

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTÓBAL
DE HUAMANGA

FACULTAD DE INGENIERÍA DE MINAS, GEOLOGÍA Y
CIVIL

ESCUELA DE FORMACIÓN PROFESIONAL DE
INGENIERÍA CIVIL



MODELACIÓN Y SIMULACIÓN NUMÉRICA DE
INFILTRACIÓN EN PRESAS DE TIERRA CON EL MÉTODO
DE ELEMENTOS NATURALES

TESIS

PARA OPTAR EL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

PRESENTADO POR:
GERALD JAN SERNA CHÁVEZ

AYACUCHO - PERÚ

JUNIO - 2017

MODELACIÓN Y SIMULACIÓN NUMÉRICA DE INFILTRACIÓN EN
PRESAS DE TIERRA CON EL MÉTODO DE ELEMENTOS NATURALES

GERALD JAN SERNA CHÁVEZ

Presentado a la Escuela de Formación Profesional de Ingeniería Civil
en cumplimiento parcial de los requerimientos para optar el título de:

INGENIERO CIVIL
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTÓBAL DE HUAMANGA

2017

Autor : Gerald Jan Serna Chávez

Recomendado : MSc. Ing. José Ernesto Estrada Cárdenas
Asesor de Tesis

Aceptado por : Mg. Carlos Auberto Prado Prado
Decano
Facultad de Ingeniería de Minas, Geología y Civil - UNSCH

© 2017; Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga (UNSCH), todos los derechos reservados. El autor de la investigación autoriza a la UNSCH - Escuela profesional de Ingeniería Civil, la reproducción de la tesis en su totalidad o en partes.

Según el acuerdo constatado en el Acta, levantado el 22 de Junio del 2017, en la Sustentación de Tesis presentado por el Bachiller en Ciencias de la Ingeniería Civil Sr. **Gerald Jan SERNA CHÁVEZ**, con la Tesis Titulado **”MODELACIÓN Y SIMULACIÓN NUMÉRICA DE INFILTRACIÓN EN PRESAS DE TIERRA CON EL MÉTODO DE ELEMENTOS NATURALES”**, fue calificado con la nota de QUINCE (15) por lo que se da la respectiva **APROBACIÓN**.

MSc. Ing. Carlos PRADO PRADO
PRESIDENTE

MSc. Ing. José E. Estrada Cárdenas
MIEMBRO

MSc. Ing. Edmundo CANCHARI GUTIÉRREZ
MIEMBRO

MSc. Ing. Jaime L. BENDEZÚ PRADO
MIEMBRO

Arq. Juan C. SÁNCHEZ PAREDES
SECRETARIO DOCENTE

**“MODELACIÓN Y SIMULACIÓN NUMÉRICA DE INFILTRACIÓN
EN PRESAS DE TIERRA CON EL MÉTODO DE ELEMENTOS
NATURALES”**

RECOMENDADO : 28 DE MARZO DEL 2017

APROBADO : 22 DE JUNIO DEL 2017

MSc. Ing. Carlos PRADO PRADO
PRESIDENTE

MSc. Ing. José E. Estrada Cárdenas
MIEMBRO

MSc. Ing. Edmundo CANCHARI GUTIÉRREZ
MIEMBRO

MSc. Ing. Jaime L. BENDEZÚ PRADO
MIEMBRO

Arq. Juan C. SÁNCHEZ PAREDES
SECRETARIO DOCENTE

Dedicatoria

A mis padres, Adolfo Serna y Julia Chávez por su ayuda y amor.

Agradecimientos

A la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga y a todos los Catedráticos de la Escuela de Formación Profesional de Ingeniería Civil.

A mis amados padres.

Estoy particularmente agradecido con los Ingenieros miembros del jurado: MSc. Ing. Edmundo Canchari Gutiérrez, MSc. Ing. Jaime Bendezú Prado, y en especial al MSc. Ing. José E. Estrada Cárdenas por darme el trabajo y tiempo de revisar la presente Tesis.

A Mirian Yovana, por darme felicidad.

Y a todas aquellas personas que de una u otra manera, colaboraron o participaron en la realización de esta investigación, hago extensivo mi más sincero agradecimiento.

A la comunidad de usuarios para la Composición de Textos Científicos con \LaTeX y $\text{\LaTeX 2}_{\epsilon}$, al grupo que mantiene la distribución \MiKTeX y a los creadores de WinEdt, los cuales me han ayudado en la edición de esta tesis.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTÓBAL DE HUAMANGA
AYACUCHO, JUNIO DE 2017

Gerald Jan Serna Chávez

Resumen

El presente trabajo de investigación contempla la modelación y simulación numérica del fenómeno de infiltración en presas de tierra con el Método de Elementos Naturales, que es uno de los métodos sin malla que recientemente ha sido utilizado como herramienta para solucionar ecuaciones diferenciales parciales y esta basado en la interpolación por vecinos naturales a partir de la triangulación de Delaunay y de su estructura dual, la teselación de Dirichlet o diagrama de Voronoi. Para la simulación computacional se elaboró el programa NEAR en Matlab, que permite calcular la distribución de la infiltración y todas sus variables secundarias en todo el dominio de la presa. Los resultados de la simulaciones varias muestran la robustez del método de los elementos naturales en cuanto a estabilidad y convergencia, con la ventaja de no ser sensible a la distribución de los nodos, ni a la regularidad de la triangulación, que conducen a resultados adecuados de problemas de flujo en medios porosos.

Palabras clave: Medios porosos, Infiltración, Método de Elementos Naturales, Modelación matemática, Simulación numérica, Presas.

Abstract

The present research work involves the numerical modeling and simulation of the infiltration phenomenon in earth dams with the Natural Element Method, which is one of the non - mesh methods that has recently been used as a tool to solve partial differential equations and is based on The interpolation by natural neighbors from the triangle of Delaunay and its dual structure, the Dirichlet tessellation or Voronoi diagram. For the computational simulation the NEAR program was developed in Matlab, which allows to calculate the distribution of the infiltration and all its secondary variables in the entire domain of the dam. The results of the various simulations show the robustness of the method of the natural elements in terms of stability and convergence, with the advantage of not being sensitive to the distribution of the nodes, nor to the regularity of the triangulation, which lead to adequate results of Flow problems in porous media.

keywords: Porous media, Infiltration, Natural Element Method, Mathematical Modeling, Numerical Simulation, Dams.

Índice general

| | |
|--------------------------------------------------------|------------|
| Dedicatoria | IV |
| Agradecimientos | V |
| Resumen | VI |
| Índice general | VII |
| Índice de tablas | XI |
| Índice de figuras | XII |
| Capítulo I: Introducción | 1 |
| 1.1. Antecedentes bibliográficos | 1 |
| 1.2. Descripción de la realidad problemática | 2 |
| 1.2.1. Formulación del problema | 3 |
| 1.2.1.1. Problema Principal | 3 |
| 1.2.1.2. Problemas Secundarios | 3 |
| 1.3. Justificación de la investigación | 3 |
| 1.3.1. Teórica | 4 |
| 1.3.2. Práctica | 4 |
| 1.3.3. Metodológica | 4 |
| 1.3.4. Social | 5 |
| 1.4. Importancia de la investigación | 5 |
| 1.5. Objetivos de la investigación | 6 |
| 1.5.1. Objetivo General | 6 |
| 1.5.2. Objetivos Específicos | 6 |
| 1.6. Hipótesis de la investigación | 7 |
| 1.6.1. Hipótesis General | 7 |
| 1.6.2. Hipótesis Específicos | 7 |
| 1.7. Variables e indicadores | 7 |
| 1.7.1. Variables | 7 |
| 1.7.2. Indicadores | 8 |
| 1.8. Unidades de análisis | 9 |
| 1.9. Diseño de investigación | 9 |
| 1.9.1. Tipo y nivel de investigación | 9 |
| 1.9.1.1. Tipo de investigación | 9 |
| 1.9.1.2. Nivel de investigación | 9 |
| 1.9.2. Diseño | 9 |

| | | |
|-------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|-----------|
| 1.10. | Fuentes de información | 10 |
| 1.10.1. | Fuente de información bibliográfica | 10 |
| 1.11. | Instrumentos utilizados | 10 |
| 1.12. | Técnicas de recolección | 11 |
| 1.13. | Procesamiento de datos | 11 |
| Capítulo II: Estado del arte | | 12 |
| 2.1. | Ingeniería de presas | 12 |
| 2.1.1. | Tipos de presa | 13 |
| 2.1.1.1. | Presas de materiales sueltos | 13 |
| 2.1.1.2. | Presas de concreto armado | 15 |
| 2.2. | Hidrogeología | 19 |
| 2.2.1. | Medios porosos | 19 |
| 2.2.1.1. | Dinámica del agua en medios porosos | 19 |
| 2.3. | Infiltración en presas | 21 |
| 2.3.1. | Dinámica del agua en el suelo | 21 |
| 2.3.2. | Potencial de agua en el suelo | 22 |
| 2.3.2.1. | Suelo como un sistema de tres fases | 22 |
| 2.3.2.2. | Relaciones volumétricas y gravimétricas en los suelos | 23 |
| 2.3.2.3. | Presas de tierra | 25 |
| 2.3.2.4. | Presas de gravedad | 29 |
| 2.3.2.5. | Presas de derivación | 30 |
| 2.3.3. | Formulación matemática del problema | 30 |
| 2.3.3.1. | Ecuación diferencial parcial gobernante | 31 |
| 2.3.3.2. | Ecuación de infiltración en 2D | 35 |
| 2.3.4. | Condiciones de contorno e iniciales | 36 |
| 2.3.4.1. | Condiciones de contorno | 37 |
| 2.3.4.2. | Condiciones iniciales | 39 |
| 2.3.4.3. | Condiciones de contorno en presas de tierra | 40 |
| 2.3.4.4. | Condiciones de contorno en presas de gravedad | 41 |
| 2.3.4.5. | Condiciones de contorno en presas de derivación | 42 |
| 2.4. | Métodos Numéricos | 43 |
| 2.4.1. | Método sin malla | 43 |
| 2.4.2. | Etapas de un método sin malla | 43 |
| 2.4.2.1. | Aproximación | 44 |
| 2.4.2.2. | Formulación | 44 |
| 2.4.2.3. | Integración | 46 |
| 2.4.3. | Método de Elementos Naturales | 47 |
| 2.4.3.1. | Interpolación de Sibson | 51 |
| Capítulo III: Materiales y métodos | | 52 |
| 3.1. | Modelamiento con Elementos Naturales | 52 |
| 3.1.1. | Discretización del dominio | 52 |
| 3.1.2. | Funciones de forma en MEN | 54 |
| 3.1.2.1. | Interpolación Sibsoniana | 54 |
| 3.1.2.2. | Interpolación no Sibsoniana | 56 |
| 3.1.3. | Análisis de infiltración con NEM | 57 |
| 3.1.4. | Condiciones de borde | 62 |
| 3.1.4.1. | Condiciones de borde de altura de potencial | 63 |

| | |
|-----------------------------------------------------------|------------|
| 3.2. Programación en Matlab | 64 |
| 3.2.1. Programa NEAR | 64 |
| 3.2.2. Algoritmo computacional | 65 |
| 3.2.3. Asignación de condiciones de contorno | 67 |
| 3.2.4. Soluciones generales | 67 |
| 3.2.4.1. Infiltración en un garaje subterráneo | 67 |
| 3.3. Caso de estudio | 73 |
| 3.3.1. Información básica de la presa | 73 |
| 3.3.1.1. Ubicación Política | 73 |
| 3.3.1.2. Ubicación Geográfica | 73 |
| 3.3.1.3. Componentes del proyecto | 75 |
| 3.3.2. Estudios básicos de ingeniería | 75 |
| 3.3.2.1. Estudios Geológicos y Geotécnicos | 75 |
| 3.3.3. Geometría de la presa Cayramayo | 79 |
| 3.3.3.1. Selección del tipo de presa | 79 |
| 3.3.3.2. Ancho de coronación | 81 |
| 3.3.3.3. Taludes de la presa Cayramayo | 82 |
| 3.3.3.4. Sección de la presa | 82 |
| Capítulo IV: Resultados y discusión | 84 |
| 4.1. Resultados de la investigación | 84 |
| 4.1.1. Resultados para una presa homogénea | 92 |
| 4.1.1.1. Discretización del dominio | 92 |
| 4.1.1.2. Condiciones de contorno | 92 |
| 4.1.1.3. Resultados | 93 |
| 4.2. Validación del modelo | 96 |
| 4.2.1. Simulación con el programa PLAXIS y NEAR | 96 |
| 4.2.1.1. Comparación de resultados | 100 |
| 4.2.2. Simulación de la presa Cuchoquesera | 102 |
| 4.2.2.1. Datos de instrumentación geotécnica | 102 |
| 4.2.2.2. Resultados para la validación | 105 |
| 4.2.2.3. Calculo de indicadores estadísticos | 109 |
| 4.3. Discusión de resultados | 111 |
| 4.3.1. Discusión sobre el modelo propuesto | 111 |
| 4.3.2. Discusión sobre el modelamiento | 111 |
| 4.3.3. Discusión sobre los resultados | 116 |
| 4.3.4. Discusión sobre la validación | 118 |
| Capítulo V: Conclusiones y recomendaciones | 120 |
| 5.1. Conclusiones | 120 |
| 5.2. Recomendaciones | 124 |
| 5.3. Investigaciones futuras | 124 |
| Glosario | 125 |
| Siglas | 127 |
| Símbolos | 128 |

| | |
|---------------------------------------------------|------------|
| Referencia bibliográfica | 130 |
| Metodología de la Investigación | 130 |
| Hidrogeología | 130 |
| Estructuras hidráulicas | 130 |
| Dinámica de fluidos computacional | 131 |
| Ingeniería de presas | 131 |
| Método de elementos finitos | 131 |
| Método de elementos naturales | 132 |
| Ecuaciones diferenciales parciales | 134 |
| Matemática | 134 |
| Ingeniería geológica | 134 |
| Mecánica de suelos | 134 |
| Tesis | 135 |
| Proyectos | 136 |
| Apuntes de clase | 136 |
| Programas | 136 |
| Matlab | 137 |
| Estadística | 137 |
| Método de diferencias finitas | 137 |
| | |
| Anexos | 138 |
| | |
| Anexo A. Manual del programa NEAR | 139 |
| A.1. Fase Preproceso | 140 |
| A.1.1. Definir la geometría de la presa | 140 |
| A.1.2. Propiedades de los materiales | 141 |
| A.1.3. Condiciones de borde | 141 |
| A.2. Fase solución | 144 |
| A.3. Fase Postproceso | 144 |
| | |
| Anexo B. Código del programa NEAR | 146 |
| | |
| Anexo C. Planos y Láminas | 150 |

Índice de tablas

| | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 1.1. Operacionalización de las variables | 8 |
| 3.2. Pseudocódigo para el cálculo de las funciones de forma no-sibsoniana | 65 |
| 3.3. Coordenadas de la sección simétrica del garaje | 68 |
| 3.4. Ubicación política del proyecto | 73 |
| 3.5. Ubicación geográfica del proyecto | 74 |
| 3.6. Investigaciones geológico y geotécnico para presas | 76 |
| 3.7. Ensayos de permeabilidad y/o SPT en la zona de emplazamiento de la presa Cayramayo | 78 |
| 3.8. Cuadro de ensayos de permeabilidad de Lugeon y Lefranc en Embalse Cayramayo | 78 |
| 3.9. Area, Volumen del embalse de Cayramayo | 79 |
| 3.9. Area, Volumen del embalse de Cayramayo | 80 |
| 3.9. Area, Volumen del embalse de Cayramayo | 81 |
| 3.10. Características geométricas de la Presa Cayramayo | 81 |
| 3.11. Ancho de coronación de la presas Cayramayo | 82 |
| 4.12. Coordenadas de los subdominios de la presa Cayramayo | 84 |
| 4.12. Coordenadas de los subdominios de la presa Cayramayo | 85 |
| 4.13. Resultados del programa PLAXIS Y NEAR en los nodos de validación | 100 |
| 4.14. Proceso de llenado de la presa Cuchoquesera | 102 |
| 4.15. Registro de instrumentación geotécnica sección 0 + 420 | 104 |
| 4.16. Comparación de los datos observados de infiltración en la presa Cu- choquesera y resultados de los programas CHUYMI.MVF v2009 y NEAR v2017 | 108 |
| 4.17. Comparación de los datos observados de infiltración en la presa Cu- choquesera y resultados de los programas CHUYMI.MVF v2009 y NEAR v2017 | 110 |

Índice de figuras

| | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 2.1. Esquemas de tipos de presas de materiales sueltos | 13 |
| 2.2. Presa de material homogénea | 14 |
| 2.3. Presa típica con núcleo central de arcilla | 14 |
| 2.4. Presa con pantalla inclinada | 15 |
| 2.5. Sección transversal típica de una presa de material suelto | 15 |
| 2.6. Presa de gravedad | 16 |
| 2.7. Presa de contrafuertes típico | 17 |
| 2.8. Presa arco-gravedad | 17 |
| 2.9. Presa de arco-bóveda | 18 |
| 2.10. Infiltración en presas de material suelto | 21 |
| 2.11. Composición esquemática (por volumen) de un medio de textura de suelo | 23 |
| 2.12. Diagrama esquemática del medio poroso | 24 |
| 2.13. Presas de Tierra | 26 |
| 2.14. Modelación medio poroso-presa en su conjunto | 26 |
| 2.15. Condiciones y elementos de contorno | 27 |
| 2.16. Presa de gravedad | 29 |
| 2.17. Presa de derivación | 30 |
| 2.18. Flujo de agua en un medio poroso | 31 |
| 2.19. Balance de agua en un cubo poroso elemental | 33 |
| 2.20. Aproximación bidimensional del flujo en un medio poroso | 36 |
| 2.21. Verde: <i>condición de frontera de Neumann</i> ; púrpura: Condición de frontera de Dirichlet | 39 |
| 2.22. Condiciones de contorno en una presa de tierra de material homogénea | 40 |
| 2.23. Condiciones de contorno en una presa de gravedad | 41 |
| 2.24. Condiciones de contorno en una presa de derivación o bocatoma | 42 |
| 2.25. Diagrama de Voronoi y su dual la teselación de Delaunay | 48 |
| 2.26. Diagrama de Voronoi para un conjunto de 15 nodos | 49 |
| 2.27. Triangulación de Delaunay y su dual, el diagrama de Voronoi para una presa de tierra | 50 |
| 2.28. Construcción de vecinos naturales:(a) Diagrama original de Voronoi al que se introduce el punto x . (b) Celdas de Voronoi de primer y segundo orden de x | 51 |
| 3.29. Estructuras geométricas para un conjunto N de siete nodos. (a) celdas de Voronoi para el nodo A y (b) Diagrama de Voronoi $V(N)$ | 53 |
| 3.30. Estructuras geométricas para un conjunto N de siete nodos. (c) Trian- gulación de Delaunay $DT(N)$ y (d) circunferencias circunscritas de vecino naturales | 54 |

| | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 3.31. Construcción de vecinos naturales (a) Diagrama de Voronoi original y x y (b) Celdas de Voronoi de primer y segundo orden alrededor de x | 55 |
| 3.32. Interpolación no Sibsoniana | 57 |
| 3.33. Infiltración en una presa | 58 |
| 3.34. Esquema del punto de integración y sus nodos de influencia | 60 |
| 3.35. Puntos de integración con mala ubicación | 61 |
| 3.36. Líneas rectas para la distribución de nodos | 61 |
| 3.37. Definición de condiciones de borde en problemas de infiltración | 62 |
| 3.38. Condiciones de borde de la altura piezométrica a través de una presa | 63 |
| 3.39. Diagrama de flujo | 66 |
| 3.40. Condiciones de contorno conectado con la geometría | 67 |
| 3.41. Gneiss masivo compacto e impermeable | 68 |
| 3.42. Dominio de solución del garaje | 69 |
| 3.43. Discretización en vecinos naturales | 69 |
| 3.44. Elementos de contorno | 70 |
| 3.45. Alturas piezométricas en m (líneas equipotenciales) | 71 |
| 3.46. Presión hidrostática en kN/m^2 | 72 |
| 3.47. Alturas de presiones y líneas de corriente | 72 |
| 3.48. Ubicación política del proyecto de la Presa Cayramayo | 74 |
| 3.49. Ubicación de Presa Cayramayo, sobre el río Cayramayo | 74 |
| 3.50. Investigaciones geológicas y geotécnicas en presas | 76 |
| 3.51. Zona del vaso, se observa al fondo los depósitos aluviales y luego suelos residuales a macizos rocosos blandos | 77 |
| 3.52. perfil de permeabilidad en el eje de la cerrada | 79 |
| 3.53. Curva Altitud-Área-Volumen, Presa Cayramayo | 82 |
| 3.54. Sección de la Presa Cayramayo adoptado | 83 |
| 3.55. Taludes aguas arriba y abajo adoptados | 83 |
| 3.56. Sección de la presa Cayramayo sin fundación | 83 |
| 4.57. Subdominios de la presa Cayramayo | 85 |
| 4.58. Discretización de la presa Cayramayo en 535 <i>vecinos naturales</i> | 86 |
| 4.59. Enumeración de bordes y materiales - Dique principal de la presa Cayramayo | 86 |
| 4.60. Nodos de contorno de la presa Cayramayo | 87 |
| 4.61. Alturas Piezométricas - Dique principal de la presa Cayramayo | 87 |
| 4.62. Alturas de presión - Dique principal de la presa Cayramayo | 88 |
| 4.63. Alturas de presión y velocidad del flujo (líneas de corriente) - Dique principal de la presa Cayramayo | 88 |
| 4.64. Alturas de presión y velocidad del flujo (líneas de corriente) acercada la presa - Dique principal de la presa Cayramayo | 89 |
| 4.65. Refinamiento de los <i>vecinos naturales</i> en 1136 | 89 |
| 4.66. Alturas Piezométricas - Dique principal de la presa Cayramayo | 90 |
| 4.67. Alturas de presión - Dique principal de la presa Cayramayo | 90 |
| 4.68. Alturas de presión y velocidad del flujo (líneas de corriente) - Dique principal de la presa Cayramayo | 91 |
| 4.69. Presa de tierra homogénea | 92 |
| 4.70. Generación del diagrama de voronoi y <i>vecinos naturales</i> | 92 |
| 4.71. Elementos de contorno de la presa de tierra | 93 |
| 4.72. Alturas Piezométricas en la presa de tierra | 93 |

| | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.73. Alturas de presión en la presa de tierra | 94 |
| 4.74. Alturas de presión y velocidad del flujo (líneas de corriente) en la presa de tierra | 94 |
| 4.75. Refinamiento de los <i>vecinos naturales</i> en 1000 | 94 |
| 4.76. Alturas Piezométricas - Presa de tierra | 95 |
| 4.77. Alturas de presión - Presa de tierra | 95 |
| 4.78. Alturas de presión y velocidad del flujo (líneas de corriente) - Presa de tierra | 95 |
| 4.79. Subdominios de la presa Cayramayo en PLAXIS | 96 |
| 4.80. Subdominios de la presa Cayramayo en NEAR | 96 |
| 4.81. Enmallado con mallas no estructuradas de la presa Cayramayo en Plaxis | 97 |
| 4.82. Generación de vecinos naturales de la presa Cayramayo en NEAR . . . | 97 |
| 4.83. Alturas piezométricas en la presa Cayramayo con el programa PLAXIS | 97 |
| 4.84. Alturas piezométricas en la presa Cayramayo con el programa NEAR | 98 |
| 4.85. Alturas de presión en la presa Cayramayo con el programa PLAXIS . | 98 |
| 4.86. Alturas de presión en la presa Cayramayo con el programa NEAR . . | 98 |
| 4.87. Campo de flujo y líneas de corriente en la presa Cayramayo con el programa Plaxis | 99 |
| 4.88. Líneas de corriente en la presa Cayramayo con el programa NEAR . . | 99 |
| 4.89. Nodos de validación tanto para el programa PLAXIS Y NEAR | 100 |
| 4.90. Comparación de resultados (Alturas piezométricas) del programa PLAXIS y NEAR | 101 |
| 4.91. Comparación de resultados (Presiones) del programa PLAXIS y NEAR | 101 |
| 4.92. Planta de la presa Cuchoquesera | 103 |
| 4.93. Subdominios de la presa Cuchoquesera | 105 |
| 4.94. Generación del diagrama de voronoi y <i>vecinos naturales</i> | 105 |
| 4.95. Alturas piezométricas de la presa Cuchuquesera | 106 |
| 4.96. Alturas de presión de la presa Cuchuquesera | 106 |
| 4.97. Líneas de corriente de la presa Cuchuquesera | 107 |
| 4.98. Nodos de validación de la presa Cuchuquesera | 107 |
| 4.99. Comparación de datos observados, solución con MVF y simulados . . | 108 |
| 4.100 Criterio estadístico usado en la evaluación cuantitativa de la bondad de simulación | 109 |
| 4.101 Infiltración observada en la presa Cuchoquesera & Resultados de la simulación con el modelo NEAR | 110 |
| 4.102 Alturas Piezométricas obtenidas con el programa NEAR | 112 |
| 4.103 Presa de gravedad típica | 113 |
| 4.104 Generación del diagrama de Voronoi y los vecinos naturales | 113 |
| 4.105 Alturas piezométricas en la presa de gravedad | 114 |
| 4.106 Alturas de presión en la presa de gravedad | 114 |
| 4.107 Alturas de presión y líneas de corriente en la presa de gravedad . . . | 115 |
| 4.108 Variación de las alturas piezométricas & Nodos de validación con los programas PLAXIS y NEAR | 116 |
| 4.109 Variación de las alturas piezométricas & Nodos de validación con los programas PLAXIS y NEAR | 117 |

| | | |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.110 | Variación de las alturas piezométricas & Nodos de validación con el programa NEAR y datos observados de infiltración en la presa Cuchoquera | 118 |
| 4.111 | Infiltración simulada con NEAR y MVF & infiltración observada en la presa Cuchoquesera | 119 |
| 5.112 | Alturas piezométricas en las diferentes estructuras obtenidas con el programa NEAR | 120 |
| 5.113 | Alturas de presión y velocidad del flujo (líneas de corriente) - Dique principal de la presa Cayramayo | 121 |
| 5.114 | Alturas piezométricas en las diferentes estructuras obtenidas con el programa NEAR | 122 |
| 5.115 | Variación de resultados & Nodos de validación con el programa NEAR y datos observados de infiltración en la presa Cuchoquera | 123 |
| 5.116 | Infiltración simulada con NEAR y MVF & infiltración observada en la presa Cuchoquesera | 123 |
| A.1. | Interfaz principal del programa “ <i>NEAR V1.0</i> ” | 139 |
| A.2. | Matriz de descripción de los subdominios de la presa en el modelo <i>NEAR V1.0</i> | 140 |
| A.3. | Regiones o subdominios de la presa Cayramayo <i>NEAR V1.0</i> | 141 |
| A.4. | Generación del diagram de Voronoi y los vecinos naturales <i>NEAR V1.0</i> | 142 |
| A.5. | Coefficientes de permeabilidad de los materiales de la presa Cayramayo | 142 |
| A.6. | Elementos de contorno en todo el dominio de la presa Cayramayo | 143 |
| A.7. | Condiciones de borde en la presa Cayramayo | 143 |
| A.8. | Alturas piezométricas de la presa Cayramayo <i>NEAR V1.0. Fuente: Elaboración propia</i> | 144 |
| A.9. | Alturas de presión de la presa Cayramayo <i>NEAR V1.0. Fuente: Elaboración propia</i> | 145 |
| A.10. | Velocidad del flujo (líneas de corriente) de la presa Cayramayo <i>NEAR V1.0. Fuente: Elaboración propia</i> | 145 |

Capítulo I: Introducción

1.1. Antecedentes bibliográficos

El problema de infiltración ha sido abordado por diferentes investigadores a nivel mundial utilizando distintas técnicas numéricas y metodología tradicionales. Existe publicaciones en revistas especializadas y hay una infinidad de tesis de pregrado, de maestría y tesis doctoral, sin embargo no hay ninguna de tesis utilizan do el Método de Elementos Naturales (MEN).

[3] en su tesis doctoral *Caracterización de procesos de infiltración en estado no saturado sobre suelos limosos compactados*(2008) presentada en la Universidad Nacional de Córdoba-Argentina describe un estudio de caracterización del proceso de infiltración en suelos limosos inalterados y compactados no saturados, pertenecientes a la formación *loésica de Córdoba*. El estudio experimental se compone de ensayos realizados en campo y laboratorio, destinados a identificar el comportamiento mecánico y bajo infiltración de estos suelos. Por otro lado presenta un análisis numérico del problema infiltración-asentamiento, mediante el desarrollo e implementación de modelos tenso-deformacionales, de colapso relativo y elastoplástico capaces de predecir y evaluar el desempeño de barreras de suelo limoso compactado instaladas sobre suelos naturales colapsables.

[96] en su tesis *Modelamiento numérico de infiltración en presas con el Método de Volúmenes Finitos: caso presa Cuchoquesera /Ayacucho* presentada en la Universidad Nacional San Cristóbal de Huamanga realiza la formulación matemática, modelación numérica, programación computacional en base al Método de Volúmenes Finitos del fenómeno de infiltración en medios porosos, en particular en problemas de infiltración en presas para un flujo estacionario y utiliza el Software comercial GeoStudio2007-SEEP/W para la comparación de sus resultados. La validación de su modelo hace con los datos históricos de medición en piezómetros de la Presa Cuchoquesera en Ayacucho - Perú, sin embargo no calcula ni calibra numéricamente ninguna variable, limitándose a la comparación gráfica.

[52] en su tesis *Hidromecánica Computacional de la Infiltración en Presas con el Método de Elementos Finitos* presentada en la Universidad Nacional San Cristóbal de Huamanga, aborda el problema de infiltración en presas de gravedad, mediante el método de elementos finitos en regimen estacionario y también hace la comparación de sobresaltados con el programa GeoStudio2007-SEEP/W.

En la Universidad Nacional San Cristóbal de Huamanga se hizo varias tesis sobre infiltración en presas, sobre todo utilizando MDF, MEF y MVF y no así el Método

de Elementos Naturales (MEN).

Con respecto al método numérico para resolver el problema de infiltración en medios porosos existen numerosos métodos que permiten solucionar problemas de campo escalar, satisfactoriamente, sin importar la linealidad del modelo o la complejidad de la geometría. Método de Diferencias Finitas, Métodos Espectrales, Método de Elementos Finitos, Método de Volúmenes Finitos, son solo una muestra de los diferentes métodos numéricos usados para la solución de ecuaciones diferenciales de ingeniería [39], [76], [35] y [79]. Generalmente estos métodos necesitan de una malla bien definida que debe cumplir ciertos requisitos de regularidad y de forma [88]. Desde hace ya varios años se han venido desarrollando algunos conocidos como métodos sin malla [32], que disminuyen las restricciones sobre las mallas que deben ser usadas para la solución de las ecuaciones en el dominio de interés, o que permiten la definición de la geometría desde una nube de puntos, a través de la cual se determina la malla automáticamente. El método de los elementos naturales (MEN) es un representante de este grupo y se caracteriza por ser una técnica interpolante (es decir, la superficie de solución pasa por los valores nodales de la variable aproximada), a diferencia de otros métodos sin malla en los que se calculan los valores nodales de la variable incógnita, pero la superficie de solución aproximada no pasa por estos valores nodales [32]. En los últimos años el MEN ha sido usado en un sin número de aplicaciones de ingeniería.

1.2. Descripción de la realidad problemática

El fenómeno de infiltración ocurre en un medio continuo denominado medio poroso que generalmente está conformado por el suelo (grava, arena, limo, arcilla, etc.) con porosidades muy diversas, tanto en el tamaño de los poros, como en sus orientaciones, diferentes conductividades hidráulicas, diferentes grados de heterogeneidad y anisotropía, además, suelen presentarse de forma aleatoria. Y en el caso específico de la presas la infiltración se produce a través del terraplén, la fundación y los estribos y pueden ocasionar graves consecuencias incluso hasta la falla total de la presa, debido a las subpresiones excesivas, inestabilidad del talud aguas abajo, sifonamiento, erosión interna (tubificación), erosión regresiva y el reventón originadas por el flujo de agua por infiltración. La principal fuerza impulsora de la infiltración es la gravedad, por ejemplo en un embalse, la fuerza impulsora es la altura total del campo de potencial entre los puntos de entrada y salida, que constituye una interacción entre el suelo y la percolación de agua por su interior a través de las presas de tierra, por el terreno de fundación debajo de la cimentación de presas de gravedad, presas de contrafuertes, presas en arco, estudio de aguas subterráneas, en muros de contención, etc. La falla de las presas por infiltración constituye una de las principales preocupaciones del estado, del proyectista, del constructor y de todas las personas que viven aguas abajo de la Presa. Esto se debe a que la rotura de la misma no solo constituye un fracaso económico de gran magnitud, sino una amenaza a la seguridad pública. La magnitud de las fallas en presas varía, desde lo que pudiera llamarse una catástrofe, que produce grandes pérdidas en vidas y bienes, hasta deterioros más o menos ligeros, que inclusive pudieran no requerir ningún trabajo de reconstrucción. En consecuencia es responsabilidad del Ingeniero Civil

garantizar que no se produzcan fallas graves o catastróficas a lo largo de su vida útil de las presas. Sin embargo el fenómeno de infiltración en un medio poroso está gobernados por las mismas leyes fundamentales que rigen el flujo a superficie libre, que están basadas en la ley de conservación de la masa, momento y energía, junto con las relaciones de proporcionalidad y ecuaciones de estado propias del medio poroso y del fluido, que hacen que sea complejo su análisis y requieren metodologías avanzadas, modelación matemática y simulación computacional para resolver este problema y tomar decisiones adecuadas. En este sentido se plantea el presente trabajo de investigación, aprovechando la disponibilidad y facilidad de uso de los métodos numéricos y códigos computacionales, basado en poderosas técnicas tales como el Método de Elementos Naturales aplicados a la ingeniería práctica. Estos métodos analíticos ahora han pasado de ser herramientas de investigación a ser herramientas de aplicación. Esto ha abierto un nuevo mundo de modelado numérico.

1.2.1. Formulación del problema

1.2.1.1. Problema Principal

¿Qué relación existe entre los niveles de embalse, propiedades de permeabilidad y características geométricas de las presas de tierra en un modelo matemático bidimensional de simulación numérica del fenómeno de infiltración con el Método de Elementos Naturales?.

1.2.1.2. Problemas Secundarios

1. ¿Es factible la discretización del dominio físico de las presas de tierra y sobre ella resolver las ecuaciones diferenciales gobernantes del flujo de infiltración con geometría y condiciones de contorno variables usando el Método de Elementos Naturales?.
2. ¿Cuál es la variabilidad espacial del flujo de infiltración en el dominio de la presa de tierra y la influencia de su respuesta en los diferentes materiales de la cual esta compuesto las presas heterogéneas?.
3. ¿Es posible la simulación computacional como un método de investigación científica para el análisis numérico mediante el Método de Elementos Naturales del flujo de infiltración en presas a través de códigos de ordenador?.

1.3. Justificación de la investigación

El en ultimo siglo, como en los siglos precedentes, el agua fue y es un recurso vital para la civilización humana. Un abastecimiento en cantidad suficiente de agua saludable es un componente fundamental para nuestra salud, nuestro medio ambiente, nuestras sociedades y nuestra economía. Sin embargo factores esenciales como el cambio climático y el crecimiento demográfico mundial convierte los recursos hídricos en más irregulares y genera una tendencia a la sequía, lo que provoca una

demanda mayor de reserva de agua para las necesidades domésticas, agrícolas e industriales. A lo largo de la historia, la construcción de presas y de embalses en los ríos ha permitido almacenar grandes cantidades de agua y regular los caudales en los ríos para beneficio de la civilización. Desde hace más de 4,000 años, en todas las regiones del mundo, los hombres han utilizado presas para proporcionar agua, indispensable para la vida. Un gran número de estas primeras presas funcionan aún hoy en día y se mantendrá aún en el tiempo. El mundo necesita, debido a su desarrollo, cantidades importantes de agua para el uso doméstico, la agricultura, la energía y el control de las avenidas, las presas con fines múltiples son la solución más eficaz para conseguirlo. La gestión eficaz de los recursos hídricos gracias a las presas y a los embalses, en conjunción con otras medidas, se revela vital para la población actual y futura, especialmente en las los países donde hay escasez del agua. Por lo tanto es un desafío para el Ingeniero Civil proyectar, gestionar y utilizar las presas y los embalses en armonía con las capas subterráneas, el clima, el medio ambiente y la utilización de las tierras. Por desgracia uno de los componentes más determinantes o la principal desventaja de las presas de material suelto es la infiltración tanto en el cuerpo de la presa como en su cimentación y puede ocasionar distintos efectos como pérdida de agua, presiones internas con componentes opuestas al efecto estabilizador del peso, y erosión interna progresiva (sifonamiento), etc. Esto requiere la modelación matemática, análisis numérico y simulación computacional del proceso de infiltración dentro de una presa de material suelto utilizando las más modernas técnicas numéricas como el Método de Elementos naturales, que es uno de los ultimo métodos recientes que no requieren el mallado.

Además la investigación se justifica porque se considera un aporte en los siguientes aspectos:

1.3.1. Teórica

El modelo propuesto podrá ser aplicado a todas las presas de material suelto en cualquier parte del mundo con la finalidad de predecir el flujo de infiltración y desarrollar estudios más confiables en el área de hidrogeología mediante el **Método de Elementos Naturales** en base a las características propias de cada presa y de cada proyecto.

1.3.2. Práctica

Como resultado del modelo se puede conocer mejor la variabilidad espacial del flujo de infiltración en las presas y así mismo analizar sus repercusiones en el manejo de los recursos hídricos y la **gestión** del riesgo, así como en el desarrollo económico y social.

1.3.3. Metodológica

A nivel matemático y computacional se presenta una herramienta tecnológica de un código computacional en Matlab basado en el **Método de Elementos Naturales**

relativamente con aplicaciones inexistente en este campo constituyendo un valioso aporte en el desarrollo del pensamiento numérico investigativo en el tema elegido.

1.3.4. Social

Los resultados de la investigación será útil sobre todo para aquellas instituciones publicas y privadas que están dedicadas a la formulación de proyectos de inversion publica que tienen que ver con el diseño de las presas, por lo que la presente investigación se justifica porque contribuye con el bienestar de la sociedad en su conjunto a largo plazo.

1.4. Importancia de la investigación

El flujo de agua en un medio poroso es uno de los problemas fundamentales de geotécnica e ingeniería geoambiental. El papel y la importancia del análisis y modelación numérica en la hidrogeología son imprescindibles hoy en día. En muchas áreas de la ingeniería aun nuestra capacidad de hacer predicciones precisas es pobre, pero también podemos discutir que las predicciones son increíblemente buenas. Las predicciones caen a ambos lados de las mediciones y las formas diversas son correctas. Al final, la modelización proporciona un correcto entendimiento del fenómeno abordado, que es una justificación más que suficiente para hacer el modelado y puede ser el mayor beneficio de la modelación numérica. El proceso de la modelación matemática y computacional es un viaje de descubrimiento, una manera de aprender algo nuevo sobre el comportamiento complejo de nuestro mundo físico. Es un proceso que puede ayudarnos a entender el proceso físico real, altamente complejo para que podemos ejercer nuestra sentencia de ingeniería con mayor confianza. El flujo de agua en un medio poroso es uno de los temas fundamentales de la ingeniería geotécnica y geoambiental. De hecho, si el agua no estaría presente en el suelo, no habría necesidad de la ingeniería geotécnica; si no habría agua en el suelo, no habría ninguna manera de mantener un ecosistema, ningún ser humano sobre la tierra, por lo que se resalta la importancia del agua y su interacción con el suelo y la roca en los proyectos de ingeniería. Con el fin de acceder a nuevos conocimientos y consolidar la aplicación de los Métodos Numéricos en la modelación de problemas de Mecánica de suelos, Geotécnicos y la Hidrogeología, juntamente con el uso de la informática que planteen distintas alternativas para el Análisis del flujo bidimensional en medios porosos con el Método de Elementos Naturales en dos dimensiones, resolviendo las ecuaciones diferenciales gobernantes del fenómeno de infiltración, que nos permita analizar y realizar simulaciones dinámicas del flujo de infiltración en las presas de tierra, teniendo en consideración un suelo heterogéneo y anisotrópico. En consecuencia el presente trabajo de investigación será un aporte importante a nivel de modelación matemática y computacional para hacer análisis de infiltraciones en presas de tierra. El modelado numérico, pretende convertirse en un modelador eficaz, bajo una cuidadosa reflexión y planificación y se requiere una buena comprensión de los conceptos físicos fundamentales subyacentes. Aspectos tales como la generación de malla y aplicar las condiciones de contorno del problema no son totalmente intuitivos al principio. El tiempo y la práctica serán necesarios para convertirse en

expertos con estos aspectos de modelación numérica. Finalmente los softwares y programas constituyen para los ingenieros civiles una herramienta muy funcional, puesto que en todas las áreas o campos de dicha ciencia se pueden utilizar con una cantidad de ventajas y bondades extraordinarias. En este sentido MATLAB es una herramienta informática que surgió para realizar cálculos matemáticos por lo que se resalta su importancia en este trabajo de investigación porque se desarrollará un programa de análisis de infiltración interactivo de pre-procesamiento, solución y post-procesamiento, como una herramienta de diseño, simulación y toma decisiones en la ingeniería de presas. Al utilizar este lenguaje de programación nos permitirá manipular diferentes geometrías de dominio, tamaño de las mallas, diferentes condiciones de contorno, solución del problema y la visualización gráfica e interpretación en las diferentes etapas de análisis. Para demostrar las ventajas y bondades del modelo matemático y computacional propuesto se resolverá un caso de estudio de un proyecto local en la región Ayacucho, en específico se realizará el análisis de infiltración de la Presa de tierra del proyecto: Construcción de la presa hidráulica Cayramayo - Distrito de Tambillo – Provincia de Huamanga – Región Ayacuchoz otras soluciones generales de alcance del modelo y del programa desarrollado serán abordados.

1.5. Objetivos de la investigación

1.5.1. Objetivo General

Desarrollar un modelo matemático bidimensional de alta resolución para la simulación numérica del flujo de infiltración en presas de tierra mediante el Método de Elementos Naturales.

1.5.2. Objetivos Específicos

1. Aplicar el método de elementos naturales para la discretización del dominio físico de las presas de tierra y la solución de las ecuaciones gobernantes del flujo de infiltración con geometría y condiciones de contorno variables.
2. Determinar la variabilidad espacial del flujo de infiltración a través de las presas de tierra y la influencia de su respuesta en los diferentes materiales con fines de zonificación de las presas heterogéneas.
3. Desarrollar un programa de ordenador en Matlab en base al Método de Elementos Naturales para la simulación computacional del flujo de infiltración en presas de tierra y automatizar su proceso de análisis.

1.6. Hipótesis de la investigación

1.6.1. Hipótesis General

La relación de los niveles de embalse, propiedades de permutableidad y características geométricas de las presas de tierra en un modelo matemático de elementos naturales permiten determinar y representar adecuadamente el flujo de infiltración, mediante la simulación numérica.

1.6.2. Hipótesis Específicos

1. El método de elementos naturales permite discretizar el dominio físico de las presas de tierra y resolver numéricamente las ecuaciones gobernantes del flujo de infiltración con geometría y condiciones de contorno variables con la estabilidad y eficacia numérica deseada.
2. La determinación de la variabilidad espacial del flujo de infiltración en las presas de tierra es crucial para la zonificación de los materiales de la cual esta compuesto las presas heterogéneas.
3. El programa de ordenador desarrollado en Matlab expresa el modelo matemático de elementos naturales y es capaz de realizar simulaciones computacionales del flujo de infiltración en presas de tierra y proporciona soluciones prácticas y concretas.

1.7. Variables e indicadores

1.7.1. Variables

Una variable es una propiedad que puede fluctuar y cuya variación es susceptible de medirse u observarse [59]. Por otro lado otros autores definen las variables como las características, rasgos, o propiedades de los elementos de la muestra o universo en estudio. La característica de las variables es que son medibles, directa o indirectamente mediante indicadores, por lo que cada elemento del conjunto tiene un valor diferente para cada una de sus variables. Existen básicamente tres variables que participan de todo proceso de investigación: *Independientes*, *dependientes* e *intervenientes*.

Considerando el fenómeno de infiltración como una amenaza permanente para la falla de las presas; las variables en el presente estudio, se clasifican en:

Variables independientes: Cuando desempeña el rol de causa mayoritaria, cuya magnitud o característica se relaciona con otra a la cual afecta, en el presente caso son: Geometría de la presa, permeabilidad de los materiales del cuerpo de la presa, nivel de embalse, nivel freático aguas debajo de la presa y condiciones de borde.

Variabes dependientes: cuando desempeña el rol de efecto o consecuencia, dependen de la acción (intensidad o característica) de la variable independiente. En el presente caso son: Alturas piezométricas, presiones, velocidades, gradientes y otros parámetros hidrogeológicos.

Variabes intervinientes: No son causas ni efectos pero tienen importancia en el estudio ya que podrían servir de explicación parcial a determinadas características consecuentes o porque son reguladoras del efecto de la variable independiente. Entre estas variables identificadas para la presente investigación se tienen: Uso de suelo (Territorio), cobertura de plantas y características socioeconómicas.

1.7.2. Indicadores

Al referirnos a los conceptos indicamos [47] que estos no son observables directamente. Por lo tanto, se deben buscar procedimientos que permitan la medición indirecta mediante manifestaciones externas, empíricas y observables. Tales manifestaciones o expresiones reciben el nombre de indicadores. Los indicadores tienen como principal función señalar datos, procedimientos a seguir, fenómenos, situaciones específicas.

- **Indicador asociada a la variables directas.** Coordenadas UTM, permeabilidad del cuerpo de la presa, niveles de agua.
- **Indicador asociada a la variable indirectas.** Alturas piezométricas, presiones y velocidades de flujo.

El cuadro 1.1 muestra en resumen, la relación entre las variables e indicadores identificados en la presente investigación.

Tabla 1.1: Operacionalización de las variables

| Variables | Indicadores |
|-------------------------------------|----------------------------------------|
| Independientes (X) | Directos |
| a)- Geometría de la presa | a)- X11: Coordenadas UTM |
| c)- Permeabilidad de los materiales | c)- X12: Coeficientes de permeabilidad |
| d)- Campo de potencial | d)- X13: Nivel de embalse |
| Intervinientes (Y) | Intervinientes |
| a)- Uso de suelo (Territorio) | a)- Y21: Zonificación |
| c)- Cobertura de plantas | c)- Y22: Vegetación |
| d)- Características socioeconómicas | d)- Y23: Actividades |
| Dependientes (Z) | Indirectos |
| a)- Carga hidráulica total | a)- Z11: Alturas piezométricas |
| c)- Presión Intersticial | c)- Z12: Alturas de presión |
| d)- Velocidad de infiltración | d)- Z13: Velocidades de flujo |

1.8. Unidades de análisis

La unidad de análisis es la presa Cayramayo, donde se han registrado datos de precipitaciones, mecánica de suelos, geología, topografía y otros datos complementarios para la sección de emplazamiento y análisis respectivo.

1.9. Diseño de investigación

El diseño de la investigación constituye una pauta dinámica y contribuye a hacer de la investigación un proceso más sistemático, menos aleatorio y muestra la claridad del investigador. Por lo tanto aquí describiré algunos aspectos relevantes a la metodología donde se enmarca el presente trabajo de investigación.

1.9.1. Tipo y nivel de investigación

1.9.1.1. Tipo de investigación

Este trabajo de investigación tiene por finalidad la búsqueda y consolidación del saber y la aplicación de los conocimientos en el área de ingeniería de presas, es específico la modelación y simulación numérica flujo de infiltración aplicando el Método de Elementos Naturales para el enriquecimiento del acervo cultural y científico del País, así como la producción de tecnología o métodos dirigidos al sector productivo de servicios, con el fin de tener nuevas herramientas matemáticas de simulación numérica de infiltración y hacerlo más eficiente para tomar decisiones más acertadas. En este sentido este trabajo de investigación es del tipo:

- Tipo: **investigación aplicada o tecnológica**

1.9.1.2. Nivel de investigación

La simulación numérica del flujo de infiltración mediante el Método de Elementos Naturales, básicamente mide varias variables, estableciendo su grado de correlación y tratando de explicar por qué ocurre este fenómeno y en qué condiciones se da éste, o por qué las variables involucradas están relacionadas. Por lo tanto el nivel de investigación en este trabajo es de:

- **Investigación correlacional.**
- **Investigación explicativa.**

1.9.2. Diseño

En el presente trabajo de investigación se pretende analizar los cambios a través del espacio de las alturas piezométricas del flujo de infiltración, alturas de presión y velocidades y las relaciones entre estas. Además para la validación del modelo

se compara los resultados de este trabajo de investigación con los resultados del modelo numérico PLAXIS, así mismo se hace la simulación numérica con el modelo desarrollado a la presa Cuchoquesera y se compara los resultados con los datos reales o medidos en campo con piezómetros instalados con la finalidad de hacer inferencias respecto a las diferencias, determinantes y consecuencias. Por lo tanto el presente trabajo de investigación es de:

- **diseño longitudinal**

1.10. Fuentes de información

Se disponen de distintos niveles de información utilizada:

1.10.1. Fuente de información bibliográfica

En este caso fundamentalmente se ha obtenido casi el total de la información de revistas internacionales especializadas como elsevier, ASCE, ScienceDirect, Scopus y otros a nivel de papers. Además se ha accedido a tesis de pregrado de la Universidad Nacional San Cristóbal de Huamanga y tesis de maestría y doctorado de otras universidades. Las referencias consultadas son diversos textos sobre ingeniería de presas, infiltración, método de elementos naturales, hidrogeología, metodología de la investigación y textos sobre matemática.

1.11. Instrumentos utilizados

El registro de datos en las diferentes áreas especializadas para el diseño de la Presa Cayramayo se han obtenido en el marco del proyecto “*Construcción de la presa hidráulica Cayramayo - distrito de Tambillo – Provincia de Huamanga – Región Ayacucho*” [31], de donde se han tomado los datos como geometría digital de la presa, coeficientes de permeabilidad y otros. Generalmente en proyectos de presas, los instrumentos a utilizarse en el recojo de la información y su posterior procesamiento son diversos. A continuación se cita algunos.

Equipos

- Estación total y sus componentes
- Equipos de mecánica de suelos
- Equipos de geología
- Correntómetro

Aplicaciones Utilizadas

- MATLAB R2017a, para el desarrollo del programa.
- Civil3D, AutoCAD, GIS para la generación de los datos de entrada numéricos usados en tests.
- LaTeX para el procesamiento del proyecto de tesis y la tesis propiamente dicho, haciendo uso de las herramientas WinEdt, MiKTeX, GSView y Adobe Acrobat.
- Herramientas informáticas de SIG's.
- Fichas de evaluación, planos, gráficos, memorias, dossier fotográfico documental.
- Documentación disponible en Internet correspondiente a las distintas herramientas y lenguajes empleados.

1.12. Técnicas de recolección

En correspondencia al enfoque de la investigación desarrollada, el enfoque cuantitativo, se trabajan con registros cuantitativos y para la recolección de los datos es importante tener en cuenta las unidades de muestreo y las unidades de análisis. Las unidades de muestreo se corresponden con las zonas identificadas sobre la presa donde existe la infiltración, mientras las unidades de análisis son los datos que se tomará desde las unidades de muestreo, los datos que se realizan son:

- Coeficientes de permeabilidad de los materiales del cuerpo de la presa
- Topografía de la zona de emplazamiento de la presa
- Nivel de embalse y nivel freático aguas arriba y aguas abajo de la presa.

1.13. Procesamiento de datos

Para el presente trabajo de investigación no se hace ningún análisis estadístico de los datos. Una vez obtenido de los estudios básicos de ingeniería, solamente se ordenan en tablas clasificadas, tanto las coordenadas UTM de la geometría de la presa por subdominio y los coeficientes de permeabilidad por el tipo de material que conforman estos subdominios. Finalmente los niveles del embalse se toman del diseño hidráulico de la presa y los niveles freáticos aguas abajo se adopta con criterios conservadores.

Capítulo II: Estado del arte

2.1. Ingeniería de presas

Según [53], las presas constituyen una de las obras de ingeniería de mayor importancia para el desarrollo de un país, en sus distintas finalidades: para regadío, abastecimiento, control de avenidas y producción de energía eléctrica (19 % del suministro mundial), entre otros múltiples usos, como el almacenamiento de residuos mineros. El crecimiento económico está directamente relacionado con la construcción de presas, existiendo más de 45000 grandes presas en todo el mundo (aquellas cuya altura es superior a 15m o cuya capacidad de embalse supera los 3 millones de metros cúbicos). La escasez de recursos hídricos es una de las mayores necesidades a nivel mundial; más de mil millones de personas no disponen del agua mínima necesaria (50L/persona/da), mientras que en Los países industrializados se consume entre 4 y 14 veces la cantidad citada.

Países como China, con más de 22000 presas (50 % del total de las presas del mundo), frente a las 22 que existían en 1949, están inmersos en grandes proyectos hidráulicos. Sin embargo, en Europa y, en general en el mundo industrializado occidental, desde 1990 se ha producido un brusco descenso en la construcción de presas, debido en gran parte a la oposición social a estas obras. España ocupa el cuarto lugar mundial con 1196 presas construidas hasta el año 2000, siendo el tercer país en presas destinadas a abastecimiento.

Los problemas medioambientales son uno de los temas más debatidos para descartar la construcción de nuevas presas. Algunos de los problemas a considerar en este ámbito son la colmatación de sedimentos y la salinización de suelos. La sedimentación afecta a gran parte de los embalses, estimándose que anualmente se pierde entre el 0.5 y el 1 % de la capacidad total de embalse por sedimentación en todo el mundo. La salinización de suelos, producida como consecuencia de la elevación del nivel freático, afecta al 20 % de las zonas reguladas por embalses, lo que implica la improductividad agrícola del suelo. Otros factores medioambientales, como la erosión y pérdida de suelo, deslizamientos, sismicidad inducida, eutrofización, efectos climáticos, modificación de la dinámica fluvial, junto a los impactos sociales (40 millones de personas desplazadas en todo el mundo por causa de los embalses) y económicos (muchos países endeudados por la construcción de presas), son objeto de la actual controversia entre las necesidades de recursos hídricos, el desarrollo sostenible y las consecuencias medioambientales [53].

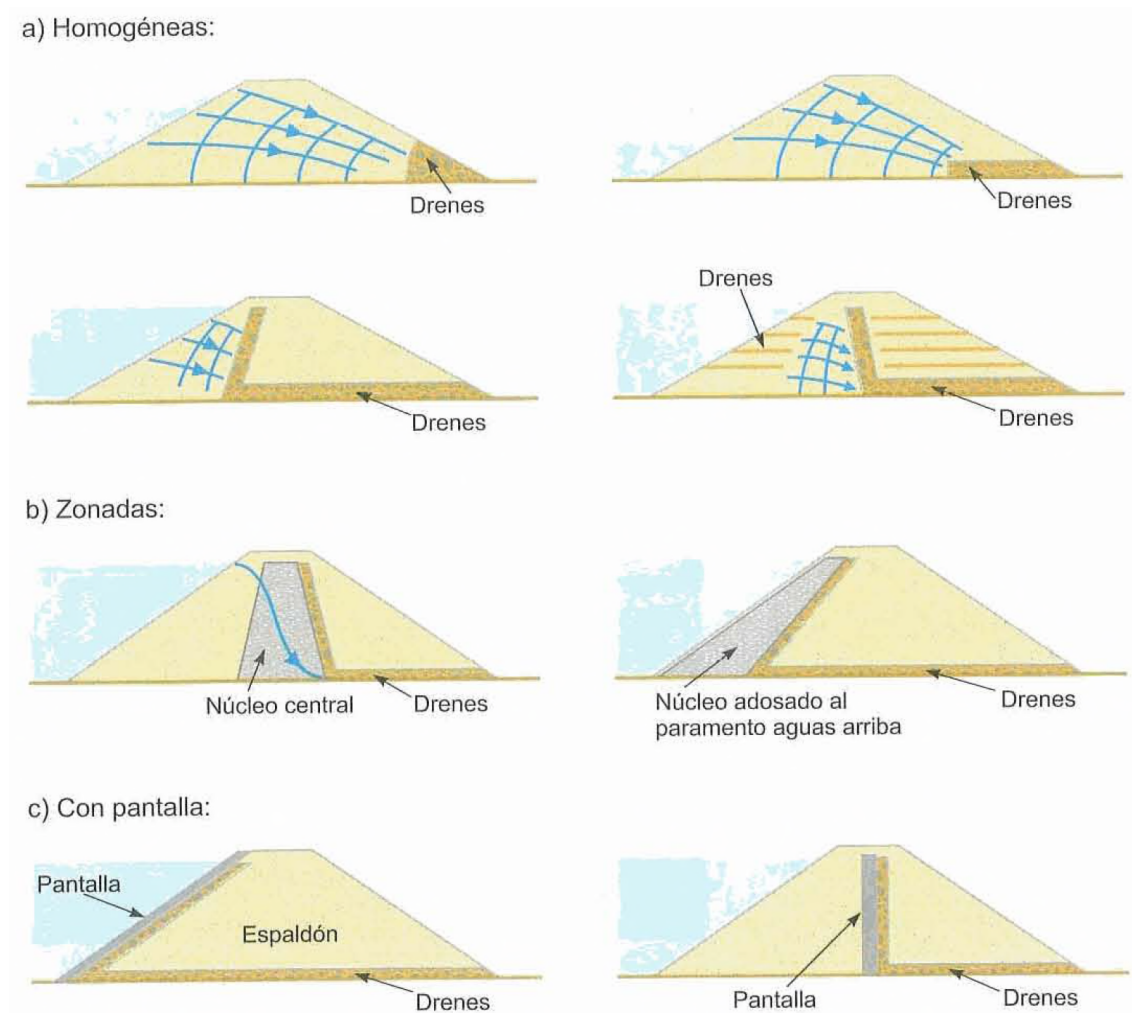
2.1.1. Tipos de presa

Las presas pueden clasificarse en función de su material de construcción en dos grupos: presas de materiales sueltos y presas de fábrica.

