han mostrado que los edificios diseñados y construidos de acuerdo a los códigos más recientes proveen una buena respuesta, pero el costo de reparación de daños y el tiempo necesario para implementar estas reparaciones son más grandes que las anticipadas. Diversos estudios en Estados Unidos, Japon y Rusia, se han centrado en desarrollar criterios de diseño sísmico y procedimientos para asegurar objetivos específicos de desempeño. El incremento en las fuerzas de diseño no mejora todos los aspectos del desempeño. Tres técnicas innovadoras han sido propuestas para usarse individualmente o en combinación, con la finalidad de mejorar el desempeño sísmico de los edificios: aislamiento sísmico, dispositivos suplementarios de disipación de energía y control estructural activo o híbrido. Esta investigación está orientada a la metodología de cálculo de edificaciones con dispositivos pasivos de disipación de energía.

## Bibliografía

---

- [1] Alberto Sarria Molina; Ingeniería Sísmica, Segunda edición 1995, Santa Fe de Bogota Colombia, © Ediciones Uniandes, Biblioteca de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, Código 693.85/S23 1995.
- [2] Alejandro Muñoz Peláez, Ingeniería Sismorresistente, Pontificia Universidad Católica del Perú, Facultad de Ciencias e Ingeniería, Agosto de 1999.
- [3] Braja M. Das. Principio de Ingeniería de cimentaciones, California States University, Sacramento, Quinta Edición Thomson.
- [4] Dennis G. Zill. Ecuaciones Diferenciales Elementales con Aplicaciones, Loyola Marymount University, Segunda Edición, Grupo Editorial Iberoamericana S.A. de C.V, Biblioteca de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, Código 515.35/Z82
- [5] Earl D. Rainville. Ecuaciones Diferenciales, Editorial Trillas Mexico 1975, Biblioteca de Matemática superior, Cuarta Reimpresión Febrero 1975, Impreso en México, Biblioteca de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, Código 515.35/R18
- [6] Eduardo Espinoza Ramos. Vectores y Matrices para estudiantes de ciencias e ingeniería, Segunda edición, Impreso en el Perú, 22-04-2002
- [7] Emilio Rosenblueth. Diseño de Estructuras Resistente a Sismos, © 1982 Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto, A.C, 1991 Editorial Limusa, S.A. de C.V, Biblioteca de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, Código 624.17852/D71.

- [8] Enrique Bazan / Roberto Meli. Diseño Sísmico de Edificios, Quinta Reimpresión, © 2002 Editorial Limusa S. A. de C.V. Grupo Noriega Editores, Baldeas 95 Mexico D.F.
- [9] Flavio Tomás Abanto Castillo. Análisis y Diseño de Edificaciones de Albañilería, Segunda Edición Actualizada y aumentada, Editorial San Marcos
- [10] Francisco Anguita Virella. Origen e Historia de la Tierra, Facultad de Ciencias Geológicas, Universidad Complutense. Madrid, Editorial Ruedas, Biblioteca de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, Código 551.1/A58
- [11] Genner Villareal Castro. Interacción Sísmica Suelo-Estructura en Edificaciones con Zapatas Aisladas, Moscow State Civil Engineering University, Primera edición agosto 2006, Impreso en Perú, Imprenta Gráfica Norte S.R.L.
- [12] Genaro Delgado Contreras. Diseño Estructural de una Vivienda Económica, Primera Edición Octubre del 2007, Impreso en Perú, Editorial EDICIVIL S.R.L tda.
- [13] Genaro Delgado Contreras. Diseño Estructural de una Vivienda Económica de 160 m<sup>2</sup>, Séptima Edición Abril de 2008, Impreso en Perú, Editorial EDICIVIL S.R.L tda.
- [14] Genaro Delgado Contreras. Diseño de Estructuras Aporticadas de Concreto Armado Novena Edición Mayo del 2011, Impreso en Perú, Editorial EDICIVIL S.R.L tda.
- [15] Gran Diccionario Enciclopedico Salvat Ilustrado en Color, Dirección Editorial: Francesc Navarro, © SALVAT EDITORES, S.A, Edición 1995

- [16] Harry R. Nara. Mecánica Vectorial Para Ingenieros, Vol II Dinámica, Instituto de tecnología Case, Editorial Limusa S.A, Mexico 1974, © 1964, Biblioteca de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, Código 621/N25 II.
- [17] Instituto de la Construcción y Gerencia ICG. I Congreso Internacional de Geotecnia I GEO 2007, Lima 29 30 de Junio 2007
- [18] INSTITUTO GEOLOGICO MINERO Y METALURGICO. (INGEMMET), SECTOR ENERGIA Y MINAS - REPUBLICA DEL PERÚ, Geología del Cuadrángulo de Ayacucho – Hojas: 27-ñ, Boletín No 61, Serie A: Carta Geológica Nacional, Primera Edición, INGEMMET, 1995
- [19] Jairo Uribe Escamilla. Análisis de Estructuras, Segunda edición, Universidad Nacional de Colombia, Universidad de Cornell, Editorial escuela Colombiana de ingeniería
- [20] James Ambrose. Análisis y Diseño de Estructuras, Universidad del Sur de California, © 1998, Editorial Limusa, S.A. de C.V. Grupo Noriega Editores, Balderas 95, Mexico, D.F, Segunda Reimpresión de la Segunda edición;
- [21] Jorge Cruz Ramos. Sap 2000 Análisis y Diseño de Estructuras con Aplicaciones SAFE, Editorial Grupo Universitario,.
- [22] Jorge E. Alva Hurtado. Dinámica de suelos, Impreso en Lima, talleres de Distribuidora Lopez E.I.R.L.
- [23] Jorge Mendoza D. Física, Editorial San Marcos.
- [24] José Calavera Ruiz. Cálculo de Estructuras de Cimentaciones, Instituto Técnico de Materiales y Construcción, INTEMAC
- [25] José Calavera Ruiz. Muros de contención y muros de sótano, Instituto Técnico de Materiales y Construcción, INTEMAC, Tercera edición.

- [26] José Creixell M. Construcciones Antisísmicas y Resistentes al viento – Criterio para su cálculo y diseño, Universidad Nacional Autónoma de México, Tercera Edición 1993, Editorial Limusa, S.a. de C.V, Biblioteca de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, Código 624.176/C85/1993
- [27] Levi Marrero. La tierra y sus recursos, Universidad de Puerto Rico, Vigésima edición 1976, Ediciones y Distribuciones, CODICE, S.A. – Madrid, Biblioteca de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, Código 910/M26 1976.
- [28] Luis Gabriel Quiroz Torres. Análisis y Diseño de Estructuras con sap 2000 v14, Empresa Editora MACRO E.I.R.L.
- [29] Luis Gabriel Quiroz Torres. Análisis y Diseño de Edificaciones con Etabs, Empresa Editora MACRO E.I.R.L.
- [30] Luis I. Gonzales de Vallejo. Ingeniería Geológica, Universidad Complutense de Madrid, Pearson Prentice Hall, Impreso en España No P. 715, Biblioteca de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, Código 624.151/I.
- [31] Llanos R. Marco. Nuevo Formulario de Ciencias, Editorial San Marcos.
- [32] Marcelo Alonso / Edward J. Finn. Física, Volumen I, Departamento de Física Universidad de Georgetown Washington D.C, © 1976, 1970 , Biblioteca de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, Código 530/A42
- [33] Mario Paz. Dinámica Estructural Teoría y cálculos, Editorial Reverte España.
- [34] Murray R. Spiegel. Ecuaciones Diferenciales Aplicadas, Rensselaer Polytechnic Institute Hartford Graduate Center, Setiembre 1993, Biblioteca de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, Código 515.35/S75 1983
- [35] Mohamed Mehdi Hadi M. Análisis Matricial de Estructuras, Universidad Peruana Los Andes