2.1.1.1. Presas de materiales sueltos

La principal característica de estas presas es el tipo de material utilizado para su construcción. En principio, la gran mayoría de materiales geológicos son aceptables, excepto los que se pueden alterar, disolver o evolucionar modificando sus propiedades. El sistema de construcción consiste en la compactación de materiales dispuesto por tongadas. Los tipos más característicos de presas de materiales sueltos son [53]:

Figura 2.1: Esquemas de tipos de presas de materiales sueltos



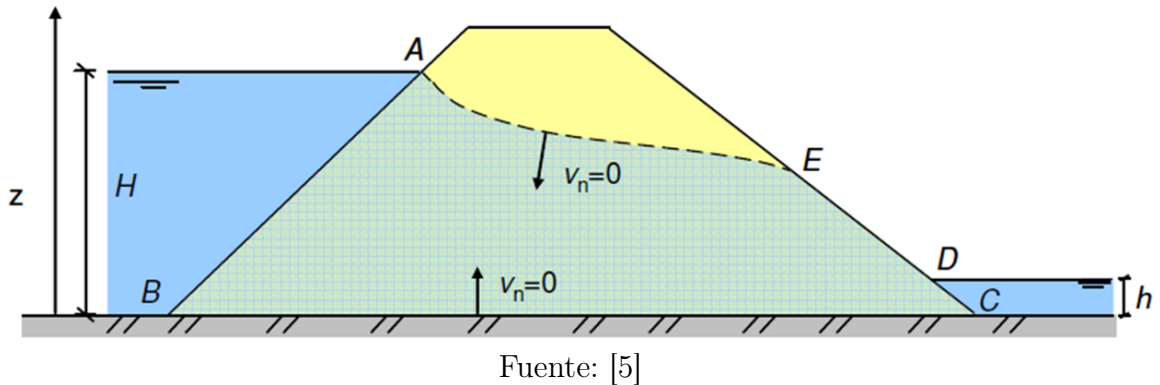
Fuente: [53]

Presas de sección homogénea

Toda o casi toda la sección transversal está constituida por un mismo material, formado por tierras compactadas de baja permeabilidad. Para controlar las filtraciones

a través de la presa se pueden utilizar diferentes tipos de drenes como recoge la Figura 2.1a.

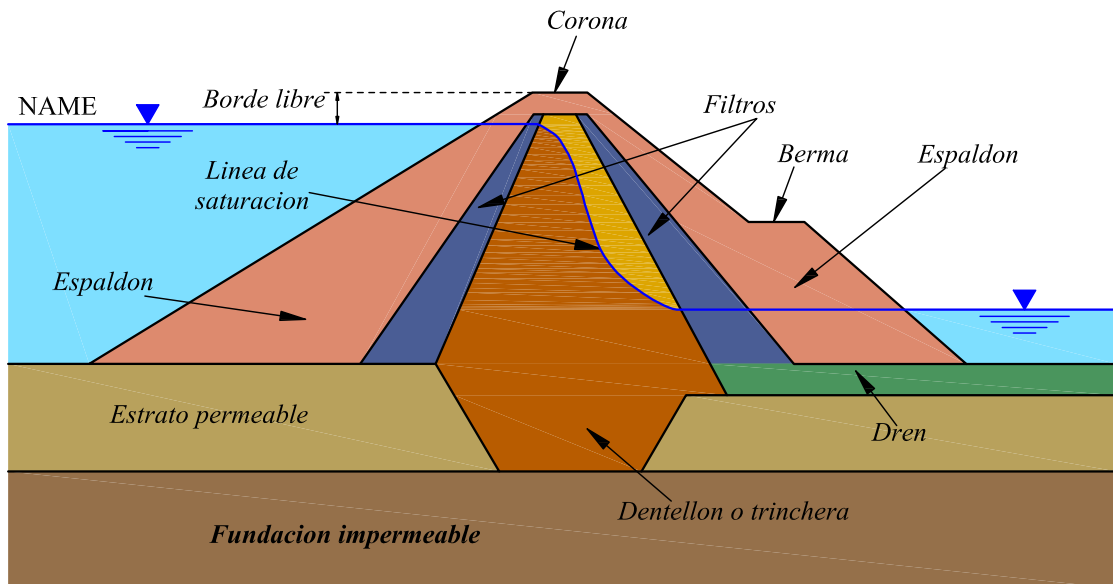
Figura 2.2: Presa de material homogénea



Presas con zonas de núcleo impermeable de arcilla

Constan de dos o más tipos de materiales. La zona de menor permeabilidad o núcleo ejerce las funciones de elemento impermeable. La anchura del núcleo y su posición dentro de la sección, respecto al resto de los materiales o espaldones, pueden ser muy diversos [53] como se puede ver en las Figuras 2.1b y 2.3.

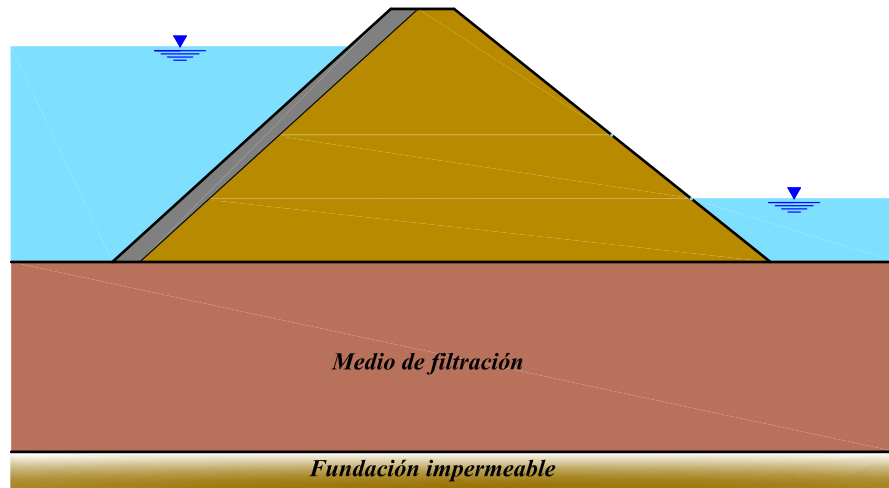
Figura 2.3: Presa típica con núcleo central de arcilla



Presas de pantalla

El elemento impermeable consiste en una pantalla relativamente delgada o lámina. Los materiales más empleados para pantallas son hormigones asfálticos, hidráulicos, materiales poliméricos o bituminosos, entre otros (Figura 2.1c).

Figura 2.4: Presa con pantalla inclinada

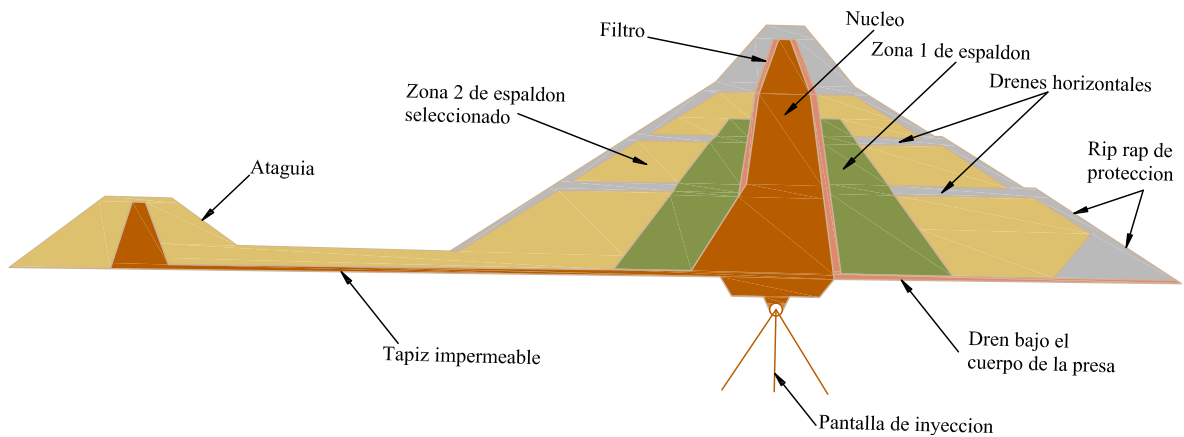


Fuente: Elaboración propia

Presas de escollera

En este tipo de presas, los materiales que forman la presa son fragmentos rocosos de diferente granulometría. En la Figura 2.5 se presenta una sección típica de una presa zonada.

Figura 2.5: Sección transversal típica de una presa de material suelto



Fuente: Adaptado de [53]

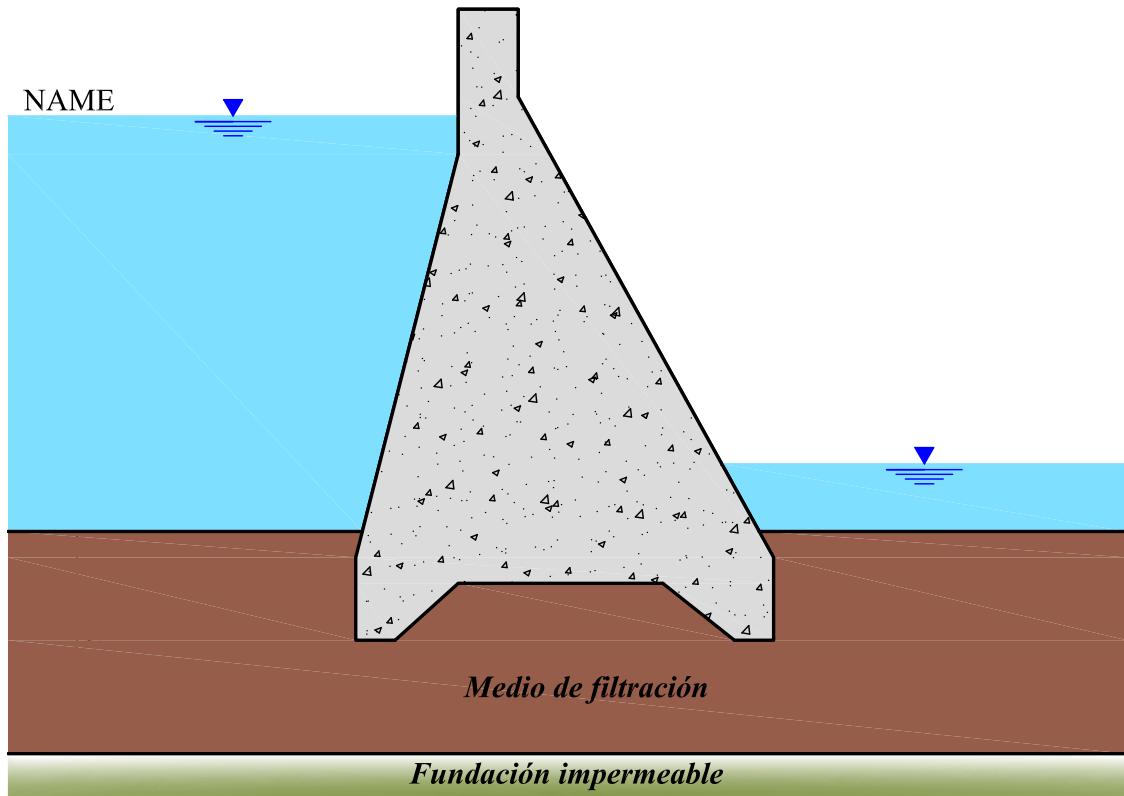
2.1.1.2. Presas de concreto armado

Las presas de fábrica son todas, actualmente, de concreto y pueden adoptar distinta geometría dependiendo del terreno de cimentación y la morfología de la cerrada. Los tipos más importantes son:

Presas de gravedad

Su sección transversal es resistente por sí sola sin colaboración mecánica de los estribos del valle. Requieren, en general, mayor volumen de hormigón en comparación con otras presas de hormigón. Precisan un terreno de cimentación resistente, formado por un sustrato rocoso a poca profundidad. En la figura 2.6 se muestra un ejemplo de presa de gravedad.

Figura 2.6: Presa de gravedad



Fuente: Adaptado de [22]

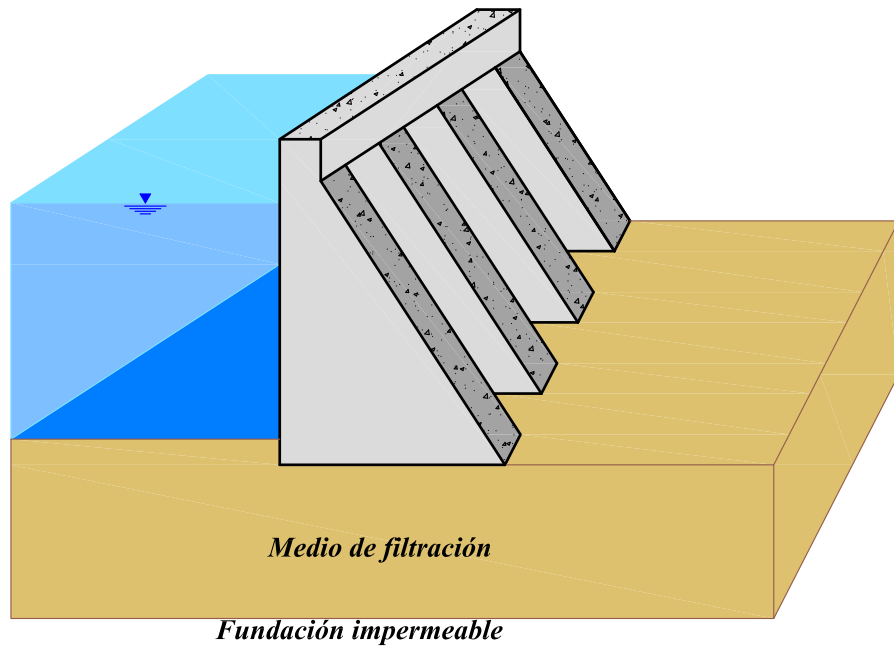
Presas de contrafuertes

Son presas de gravedad aligeradas formadas por elementos estructurales transversales a la sección, o contrafuertes, con objeto de reducir volumen de obra de fábrica y disminuir subpresiones, entre otros fines. Requieren terreno de cimentación muy resistente, concentrándose las cargas en los apoyos de los citados contrafuertes. Generalmente se sitúan en valles amplios y de poca altura. En la Figura 2.7 se muestra un ejemplo de presa de contrafuertes.

Presas arco-gravedad

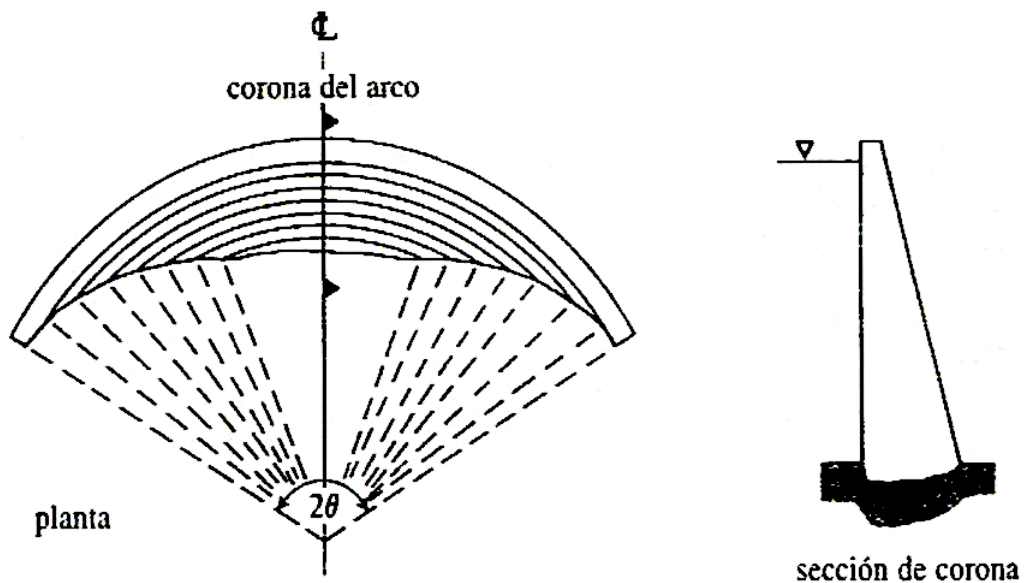
Para reducir la sección de las presas de gravedad se dispone su planta en arco, con objeto de transmitir parte de las cargas a los estribos (apoyos laterales de la presa sobre las márgenes de la cerrada).

Figura 2.7: Presa de contrafuertes típico



Fuente: Elaboración propia

Figura 2.8: Presa arco-gravedad



Fuente: [74]

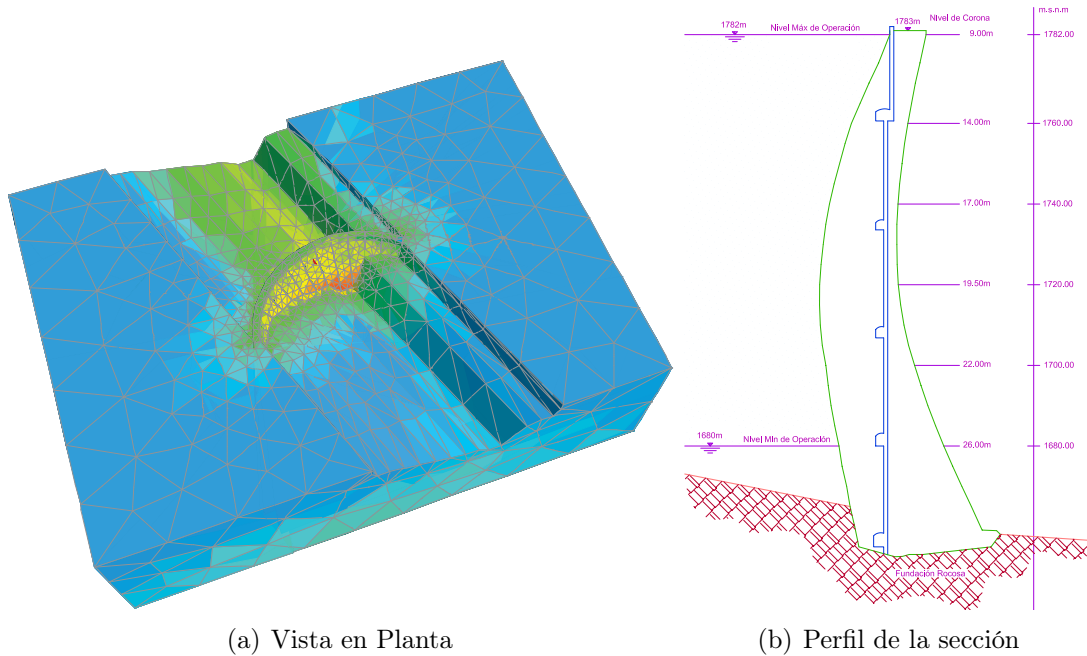
Presas arco-bóveda

Constituyen las de mayor complejidad de diseño, análisis y construcción, pues se trata de estructuras muy esbeltas, de planta y sección curvas, en que se aprovecha la alta resistencia del terreno de cimentación para disminuir notablemente el volumen de hormigón. Las condiciones de deformación de la fundación rocosa en la cerrada deben ser compatibles con las previsiones de deformación de la presa.

Las presas de arco-bóveda se caracterizan por transmitir los empujes a los estri-

bos; no solo precisan de un terreno de cimentación altamente resistente, sino que la orientación y resistencia de las discontinuidades sea la necesaria para asegurar la estabilidad de los estribos. Pueden alcanzar alturas muy elevadas y son características de valles estrechos. En la Figura 2.9 se muestra un ejemplo de presa de bóveda.

Figura 2.9: Presa de arco-bóveda



Fuente: [82] y [21]

Presas de concreto compactado

En los últimos veinte años se ha desarrollado considerablemente la técnica del concreto compactado con rodillos (*HCR*), que consiste en construir la presa con los equipos y técnicas de las presas de materiales sueltos. El hormigón se coloca en capas de espesor variable del orden de 30cm , extendidas con palas y compactadas con rodillos vibradores. Las presas de hormigón compactado se comportan, en general, como las de gravedad, aunque se las puede atribuir un efecto arco a través de una geometría curva.

2.2. Hidrogeología

La *Hidrogeología* es la disciplina científica que estudia las aguas subterráneas. Como todos sabemos el vapor del agua de la atmósfera cuando se condensa produce la lluvia. Esta agua al caer, una parte discurre por la superficie, dando lugar a los ríos lagos y océanos y otra se infiltra. El agua se infiltra en el terreno, discurriendo por el subsuelo y reapareciendo en la superficie a través de manantiales, ríos o el mar.

Las aguas subterráneas son una parte importante del ciclo hidrológico para el hombre, ya que el 95 % de toda el agua dulce que existe en el planeta Tierra se encuentran en el subsuelo, formando las aguas subterráneas; y menos del 5 % restante es el agua superficial que se encuentra en ríos y lagos.

El flujo de agua en medios porosos (*infiltración*) parte de las aguas subterráneas, como todo fenómeno, se rige bajo leyes físicas que gobiernan su comportamiento; por tanto, es posible que estos procesos se describan matemáticamente, comúnmente a través de ecuaciones diferenciales.

El termino *infiltración* generalmente se refiere a situaciones donde la principal fuerza impulsora es controlado por la gravedad, tales como el establecimiento de las pérdidas de filtraciones de agua en un *embalse*, donde la fuerza impulsora es la diferencia de cabeza hidráulica total entre los puntos de entrada y salida. Otra causa de movimiento del agua en los suelos es la existencia de la presión del exceso de agua de poro debido a una carga externa.

2.2.1. Medios porosos

Un *medio poroso* consiste en una fase continua con huecos interconectados. Su estructura suele ser granular o fibrilar. Como ejemplo se tiene *esponjas, tejidos, papel, mechas, arena, grava, escayola, ciertas rocas (caliza, arenisca), lechos de filtración, destilación, absorción*. No se incluyen ciertos sólidos porosos con huecos no interconectados (*poliestireno expandido*) pues son impermeables. Para el presente trabajo un *medio poroso* está compuesto por una mezcla de agua, aire y sedimentos, los que dependiendo de su proporción dan origen a ciertas propiedades o características del mismo.

2.2.1.1. Dinámica del agua en medios porosos

Los movimientos de un fluido en *medio poroso* están gobernados por las mismas leyes fundamentales que rigen el flujo en régimen abierto, que están basadas en la ley de conservación de la masa, momento y energía, junto con las relaciones de proporcionalidad y ecuaciones de estado propias del medio poroso y del fluido.

El agua del suelo contiene diferentes cantidades y formas de energía. De acuerdo con la física clásica las dos formas principales de energía son la cinética y la potencial. Generalmente, la energía cinética puede despreciarse, sin gran error, puesto que el movimiento del agua del suelo es lento, y el término cinético es proporcional al

cuadrado de la velocidad. De esta forma, la energía potencial es la determinante del estado del agua en el suelo.

La energía del agua del suelo normalmente se denomina potencial de agua del suelo y suele expresarse en términos relativos, para lo cual es preciso definir un estado de referencia.

Se define el potencial de agua del suelo como la cantidad de trabajo que debe efectuarse por unidad de agua pura y libre para transportar reversible e isotérmicamente una cantidad infinitesimal de agua desde el estado de referencia al punto del suelo considerado. Sus unidades pueden ser de energía por unidad de masa, de energía por unidad de volumen o de energía por unidad de peso (presión hidráulica).

La energía depende, de una parte, del campo de fuerzas a que está sometido el fluido y del agente sensible a dicho campo y, de otra, del tipo de energía en si o forma en que el cuerpo tenga almacenada su capacidad de desarrollar trabajo. Por lo tanto se puede expresar la energía potencial, cinética y de presión así:

$$E_h = mgh \qquad E_c = \frac{1}{2}mv^2 \qquad E_p = pV \qquad (2.1)$$

Donde:

g : Intensidad del campo gravitatorio

m : Agente sensible al campo gravitatorio

z : Altura respecto a una cota de referencia

v : Velocidad del fluido (agua)

p : Presión a que está sometido el fluido

V : Volumen

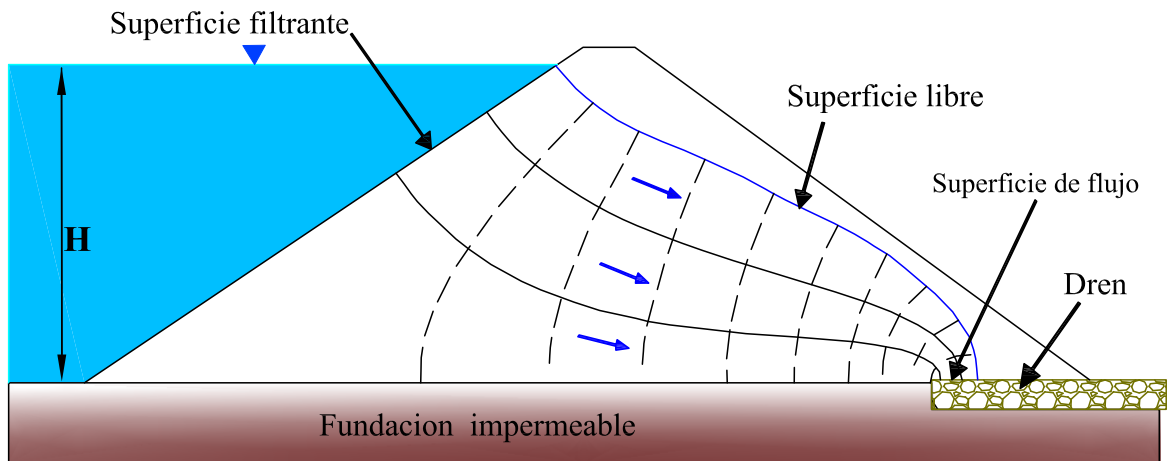
Por el principio de conservación de la energía, esta va a permanecer constante a lo largo de una línea de corriente, y por tanto:

$$E = E_h + E_c + E_p = cte \qquad (2.2)$$

2.3. Infiltración en presas

El problema de infiltración de un fluido en un medio poroso, es especialmente importante en ingeniería civil porque una de las acciones más dañinas y, en muchas ocasiones, determinante en la construcción de obras civiles (presas, muros, canales, tuberías, etc.) se debe al efecto perjudicial del agua, tanto por sus efectos químicos y corrosivos (disolución, reacciones químicas, etc.), como por su efecto degradante (ciclos de hielo y deshielo), como por las sobrecargas que ejerce sobre las estructuras debido a la presión hidrostática (*empujes, sifonamiento, etc.*) [26, Página 325].

Figura 2.10: Infiltración en presas de material suelto



Fuente: Elaboración propia

La superficie freática del régimen de infiltración, es decir, la superficie libre, debe mantenerse alejada del paramento aguas abajo en una presa de tierra, para evitar altas presiones del agua en los poros que puedan promover la inestabilidad del talud. En el caso extremo en que la línea de infiltración emerja en el paramento, ocurrirá ablandamiento local y erosión y se iniciara desprendimientos. Las presiones y velocidades de infiltración también deben controlarse para prevenir la erosión interna y la migración de partículas. Sin embargo, la descripción de la infiltración en condiciones de campo, se complica mucho en vista de que las condiciones iniciales y de contorno no son constantes y las propiedades del suelo pueden variar en el espacio y el tiempo.

2.3.1. Dinámica del agua en el suelo

El agua del suelo contiene diferentes cantidades y formas de energía. De acuerdo con la física clásica las dos formas principales de energía son la cinética y la potencial.

Generalmente, la energía cinética puede despreciarse, sin gran error, puesto que el movimiento del agua del suelo es lento, y el término cinético es proporcional al cuadrado de la velocidad. De esta forma, la energía potencial es la determinante del estado del agua en el suelo.

La energía del agua del suelo normalmente se denomina *potencial de agua* del suelo y suele expresarse en términos relativos, para lo cual es preciso definir un estado de referencia.

2.3.2. Potencial de agua en el suelo

La cantidad variable de agua contenida en una unidad de masa o volumen del suelo y el estado de energía del agua en el suelo son factores importantes que afectan fenómenos que suceden en ellas. El volumen del agua en el suelo es expresado en términos de *humedad del suelo*. La condición fisicoquímica o estado de agua del suelo se caracteriza en términos de su energía libre por unidad de masa, llamado **potencial** (referido a la “*energía potencial*” del agua en el suelo). De los diversos componentes de este potencial, el potencial matricial manifiesta la tenacidad con que el agua está en manos de la matriz del suelo.

La humedad y potencial matricial funcionalmente están relacionados entre sí, y la representación gráfica de esta relación se denomina la *curva característica de humedad del suelo*. La relación no es única, sin embargo; se ve afectada por la dirección y velocidad de cambio de humedad del suelo y es sensible a los cambios en el volumen y la estructura del suelo. Humedad y potencial matricial varían en espacio y tiempo.

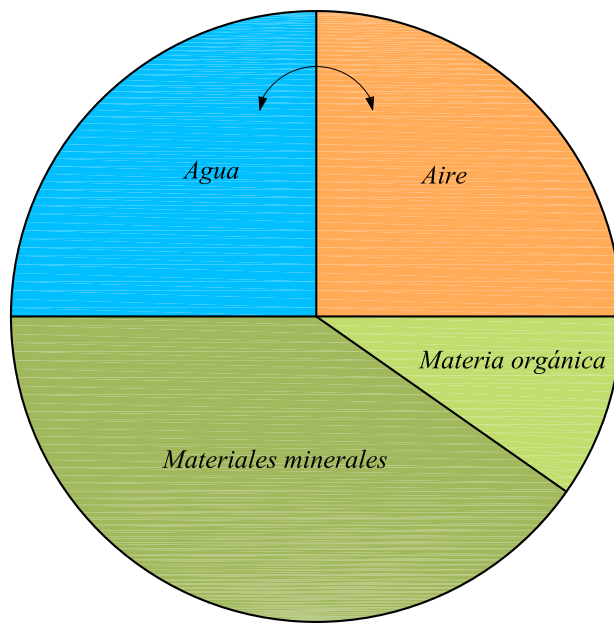
2.3.2.1. Suelo como un sistema de tres fases

El suelo es un *sistema poroso heterogéneo*, disperso y particular, en el que la zona interfacial por unidad de volumen puede ser muy grande. (Un simple puñado de arcilla puede tener un área en la superficie interna de varias hectáreas). La naturaleza dispersa del suelo y su consiguiente actividad interfacial dan lugar a fenómenos como la absorción de agua y reacciones químicas, capilaridad, intercambio de iones, hinchazón y contracción, así como floculación y dispersión alternativa. *Sistema de tres fases*¹.

Las tres fases de materia ordinaria se representan en el suelo como sigue: la fase sólida forma la matriz del suelo; la fase líquida es el agua en el suelo, que siempre contiene sustancias disueltas por lo que se debe llamar correctamente la solución del suelo; y la fase gaseosa es el aire que contiene el suelo. La matriz consiste en partículas que varían en composición química, así como en la orientación, tamaño y forma. También contiene sustancias amorfas, materia particular orgánica, que se adjunta a los granos minerales y les puede enlazar en ensamblajes llamados agregados. La estructura de la matriz de suelo determina las características geométricas de los espacios de poro en que agua y aire son transmitidos y retenidos. Por último, aire y agua del suelo varían en composición, tanto en tiempo como en espacio. Las proporciones relativas de las tres fases en el suelo no son fijos sino cambian continuamente, en función de variables tales como el clima, la vegetación y la administración. Figura 2.11 presenta la composición del volumen hipotético de un medio de textura de suelo en una condición aproximadamente óptima para el crecimiento de las plantas.

¹La materia sólida constituye el 50% y el espacio de poro 50% del volumen de suelo, este último dividido equitativamente entre el agua y el aire. Las flechas indican que el agua y aire están relacionados para que un aumento en uno esté asociado con una disminución en el otro.

Figura 2.11: Composición esquemática (por volumen) de un medio de textura de suelo



Fuente: Adaptado de [60, Página 10]

2.3.2.2. Relaciones volumétricas y gravimétricas en los suelos

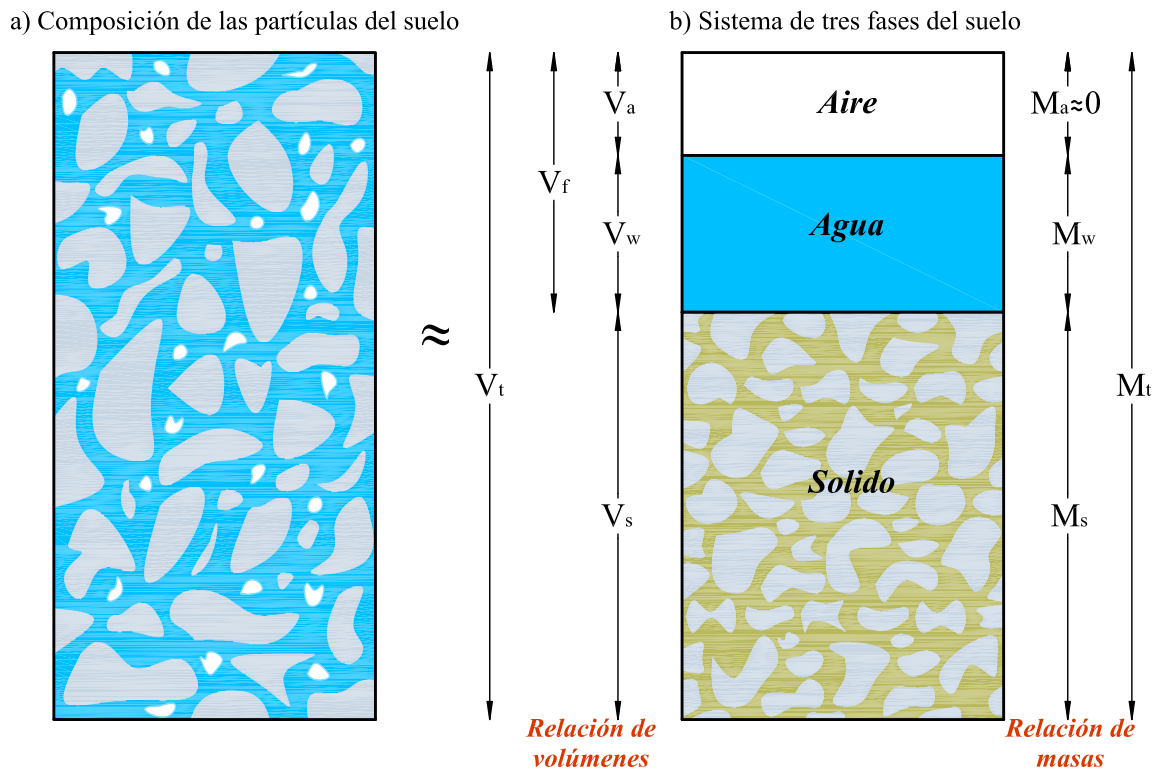
Ahora consideramos las relaciones entre el volumen y masas de las tres fases del suelo y definir algunos parámetros básicos que se han encontrado útiles para caracterizar el suelo compuesto físicamente. La Figura 2.12 es una representación esquemática de un suelo hipotético en el que se han separado las tres fases y colocado uno encima de otro con el fin de mostrar sus volúmenes y masas relativos. (Para ello en la práctica, sería necesario comprimir las partículas sólidas en un solo bloque de pérdida de poros, una imposibilidad evidente. Pero en el proceso de pedagogía, suponiendo que lo imposible es común).

En la figura 2.12, se indican las masas de las fases a la derecha: la masa de aire M_a , que es insignificante en comparación con las masas de agua; y sólidos la masa de agua M_w ; la masa de sólidos M_s ; y la masa total M_t (estas masas también pueden representarse en términos de sus pesos, siendo el producto de cada masa por la aceleración gravitacional). Los volúmenes de los mismos componentes se indican en la parte izquierda del diagrama: volumen de aire V_a , volumen de agua V_w , volumen de poros $V_f = V_a + V_w$, volumen de sólidos V_s y el volumen total de la muestra representativa V_t . Sobre la base de este diagrama, ahora podemos definir términos que se utilizan generalmente para expresar las interrelaciones cuantitativas de las tres fases de suelo principal.

Relaciones de vacíos

La relación de vacíos es también un índice del espacio fraccional de poro, pero se refiere al espacio para el volumen de los sólidos, en lugar del volumen total del suelo. Como tal, oscila entre 0,3 y 2. La ventaja de este índice sobre el anterior es que en el caso de cualquier cambio en el volumen de poro afecta sólo el numerador de la

Figura 2.12: Diagrama esquemática del medio poroso



Fuente: Adaptado de [60, Página 11]

ecuación de la definición, mientras que en el caso de f ese cambio afecta el numerador y denominador. La relación de vacíos es el índice general preferido por ingenieros de suelo, porosidad si se utiliza con más frecuencia por ecologistas y agrónomos.

$$e = \frac{V_f}{V_s} = \frac{V_a + V_w}{V_t - V_f} \quad (2.3)$$

Porosidad

Porosidad es un índice del espacio relativo del poro en un suelo. Su valor generalmente oscila entre 0.3 y 0.6 (30-60%). Suelos de textura gruesa tienden a ser menos porosa que los suelos de textura fina, aunque el tamaño medio de poros individuales es mayor en el anterior. En suelos arcillosos, la porosidad es muy variable, como el suelo alternativamente se hincha, reduce, agrega, dispersa, compacta y fisura. Como generalmente definidos, el término porosidad se refiere a la fracción de volumen de poros y este valor debe ser igual, en promedio, a la porosidad regional (la fracción de poros en una sección transversal representativa), así como a la porosidad lineal media (la longitud fraccional de poros a lo largo de una recta que pasa a través del suelo en cualquier dirección). Sin embargo, la porosidad total no revela nada acerca de los tamaños y formas de los poros diversos en el suelo.

$$f = \frac{V_f}{V_t} = \frac{V_a + V_w}{V_s + V_a + V_w} \quad (2.4)$$

Grado de saturación

Este índice expresa el volumen de agua presente en el suelo en relación con el volumen de poro. Índice s oscila entre cero en un suelo completamente seco a la unidad (100 %) en un suelo completamente saturado. Saturación completa, sin embargo, es difícilmente alcanzable en condiciones de campo, porque algún aire casi siempre está presente. En un suelo relativamente seco, la fase de aire ocupa un espacio continuo, mientras que en un suelo muy húmedo el aire puede ser tapado o encapsulado en forma de burbujas discontinuas.

$$s = \frac{V_w}{V_f} = \frac{V_w}{V_a + V_w} \quad (2.5)$$

Contenido de agua o humedad

El contenido de agua de un suelo puede expresarse de varias maneras: respecto a la masa de los sólidos, masa total, volumen de los sólidos, volumen total o el volumen de poros. Los distintos índices se definen como sigue:

$$w = \frac{M_w}{M_s} = \frac{W_w}{W_s} \quad (2.6)$$

2.3.2.3. Presas de tierra

Una presa puede denominarse de relleno de tierra si los suelos compactados representan más del 50 % del volumen colocado de material. En general, las presas de tierra utilizan materiales naturales con un mínimo de elaboración o proceso y pueden construirse con el equipo primitivo en condiciones donde cualquier otro material de construcción sería impracticable. Las primeras presas que se conocen a lo largo de la historia del hombre son de tierra.

Una presa de relleno de tierra se construye principalmente con suelos seleccionados cuidadosamente para la ingeniería, de compactación uniforme e intensiva en capas más o menos delgadas y con un contenido de humedad controlado.

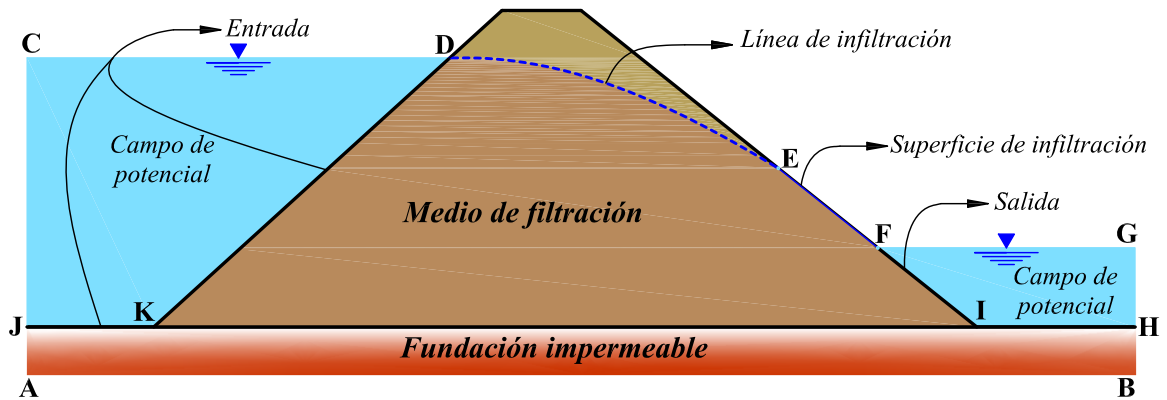
Las presas de tierra no son competitivas en costo con las de mampostería en todos los tamaños.

Al contrario que en las altas presas de arco y de gravedad que necesitan una cimentación en roca sana, las presas de tierra se adaptan rápidamente a las cimentaciones en el terreno natural. Este tipo de presas es una selección lógica para muchos sitios donde las condiciones de la cimentación harían poco satisfactorias las presas de concreto.

Campo de potencial

Viene a ser la carga de agua en el embalse, tanto aguas arriba como aguas abajo, este campo de potencial llamado *campo hidráulico*, asocia la variación de h sobre una

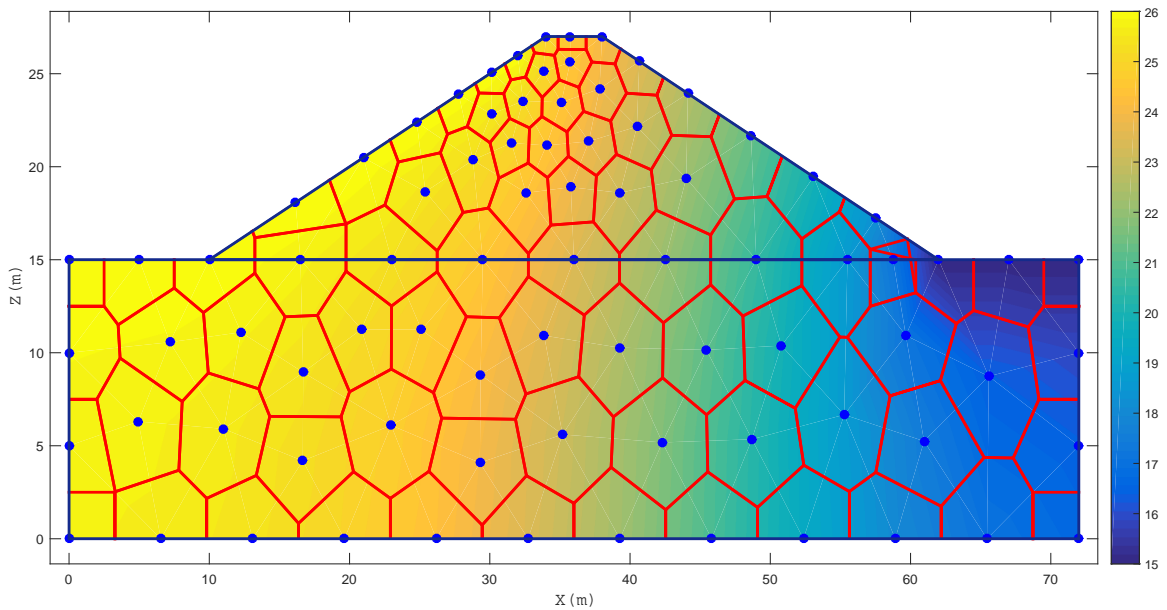
Figura 2.13: Presas de Tierra



Fuente: Elaboración propia

región del espacio. El movimiento del agua a través y por debajo de la presa se origina por las diferencia en el potencial del agua (diferencia de energía) entre dos puntos en el medio para que se produzca un flujo neto entre ellos. El movimiento se produce desde el estado de mayor energía al de menor, buscando un estado de equilibrio que anule el gradiente de potencial existente y se puede expresarse analíticamente como una función de las coordenadas espaciales y del tiempo.

Figura 2.14: Modelación medio poroso-presa en su conjunto



Fuente: Elaboración propia

Campo Hidráulico

$$h = h(x, y, z, t) \quad (2.7)$$

Gradiente del potencial hidráulico:

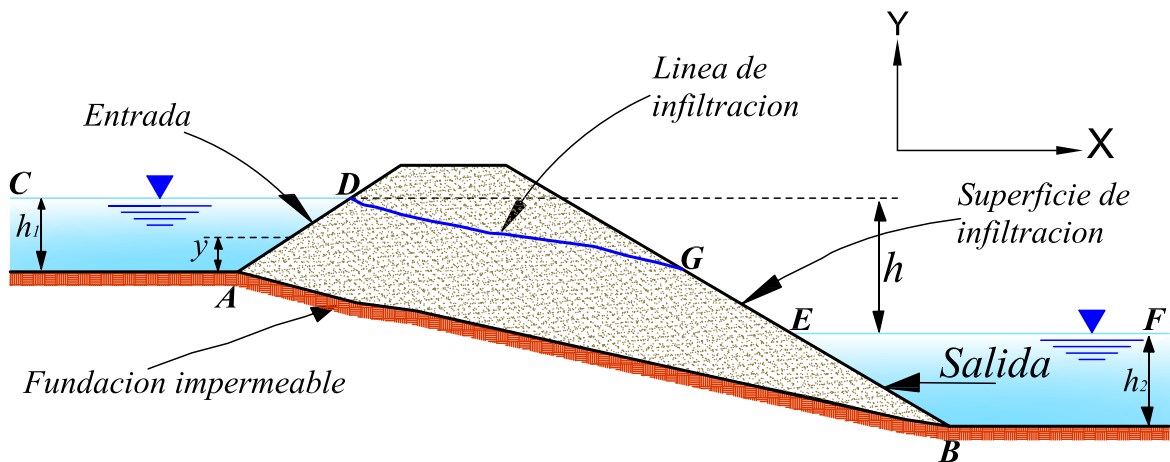
$$\nabla h = \frac{\partial h}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial h}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial h}{\partial z} \vec{k} \quad (2.8)$$

Conociendo los valores del *potencial piezométrico* ó *potencial h* en la *fase de solución*, se puede calcular inmediatamente las variables secundarias como *velocidades*, *presiones*, *flujos* y otros parámetros relaciones con h , en la *fase de post-proceso*, por lo tanto, nuestro interés es determinar la variación espacial y temporal de la altura piezométrica en todo el dominio de la presa.

Línea de infiltración

Conocida también como la *superficie libre*, este límite se encuentra en el suelo permeable donde el agua está a la presión atmosférica, línea DG , Figura 2.15. Debido a las fuerzas capilares, la zona saturada del suelo permeable se extiende ligeramente por encima de la línea de infiltración, pero esta zona capilar rara vez tiene una influencia significativa en el análisis de la infiltración. Considerando que los dos primeros límites son normalmente definidos por los límites geométricos de la masa de suelo saturado poroso, la línea de infiltración no se conoce hasta que se conozca la distribución de flujo en el suelo permeable. Una vez más, para una frontera impermeable, se hace bajo la hipótesis de que ningún flujo tiene lugar a través de la línea de infiltración, así el flujo en el suelo permeable junto a este límite es paralelo a la frontera. Véase [91, Página 351] y [1, Página 4-2].

Figura 2.15: Condiciones y elementos de contorno



Fuente: Adaptado de [1]

Superficie de infiltración

La masa del suelo saturado permeable puede tener un límite o contorno expuesto a la atmósfera y permitir que el agua fluya a lo largo de este límite, línea GE , (Véase Figura 2.15). La presión a lo largo de esta superficie es atmosférica. La superficie de infiltración también puede llamarse *cara de infiltración*. Véase [91, Página 351] y [1, Página 4-2].

Entradas y salidas

Las líneas definidas por el área donde el agua entra o sale de la masa de suelo permeable son conocidas como entradas o salidas respectivamente. Las líneas AD y BE como se muestra en la Figura 2.15, son líneas de igual potencial; es decir, la altura piezométrica es el mismo a lo largo de este contorno e independiente de su orientación o forma. El flujo es perpendicular a una entrada o salida. Las entradas y salidas también se denominan límites de reservorio o embalse.

Medio de infiltración

Una de las consideraciones más importantes para analizar correctamente el funcionamiento del proceso de infiltración es el conocimiento y la selección del *medio de infiltración*. Para el caso de las presas de tierra, la infiltración se producirá a través del cuerpo mismo de la presa y por debajo de la misma, dependiendo de la configuración geométrica, propiedades de los materiales y las condiciones de contorno impuestas.

Un *medio poroso* por debajo de la presa está compuesto por una mezcla de agua, aire y sedimentos, los que dependiendo de su proporción dan origen a ciertas propiedades o características del mismo. Sin embargo el medio de filtración a través de la presa se produce sobre los materiales colocados por el hombre como piedra, grava, arena, arcillas, tierra, etc. ó una combinación de estos, puestos con criterios técnicos de manera sistemática para responder a las solicitudes de la presa en estudio.

Fundación impermeable

En muchas situaciones de análisis y modelamiento de infiltración en presas de tierra, solo se considera la infiltración a través de la presa, estableciendo como una fundación impermeable la base de ésta. Sin embargo un análisis más real y completo es un modelamiento global *suelo estructura ó medio poroso y la presa*. La fundación impermeable se considera a partir de una profundidad adecuada, dependiendo de los estudios geotécnicos de la zona en estudio.

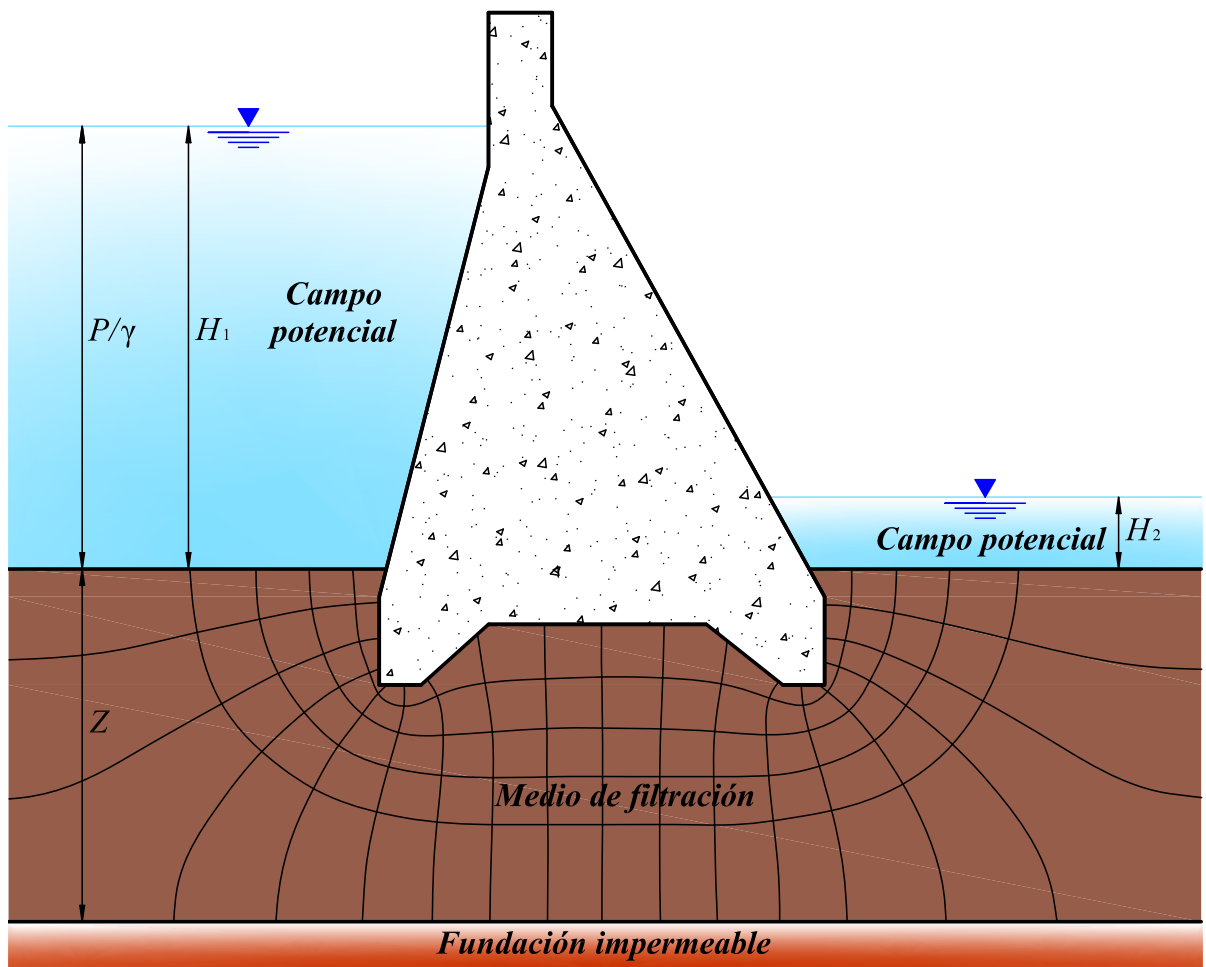
La mejor fundación sobre la que podría asentar una presa de tierra es la rocosa, muy común en río de montaña, ya que este material presenta resistencias al corte mucho mayores que los del terraplén, por lo que no se dan problemas de inestabilidad. En este tipo de fundaciones simplemente se hace una excavación del material aluvial superficial para descubrir la roca.

Otro tipo de materiales que se presentan en los ríos son los suelos de material granular como *grava, arena, cantos rodados*. Estos son adecuados para fundar una presa de tierra, ya que presentan parámetros de *resistencia al corte, permeabilidad y compresibilidad* similares a los del terraplén en la presa. Para fundar la presa sobre este tipo de material solo basta remover la capa superficial menos densa y todo tipo de material compresible y orgánico, de tal manera que el coeficiente de conductividad hidráulica tienda a ser cero y consecuentemente la *infiltración* en la fundación impermeable no existe.

2.3.2.4. Presas de gravedad

Las Presas de gravedad, Figura 2.16 son todas aquellas en las que el peso propio de la presa es el encargado de resistir las diferentes fuerzas que actúan en ella. Desde este punto de vista, tanto una presa de materiales sueltos como una de concreto, son de gravedad. Sin embargo, suelen llamarse así a las presas macizas de concreto. El cuerpo de las presas de concreto, se compone de cemento, piedras, gravas y arenas, en proporciones variables según el tipo de estructura y las partes de las mismas que se trate. La particularidad de este material, que le permite adoptar complejas formas una vez fraguado, da la posibilidad de optimizar la forma y, por lo tanto disponer el peso de una manera tal que sea mayor la capacidad de la presa en su conjunto para resistir las diferentes sollicitaciones.

Figura 2.16: Presa de gravedad



Fuente: Elaboración propia

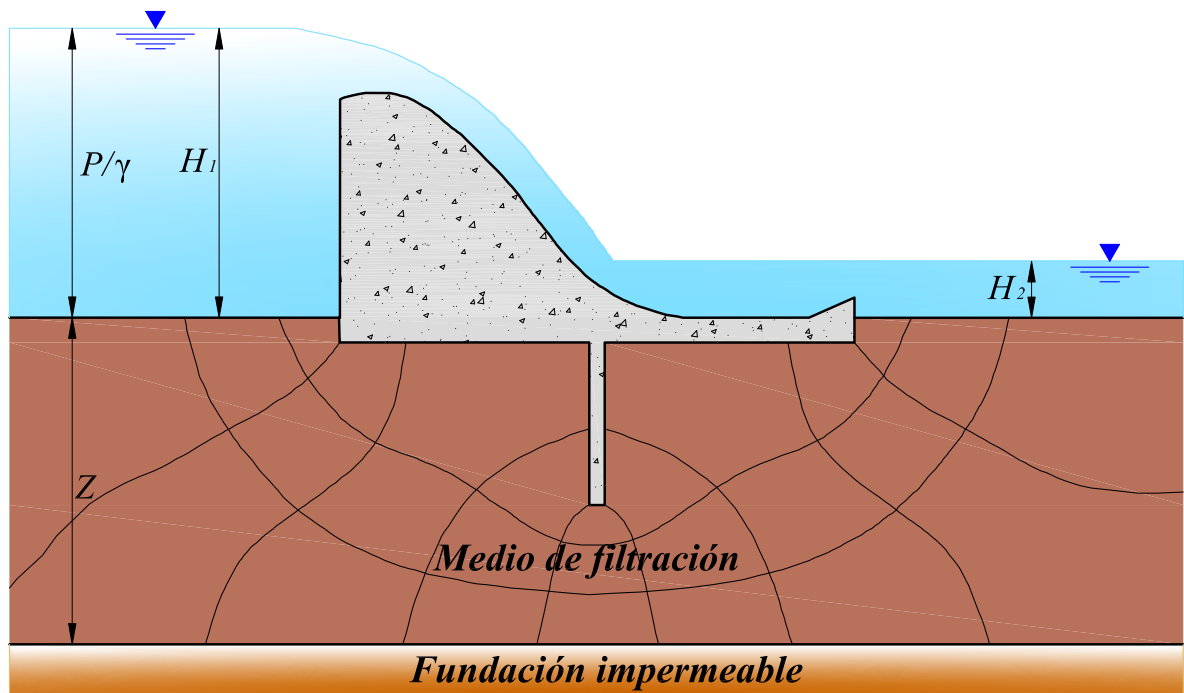
En las presas de gravedad el proceso de infiltración se produce a través del terreno de fundación (*medio de filtración*), debajo de la cimentación de éste, generalmente este medio es el suelo inalterado en su estado natural, dependiendo de las propiedades de este medio se instalan dentellones, zampeados y drenes, para controlar el volumen de las filtraciones debajo de las presas, y para limitar la intensidad de la subpresión de manera que no se vea comprometida la estabilidad. La determinación de la infiltración subterráneas involucra varios factores, como el potencial hidráulico

en el embalse, la permeabilidad de la cimentación y la longitud de las zampeados de aguas arriba y aguas abajo, la profundidad e impermeabilidad del dentellón, y la eficiencia de los drenes (véase [20, Página 274]).

2.3.2.5. Presas de derivación

Las presas de derivación (*bocatomas*), llamadas también *azudes* y *presas de vertedero*, Figura 2.17 están dispuestas, preferentemente, para elevar el nivel del agua contribuyendo al vertimiento. El análisis y control de la infiltración es muy importante es este tipo de estructuras ya que el objetivo principal de estas es elevar la cota del agua para hacer factible su derivación, controlando la sedimentación del cauce de forma que no se obstruyan las bocatomas de derivación, un incremento en la tasa de infiltración podría afectar al propósito principal de esta presa.

Figura 2.17: Presa de derivación



Fuente: Elaboración propia

Las presas vertedoras pueden ser móviles o fijas y de poca altura. En las presas vertedoras móviles la descarga de agua puede regularse con compuertas que guarden los orificios (superficiales o profundos). El nivel del agua puede mantenerse constante en este caso gracias a la operación de las compuertas. En estas presas el nivel normal del agua puede colocarse al nivel superior de la compuerta. Las presas vertedoras fijas (sin compuertas) no permiten la regulación de la lámina de agua.

2.3.3. Formulación matemática del problema

El flujo de fluidos a través de medios porosos es gobernado por leyes físicas, como también puede ser descrito por ecuaciones diferenciales. Debido a que el flujo es una

función de distintas variables, éste es usualmente descrito por ecuaciones diferenciales parciales donde las coordenadas espaciales x , y y z y el tiempo t son variables independientes.

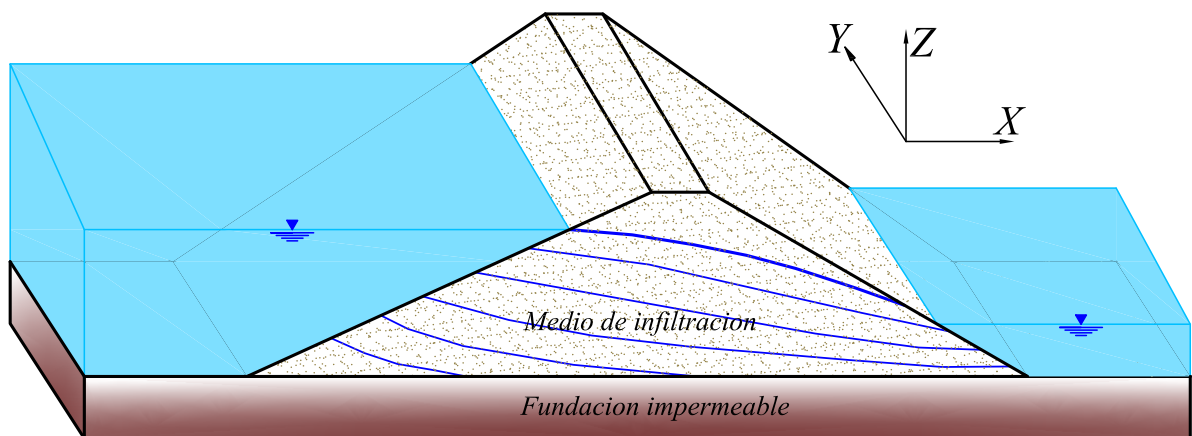
La *ley de conservación de masa* o *principio de continuidad* establece que no puede haber ningún cambio en el contenido de humedad en una masa de suelo cuando se trata de un volumen bastante pequeño. Cualquier cambio en la masa que circula en un volumen infinitesimal del medio poroso debe ser balanceado por un cambio correspondiente en el flujo de salida de la masa del volumen, o un cambio en el almacenamiento de la masa en el volumen, o ambos. La ley de conservación o energía es también conocida como la *primera ley de la termodinámica*. Indica que dentro de cualquier sistema cerrado hay una cantidad constante de energía, que no puede disminuir ni incrementarse. Sin embargo puede cambiar de forma. La *segunda ley de la termodinámica* declara que cuando cambia la forma de la energía, tiende ir a una forma más útil, como la energía mecánica, a una forma menos útil, como el calor. Sobre la base de estos principios y la ley de Darcy, las ecuaciones principales del flujo de *agua subterránea*² serán obtenidas [[43], Pg. 141].

Más específicamente aquí trataremos las leyes fundamentales del flujo para estado estacionario y flujo transitorio, y presentaremos cómo estas leyes son representadas en forma numérica.

2.3.3.1. Ecuación diferencial parcial gobernante

Para la obtención de las ecuaciones que gobiernan el flujo se considera la sección transversal de una presa como la mostrada en la Figura 2.18. Para deducir la formulación se parte del caso *tridimensional* como un caso general, suponiendo un proceso *transitorio*.

Figura 2.18: Flujo de agua en un medio poroso



Fuente: Elaboración propia

La ecuación del *flujo de fluido* en un *medio poroso* se puede formular partiendo del equilibrio energético de la siguiente manera:

²Las principales ecuaciones del flujo de agua subterránea fueron obtenidas por Jacob (1940, 1950) y modificada por Domenico (1972).

$$\boxed{\text{Caudal que entra al sistema}} \pm \boxed{\text{Caudal generado internamente (Fuente o sumidero)}} - \boxed{\text{Caudal que sale del sistema}} = \boxed{\text{cambio de la energía interna}} \quad (2.9)$$

Cuando se produce un aumento del volumen de agua en un cuerpo, cierto volumen en el tiempo es almacenado. Si se considera un elemento diferencial de volumen $dV = dxdydz$ como el mostrado en la Figura 2.19, el contenido volumétrico del agua o el volumen almacenado o desalmacenado (*cambio de la energía interna*) en la unidad de tiempo en el mismo viene dada por la expresión:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} dxdydz \quad (2.10)$$

Donde Θ es el contenido volumétrico de agua a lo largo de todo el diferencial de volumen y t es el tiempo.

Si un sistema está en equilibrio, para cambiar esta situación se requieren ciertas acciones sobre el sistema, tales como recargas o bombeos (fuentes o sumideros). El sistema evoluciona hasta alcanzar de nuevo la situación de equilibrio correspondiente; mientras esta nueva situación es alcanzada, suceden un conjunto de situaciones a lo largo del tiempo, que es lo que se denomina régimen transitorio. Los niveles van variando y en consecuencia se va almacenando o desalmacenando agua en el recinto.

El caudal generado internamente por unidad de volumen (será *positivo* si se trata de una *fuentes* y *negativo* si se trata de un *sumidero* u extracción del agua y viene representado por Q).

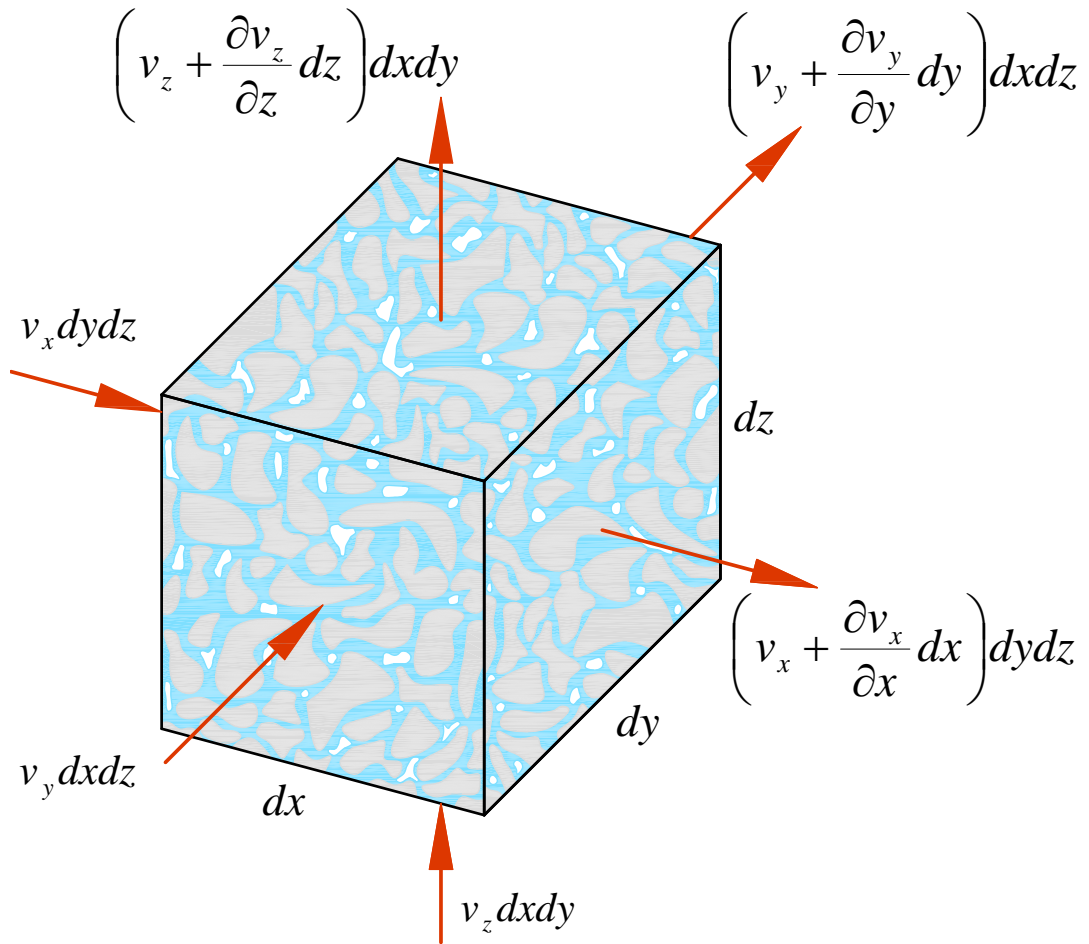
Partiendo de un elemento de volumen diferencial $dV = dxdydz$ por el que discurre un determinado flujo se va a proceder a establecer el equilibrio másico (ecuación de conservación de la masa) de forma que la cantidad de fluido que entra en el elemento a través de los contornos, menos la que sale, mas o menos a la que se genera (*fuentes o sumidero*) debe ser igual a la variación del contenido volumétrico en el tiempo.

En la Figura 2.19 se representa un VER (volumen elemental representativo), referido a un cubo de material poroso ideal. El cubo es representativo de las propiedades del medio. El cubo elemental tiene unas dimensiones dx , dy , dz y un volumen $dV=dxdydz$. En cada cara entrará un caudal q que dará lugar a un caudal unitario (Caudal por unidad de área) como cociente entre el caudal q y la superficie de la cara. Se considera que si por una cara entra un flujo unitario q por la opuesta saldrá $q+dq$. Según el desarrollo de Taylor, la función incrementada es igual a la función sin incrementar mas la derivada de la función por el incremento y una serie de términos, que son infinitésimos de orden superior, despreciables según las circunstancias. Es decir.

$$f(x + dx) = f(x) + \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \frac{dx^2}{2!} + \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} \frac{dx^3}{3!} + \dots \quad (2.11)$$

Que se aproxima según:

Figura 2.19: Balance de agua en un cubo poroso elemental



Fuente: Adaptado de [53]

$$f(x + dx) = f(x) + \frac{\partial f}{\partial x} dx \quad (2.12)$$

además sabemos que el producto de la velocidad y área de la sección considerada es

$$q = vA \quad (2.13)$$

El balance de agua en el cubo elemental se lleva a cabo aplicando el desarrollo en serie de Taylor, despreciando infinitésimos de orden superior al primero y sumando las componentes del caudal unitario (flujo) en cada dirección. Si planteamos el equilibrio energético 2.9 en ese elemento diferencial (véase la Figura 2.19), se obtiene la siguiente expresión:

$$q_x + q_y + q_z + Q dx dy dz - q_{x+dx} - q_{y+dy} - q_{z+dz} = \frac{\partial \Theta}{\partial t} dx dy dz \quad (2.14)$$

$$v_x dydz + v_y dx dz + v_z dx dy + Q dx dy dz - \left(v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x} dx \right) dy dz - \left(v_y + \frac{\partial v_y}{\partial y} dy \right) dx dz - \left(v_z + \frac{\partial v_z}{\partial z} dz \right) dx dy = \frac{\partial \Theta}{\partial t} dx dy dz \quad (2.15)$$

$$Q dx dy dz - \frac{\partial v_x}{\partial x} dx dy dz - \frac{\partial v_y}{\partial y} dx dy dz - \frac{\partial v_z}{\partial z} dx dy dz = \frac{\partial \Theta}{\partial t} dx dy dz \quad (2.16)$$

$$Q - \frac{\partial v_x}{\partial x} - \frac{\partial v_y}{\partial y} - \frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{\partial \Theta}{\partial t} \quad (2.17)$$

La ley fenomenológica que rige el flujo a través de un medio poroso es la *Ley de Darcy*, podrá escribirse la velocidad en cada dirección en función de la conductividad hidráulica y del gradiente hidráulico, de la siguiente manera:

$$v_x = -k_x \frac{\partial h}{\partial x} \quad v_y = -k_y \frac{\partial h}{\partial y} \quad v_z = -k_z \frac{\partial h}{\partial z} \quad (2.18)$$

Reemplazando 2.18 en 2.17

$$Q - \frac{\partial}{\partial x} \left(-k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(-k_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(-k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = \frac{\partial \Theta}{\partial t} \quad (2.19)$$

Reordenando adecuadamente

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) + Q = \frac{\partial \Theta}{\partial t} \quad (2.20)$$

Donde:

h = Altura piezométrica total

k_x = Conductividad hidráulica en la dirección x

k_y = Conductibilidad hidráulica en la dirección y

Q = Flujo aplicado en el borde

Θ = Contenido volumétrico de agua

t = Tiempo

Esta ecuación significa la diferencia entre el flujo que entra y sale de un volumen elemental en un instante del tiempo es igual al cambio en el almacenamiento del sistema del suelo. Fundamentalmente la suma de los incrementos de cambios de flujos en las direcciones x e y más el flujo externo aplicado es igual al incremento de cambio del contenido volumétrico de agua con respecto al tiempo.

Se sabe que:

$$\partial \Theta = m_w \gamma_w \partial (h - z) \quad (2.21)$$

Reemplazando la ecuacion 2.21 en la ecuación 2.20

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) + Q = m_w \gamma_w \frac{\partial(h-z)}{\partial t} \quad (2.22)$$

Pero

$$\frac{\partial(h-z)}{\partial t} = \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial h}{\partial t} - \overset{0}{\cancel{\frac{\partial z}{\partial t}}} = \frac{\partial h}{\partial t}$$

Debido a que la elevación z es una constante respecto a un nivel de referencia, la derivada de z con respecto al tiempo desaparece, por tanto la ecuación 2.21 queda:

$$\partial \Theta = m_w \gamma_w \frac{dh}{dt} \quad (2.23)$$

Finalmente reemplazando la ecuación 2.23 en 2.20, obtenemos la ecuación diferencial parcial gobernante del fenómeno de infiltración en medios porosos en $3D$.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) + Q = m_w \gamma_w \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2.24)$$

También se puede representar en su forma vectorial

$$div(K \nabla h) + Q = m_w \gamma_w \frac{dh}{dt}$$

Donde:

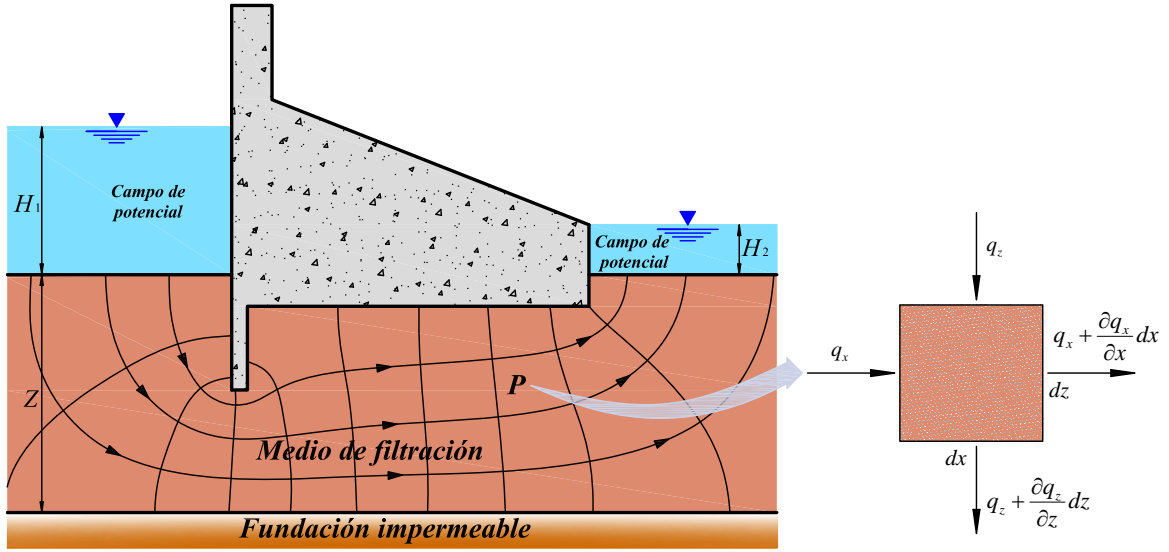
$$K = k_x + k_y + k_z; \quad \nabla = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}; \quad div = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$$

La ecuación (2.24) describe el fenómeno de infiltración en un medio poroso en régimen transitorio y en $3D$. Sin embargo el problema abordado en el presente trabajo de investigación, esta limitado a $2D$ y en régimen estacionario, por lo tanto, esta ecuación sera simplificado com se vera en la siguiente sección.

2.3.3.2. Ecuación de infiltración en 2D

La ecuación 2.24 describe matemáticamente el flujo de agua en medios porosos en su forma mas genérica, considerando las condiciones de flujo transitorio no estacionario en el estado tridimensional para un suelo heterogéneo, anisotrópico. Pero en el modelo que se analizará: Presa de Tierra es suficiente una aproximación bidimensional, porque el flujo a lo largo de la Presa es muy pequeña en comparación con el Flujo en la sección transversal. Por tal motivo en las Presas de Gravedad y de Tierra es muy frecuente que el flujo en la dirección longitudinal se desprecie. Entonces Tenemos:

Figura 2.20: Aproximación bidimensional del flujo en un medio poroso



Fuente: Elaboración propia

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) + Q = m_w \gamma \frac{dh}{dt} \quad (2.25)$$

o lo que es lo mismo expresar como

$$k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} + Q = m_w \gamma \frac{dh}{dt} \quad (2.26)$$

Pero, además se abordará solamente el problema de infiltración en régimen estacionario y no se considerará fuentes ni sumideros por lo tanto la ecuación diferencial gobernante del fenómeno de infiltración quedara como:

$$k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad (2.27)$$

La ecuación (2.27) será modelada numéricamente con el *Método de Elementos Naturales* e implementada computacionalmente en *MATLAB*.

2.3.4. Condiciones de contorno e iniciales

Para obtener una solución única de la ecuación en derivadas parciales correspondiente a un determinado proceso físico se necesita conocer más información sobre el estado físico del proceso. Esta información se obtiene a partir de las condiciones de contorno e iniciales. Para los problemas estacionarios solo se necesitan las condiciones de contorno, mientras que para los problemas transitorios se deben especificar tanto las condiciones iniciales como las de contorno. En este caso solamente se trabajara con las condiciones de contorno, debido a que se esta resolviendo el problema de infiltración en régimen transitorio.

2.3.4.1. Condiciones de contorno

Las condiciones de contorno incluyen matemáticamente la geometría del contorno y los valores de la variable de estado o su derivada normal al contorno. En términos físicos las condiciones de contorno de los modelos de agua subterránea son generalmente de tres tipos *Mercer y Faust* [42]:

Condición de contorno tipo Dirichlet

En *matemáticas*, la **condición de frontera** de *Dirichlet* (o de **primer tipo**) es un tipo de *condición de frontera* o contorno, denominado así en honor a *Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet* (1805 – 1859) [28], cuando en una *ecuación diferencial ordinaria* o una en *derivadas parciales*, se le especifican los valores de la solución que necesita la *frontera* del dominio. La cuestión de hallar las soluciones a esas ecuaciones con esta condición se le conoce como *problema de Dirichlet*. En problemas de flujo en medios porosos es aquel en el que se impone el valor del **potencial** (**altura piezométrica**) en el contorno S_1 .

$$\phi(x, y) = \phi_o; \quad \forall (x, y) \in S_1 \quad (2.28)$$

donde ϕ_o es el valor de la altura piezométrica en ese contorno.

Para el caso del ejemplo de la presa el potencial es conocido en todo el contorno correspondiente a la interfase *agua-suelo*, donde usando la Figura 2.20, se obtiene que:

$$\phi(x, L)|_{x < -\frac{b}{2}} = Z + H_1 \quad ; \quad \phi(x, L)|_{x > \frac{b}{2}} = Z + H_2 \quad (2.29)$$

Nótese que el origen de coordenadas, y por tanto la referencia para la medida de altura piezométrica está situada al nivel interfase *suelo-roca*.

Condición de contorno tipo Neumann

En *matemáticas*, la **condición de frontera** de *Neumann* (o de **segundo tipo**) es un tipo de *condición de frontera* o contorno, llamada así en alusión a *Carl Neumann* [28]. Se presenta cuando a una *ecuación diferencial ordinaria* o en *derivadas parciales*, se le especifican los valores de la *derivada* de una solución tomada sobre la *frontera* o contorno del *dominio*. Para problemas de infiltración en presas es aquel en el que se impone el valor del caudal que atraviesa la frontera en dirección normal a la misma.

En este caso se conoce el flujo de fluido a través de una superficie del dominio S_2 . La expresión que define esta condición de contorno es:

$$k_x \frac{\partial \phi}{\partial x} n_x + k_y \frac{\partial \phi}{\partial y} n_y + q_o = 0 \quad (2.30)$$

donde $n = (n_x, n_y)^T$ es el vector normal a la superficie S_2 de flujo conocido, y q_0 es el valor del flujo.

Para el caso de la presa existen dos condiciones de contorno asociadas a flujo conocido, concretamente para los contornos impermeables, interfase *suelo-presa* $S_2^{(1)} = \{y = Z; -b/2 < x < b/2\}$ e interfase *suelo-roca* $S_2^{(2)} = \{y = 0; -\infty < x < \infty\}$, en los que la expresión (2.30) queda, respectivamente, como:

$$\begin{aligned} k \frac{\partial \phi}{\partial x} 0 + k \frac{\partial \phi}{\partial y} 1 + 0 &= k \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \quad ; \quad \forall (x, y) \in S_2^{(1)} \\ k \frac{\partial \phi}{\partial x} 0 - k \frac{\partial \phi}{\partial y} 1 + 0 &= -k \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \quad ; \quad \forall (x, y) \in S_2^{(2)} \end{aligned} \quad (2.31)$$

donde $n_{S_2^{(1)}} = (0, 1)^T$ y $n_{S_2^{(2)}} = (0, -1)^T$. Que son la condición matemática para que el flujo a través de la presa, que se supone impermeable en comparación con el terreno, sea nulo.

Condición de contorno tipo Cauchy

En matemática, las **condiciones de frontera de Cauchy** en *ecuaciones diferenciales ordinarias* o en *ecuaciones diferenciales parciales* imponen valores específicos a la solución de una *ecuación diferencial* que se toma de la frontera del *dominio* y de la derivada normal a la frontera. Esto es igual a imponer dos tipos de condiciones: la *condición de frontera de Dirichlet* y la *condición de frontera de Neumann*. Su nombre hace honor al prolífero matemático francés del *siglo XIX* *Augustin Louis Cauchy*.

Si se impone de forma combinada el **potencial** y el **caudal** que atraviesa la frontera en dirección normal a la misma, en cada punto de la referida frontera, en el que el flujo a través del contorno se relaciona con la derivada normal y con el valor.

Condición de contorno mixto

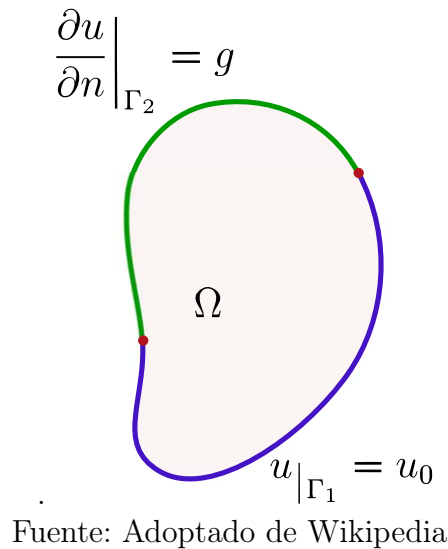
En matemáticas, una **condición de frontera mixta** para una *ecuación diferencial en derivadas parciales* indica que se utilizan diferentes *condiciones de frontera* o contorno sobre partes diferentes de la *frontera* del *dominio* de la ecuación.

Por ejemplo, si u es una solución a una ecuación diferencial en derivadas parciales sobre el conjunto Ω con frontera $\partial\Omega$ suave a tramos, y $\partial\Omega$ está dividida en dos partes, Γ_1 y Γ_2 , una puede usar la *condición de frontera de Dirichlet* sobre Γ_1 y una *condición de frontera de Neumann* sobre Γ_2 :

Condición de frontera de Robin

En matemáticas, la **condición de frontera de Robin** (o de *tercer tipo*) es un tipo de *condición de frontera o contorno*, denominado así en honor a *Victor Gustave Robin* (1855 – 1897) [55], cuando en una *ecuación diferencial ordinaria* o en una

Figura 2.21: Verde: *condición de frontera de Neumann*; púrpura: *Condición de frontera de Dirichlet*



derivadas parciales, se le especifica una *combinación lineal* de los valores de una *función* y los valores de su derivada sobre la *frontera* del dominio.

Las *condiciones de frontera de Robin* son una combinación ponderada de las condiciones de *Dirichlet* y *Neumann*. Es el contraste de la condiciones de *frontera mixtas*, las cuales son condiciones de frontera de diferentes tipos especificadas en diferentes subconjuntos de la frontera. Las condiciones de frontera de Robin también se denominan *condiciones de frontera de impedancia*, por su aplicación en problemas *electromagnéticos*.

El tercer tipo de condición de contorno se puede utilizar, por ejemplo, para representar el goteo o el intercambio entre un arroyo y un acuífero adyacente, en el que el valor puede cambiar con el tiempo al igual que cambia el nivel en el acuífero, a pesar de que el nivel el río pueda permanecer constante. Una condición de contorno de flujo nulo es un caso especial del segundo tipo de condición de contorno. Uno de los problemas más destacables es el tipo de condición de contorno más apropiada para simular el acuífero que se esté estudiando.

2.3.4.2. Condiciones iniciales

Las condiciones iniciales son simplemente los valores de las variables de estado que se fijan en cada punto del medio al inicio de la simulación. Normalmente las condiciones iniciales son la solución del problema que se está considerando, pero en el estado estacionario. No obstante, si las condiciones iniciales se establecen de tal manera que se produzca un flujo transitorio en el sistema al inicio de la simulación, es evidente que los niveles cambiarán durante la simulación, no sólo en respuesta a las alteraciones provocadas por el nuevo bombeo, sino como consecuencia también de las condiciones iniciales *Franke* [42].

Problema de movimiento confinado. Se refiere al caso en que el dominio en el que se produce el movimiento esta definido a priori. Por tanto, la geometría

de la frontera se conoce en su totalidad antes de resolver el problema.

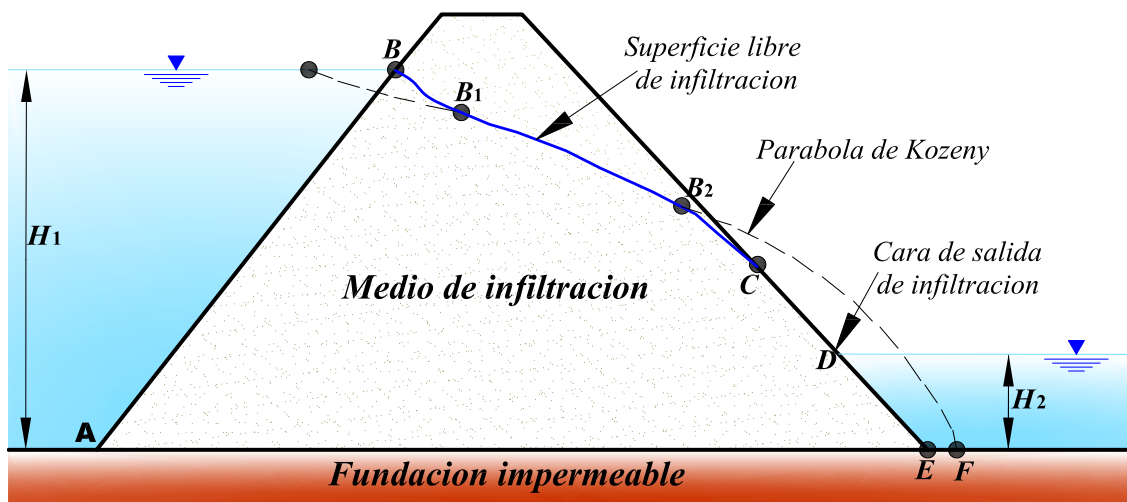
Problema de superficie libre. Se da cuando la frontera superior viene definida por la superficie libre del agua y, en consecuencia, su definición geométrica no se conoce a priori. Para resolver este tipo de problema es preciso partir de una superficie libre estimada y realizar tanteos sucesivos hasta conseguir que la residuo sea nula en todos los puntos de la superficie libre tanteada.

Conocida la ecuación gobernante, existen infinitas soluciones que la satisfacen en un dominio de infiltración dado. Es preciso entonces definir las condiciones en el contorno del dominio para que el problema este definido y la solución sea única. Los problemas de este tipo se denominan problemas delimitados. Como ya se ha dicho con anterioridad, la ecuación (2.25) caracteriza el fenómeno físico y las condiciones de frontera, junto con la definición geométrica del dominio, definen las circunstancias particulares en que se produce el fenómeno en cada caso concreto. Los distintos problemas de borde que pueden plantearse se clasifican en función del tipo de condiciones de frontera en:

2.3.4.3. Condiciones de contorno en presas de tierra

El fenómeno de infiltración del agua a través del espaldon de una presa de tierra da origen a un problema de frontera mixto con superficie libre, como veremos a continuación. En forma general el movimiento de agua a través de una presa homogénea

Figura 2.22: Condiciones de contorno en una presa de tierra de material homogénea



Fuente: Elaboración propia

Tramo AB. La carga piezométrica (altura piezométrica) es constante e igual a la altura de agua sobre la base H . Se trata de una condición de tipo *Dirichlet*.

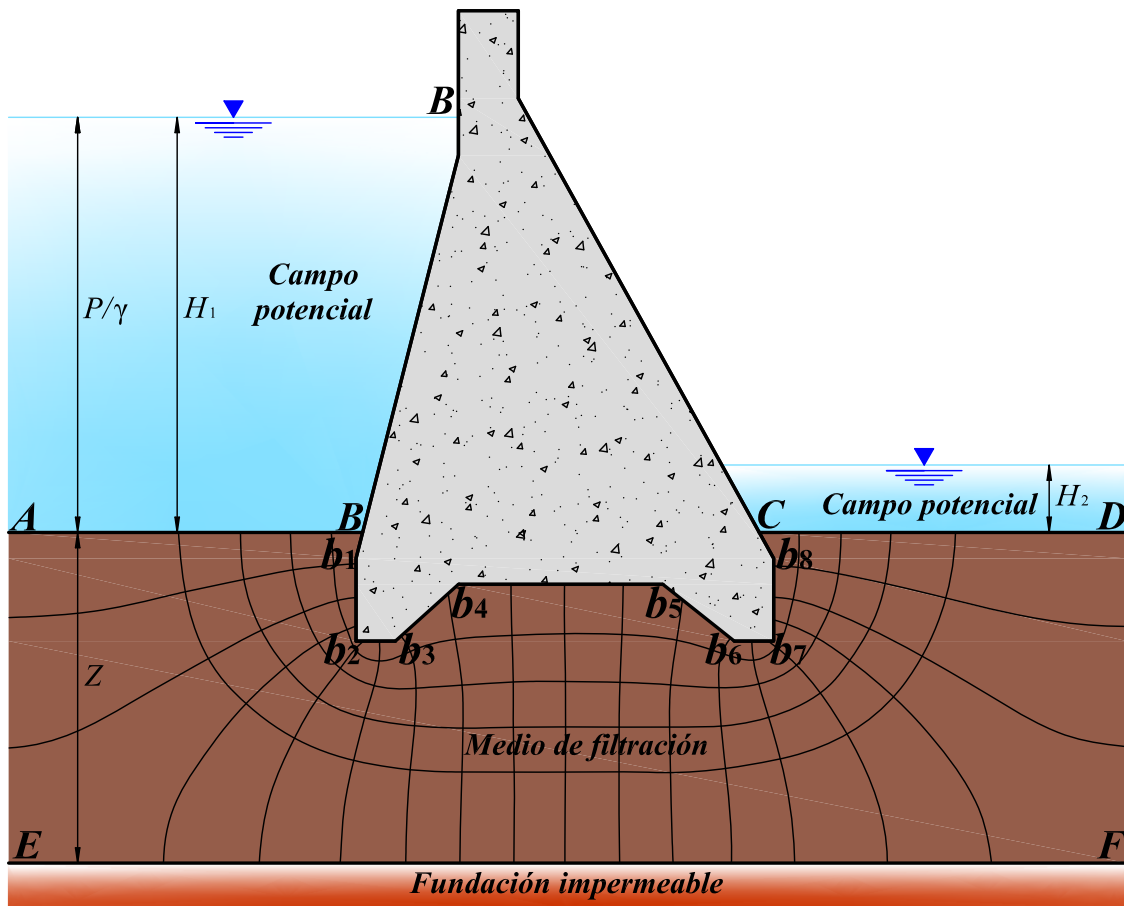
Tramo AE. Admitiendo que la base es impermeable, el caudal que circula a través de este tramo de frontera es nulo. Por tanto, se trata de una condición tipo *Neumann*.

Tramo BC. Se trata de una superficie libre, cuya situación se desconoce a priori. La presión en todos sus puntos debe ser nula (referida a la presión atmosférica) y no puede circular agua a través de la misma. Se trata de una condición tipo *Cauchy*.

Tramo CD. La carga piezométrica viene dada por la altura sobre el plano de referencia, ya que la presión es nula por encontrarse en contacto con la atmósfera. La condición es de tipo *Dirichlet*.

2.3.4.4. Condiciones de contorno en presas de gravedad

Figura 2.23: Condiciones de contorno en una presa de gravedad



Fuente: Elaboración propia

Tramo AB. como en el caso anterior la carga piezométrica (altura piezométrica) es constante e igual a la altura de agua sobre la base H . Se trata de una condición de tipo *Dirichlet*.

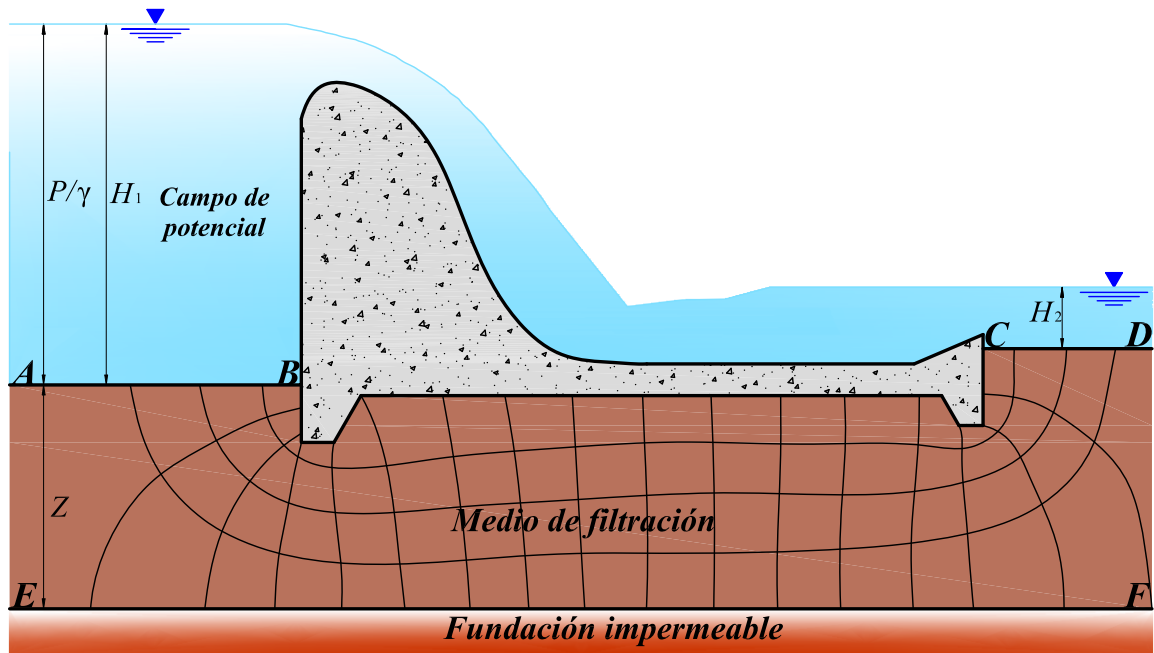
Tramo $Bb_1b_2b_3b_4b_5b_6b_7b_8C$. El cuerpo de presa se considera impermeable y por tanto el caudal que circula a través de este tramo de frontera es nulo. Por tanto, se trata de una condición tipo *Neumann*.

Tramo CD. Análogamente al tramo AB , la carga piezométrica H_0 es constante. También es una condición de tipo *Dirichlet*.

Tramo EF. Como se ilustra en la Figura 2.23 que la fundación interna, lo suficientemente profundo se considera impermeable, puesto que si no ocurre la percolación en el caso las líneas de corriente (flujo) pasan por una limitada profundidad, el caudal que circula a través de este casi nulo. Por tanto, se trata de una condición tipo *Neumann*.

2.3.4.5. Condiciones de contorno en presas de derivación

Figura 2.24: Condiciones de contorno en una presa de derivación o bocatoma



Fuente: Elaboración propia

Generalmente es similar al caso de las condiciones de borde en las presas de gravedad con la diferencia que la carga piezométrica H varía con el tiempo, pero para un análisis estacionario se considera constante, en tal sentido con la ayuda de la Figura 2.24

Tramo AB y CD Las cargas piezométricas H_1 y H_2 son constante en cada caso respectivamente. Condición de contorno tipo *Dirichlet*.

Tramo BC y EF. Como en el caso anterior condición contorno tipo *Neumann*.

2.4. Métodos Numéricos

2.4.1. Método sin malla

Los denominados métodos sin malla han atraído muy recientemente el interés de los investigadores, debido a su flexibilidad para resolver problemas prácticos de simulación numérica. El principal objetivo de los métodos sin malla es superar las dificultades que aparecen en los problemas de simulación numérica al tener que mallas y remallas los dominios en estudio, ya que en estos métodos es suficiente con añadir nodos donde sea necesario. Se trata por tanto de nuevos métodos de computación que pueden cambiar el actual enfoque de los métodos de simulación numérica, basados fundamentalmente hoy día en los métodos de diferencias finitas, elementos finitos y Volúmenes finitos.

Existen en la actualidad varios métodos sin malla en desarrollo y otros que han sido recientemente publicados o que están en proceso. Sin embargo no está definido cual es el mejor.

La atracción de los métodos sin malla se debe a que poseen más ventajas que el tradicional método de elementos finitos: la capacidad del modelo de sufrir deformaciones sin distorsionar la malla y la capacidad del usuario para introducir información a priori de la solución en la aproximación, son solo una de las pocas ventajas que ofrecen los métodos sin malla.

La capacidad de estos métodos para resolver problemas de ingeniería ha sido reiteradamente demostrada. Sin embargo también hay que reconocer que tienen algunos puntos débiles. Muchos investigadores han intentado solucionar los fallos de los métodos sin malla existentes o crear otros nuevos. Por ejemplo la dificultad encontrada al imponer las condiciones de contorno en muchos de los métodos sin malla existentes [27] [48] [54].

También la dificultad de cálculo de los métodos sin malla frente al método de elementos finitos, que implica un mayor número de operaciones junto con la necesidad de emplear más puntos de integración [6] [9] [17] [64]. Recientemente se han creado algunos nuevos métodos sin malla, como por ejemplo el Método de Esferas Finitas (the Finite Spheres Method) [34], el Método de Nubes Finitas (the Finite Cloud Method) [A-2], el Método de Interpolación de Puntos (the Point Interpolation Method) [69], y el Método sin malla de PetrovGalerkin Local (the Meshless Local Petrov-Galerkin Method) [4]. En el presente trabajo de investigación solamente describiremos el Método de Elementos Naturales dado que la tesis está referida a la solución del flujo en medios porosos con este método. El resto de los métodos sin malla no serán discutidos aquí.

2.4.2. Etapas de un método sin malla

A modo de introducción se puede considerar que un método sin malla se compone de tres etapas fundamentales: aproximación o interpolación, formulación e integración. Dependiendo de cómo se lleven a cabo cada una de las etapas, se obtiene un método sin malla, o también se puede obtener un método con malla.

Con fines de ilustración del MEN, como ejemplo se toma el siguiente problema:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x) &= 0 & 0 < x < l \\ u(0) &= u_0, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=1} &= a_1 \end{aligned} \tag{2.32}$$

2.4.2.1. Aproximación

La primera etapa de un método sin malla es la aproximación. El dominio está discretizado por un conjunto de n nodos, y la solución, $u(x)$, se aproxima por una combinación lineal de coeficientes nodales, d_{ij} , y funciones de aproximación, $\Psi_{ij}(x)$.

$$u(x) \approx u^h(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \Psi_{ij}(x) d_{ij} \tag{2.33}$$

donde $u^h(x)$ es la solución aproximada y m es el número de coeficientes por nodo. Hay muchos tipos de funciones de aproximación o interpolación. Entre las más comúnmente empleadas están la aproximación de Taylor, la interpolación polinomial a trozos, la interpolación Sibsoniana y no-Sibsoniana, funciones de mínimos cuadrados ponderados móviles o fijos, funciones de núcleo (Reproducing Kernel, RK) y funciones de nubes-hp (hp-clouds). Información sobre ellas se puede encontrar en la referencia [11]. Para que la aproximación sea válida debe tener los órdenes de consistencia requeridos, debe ser capaz de reproducir exactamente las funciones constante y lineal. Además se le suele forzar a cumplir otras condiciones. Por ejemplo, si la función de aproximación satisface la propiedad de interpolación (funciones asociadas con un nodo valen la unidad en ese nodo y cero en el resto de los nodos), los coeficientes nodales pueden ser interpretados como la solución evaluada en los nodos, y las condiciones de contorno se pueden imponer fácilmente. En este caso la función de aproximación se denomina función de interpolación. Cuando la matriz de rigidez resultante es de banda, la función de aproximación necesita tener un soporte local. En ese caso cada nodo tiene un dominio de influencia, es decir, una región del dominio en la que la función de aproximación de ese nodo no es cero. Un dominio de influencia grande en un nodo hace que dicho nodo esté influenciado por nodos más alejados, y por tanto da lugar a una matriz de rigidez de ancho de banda grande, mientras que por el contrario, si el dominio de influencia es pequeño, la matriz de rigidez tiene más términos nulos y el ancho de banda es pequeño. También es posible introducir aproximaciones locales en algunas clases de funciones de aproximación de métodos sin malla [86] [87] [70]). Esto significa que pueden ser enlazadas localmente utilizando soluciones exactas conocidas, por ejemplo en esquinas entrantes y grietas.

2.4.2.2. Formulación

Existen dos tipos de formulaciones las denominadas fuerte y débil. En la primera se abordan directamente las ecuaciones en derivadas parciales y en la segunda se

realiza lo que se denomina formulación débil del problema. Como ejemplo de la primera formulación se puede citar el método de diferencias finitas.

La formulación débil queda definida por la forma de la ecuación que se quiere resolver, y la elección de la función test, que se define mas abajo. Se parte del residuo ponderado de la ecuación diferencial, que se obtiene al sustituir la solución aproximada en el lugar de la solución exacta, y se multiplica por una función test, $v(x)$, cuyo objetivo es asegurar que se obtiene un numero de ecuaciones igual al numero de coeficientes nodales desconocidos. La ecuación resultante se integra sobre el dominio de calculo:

$$\int_0^l \left(\frac{\partial^2 u^h}{\partial x^2} + f(x) \right) v(x) dx = 0$$

$$u(0) = u_0, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=l} = a_l$$
(2.34)

La expresión anterior es la forma mas básica del residuo ponderado, pero puede ser modificado de muchas otras maneras. Una modificación muy usada es integrar por partes los términos que contienen a $u^h(x)$ de manera que la solución aproximada y la función test tengan el mismo grado de diferenciabilidad. Este resultado es comúnmente conocido como formulación de Galerkin. La ventaja de dicha formulación es que introduce las condiciones de contorno naturales dentro de la ecuación, lo cual implica que la solución aproximada no necesita satisfacerlas exactamente. Cuando los coeficientes nodales son constantes y las funciones test y aproximadas son conocidas, la integral sobre todo el dominio, teóricamente, se puede calcular.

Parte de la formulación consiste en la elección de las funciones test. El número de funciones test se elige deliberadamente igual al número de coeficientes desconocidos, para asegurar que el número de ecuaciones sea adecuado para obtener como solución el valor de dichos coeficientes. El resultado es el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\int_0^l \left(\frac{\partial^2 u^h}{\partial x^2} + f(x) \right) v(x) dx = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \times m$$

$$u(0) = u_0, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=l} = a_l$$
(2.35)

Las funciones test deben ser linealmente independientes para que el sistema de ecuaciones resultante este bien condicionado. A menudo, se eligen iguales a las funciones de aproximación, porque hay un numero adecuado de ellas, son linealmente independientes, y normalmente dan lugar a una matriz de rigidez simétrica. Sin embargo, podemos usar otras funciones, por ejemplo en el método de colocación, las funciones test son elegidas igual a las funciones delta de Dirac [$v_i(x) = \delta(x - x_i)$], centradas en los nodos.

Las anteriores formulaciones son conocidas como formulaciones globales débiles. Recientemente se ha introducido la llamada formulación local débil [**A-2**] [4] [69]. En

este caso el residuo ponderado no se integra sobre todo el dominio, si no que se integra sobre n pequeños subdominios, cada uno centrado en un nodo. Estos subdominios, que habitualmente son discos centrados en los nodos (para el caso de dos dimensiones), se solapan, de forma que el conjunto de todos ellos cubre todo el dominio de estudio y el residuo es eficazmente minimizado en todo el dominio. Sin embargo, desde el punto de vista de la formulación global, las porciones del dominio donde se solapan muchos subdominios son integradas mas

profundamente que aquellas en las que sólo se solapan pocos dominios. Sin embargo se pueden obtener resultados precisos usando las formulaciones locales [34]. Aquí se debe destacar que si los dominios no se solapan entonces la aproximación local y la global son equivalentes, este es el caso del método de elementos finitos.

2.4.2.3. Integración

Para evaluar la integral del residuo ponderado de la ecuación diferencial, es preciso seleccionar un tipo de integración. La integración se llevara a cabo en todo el dominio. Para ello se divide el dominio en dominios de integración, que no se solapan y que cubran completamente todo el dominio. En dominios en tres dimensiones se suelen elegir tetraedros o hexaedros. La existencia de esta malla de integración es lo que hace que algunos investigadores llamen a estos métodos métodos sin malla en grado no estricto. La validez de esta afirmación depende de cómo se defina la malla. De hecho, algunos métodos que parece que no emplean malla de integración, en realidad están usando una implícitamente. Por ejemplo la presencia de la función delta de Dirac en el método de colocación fuerza el valor de la ecuación diferencial en cada nodo. Esto podría ser interpretado como una integración numérica, que emplea una malla en la que cada punto de integración es un nodo. También se pueden aplicar técnicas de integración nodal aprovechando la propiedad de partición de la unidad de las funciones de forma [23] [38].

El resultado del hecho de que los subdominios se puedan solapar origina que muchas partes del dominio global se integren mas de una vez. Dado que el empleo de muchas funciones de aproximación es computacionalmente caro y que son necesarios mas puntos de integración cuando usamos métodos sin malla que en elementos finitos, la elección de dominios en forma de disco en la formulación numérica, no es muy practica.

La combinación de las tres etapas anteriores, aproximación, formulación e integración, define muchos de los métodos sin malla existentes. Por ejemplo, el método de Galerkin libre de elementos (the element free Galerkin method, EFG) [10] usa funciones de aproximación obtenidas por mínimos cuadrados ponderados móviles, formulación de Galerkin, y una malla de celdas independiente de los nodos, para la integración. En contraste, el método de puntos finitos (the finite point method, PPM) [77] también usa mínimos cuadrados ponderados pero fijos para las funciones de aproximación, usa la formulación básica de residuos ponderados junta con una integración puntual. Mientras, el método de elementos difusos (the diffuse element method, DEF) [73] usa la misma aproximación y formulación que el método de Galerkin libre de elementos pero usa elementos tradicionales para los dominios de integración y una aproximación difusa para las derivadas. El método de esferas finitas

[34] usa la aproximación de mínimos cuadrados ponderados móviles, una formulación local con subdominios, y un único dominio de integración en forma de círculo o esfera en cada subdominio. El método de elementos finitos (finite element method. FEM) usa interpolación polinomial a trozos para las funciones de aproximación en cada elemento, formulación de Galerkin y dominios de integración consistentes en los elementos definidos anteriormente por la interpolación a trozos.

En los métodos sin malla, junto a la malla de integración, existe otro tipo de malla: la definida por la colección de los dominios de influencia de todos los nodos. Por ejemplo, en muchos métodos sin malla, esta formada por la colección de esferas (para el caso de tres dimensiones) centradas en los nodos, que cubren completamente todo el dominio. Esta malla de aproximación, es generalmente, totalmente independiente de la malla de integración. Por el contrario, en el método de elementos finitos, MEF, ambas mallas son coincidentes. Por tanto, esto sugiere que consideremos que un método es con malla, cuando la malla de integración y la de interpolación coinciden, como es el caso del MEF.

Una definición mas específica de un método con malla, podría referirse al uso de la conectividad de los nodos que es definida por el usuario, y se usa para definir tanto el dominio de aproximación como el de integración. En los métodos sin malla, hay solo una conectividad entre los nodos, pero no es definida por el usuario, de hecho, es buscada por un algoritmo interno del método. Por ejemplo, en el método de Galerkin libre de elementos, EFG, se desarrolla un proceso para encontrar los dominios de influencia a los que pertenece cada punto de integración. Los nodos cuyo dominio de influencia cubren un determinado punto de integración están conectados. Lo que hace que el método EFG sea un método sin malla es que la conectividad entre nodos no la define el usuario y no se usa para definir la malla de integración.

Una vez introducidos los métodos sin malla, a continuación se comentan brevemente los que pueden considerarse mas desarrollados o que han tenido un mayor impacto en la comunidad científica que se dedica al desarrollo de los mismos.

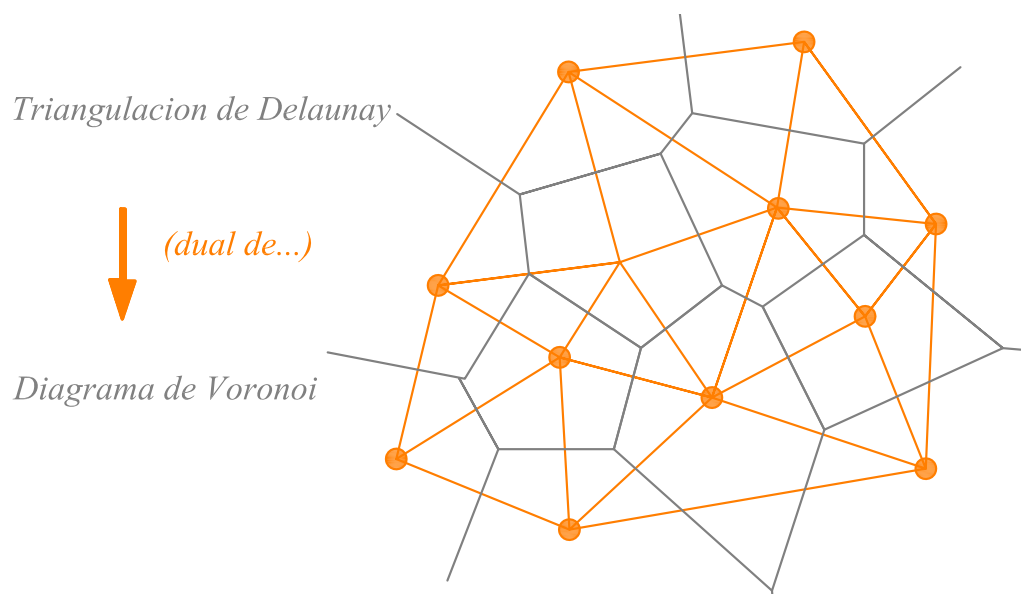
2.4.3. Método de Elementos Naturales

El Método de Elementos Naturales (MEN) [14] [90], emplea el método de Galerkin para resolver las ecuaciones en derivadas parciales. En el MEN, la función aproximada y la función test, se construyen usando las coordenadas de los vecinos naturales (Sibson) [85].

Las coordenadas de los vecinos naturales se basan en conceptos geométricos bien conocidos, como el diagrama de Voronoi y la teselación de Delaunay. El diagrama de Voronoi y su dual la teselación de Delaunay son las construcciones mas usuales que se aplican para definir una malla sobre un soporte de nodos irregularmente distribuidos.

Diversos estudios han demostrado la validez de este método para resolver problemas en dos dimensiones [18] [88]. En un reciente estudio [7] se ha propuesto un nuevo método de interpolación basado en los vecinos naturales, que se denomina interpolación no-Sibsoniana. Dicha interpolación se ha usado con éxito en el método de elementos naturales, y en el denominado método de elementos finitos sin malla [61].

Figura 2.25: Diagrama de Voronoi y su dual la teselación de Delaunay



Fuente: Elaboración propia

En el MEN al igual que en otros métodos sin malla [11], en la formulación de Galerkin la función aproximada y la función test, se construyen sobre un conjunto de nodos distribuidos en el espacio \mathbb{R}^n . En estos métodos, la integración numérica de la forma débil se lleva a cabo usando una estructura de celdas o elementos. Como se ha visto ya, en muchos métodos sin malla se utiliza la aproximación por mínimos cuadrados móviles [65]. Las propiedades de interpolación de los datos de los nodos, facilidad en la imposición de las condiciones de contorno, y la obtención de una relación que esta basada en la distribución local y la densidad de los nodos en un punto dado, son algunas de las ventajas que presenta la interpolación mediante vecinos naturales, frente al método de mínimos cuadrados móviles.

En Belikov et al. [7], se demuestra que no existe una única técnica para interpolar basada en los vecinos naturales, y se propone la interpolación no-Sibsoniana. La propiedad de interpolación de alto orden fue introducida en Belikov y Semenov [8]. Opuesta a la interpolación de Sibson, que se basa en el área (volumen) de solapamiento de primer orden de polígonos (poliedros) de Voronoi en $\mathbb{R}^2(\mathbb{R}^3)$, la interpolación no-Sibsoniana requiere el cálculo de medidas de Lebesgue de orden $n - 1$ en \mathbb{R}^n . Aunque ambos métodos tienen muchas propiedades comunes, la mejora en cuanto al cálculo del método no-Sibsoniano frente al sibsoniano, hace que éste método sea muy atractivo para la resolución numérica de ecuaciones en derivadas parciales.

La notación de vecinos naturales e interpolación por vecinos naturales, fue introducida por Sibson como herramienta de ajuste de datos y suavizado. El diagrama de Voronoi y su dual la triangulación de Delaunay, que se usan en la interpolación de vecinos naturales, son geometrías útiles que definen un conjunto irregular de nodos. Para simplificar la exposición, se considera el espacio euclídeo de dos dimensiones, pero la teoría es aplicable a un espacio general de n -dimensiones.

Dada una distribución de puntos (nodos) en el plano, la partición de Delaunay

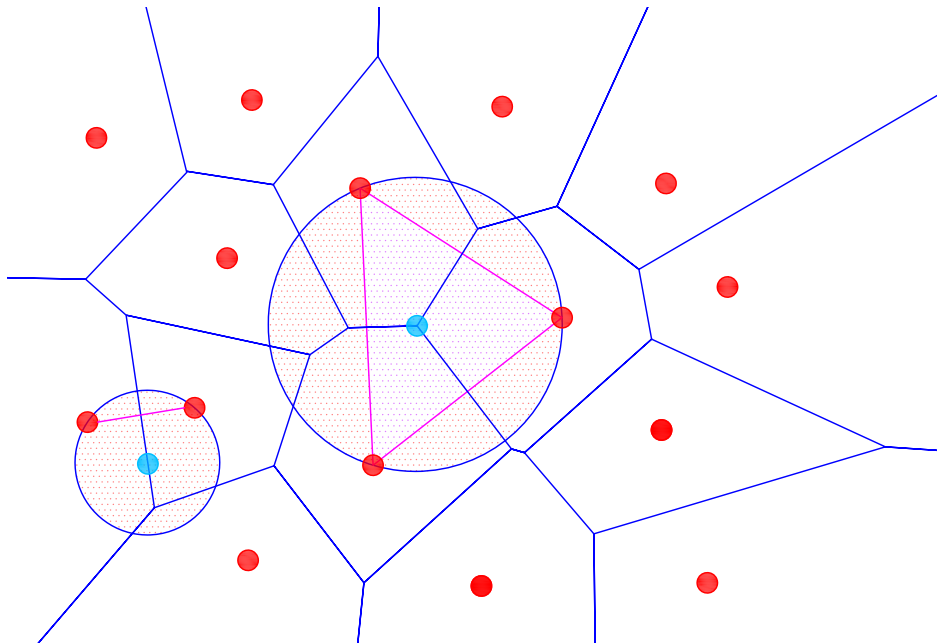
divide el dominio convexo Ω de puntos en dominios Ω_i , de forma que $\Omega = \bigcup_{i=1}^t \Omega_i$. En la interpolación de Delaunay (de deformación constante), se construye una interpolación lineal en cada triángulo en los que queda dividido el dominio. La triangulación de Delaunay de un conjunto de nodos no es única, y es sensible a perturbaciones geométricas en la posición de los nodos. Opuesto a la triangulación de Delaunay, su dual, el diagrama de Voronoi es único. A continuación se explica el diagrama de Voronoi para después seguir con la definición de vecinos naturales.