- [36] Ortiz Bosmans Esteban. Análisis de Modelos Estructurales en Sap 2000 v10, Rensselaer Politechnic Institute Hartford Graduate Center, Empresa Editora MACRO E.I.R.L.
- [37] R. C. Hibbeler. Mecanica Vectorial para Ingenieros, Dinámica, Decima Edición 2004, Pearson Educación México 2004, Biblioteca de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, Código 620.104/H48 2004
- [38] Raymond A. Serway. Fisica Tomo I , Cuarta Edición, James Madison University McGraw-Hill Interamericana Editores, S.A. de C.V. Mexico D.F, Biblioteca de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, Código 530/S42 1997.
- [39] Reglamento Nacional de Edificaciones 2011. Grupo Editorial Megabyte, Tercera Edición, 2010.
- [40] Salvador Ismael Gomez Chavez. Análisis Sísmico Moderno Ética Aplicada, Editorial Trillas, Impreso en Mexico
- [41] Santa Biblia Antiguo y Nuevo Testamento. Reina Valera 2009, Publicada Por La Iglesia de Jesucristo de los Santos de los Últimos Días, Salt Lake City, Utah, E.U.A.
- [42] Teodoro E. Harmsen. Diseño de Estructuras de Concreto Armado, Tercera Edición Octubre del 2002, Copyright © 2000 por el Fondo Editorial de la Pontificia Universidad Católica del Perú, Impreso en el Perú.
- [43] Wilmer Palacios León. Tesis: Peligro Sísmico en el Departamento de Ayacucho, Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, Biblioteca de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, Código Civ157/Pal.

## Apéndice A

---

### Reporte de resultados del programa.

Se adjunta los resultados como:

	Página
1. Cálculo de coeficientes de rigidez, amortiguamiento y momento de inercia por el modelo dinámico Norma Rusa. (A-01).....	268
2. Cálculo de coeficientes de presión de tierra (A-02).....	271
3. Factores sísmicos según Norma E-030 diseño sismorresistente y aceleración espectral Dirección "X" y "Y" (A-03). ....	272
4. Periodo y frecuencia de los modos de vibración de la estructura (A-04) .....	279
5. Resultado y comparación de desplazamientos máximos (A-05).....	280
6. Esfuerzos máximos de los elementos de la estructura con la envolvente bajo una cimentación rígida y flexible (A-06) .....	283

### CÁLCULO DE COEFICIENTES DE PRESION DE TIERRA

Cálculo de $K_a$ y $K_p$ para las presiones de tierra en los muros Tomándose en cuenta la teoría de RANKINE	
La descripción de las características del suelo de fundación se informa en el Cap. VI, Pag 224 y 232	
Donde	$\beta = 0^\circ$
	$\phi = 42^\circ$
El peso específico del suelo es:	
$\gamma = 1.483 \text{g/cm}^3$	$\gamma = 1.483 \text{Tn/m}^3$
Entonces el coeficiente de presión activa de tierra según la ecuación (6-3) es:	
$K_a =$	0,198
	$\gamma_s * K_a = 0,294$
Y el coeficiente de presión pasiva de tierra según la ecuación (6-4) es:	
$K_p =$	5,045
	$\gamma_s * K_p = 7,482$

**FACTORES SÍSMICOS SEGÚN NORMA E-030 DISEÑO SISMORRESISTENTE  
Y ACCELERACIÓN ESPECTRAL DIRECCIÓN "X" Y "Y"**

Factor de Zona

Zona sísmica 2      Z=      0,3

Categoría de Edificación

Categoría B      U=      1,3

Estrato donde se Apoya la Zapata

Perfil Tipo S1      S=      1,0

Periodo al Tipo S1      Tp=      0,4

Coefficiente de Reducción de Fuerzas

Portico de concreto Arr R=      7,0

Factor de Amplificación Sísmica de la Respuesta Estructural Respecto a la aceleración del suelo

$$C = 2.5 \frac{T_p}{T}$$

Siendo  $C \leq 2.5$

Aceleración Espectral

$$S_a = \frac{ZUCSg}{R}$$

T	C	Sa
0,01	2,500	1,366
0,02	2,500	1,366
0,03	2,500	1,366
0,04	2,500	1,366
0,05	2,500	1,366
0,06	2,500	1,366
0,07	2,500	1,366
0,08	2,500	1,366
0,09	2,500	1,366
0,10	2,500	1,366
0,11	2,500	1,366
0,12	2,500	1,366
0,13	2,500	1,366
0,14	2,500	1,366
0,15	2,500	1,366
0,16	2,500	1,366
0,17	2,500	1,366
0,18	2,500	1,366
0,19	2,500	1,366
0,20	2,500	1,366
0,21	2,500	1,366
0,22	2,500	1,366
0,23	2,500	1,366
0,24	2,500	1,366
0,25	2,500	1,366

T	C	Sa
0,26	2,500	1,366
0,27	2,500	1,366
0,28	2,500	1,366
0,29	2,500	1,366
0,30	2,500	1,366
0,31	2,500	1,366
0,32	2,500	1,366
0,33	2,500	1,366
0,34	2,500	1,366
0,35	2,500	1,366
0,36	2,500	1,366
0,37	2,500	1,366
0,38	2,500	1,366
0,39	2,500	1,366
0,40	2,500	1,366
0,41	2,439	1,333
0,42	2,381	1,301
0,43	2,326	1,271
0,44	2,273	1,242
0,45	2,222	1,215
0,46	2,174	1,188
0,47	2,128	1,163
0,48	2,083	1,139
0,49	2,041	1,115
0,50	2,000	1,093

T	C	Sa
0,51	1,961	1,072
0,52	1,923	1,051
0,53	1,887	1,031
0,54	1,852	1,012
0,55	1,818	0,994
0,56	1,786	0,976
0,57	1,754	0,959
0,58	1,724	0,942
0,59	1,695	0,926
0,60	1,667	0,911
0,61	1,639	0,896
0,62	1,613	0,882
0,63	1,587	0,868
0,64	1,563	0,854
0,65	1,538	0,841
0,66	1,515	0,828
0,67	1,493	0,816
0,68	1,471	0,804
0,69	1,449	0,792
0,70	1,429	0,781
0,71	1,408	0,770
0,72	1,389	0,759
0,73	1,370	0,749
0,74	1,351	0,739
0,75	1,333	0,729