Se considera un conjunto de nodos distintos $N = \{n_1, n_2, \dots, n_M\}$ en \mathbb{R}^2 . El diagrama de Voronoi (o diagrama de Voronoi de primer orden) de un conjunto de nodos N , es una subdivisión del plano en regiones T_I (cerradas y convexas, o no acotadas), donde cada región T_I se asocia a un nodo n_I , de forma que cualquier punto de T_I está más próximo al nodo n_I que a cualquier otro nodo n_J del dominio total, siendo $n_J \in N (J \neq I)$. Es decir, en T_I están contenidos todos los puntos cuya distancia al nodo n_I es menor que a cualquier otro nodo. La región T_I es la celda de Voronoi del nodo n_I . En términos matemáticos el polígono de Voronoi T_I se define como:

$$T_I = \{X \in \mathbb{R}^2 : d(X, X_I) < d(X, X_J)\} \quad \forall J \neq I \quad (2.36)$$

donde $d(X_I, X_J)$ es la distancia euclídea entre X_I y X_J . El diagrama de Voronoi para un conjunto N de siete nodos se muestra en la Figura 2.26.

Figura 2.26: Diagrama de Voronoi para un conjunto de 15 nodos



Fuente: Elaboración propia

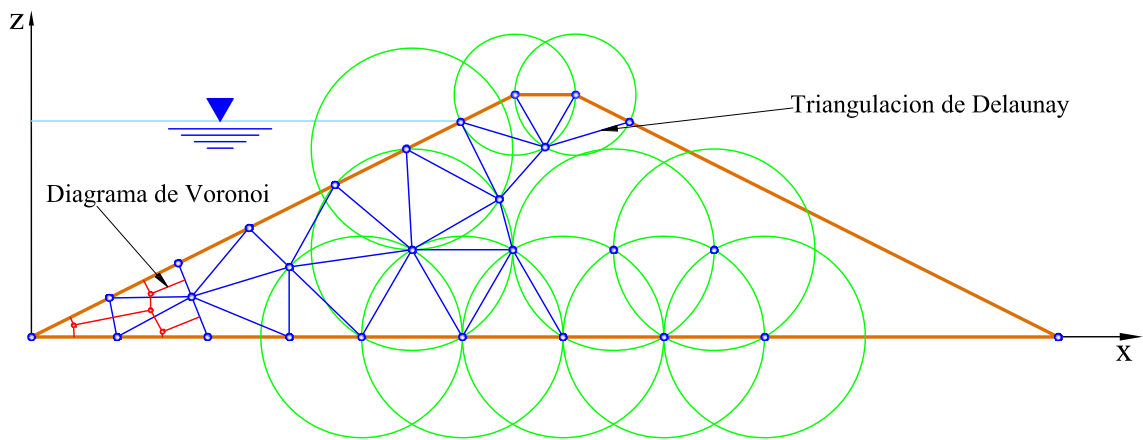
El concepto de vecinos más próximos y nodos vecinos, está implicado en el diagrama de Voronoi de primer orden. Por una extensión similar se pueden construir diagramas de Voronoi de más alto orden (k - orden, $k > 1$). Tiene particular interés el caso $k = 2$, que es el diagrama de Voronoi de segundo orden. El diagrama de Voronoi de segundo orden de un conjunto de N nodos, es una subdivisión del plano en celdas T_{IJ} . Donde cada región T_{IJ} está asociada con una pareja de nodos vecinos (n_I, n_J)

(para el caso de dos dimensiones), de forma que T_{IJ} es el lugar de los puntos que tienen a n_I como vecino mas próximo, y a n_J , como segundo vecino mas proximo. Hay que recalcar que la region T_{IJ} es no vacía si y solamente si n_I y n_J , son vecinos. Las celdas de Voronoi de segundo orden $T_{IJ}(I \neq J)$ se definen matemáticamente como:

$$T_{IJ} = \{X \in \mathbb{R}^2 : d(X, X_I) < d(X, X_J) < d(X, X_K)\} \quad \forall J \neq I, J \quad (2.37)$$

En la Figura 2.27 se muestra la triangulación de Delaunay y su estructura dual, la teselación de Dirichlet o diagrama de Voronoi para una presa de tierra.

Figura 2.27: Triangulación de Delaunay y su dual, el diagrama de Voronoi para una presa de tierra

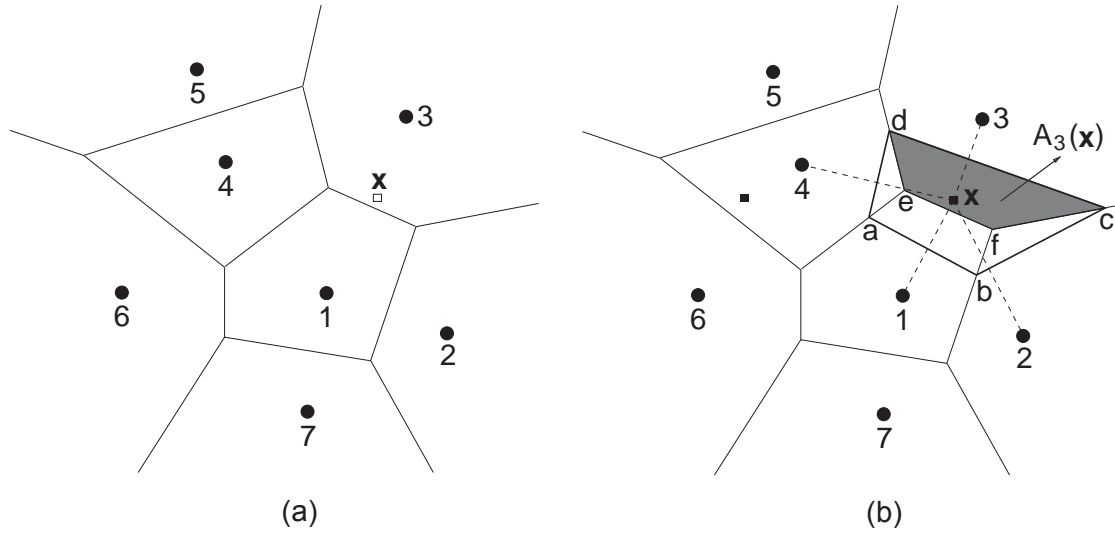


Fuente: Elaboración propia

Para cuantificar la relación de vecindad de algún punto x introducido en la teselación, Sibson [85] usa el concepto de las celdas de Voronoi de segundo orden, y además introduce vecinos naturales y coordenadas de vecinos naturales.

En la Figura 2.28(a), un punto x se introduce en el diagrama de Voronoi del conjunto de nodos N mostrado en la Figura 2.26. Si x se considera como un nodo perteneciente al conjunto de los N nodos, entonces los vecinos naturales de x son aquellos nodos que forman un lado del triángulo con x en el nuevo mallado (triangulación). Una manera de obtener lo mismo, es usar el *criterio del círculo circunscrito* vacío [66], si $DT(n_J, n_K, n_L)$ es un triángulo de Delaunay del conjunto de nodos N , entonces el círculo circunscrito de DT no contiene otros nodos de N . Por tanto, se llega al resultado que indica si x esta dentro del círculo circunscrito del triángulo $DT(n_J, n_K, n_L)$, entonces n_J , n_K y n_L son vecinos naturales de x . En la Figura 2.28(a) se obtiene la celda de Voronoi T_x haciendo las mediatrices de los segmentos que tienen por extremos al punto x y a cada uno de sus vecinos naturales (polígono cerrado $abcd$). En este caso x tiene cuatro vecinos naturales ($n = 4$), llamados nodos 1, 2, 3 y 4.

Figura 2.28: Construcción de vecinos naturales:(a) Diagrama original de Voronoi al que se introduce el punto x . (b) Celdas de Voronoi de primer y segundo orden de x



Fuente: Elaboración propia

2.4.3.1. Interpolación de Sibson

Las coordenadas de los vecinos naturales se usan como funciones de interpolación en la interpolación de vecinos naturales (Sibson). En la Figura 2.28 se van a definir las coordenadas de los vecinos naturales para un punto x del plano. Definimos como $k(x)$ la medida de Lebesgue (longitud, área o volumen, en $1D$, $2D$ o $3D$, respectivamente) de T_x , y $k_I(x)$ ($I = l - 4$) la medida de Lebesgue de T_{x_I} . En dos dimensiones las medidas son áreas, y entonces $A(x) = k(x)$ y $A_I(x) = k_I(x)$. Las coordenadas de vecinos naturales de x con respecto a un vecino natural I se definen como el cociente entre el área de solapamiento de las celdas de Voronoi T_x y T_I y el área total de la celda de Voronoi de x :

$$\phi_I(X) = \frac{A_I(X)}{A(X)} \quad (2.38)$$

Donde:

$$A(X) = \sum_{J=1}^n A_J(X) \quad I = 1, 2, \dots, N$$

Las cuatro regiones mostradas en la figura 2.28(b) son celdas de segundo orden, mientras que su unión (el polígono cerrado $abcd$) es una celda de Voronoi de primer orden.

Capítulo III: Materiales y métodos

El análisis de infiltración en presas es uno de los principales aspectos de interés en la ingeniería geotécnica. La cantidad de agua que se filtra a través de y por debajo de una presa de tierra se puede estimar mediante el uso de la teoría de flujo a través de medios porosos que es una de las herramientas analíticas más valiosos disponibles para el ingeniero. Sin embargo en esta investigación se ha desarrollado un nuevo esquema numérico sin malla para el análisis de infiltración del flujo en medios poros en específico en presas de material suelto utilizando el **Método de Elementos Naturales**. Este enfoque elimina una serie de dificultades que son inherentes al enmallado. El método es aplicable a medios porosos heterogéneos con límites geométricos complejos y grados arbitrarios de anisotropía.

3.1. Modelamiento con Elementos Naturales

El Método de Elementos Naturales (MEN) se aplica para la modelación de problemas de infiltración. Este método se basa en el diagrama de Voronoi y teselación Delaunay. En esta sección se hará el planteamiento del método en su forma débil. Las características principales del MEN es su independencia sobre la regularidad de la malla en contraste con el MEF. Una de las ventajas de MEN es la imposición de condiciones de contorno esenciales (límites de Dirichlet), solamente por la reubicación en un sistema de ecuaciones lineales. La interpolación del MEN es lineal entre los nodos en el límite del casco convexo que facilita la imposición de condiciones de contorno esenciales [83].

3.1.1. Discretización del dominio

El diagrama de Voronoi y su dual teselación de Delaunay son una de las más fundamentales y útiles construcciones geométricas que definen un conjunto irregular de puntos (nodos). Por simplicidad, y de acuerdo con las aplicaciones que se persiguen en este trabajo, consideramos dos dimensiones del espacio euclidiano R^2 . Considerar un conjunto de nodos distintos $N = \{n_1, n_2, \dots, n_M\}$ en R^2 . El diagrama de Voronoi (o diagrama de Voronoi de 1^{er} orden) del conjunto N es una subdivisión del plano en regiones T_I (cerrado y convexo o ilimitado), donde cada región T_I está asociado con un nodo n_I , de tal manera que cualquier punto en T_I está más cerca de n_I (vecino natural) que a cualquier otro nodo $N_J \in N (J \neq I)$. T_I es el lugar geométrico de los puntos más cercanos a n_I que a cualquier otro nodo. Las regiones de T_I son las

celdas de Voronoi (también conocido como polígonos de Thiessen o Voronoi) de n_I . En términos matemáticos, el polígono de Voronoi T_I se define como [chinesta2013].

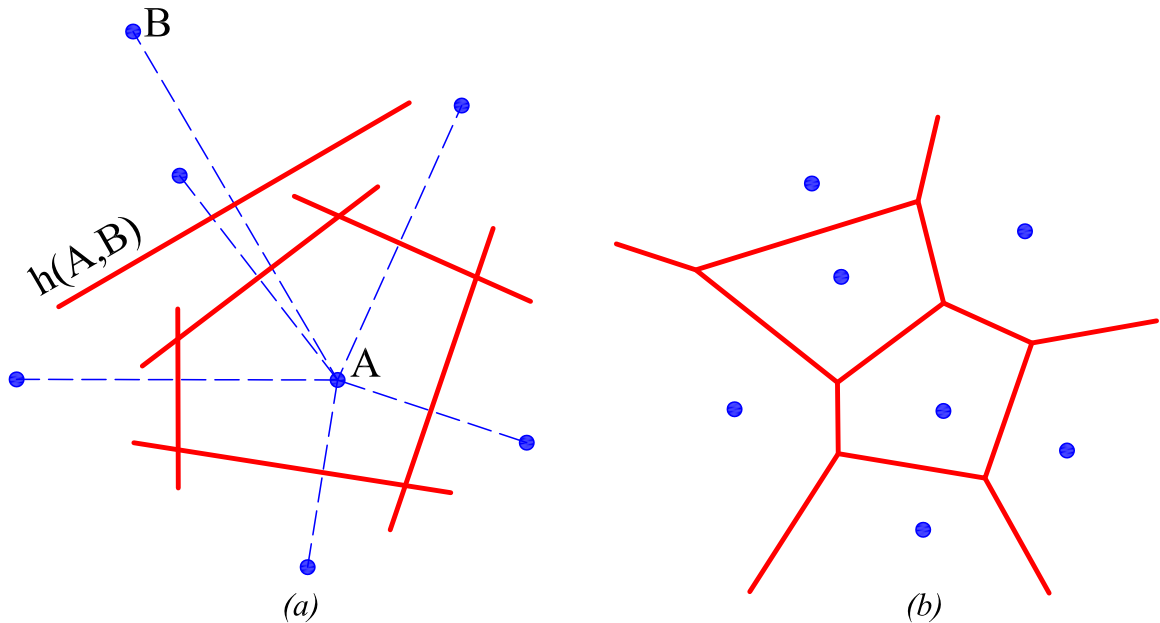
$$T_I = \{x \in R^2 : d(x, x_I) < dd(x, x_J) \quad \forall J \neq I\} \quad (3.39)$$

Donde $d(x_I, x_J)$, la métrica euclídea es la distancia entre x_I y x_J .

La celda de Voronoi para el nodo A y el diagrama de Voronoi de un conjunto N de siete nodos se muestran en las Figures 3.29 (a) y (b) respectivamente. En la Figura 3.29 (a) se observa que cada celda de Voronoi T_I es la intersección de una cantidad finita de espacios medios abiertos, cada uno delimitado por la mediatriz (hiperplano en R^d). En consecuencia, para todos los nodos n_I que están dentro del casco convexo, las celdas de Voronoi es cerrado y convexo, mientras que las celdas asociadas con los nodos en el contorno del casco convexo son ilimitados (ver Figura 3.29 (b)). El problema del vecino mas cercano y muchas de sus variantes en geometría computacional son ejemplos prototípicos que ilustran el uso de los diagramas de Voronoi. Sin embargo, las implicaciones de los diagramas de Voronoi son profundas, con muchas aplicaciones en las ciencias naturales, ciencias físicas e ingeniería. Una descripción detallada de las propiedades y aplicaciones de los diagramas de Voronoi se pueden encontrar botas y Okabe et al., mientras Aurenhammer presenta una revisión exhaustiva en polígonos de Voronoi.

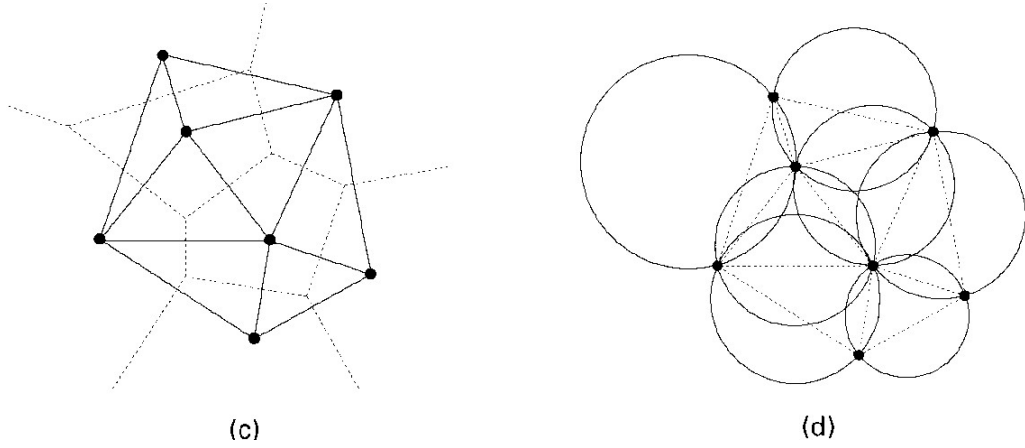
En la Figura 3.29a se ve que cada celda de Voronoi IT es la intersección de una cantidad infinita de medias espacios abiertos, estando cada uno delimitado por la mediatriz

Figura 3.29: Estructuras geométricas para un conjunto N de siete nodos. (a) celdas de Voronoi para el nodo A y (b) Diagrama de Voronoi $V(N)$



Fuente: Elaboración propia

Figura 3.30: Estructuras geométricas para un conjunto N de siete nodos. (c) Triangulación de Delaunay $DT(N)$ y (d) circunferencias circunscritas de vecino naturales



3.1.2. Funciones de forma en MEN

La interpolación de vecinos naturales es la clave del Método de Elementos Naturales. Para un nodo x , su vecino natural se define como: Si el nodo x cae en la circunferencia del triángulo de Delaunay $DT(p, q, r)$ con p, q y r como vértices, los nodos p, q y r , entonces son vecinos naturales del nodo x .

De acuerdo con la definición del punto de vecinos naturales, un tipo de esquema de interpolación local es

$$f(x) = \sum_{I=1}^k \phi_I(x) f_I \quad (3.40)$$

Donde $f(x)$ es el valor en el punto de interpolación x , I es el número de secuencia del punto de vecinos naturales del nodo x , k es el número de puntos de vecinos naturales del nodo x , f_I es el valor en x_I , x_I es el punto del vecino natural de x , y $\phi(x)$ es la función de forma correspondiente al nodo x .

De acuerdo al enfoque constructivo de la función de forma, las interpolaciones de vecinos naturales se clasifican en la interpolación Sibsoniana y la interpolación no Sibsoniana, y las funciones de forma también se clasifican en la función de forma de interpolación Sibsoniana y la función de forma de interpolación no Sibsoniana.

3.1.2.1. Interpolación Sibsoniana

Las coordenadas de vecinos naturales son usadas como las funciones de interpolación en la interpolación de vecinos naturales Sibsoniana. A partir de la Figura 3.31, se define las coordenadas vecinas naturales para un punto x en el plano. Sea $k(x)$ una medida de Lebesgue (longitud, área o volumen en $1D$, $2D$ o $3D$ respectivamente) de T_x y $k_I(x)$ ($I=1-4$) de T_{xI} . En dos dimensiones las medidas son áreas y por lo tanto denotamos $A(x) \equiv k(x)$ y $A_I(x) \equiv k_I(x)$. Las coordenadas de los vecinos naturales de x con respecto a un vecino natural I se definen como la relación del área de

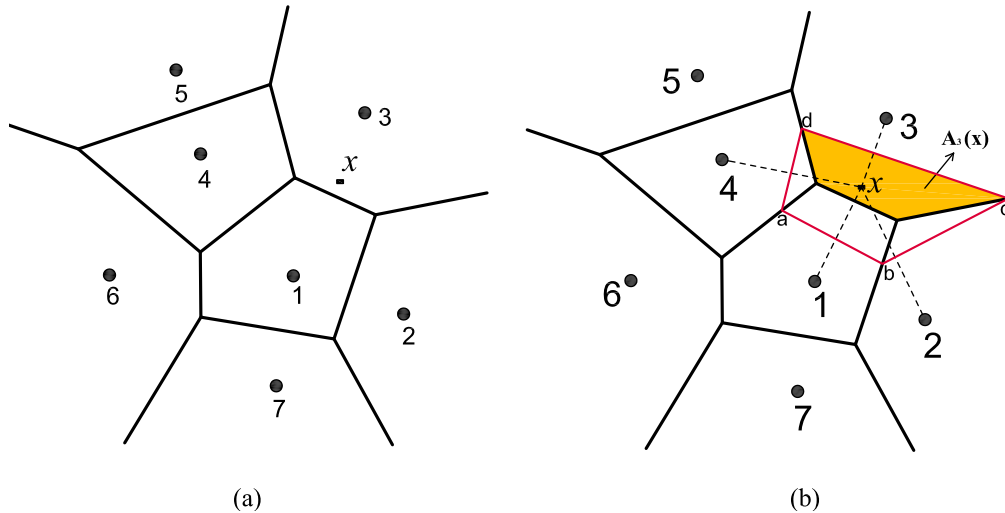
superposición de las células de Voronoi T_I y T_x al área total de la celda de Voronoi de x

$$\phi_I(x) = \frac{A_I(x)}{A(x)} \quad (3.41)$$

Donde el rango de I , va de 1 hasta n y $A(x) = \sum_{J=1}^n A_J(x)$. Las cuatro regiones mostradas en la Figura 3.31b son las celdas de segundo orden, mientras que su union (polígono cerrado $abcd$) es una celda de Voronoi de primer orden. Con respecto a la Figura 3.31 la función de forma $\phi_3(x)$ esta dado por:

$$\phi_3(x) = \frac{A_3(x)}{A(x)} \quad (3.42)$$

Figura 3.31: Construcción de vecinos naturales (a) Diagrama de Voronoi original y x (b) Celdas de Voronoi de primer y segundo orden alrededor de x



Si el punto x coincide con un nodo ($x = x_I$), $\phi_I(x) = 1$, y todas las demás funciones de forma son cero. Las propiedades de positividad, interpolación y partición de la unidad siguen directamente

$$0 \leq \phi_I(x) \leq 1, \quad \phi_I(x_J) = \delta_{IJ}, \quad \sum_{I=1}^n \phi_I(x) = 1 \quad \text{in } \Omega \quad (3.43)$$

Las funciones de forma de vecino natural también satisfacen la propiedad de coordenadas locales, esto es

$$x = \sum_{I=1}^n \phi_I(x) x_I \quad (3.44)$$

Que, juntamente con la ecuación (3.43), implica que el interpolante vecino natural abarque el espacio de polinomios lineales (Complejitud lineal).

La interpolación de vecinos naturales se ha utilizado principalmente en el área de interpolación de datos y modelización de fenómenos geofísicos. El soporte de la función de forma $\phi_I(x)$ es la intersección del casco convexo con la unión de todas las circunferencias de Delaunay que pasan a través del nodo I . Las funciones de forma de los vecinos naturales son C^∞ en todas partes, excepto en los nodos donde están C^0 . [41] propuso un interpolante del vecino natural C^1 basado en las simplificaciones de Bernstein Bézier y [88] desarrollaron una metodología computacional para su aplicación a Ecuaciones diferenciales parciales elípticas de cuarto orden. En una dimensión, la interpolación de vecinos naturales es idéntica a elementos finitos lineales [89]; en el caso particular de tres vecinos naturales, la interpolación n-n es precisamente las coordenadas baricéntricas; Y para cuatro vecinos naturales en los vértices de un rectángulo se realiza la interpolación bilineal [41]. Una descripción detallada y discusión de las propiedades anteriores de los interpolantes de vecinos naturales se pueden encontrar en [89].

3.1.2.2. Interpolación no Sibsoniana

[7] da la siguiente definición de la interpolación no sibsoniana. Sea $N = \{n_1, n_2, \dots, n_M\}$ un conjunto de nodos distintos en \mathbb{R}^d . Denotamos la celda de Voronoi del nodo x_I por $T_I: T_I = \{x \in \mathbb{R}^d : d(x, x_I) < d(x, x_J), J \neq I\}$. Además, define $t_{IJ} = \{x \in \bar{T}_I \cap \bar{T}_J, J \neq I\}$, donde $d(.,.)$ es la métrica euclidiana, $\bar{T}_I = T_I \cup \partial T_I$ es el cierre del conjunto T_I y t_{IJ} puede ser un conjunto vacío. $f d(x_I, x_J) \neq 0$, entonces

$$\sum_{J \neq I} \frac{|t_{IJ}| x_J}{d(x_I, x_J)} = x_I \left[\sum_{J \neq I} \frac{|t_{IJ}|}{d(x_I, x_J)} \right] \quad (3.45)$$

Donde $|\cdot|$ denota la medida de Lebesgue en \mathbb{R}^{d-1} . En términos de la notación utilizada anteriormente, la función de forma no sibsoniana $\phi_I(x)$ esta definido como

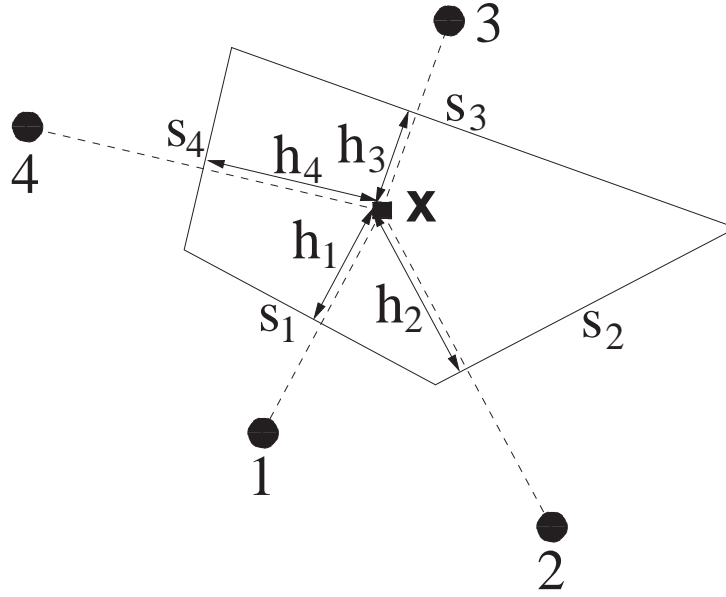
$$\phi_I(x) = \frac{\frac{|t_{xI}|}{d(x, x_I)}}{\sum_{J=1}^n \frac{|t_{xJ}|}{d(x, x_J)}} \quad (3.46)$$

Considere el diagrama de Voronoi y un punto x en el plano como se muestra en Figura 3.31b. El punto x tiene cuatro vecinos naturales, y en la Figura 3.32 la celda de Voronoi del punto x y sus vecinos son ilustrados. La distancia $s_I(x)$ es la medida de Lebesgue (longitud en \mathbb{R}^2) del borde de Voronoi asociado con el nodo I , y $h_I(x)$ es la distancia perpendicular entre el borde de Voronoi del nodo I al punto x . La función de forma no Sibsoniana es definido como [7].

$$\phi_I(x) = \frac{\alpha_I(x)}{\sum_{J=1}^n \alpha_J(x)}, \quad \alpha_J(x) = \frac{s_J(x)}{h_J(x)} \quad (3.47)$$

Se observa que en \mathbb{R}^2 , la complejidad computacional de las funciones de forma no sibsoniana depende solamente de la relación de una medida de Lebesgue de R dividi-

Figura 3.32: Interpolación no Sibsoniana



da por una dimensión lineal. En un ajuste de d -dimensional general, la dependencia está en la relación de una medida de Lebesgue de \mathbb{R}^{d-1} dividida por una dimensión lineal.

Una comparación inmediata con la función de la forma de vecinos naturales revela que el esfuerzo computacional en \mathbb{R}^d para el interpolante de vecino natural es co-dimensional (volúmenes d -dimensionales), mientras que para el interpolante no Sibsoniano es un orden menor ($(n-1)$ -volúmenes dimensionales).

Consideremos un esquema de interpolación para una función de valor vectorial $u(x) : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^2$, en la forma

$$\psi^h(x) = \sum_{I=1}^n \phi_I(x) \psi_I \quad (3.48)$$

Donde ψ_I ($I = 1, 2, \dots, n$) son los vectores de alturas piezométricas nodales en los n vecinos naturales y $\phi_I(x)$ son las funciones de forma sibsonianas o no sibsonianas (véase la Figura 3.32) definida en la ecuación (3.47). En el método de elementos naturales, las funciones de prueba y peso se construyen usando la aproximación indicada en la ecuación (3.48).

3.1.3. Análisis de infiltración con NEM

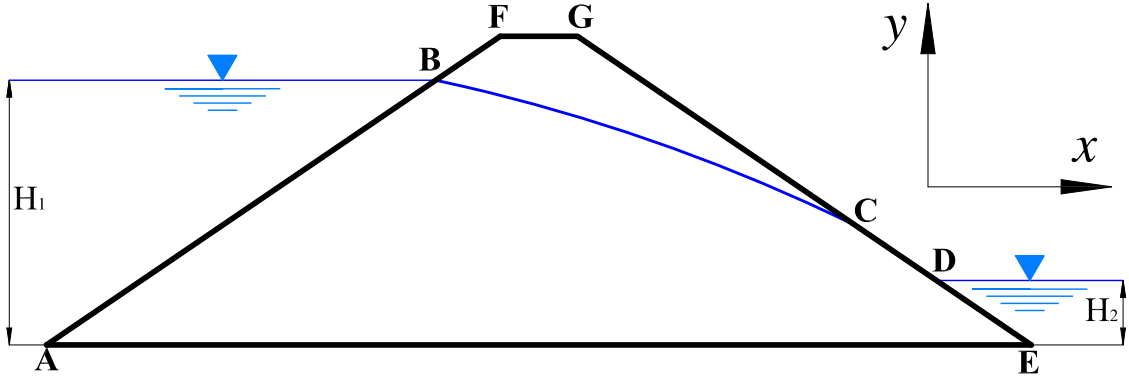
Para un fluido homogéneo e incompresible, la ecuación gobernante del flujo de infiltración saturado en estado estacionario puede describirse como:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = 0 \quad (3.49)$$

Donde k_x , k_y y k_z son coeficientes de permeabilidad en las direcciones x , y y z , respectivamente. Para problemas en $2D$ como se muestra en la Figura 3.35, se puede simplificar como:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = 0 \quad (3.50)$$

Figura 3.33: Infiltración en una presa



En la presa mostrado en la Figura 3.35, AB y DE son los contornos con la altura de potencial dada aguas arriba y aguas abajo de la presa. Las cargas de potencial o la altura piezométrica en los dos contornos son H_1 y H_2 , respectivamente; AE es el contorno con flujo dado, ya que es impermeable en el contorno, hay $\partial h/\partial n = 0$, donde n es la dirección normal del contorno; C es el punto de salida, y la cada de salida de infiltración CD es también el contorno con el potencial H_2 , es decir, $h = z$. Dado que el agua sale de la presa en este contorno, también debe satisfacer la condición de $\partial h/\partial n \leq 0$ en CD ; BC es la superficie libre, y las dos condiciones de contorno deben ser satisfechas simultáneamente: $h = z$ y $\partial h/\partial n = 0$.

Para el problema de infiltración bidimensional, la altura piezométrica de agua en cualquier punto en el dominio computacional Ω se puede expresar como:

$$h(x, z) = [N(x, z)]\{H\}^e \quad (3.51)$$

$$\{H\}^e = \{H_1, H_2, \dots, H_m\}^T \quad (3.52)$$

$$[N(x, z)] = \{\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_m\} \quad (3.53)$$

Donde $[N(x, z)]$ es la matriz de las funciones de forma, y la función de forma ϕ_i ($i = 1, 2, \dots, m$) se obtiene a través del proceso descrito en la Sección 3.1.2. $m(x, z)$ es el número de nodos que tiene contribuciones al nodo de evaluación (x, z) , que es la suma de los vértices del elemento vecino natural. Para cada punto de integración, el elemento vecino natural puede determinarse a través de la ley circunferencial.

De acuerdo con las ecuaciones (3.51)-(3.51), el gradiente hidráulico puede escribirse como:

$$\begin{Bmatrix} i_x(x, z) \\ i_z(x, z) \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \frac{\partial h(x, z)}{\partial x} \\ \frac{\partial h(x, z)}{\partial z} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial x} & \frac{\partial \phi_2}{\partial x} & \dots & \frac{\partial \phi_m}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_1}{\partial z} & \frac{\partial \phi_2}{\partial z} & \dots & \frac{\partial \phi_m}{\partial z} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ \vdots \\ H_m \end{Bmatrix} = - [B] \{H\}^e \quad (3.54)$$

Donde

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial x} & \frac{\partial \phi_2}{\partial x} & \dots & \frac{\partial \phi_m}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_1}{\partial z} & \frac{\partial \phi_2}{\partial z} & \dots & \frac{\partial \phi_m}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

La velocidad de infiltración es

$$\begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_x & \\ & k_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} i_x \\ i_z \end{Bmatrix} = - [k] [B] \{H\}^e \quad (3.56)$$

De acuerdo al principio variacional, para los problemas de filtración isotrópicos bi-dimensionales en estado estacionario, el funcional I_Ω de la ecuación (3.50) es

$$I_\Omega(h) = \int \int_\Omega \left\{ \frac{1}{2} \left[k_x \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + k_z \left(\frac{\partial h}{\partial z} \right)^2 \right] \right\} d\Omega + \int_{\Gamma_2} qh d\Gamma \quad (3.57)$$

En la que Γ_2 es el límite con el flujo dado

El funcional I_Ω es una función multivariable de la altura piezométrica del nodo en el dominio. El problema variacional para encontrar el extremo funcional puede ser cambiado para buscar el valor extremo de la función multivariable, es decir, para manejar la solución de

$$\frac{\partial I_\Omega}{\partial H_i} = \int \int_\Omega \left[k_x \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial}{\partial H_i} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) + k_z \frac{\partial h}{\partial z} \frac{\partial}{\partial H_i} \left(\frac{\partial h}{\partial z} \right) \right] d\Omega + \int_{\Gamma_2} q \frac{\partial h}{\partial H_i} d\Gamma = 0 \quad (3.58)$$

De acuerdo con la función de interpolación de los nodos, se tiene

$$\frac{\partial h}{\partial H_i} = \phi_i, \quad \frac{\partial}{\partial H_i} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) = \frac{\partial \phi_i}{\partial x}, \quad \frac{\partial}{\partial H_i} \left(\frac{\partial h}{\partial z} \right) = \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \quad (3.59)$$

Así, la ecuación (3.58) se puede expresar como:

$$\frac{\partial I_\Omega}{\partial H_i} = \sum_e \int \int_e [B]^T [k] [B] d\Omega \{H\}^e + \int_{\Gamma_2} Q d\Gamma = 0 \quad (3.60)$$

De la misma forma se puede escribir como:

$$[K] \{H\} + \{Q\} = 0 \quad (3.61)$$

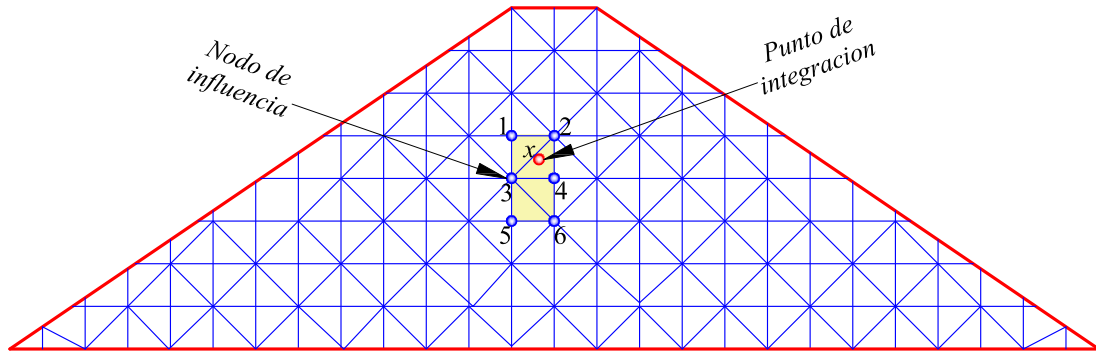
Donde $[K]$ es la matriz de rigidez

$$[K] = \sum_e \int \int_e [B]^T [k] [B] d\Omega \quad (3.62)$$

Obviamente, el procedimiento antes mencionado seguido para derivar la ecuación (3.61) es equivalente a una formulación residual ponderada que actúa sobre la formulación fuerte de este problema.

Durante el cálculo numérico, todo el dominio de integración se discretiza primero, y luego se ensambla la matriz de rigidez con la ecuación (3.62). En este caso, se ha adoptado la cuadratura gaussiana para hacer la integración. La malla en cuadratura se puede generar con gran flexibilidad en todo el dominio. Como se muestra en la Figura 3.35, el dominio se discretiza con triángulos, y los puntos de integración de Gauss se generan a través del cómputo en cada malla triangular. Cada punto de integración tiene sus propios nodos de influencia, por ejemplo, el punto de integración x en la Figura 3.35 tiene seis nodos de influencia (nodo 1 al nodo 6).

Figura 3.34: Esquema del punto de integración y sus nodos de influencia

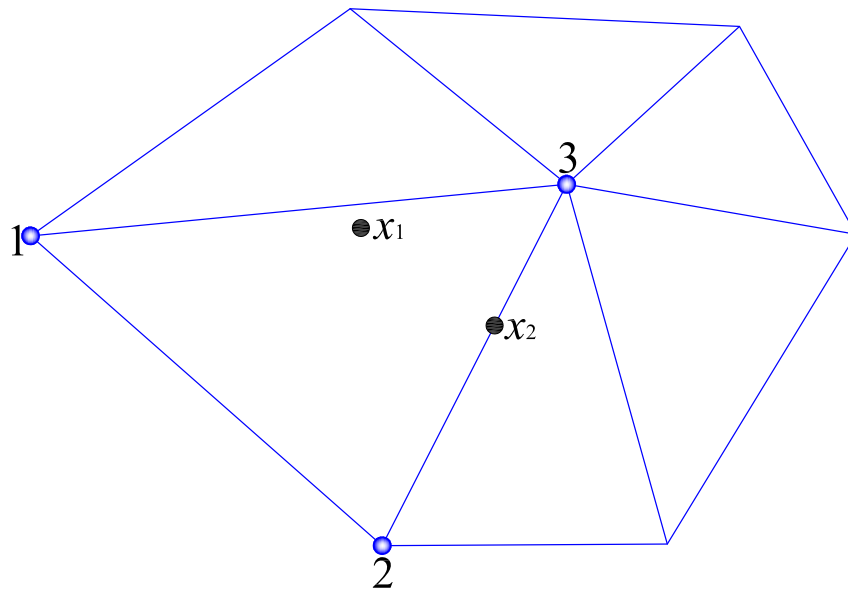


Fuente: Elaboración propia

Dado que el cálculo de las funciones de forma y sus derivadas están basados en el elemento del vecino natural, existen algunos requisitos para los puntos de integración y la malla de fondo. Los siguientes aspectos deben prestarse atención en el proceso de cálculo con el MEN:

1. *Un punto de integración que cae sobre un borde de cualquier elemento vecino natural.* Durante la iteración de la superficie libre y la redistribución de nodos, es probable que un punto de integración caiga sobre un borde del elemento vecino o el cierre extremo a un borde sea inevitable. Como se muestra en la Figura 3.35, el punto de integración x_1 está próximo al contorno 13, y x_2 cae sobre el contorno 23, lo que puede conducir a que el radio de circunferencia sea infinitamente grande y el cálculo fallaría. Con la generación de vecinos naturales y su refinamiento de estos puntos, los nodos se distribuyen en todo el dominio de la presa y dependiendo de la altura del potencial aguas arriba, las líneas de superficie libre de infiltración pueden ir variando (ver Figura

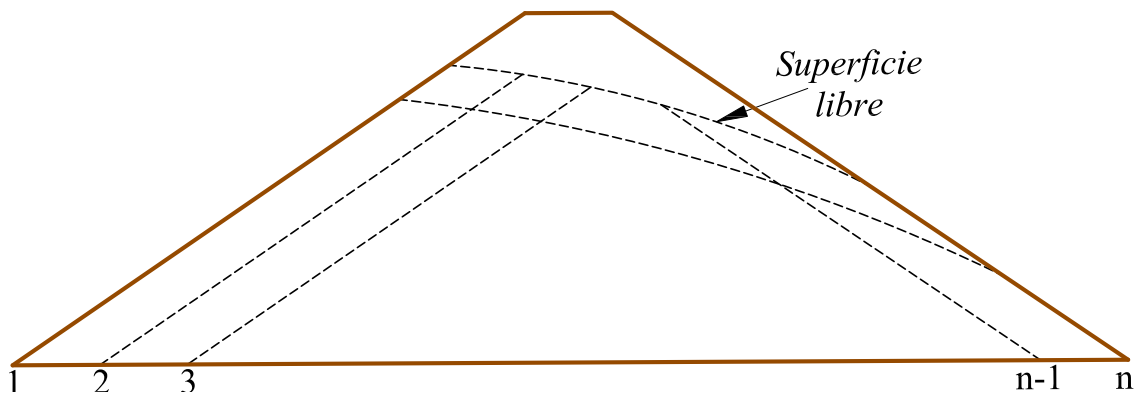
Figura 3.35: Puntos de integración con mala ubicación



Fuente: Elaboración propia

3.36). El programa NEAR puede calcular las coordenadas de cada nodo en el dominio. Para evitar la situación desfavorable que se muestra en la Figura 3.35, los puntos de cuadratura están siempre relacionados con los puntos de Gauss de los triángulos de Delaunay basados en los nodos.

Figura 3.36: Líneas rectas para la distribución de nodos



Fuente: Elaboración propia

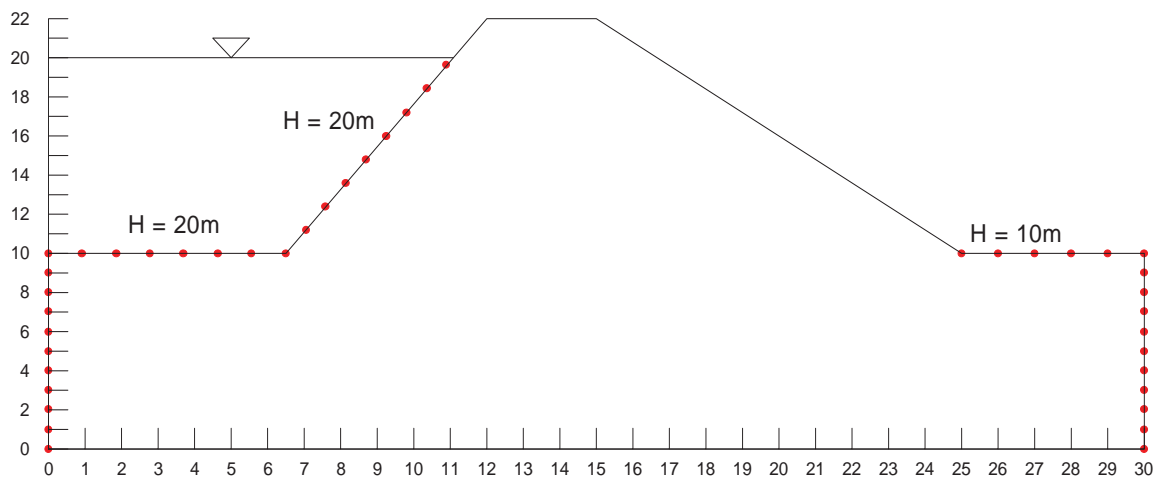
2. *Número del punto de integración de Gauss.* Dado que la función de forma en MEN es la expresión racional en lugar de polinomio, puede conducir a error de integración para la integración de Gauss. A través de la prueba de ajuste se encuentra que al menos 3 puntos de integración son necesarios en cada triángulo de Delaunay para cumplir con los requerimientos de precisión [58].

- Los lados derecho e izquierdo de la presa se asumen como un contorno impermeable (Ω_2), pero ambos lados deben estar lo suficientemente lejos de la presa.

3.1.4.1. Condiciones de borde de altura de potencial

Ahora especifiquemos la condición de contorno de la altura piezométrica para el análisis de la infiltración a través de la presa mostrada en la Figura 3.38. El nivel de agua total del embalse es de $20m$. La elevación de la base del talud de la presa es de $10m$. En el lado aguas arriba, donde el embalse está en contacto con el talud de la presa y la superficie original del suelo, la altura piezométrica total es igual al nivel de agua en el embalse, y exactamente a este nivel, la presión del agua es cero, pero la elevación es de $20m$. Entonces la altura total en este punto es de $20m$. En la parte inferior del embalse, la altura de la presión es de $10m$ de agua y la elevación es de $10m$, sin embargo se hace que la altura piezométrica total sea de $20m$. Por lo tanto, la condición de contorno aguas arriba es una altura total constante igual a $20m$. Esto muestra la conveniencia de usar la altura total como una condición de contorno. Aunque las presiones de agua son diferentes en cada nodo en la cara inclinada aguas arriba de la presa, sin embargo la altura total es constante. Si no se utiliza la altura total como condición de contorno, habría que especificar una presión diferente en cada nodo en el talud aguas arriba de la presa. Especificar esta condición como una altura total constante es más conveniente.

Figura 3.38: Condiciones de borde de la altura piezométrica a través de una presa



Fuente: Elaboración propia

Aguas abajo del pie de la presa, el nivel freático está en la superficie del suelo; Es decir, la presión del agua es cero en la superficie del suelo. La cabeza total, por lo tanto, es la elevación de la superficie del suelo, que es de $10m$ como se muestra en la Figura 3.38.

3.2. Programación en Matlab

Para el cálculo numérico de la infiltración en las presas de tierra, se ha desarrollado el programa **NEAR** en base al modelo matemático desarrollado en esta tesis. Obviamente hay muchas opciones disponibles para la automatización de los procesos repetitivos, tanto en términos de lenguaje y también de enfoque general. En esta tesis he decidido expresar el modelo matemático de elementos naturales en términos de sintaxis del lenguaje de programación MatLab. MatLab es un lenguaje de programación desarrollado por *The MathWorks*³, y es la abreviatura de *MATrix LABORatory - Laboratorio de Matrices*, es una herramienta de software matemático que ofrece un entorno de desarrollo integrado (IDE) con un lenguaje de programación propio (lenguaje M). Está disponible para las plataformas Unix, Windows, Mac OS X y GNU/Linux. MatLab presenta un lenguaje de programación de muy alto nivel basado en vectores, arrays y matrices y es un sistema interactivo para cómputo científico que posibilita la ejecución del cálculo numérico y simbólico de forma rápida y precisa, acompañado de características gráficas y de visualización avanzadas aptas para el trabajo científico y la ingeniería. Además la arquitectura de MatLab es abierta y ampliamente extensible, que permite la interrelación con *Excel*, *C*, *Fortran* y otras aplicaciones externas muy utilizadas e importantes. Entre otras cosas, el código escrito en lenguaje de MatLab puede ser traducido a *C* de forma inmediata. Dado que los comandos de MatLab son similares a la expresión de los pasos de ingeniería en matemáticas, escribir soluciones en computadora con MatLab es mucho más fácil que usar un lenguaje de alto nivel como *C* o *Fortran*. Con la intención de aprovechar todas las ventajas y bondades del Matlab se ha escrito el código de ordenador NEAR para la simulación numérica de infiltración en presas.

3.2.1. Programa NEAR

El software presentado es el resultado del trabajo de investigación realizado en esta tesis y se trata de una herramienta bidimensional de simulación numérica de infiltración en presas de tierra y en estructuras similares con opciones múltiples de modelación hidrogeológica. **NEAR**⁴ es un programa de ordenador de elementos naturales bidimensionales diseñado específicamente para la realización de análisis de infiltración en presas y de problemas hidrogeológicos en estructuras similares. Los tipos de presa modelizables corresponden a presas de material suelto, presas de concreto y estructuras similares como bocatomas, muros de contención, etc. El programa utiliza una interfaz gráfica que permite a los usuarios generar rápidamente un modelo geométrico y una nube de puntos basada en una sección transversal vertical representativa del problema que se trate. Es necesario que los usuarios estén familiarizados con el entorno Windows. Para obtener un conocimiento operativo rápido de las características principales de NEAR, se recomienda a los usuarios ejercitarse con los ejemplos que se presentan aquí.

³The MathWorks, Inc. es una corporación privada estadounidense que se especializa en el cálculo matemático de software. Sus principales productos incluyen Matlab y Simulink.

⁴NEAR es un término Inglés que traducido al español significa *cerca*, *próximo* o *vecino*, se adoptó este término debido a los vecinos naturales en la cual esta basado el Metodo de Elementos Naturales.

3.2.2. Algoritmo computacional

Tabla 3.2: Pseudocódigo para el cálculo de las funciones de forma no-sibsoniana

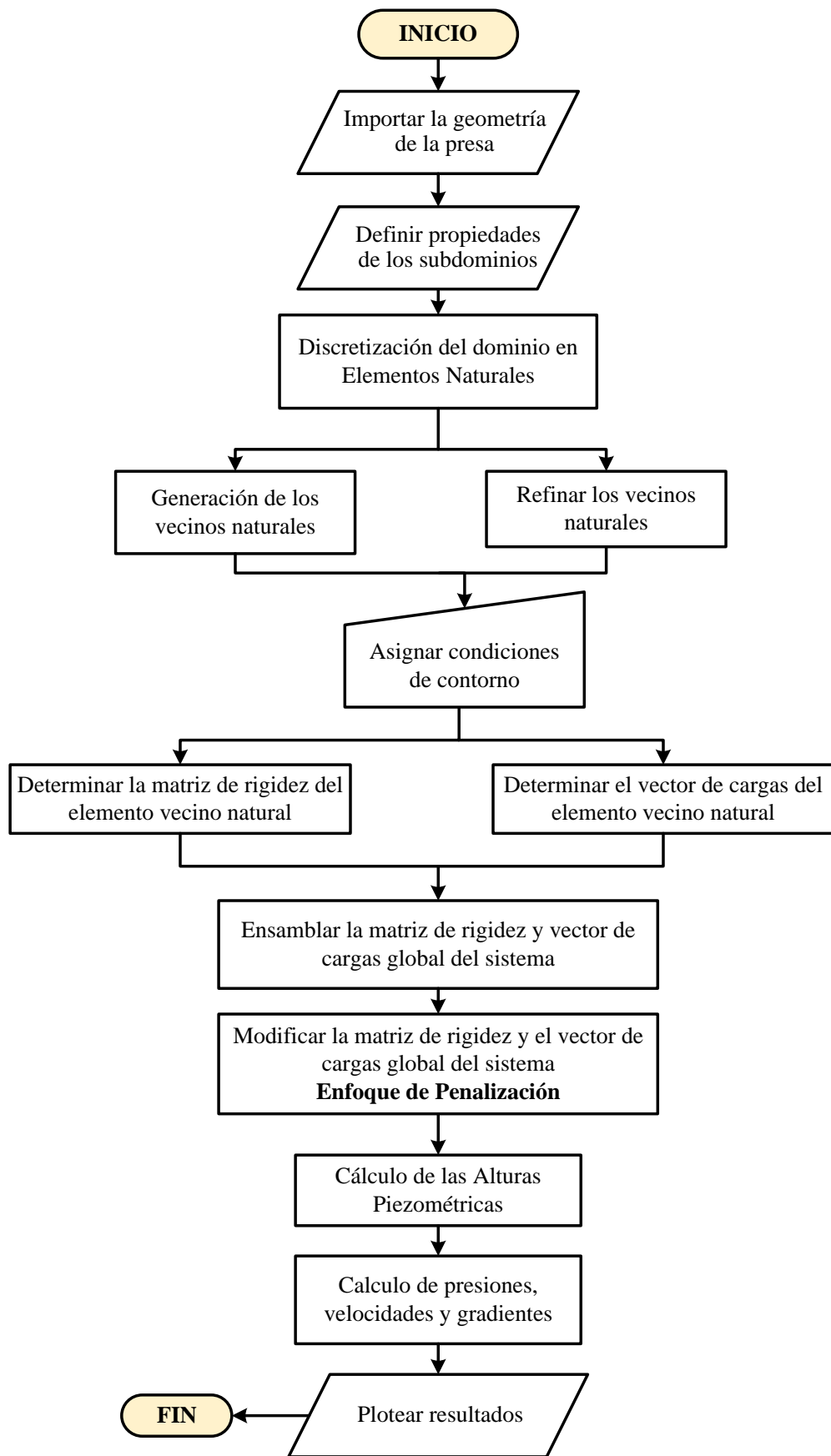
| |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>1. Calcule el conjunto de vecinos naturales N y T para el punto x:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Encontrar t que contiene x y establecer $T \leftarrow t$ - Evaluar todos los vecinos simples t_i de t. Si $\ x - v_i\ < R_i^2$, luego actualizar $T \leftarrow \{T, t_i\}$ - Establecer $N = \{n_I : n_I \in t_i, t_i \in T\}$ <p>2. Crear el conjunto de caras de contorno $F(F \leftarrow \{\})$:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Sea f_j una cara de $t_i \in T$ y \hat{t}_j sea su vecino simple. Para cada $t_i \in T$, si $(\hat{t}_j) \notin T$ o $\hat{t}_j = 0$ actualizar $F \leftarrow \{F, f_j\}$ <p>3. Considere nuevos triángulos (tetraedros):</p> <ul style="list-style-type: none"> - $s_j \in S$ formado por una cara $f_i \in F$ y el punto x - Cada s_j contiene el circuncentro c_{ji} y sus derivados $c_{ji,k}$ - Crear un mapa múltiple entre $n_I \in N \rightarrow s_j$ para todo $s_j \in S$ <p>4. Calcular para cada $n_I \in N(A = 0; A_k = 0)$:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Utilizando la mapa múltiple, se obtiene el conjunto V_I de los vértices de Voronoi v_i para el nodo n_I - Si el tamaño de $V_I \neq 2$, reordenar los vértices en sentido antihorario; in \mathbb{R}^3, el reordenamiento de los vértices se lleva a cabo en el plano que contiene todos los vertices - Calcular s_I [Longitud(área) in \mathbb{R}^2 (\mathbb{R}^3)] y sus derivadas $s_{I,k}$ - Calcular $h_I = d(x, x_I)$ y $h_{I,k}$ - Evaluar $\alpha_I = s_I/h_I$ y sus derivadas $\alpha_{I,k}$ - Actualizar $A \leftarrow A + \alpha_I$, $A_k \leftarrow +\alpha_{I,k}$ <p>5. Determinar las funciones de forma:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Calcular las funciones de forma $\phi_I(x) = \frac{\alpha_I}{\sum_J \alpha_J}$ - Calcular las derivadas de las funciones de forma $\phi_{I,k}(x)$ para todo $n_I \in N$ |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Fuente: Elaboración propia

El programa NEAR, se ha desarrollado utilizando la interpolación no sibsoniana de los vecinos naturales, es decir las funciones de forma se determina, bajo este enfoque, para tal fin, se ha adoptado el procedimiento que se describe en el pseudocódigo de la tabla 3.2. Obviamente para la codificación de los demás componentes del programa se ha seguido otros pseudocódigos.

Para la implementación computacional, es decir, la codificación propiamente dicho se ha basado en el diagrama de flujo que se muestra en la Figura 3.39.

Figura 3.39: Diagrama de flujo

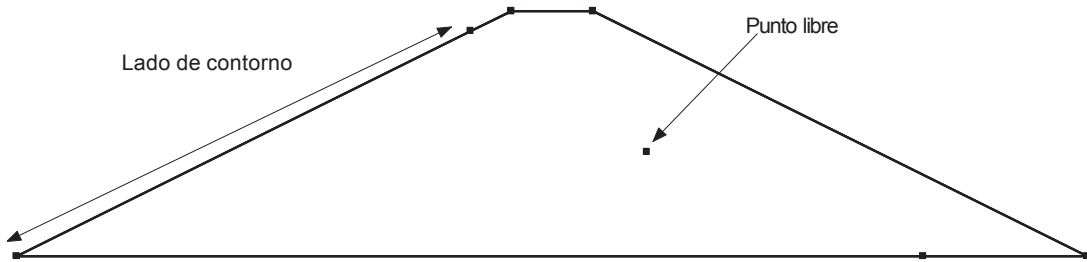


Fuente: Elaboración propia

3.2.3. Asignación de condiciones de contorno

En NEAR, todas las condiciones de contorno deben aplicarse directamente a elementos de geometría tales como caras de región, líneas de región, líneas libres o puntos libres. No hay forma de aplicar directamente una condición de contorno en un nodo. La ventaja de conectar las condiciones de contorno con la geometría es que se independizan de los nodos o vecinos naturales y estas se puede cambiar sin perder la especificación de la condición de contorno.

Figura 3.40: Condiciones de contorno conectado con la geometría



Fuente: Elaboración propia

3.2.4. Soluciones generales

Para demostrar la capacidad de simulación del programa NEAR, en esta sección se resolverá problemas generales y similares al problema de infiltración en las presas.

3.2.4.1. Infiltración en un garaje subterráneo

Este problema se encuentra formulado y resuelto en [26] y se trata de la infiltración durante la construcción de un garaje subterráneo, donde el punto A en la Figura 3.41 tiene de coordenadas $(30, 20)$.

La solución del problema de infiltración con el Método de Elementos Naturales (NEAR), sigue 3 etapas bien específicas y son:

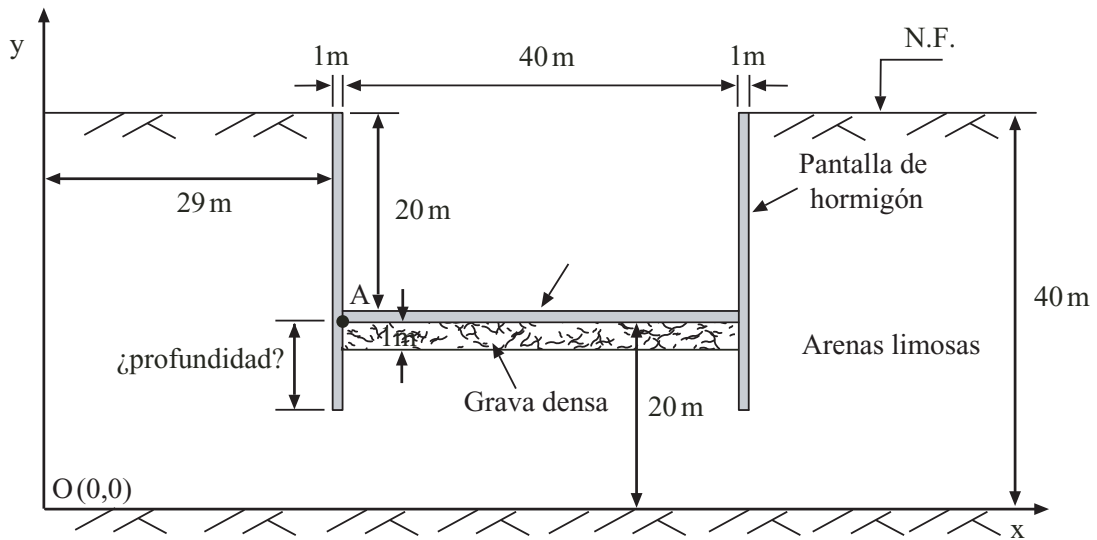
Fase Preproceso

En esta fase se ingresan todos los datos referidos al problema y las condiciones de contorno.

- Primero se ingresa las coordenadas de todos los subdominios donde se quiere determinar la infiltración. En este caso solamente se tiene un solo dominio. Estas coordenadas se presentan en la Tabla 3.3. El valor de la primera fila indica la cantidad de nodos (n) y a partir de la segunda fila hasta la fila $n + 1$, representa los valores de las coordenadas en el eje x y de la fila $n + 2$ hasta la fila $2n + 1$ representa los valores de las coordenadas en el eje y .

Una ingresado las coordenadas del dominio del problema se puede plotear gráficamente como se muestra en la Figura 3.42.

Figura 3.41: Gneiss masivo compacto e impermeable



Fuente: [26, Página 335]

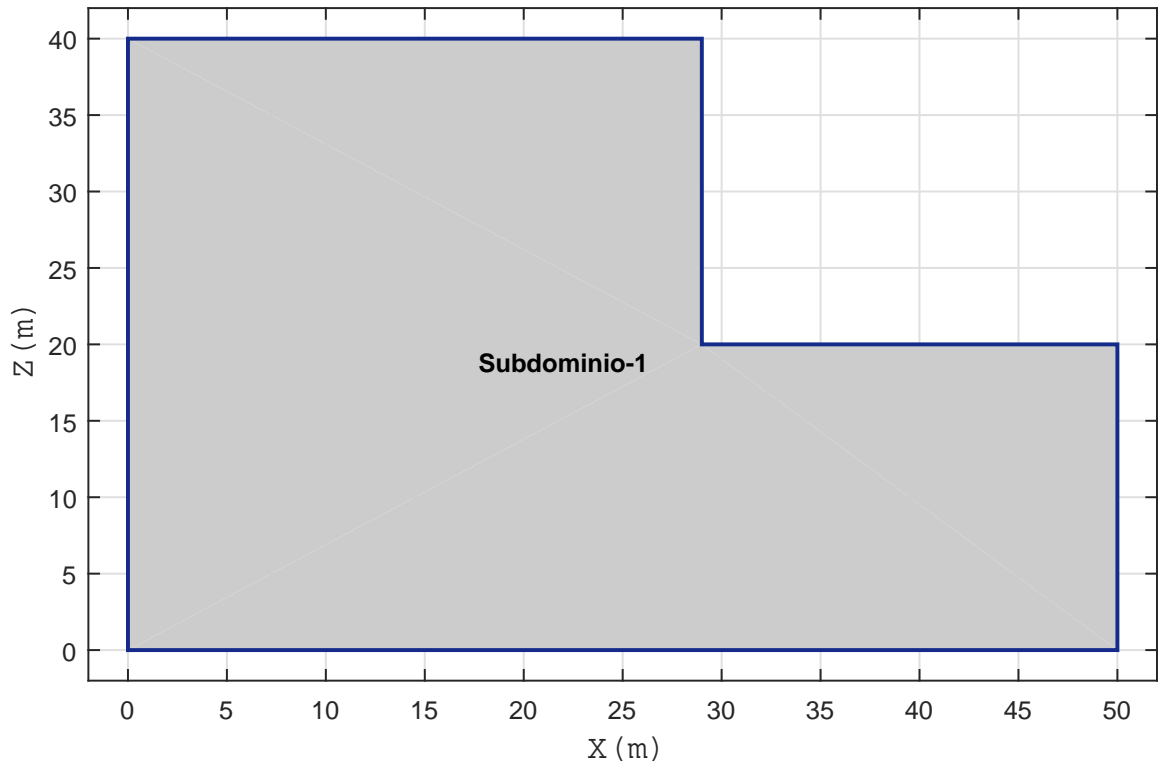
Tabla 3.3: Coordenadas de la sección simétrica del garaje

| Subdominio 1 |
|--------------|
| 6 |
| 0 |
| 50 |
| 50 |
| 29 |
| 29 |
| 0 |
| 0 |
| 0 |
| 20 |
| 20 |
| 40 |
| 40 |

Fuente: Elaboración propia

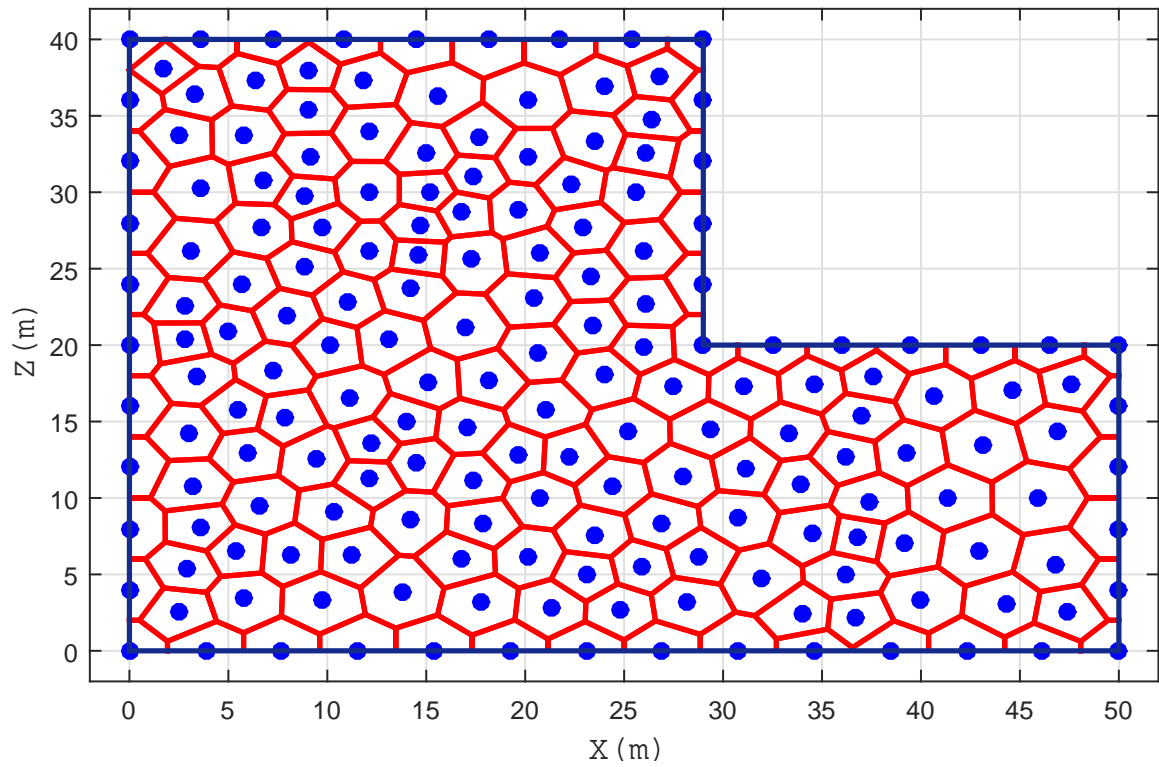
- Uno de los datos mas importantes son los coeficientes de permeabilidad, en este caso para la arena limosa y la grava se tiene 0.001cm/s y 1cm/s , respectivamente y para concreto de la losa y de la pantalla se consideran impermeables.
- Luego se discretiza el dominio del problema generando el diagrama de Voronoi a partir de la triangulación de Delaunay, para definir la interpolación por vecinos naturales. La figura 3.43 muestra los nodos de la triangulación de Delaunay y el diagrama de Voronoi.
- Finalmente es esta fase se asigna las condiciones de borde, para ello se genera los elementos de contorno como se muestra en la Figura 3.44. De acuerdo a los datos del problema y la Figura 3.44 se tiene una nivel freático constante de $h = 40\text{m}$ en el lado 5 y un nivel de afloramiento de agua justamente en la solera del garaje donde $h = 20\text{m}$ que corresponde al lado 3.

Figura 3.42: Dominio de solución del garaje



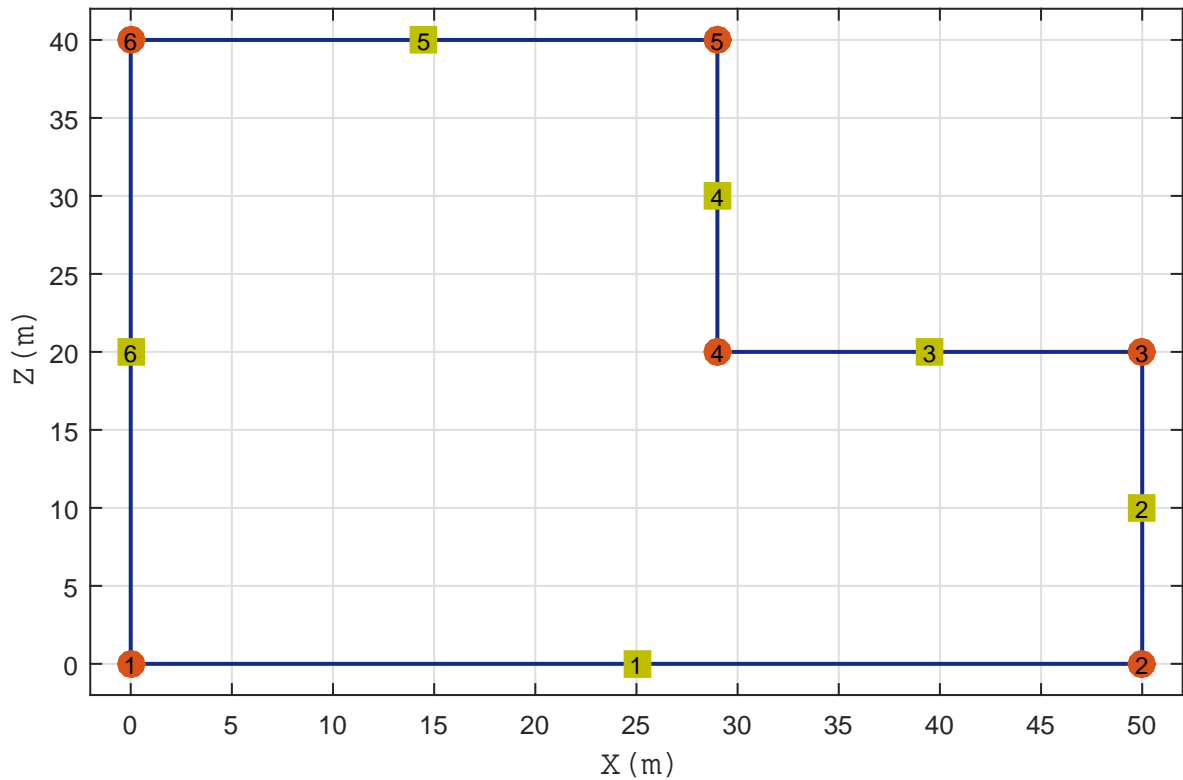
Fuente: Elaboración propia

Figura 3.43: Discretización en vecinos naturales



Fuente: Elaboración propia

Figura 3.44: Elementos de contorno



Fuente: Elaboración propia

Fase Proceso o solución

La solución que se presenta aquí corresponde a una excavación cuando no se profundiza con la pantalla de concreto por debajo de la cota de la solera del garaje, ni se coloca el relleno de grava. Además ambos lados de garaje son simétricos por lo que la solución se hará en una de las partes simétricas de la sección transversal del garaje como se muestra en la Figura 3.42.

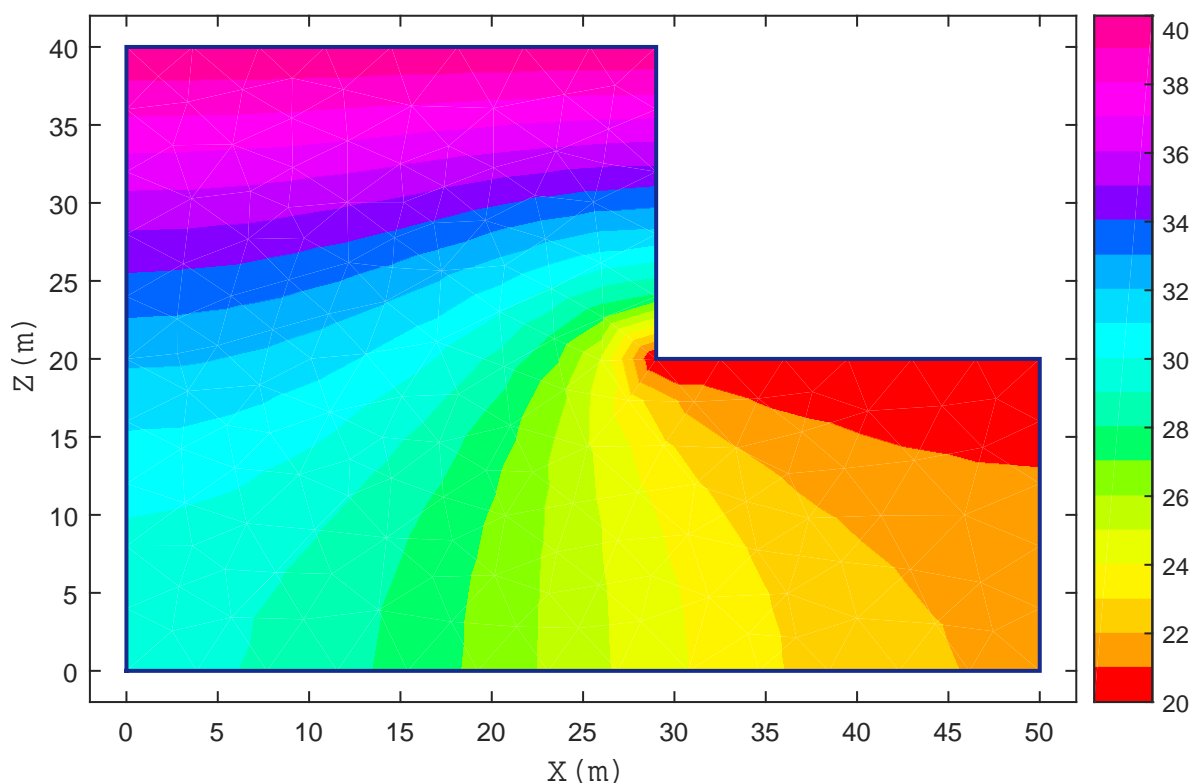
La solución general o completa del problema corresponde a:

$$\{h\} = [K]^{-1}\{Q\} \quad (3.63)$$

Donde $\{h\}$ es el vector de las alturas piezométricas en m (líneas equipotenciales), $[K]$ es la matriz de rigidez global del sistema, en este caso modificado por el enfoque de penalización y $\{Q\}$ es el vector de cargas globales del sistema correspondiente a los condiciones de borde tipo Dirichlet. La Figura 3.45 representa la solución de la ecuación (3.63) en código de colores.

La matriz $[K]$ engloba la geometría y la conductividad hidráulica del material del cuerpo de la presa. Al resolver la ecuación (3.63) se llega a la solución del flujo de agua en medios porosos en su forma estacionaria. El programa NEAR en sus primera versión solamente incluye condiciones de borde tipo Dirichlet y aborda el fenómeno de infiltración en presas y estructuras similares en régimen estacionario.

Figura 3.45: Alturas piezométricas en m (líneas equipotenciales)



Fuente: Elaboración propia

Fase Postproceso

Una vez calculado las alturas piezométricas en todos los nodos del dominio de filtración, se puede determinar el campo escalar las presiones, y el campo vectorial de velocidad de filtración y el gradiente hidráulico. Las Figuras 3.46 y 3.47, representan la altura de las presiones y las líneas de corriente del flujo de agua.

Las presiones se calculan con

$$P = \mu_w = \gamma(h - z) \quad (3.64)$$

Gradiente hidráulico

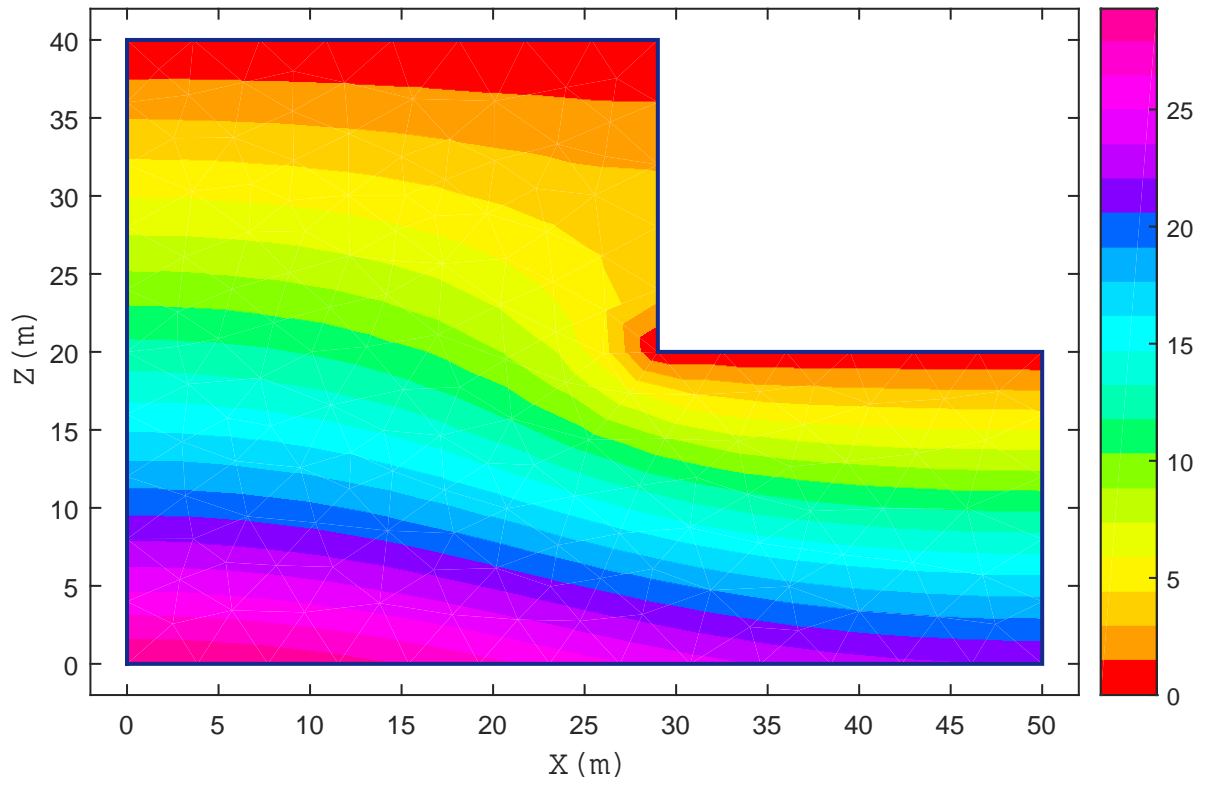
$$\{i\} = -[B]\{H\}^e \quad (3.65)$$

Velocidades de flujo

$$\{v\} = -[k][B]\{H\}^e \quad (3.66)$$

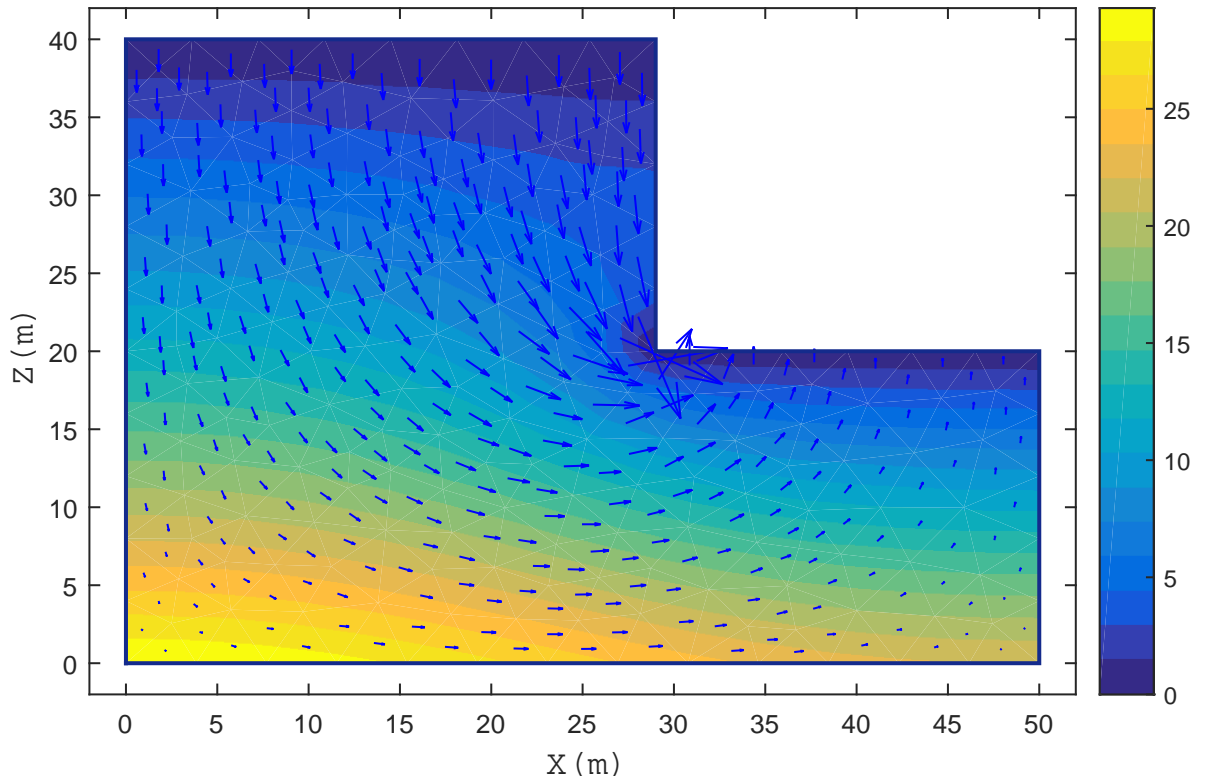
Donde $[B]$ es la matriz de las derivadas de las funciones de forma. En las Figuras 3.46 y 3.47 se puede observar la presión hidrostática y las velocidades del flujo en código de colores.

Figura 3.46: Presión hidrostática en kN/m^2



Fuente: Elaboración propia

Figura 3.47: Alturas de presiones y líneas de corriente



Fuente: Elaboración propia

3.3. Caso de estudio

La aplicación práctica hace referencia al proyecto “**Construcción de la presa hidráulica Cayramayo - Distrito de Tambillo - Provincia de Huamanga - Región Ayacucho**”. El modelo *NEAR V1.0* es aplicado en la simulación numérica de la infiltración de la **Presa Cayramayo** para diferentes niveles de agua, donde se ha determinado las alturas piezométricas, presiones, gradientes y velocidades de flujo en el cuerpo y por debajo de la fundación de la presa.

3.3.1. Información básica de la presa

El Gobierno Regional de Ayacucho mediante el Programa de Irrigación y Desarrollo Rural Integrado (PRIDER) basada en los criterios de la inclusión social y del desarrollo sostenible, apuesta por la elaboración, aprobación y ejecución del presente proyecto, de manera concertada y coordinada con la población y en cumplimiento de la normatividad ambiental peruana, dentro del Marco del Sistema Nacional de Inversión Pública y del Sistema Nacional de Impacto Ambiental, garantizando así la correcta administración de los recursos del estado en favor de los más necesitados, y la aplicación y cumplimiento de los mecanismos ambientales a fin de lograr un aprovechamiento responsable y de elevados niveles.

3.3.1.1. Ubicación Política

La comunidad de Cayramayo, está ubicado en el distrito de Tambillo la cual se ubica en la provincia de Huamanga, Región Ayacucho perteneciendo al lado oeste de la capital de la región, su ámbito territorial está comprendida las altitudes que van desde los 2150 – 3600 m.s.n.m. Las coordenadas Geográficas del distrito se encuentran entre los 1311'28" latitud Sur y 7406'30" Longitud Oeste del meridiano de Greenwich.

Tabla 3.4: Ubicación política del proyecto

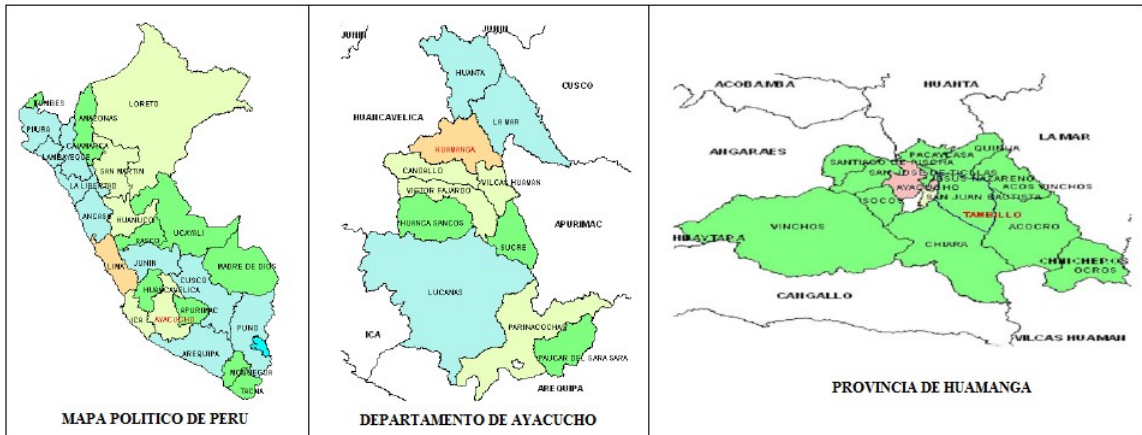
| | | |
|--------------|---|-----------|
| Departamento | : | Ayacucho |
| Provincia | : | Huamanga |
| Distrito | : | Tambillo |
| Localidad | : | Cayramayo |

Fuente: [31]

3.3.1.2. Ubicación Geográfica

La cuenca del río Cayramayo, incluye a la región de Ayacucho, forma parte del sistema hidrográfico de la vertiente del Pacífico, se encuentra ubicada entre las coordenadas UTM Datum WGS 84: *N8518973 E591446*. como se muestra en la Figura 3.49.

Figura 3.48: Ubicación política del proyecto de la Presa Cayramayo



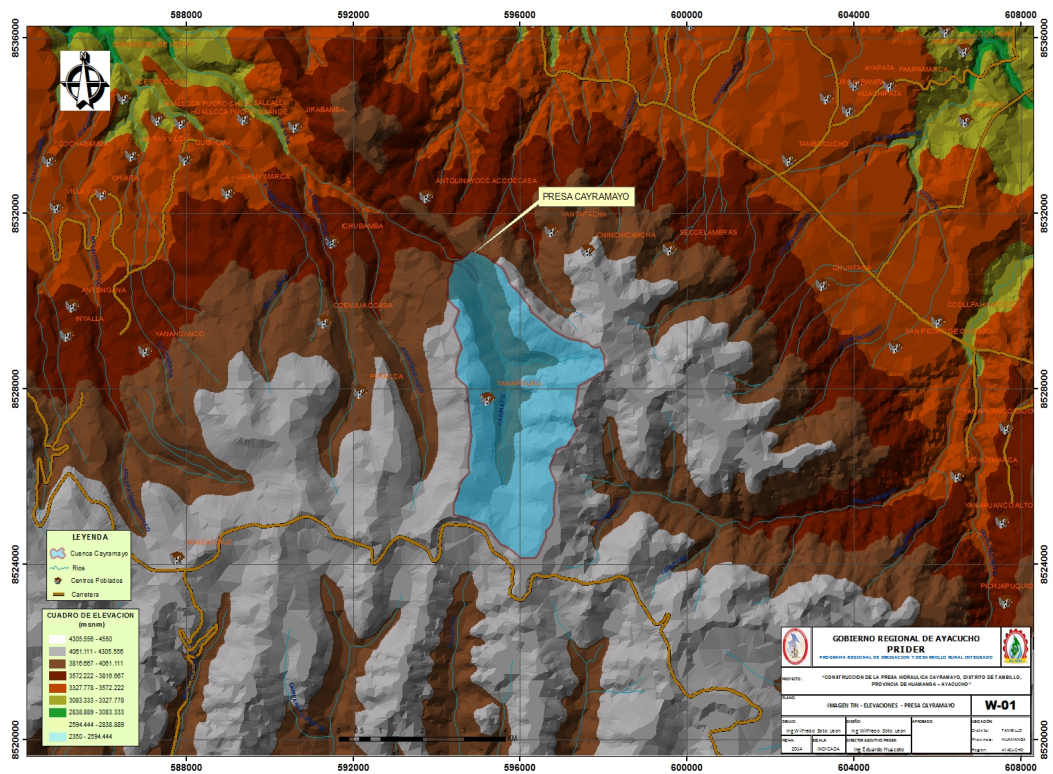
Fuente: [31]

Tabla 3.5: Ubicación geográfica del proyecto

| | |
|---------------|------------------|
| Latitud Sur | : 13°23'43.72" S |
| Latitud Norte | : 74°9'19.42" O |
| Altitud | : 3800m.s.n.m. |

Fuente: [31]

Figura 3.49: Ubicación de Presa Cayramayo, sobre el río Cayramayo



Fuente: [31]

3.3.1.3. Componentes del proyecto

- Construcción de una Presa Hidráulica de Tierra. (Obras provisionales, obras preliminares, Mejoramiento del acceso, Habilitación del acceso, desvío provisional del río, Cuerpo de la Presa).
- Construcción de captación del Sistema de Descarga (canal de Aproximación, Captación, Tubería Blindada, CRP, Transición y cámara de Inspección, aliviadero de demasías, Rápida, Enrocado).
- Construcción del Canal de Conducción (Canal de conducción tubería PVC de 400 mm, Cámara Rompe Presiones, Puente Acueducto $L = 10$ m, Rápida).
- Construcción de Obras Complementarias (Casa del operador, Cerco perimétrico, Tanque Séptico, Pozo de Percolación, Mitigación Ambiental).
- Capacitación y sensibilización: (Capacitación en el manejo Tecnológico de las Diferentes especies de Cultivo, Capacitación en comportamiento de mercado y comercialización de los Productos, Capacitación en Fortalecimiento y Liderazgo a los Agricultores, Capacitación en el Marco Legal del Recurso Hídrico, Capacitación y Manejo del sistema de Riego).

3.3.2. Estudios básicos de ingeniería

Los estudios Básicos de Ingeniería se encuentran en los diferentes informes técnicos [31], de donde se han resumido los parámetros y resultados más importantes de la topografía, hidrología, geotecnia, geología, los cuales han sido utilizados para el diseño geométrico de la presa, análisis de esfuerzos y deformaciones, análisis de estabilidad, análisis sísmico, modelamiento hidrogeológico y el diseño de las obras complementarias de la PRESA CAYRAMAYO.

3.3.2.1. Estudios Geológicos y Geotécnicos

Los estudios geológicos y geotécnicos de un sitio de presa tienen la finalidad de determinar la estructura geológica, la estratigrafía y las fallas, también para establecer las condiciones del terreno y de las aguas subterráneas adyacentes al sitio de la presa, incluyendo los cimientos. Los objetivos de estas y otras investigaciones similares son:

- Determinar los parámetros de ingeniería que puedan utilizarse de manera segura para evaluar la estabilidad de la cimentación de la presa.
- Determinar los patrones de infiltración y los parámetros necesarios para valorar el régimen probable de infiltración, incluyendo cantidades y presiones.
- Confirmar la naturaleza, conveniencia y disponibilidad de los materiales de construcción naturales.

En el Cuadro 3.6 se presenta los tipos de investigaciones in situ que se realizan para un proyecto de presa.

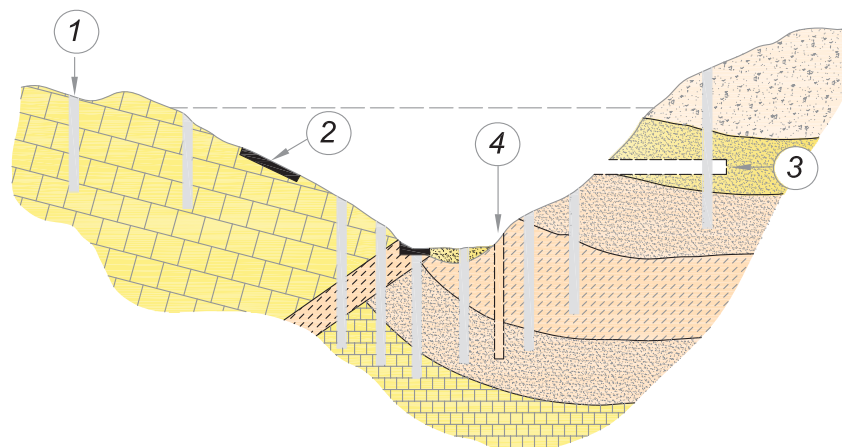
Tabla 3.6: Investigaciones geológico y geotécnico para presas

| Tipo de estudio | Tipo de investigación. | Presas de concreto |
|---------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| <i>Geología y Geomorfología</i> | Geomorfología Regional | S |
| | Geología Local | S |
| | Refracción sísmica | S |
| | Evaluación Geomecánica | S |
| <i>Análisis Peligro Sísmico</i> | Características Geomorfológicas de la Region | S |
| | Neotectónica de las Principales Fuentes Sismogénicas de la Region en Estudio | S |
| | - <i>Emplazamiento Tectónico Regional</i> | S |
| | - <i>Sismotectónica Regional.</i> | S |
| | Sismicidad del área de Influencia | S |
| <i>Evaluación Geotécnica</i> | Análisis del Peligro sísmico | S |
| | Investigación de Campo | S |
| | - <i>Excavación de calicatas</i> | S |
| | - <i>Perforación de Diamantinas</i> | R |
| | - <i>Ensayos de Refracción Sísmica</i> | S |
| | - <i>Galerías de reconocimiento</i> | O |
| | Ensayos de Laboratorio | R |
| | - <i>Ensayos in situ a gran escala de deformabilidad y resistencia</i> | S |
| | - <i>Ensayos de permeabilidad.</i> | S |
| Perfiles Estratigráficos | S | |
| Estudios de cantera | S | |

(S: necesario, R: recomendable, O: opcional.)

Fuente: [22]

Figura 3.50: Investigaciones geológicas y geotécnicas en presas



- 1.- Sondeos de reconocimiento (muestras, diagrfias y ensayos in situ).
- 2.- Rozas y calicatas.
- 3.- Eventuales galerías de reconocimiento. Ensayos en galerías.
- 4.- Eventuales pruebas de inyección.

Fuente: [22]

Geología del vaso y eje de la presa Cayramayo

En la zona del vaso, los taludes naturales que serán afectados por la subida del agua en el embalse son en general aceptables, sin peligro de deslizamientos considerables que pudiera afectar la estabilidad global. Considerando que los períodos lluviosos ocurridos en la zona, parecen no haber afectado la estabilidad de las vertientes, se puede considerar que la estabilidad de los flancos, en caso de funcionar el embalse es aceptable, solamente se prevén pequeños movimientos de la cubierta del terreno, que en el presente caso no alcanzarán grandes potencias ni riesgos de consideración.

Figura 3.51: Zona del vaso, se observa al fondo los depósitos aluviales y luego suelos residuales a macizos rocosos blandos



Fuente: [31]

En cuanto a la estanquidad del vaso, este no presenta problemas importantes, por el contrario algunos depósitos, dentro de la zona del vaso, actuarán como acuíferos, recargándose en la subida de los niveles de agua y descargándose cuando los niveles de agua bajen.

De la estanquidad de la cerrada, las observaciones de campo y considerando todos los riesgos a producirse en el vaso como el problema de falla regional y otros de carácter geotécnico se ha definido el eje de la Presa Cayramayo [31].

Coefficientes de permeabilidad

El coeficiente de permeabilidad es una característica intrínseca de los suelos y está directamente ligado a la Ley de Darcy que se refiere al flujo de fluidos a través de un medio poroso. El coeficiente de permeabilidad, generalmente representado por la letra k , es extremadamente variable, según el tipo de suelo. El coeficiente de permeabilidad es función, entre otras cosas de la viscosidad del agua, que es función

Tabla 3.7: Ensayos de permeabilidad y/o SPT en la zona de emplazamiento de la presa Cayramayo

| Taladro | Ubicación | Profundidad alcanzada metros | Perforación en suelo | Perforación en roca | Ensayos de Permeabilidad y/o SPT. |
|------------|---------------------------------|------------------------------|----------------------|---------------------|-----------------------------------|
| SGPC N° 02 | Eje de Presa – centro. | 28 | 4.25 | 23.75 | 03 Lefranc 02 Lugeon |
| SGPC N° 01 | Eje de Presa. Flanco izquierdo. | 12.2 | 4.7 | 7.3 | 02 Lefranc 01 Lugeon |
| SGPC N° 03 | Eje de Presa flanco derecho. | 16.4 | 4.8 | 11.6 | 01 SPT 02 Lefranc 02 Lugeon |

Fuente: [31]

a su vez de la temperatura (normalmente se establece la permeabilidad para $20^{\circ}C$; del tamaño y continuidad de los poros y de la presencia de grietas y discontinuidades. Para el proyecto de la presa Cayramayo, estos parámetros de han obtenido a través de los ensayos de permeabilidad de Lugeon y Lefranc como se muestra en Tabla 3.8.

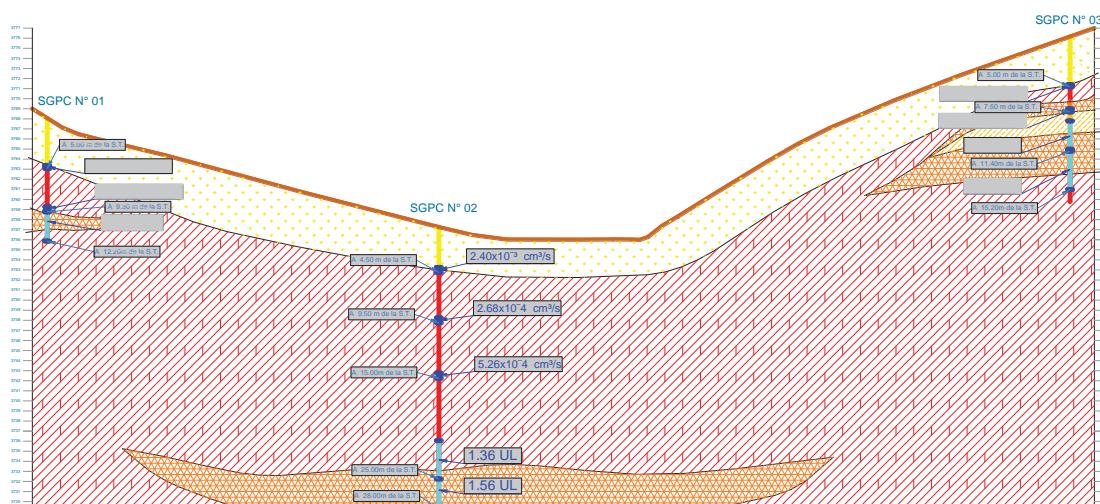
Tabla 3.8: Cuadro de ensayos de permeabilidad de Lugeon y Lefranc en Embalse Cayramayo

| N° de Taladro | Profundidad del Ensayo (m) | Lugeon. | Profundidad del Ensayo (m) | Lefranc |
|---------------|--------------------------------|------------------|----------------------------|-----------------------|
| SGPC N° 01 | 9.20 – 12.20 | 15.4 UL | 4.70 – 5.00 | 5.27×10^{-3} |
| | | | 8.80 – 9.30 | 2.41×10^{-3} |
| SGPC N° 02 | 21.20 – 25.00 25.00 – 28.00 | 1.4 UL 1.6 UL | 4.00 – 4.50 | 2.40×10^{-3} |
| | | | 9.00 – 9.50 | 2.68×10^{-4} |
| | | | 14.50 – 15.00 | 5.26×10^{-4} |
| SGPC N° 03 | 8.40 – 11.40 11.20 – 15.20 | 9.9 UL 3.2 UL | 4.80 - 500 | 9.09×10^{-5} |
| | | | 7.20 – 7.50 | 1.08×10^{-3} |

Fuente: [31]

De acuerdo a la Tabla 3.8 y la Figura 3.52, se tiene un primer estrato de materiales de cobertura, los cuales deben ser retirados de la zona. Luego subyace suelos residuales entre finos y granulares de capacidades de carga menores a las de servicio y que presentan una permeabilidad promedio de $1.1 \times 10^{-3} \text{ cm/s}$ hasta profundidades que van desde 9.5 m en el flanco izquierdo, 4.5 m en el fondo del valle y de 7.5 m en el flanco derecho. Luego se tiene estratos con una permeabilidad promedio de $2.1 \times 10^{-4} \text{ cm/seg}$ hasta profundidades que van desde 12.5 m en el flanco izquierdo, 15 m en el fondo del valle y de 12 m en el flanco derecho. Luego subyacen macizos rocosos muy fracturados de matriz de rocas graníticas resistentes considerados según el *RQD* como rocas de calidad Malas a Muy Malas ($< 50\%$), según el índice de calidad del macizo Rcoso *RMR* le corresponde una clase *IV* a *V* (Calidad Mala a Muy Mala). Este estrato será el recomendable de cimentación, puesto que mejores estratos se encuentran a mayor profundidad [31].

Figura 3.52: perfil de permeabilidad en el eje de la cerrada



Fuente: [31]

3.3.3. Geometría de la presa Cayramayo

3.3.3.1. Selección del tipo de presa

La presa Cayramayo, es una presa de almacenamiento con fines de abastecimiento para riego agrícola; Según el proyecto hidráulico será una *presa no vertedora*, por lo que se puede elegir material de la estructura del cuerpo un material suelto; y por ultimo evaluando el vaso, la cerrada del vaso y la formación geológica de la zona de la obra será una *presa de material flexible o suelto* **Presa de Tierra**.

Curva Altitud-Área-Volumen

La ubicación del emplazamiento de la *Presa Cayramayo*, así como el cálculo de las características principales del embalse tales como cota del espejo, área del embalse, longitud de la presa, profundidad del embalse y volumen del vaso, dependen directamente de la topografía del eje de emplazamiento y del vaso de almacenamiento. Para la Presa Cayramayo se encuentra favorable la topografía para la instalación de la presa y los demás estructuras hidráulicas del proyecto.

Tabla 3.9: Area, Volumen del embalse de Cayramayo

| Altitud (msnm) | Área (m ²) | Área (Has) | Volumen (m ³) | | Volumen (MMC) |
|----------------|------------------------|------------|---------------------------|-----------|---------------|
| | | | Parcial | Acum | Acum |
| 3756.00 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 3757.00 | 451.880 | 0.045 | 225.940 | 225.940 | 0.000 |
| 3758.00 | 913.180 | 0.091 | 682.530 | 908.470 | 0.001 |
| 3759.00 | 1666.070 | 0.167 | 1289.625 | 2198.095 | 0.002 |
| 3760.00 | 3177.560 | 0.318 | 2421.815 | 4619.910 | 0.005 |
| 3761.00 | 5005.160 | 0.501 | 4091.360 | 8711.270 | 0.009 |
| 3762.00 | 6724.740 | 0.672 | 5864.950 | 14576.220 | 0.015 |

(sigue en la página siguiente)

Tabla 3.9: Area, Volumen del embalse de Cayramayo

| Altitud (msnm) | Área (m2) | Área (Has) | Volumen (m3) | | Volumen (MMC) Acum |
|-------------------|--------------|---------------|--------------|-------------|-----------------------|
| | | | Parcial | Acum | |
| 3763.00 | 9115.060 | 0.912 | 7919.900 | 22496.120 | 0.022 |
| 3764.00 | 11262.490 | 1.126 | 10188.775 | 32684.895 | 0.033 |
| 3765.00 | 13604.760 | 1.360 | 12433.625 | 45118.520 | 0.045 |
| 3766.00 | 15723.120 | 1.572 | 14663.940 | 59782.460 | 0.060 |
| 3767.00 | 18403.830 | 1.840 | 17063.475 | 76845.935 | 0.077 |
| 3768.00 | 21446.600 | 2.145 | 19925.215 | 96771.150 | 0.097 |
| 3769.00 | 24294.560 | 2.429 | 22870.580 | 119641.730 | 0.120 |
| 3770.00 | 26677.120 | 2.668 | 25485.840 | 145127.570 | 0.145 |
| 3771.00 | 29942.340 | 2.994 | 28309.730 | 173437.300 | 0.173 |
| 3772.00 | 32930.220 | 3.293 | 31436.280 | 204873.580 | 0.205 |
| 3773.00 | 35291.240 | 3.529 | 34110.730 | 238984.310 | 0.239 |
| 3774.00 | 38231.660 | 3.823 | 36761.450 | 275745.760 | 0.276 |
| 3775.00 | 41212.510 | 4.121 | 39722.085 | 315467.845 | 0.315 |
| 3776.00 | 44043.800 | 4.404 | 42628.155 | 358096.000 | 0.358 |
| 3777.00 | 47327.920 | 4.733 | 45685.860 | 403781.860 | 0.404 |
| 3778.00 | 50862.710 | 5.086 | 49095.315 | 452877.175 | 0.453 |
| 3779.00 | 54160.510 | 5.416 | 52511.610 | 505388.785 | 0.505 |
| 3780.00 | 58083.630 | 5.808 | 56122.070 | 561510.855 | 0.562 |
| 3781.00 | 62323.090 | 6.232 | 60203.360 | 621714.215 | 0.622 |
| 3782.00 | 66355.650 | 6.636 | 64339.370 | 686053.585 | 0.686 |
| 3783.00 | 70094.380 | 7.009 | 68225.015 | 754278.600 | 0.754 |
| 3784.00 | 74266.700 | 7.427 | 72180.540 | 826459.140 | 0.826 |
| 3785.00 | 78226.000 | 7.823 | 76246.350 | 902705.490 | 0.903 |
| 3786.00 | 82228.860 | 8.223 | 80227.430 | 982932.920 | 0.983 |
| 3787.00 | 86560.900 | 8.656 | 84394.880 | 1067327.800 | 1.067 |
| 3788.00 | 91028.190 | 9.103 | 88794.545 | 1156122.345 | 1.156 |
| 3789.00 | 95339.460 | 9.534 | 93183.825 | 1249306.170 | 1.249 |
| 3790.00 | 99599.980 | 9.960 | 97469.720 | 1346775.890 | 1.347 |
| 3791.00 | 103872.770 | 10.387 | 101736.375 | 1448512.265 | 1.449 |
| 3792.00 | 108489.090 | 10.849 | 106180.930 | 1554693.195 | 1.555 |
| 3793.00 | 113536.060 | 11.354 | 111012.575 | 1665705.770 | 1.666 |
| 3794.00 | 118676.600 | 11.868 | 116106.330 | 1781812.100 | 1.782 |
| 3795.00 | 123646.750 | 12.365 | 121161.675 | 1902973.775 | 1.903 |
| 3796.00 | 128478.650 | 12.848 | 126062.700 | 2029036.475 | 2.029 |
| 3797.00 | 133301.570 | 13.330 | 130890.110 | 2159926.585 | 2.160 |
| 3798.00 | 138268.870 | 13.827 | 135785.220 | 2295711.805 | 2.296 |
| 3799.00 | 143467.000 | 14.347 | 140867.935 | 2436579.740 | 2.437 |
| 3800.00 | 148757.820 | 14.876 | 146112.410 | 2582692.150 | 2.583 |
| 3801.00 | 153871.342 | 15.387 | 151314.581 | 2734006.731 | 2.734 |
| 3802.00 | 159177.825 | 15.918 | 156524.584 | 2890531.315 | 2.891 |
| 3803.00 | 164543.368 | 16.454 | 161860.597 | 3052391.911 | 3.052 |
| 3804.00 | 169966.596 | 16.997 | 167254.982 | 3219646.893 | 3.220 |
| 3805.00 | 175446.135 | 17.545 | 172706.366 | 3392353.259 | 3.392 |
| 3806.00 | 180980.610 | 18.098 | 178213.373 | 3570566.632 | 3.571 |

(sigue en la página siguiente)

Tabla 3.9: Area, Volumen del embalse de Cayramayo

| Altitud (msnm) | Área (m ²) | Área (Has) | Volumen (m ³) | | Volumen (MMC) |
|----------------|------------------------|------------|---------------------------|-------------|---------------|
| | | | Parcial | Acum | Acum |
| 3807.00 | 186568.646 | 18.657 | 183774.628 | 3754341.261 | 3.754 |
| 3808.00 | 192208.868 | 19.221 | 189388.757 | 3943730.018 | 3.944 |
| 3809.00 | 197899.902 | 19.790 | 195054.385 | 4138784.403 | 4.139 |
| 3810.00 | 203640.373 | 20.364 | 200770.137 | 4339554.541 | 4.340 |

(Fin de la tabla)

Fuente: [31]

Según [31], las características geométricas de la Presa Cayramayo se presentan en la Tabla 3.10.

Tabla 3.10: Características geométricas de la Presa Cayramayo

| | |
|-------------------------------|---------------------------|
| Volumen útil | 2.29 MMC |
| Cota de la base de la presa | 3756.00 m.s.n.m. |
| Longitud de corona | 260.87 m |
| Ancho de corona | 10.00 m |
| Cota de cimentación | 3736.00 m.s.n.m. |
| Cota NAMIN | 3766.1905 m.s.n.m. |
| Cota NAMINO | 3767.1905 m.s.n.m. |
| Cota NAMO | 3798.5349 m.s.n.m. |
| Cota NAME | 3799.8970 m.s.n.m. |
| Cota corona | 3802.00 m.s.n.m. |
| Altura de la Presa | 46.00 m |
| Talud de la presa (simétrico) | 1V:2.0H |
| Factor de seguridad | 1.65 |

Fuente: [31]

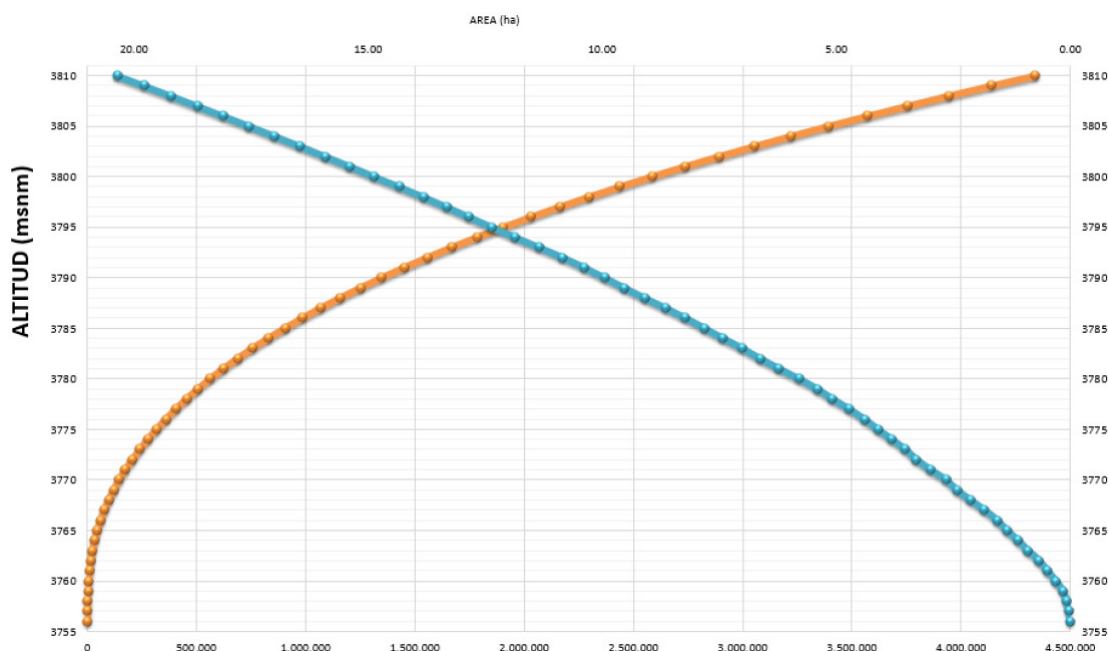
Tipología de la presa Cayramayo

Bajo el análisis de los factores de comparación para el proyecto de la presa Cayramayo, se plantea que el cuerpo de la presa sea una **presa de tierra heterogénea, con pantalla de enrocado y núcleo central**, es decir zonificado como se puede observar en la Figura 3.54.

3.3.3.2. Ancho de coronación

En el Perú no se tiene alguna metodología o reglamento para adoptar el ancho de coronación de una presa de tierra; sin embargo existen códigos o reglamentos de otros países los cuales se han adoptado en el estudio de la *Presa Cayramayo* que tiene una altura de $H = 46m$ para lo cual, según [31] se tiene:

Figura 3.53: Curva Altitud-Área-Volumen, Presa Cayramayo



Fuente: [31]

Tabla 3.11: Ancho de coronación de la presas Cayramayo

| Metodología | Ancho de coronación (m) |
|----------------------------------------|-------------------------|
| Código Japonés | 12.61 |
| Norma Italiana | 7.67 |
| Norma Española | 11.57 |
| Según el U.S.B.R | 12.20 |
| Criterio de T. Knappen | 11.19 |
| Criterio de E.T. Preece | 8.46 |
| Criterio del código de Arizona de 1960 | 12.93 |

Fuente: [31]

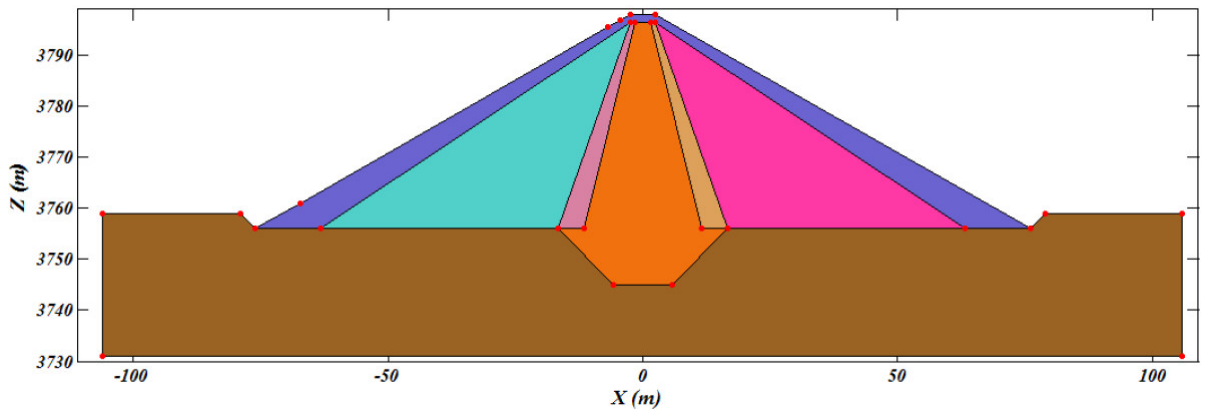
De los resultados anteriores se observa un valor máximo de $12.93m$ y un mínimo de $7.67m$ y un valor promedio de $10.95m$, por lo tanto, [31], para el presente proyecto de la presa Cayramayo se ha adoptado un ancho de coronamiento de $10.00m$

3.3.3.3. Taludes de la presa Cayramayo

Para la presa Cayramayo se ha asumido un talud de $2.0H/1V$, simétricos a ambos paramentos de la presa. Según [31], se ha adoptado este talud de acuerdo a la experiencia y con la ayuda de los softwares se comprobó su estabilidad de estabilidad. Para la evaluación del comportamiento de la presa con este predimensionamiento se realizará los cálculos de esfuerzo-deformación generado, la estabilidad frente a los deslizamientos, el fenómeno de infiltración, etc.