**FACTORES SÍSMICOS SEGÚN NORMA E-030 DISEÑO SISMORRESISTENTE  
Y ACCELERACIÓN ESPECTRAL DIRECCIÓN "X" Y "Y"**

T	C	Sa
0,76	1,316	0,719
0,77	1,299	0,710
0,78	1,282	0,701
0,79	1,266	0,692
0,80	1,250	0,683
0,81	1,235	0,675
0,82	1,220	0,667
0,83	1,205	0,659
0,84	1,190	0,651
0,85	1,176	0,643
0,86	1,163	0,636
0,87	1,149	0,628
0,88	1,136	0,621
0,89	1,124	0,614
0,90	1,111	0,607
0,91	1,099	0,601
0,92	1,087	0,594
0,93	1,075	0,588
0,94	1,064	0,581
0,95	1,053	0,575
0,96	1,042	0,569
0,97	1,031	0,563
0,98	1,020	0,558
0,99	1,010	0,552
1,00	1,000	0,547
1,01	0,990	0,541
1,02	0,980	0,536
1,03	0,971	0,531
1,04	0,962	0,526
1,05	0,952	0,521
1,06	0,943	0,516
1,07	0,935	0,511
1,08	0,926	0,506
1,09	0,917	0,501
1,10	0,909	0,497
1,11	0,901	0,492
1,12	0,893	0,488
1,13	0,885	0,484
1,14	0,877	0,479
1,15	0,870	0,475
1,16	0,862	0,471
1,17	0,855	0,467
1,18	0,847	0,463
1,19	0,840	0,459
1,20	0,833	0,455
1,21	0,826	0,452
1,22	0,820	0,448
1,23	0,813	0,444
1,24	0,806	0,441
1,25	0,800	0,437
1,26	0,794	0,434
1,27	0,787	0,430
1,28	0,781	0,427

T	C	Sa
1,29	0,775	0,424
1,30	0,769	0,420
1,31	0,763	0,417
1,32	0,758	0,414
1,33	0,752	0,411
1,34	0,746	0,408
1,35	0,741	0,405
1,36	0,735	0,402
1,37	0,730	0,399
1,38	0,725	0,396
1,39	0,719	0,393
1,40	0,714	0,390
1,41	0,709	0,388
1,42	0,704	0,385
1,43	0,699	0,382
1,44	0,694	0,380
1,45	0,690	0,377
1,46	0,685	0,374
1,47	0,680	0,372
1,48	0,676	0,369
1,49	0,671	0,367
1,50	0,667	0,364
1,51	0,662	0,362
1,52	0,658	0,360
1,53	0,654	0,357
1,54	0,649	0,355
1,55	0,645	0,353
1,56	0,641	0,350
1,57	0,637	0,348
1,58	0,633	0,346
1,59	0,629	0,344
1,60	0,625	0,342
1,61	0,621	0,339
1,62	0,617	0,337
1,63	0,613	0,335
1,64	0,610	0,333
1,65	0,606	0,331
1,66	0,602	0,329
1,67	0,599	0,327
1,68	0,595	0,325
1,69	0,592	0,323
1,70	0,588	0,322
1,71	0,585	0,320
1,72	0,581	0,318
1,73	0,578	0,316
1,74	0,575	0,314
1,75	0,571	0,312
1,76	0,568	0,311
1,77	0,565	0,309
1,78	0,562	0,307
1,79	0,559	0,305
1,80	0,556	0,304
1,81	0,552	0,302

T	C	Sa
1,82	0,549	0,300
1,83	0,546	0,299
1,84	0,543	0,297
1,85	0,541	0,295
1,86	0,538	0,294
1,87	0,535	0,292
1,88	0,532	0,291
1,89	0,529	0,289
1,90	0,526	0,288
1,91	0,524	0,286
1,92	0,521	0,285
1,93	0,518	0,283
1,94	0,515	0,282
1,95	0,513	0,280
1,96	0,510	0,279
1,97	0,508	0,277
1,98	0,505	0,276
1,99	0,503	0,275
2,00	0,500	0,273
2,01	0,498	0,272
2,02	0,495	0,271
2,03	0,493	0,269
2,04	0,490	0,268
2,05	0,488	0,267
2,06	0,485	0,265
2,07	0,483	0,264
2,08	0,481	0,263
2,09	0,478	0,262
2,10	0,476	0,260
2,11	0,474	0,259
2,12	0,472	0,258
2,13	0,469	0,257
2,14	0,467	0,255
2,15	0,465	0,254
2,16	0,463	0,253
2,17	0,461	0,252
2,18	0,459	0,251
2,19	0,457	0,250
2,20	0,455	0,248
2,21	0,452	0,247
2,22	0,450	0,246
2,23	0,448	0,245
2,24	0,446	0,244
2,25	0,444	0,243
2,26	0,442	0,242
2,27	0,441	0,241
2,28	0,439	0,240
2,29	0,437	0,239
2,30	0,435	0,238
2,31	0,433	0,237
2,32	0,431	0,236
2,33	0,429	0,235
2,34	0,427	0,234

**FACTORES SÍSMICOS SEGÚN NORMA E-030 DISEÑO SISMORRESISTENTE  
Y ACELERACIÓN ESPECTRAL DIRECCIÓN "X" Y "Y"**

T	C	Sa
2,35	0,426	0,233
2,36	0,424	0,232
2,37	0,422	0,231
2,38	0,420	0,230
2,39	0,418	0,229
2,40	0,417	0,228
2,41	0,415	0,227
2,42	0,413	0,226
2,43	0,412	0,225
2,44	0,410	0,224
2,45	0,408	0,223
2,46	0,407	0,222
2,47	0,405	0,221
2,48	0,403	0,220
2,49	0,402	0,220
2,50	0,400	0,219
2,51	0,398	0,218
2,52	0,397	0,217
2,53	0,395	0,216
2,54	0,394	0,215
2,55	0,392	0,214
2,56	0,391	0,213
2,57	0,389	0,213
2,58	0,388	0,212
2,59	0,386	0,211
2,60	0,385	0,210
2,61	0,383	0,209
2,62	0,382	0,209
2,63	0,380	0,208
2,64	0,379	0,207
2,65	0,377	0,206
2,66	0,376	0,205
2,67	0,375	0,205
2,68	0,373	0,204
2,69	0,372	0,203
2,70	0,370	0,202
2,71	0,369	0,202
2,72	0,368	0,201
2,73	0,366	0,200
2,74	0,365	0,199
2,75	0,364	0,199
2,76	0,362	0,198
2,77	0,361	0,197
2,78	0,360	0,197
2,79	0,358	0,196
2,80	0,357	0,195
2,81	0,356	0,195
2,82	0,355	0,194
2,83	0,353	0,193
2,84	0,352	0,192
2,85	0,351	0,192
2,86	0,350	0,191
2,87	0,348	0,190

T	C	Sa
2,88	0,347	0,190
2,89	0,346	0,189
2,90	0,345	0,188
2,91	0,344	0,188
2,92	0,342	0,187
2,93	0,341	0,187
2,94	0,340	0,186
2,95	0,339	0,185
2,96	0,338	0,185
2,97	0,337	0,184
2,98	0,336	0,183
2,99	0,334	0,183
3,00	0,333	0,182
3,01	0,332	0,182
3,02	0,331	0,181
3,03	0,330	0,180
3,04	0,329	0,180
3,05	0,328	0,179
3,06	0,327	0,179
3,07	0,326	0,178
3,08	0,325	0,177
3,09	0,324	0,177
3,10	0,323	0,176
3,11	0,322	0,176
3,12	0,321	0,175
3,13	0,319	0,175
3,14	0,318	0,174
3,15	0,317	0,174
3,16	0,316	0,173
3,17	0,315	0,172
3,18	0,314	0,172
3,19	0,313	0,171
3,20	0,312	0,171
3,21	0,312	0,170
3,22	0,311	0,170
3,23	0,310	0,169
3,24	0,309	0,169
3,25	0,308	0,168
3,26	0,307	0,168
3,27	0,306	0,167
3,28	0,305	0,167
3,29	0,304	0,166
3,30	0,303	0,166
3,31	0,302	0,165
3,32	0,301	0,165
3,33	0,300	0,164
3,34	0,299	0,164
3,35	0,299	0,163
3,36	0,298	0,163
3,37	0,297	0,162
3,38	0,296	0,162
3,39	0,295	0,161
3,40	0,294	0,161