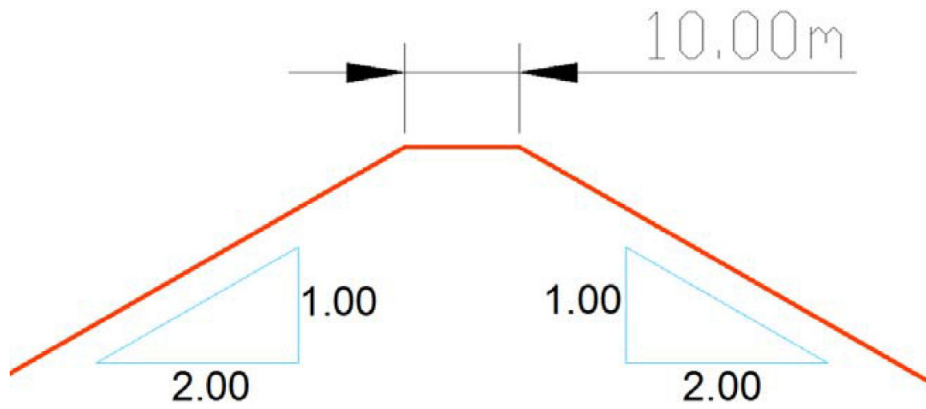
3.3.3.4. Sección de la presa

Figura 3.54: Sección de la Presa Cayramayo adoptado



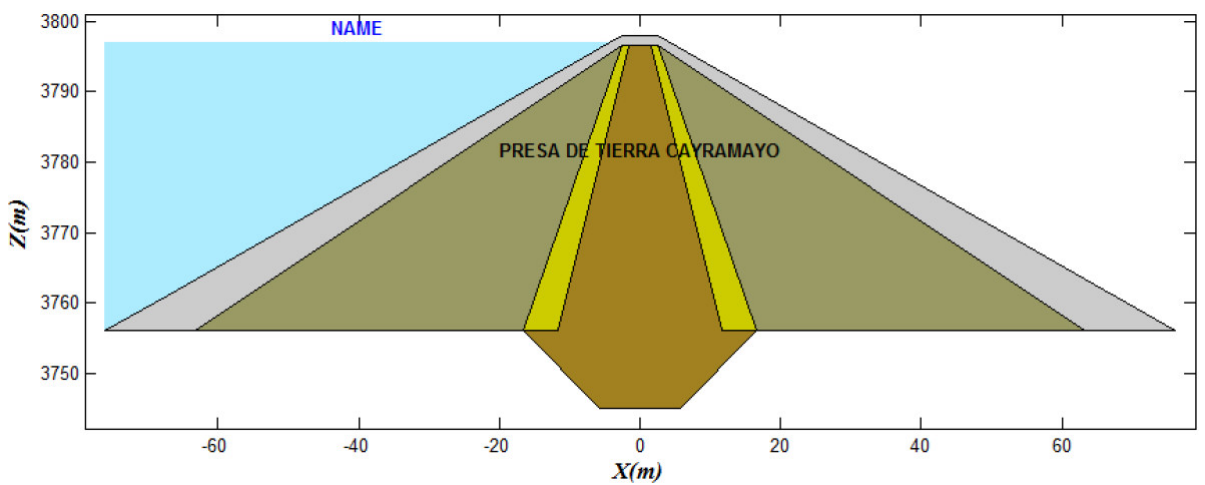
Fuente: [31]

Figura 3.55: Taludes aguas arriba y abajo adoptados



Fuente: [31]

Figura 3.56: Sección de la presa Cayramayo sin fundación



Fuente: [31]

Capítulo IV: Resultados y discusión

Todos los datos referido a la presa Cayramayo se han obtenido de [31], las cuales se han ordenado, clasificado y configurado para la simulación numérica de la infiltración. Los resultados obtenidos en el presente trabajo de investigación son estrictamente inherentes al código de ordenador NEAR, desarrollado con fines de esta tesis.

4.1. Resultados de la investigación

Tabla 4.12: Coordenadas de los subdominios de la presa Cayramayo

| SD1 | SD2 | SD3 | SD4 | SD5 | SD6 | SD7 |
|----------|---------|---------|---------|--------|--------|---------|
| 13 | 3 | 4 | 8 | 4 | 3 | 14 |
| -76 | -63.25 | -16.675 | -16.675 | 11.625 | 16.675 | -106 |
| -63.25 | -16.675 | -11.625 | -5.675 | 16.675 | 63.25 | 105.75 |
| -2.5 | -2.5 | -1.5 | 5.675 | 2.5 | 2.5 | 105.75 |
| -1.5 | 3756 | -2.5 | 16.675 | 1.5 | 3756 | 79 |
| 1.5 | 3756 | 3756 | 11.625 | 3756 | 3756 | 76 |
| 2.5 | 3796.5 | 3756 | 1.5 | 3756 | 3796.5 | 63.25 |
| 63.25 | 0 | 3796.5 | -1.5 | 3796.5 | 0 | 16.675 |
| 76 | 0 | 3796.5 | -11.625 | 3796.5 | 0 | 5.675 |
| 2.5 | 0 | 0 | 3756 | 0 | 0 | -5.675 |
| -2.5 | 0 | 0 | 3745 | 0 | 0 | -16.675 |
| -4.385 | 0 | 0 | 3745 | 0 | 0 | -63.25 |
| -6.768 | 0 | 0 | 3756 | 0 | 0 | -76 |
| -67.25 | 0 | 0 | 3756 | 0 | 0 | -79 |
| 3756 | 0 | 0 | 3796.5 | 0 | 0 | -106 |
| 3756 | 0 | 0 | 3796.5 | 0 | 0 | 3731 |
| 3796.5 | 0 | 0 | 3756 | 0 | 0 | 3731 |
| 3796.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3759 |
| 3796.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3759 |
| 3796.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3756 |
| 3756 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3756 |
| 3756 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3756 |
| 3798 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3745 |
| 3798 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3745 |
| 3796.923 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3756 |

(sigue en la página siguiente)

Tabla 4.12: Coordenadas de los subdominios de la presa Cayramayo

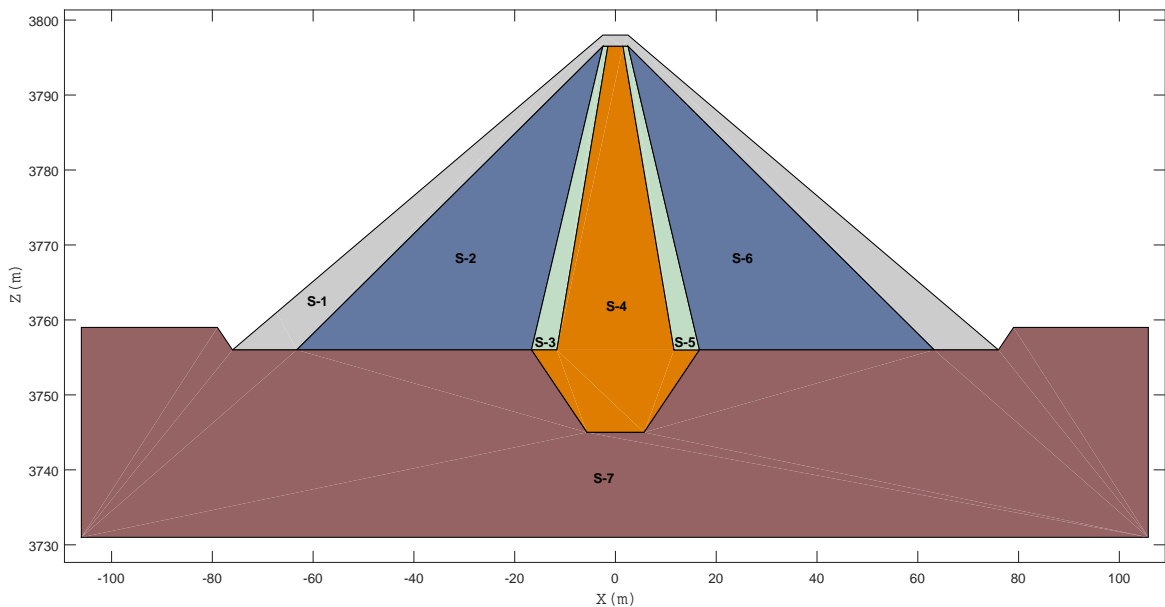
| SD1 | SD2 | SD3 | SD4 | SD5 | SD6 | SD7 |
|----------|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| 3795.561 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3756 |
| 3761 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3756 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3759 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3759 |

(Fin de la tabla)

Fuente: Adaptación de [31]

Para la presa Cayramayo que es una presa heterogénea con núcleo central, los subdominios $S - 2$ y $S - 6$, están compuestos del mismo material, con los subdominios $S - 3$ y $S - 5$ también ocurre lo mismo. El programa NEAR, una vez ingresado las coordenadas de los subdominios en la forma como se indica en el cuadro ??, puede representar gráficamente la presa en su conjunto como se muestra en la Figura 4.57.

Figura 4.57: Subdominios de la presa Cayramayo

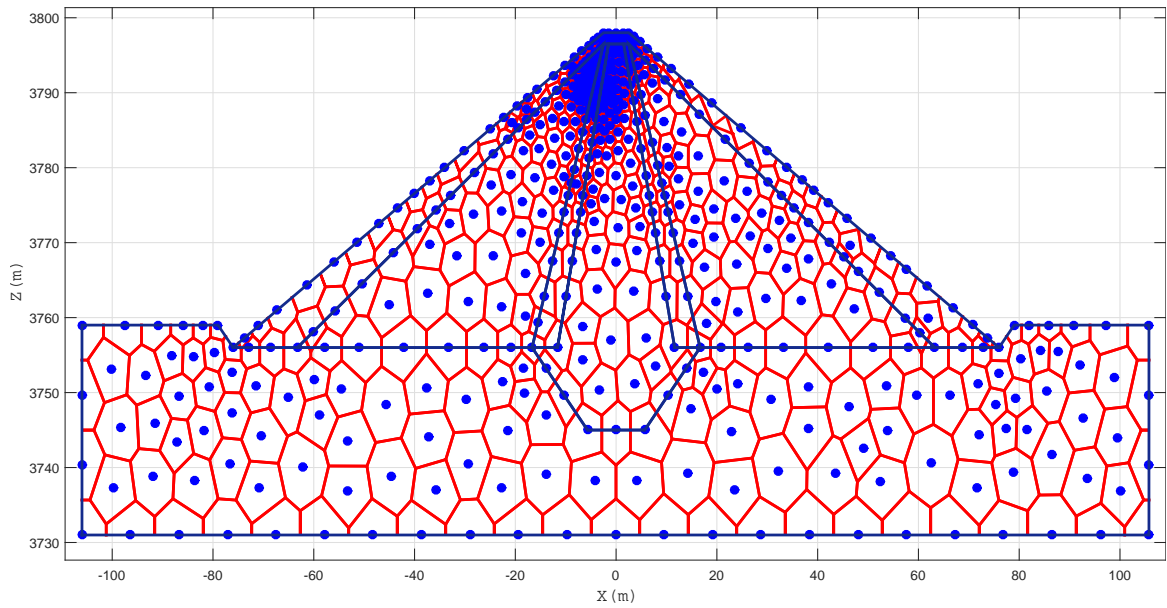


Fuente: Elaboración propia

Principalmente los resultados que se obtienen con el programa NEAR son las alturas piezométricas, alturas de presión, líneas equipotenciales, velocidad del flujo (líneas de corriente) y gradientes. A continuación se muestran estos resultados.

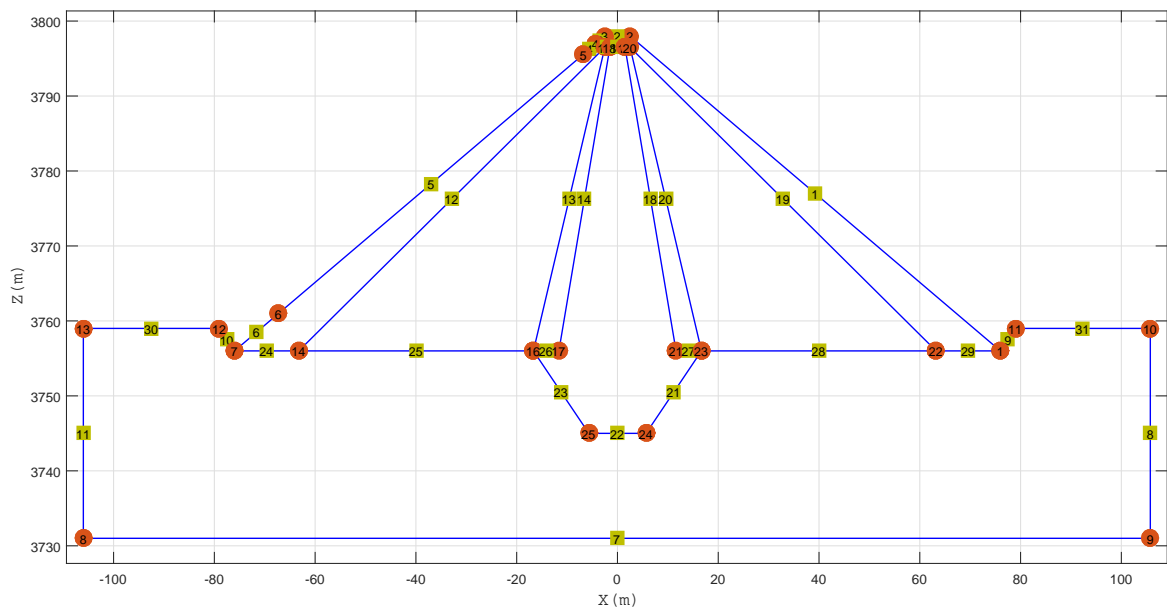
Refinando los vecinos naturales podemos obtener soluciones "mas precisas" como se puede ver en los siguientes resultados

Figura 4.58: Discretización de la presa Cayramayo en 535 *vecinos naturales*



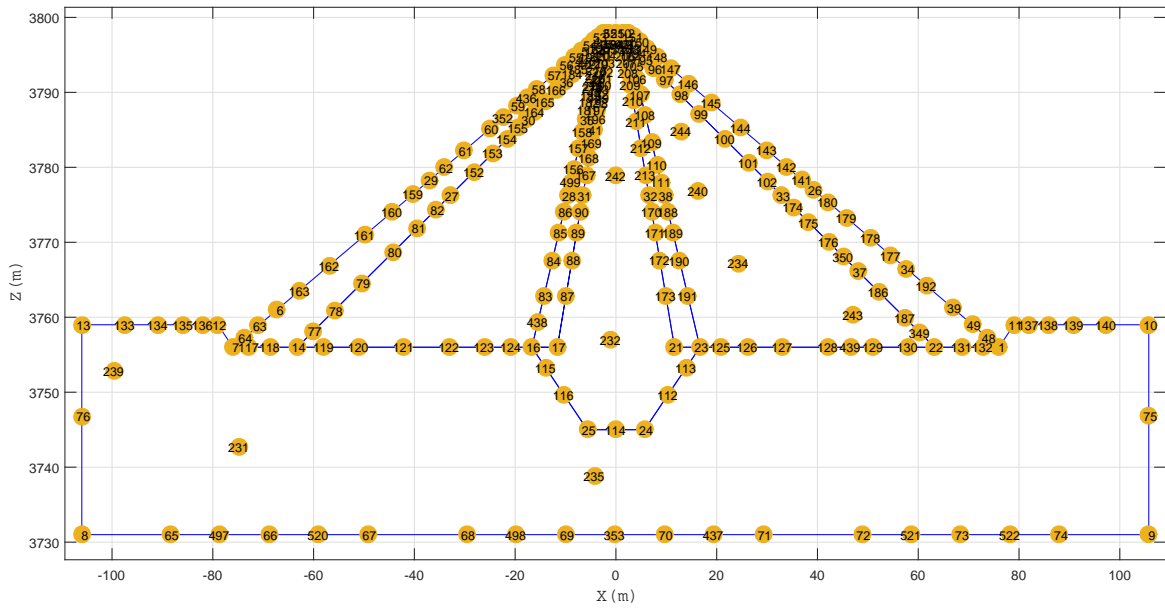
Fuente: Elaboración propia

Figura 4.59: Enumeración de bordes y materiales - Dique principal de la presa Cayramayo



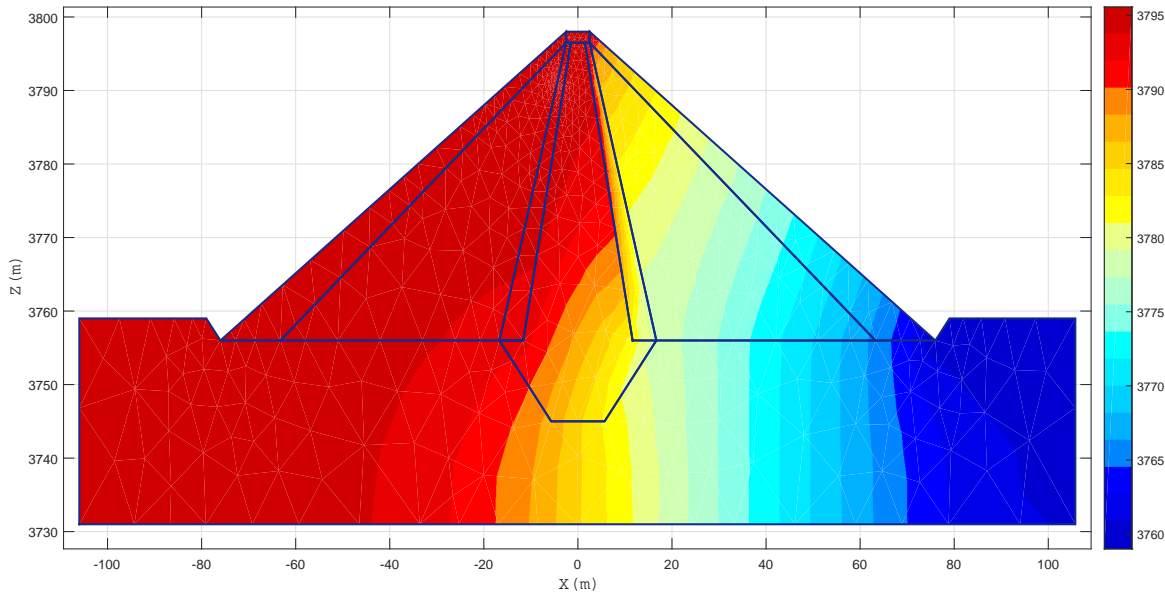
Fuente: Elaboración propia

Figura 4.60: Nodos de contorno de la presa Cayramayo



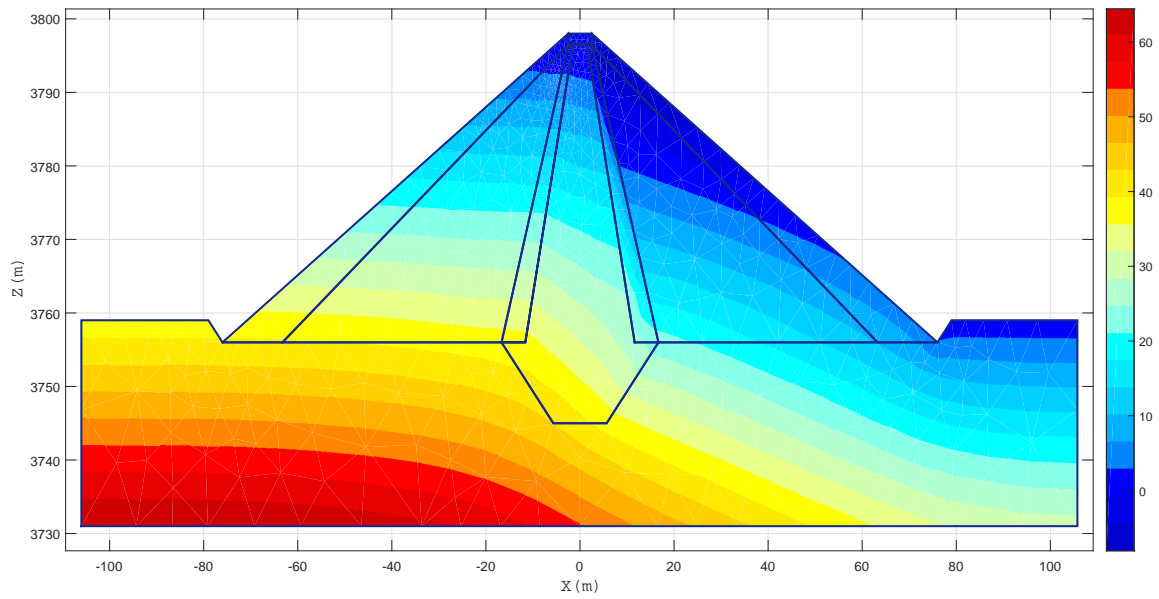
Fuente: Elaboración propia

Figura 4.61: Alturas Piezométricas - Dique principal de la presa Cayramayo



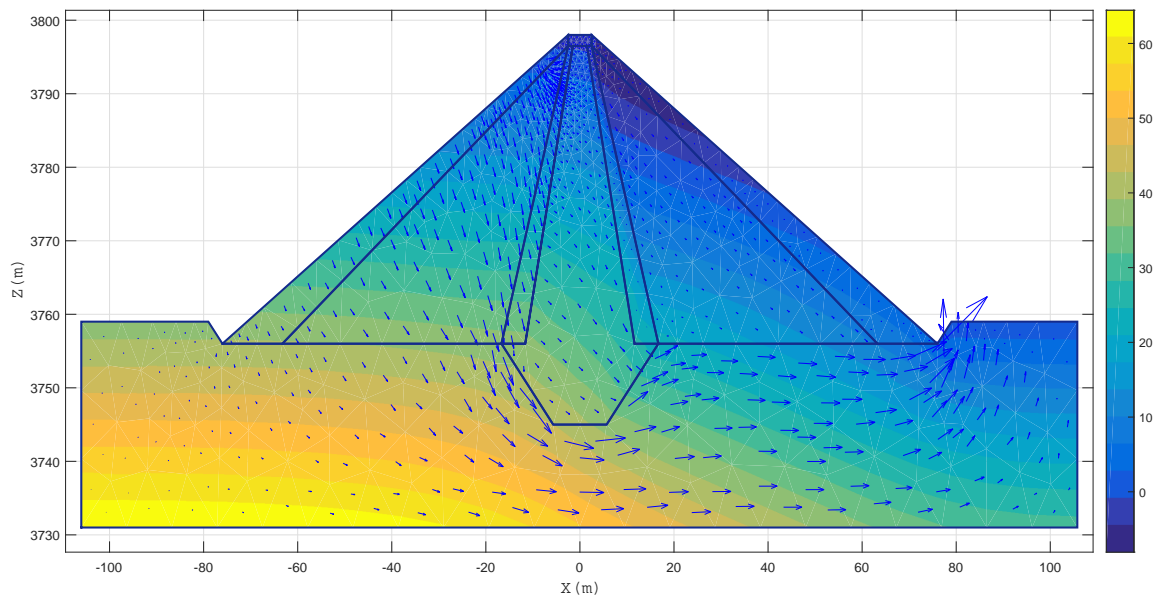
Fuente: Elaboración propia

Figura 4.62: Alturas de presión - Dique principal de la presa Cayramayo



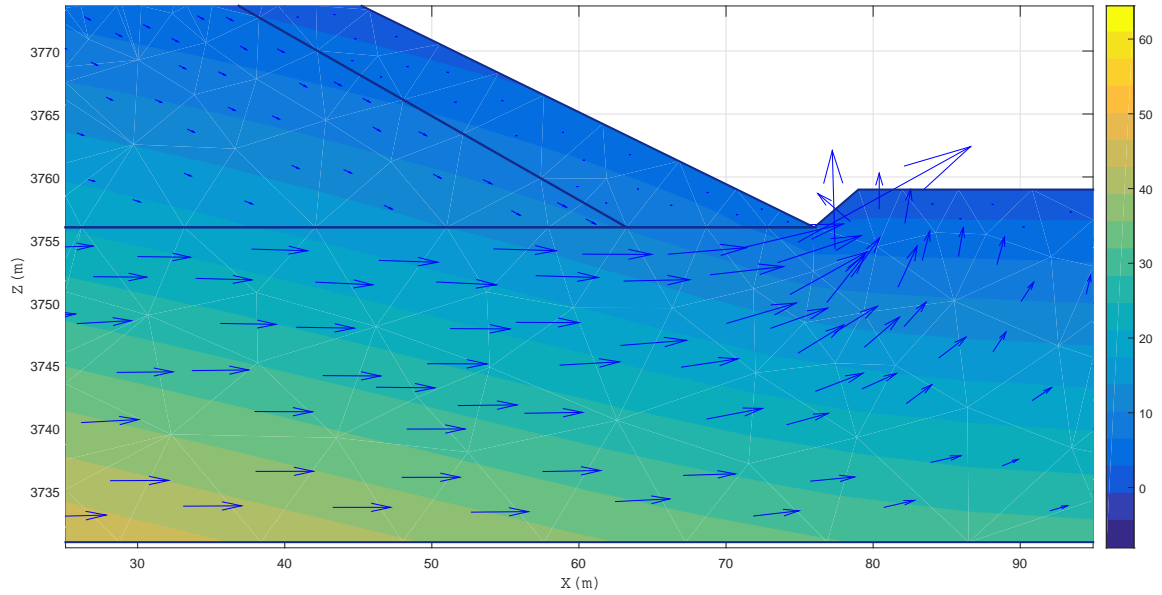
Fuente: Elaboración propia

Figura 4.63: Alturas de presión y velocidad del flujo (líneas de corriente) - Dique principal de la presa Cayramayo



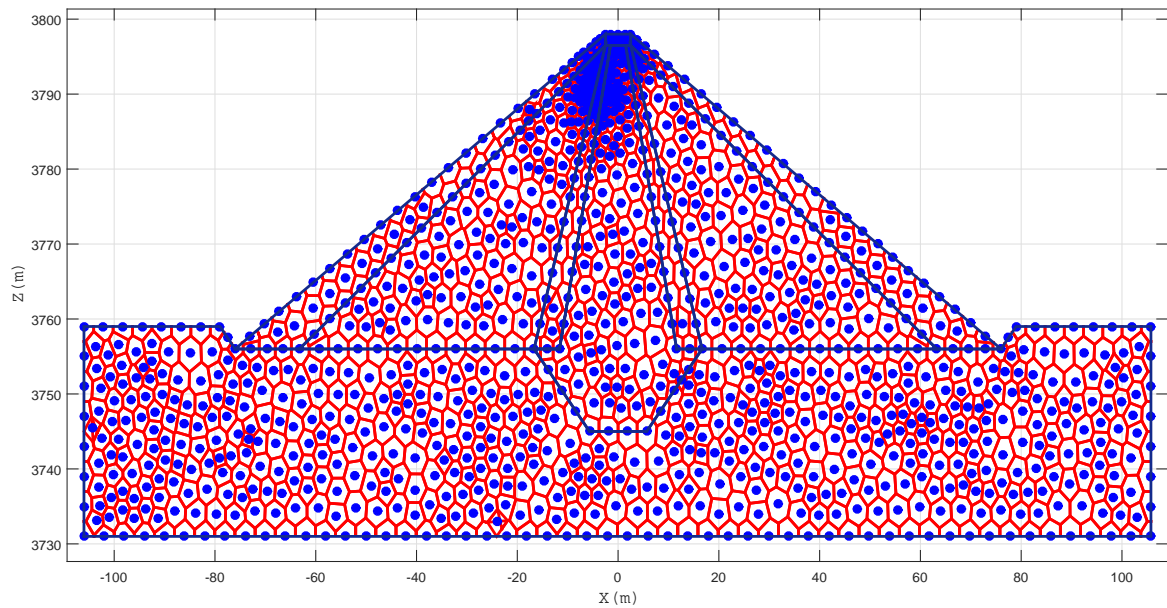
Fuente: Elaboración propia

Figura 4.64: Alturas de presión y velocidad del flujo (líneas de corriente) acercada la presa - Dique principal de la presa Cayramayo



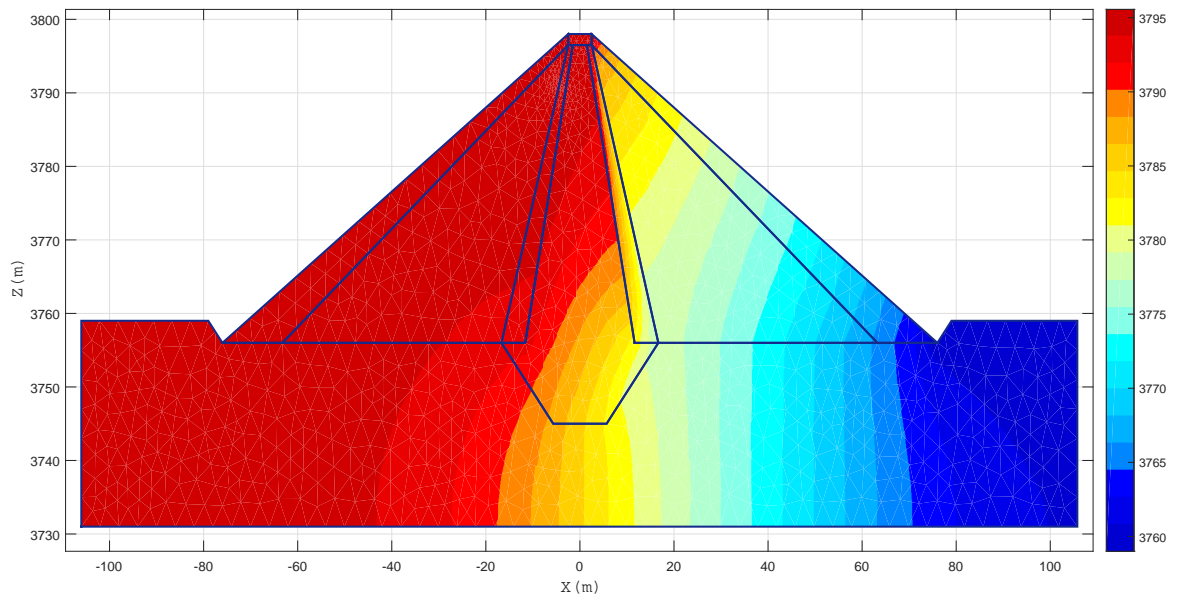
Fuente: Elaboración propia

Figura 4.65: Refinamiento de los *vecinos naturales* en 1136



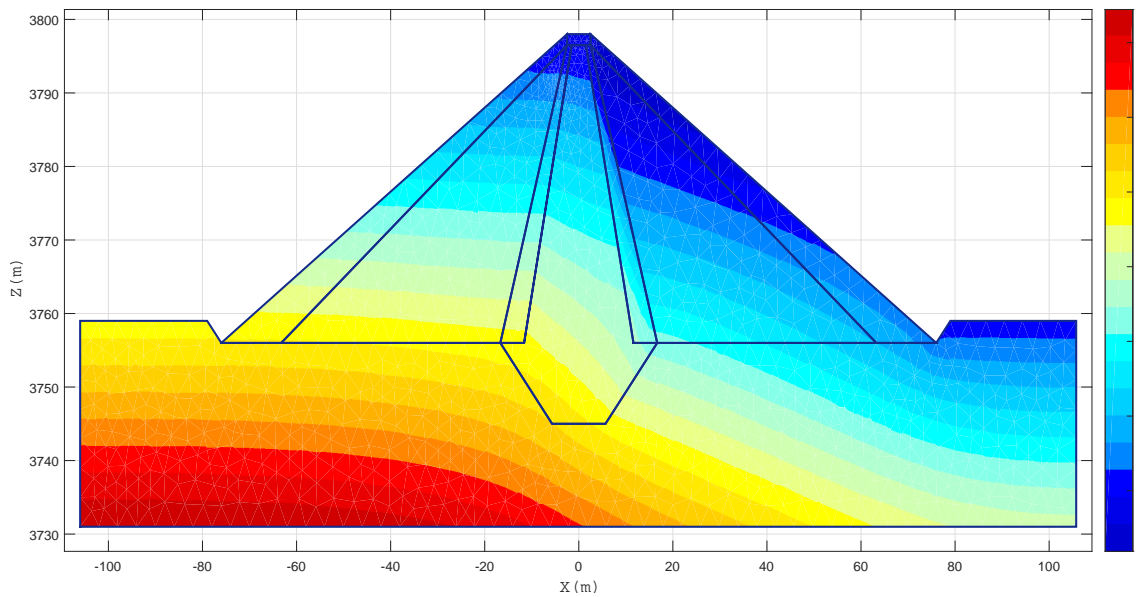
Fuente: Elaboración propia

Figura 4.66: Alturas Piezométricas - Dique principal de la presa Cayramayo



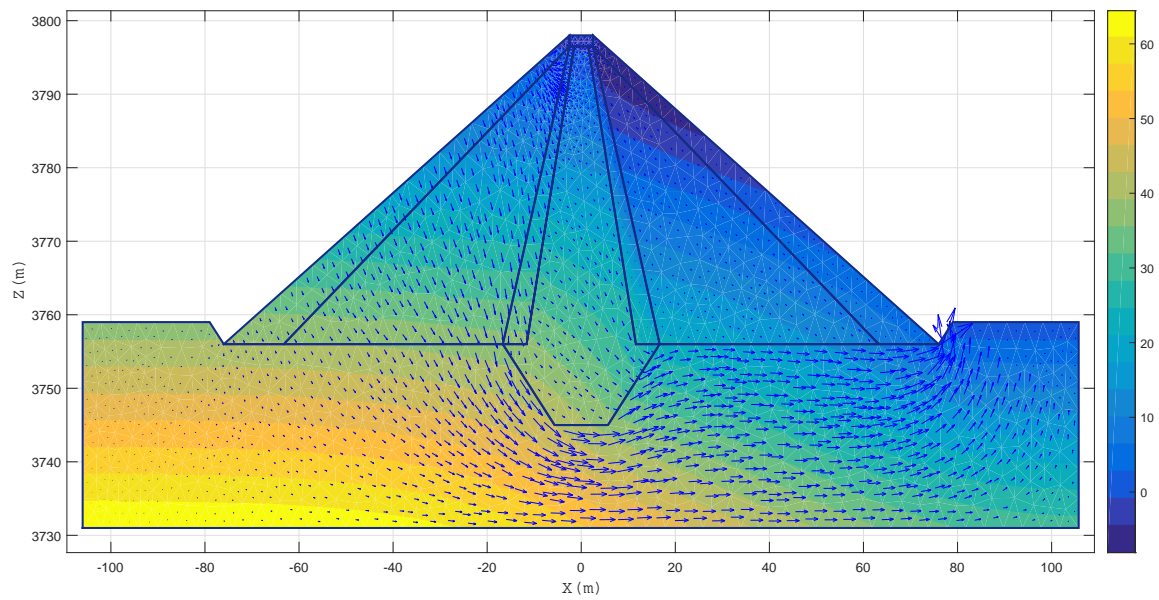
Fuente: Elaboración propia

Figura 4.67: Alturas de presión - Dique principal de la presa Cayramayo



Fuente: Elaboración propia

Figura 4.68: Alturas de presión y velocidad del flujo (líneas de corriente) - Dique principal de la presa Cayramayo

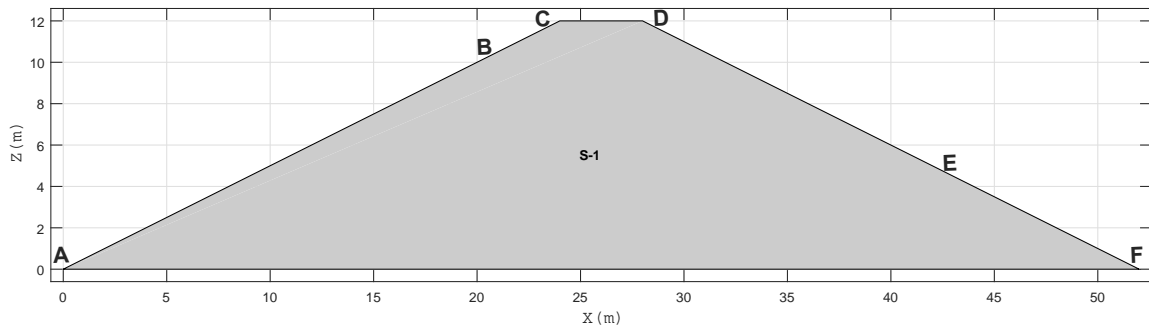


Fuente: Elaboración propia

4.1.1. Resultados para una presa homogénea

Para ver la versatilidad del modelo propuesto, en este ítem se resolverá una presa de tierra típica de material homogéneo, el mismo que se ha sido abordado por [96] mediante el Método de Volúmenes Finitos y también se encuentra como tutorial ilustrativo en [49], donde se resuelve mediante el Método de Elementos Finitos. Esta presa tiene permeabilidades de ($k_x = k_z = 1 \times 10^{-6} m/s$) con una altura total de $12m$, con base de $52m$ y el nivel de agua a $11m$. Este problema consiste en determinar en cualquier de los (nodos de los vecinos naturales), la altura piezométrica, las presiones, la velocidad del flujo, gradiente hidráulico, líneas equipotenciales y líneas de corriente.

Figura 4.69: Presa de tierra homogénea

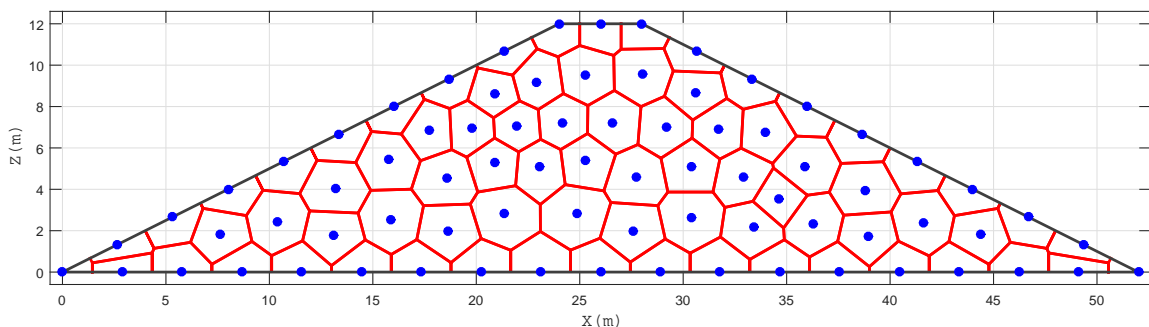


Fuente: Elaboración propia

4.1.1.1. Discretización del dominio

La interpolación por vecinos naturales del MEN hace uso de la triangulación de Delaunay y de su estructura dual, la teselación de Dirichlet o diagrama de Voronoi para construir la interpolación. En este sentido se genera la nube de puntos y el diagrama de Voronoi las cuales se muestran en la Figura 4.70.

Figura 4.70: Generación del diagrama de voronoi y *vecinos naturales*



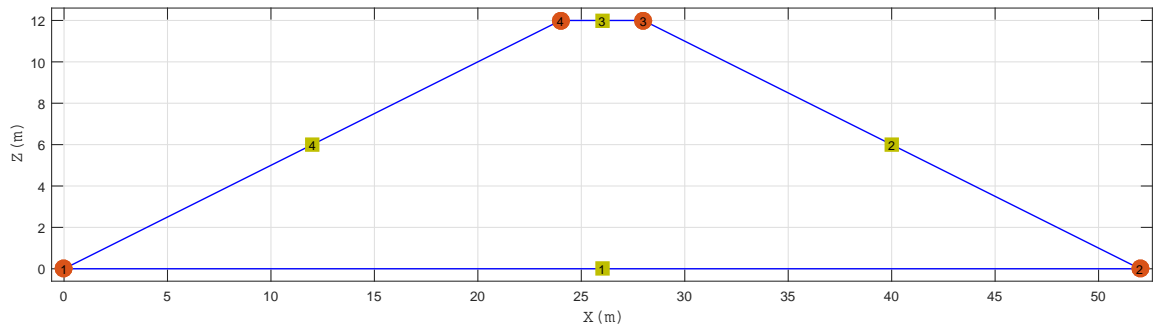
Fuente: Elaboración propia

4.1.1.2. Condiciones de contorno

De acuerdo a la Figura 4.69 AB es una condición de contorno tipo Dirichlet con una altura piezométrica constante y igual a la cota del nivel de agua en la presa que en

este caso es $H = 11m$, DF es la cara de salida de la infiltración, es decir que por cualquier punto de este lado puede aflorar el agua como producto de la infiltración a través de la presa y también se trata de una condición tipo Dirichlet con $H = z$. A partir del punto donde aflora el agua (punto E) la presión es cero $P = 0$ en el tramo EF y la altura piezométrica es igual a la cota $H = z$, AF es la base impermeable donde la velocidad en la dirección del eje z es cero es decir $V_z = 0$. El programa NEAR, para especificar estas condiciones de contorno identifica gráficamente los elementos de contorno como se puede ver en la Figura 4.71.

Figura 4.71: Elementos de contorno de la presa de tierra



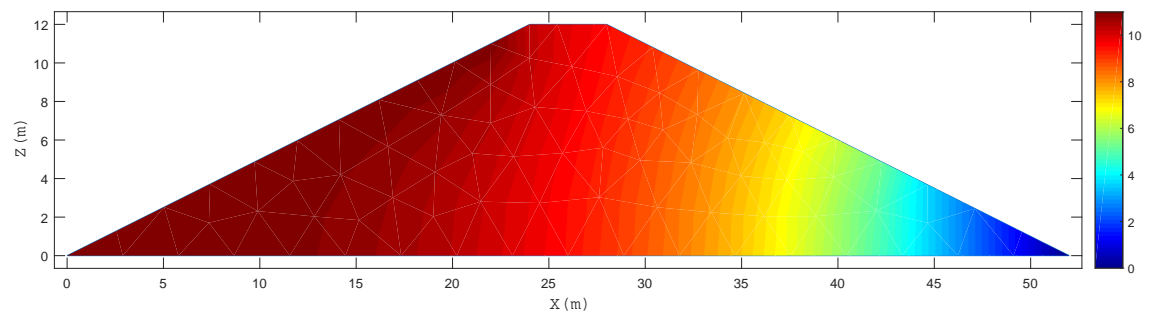
Fuente: Elaboración propia

De acuerdo a la Figura 4.71, la condición de borde tipo Dirichlet de $H = 11m$ se debe especificar en el lado 4 y el lado 2 se considera como la cara de salida de infiltración, teniendo como dato estas condiciones el programa NEAR hace la simulación numérica de la infiltración a través de la presa.

4.1.1.3. Resultados

El programa NEAR muestra los resultados en código de colores y en tablas clasificados. Los reportes por nodo engloba las alturas piezométricas, alturas de presión y velocidad de flujo (líneas de corriente). Las Figuras 4.72 y 4.76 representan las alturas piezométricas y líneas equipotenciales en escala de colores, junto con el dominio de la presa de tierra de material homogénea.

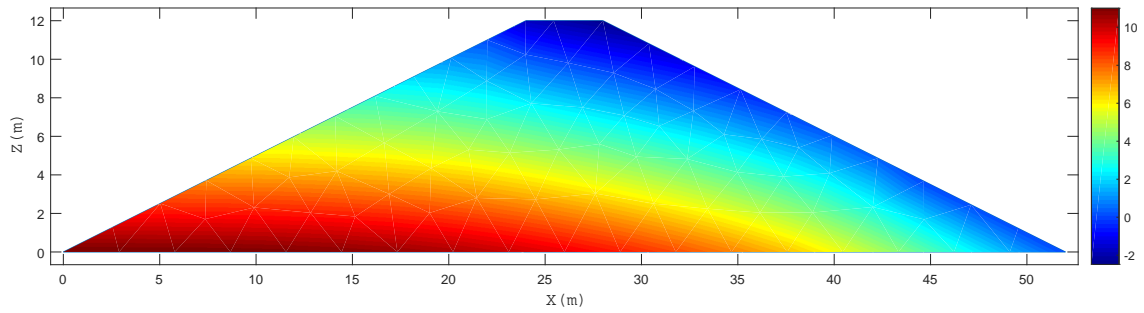
Figura 4.72: Alturas Piezométricas en la presa de tierra



Fuente: Elaboración propia

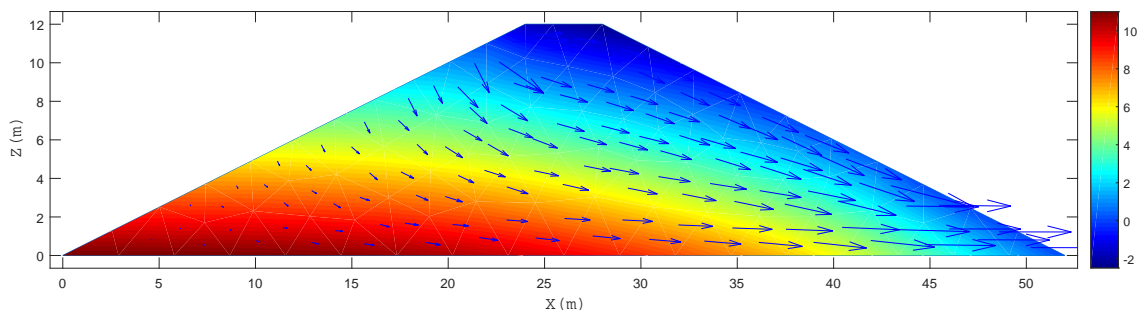
En las Figuras 4.73 y 4.77 se representa la altura de presiones que es la solución de $P = \gamma(h - z)$. En este caso el peso específico del agua se considera 1.

Figura 4.73: Alturas de presión en la presa de tierra



Fuente: Elaboración propia

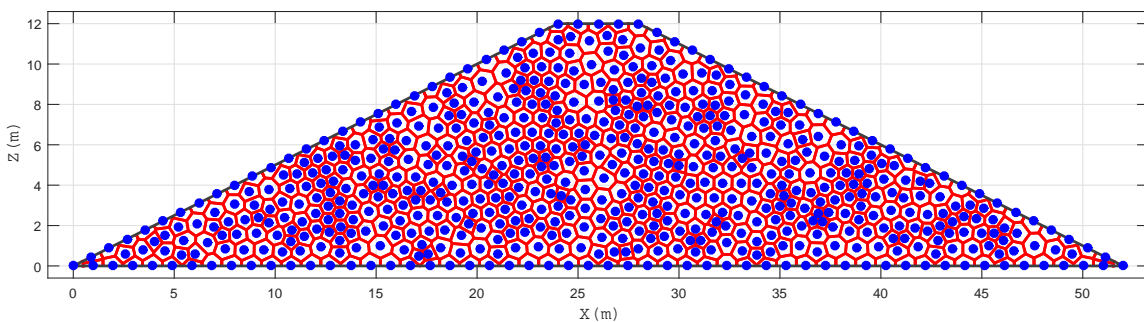
Figura 4.74: Alturas de presión y velocidad del flujo (líneas de corriente) en la presa de tierra



Fuente: Elaboración propia

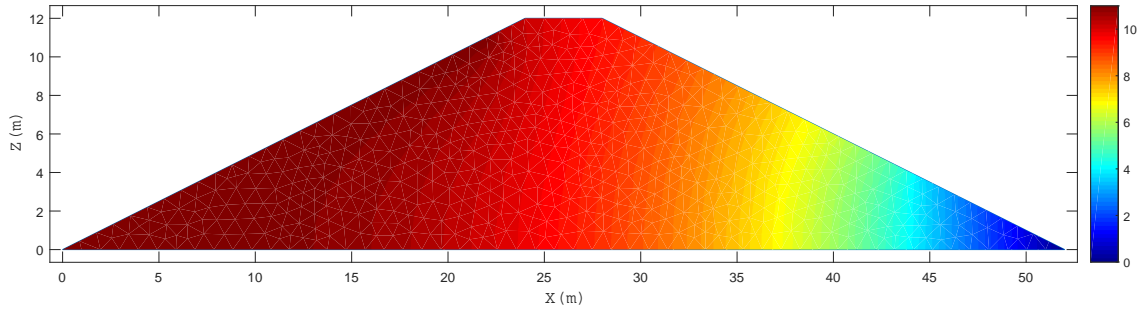
De manera similar se puede refinar los vecinos naturales para la presa de tierra homogénea como se puede en la Figura 4.75, con la cual se obtienen resultados de alturas piezométricas, alturas de presión y velocidad del flujo (líneas de corriente) como se puede observar en las Figuras 4.76, 4.77 y 4.78.

Figura 4.75: Refinamiento de los *vecinos naturales* en 1000



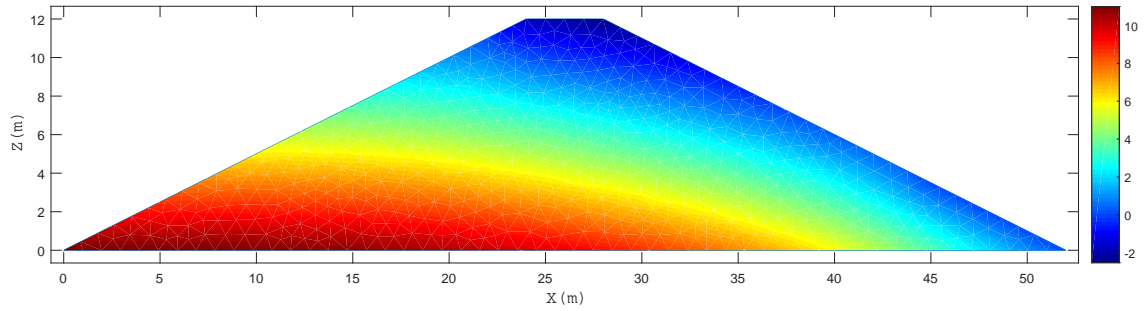
Fuente: Elaboración propia

Figura 4.76: Alturas Piezométricas - Presa de tierra



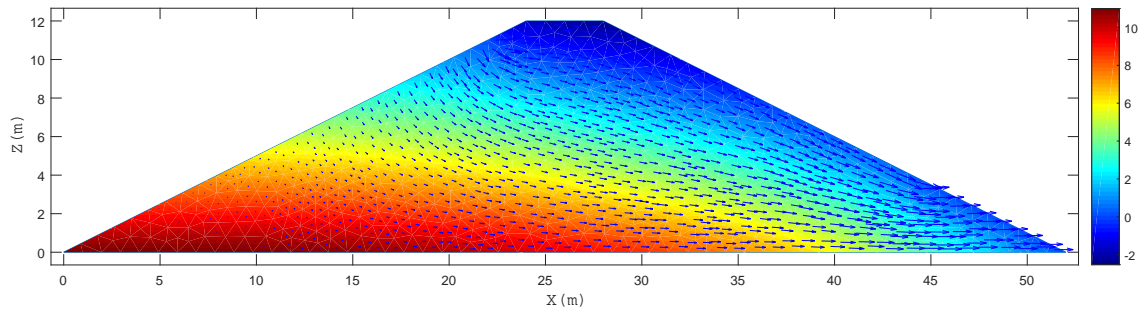
Fuente: Elaboración propia

Figura 4.77: Alturas de presión - Presa de tierra



Fuente: Elaboración propia

Figura 4.78: Alturas de presión y velocidad del flujo (líneas de corriente) - Presa de tierra



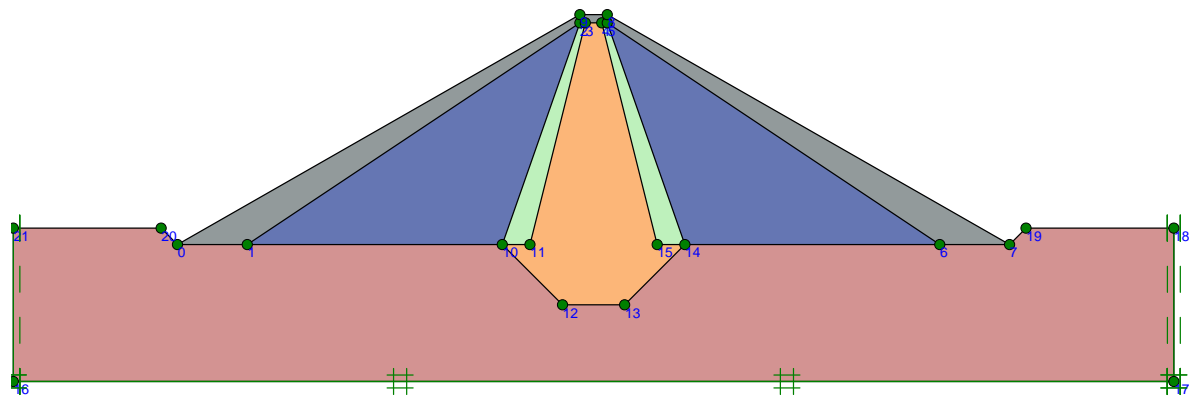
Fuente: Elaboración propia

4.2. Validación del modelo

4.2.1. Simulación con el programa PLAXIS y NEAR

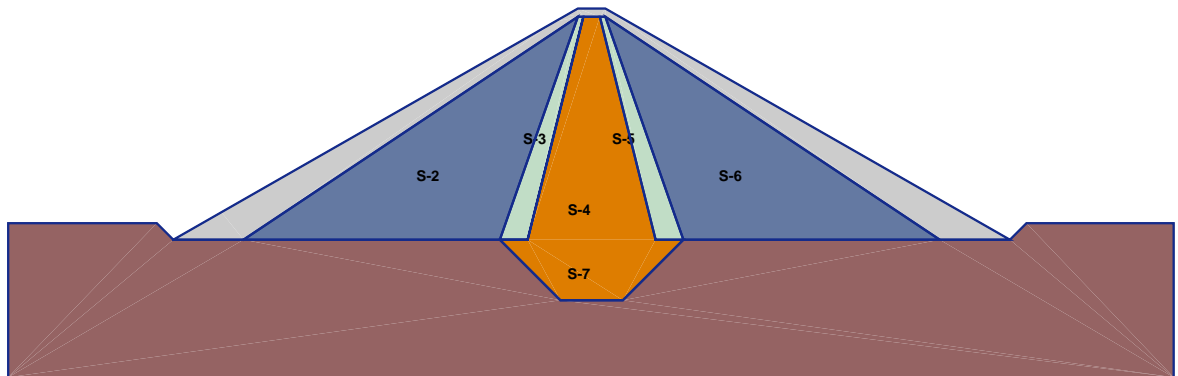
En esta sección se hará la validación del modelo desarrollado en esta tesis, comparando los resultados del programa NEAR, que esta basado en el Método de Elementos Naturales (MEN) con los resultados del programa Plaxis que esta basado en el Método de Elementos Finitos (MEF).

Figura 4.79: Subdominios de la presa Cayramayo en PLAXIS



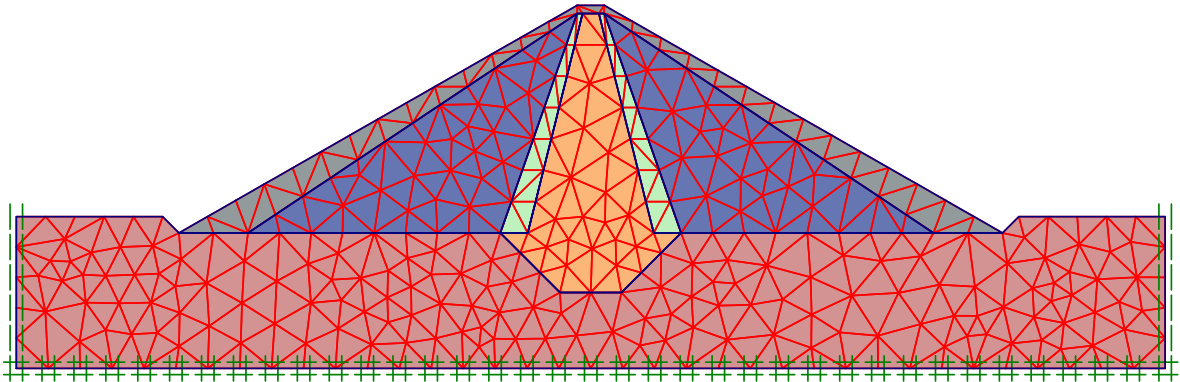
Fuente: Elaboración propia

Figura 4.80: Subdominios de la presa Cayramayo en NEAR



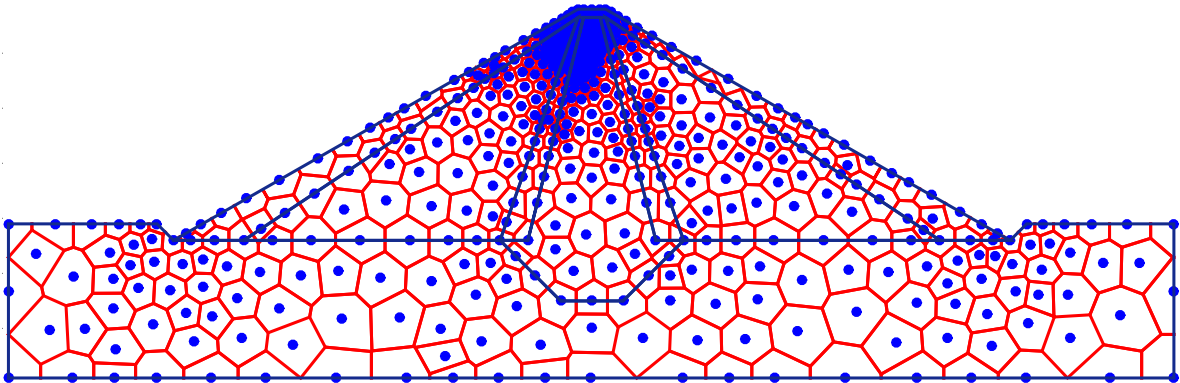
Fuente: Elaboración propia

Figura 4.81: Enmallado con mallas no estructuradas de la presa Cayramayo en Plaxis



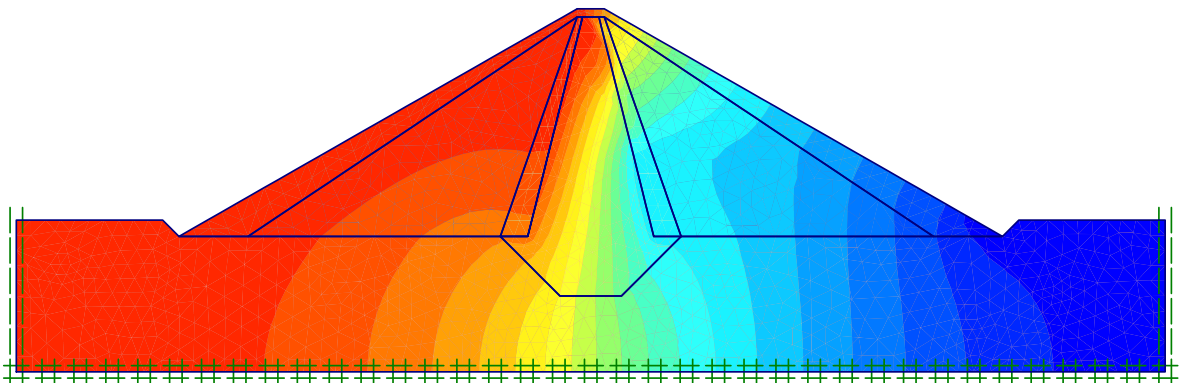
Fuente: Elaboración propia

Figura 4.82: Generación de vecinos naturales de la presa Cayramayo en NEAR



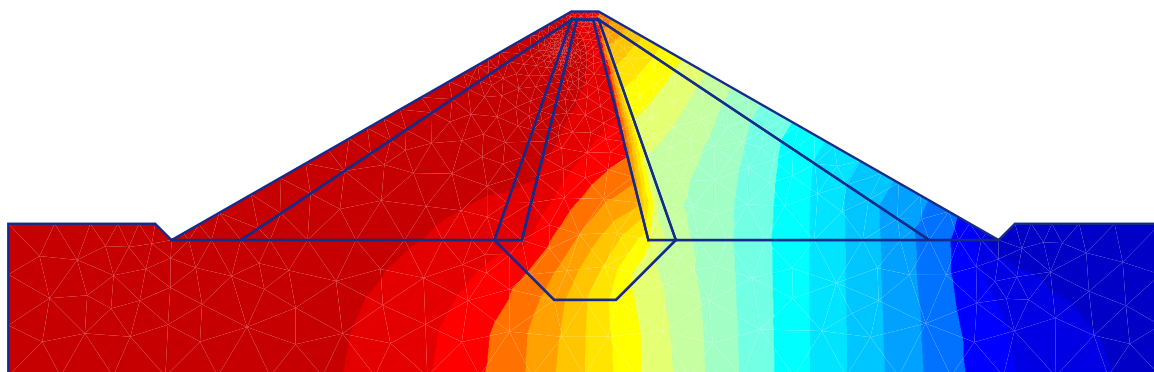
Fuente: Elaboración propia

Figura 4.83: Alturas piezométricas en la presa Cayramayo con el programa PLAXIS



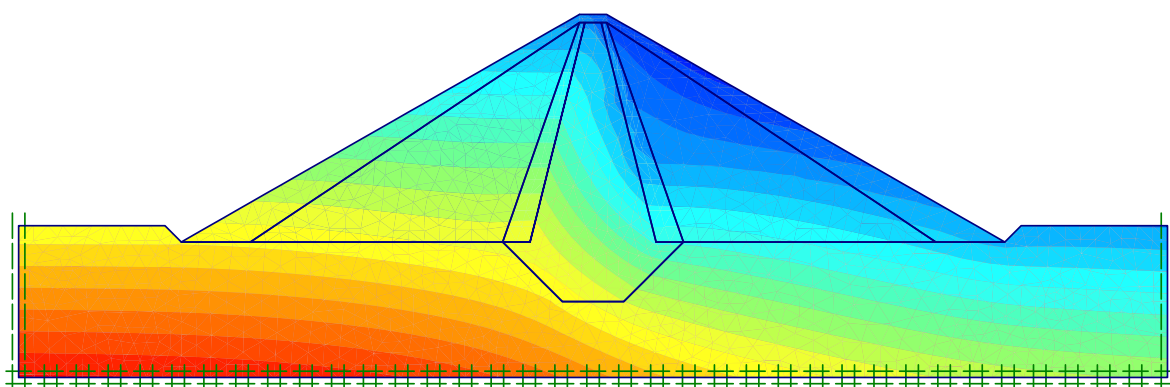
Fuente: Elaboración propia

Figura 4.84: Alturas piezométricas en la presa Cayramayo con el programa NEAR



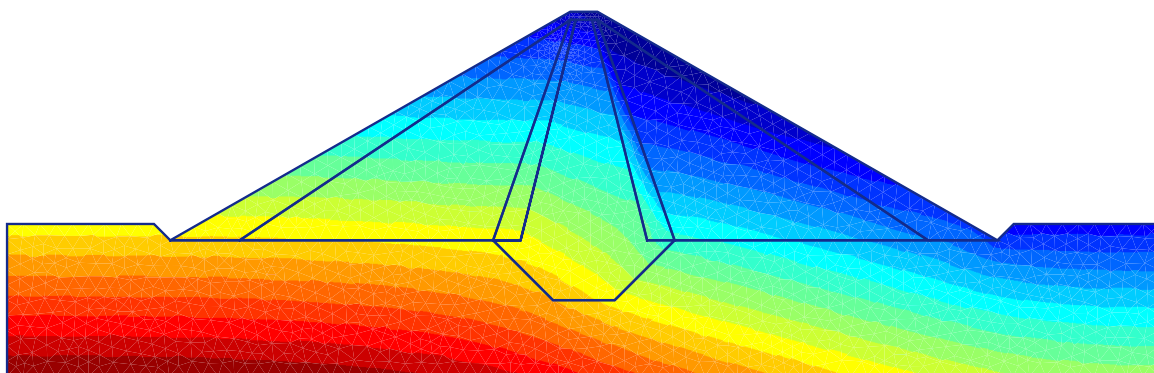
Fuente: Elaboración propia

Figura 4.85: Alturas de presión en la presa Cayramayo con el programa PLAXIS



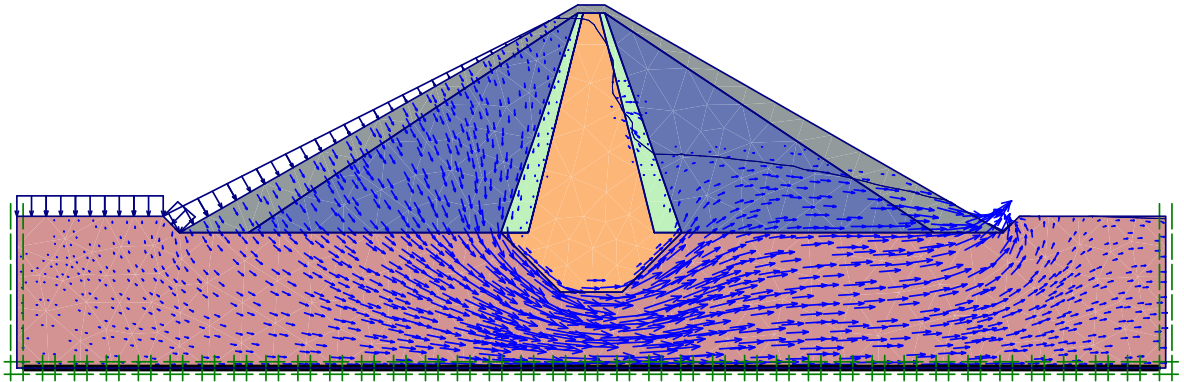
Fuente: Elaboración propia

Figura 4.86: Alturas de presión en la presa Cayramayo con el programa NEAR



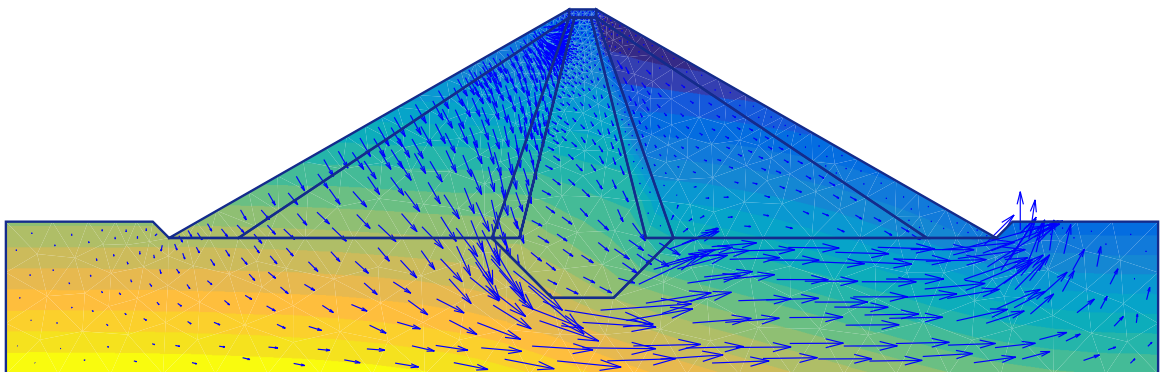
Fuente: Elaboración propia

Figura 4.87: Campo de flujo y líneas de corriente en la presa Cayramayo con el programa Plaxis



Fuente: Elaboración propia

Figura 4.88: Líneas de corriente en la presa Cayramayo con el programa NEAR

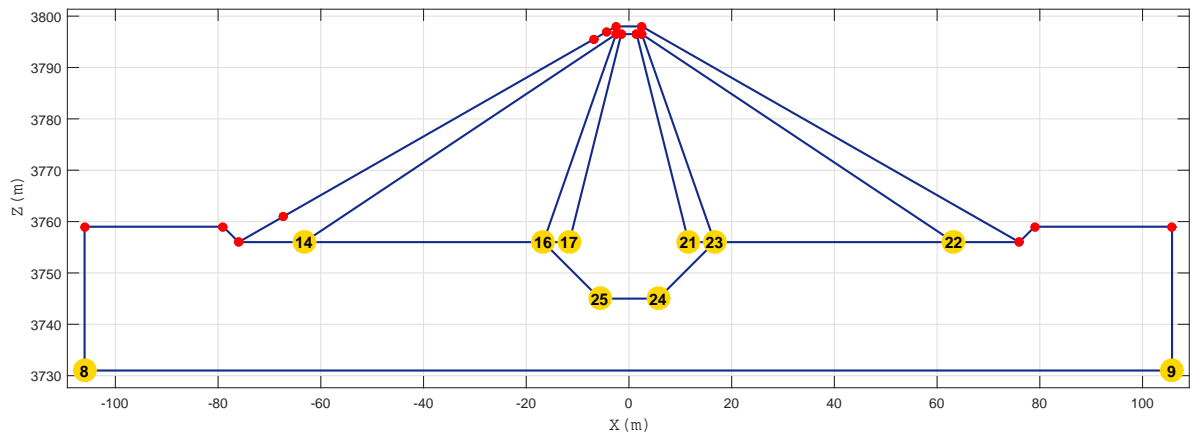


Fuente: Elaboración propia

4.2.1.1. Comparación de resultados

Dado que el enmallado en PLAXIS es indistinto, es decir con cada refinamiento va variando los nodos internos en el dominio de la presa, sin embargo, los nodos de contorno en los vértices de los subdominios no varían, este mismo hecho sucede cuando se genera los vecinos naturales en el programa NEAR, por lo tanto se han elegido estos nodos enumerados en círculos de color amarillo (Ver Figura 4.89) para validación del modelo.

Figura 4.89: Nodos de validación tanto para el programa PLAXIS Y NEAR



Fuente: Elaboración propia

En el Cuadro 4.13 se presentan los resultados de las alturas piezométricas y altura de presiones obtenidas con el programa PLAXIS basado en el Método de Elementos Finitos y el programa NEAR que se ha desarrollado con el Método de Elementos Naturales con fines de esta investigación.

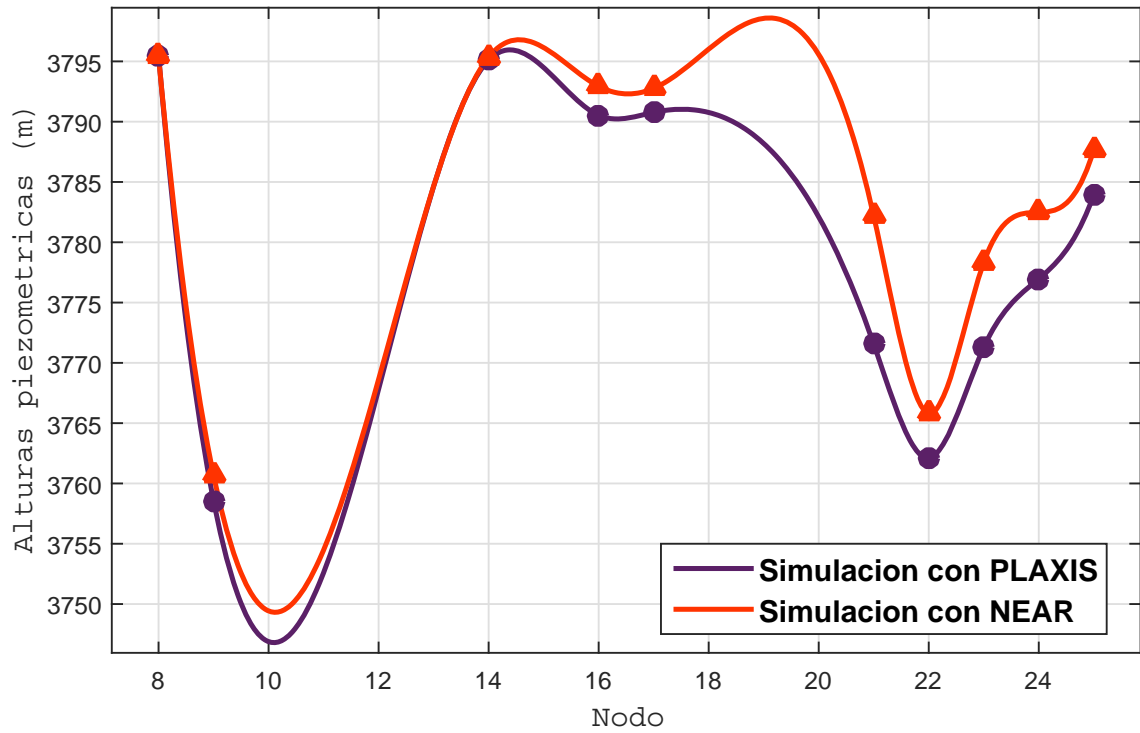
Tabla 4.13: Resultados del programa PLAXIS Y NEAR en los nodos de validación

| Nodo | X(m) | Z(m) | PLAXIS | | NEAR | |
|------|-----------|-----------|-----------|-----------------------|-----------|-----------------------|
| | | | H (m) | P(Kg/m ²) | H (m) | P(Kg/m ²) |
| 8 | -106.0000 | 3731.0000 | 3795.5466 | 64.5466 | 3795.4340 | 64.4340 |
| 9 | 105.7500 | 3731.0000 | 3758.5627 | 27.5627 | 3760.6772 | 29.6772 |
| 14 | -63.2500 | 3756.0000 | 3795.0999 | 39.0999 | 3795.3530 | 39.3530 |
| 16 | -16.6750 | 3756.0000 | 3790.5316 | 34.5316 | 3792.9332 | 36.9332 |
| 17 | -11.6250 | 3756.0000 | 3790.7725 | 34.7725 | 3792.7652 | 36.7652 |
| 21 | 11.6250 | 3756.0000 | 3771.5579 | 15.5579 | 3782.1754 | 26.1754 |
| 22 | 63.2500 | 3756.0000 | 3762.1132 | 6.1132 | 3765.8128 | 9.8128 |
| 23 | 16.6750 | 3756.0000 | 3771.2760 | 15.2760 | 3778.3232 | 22.3232 |
| 24 | 5.6750 | 3745.0000 | 3776.9688 | 31.9688 | 3782.4762 | 37.4762 |
| 25 | -5.6750 | 3745.0000 | 3783.9294 | 38.9294 | 3787.6681 | 42.6681 |

Fuente: Elaboración propia

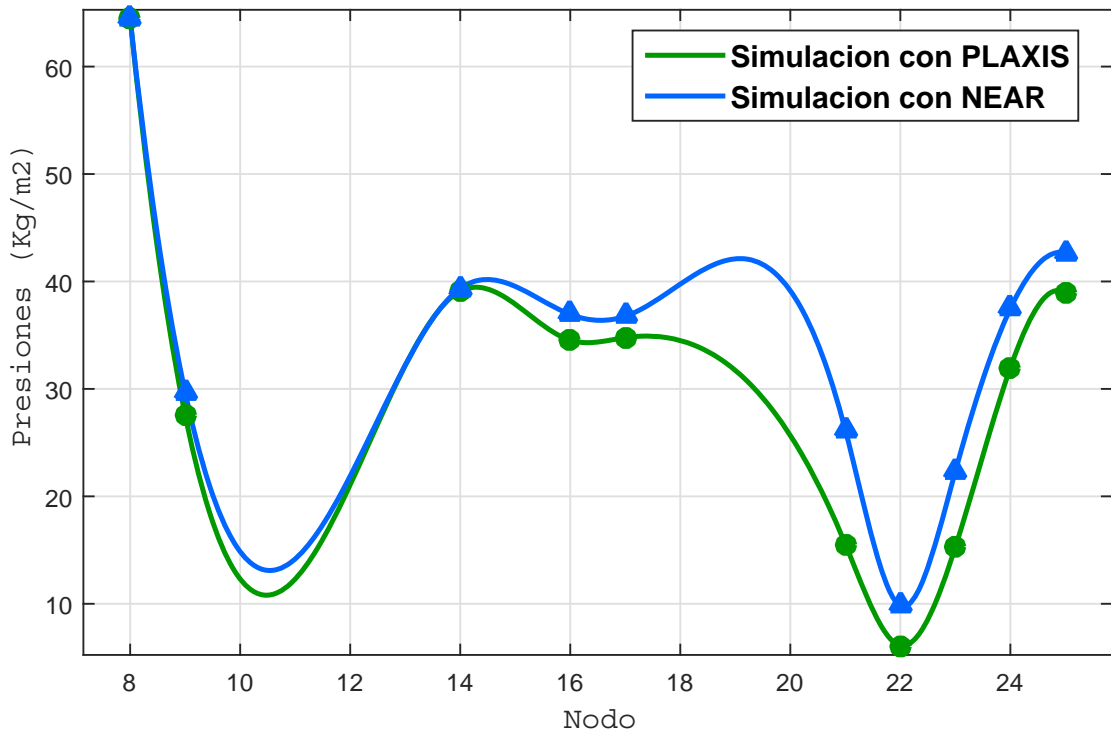
Las Figuras 4.90 y 4.91 muestran la variación de las alturas piezométricas y presiones versus los nodos de validación en ambos modelos.

Figura 4.90: Comparación de resultados (Alturas piezométricas) del programa PLAXIS y NEAR



Fuente: Elaboración propia

Figura 4.91: Comparación de resultados (Presiones) del programa PLAXIS y NEAR



Fuente: Elaboración propia

4.2.2. Simulación de la presa Cuchoquesera

El proceso de validación de un modelo siempre está sujeto a un caso experimental. La validación a realizar es en sentido, se trata de realizar comparaciones de las salidas del modelo con las salidas medidas del caso experimental y observar si existen diferencias entre las mismas, y poder explicar a qué son debidas. La presa Cuchoquesera es la única presa en la región Ayacucho, que cuenta con tres secciones de instrumentación, las cuales se encuentran en las progresivas 0 + 420, 0 + 490 y 0 + 970. Las dos primeras se encuentran en el dique principal y la última en el dique lateral, donde se encuentran instaladas los piezómetros eléctricos (*PE*), piezómetros tipo Casagrande (*PC*), inclinómetros (*I*), celdas de asentamiento (*CA*) y casetas terminales de *PE*, *PC*, *I* y *CA*; los pozos de alivio de la presa en cierto modo también corresponde a una estructura de alivio y evaluación de la filtraciones en la presa y se encuentran en todo el contorno aguas abajo de la presa en un total de 62 unidades como se puede ver en la Figura 4.92, algunas de estas se encuentran en las secciones de instrumentación [57], [56] y [96].

Debido a la disponibilidad de datos de campo o observaciones in-situ (Infiltración) se ha elegido la presa Cuchoquesera para la validación del modelo desarrollado en esta tesis. Por lo tanto se trata de comparar las predicciones del modelo o program NEAR con los datos observados.

4.2.2.1. Datos de instrumentación geotécnica

De acuerdo a los datos disponibles el llenado del embalse de la presa Cuchoquesera empezó el año 2002. El 20 de abril de 2009 alcanzó la máxima cota operacional (NAMO) de 3741.70msnm y llegó al volumen de diseño de 80MMC como se puede ver en el cuadro 4.14 y instrumentos instalados han reportado los máximos registros como puede observarse en el Cuadro 4.15.

Tabla 4.14: Proceso de llenado de la presa Cuchoquesera

| Año | Cota (msnm) | Volumen (MMC) |
|------|-------------|---------------|
| 2002 | 3732.22 | 46.10 |
| 2004 | 3736.88 | 63.15 |
| 2009 | 3741.70 | 80.00 |

Fuente: [56] y [96]

Los piezómetros son comúnmente utilizados para medir el nivel de la superficie freática causadas por la infiltración del agua a través de zonas relativamente permeables del terraplén y la fundación de la presa. Dichas mediciones pueden llegar a ser críticas debido a una posible tubificación u otras condiciones de inestabilidad o infiltración inducida, tales como elevaciones excesivas de la presión hidrostática. Para la presa Cuchoquesera los datos observados de infiltración corresponde a mediciones en campo desde 31/05/2002 hasta 20/04/2009 con se presenta en el Cuadro 4.15, esto estrictamente con fines de validación del modelo NEAR, obviamente el Gobierno de Ayacucho tiene el registro de datos observados hasta el 2017, y aunque he solicitado formalmente no me han facilitado estos datos por lo que se justifica su limitación en el tiempo.

Figura 4.92: Planta de la presa Cuchoquesera

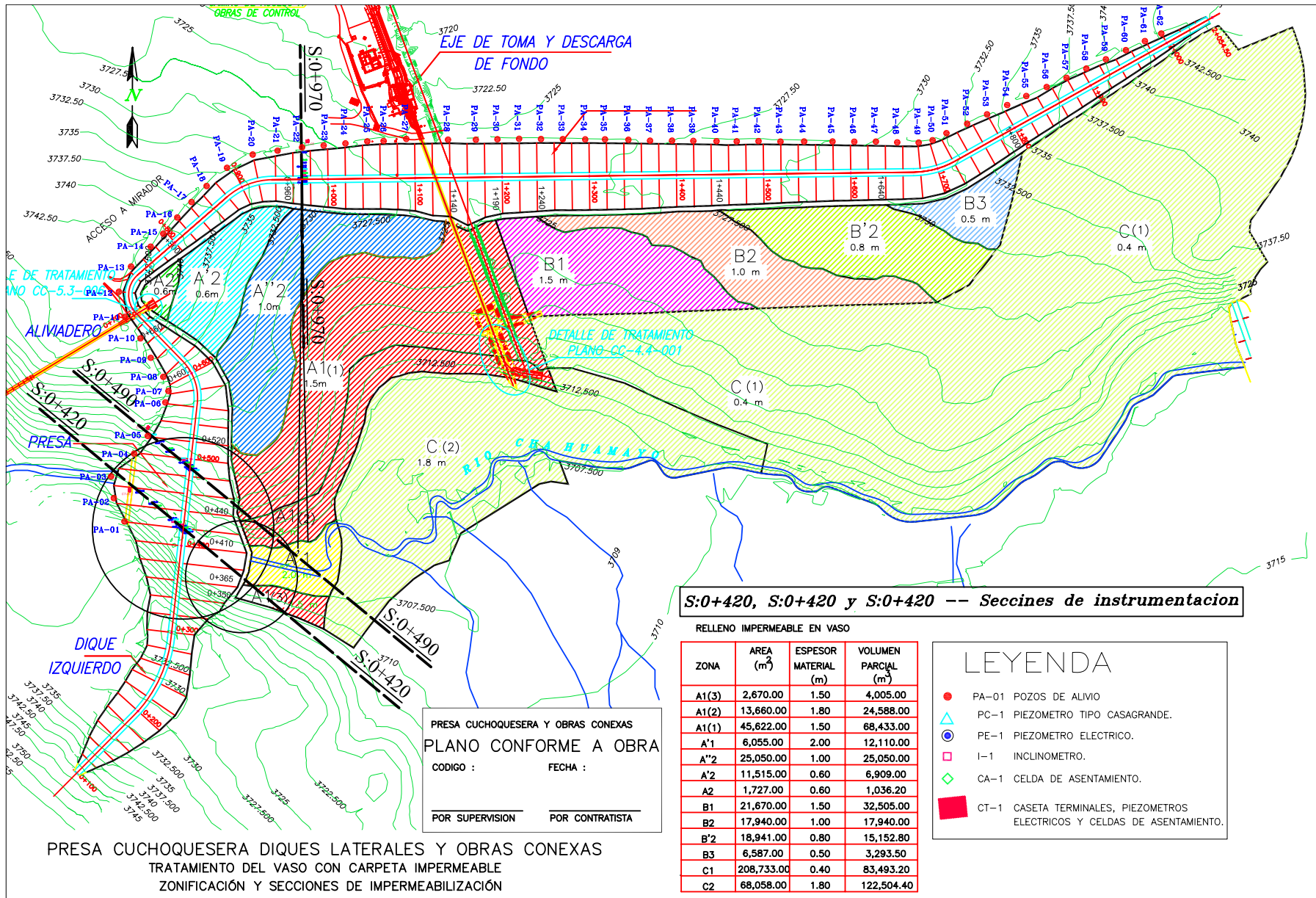


Tabla 4.15: Registro de instrumentación geotécnica sección 0 + 420

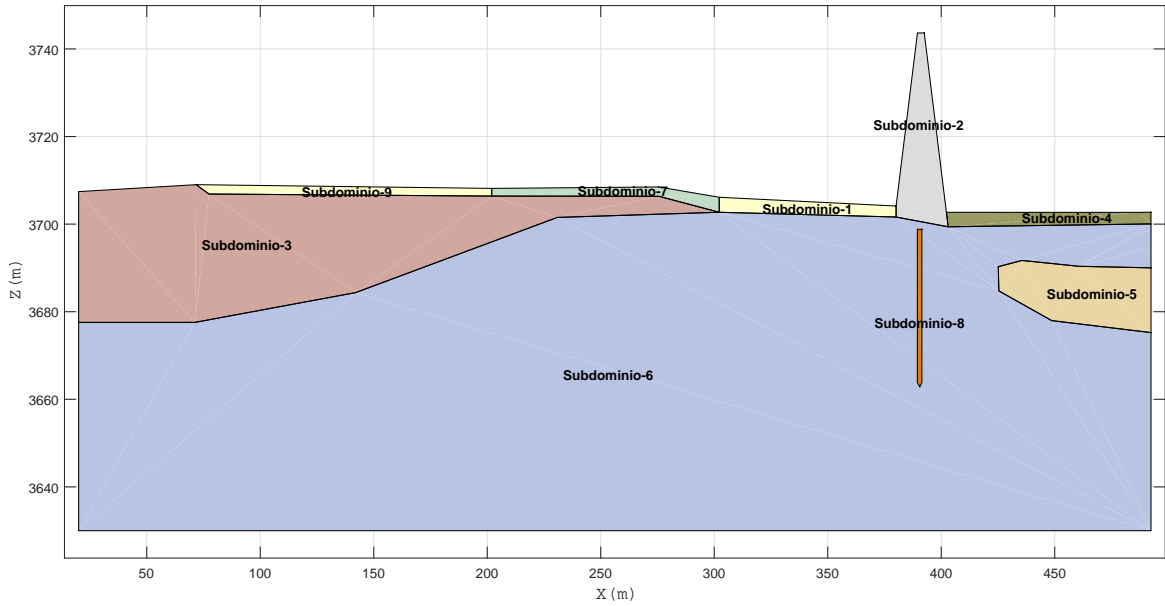
| ID | Unidad | 31/05/2002 | 06/03/2003 | 07/05/2004 | 18/03/2005 |
|---------|----------|------------|------------|------------|------------|
| Nivel | m.s.n.m. | 3732.22 | 3730.62 | 3736.88 | 3737.01 |
| Volumen | MMC | 46.10 | 40.51 | 63.15 | 63.19 |
| PE-14 | m.s.n.m. | 3731.09 | 3729.08 | 3734.79 | 3734.37 |
| PE-15 | m.s.n.m. | 3726.89 | 3726.90 | 3732.29 | 3733.06 |
| PE-16 | m.s.n.m. | 3703.50 | 3704.04 | 3704.33 | 3705.04 |
| PE-17 | m.s.n.m. | 3697.29 | 3697.72 | 3701.72 | 3701.70 |
| PE-18 | m.s.n.m. | 3729.33 | 3728.93 | 3729.10 | 3728.79 |
| PE-19 | m.s.n.m. | 3724.24 | 3724.77 | 3727.53 | 3727.83 |
| PE-20 | m.s.n.m. | 3716.61 | 3717.09 | 3718.06 | 3718.33 |
| PE-21 | m.s.n.m. | 3702.72 | 3702.56 | 3702.43 | 3702.32 |
| PE-22 | m.s.n.m. | 3698.43 | 3698.59 | 3701.52 | 3701.30 |
| PE-23 | m.s.n.m. | 3701.59 | 3701.39 | 3701.44 | 3701.29 |
| PE-24 | m.s.n.m. | 3699.20 | 3699.17 | 3700.47 | 3700.32 |
| PE-25 | m.s.n.m. | 3700.87 | 3700.63 | 3700.30 | 3700.01 |
| PE-26 | m.s.n.m. | 3696.06 | 3696.33 | 3699.54 | 3699.31 |
| PE-27 | m.s.n.m. | 3702.15 | 3701.85 | 3701.44 | 3701.22 |
| PE-28 | m.s.n.m. | 3695.87 | 3695.93 | 3700.37 | 3698.93 |
| PC-4 | m.s.n.m. | 3695.74 | 3696.37 | 3701.51 | 3701.11 |
| PC-5 | m.s.n.m. | 3695.72 | 3696.64 | 3701.54 | 3700.70 |
| ID | Unidad | 08/05/2006 | 11/05/2007 | 17/03/2008 | 20/04/2009 |
| Nivel | m.s.n.m. | 3738.23 | 3738.82 | 3736.32 | 3741.70 |
| Volumen | MMC | 68.13 | 70.00 | 60.61 | 82.22 |
| PE-14 | m.s.n.m. | 3735.85 | 3736.11 | 3734.15 | 3738.57 |
| PE-15 | m.s.n.m. | 3734.05 | 3735.16 | 3732.96 | 3736.96 |
| PE-16 | m.s.n.m. | 3704.57 | 3705.01 | 3708.03 | 3708.85 |
| PE-17 | m.s.n.m. | 3700.81 | 3701.72 | 3705.64 | 3706.84 |
| PE-18 | m.s.n.m. | 3728.89 | 3728.78 | 3728.78 | 3728.91 |
| PE-19 | m.s.n.m. | 3728.60 | 3728.82 | 3727.58 | 3730.92 |
| PE-20 | m.s.n.m. | 3718.47 | 3718.46 | 3717.64 | 3718.79 |
| PE-21 | m.s.n.m. | 3702.10 | 3702.10 | 3703.67 | 3704.48 |
| PE-22 | m.s.n.m. | 3700.67 | 3701.10 | 3702.48 | 3703.70 |
| PE-23 | m.s.n.m. | 3701.44 | 3701.40 | 3701.05 | 3701.74 |
| PE-24 | m.s.n.m. | 3700.20 | 3700.42 | 3700.40 | 3701.46 |
| PE-25 | m.s.n.m. | 3700.07 | 3700.04 | 3700.00 | 3701.19 |
| PE-26 | m.s.n.m. | 3699.12 | 3699.51 | 3699.38 | 3701.48 |
| PE-27 | m.s.n.m. | 3701.26 | 3701.32 | 3701.58 | 3702.95 |
| PE-28 | m.s.n.m. | 3698.87 | 3699.20 | 3698.20 | 3701.93 |
| PC-4 | m.s.n.m. | 3698.60 | 3717.54 | 3702.69 | 3704.90 |
| PC-5 | m.s.n.m. | 3696.48 | 3696.18 | 3701.35 | 3703.52 |

Fuente: [56] y [96]

4.2.2.2. Resultados para la validación

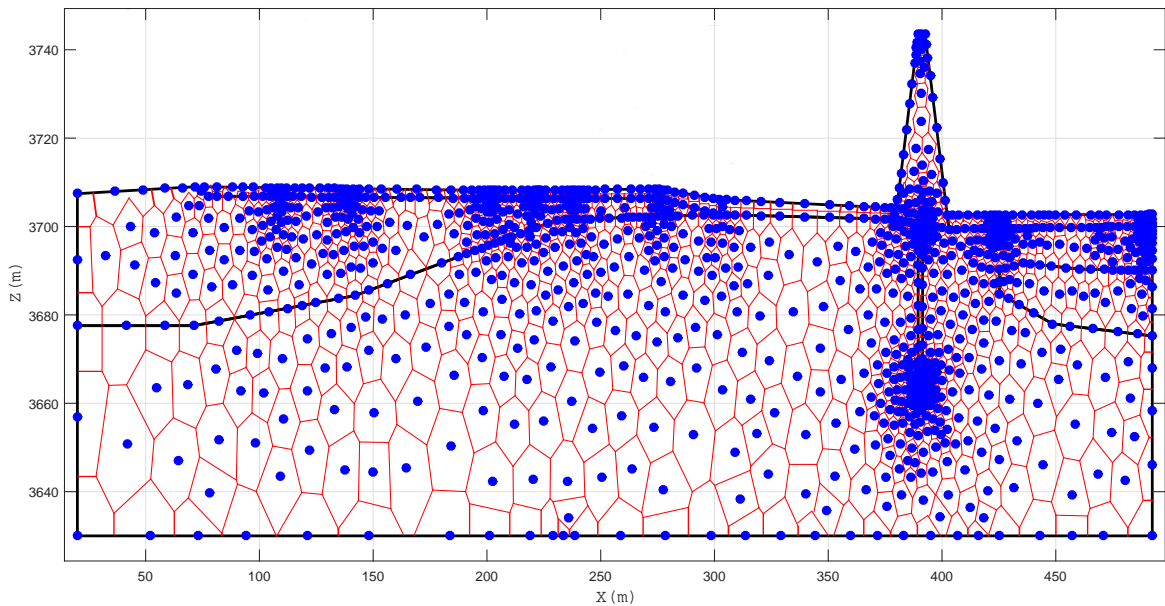
Aquí se presenta los resultados correspondientes a la simulación de la presa Cuchoquesera en regimen no permanente con el modelo NEAR, que dicho sea de paso a sido abordado por [96], utilizando como técnica numérica el Método de Volúmenes Finitos (MVF). El objetivo de la simulación de la presa Cuchoquesera es precisamente para comparar los resultados y validar el modelo NEAR.

Figura 4.93: Subdominios de la presa Cuchoquesera



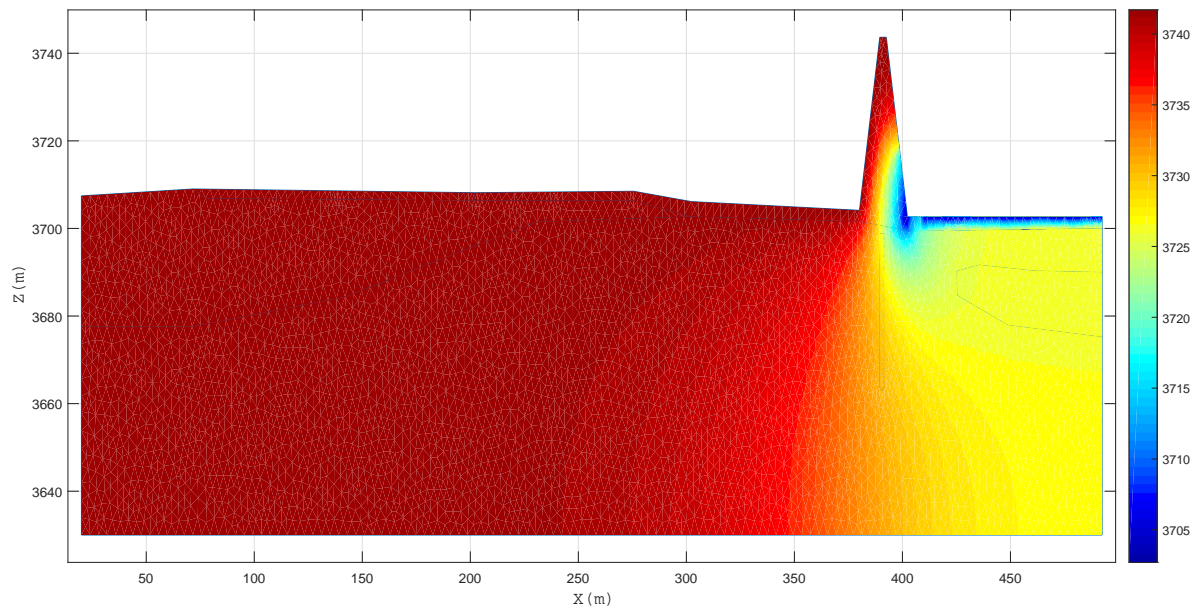
Fuente: Elaboración propia

Figura 4.94: Generación del diagrama de voronoi y *vecinos naturales*



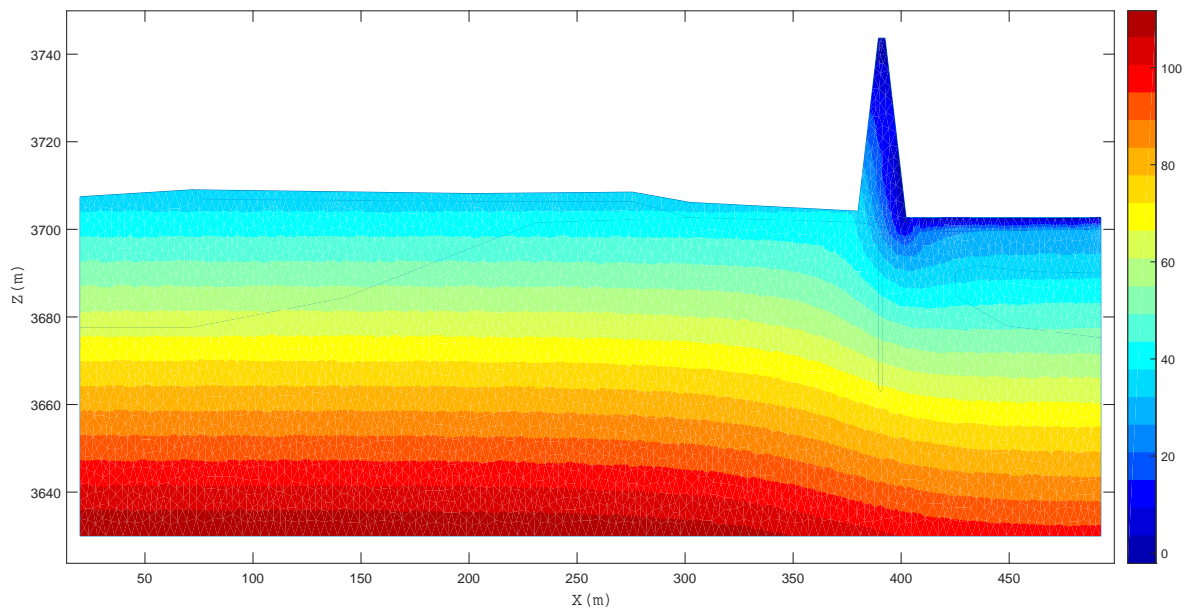
Fuente: Elaboración propia

Figura 4.95: Alturas piezométricas de la presa Cuchuquesera



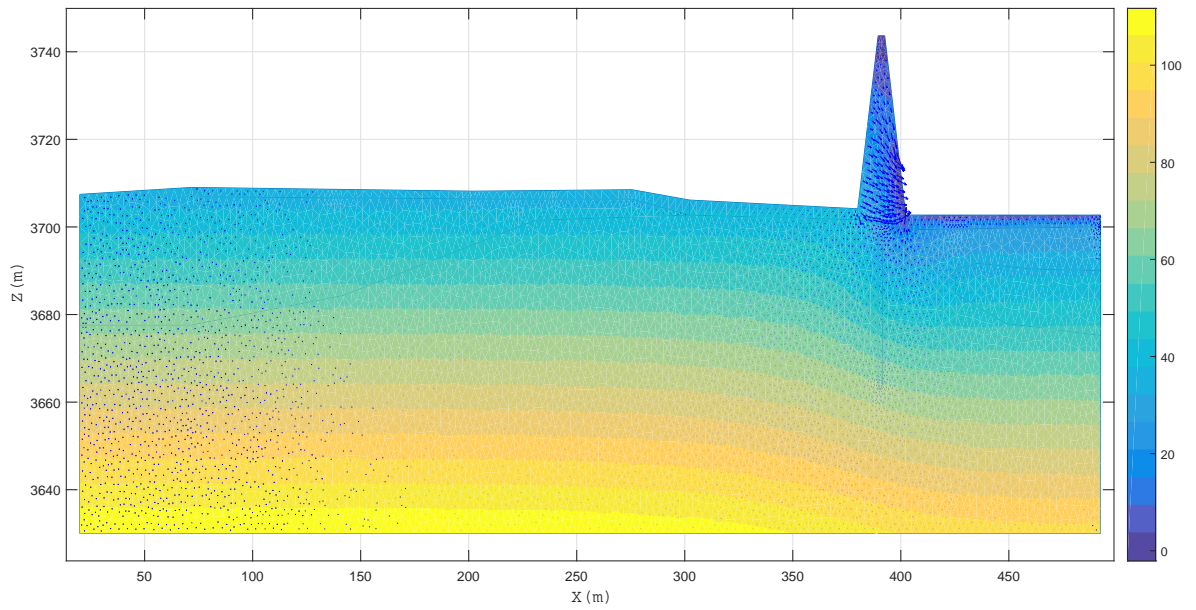
Fuente: Elaboración propia

Figura 4.96: Alturas de presión de la presa Cuchuquesera



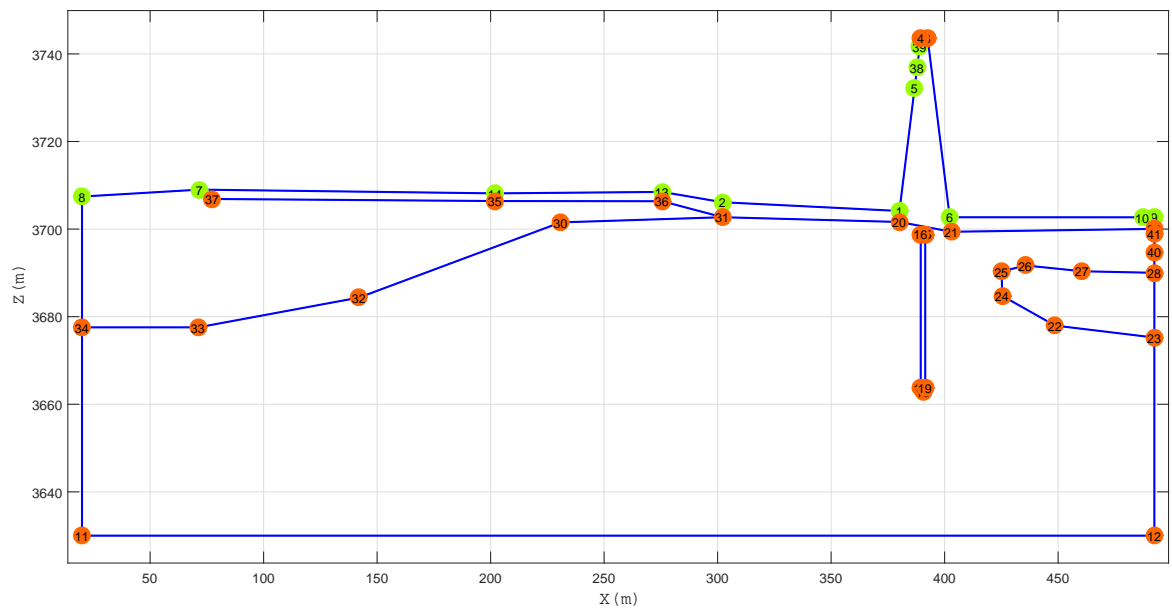
Fuente: Elaboración propia

Figura 4.97: Líneas de corriente de la presa Cuchuquesera



Fuente: Elaboración propia

Figura 4.98: Nodos de validación de la presa Cuchuquesera



Fuente: Elaboración propia

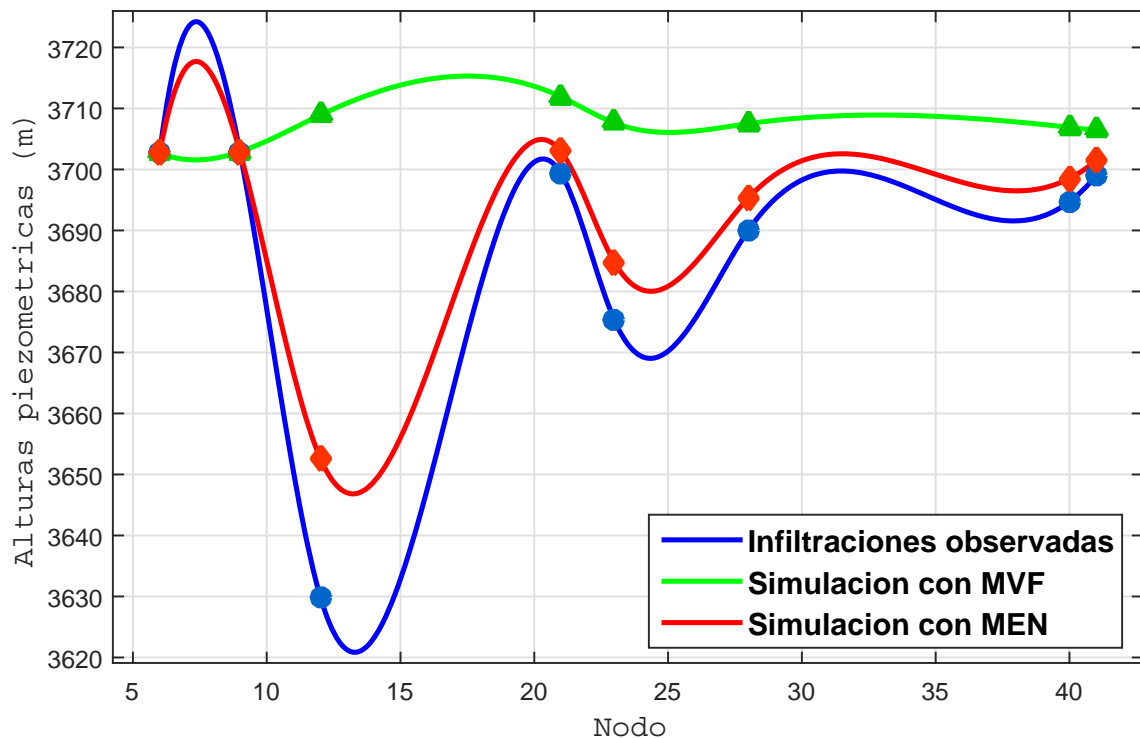
Tabla 4.16: Comparación de los datos observados de infiltración en la presa Cuchoquesera y resultados de los programas CHUYMI.MVF v2009 y NEAR v2017

| Nodo | X (m) | Z (m) | Datos observados H (m) | MVF H (m) | MEN H (m) |
|------|----------|-----------|---------------------------|--------------|--------------|
| 6 | 402.2695 | 3702.7000 | 3702.7000 | 3702.7000 | 3702.7000 |
| 9 | 492.4096 | 3702.7000 | 3702.9000 | 3702.9000 | 3702.9000 |
| 12 | 492.4096 | 3630.0000 | 3630.0000 | 3708.9000 | 3652.6818 |
| 21 | 403.0586 | 3699.4000 | 3699.3400 | 3711.9000 | 3702.9153 |
| 23 | 492.4096 | 3675.2000 | 3675.2300 | 3707.6000 | 3684.7450 |
| 28 | 492.4096 | 3690.0000 | 3690.0200 | 3707.5000 | 3695.3174 |
| 40 | 492.4096 | 3694.7000 | 3694.7100 | 3706.9000 | 3698.5185 |
| 41 | 492.4096 | 3699.0000 | 3699.0300 | 3706.4000 | 3701.4811 |

Fuente: Elaboración propia

Los gráficos de visualización de datos como la Figura 4.99 es extremadamente útil para identificar el patrón de las diferencias entre las variables simuladas (S) y las observadas (O), así como casos extremos, por lo que los gráficos es importante y deben acompañar a los índices cuantitativos. Los diagramas de dispersión, en particular, representan bien las relaciones entre S y O .

Figura 4.99: Comparación de datos observados, solución con MVF y simulados



Fuente: Elaboración propia

La Figura 4.99 muestra la variación de las alturas piezométricas en los nodos de validación entre los datos de infiltración observados en la presa Cuchoquesera, solución con el Método de Volúmenes Finitos [96] con los resultados del modelo NEAR, que se ha desarrollado en esta investigación.

4.2.2.3. Cálculo de indicadores estadísticos

La **validación**, en términos de la calidad (o bondad) de simulación, requiere un análisis elaborado que investigue diferentes aspectos del comportamiento de los modelos, en este caso el modelo NEAR. Bajo esta consideración, se combinaron el cálculo de estadísticos con el análisis visual de gráfico como se ve en la Figura 4.99 de los datos de infiltración observadas y simuladas. [98] recomienda tres índices estadísticos *MAE*, *RMSE* y *RRMSE* para la precisión y validación del modelo y que muestran las diferencias entre los datos observados y medidos. Sin embargo en el presente trabajo de investigación se determinarán un grupo de indicadores estadísticos como se ilustra en la Figura 4.100, en donde, S_i es el valor simulado i de la infiltración con el modelo NEAR, O_i es el valor observado i , con el piezómetros en la presa Cuchoquesera, \bar{O} es el promedio de los valores observados y n es el número de observaciones. Cada uno de los estadísticos mide información distinta de las propiedades de las diferencias o residuos entre las observaciones y las simuladas por el modelo NEAR.

Figura 4.100: Criterio estadístico usado en la evaluación cuantitativa de la bondad de simulación

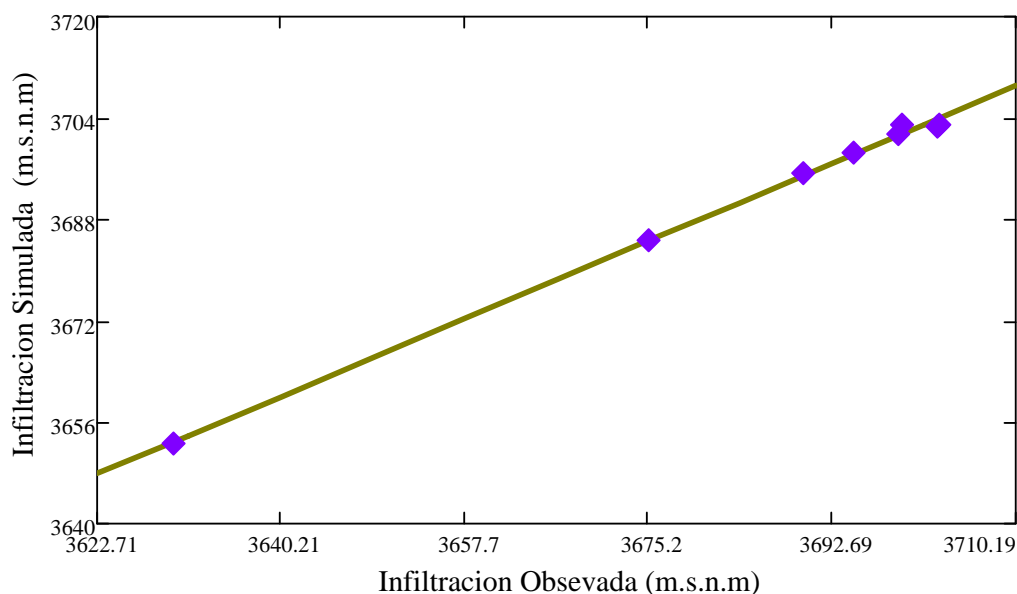
| | | |
|------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|
| Error Medio Absoluto | Error Medio (Relativo) Cuadrado | Coefficiente de Eficiencia |
| $MAE = \frac{\sum_{i=1}^n O_i - S_i }{n}$ | $RRMSE = \frac{\sum_{i=1}^n (O_i - S_i)^2}{n} \times \frac{1}{\bar{O}}$ | $EF = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (O_i - S_i)^2}{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})^2}$ |
| <p>Valor optimo = 0</p> <p>$0 \leq MAE$</p> | <p>Valor optimo = 0.0</p> <p>$0 \leq RRMSE$</p> | <p>Valor optimo = 1</p> <p>$-\infty < EF \leq 1$</p> |
| Coefficiente de Determinación | Desviación Media | Coefficiente de correlación |
| $CD = \frac{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})^2}{\sum_{i=1}^n (S_i - \bar{O})^2}$ | $BIAS = \frac{\sum_{i=1}^n (O_i - S_i)}{n}$ | $R^2 = 1 - \frac{Cov(O_i - S_i)^2}{\sigma_o^2 \times \sigma_s^2}$ |
| <p>Valor optimo = 1</p> <p>$0 < CD < +\infty$</p> | <p>Valor optimo = 0.0</p> <p>$-\infty \leq BIAS < +\infty$</p> | <p>Valor optimo = 1</p> <p>$0 < R^2 < +\infty$</p> |

Fuente: [75, Página 75], [93, Página 9] y [94].

Además de los indicadores estadísticos que se presentan en la Figura 4.100, aquí se calcularán 10 indicadores estadísticos, matemáticamente independientes entre sí, y que de forma complementaria, permitan una evaluación integral de la bondad de simulación del modelo NEAR. En el cuadro 4.17 se presentan los resultados de 10 indicadores estadísticos que muestran resultados aceptables en el modelo propuesto y desarrollado en la presente tesis y de lo que se puede concluir que el modelo numérico bidimensional NEAR representa adecuadamente el problema de infiltración en la presa Cuchoquesera, respecto a los observados.

Para definir la validez del modelo NEAR en la presa Cuchoquesera se establecieron criterios limitantes a estos indicadores estadísticos:

Figura 4.101: Infiltración observada en la presa Cuchoquesera & Resultados de la simulación con el modelo NEAR



Fuente: Elaboración propia

- Coeficiente de Eficiencia debe estar en el rango $0 \leq EF \leq 1$.
- Error Medio Relativo Cuadrático debe estar en el rango $0\% \leq RRMSE \leq 0.5\%$
- Coeficiente de Correlación de Pearson debe estar en el rango (R) $0.9\% \leq R \leq 1\%$

Tabla 4.17: Comparación de los datos observados de infiltración en la presa Cuchoquesera y resultados de los programas CHUYMI.MVF v2009 y NEAR v2017

| Indicador | Infiltración | Rango de Referencia | Valor Óptimo |
|------------------------------------------------------|--------------|----------------------------|--------------|
| Error Porcentual Absoluto Medio (MAPE) | 0.162 | 0-100 (%) | 0 |
| Error Medio Absoluto (MAE) | 5.916 | $0 \leq MAE$ | 0 |
| Error Medio Cuadrático (RMSE) | 9.127 | $0 \leq RMSE$ | 0 |
| Error Medio Relativo Cuadrático (RRMSE) | 0.248 | 0-100 (%) | 0 |
| Coeficiente de Eficiencia (EF) | 0.843 | $-\infty < EF^2 \leq 1$ | 1 |
| Coeficiente de Determinación (CD) | 1.793 | $0 < CD < +\infty$ | 1 |
| Desviación Media (BIAS) | -5.916 | $-\infty < BIAS < +\infty$ | 0 |
| Coeficiente de Determinación Múltiple (R^2) | 0.998 | $0 < R^2 < +\infty$ | 1 |
| Coeficiente de Correlación de Pearson (R) | 0.999 | $1 < R^2 < +\infty$ | 1 |
| Coeficiente de Correlación de Concordancia (R_c) | 0.899 | $-1 < R_c < +1$ | 1 |

Fuente: Elaboración propia

El estadístico $RRMSE$ mide la desviación típica de los residuos. EF estima el error total entre las observaciones y las predicciones. El estadístico CD proporciona una medida rápida de la calidad de predicción de las infiltraciones. El coeficiente de correlación de Pearson es una medida de la relación lineal entre los valores simulados y observados. La validez del modelo están referidos al análisis de estos indicadores.

4.3. Discusión de resultados

El modelo matemático y el código computacional desarrollado permite la simulación numérica del problema de infiltración, a través del código desarrollado *NEAR V1.0*. Este aplicativo computacional representa con un buen grado de exactitud el fenómeno real, ya que las ecuaciones diferenciales parciales no lineales se transforman en algebraicas por el Método de Elementos Naturales. Estas ecuaciones son las que usando una rutina computacional desarrollada en *MATLAB* muestra los resultados de las variables que determinan el problema de infiltración en presas debido a la diferencia de potenciales. El cálculo del fenómeno de infiltración se efectúa en un entorno gráfico, de fácil entendimiento y mediante la lectura de su manual de usuario se podrá familiarizar con todas las funciones del programa. Aquí se discute algunas soluciones específicas y generales para ver las diferencias con respecto a los otros métodos.

4.3.1. Discusión sobre el modelo propuesto

Como se ha visto en el capítulo anterior, el modelamiento del problema de la infiltración en las presas de tierra es lo mismo que el modelamiento de las presas de concreto armado y otras estructuras similares, con la única diferencia de que la infiltración en estructuras con concreto armado la infiltración se produce solamente por la fundación. Para este efecto utilizamos el *Método Elementos Naturales* (NEM) para el modelamiento; esto corresponden al uso de los programas *NEAR V1.0* y *Plaxis* respectivamente, el primero elaborado especialmente para los fines de esta investigación.

Como primera controversia para la validación del modelamiento de la infiltración en presas con el Método de Elementos Naturales usamos el modelamiento de la infiltración en presas con el Método de Elementos Naturales y el programa comercial *Plaxis* por el Método de Elementos Finitos; considerando válida ambas formulaciones se ha realizado la modelación y simulación numérica de la presa Cayramayo con el programa que hemos elaborado *NEAR V1.0* y el programa *Plaxis*.