T	C	Sa
3,41	0,293	0,160
3,42	0,292	0,160
3,43	0,292	0,159
3,44	0,291	0,159
3,45	0,290	0,158
3,46	0,289	0,158
3,47	0,288	0,158
3,48	0,287	0,157
3,49	0,287	0,157
3,50	0,286	0,156
3,51	0,285	0,156
3,52	0,284	0,155
3,53	0,283	0,155
3,54	0,282	0,154
3,55	0,282	0,154
3,56	0,281	0,154
3,57	0,280	0,153
3,58	0,279	0,153
3,59	0,279	0,152
3,60	0,278	0,152
3,61	0,277	0,151
3,62	0,276	0,151
3,63	0,275	0,151
3,64	0,275	0,150
3,65	0,274	0,150
3,66	0,273	0,149
3,67	0,272	0,149
3,68	0,272	0,149
3,69	0,271	0,148
3,70	0,270	0,148
3,71	0,270	0,147
3,72	0,269	0,147
3,73	0,268	0,147
3,74	0,267	0,146
3,75	0,267	0,146
3,76	0,266	0,145
3,77	0,265	0,145
3,78	0,265	0,145
3,79	0,264	0,144
3,80	0,263	0,144
3,81	0,262	0,143
3,82	0,262	0,143
3,83	0,261	0,143
3,84	0,260	0,142
3,85	0,260	0,142
3,86	0,259	0,142
3,87	0,258	0,141
3,88	0,258	0,141
3,89	0,257	0,141
3,90	0,256	0,140
3,91	0,256	0,140
3,92	0,255	0,139
3,93	0,254	0,139

**FACTORES SÍSMICOS SEGÚN NORMA E-030 DISEÑO SISMORRESISTENTE  
Y ACCELERACIÓN ESPECTRAL DIRECCIÓN "X" Y "Y"**

T	C	Sa
3,94	0,254	0,139
3,95	0,253	0,138
3,96	0,253	0,138
3,97	0,252	0,138
3,98	0,251	0,137
3,99	0,251	0,137
4,00	0,250	0,137
4,01	0,249	0,136
4,02	0,249	0,136
4,03	0,248	0,136
4,04	0,248	0,135
4,05	0,247	0,135
4,06	0,246	0,135
4,07	0,246	0,134
4,08	0,245	0,134
4,09	0,244	0,134
4,10	0,244	0,133
4,11	0,243	0,133
4,12	0,243	0,133
4,13	0,242	0,132
4,14	0,242	0,132
4,15	0,241	0,132
4,16	0,240	0,131
4,17	0,240	0,131
4,18	0,239	0,131
4,19	0,239	0,130
4,20	0,238	0,130
4,21	0,238	0,130
4,22	0,237	0,130
4,23	0,236	0,129
4,24	0,236	0,129
4,25	0,235	0,129
4,26	0,235	0,128
4,27	0,234	0,128
4,28	0,234	0,128
4,29	0,233	0,127
4,30	0,233	0,127
4,31	0,232	0,127
4,32	0,231	0,127
4,33	0,231	0,126
4,34	0,230	0,126
4,35	0,230	0,126
4,36	0,229	0,125
4,37	0,229	0,125
4,38	0,228	0,125
4,39	0,228	0,125
4,40	0,227	0,124
4,41	0,227	0,124
4,42	0,226	0,124
4,43	0,226	0,123
4,44	0,225	0,123
4,45	0,225	0,123
4,46	0,224	0,123

T	C	Sa
4,47	0,224	0,122
4,48	0,223	0,122
4,49	0,223	0,122
4,50	0,222	0,121
4,51	0,222	0,121
4,52	0,221	0,121
4,53	0,221	0,121
4,54	0,220	0,120
4,55	0,220	0,120
4,56	0,219	0,120
4,57	0,219	0,120
4,58	0,218	0,119
4,59	0,218	0,119
4,60	0,217	0,119
4,61	0,217	0,119
4,62	0,216	0,118
4,63	0,216	0,118
4,64	0,216	0,118
4,65	0,215	0,118
4,66	0,215	0,117
4,67	0,214	0,117
4,68	0,214	0,117
4,69	0,213	0,117
4,70	0,213	0,116
4,71	0,212	0,116
4,72	0,212	0,116
4,73	0,211	0,116
4,74	0,211	0,115
4,75	0,211	0,115
4,76	0,210	0,115
4,77	0,210	0,115
4,78	0,209	0,114
4,79	0,209	0,114
4,80	0,208	0,114
4,81	0,208	0,114
4,82	0,207	0,113
4,83	0,207	0,113
4,84	0,207	0,113
4,85	0,206	0,113
4,86	0,206	0,112
4,87	0,205	0,112
4,88	0,205	0,112
4,89	0,204	0,112
4,90	0,204	0,112
4,91	0,204	0,111
4,92	0,203	0,111
4,93	0,203	0,111
4,94	0,202	0,111
4,95	0,202	0,110
4,96	0,202	0,110
4,97	0,201	0,110
4,98	0,201	0,110
4,99	0,200	0,110

T	C	Sa
5,00	0,200	0,109
5,01	0,200	0,109
5,02	0,199	0,109
5,03	0,199	0,109
5,04	0,198	0,108
5,05	0,198	0,108
5,06	0,198	0,108
5,07	0,197	0,108
5,08	0,197	0,108
5,09	0,196	0,107
5,10	0,196	0,107
5,11	0,196	0,107
5,12	0,195	0,107
5,13	0,195	0,107
5,14	0,195	0,106
5,15	0,194	0,106
5,16	0,194	0,106
5,17	0,193	0,106
5,18	0,193	0,106
5,19	0,193	0,105
5,20	0,192	0,105
5,21	0,192	0,105
5,22	0,192	0,105
5,23	0,191	0,105
5,24	0,191	0,104
5,25	0,190	0,104
5,26	0,190	0,104
5,27	0,190	0,104
5,28	0,189	0,104
5,29	0,189	0,103
5,30	0,189	0,103
5,31	0,188	0,103
5,32	0,188	0,103
5,33	0,188	0,103
5,34	0,187	0,102
5,35	0,187	0,102
5,36	0,187	0,102
5,37	0,186	0,102
5,38	0,186	0,102
5,39	0,186	0,101
5,40	0,185	0,101
5,41	0,185	0,101
5,42	0,185	0,101
5,43	0,184	0,101
5,44	0,184	0,100
5,45	0,183	0,100
5,46	0,183	0,100
5,47	0,183	0,100
5,48	0,182	0,100
5,49	0,182	0,100
5,50	0,182	0,099
5,51	0,181	0,099
5,52	0,181	0,099

**FACTORES SÍSMICOS SEGÚN NORMA E-030 DISEÑO SISMORRESISTENTE  
Y ACCELERACIÓN ESPECTRAL DIRECCIÓN "X" Y "Y"**

T	C	Sa
5,53	0,181	0,099
5,54	0,181	0,099
5,55	0,180	0,098
5,56	0,180	0,098
5,57	0,180	0,098
5,58	0,179	0,098
5,59	0,179	0,098
5,60	0,179	0,098
5,61	0,178	0,097
5,62	0,178	0,097
5,63	0,178	0,097
5,64	0,177	0,097
5,65	0,177	0,097
5,66	0,177	0,097
5,67	0,176	0,096
5,68	0,176	0,096
5,69	0,176	0,096
5,70	0,175	0,096
5,71	0,175	0,096
5,72	0,175	0,096
5,73	0,175	0,095
5,74	0,174	0,095
5,75	0,174	0,095
5,76	0,174	0,095
5,77	0,173	0,095
5,78	0,173	0,095
5,79	0,173	0,094
5,80	0,172	0,094
5,81	0,172	0,094
5,82	0,172	0,094
5,83	0,172	0,094
5,84	0,171	0,094
5,85	0,171	0,093
5,86	0,171	0,093
5,87	0,170	0,093
5,88	0,170	0,093
5,89	0,170	0,093
5,90	0,169	0,093
5,91	0,169	0,092
5,92	0,169	0,092
5,93	0,169	0,092
5,94	0,168	0,092
5,95	0,168	0,092
5,96	0,168	0,092
5,97	0,168	0,092
5,98	0,167	0,091
5,99	0,167	0,091
6,00	0,167	0,091
6,01	0,166	0,091
6,02	0,166	0,091
6,03	0,166	0,091
6,04	0,166	0,090
6,05	0,165	0,090

T	C	Sa
6,06	0,165	0,090
6,07	0,165	0,090
6,08	0,164	0,090
6,09	0,164	0,090
6,10	0,164	0,090
6,11	0,164	0,089
6,12	0,163	0,089
6,13	0,163	0,089
6,14	0,163	0,089
6,15	0,163	0,089
6,16	0,162	0,089
6,17	0,162	0,089
6,18	0,162	0,088
6,19	0,162	0,088
6,20	0,161	0,088
6,21	0,161	0,088
6,22	0,161	0,088
6,23	0,161	0,088
6,24	0,160	0,088
6,25	0,160	0,087
6,26	0,160	0,087
6,27	0,159	0,087
6,28	0,159	0,087
6,29	0,159	0,087
6,30	0,159	0,087
6,31	0,158	0,087
6,32	0,158	0,086
6,33	0,158	0,086
6,34	0,158	0,086
6,35	0,157	0,086
6,36	0,157	0,086
6,37	0,157	0,086
6,38	0,157	0,086
6,39	0,156	0,086
6,40	0,156	0,085
6,41	0,156	0,085
6,42	0,156	0,085
6,43	0,156	0,085
6,44	0,155	0,085
6,45	0,155	0,085
6,46	0,155	0,085
6,47	0,155	0,084
6,48	0,154	0,084
6,49	0,154	0,084
6,50	0,154	0,084
6,51	0,154	0,084
6,52	0,153	0,084
6,53	0,153	0,084
6,54	0,153	0,084
6,55	0,153	0,083
6,56	0,152	0,083
6,57	0,152	0,083
6,58	0,152	0,083

T	C	Sa
6,59	0,152	0,083
6,60	0,152	0,083
6,61	0,151	0,083
6,62	0,151	0,083
6,63	0,151	0,082
6,64	0,151	0,082
6,65	0,150	0,082
6,66	0,150	0,082
6,67	0,150	0,082
6,68	0,150	0,082
6,69	0,149	0,082
6,70	0,149	0,082
6,71	0,149	0,081
6,72	0,149	0,081
6,73	0,149	0,081
6,74	0,148	0,081
6,75	0,148	0,081
6,76	0,148	0,081
6,77	0,148	0,081
6,78	0,147	0,081
6,79	0,147	0,080
6,80	0,147	0,080
6,81	0,147	0,080
6,82	0,147	0,080
6,83	0,146	0,080
6,84	0,146	0,080
6,85	0,146	0,080
6,86	0,146	0,080
6,87	0,146	0,080
6,88	0,145	0,079
6,89	0,145	0,079
6,90	0,145	0,079
6,91	0,145	0,079
6,92	0,145	0,079
6,93	0,144	0,079
6,94	0,144	0,079
6,95	0,144	0,079
6,96	0,144	0,079
6,97	0,143	0,078
6,98	0,143	0,078
6,99	0,143	0,078
7,00	0,143	0,078
7,01	0,143	0,078
7,02	0,142	0,078
7,03	0,142	0,078
7,04	0,142	0,078
7,05	0,142	0,078
7,06	0,142	0,077
7,07	0,141	0,077
7,08	0,141	0,077
7,09	0,141	0,077
7,10	0,141	0,077
7,11	0,141	0,077

**FACTORES SÍSMICOS SEGÚN NORMA E-030 DISEÑO SISMORRESISTENTE  
Y ACCELERACIÓN ESPECTRAL DIRECCIÓN "X" Y "Y"**

T	C	Sa
7,12	0,140	0,077
7,13	0,140	0,077
7,14	0,140	0,077
7,15	0,140	0,076
7,16	0,140	0,076
7,17	0,139	0,076
7,18	0,139	0,076
7,19	0,139	0,076
7,20	0,139	0,076
7,21	0,139	0,076
7,22	0,139	0,076
7,23	0,138	0,076
7,24	0,138	0,075
7,25	0,138	0,075
7,26	0,138	0,075
7,27	0,138	0,075
7,28	0,137	0,075
7,29	0,137	0,075
7,30	0,137	0,075
7,31	0,137	0,075
7,32	0,137	0,075
7,33	0,136	0,075
7,34	0,136	0,074
7,35	0,136	0,074
7,36	0,136	0,074
7,37	0,136	0,074
7,38	0,136	0,074
7,39	0,135	0,074
7,40	0,135	0,074
7,41	0,135	0,074
7,42	0,135	0,074
7,43	0,135	0,074
7,44	0,134	0,073
7,45	0,134	0,073
7,46	0,134	0,073
7,47	0,134	0,073
7,48	0,134	0,073
7,49	0,134	0,073
7,50	0,133	0,073
7,51	0,133	0,073
7,52	0,133	0,073
7,53	0,133	0,073
7,54	0,133	0,072
7,55	0,132	0,072
7,56	0,132	0,072
7,57	0,132	0,072
7,58	0,132	0,072
7,59	0,132	0,072
7,60	0,132	0,072
7,61	0,131	0,072
7,62	0,131	0,072
7,63	0,131	0,072
7,64	0,131	0,072

T	C	Sa
7,65	0,131	0,071
7,66	0,131	0,071
7,67	0,130	0,071
7,68	0,130	0,071
7,69	0,130	0,071
7,70	0,130	0,071
7,71	0,130	0,071
7,72	0,130	0,071
7,73	0,129	0,071
7,74	0,129	0,071
7,75	0,129	0,071
7,76	0,129	0,070
7,77	0,129	0,070
7,78	0,129	0,070
7,79	0,128	0,070
7,80	0,128	0,070
7,81	0,128	0,070
7,82	0,128	0,070
7,83	0,128	0,070
7,84	0,128	0,070
7,85	0,127	0,070
7,86	0,127	0,070
7,87	0,127	0,069
7,88	0,127	0,069
7,89	0,127	0,069
7,90	0,127	0,069
7,91	0,126	0,069
7,92	0,126	0,069
7,93	0,126	0,069
7,94	0,126	0,069
7,95	0,126	0,069
7,96	0,126	0,069
7,97	0,125	0,069
7,98	0,125	0,068
7,99	0,125	0,068
8,00	0,125	0,068
8,01	0,125	0,068
8,02	0,125	0,068
8,03	0,125	0,068
8,04	0,124	0,068
8,05	0,124	0,068
8,06	0,124	0,068
8,07	0,124	0,068
8,08	0,124	0,068
8,09	0,124	0,068
8,10	0,123	0,067
8,11	0,123	0,067
8,12	0,123	0,067
8,13	0,123	0,067
8,14	0,123	0,067
8,15	0,123	0,067
8,16	0,123	0,067
8,17	0,122	0,067

T	C	Sa
8,18	0,122	0,067
8,19	0,122	0,067
8,20	0,122	0,067
8,21	0,122	0,067
8,22	0,122	0,066
8,23	0,122	0,066
8,24	0,121	0,066
8,25	0,121	0,066
8,26	0,121	0,066
8,27	0,121	0,066
8,28	0,121	0,066
8,29	0,121	0,066
8,30	0,120	0,066
8,31	0,120	0,066
8,32	0,120	0,066
8,33	0,120	0,066
8,34	0,120	0,066
8,35	0,120	0,065
8,36	0,120	0,065
8,37	0,119	0,065
8,38	0,119	0,065
8,39	0,119	0,065
8,40	0,119	0,065
8,41	0,119	0,065
8,42	0,119	0,065
8,43	0,119	0,065
8,44	0,118	0,065
8,45	0,118	0,065
8,46	0,118	0,065
8,47	0,118	0,065
8,48	0,118	0,064
8,49	0,118	0,064
8,50	0,118	0,064
8,51	0,118	0,064
8,52	0,117	0,064
8,53	0,117	0,064
8,54	0,117	0,064
8,55	0,117	0,064
8,56	0,117	0,064
8,57	0,117	0,064
8,58	0,117	0,064
8,59	0,116	0,064
8,60	0,116	0,064
8,61	0,116	0,063
8,62	0,116	0,063
8,63	0,116	0,063
8,64	0,116	0,063
8,65	0,116	0,063
8,66	0,115	0,063
8,67	0,115	0,063
8,68	0,115	0,063
8,69	0,115	0,063
8,70	0,115	0,063

**FACTORES SÍSMICOS SEGÚN NORMA E-030 DISEÑO SISMORRESISTENTE  
Y ACCELERACIÓN ESPECTRAL DIRECCIÓN "X" Y "Y"**

T	C	Sa
8,71	0,115	0,063
8,72	0,115	0,063
8,73	0,115	0,063
8,74	0,114	0,063
8,75	0,114	0,062
8,76	0,114	0,062
8,77	0,114	0,062
8,78	0,114	0,062
8,79	0,114	0,062
8,80	0,114	0,062
8,81	0,114	0,062
8,82	0,113	0,062
8,83	0,113	0,062
8,84	0,113	0,062
8,85	0,113	0,062
8,86	0,113	0,062
8,87	0,113	0,062
8,88	0,113	0,062
8,89	0,112	0,061
8,90	0,112	0,061
8,91	0,112	0,061
8,92	0,112	0,061
8,93	0,112	0,061
8,94	0,112	0,061
8,95	0,112	0,061
8,96	0,112	0,061
8,97	0,111	0,061
8,98	0,111	0,061
8,99	0,111	0,061
9,00	0,111	0,061
9,01	0,111	0,061
9,02	0,111	0,061
9,03	0,111	0,061
9,04	0,111	0,060
9,05	0,110	0,060
9,06	0,110	0,060
9,07	0,110	0,060
9,08	0,110	0,060
9,09	0,110	0,060
9,10	0,110	0,060
9,11	0,110	0,060
9,12	0,110	0,060
9,13	0,110	0,060

T	C	Sa
9,14	0,109	0,060
9,15	0,109	0,060
9,16	0,109	0,060
9,17	0,109	0,060
9,18	0,109	0,060
9,19	0,109	0,059
9,20	0,109	0,059
9,21	0,109	0,059
9,22	0,108	0,059
9,23	0,108	0,059
9,24	0,108	0,059
9,25	0,108	0,059
9,26	0,108	0,059
9,27	0,108	0,059
9,28	0,108	0,059
9,29	0,108	0,059
9,30	0,108	0,059
9,31	0,107	0,059
9,32	0,107	0,059
9,33	0,107	0,059
9,34	0,107	0,059
9,35	0,107	0,058
9,36	0,107	0,058
9,37	0,107	0,058
9,38	0,107	0,058
9,39	0,106	0,058
9,40	0,106	0,058
9,41	0,106	0,058
9,42	0,106	0,058
9,43	0,106	0,058
9,44	0,106	0,058
9,45	0,106	0,058
9,46	0,106	0,058
9,47	0,106	0,058
9,48	0,105	0,058
9,49	0,105	0,058
9,50	0,105	0,058
9,51	0,105	0,057
9,52	0,105	0,057
9,53	0,105	0,057
9,54	0,105	0,057
9,55	0,105	0,057
9,56	0,105	0,057

T	C	Sa
9,57	0,104	0,057
9,58	0,104	0,057
9,59	0,104	0,057
9,60	0,104	0,057
9,61	0,104	0,057
9,62	0,104	0,057
9,63	0,104	0,057
9,64	0,104	0,057
9,65	0,104	0,057
9,66	0,104	0,057
9,67	0,103	0,057
9,68	0,103	0,056
9,69	0,103	0,056
9,70	0,103	0,056
9,71	0,103	0,056
9,72	0,103	0,056
9,73	0,103	0,056
9,74	0,103	0,056
9,75	0,103	0,056
9,76	0,102	0,056
9,77	0,102	0,056
9,78	0,102	0,056
9,79	0,102	0,056
9,80	0,102	0,056
9,81	0,102	0,056
9,82	0,102	0,056
9,83	0,102	0,056
9,84	0,102	0,056
9,85	0,102	0,055
9,86	0,101	0,055
9,87	0,101	0,055
9,88	0,101	0,055
9,89	0,101	0,055
9,90	0,101	0,055
9,91	0,101	0,055
9,92	0,101	0,055
9,93	0,101	0,055
9,94	0,101	0,055
9,95	0,101	0,055
9,96	0,100	0,055
9,97	0,100	0,055
9,98	0,100	0,055
9,99	0,100	0,055
10,00	0,100	0,055

## PERIODO Y FRECUENCIA DE LOS MODOS DE VIBRACIÓN DE LA ESTRUCTURA.

RESULTADO SAP 2000 v14

PERIODOS DE LOS MODOS DE VIBRACIÓN PARA EL EDIFICIO LADO IZQUIERDO (ENTRADA PRINCIPAL)														
Bajo la Propiedad del Suelo	Modelo Dinámico	No de Modo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Cimentación Rígida	Tradicional	Periodo T (S)	0,3076	0,2065	0,1783	0,1447	0,1070	0,1055	0,1039	0,0995	0,0949	0,0890	0,0789	0,0742
Cimentación Flexible	Norma Rusa	Periodo T (S)	0,3295	0,2190	0,1907	0,1496	0,1202	0,1061	0,1056	0,1006	0,0949	0,0894	0,0789	0,0743

PERIODOS DE LOS MODOS DE VIBRACIÓN PARA EL EDIFICIO LADO DERECHO														
Bajo la Propiedad del Suelo	Modelo Dinámico	No de Modo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Cimentación Rígida	Tradicional	Periodo T (S)	0,2209	0,1382	0,1154	0,1043	0,1034	0,1003	0,0959	0,0889	0,0853	0,0787	0,0770	0,0716
Cimentación Flexible	Norma Rusa	Periodo T (S)	0,2372	0,1492	0,1159	0,1158	0,1048	0,1013	0,0962	0,0895	0,0863	0,0810	0,0772	0,0719

FRECUENCIAS DE LOS MODOS DE VIBRACIÓN PARA EL EDIFICIO LADO IZQUIERDO (ENTRADA PRINCIPAL)														
Bajo la Propiedad del Suelo	Modelo Dinámico	No de Modo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Cimentación Rígida	Tradicional	Frecuencia rad/Sec	20,4260	30,4210	35,2360	43,4080	58,7320	59,5350	60,4750	63,1590	66,1940	70,5710	79,6580	84,6790
Cimentación Flexible	Norma Rusa	Frecuencia rad/Sec	19,0720	28,6960	32,9560	42,0110	52,2590	59,2350	59,4950	62,4430	66,1810	70,2440	79,6350	84,5120

FRECUENCIAS DE LOS MODOS DE VIBRACIÓN PARA EL EDIFICIO LADO DERECHO														
Bajo la Propiedad del Suelo	Modelo Dinámico	No de Modo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Cimentación Rígida	Tradicional	Frecuencia rad/Sec	28,4440	45,4550	54,4280	60,2490	60,7950	62,6240	65,4890	70,6560	73,6850	79,7910	81,5690	87,7890
Cimentación Flexible	Norma Rusa	Frecuencia rad/Sec	26,4850	42,1090	54,2290	54,2480	59,9320	62,0180	65,2880	70,1990	72,7940	77,5520	81,4160	87,3960

## RESULTADO Y COMPARACIÓN DE DESPLAZAMIENTOS MAXIMOS (m)

RESULTADO SAP 2000 Y NORME E-030 CAPITULO IV ART. 16 (16.4)

<b>DESPLAZAMIENTOS LATERALES MAXIMOS PARA ESTRUCTURAS APORTICADAS EN LA DIRECCIÓN GLOBAL DEL EJE X - EDIFICIO LADO IZQUIERDO (ENTRADA PRINCIPAL)</b>								
Niveles del Edificio	Edificio en Suelo Rígido				Edificio en Suelo Flexible			
	(DI) Concreto Armado Aporticado (Columnas del eje 8, 9 con eje J)				(DI) Concreto Armado Aporticado (eje 8 entre eje J)			
	Sap 2000		E-030		Sap 2000		E-030	
Entre Nivel de Zapata y PB Piso,	0	<	0,008	OK	9,5E-06	<	0,008	OK
Al Nivel Cero	5,2E-05	<	0,0395	OK	0,00017	<	0,0395	OK
Al Nivel del techo del Primer piso	0,00069	<	0,0640	OK	0,00121	<	0,0640	OK
Al Nivel de Techo del Segundo Piso	0,00141	<	0,0885	OK	0,00218	<	0,0885	OK
Al Nivel del Techo del Tercer Piso	0,00265	<	0,1130	OK	0,00359	<	0,1130	OK
Al Nivel del Techo del Cuarto Piso	0,00703	<	0,1360	OK	0,00797	<	0,1360	OK
El incremento de desplazamiento del ultimo nive bajo el modelo de interaccion es de 13.37% respecto a nalisis por empotramiento perfecto								

<b>DESPLAZAMIENTOS LATERALES MAXIMOS PARA ALBAÑILERÍA CONFINADA EN LA DIRECCIÓN GLOBAL DEL EJE X - EDIFICIO LADO IZQUIERDO (ENTRADA PRINCIPAL)</b>								
Niveles del Edificio	Edificio en Suelo Rígido				Edificio en Suelo Flexible			
	(DI) Albañilería (eje 1 entre eje G)				(DI) Albañilería (eje 1 entre eje G)			
	Sap 2000		E-030		Sap 2000		E-030	
Entre Nivel de Zapata y PB Piso								
Al Nivel Cero	1,3E-05	<	0,006	OK	0,0003	<	0,006	OK
Al Nivel del techo del Primer piso	0,00074	<	0,024	OK	0,0012	<	0,024	OK
Al Nivel de Techo del Segundo Piso	0,00160	<	0,042	OK	0,0023	<	0,042	OK
Al Nivel del Techo del Tercer Piso	0,00258	<	0,06	OK	0,0035	<	0,06	OK
El incremento de desplazamiento del ultimo nive bajo el modelo de interaccion es de 35.66% respecto a nalisis por empotramiento perfecto								

<b>DESPLAZAMIENTOS LATERALES MAXIMOS PARA ESTRUCTURAS APORTICADAS EN LA DIRECCIÓN GLOBAL DEL EJE Y - EDIFICIO LADO IZQUIERDO (ENTRADA PRINCIPAL)</b>								
Niveles del Edificio	Edificio en Suelo Rígido				Edificio en Suelo Flexible			
	(DI) Concreto Armado Aporticado (eje 8 entre eje J)				(DI) Concreto Armado Aporticado (eje 8 entre eje J)			
	Sap 2000		E-030		Sap 2000		E-030	
Entre Nivel de Zapata y PB Piso,	0	<	0,008	OK	1,6E-05	<	0,008	OK
Al Nivel Cero	9E-05	<	0,0395	OK	0,00032	<	0,0395	OK
Al Nivel del techo del Primer piso	0,00137	<	0,0640	OK	0,00195	<	0,0640	OK
Al Nivel de Techo del Segundo Piso	0,00321	<	0,0885	OK	0,00419	<	0,0885	OK
Al Nivel del Techo del Tercer Piso	0,00466	<	0,1130	OK	0,00599	<	0,1130	OK
Al Nivel del Techo del Cuarto Piso	0,01027	<	0,1360	OK	0,01154	<	0,1360	OK
El incremento de desplazamiento del ultimo nive bajo el modelo de interaccion es de 12.37% respecto a nalisis por empotramiento perfecto								

## RESULTADO Y COMPARACIÓN DE DESPLAZAMIENTOS MAXIMOS (m)

RESULTADO SAP 2000 Y NORME E-030 CAPITULO IV ART. 16 (16.4)

### DESPLAZAMIENTOS LATERALES MAXIMOS PARA ALBAÑILERÍA CONFINADA EN LA DIRECCIÓN GLOBAL DEL EJE Y - EDIFICIO LADO IZQUIERDO (ENTRADA PRINCIPAL)

Niveles del Edificio	Edificio en Suelo Rígido				Edificio en Suelo Flexible			
	(DI) Albañilería (eje 9 entre eje J)				(DI) Albañilería (eje 9 entre eje J)			
	Sap 2000		E-030		Sap 2000		E-030	
Entre Nivel de Zapata y PB Piso	1,3E-06	<	0,006	OK	6,8E-05		0,006	OK
Al Nivel Cero	0,00011	<	0,0285	OK	0,00037	<	0,0285	OK
Al Nivel del techo del Primer piso	0,00093	<	0,0460	OK	0,00137	<	0,0460	OK
Al Nivel de Techo del Segundo Piso	0,00221	<	0,0635	OK	0,00299	<	0,0635	OK
Al Nivel del Techo del Tercer Piso	0,00322	<	0,0810	OK	0,0043	<	0,0810	OK

El incremento de desplazamiento del ultimo nive bajo el modelo de interaccion es de 33.54% respecto a nalisis por empotramiento perfecto

### DESPLAZAMIENTOS LATERALES MAXIMOS PARA ESTRUCTURAS APORTICADAS EN LA DIRECCIÓN GLOBAL DEL EJE X - EDIFICIO LADO DERECHO

Niveles del Edificio	Edificio en Suelo Rígido				Edificio en Suelo Flexible			
	(DI) Concreto Armado Aporticado (eje 10, 11, 13, 15 entre eje L)				(DI) Concreto Armado Aporticado (eje 10, 11, 13, 15 entre eje L)			
	Sap 2000		E-030		Sap 2000		E-030	
Entre Nivel de Zapata y PB Piso	4,6E-06	<	0,008	OK	2,3E-05	<	0,008	OK
Al Nivel Cero	0,0001	<	0,0395	OK	0,00043	<	0,0395	OK
Al Nivel del techo del Primer piso	0,00376	<	0,0640	OK	0,00499	<	0,0640	OK
Al Nivel de Techo del Segundo Piso	0,0072	<	0,0885	OK	0,0091	<	0,0885	OK

El incremento de desplazamiento del ultimo nive bajo el modelo de interaccion es de 26.39% respecto a nalisis por empotramiento perfecto

### DESPLAZAMIENTOS LATERALES MAXIMOS PARA ALBAÑILERÍA CONFINADA EN LA DIRECCIÓN GLOBAL DEL EJE X - EDIFICIO LADO DERECHO

Niveles del Edificio	Edificio en Suelo Rígido				Edificio en Suelo Flexible			
	(DI) Albañilería (eje 13, 14, 15, 16 con eje D)				(DI) Albañilería (eje 13, 14, 15, 16 con eje D)			
	Sap 2000		E-030		Sap 2000		E-030	
Entre Nivel de Zapata y PB Piso	1,8E-06	<	0,006	OK	8E-06	<	0,006	OK
Al Nivel Cero	8,2E-05	<	0,0285	OK	0,00035	<	0,0285	OK
Al Nivel del techo del Primer piso	0,00156	<	0,046	OK	0,00217	<	0,046	OK
Al Nivel de Techo del Segundo Piso	0,00304	<	0,0635	OK	0,00397	<	0,0635	OK

El incremento de desplazamiento del ultimo nive bajo el modelo de interaccion es de 30.59% respecto a nalisis por empotramiento perfecto

## RESULTADO Y COMPARACIÓN DE DESPLAZAMIENTOS MAXIMOS (m)

RESULTADO SAP 2000 Y NORME E-030 CAPITULO IV ART. 16 (16.4)

<b>DESPLAZAMIENTOS LATERALES MAXIMOS PARA ESTRUCTURAS APORTICADAS EN LA DIRECCIÓN GLOBAL DEL EJE Y - EDIFICIO LADO DERECHO</b>								
Niveles del Edificio	Edificio en Suelo Rígido				Edificio en Suelo Flexible			
	(DI) Concreto Armado Aporticado (eje 16' entre eje D)				(DI) Concreto Armado Aporticado (eje 16' entre eje D)			
	Sap 2000		E-030		Sap 2000		E-030	
Entre Nivel de Zapata y PB Piso	4,7E-06	<	0,008	OK	4,4E-05	<	0,008	OK
Al Nivel Cero	2,7E-05	<	0,0395	OK	9,1E-05	<	0,0395	OK
Al Nivel del techo del Primer piso	0,00126	<	0,0640	OK	0,00158	<	0,0640	OK
Al Nivel de Techo del Segundo Piso	0,00244	<	0,0885	OK	0,00293	<	0,0885	OK
El incremento de desplazamiento del ultimo nive bajo el modelo de interaccion es de 20.08% respecto a nalisis por empotramiento perfecto								

<b>DESPLAZAMIENTOS LATERALES MAXIMOS PARA ALBAÑILERÍA CONFINADA EN LA DIRECCIÓN</b>								
Niveles del Edificio	Edificio en Suelo Rígido				Edificio en Suelo Flexible			
	(DI) Albañilería (eje 14 Con eje B)				(DI) Albañilería (eje 14 Con eje B)			
	Sap 2000		E-030		Sap 2000		E-030	
Entre Nivel de Zapata y PB Piso								
Al Nivel Cero	3,3E-05	<	0,006	OK	9,6E-05	<	0,006	OK
Al Nivel del techo del Primer piso	0,00086	<	0,0240	OK	0,00115	<	0,0240	OK
Al Nivel de Techo del Segundo Piso	0,00165	<	0,042	OK	0,00208	<	0,042	OK
El incremento de desplazamiento del ultimo nive bajo el modelo de interaccion es de 26.06% respecto a nalisis por empotramiento perfecto								

**ESFUERZOS MÁXIMOS DE LOS ELEMENTOS DE LA ESTRUCTURA CON LA ENVOLVENTE BAJO UNA CIMENTACIÓN RÍGIDA Y FLEXIBLE**

RESULTADO SAP 2000 v14

<b>EDIFICIO LADO IZQUIERDO</b>						
<b>ANÁLISIS DEL MODELO ESTRUCTURAL</b>						
<b>Bajo la Propiedad del Suelo</b>	<b>Modelo Dinámico</b>	<b>Fuerza Axial (Tnf) Columna (Eje 8 y Eje J)</b>	<b>Fuerza Cortante (Tnf) Columna (Eje 9 y Eje H) V2</b>	<b>Fuerza Cortante Columna (Eje 9 y Eje H) V3</b>	<b>Momento Flector (Tnf-m) Columna (Eje 9 y Eje H) M2</b>	<b>Momento Flector Columna (Eje 9 y Eje H) M3</b>
Cimentación Rígida	Tradicional	83,1455	15,5742	13,4612	11,0685	16,1519
Cimentación Flexible	Norma Rusa	82,94	15,1164	14,0595	11,5651	15,6928

<b>EDIFICIO LADO DERECHO</b>						
<b>ANÁLISIS DEL MODELO ESTRUCTURAL</b>						
<b>Bajo la Propiedad del Suelo</b>	<b>Modelo Dinámico</b>	<b>Fuerza Axial (Tnf) Columna (Eje 13 y Eje L)</b>	<b>Fuerza Cortante Columna (Eje 13' con Eje D) V2</b>	<b>Fuerza Cortante Columna (Eje 13 y Eje H) V3</b>	<b>Momento Flector Columna (Eje 13 y Eje L) M2</b>	<b>Momento Flector Columna (Eje 15' y Eje L) M3</b>
Cimentación Rígida	Tradicional	116,11	6,0688	22,3456	28,133	7,65039
Cimentación Flexible	Norma Rusa	115,4	4,8562	13,6092	28,164	8,75813

### **Planos.**

En el presente apéndice se adjunta los planos correspondiente a Ubicación, Arquitectura y Estructuras:

#### **Ubicación:**

U-1.- Ubicación y Localización.

#### **Arquitectura:**

A-01 Arquitectura distribución planta baja y sótano.

A-02 Arquitectura distribución Primera planta

A-03 Arquitectura distribución Segundo planta

A-04 Arquitectura distribución tercera planta

#### **Estructuras:**

E-01 Estructuras cimentación planta baja y sótano.

E-02 Estructuras cimentación primera planta.

E-03 Estructuras cortes y detalles de cimentación.

E-04 Estructuras detalle de escaleras.

E-05 Estructuras aligerado planta baja – losa armada sótano.

E-06 Estructuras aligerados primera planta.

E-07 Estructuras aligerados segunda planta

E-08 Estructuras aligerados tercera planta.

E-09 Estructuras detalle de vigas planta baja y sótano.

E-10 Estructuras detalle de vigas primera y segunda planta.

E-11 Estructuras detalle de vigas primera y segunda planta.

E-12 Estructuras detalle de vigas primera y segunda planta.

E-13 Estructuras detalle de vigas primera y segunda planta.

E-14 Estructuras detalle de vigas tercera planta.

E-15 Estructuras detalle de vigas tercera planta.

**Ubicación de las propiedades de la cimentación Norma Rusa:**

N.R.-01 Códigos y ubicación para cálculo de rigideces y amortiguamientos del suelo flexible (Por el modelo Dinámico de la Norma Rusa).