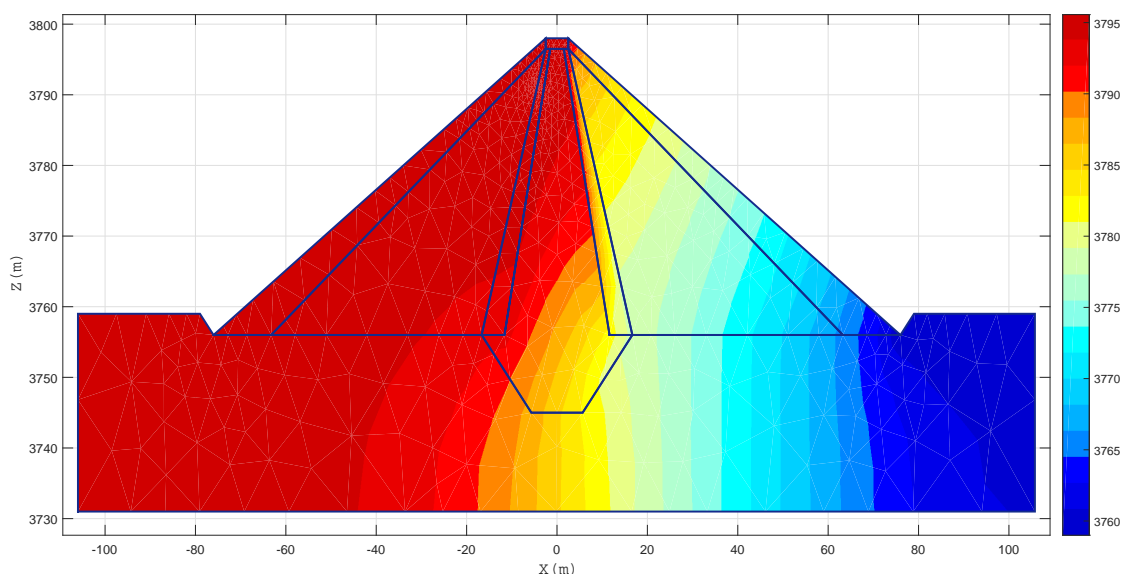
4.3.2. Discusión sobre el modelamiento

Según como se ha presentado los resultados en la Sección anterior, los modelos presentan convergencia y similaridad en sus reporte; siendo esta un primer punto de validación del modelo con MEN. Los reportes de comparación en este caso para la presa Cayramayo y la presa Cuchoquesera.

Para la presa de tierra Cayramayo, de acuerdo a la comparación y validación con el programa *PLAXIS*, se concluye que el modelo *NEAR* es adecuado para el análisis de infiltración de este tipo de presas y aplicable para cualquier otro tipo con distintas materiales.

Los resultados tanto para la presa Cayramayo y la presa Cuchoquesera con el programa desarrollado *NEAR* reportan soluciones acertadas, de acuerdo a la comparación

Figura 4.102: Alturas Piezométricas obtenidas con el programa NEAR



Fuente: Elaboración propia

de la solución con el Método de Elementos Finitos (PLAXIS). La Figura 4.102 representa las alturas piezométricas o carga hidráulica total en los 7 subdominios de 5 tipos de materiales distintos.

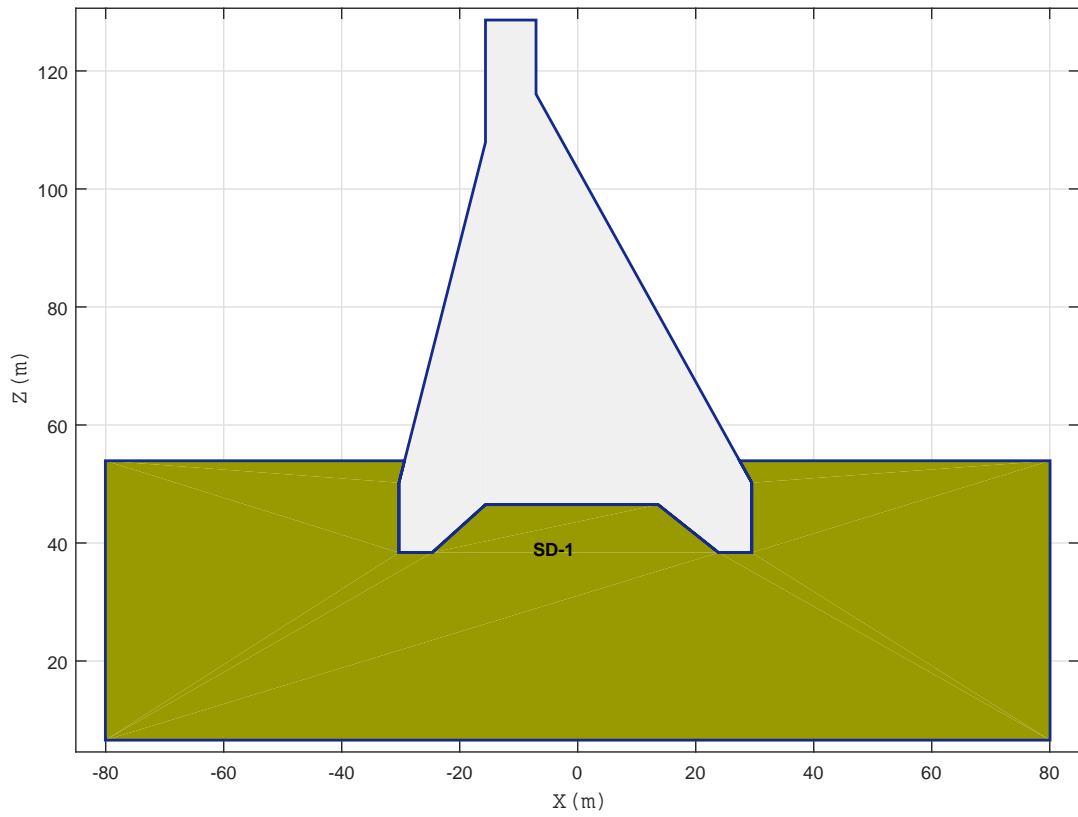
El modelo NEAR desarrollado en esta tesis, también se puede utilizar para la simulación numérica de la infiltración en presas de concreto armado como presas de gravedad, contrafuerte, arco-bóveda y estructuras similares como bocatomas, garajes, etc.

Utilizando este programa y con simulaciones diversas se puede tomar decisiones más adecuadas para el diseño correcto de las presas de este tipo. En la Figura 4.103 se muestra una presa de gravedad típica de concreto armado que consiste en el cuerpo de la presa propiamente dicho, por donde no se produce la infiltración y como segunda región se tiene el medio de infiltración por debajo de la presa.

La solución de la presa de la Figura 4.103 se hace utilizando el programa NEAR. En la Figura se puede observar la discretización en la nube de puntos y el diagrama de Voronoi.

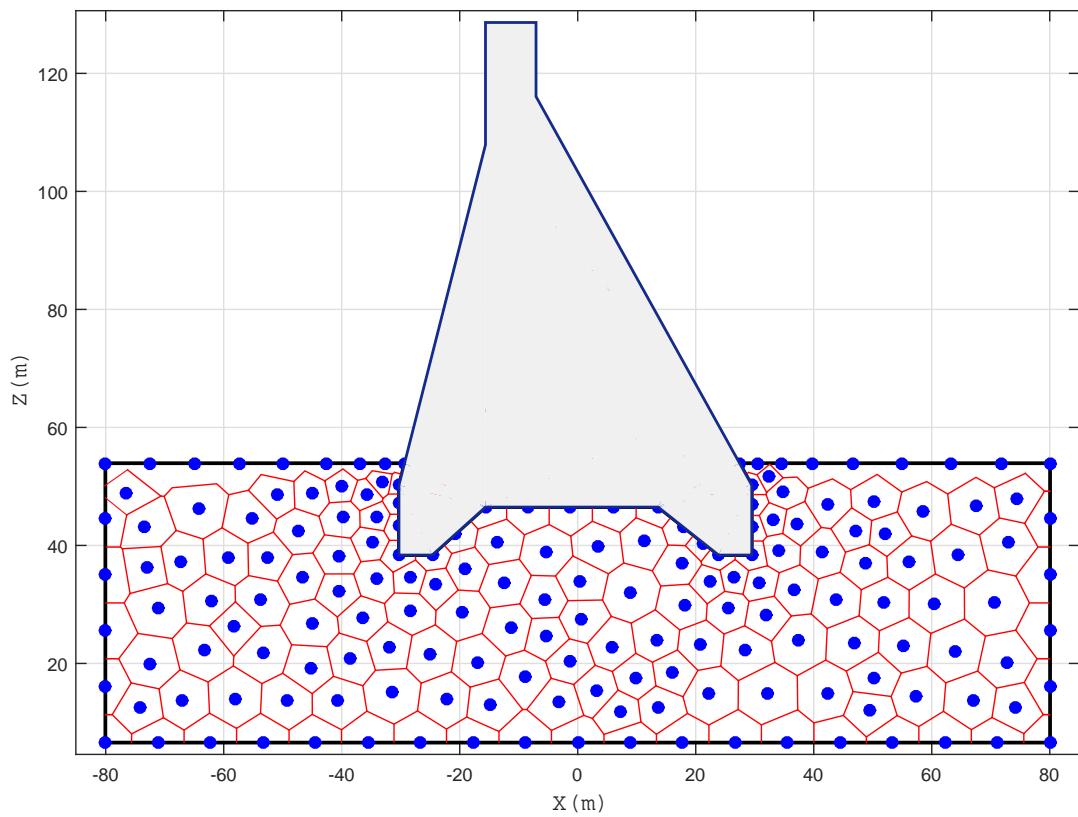
A través de la simulación numérica con el programa NEAR se ha obtenido los resultados que se muestran en las Figuras 4.105, 4.106 y 4.107, que están referidos a la altura piezométrica, alturas de presión y líneas de corriente. Y como se puede notar la infiltración del flujo de agua se produce por debajo de la presa, ya que la presa de concreto armado se considera impermeable, por lo tanto la modelación y simulación de estructuras de concreto es posible con este programa.

Figura 4.103: Presa de gravedad típica



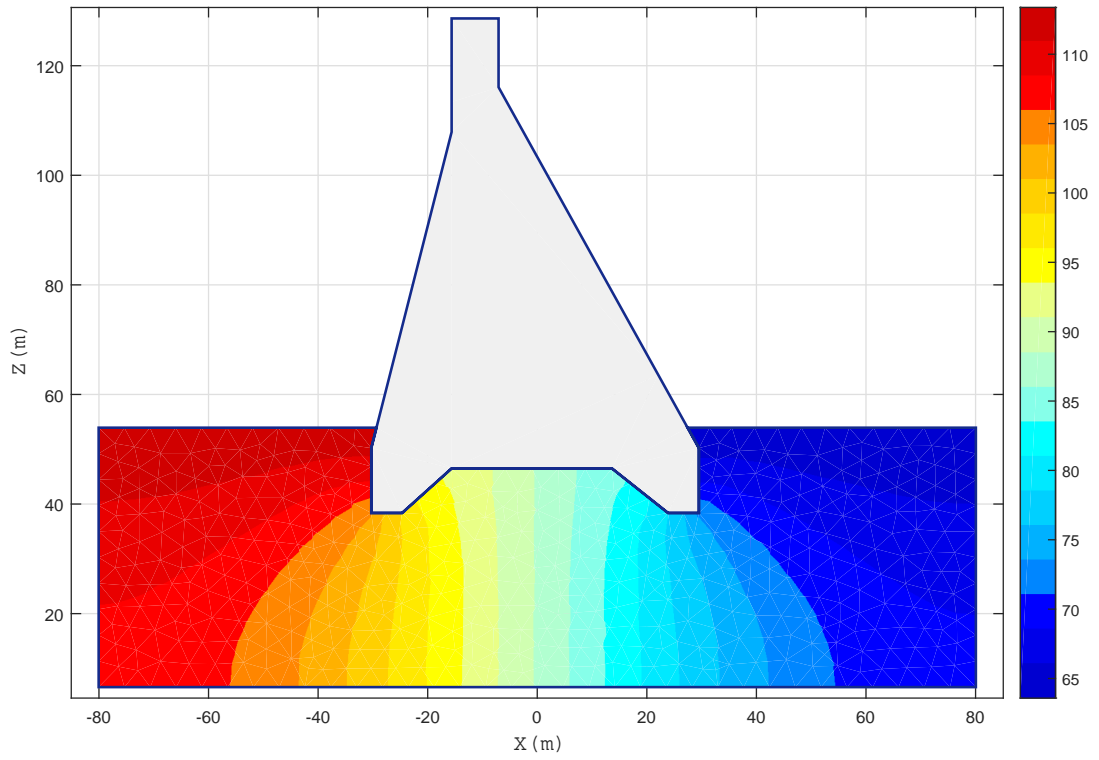
Fuente: Elaboración propia

Figura 4.104: Generación del diagrama de Voronoi y los vecinos naturales



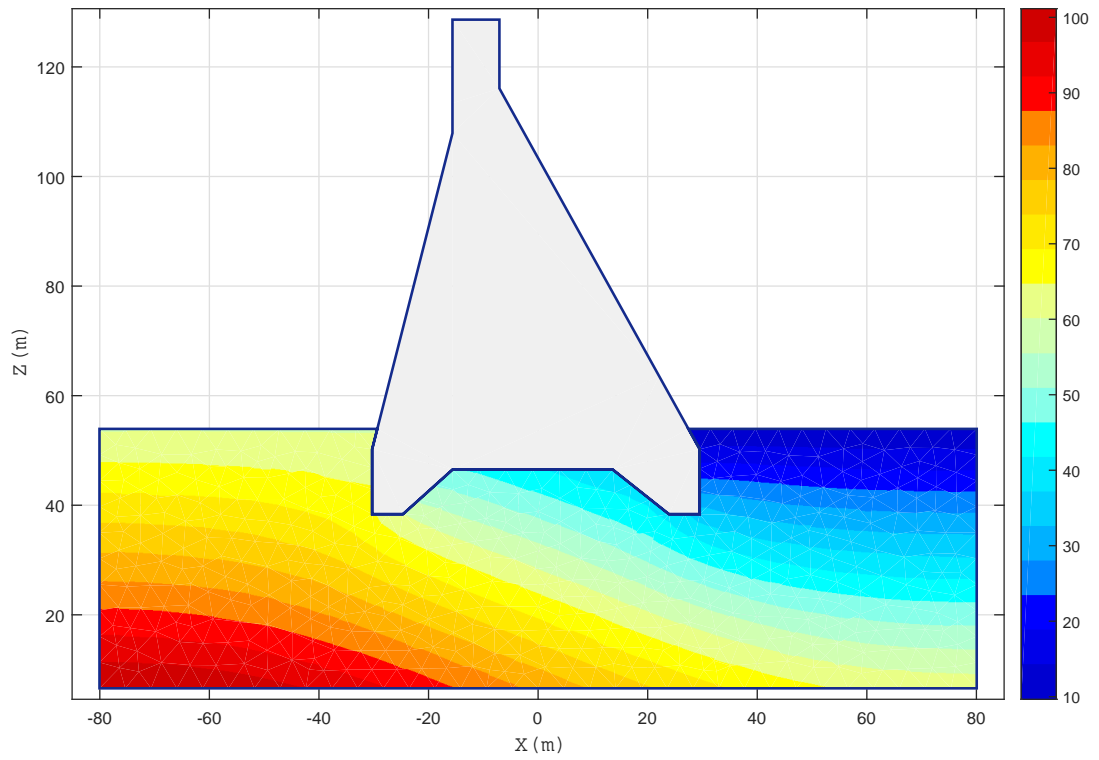
Fuente: Elaboración propia

Figura 4.105: Alturas piezométricas en la presa de gravedad



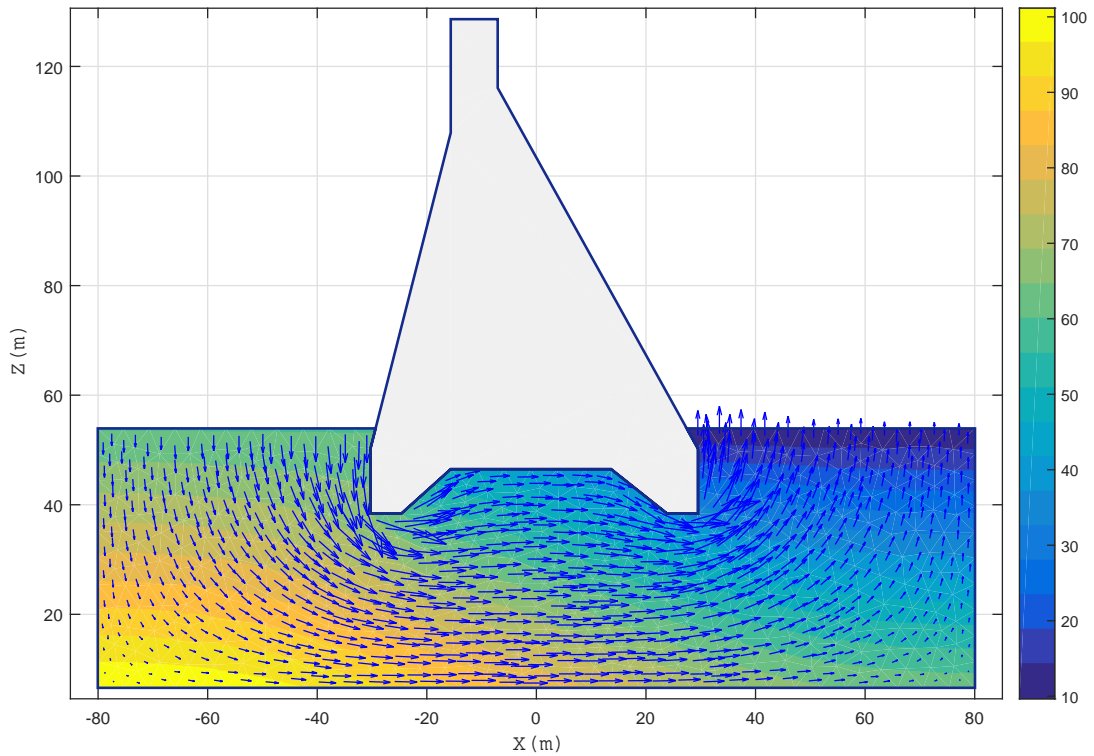
Fuente: Elaboración propia

Figura 4.106: Alturas de presión en la presa de gravedad



Fuente: Elaboración propia

Figura 4.107: Alturas de presión y líneas de corriente en la presa de gravedad



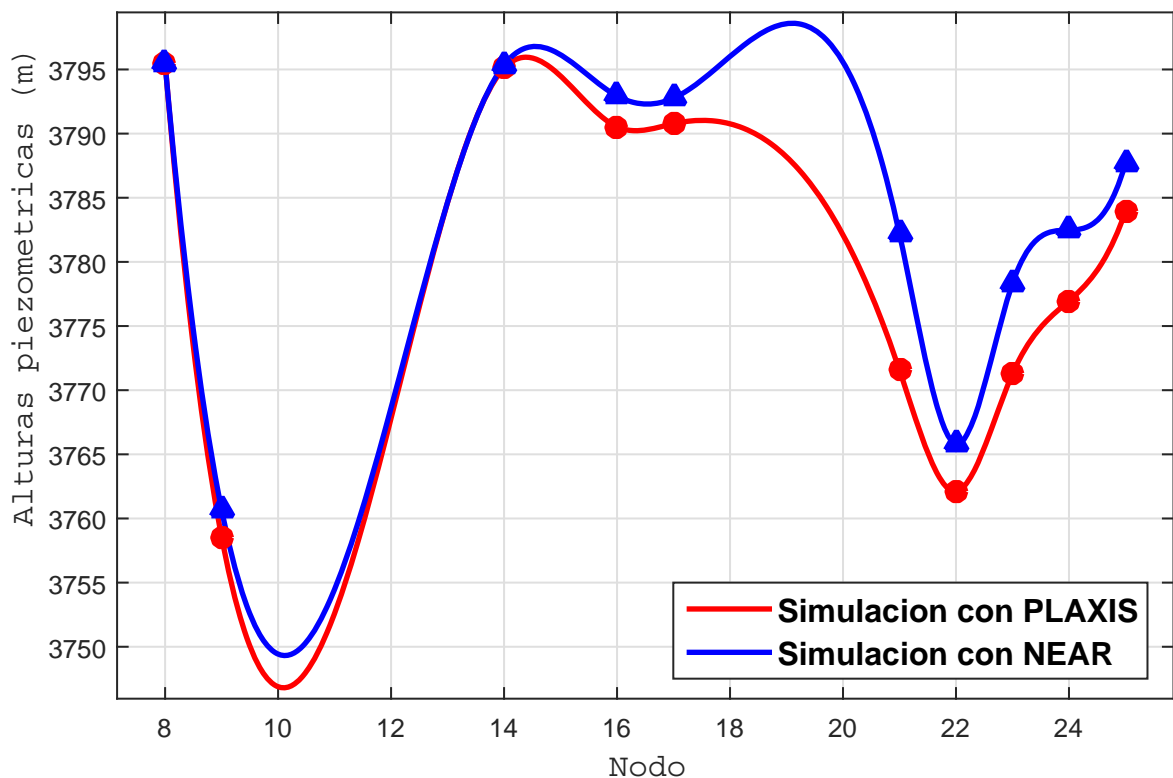
Fuente: Elaboración propia

De manera similar el programa NEAR se puede aplicar a la simulación numérica del problema de infiltración en bocatomas o presas de derivación, tablestacas y cualquier otra estructura donde se produzca la infiltración. Lo importante en este modelo es la obtención de los coeficientes de permeabilidad de acuerdo a las características del medio de infiltración y estas deben ser obtenidos bajo ensayos de laboratorio rigurosos o estudios de campo in-situ. Finalmente es importante definir los límites de infiltración del problema estableciendo la geometría del mismo.

4.3.3. Discusión sobre los resultados

En las Figuras 4.108 y 4.109 se muestra la variación de las alturas piezométricas y de las alturas de presiones en todos los nodos de validación de la presa Cayramayo obtenidas tanto con el programa PLAXIS y NEAR. De donde se afirma que los resultados del modelo desarrollado se aproxima eficazmente a los resultados de uno de los programas mas utilizados en este campo, como el programa Plaxis. Por lo tanto el modelo presentado en esta investigación en base al Método de Elementos Naturales es adecuado. Las diferencias se debe a que ambos modelos utilizan diferentes métodos numéricos, sin embargo es una primera aproximación de que el modelo es correcto.

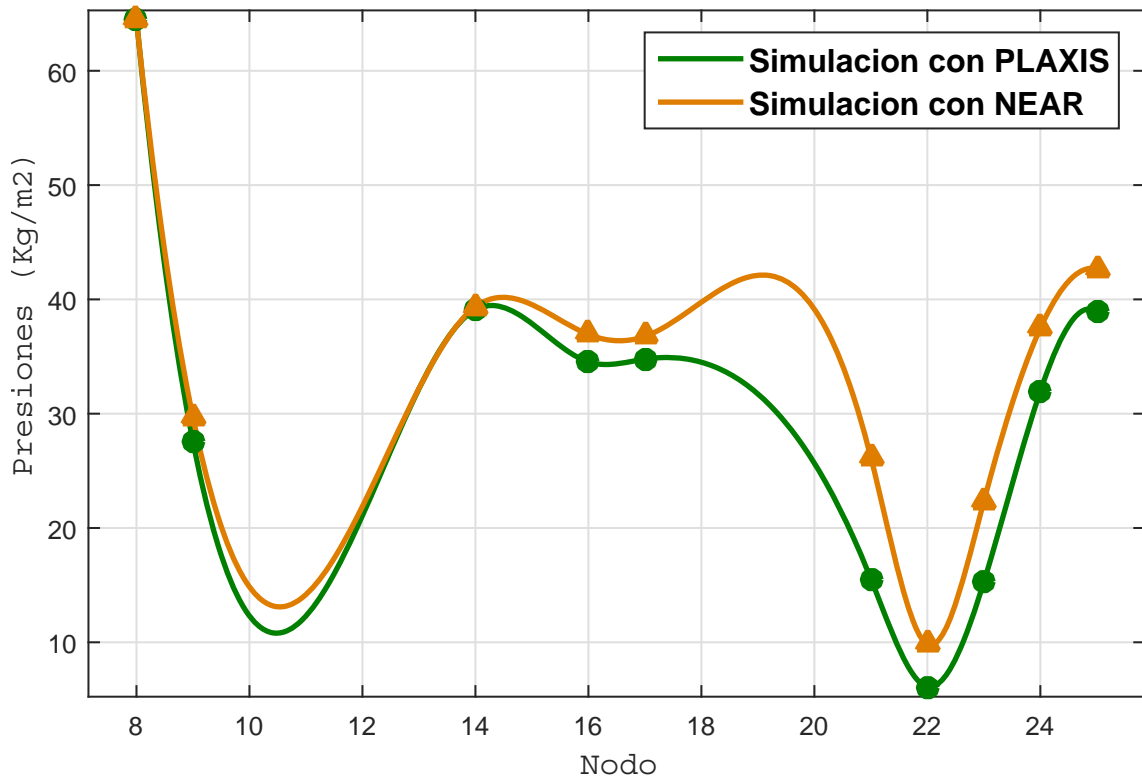
Figura 4.108: Variación de las alturas piezométricas & Nodos de validación con los programas PLAXIS y NEAR



Fuente: Elaboración propia

El software PLAXIS, es un programa de ordenador de elementos finitos bidimensionales diseñado específicamente para la realización de análisis de deformación y estabilidad de problemas geotécnicos, así como el calculo de infiltración. La modelación por elementos finitos utilizando PLAXIS, requiere la generación de malla de elementos finitos y especificar las propiedades de los materiales y las condiciones de contorno. Todo ello se lleva a cabo en el programa de introducción de datos (Input). Para generar una malla de elementos finitos, se debe crear un modelo geométrico compuesto por puntos, líneas y otros componentes en las dos dimensiones del plano x-y. La generación de la malla y de sus propiedades y la imposición de las condiciones de contorno a nivel de elemento es ejecutada de forma automática por el generador de mallas PLAXIS basándose en la introducción del modelo geométrico. Para la discretización del dominio de la presa Cayramayo, el programa Plaxis utiliza mallas no estructuradas en base a la triangulación de Delaunay.

Figura 4.109: Variación de las alturas piezométricas & Nodos de validación con los programas PLAXIS y NEAR

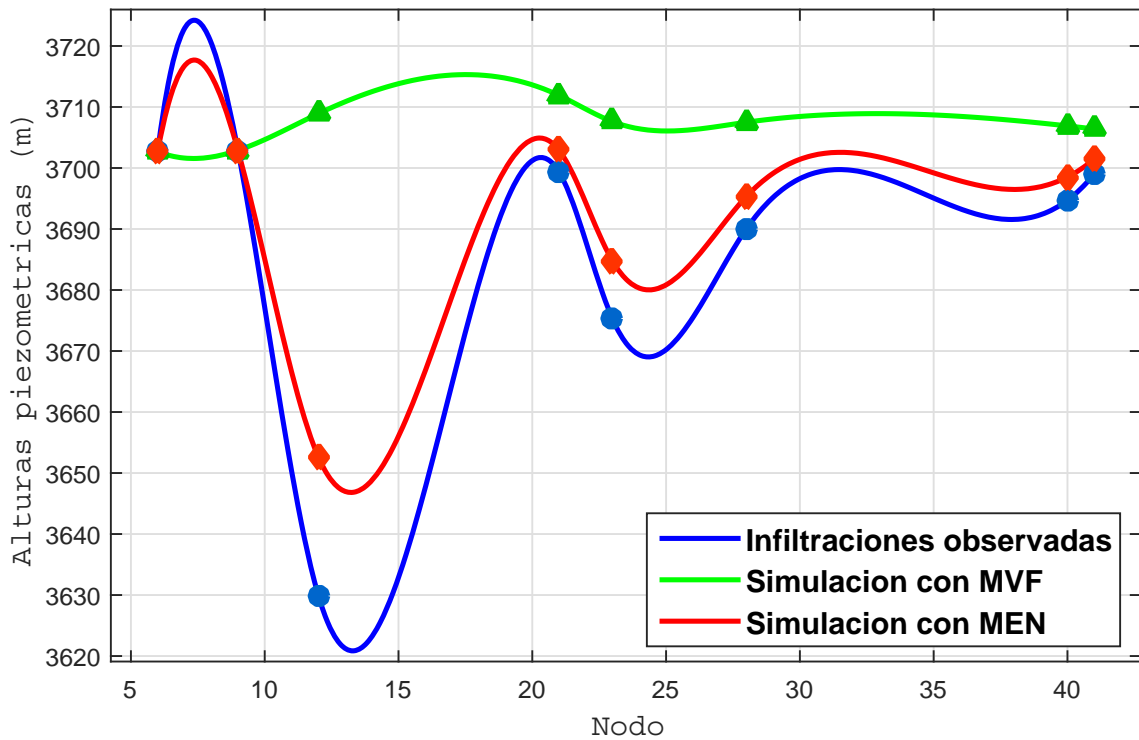


Fuente: Elaboración propia

De manera similar los resultados del modelo NEAR se ha comparado con los datos observados (experimentales) o reales de infiltración de la presa Cuchoquesera, donde se tiene registros de infiltración desde 31/05/2002 hasta 20/04/2009, según los datos recopilados, aunque estos registros datan hasta la actualidad. La Figura 4.110 muestra la variación de las alturas piezométricas en todos los nodos de validación de la presa Cuchoquesera para el programa NEAR desarrollado con el Método de Elementos Naturales, CHUYMI elaborado con el Método de Volúmenes Finitos, según [96] y los datos medidos in-situ. De donde se concluye que los resultados del modelo NEAR, están muy próximos a los datos reales y es relativamente mejor que los resultados obtenidos por CHUYMI, por lo tanto se ha demostrado que el modelo NEAR es aplicable a este tipo de problemas y en consecuencia es **correcto y válido**.

Para futuras investigaciones lo recomendable sería realizar la simulación numérica de la infiltración, teniendo en cuenta nodos o puntos predefinidos previamente, no solo en el contorno de los subdominios sino en el interior de estas con la finalidad de hacer comparaciones o inferencias entre los resultados de distintos modelos o datos reales en presas instrumentadas. Obviamente habrá desviación en los resultados diferencias entre ellas, esto es justificable porque cada método numérico tiene su propio procedimiento y enfoque de solución de una ecuación diferencial. En la Figura 4.99 se presenta la solución de 2 modelos distintos basados en el Método de Volúmenes Finitos (CHUYMI) y el Método de Elementos Naturales (NEAR) con los datos reales de la presa Cuchoquesera y de acuerdo a las Figuras 4.99 y 4.111

Figura 4.110: Variación de las alturas piezométricas & Nodos de validación con el programa NEAR y datos observados de infiltración en la presa Cuchoquera



Fuente: Elaboración propia

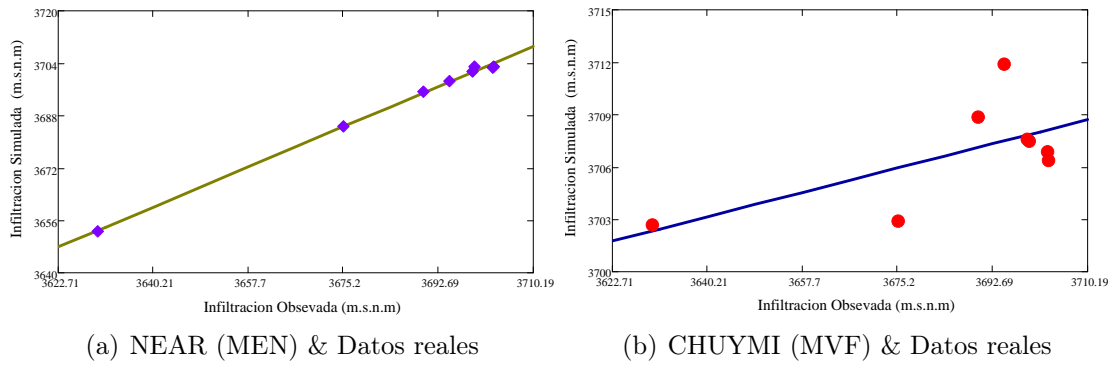
inferimos que el modelo NEAR es mejor que el modelo CHUYMI porque el grado de aproximación a los datos reales es mucho mejor.

4.3.4. Discusión sobre la validación

Para la validación del modelo se hizo la simulación numérica de la presa Cuchoquera donde se tiene registros históricos de infiltración (datos reales) y este es una fuente de evidencia para el presente trabajo de investigación, de forma que se puede comparar y medir el grado de proximidad o correlación. Del proceso de validación del modelo NEAR se obtuvieron los resultados que se muestran en el Cuadro 4.17, donde se observa que el coeficiente de eficiencia es de $EF = 0.843$, el error medio relativo cuadrático $RRMSE = 0.248$ y el coeficiente de correlación de Pearson de $R = 0.999$ y estos parámetros elegidos para la validación del modelo están en el rango del criterio limitante establecido.

De la Figura 4.111 se observa que el modelo NEAR es mejor que el modelo CHUYMI [96], debido al gráfico de dispersión, además el coeficiente de eficiencia para los resultados por el Método de Volúmenes Finitos es de $EF = -0.616$, el error medio relativo cuadrático $RRMSE = 0.795$ y el coeficiente de correlación de Pearson de $R = 0.651$, que esta fuera del rango de validez establecidos para el presente trabajo de investigación. Por lo tanto se concluye que el modelo NEAR que esta basado en el Método de Elementos Naturales predice con mayor certeza la infiltración en la presa Cuchoquesera.

Figura 4.111: Infiltración simulada con NEAR y MVF & infiltración observada en la presa Cuchoquesera



Fuente: Elaboración propia

De acuerdo al Cuadro 4.17 y la Figura 4.111(a) el modelo NEAR presenta pronósticos de la infiltración muy cercanos a los valores medidos en campo. Tomando en cuenta los criterios de validación, damos por correcto y validado al modelo NEAR. Sin embargo la evaluación del desempeño de la calidad del modelo depende de varios criterios y factores. Virtualmente no se intenta examinar las bases físico-matemáticas de la calidad del modelo, se supone que los datos observados O es libre de errores ya que la clave está en las medidas de evaluación.

Si este punto de vista estadístico es razonable y no se considera ninguna información físico-matemática u otra información científica, se puede concluir que el modelo NEAR es altamente preciso. Independientemente de si se evalúa o no la exactitud, es evidente que ningún índice único puede describir adecuadamente el rendimiento del modelo y, por lo tanto, se debe reportar una serie de medidas complementarios como sugiere [98]. Esta evaluación, en los nodos de validación son las pocas posibilidades de inferencias que pueden extraerse de una evaluación estadística del performance del modelo.

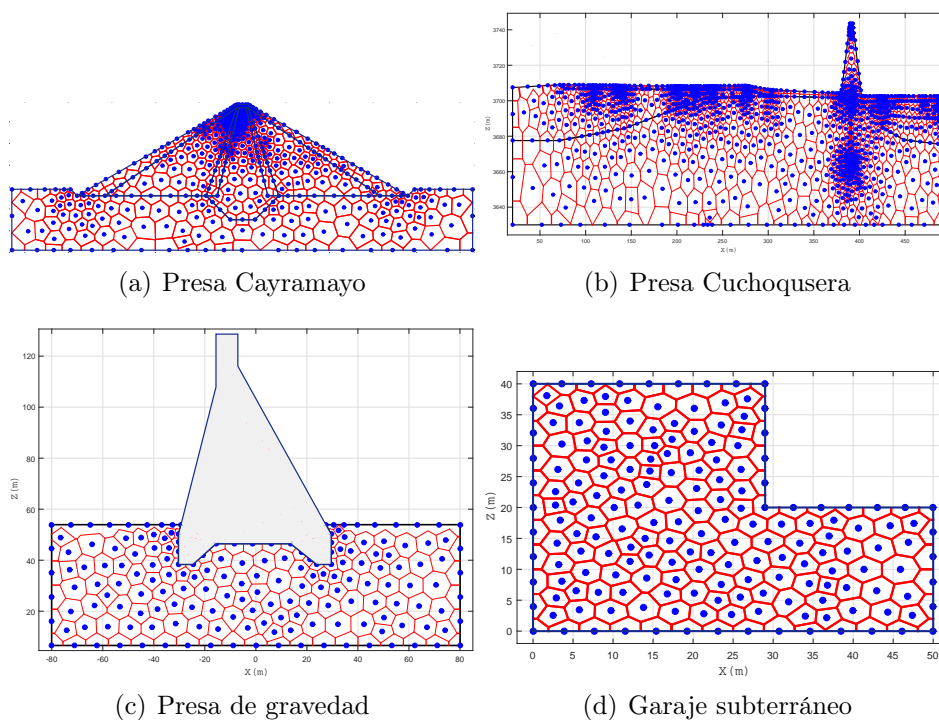
La preocupación obvia frente a los nuevos modelos matemáticos es el grado de confianza en las simulaciones del modelo. Es muy fácil cometer errores, incluyendo los errores en las estimaciones de los parámetros, en los supuestos del modelo y en la programación. Las simulaciones por computadora y los modelos matemáticos se utilizan cada vez más para ayudar en el proceso de toma de decisiones en la ingeniería civil. La verificación y validación está diseñada para abordar esta cuestión y se ha convertido en una parte importante del proceso de construcción del modelo.

Capítulo V: Conclusiones y recomendaciones

5.1. Conclusiones

1. El punto de partida de esta investigación ha sido comprender las bases conceptuales del fenómeno de infiltración en medios porosos y la solución de las ecuaciones diferenciales parciales gobernantes (**Ecuación de Laplace**) con el MEN.
2. El MEN permite discretizar el dominio físico de las presas y estructuras similares en una nube de puntos y el diagrama de Voronoi como se puede ver en la Figura 5.112 y resuelve numéricamente las ecuaciones gobernantes del flujo de infiltración a partir de la interpolación por vecinos naturales (véase 5.114 y 5.113).

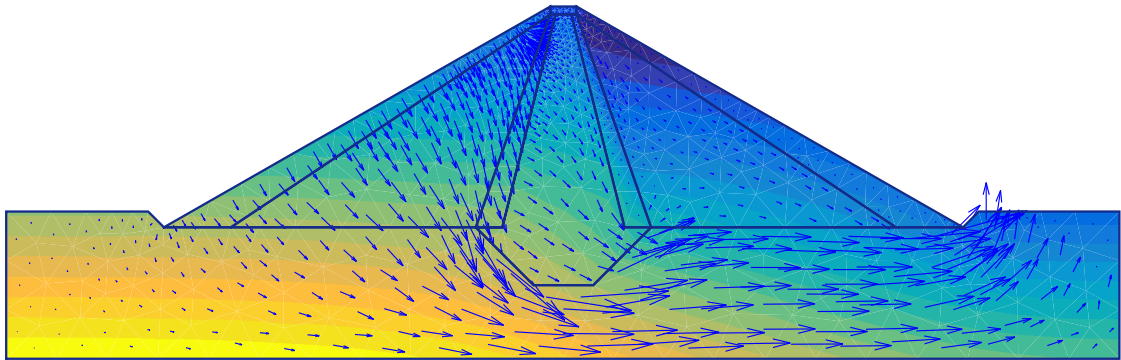
Figura 5.112: Alturas piezométricas en las diferentes estructuras obtenidas con el programa NEAR



Fuente: Elaboración propia

3. La determinación de la variabilidad espacial del flujo de infiltración en las presas de tierra, permite conocer con certeza la líneas de corriente, su magnitud y su influencia en el domino del problema como se ve en la Figura 5.113 y a partir de estos resultados se establece las secciones con sus propiedades de los materiales respectivamente, es decir la zonificación de la tipología de la presa depende directamente de la variabilidad espacial del flujo de infiltración.

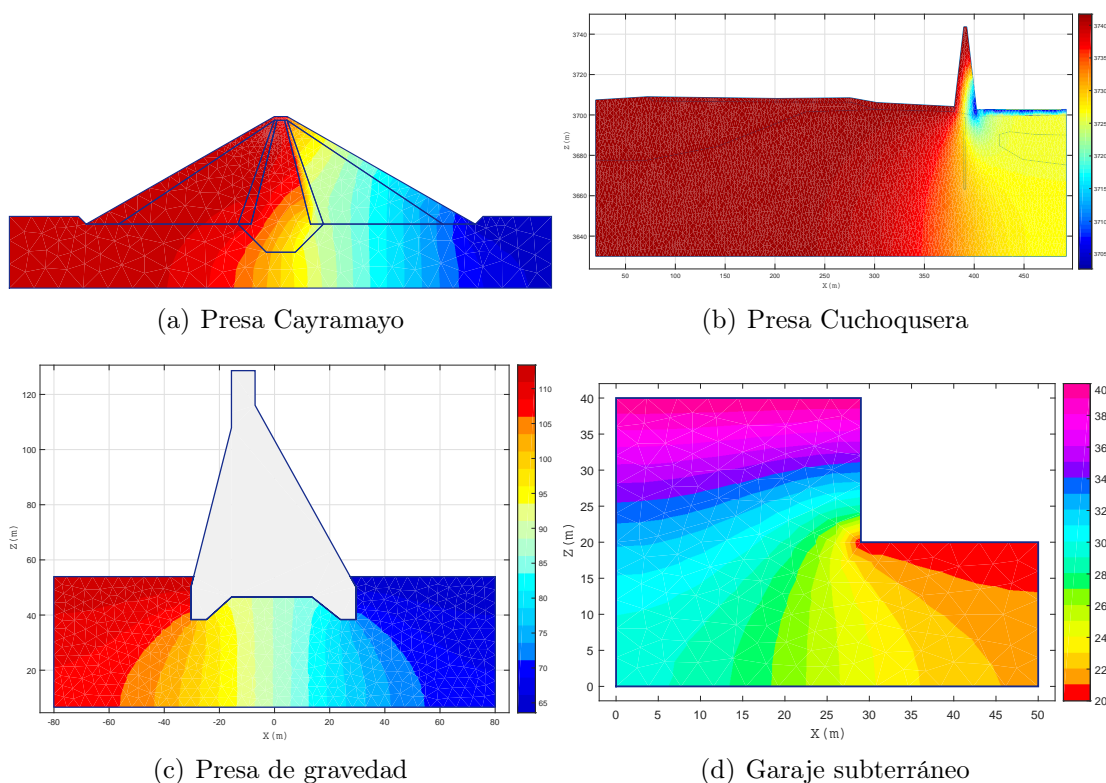
Figura 5.113: Alturas de presión y velocidad del flujo (líneas de corriente) - Dique principal de la presa Cayramayo



Fuente: Elaboración propia

4. La aplicación del modelo propuesto se hizo a la presa Cayramayo, que es una presa heterogénea con 5 materiales distintos incluido su núcleo de arcilla.
5. Los resultados dependen mucho del tipo de material de cada zona (coeficientes de permeabilidad), geometría de la presa y la asignación de las condiciones de borde aguas arriba y aguas abajo.
6. El resultado principal de esta investigación es el programa **NEAR V1.0**, que se ha codificado en MATLAB resolviendo la ecuación de Laplace con el Método de Elementos Naturales y es aplicable tanto a presas de tierra y de concreto armado y estructuras similares.
7. Para las presas de tierra que son estructuras para almacenar y retener agua, las características geométricas, zonificación, granulometría de cada zona, permeabilidad, así como las cargas de agua, permiten determinar las redes de flujo, gradientes y los demás parámetros.
8. La principal fuerza impulsora de la infiltración es la gravedad. El movimiento del flujo de agua se produce desde un estado de mayor energía a uno menor.
9. El Método de Elementos Naturales es uno de los métodos sin malla para resolver ecuaciones diferenciales parciales y está basado en la interpolación por vecinos naturales a partir de la triangulación de Delaunay y de su estructura dual, la teselación de Dirichlet o diagrama de Voronoi.
10. El programa de ordenador (NEAR) desarrollado en Matlab expresa el modelo matemático de elementos naturales y es capaz de realizar simulaciones computacionales del flujo de infiltración en presas de tierra, de concreto armado y estructuras similares como se puede ver en la Figura 5.114.

Figura 5.114: Alturas piezométricas en las diferentes estructuras obtenidas con el programa NEAR

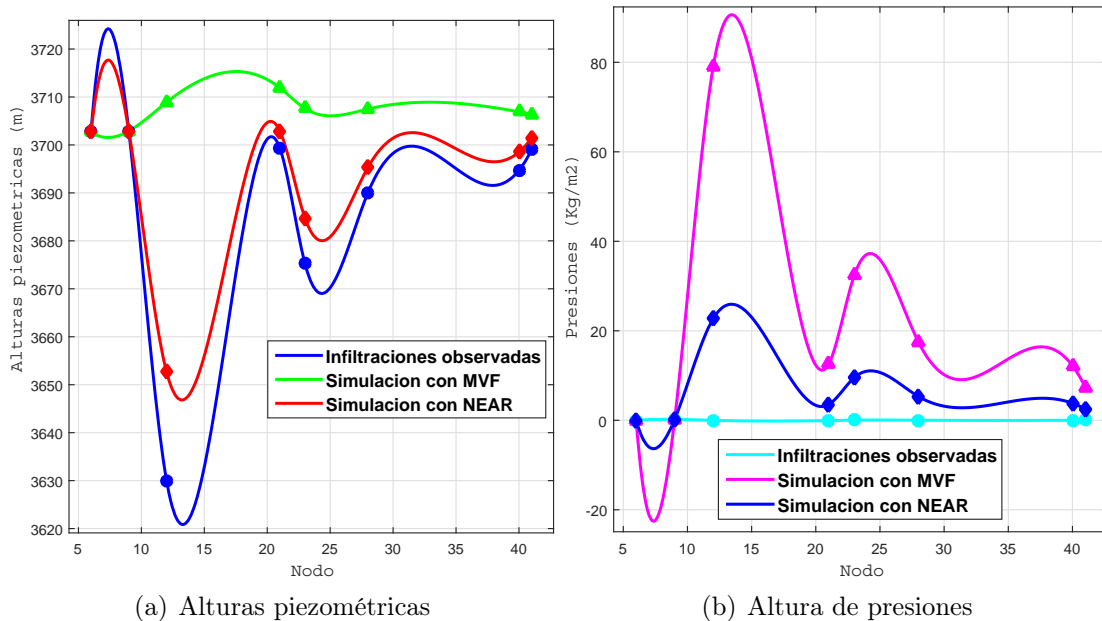


Fuente: Elaboración propia

11. La formulación del MEN, principalmente esta basado en la interpolación sibsoniana y no sibsoniana y la solución de la ecuación diferencial gobernante del flujo medios porosos se hace es su forma integral.
12. Para este trabajo de investigación y en específico para la codificación del programa NEAR se ha utilizado la interpolación no sibsoniana.
13. El programa NEAR en su primera versión, solamente incluye condiciones de borde Tipo Dirichlet y estas se ingresan mediante tablas clasificadas y por elementos de contorno.
14. El programa NEAR, de acuerdo a los resultados ha demostrado ser eficiente y adecuado para la modelación de problemas de infiltración en presas.
15. Con este tipo de trabajos se permite correlacionar las propiedades texturales de los suelos con la conductividad hidráulica saturada a fin de generar relaciones válidas para diferentes condiciones.
16. Los resultados dependen mucho de la definición de las condiciones de borde además de los datos de la topografía de la presa, condiciones de nivel de embalse y freático aguas arriba y aguas abajo.
17. Finalmente el modelo desarrollado y el código computacional están en condiciones de aplicarse a una amplia gama de problemas de simulación numérica de análisis de la infiltración como cualquier otro programa comercial.

18. Los resultados obtenidos con el programa de Elementos Naturales NEAR V1.0 presentan un buen grado de aproximación a los datos reales o medidos en campo como se puede ver en la Figura 5.115 y es relativamente mejor respecto a la solución por el Método de Volúmenes Finitos. Esto garantiza la efectividad del modelo utilizado y otorga confiabilidad a los valores encontrados para las variables primarias y secundarias.

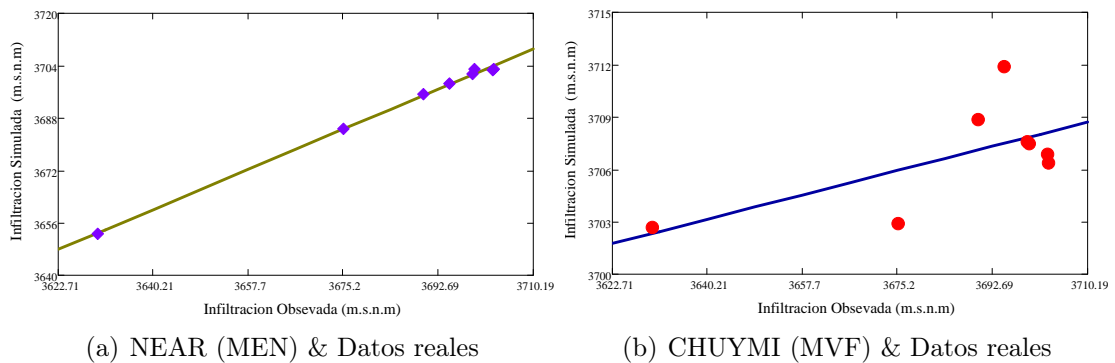
Figura 5.115: Variación de resultados & Nodos de validación con el programa NEAR y datos observados de infiltración en la presa Cuchoquera



Fuente: Elaboración propia

19. En el proceso de validación del modelo NEAR se calcularon indicadores estadísticos como el coeficiente de eficiencia $EF = 0.843$, error medio relativo cuadrático $RRMSE = 0.248$ y el coeficiente de correlación de Pearson $R = 0.999$ y tomando en cuenta los criterios de validación, el modelo NEAR es adecuado y válido para la simulación numérica de la infiltración en las presas.

Figura 5.116: Infiltración simulada con NEAR y MVF & infiltración observada en la presa Cuchoquesera



Fuente: Elaboración propia

5.2. Recomendaciones

1. Los coeficientes de permeabilidad de cada material seleccionado para la presa se debe determinar por ensayos especializados en campo y en laboratorio.
2. La matriz geométrica del dominio de infiltración de la presa, se debe ordenar convenientemente para su importación al programa NEAR. Fila 1 numero de vertices. Fila 2 hasta la fila $n + 1$, valores de las coordenadas en el eje x . Fila $n + 2$ hasta la fila $2n + 1$ valores de las coordenadas en el eje y .
3. La implementación del modelo computacional en *MATLAB*, permitirán a las demás generaciones de investigadores en el tema, la utilización de una herramienta para la simulación de muchos más casos aplicados a este tema. El modelo computacional es efectivo y amigable con el usuario, posee una interfase gráfica de fácil uso.
4. Antes de cargar un modelo con características complejas es recomendable contar con un modelo conceptual claro de lo que quiere analizarse con fines de diseño o de decisión ingenieril.
5. Con respecto al programa *NEAR V1.0*, se recomienda familiarizarse con el Método de Elementos Naturales para su fácil manejo y manipulación y seguir el procedimiento de ingreso de datos y ejecución del problema de acuerdo a su manual.
6. Las tragedias por la falla de una presa están relacionadas a eventos hidrometeorológicos, tubificación, erosión interna (infiltración), acciones sísmicas, etc. y una mala operación, mantenimiento y monitoreo del funcionamiento de la presa. Las presas están sometidas a la acción de múltiples agentes externos, que atentan contra su seguridad, por lo tanto, requieren de un mantenimiento y un monitoreo permanente, para garantizar que las condiciones de seguridad iniciales no disminuyan, bien sea por el efecto del deterioro de los componentes de las estructuras que la conforman, o bien por los cambios o alteraciones en la ocurrencia de dichos eventos que son riesgos potenciales inminentes. En este sentido se recomienda para la presa Cayramayo una operación, mantenimiento y monitoreo permanente, mitigando inmediatamente si es que hubiera asentamiento con el incremento de la altura de la presa sobre la corona e impermeabilizando la presa con métodos adecuados en caso de infiltración.

5.3. Investigaciones futuras

1. Desarrollar un modelo matemático y un aplicativo computacional para la simulación numérica del fenómeno de infiltración en presas de tierra y de concreto armado utilizando como técnica numérica el Método de Elementos Naturales en *3D* y en regimen transitorio.
2. Desarrollar un modelo global de análisis de esfuerzos y deformaciones en presas de material suelto y de concreto armado, considerando la infiltración con el Método de Elementos Naturales.

Glosario

Agua subterránea Generalmente es todo el agua debajo de la superficie terrestre o también se define como agua freática o agua debajo de la capa freática ($p \geq p_{atmosferica}$). 129

Altura piezométrica (H) Es la energía mecánica fluida por unidad de peso de fluido, que se correlaciona con la elevación que el agua alcanzará en un acuífero. También conocido como carga hidráulica total. 129

Anisotropía Variación direccional de una propiedad en un punto. 129

Arcilla Partículas de tierra con $< 0.002mm$ de diámetro efectivo. 129

Coefficiente de determinación (R^2) Porcentaje de variación de la variable dependiente que es explicable por la línea de regresión. 129

Condiciones de contorno Condiciones especificadas en los bordes o superficies de un sistema de aguas subterráneas. 129

Conductividad hidráulica (K) Es el volumen de fluido que fluye a través de un área unitaria de medio poroso para un gradiente hidráulico unitario normal a esa área. 129

Densidad (ρ) Masa de una sustancia dividida por su volumen [mL^{-3}]. 129

Ecuación de continuidad Exceso neto de flujo de masa dentro o fuera de cualquier volumen elemental infinitesimal es exactamente igual al cambio por unidad de tiempo de densidad de fluido multiplicado por el volumen libre (de ese elemento). 129

Ecuación de Laplace Ecuación para el flujo en estado estacionario en un medio poroso homogéneo e isotrópico $\nabla^2 h = 0$. 129

Equipotencial (Φ) Línea que conecta puntos de igual altura piezométrica o carga hidráulica total. 129

Geohidrología Es el estudio de las aguas subterráneas, enfatizando sus aspectos hidrológicos, más que geológicos. Comúnmente, la geohidrología y la hidrogeología se utilizan indistintamente. 129

Geología Es una ciencia que involucra el estudio de la Tierra y el origen, la composición, la estructura y la historia física de la Tierra, incluyendo el estudio

de agentes naturales, fuerzas y procesos que causan cambios en la Tierra y la investigación y recolección de datos sobre la corteza y el interior de La Tierra y los gases superficiales y subterráneos, los sólidos y los fluidos que componen la Tierra. 129

Gradiente hidráulico Es el cambio en la carga hidráulica con dirección. 129

Hidrogeología Es el estudio de las aguas subterráneas, incluyendo sus propiedades físicas y químicas, su entorno geológico, su papel en los procesos geológicos, el movimiento natural, la recuperación, la contaminación y la utilización. 129

Homogeneidad Propiedad de un parámetro o sistema cuyos valores no se modifican en el espacio. 129

Infiltración Es el movimiento del agua desde la superficie de la tierra hacia el subsuelo. 129

Isobaras Líneas (o superficies) de igual presión. 129

Isocronas Líneas o superficies que representan valores a un tiempo constante. 129

Isotropía La condición en la cual las propiedades de un sistema o un parámetro no varían con la dirección. 129

Ley de Darcy Descarga de agua (Q) a través de un área unitaria de medio poroso es directamente proporcional al gradiente hidráulico (i) normal a esa área (A). La constante de proporcionalidad es la conductividad hidráulica (K). 129

Lugeon Es la medida de la transmisividad de las rocas kársticas, muy raramente utilizada actualmente (europea), determinada por inyección presurizada. Un Lugeon (Lu) equivale a un litro de agua por minuto inyectado en un metro de pozo a una presión de inyección de 10 atmósferas. 129

Línea de flujo Trayectoria que una molécula de agua toma en su movimiento a través de un medio poroso. 129

Modelo matemático Es una descripción, en lenguaje matemático, de un objeto que existe en un universo no-matemático. 129

No Darciano Es un término que implica que el flujo en un medio poroso no sigue la ley de Darcy (es decir, la descarga no es linealmente proporcional al gradiente hidráulico). 129

Presión (p) Es la fuerza por unidad de área. 129

Presión intersticial Presión (en exceso sobre la presión atmosférica) del agua en los vacíos de un suelo o roca saturados. 129

Red de flujo Mapa que muestra las líneas equipotenciales y las líneas de corriente de un acuífero, presa u otro sistema geológico. 129

Siglas

GRA Gobierno Regional de Ayacucho. 129

MATLAB Matrix Laboratory. 129

MEF Método de Elementos Finitos. 129

MEN Método de Elementos Naturales. 129

MVF Método de Volúmenes Finitos. 129

NAME Nivel de Aguas Máximas Extraordinarias. 129

NAMIN Nivel de Aguas Mínimas. 129

NAMINO Nivel de Aguas Mínimas de Operación. 129

NAMO Nivel de Aguas Máximas Ordinarias o de Operación. 129

PA Pozos de Alivio. 129

PC Piezómetros tipo Casagrande. 129

PE Piezómetros Eléctricos. 129

PRIDER Programa Regional de Irrigación y Desarrollo Rural Integrado. 129

U. S. Army United States Army. 129

USBR United States Bureau of Reclamation. 129

Símbolos

- A** Área de la sección. 129
- B** Matriz de derivadas de las funciones de forma o de gradiente. 129
- DT** Triangulación de Delaunay. 129
- E_c** Energía cinética. 129
- E_h** Energía potencial. 129
- E_p** Energía de presión. 129
- Γ** Contorno con respecto a un flujo dado. 129
- IT** Celda de Voronoi. 129
- K** Matriz de rigidez o de resistencia del flujo. 129
- V_a** Masa de aire. 129
- M_s** Masa de sólidos. 129
- M_t** Masa total. 129
- V_w** Masa de agua. 129
- N** Matriz de las funciones de forma. 129
- Ω** Dominio de infiltración del problema. 129
- T_{IJ}** Diagrama de Voronoi de segundo orden. 129
- T_I** Diagrama de Voronoi de primer orden. 129
- Θ** Contenido volumétrico de agua. 129
- V_a** Volumen de aire. 129
- V_f** Volumen de poros. 129
- V_s** Volumen de sólidos. 129
- V_t** Volumen total. 129
- V_w** Volumen de agua. 129
- V** Volumen. 129
- d(X_I, X_J)** Distancia euclídea. 129

δ Función delta de Dirac. 129

e Relaciones de vacíos. 129

ϕ Funciones de forma. 129

f Porosidad. 129

g Intensidad del campo gravitatorio. 129

h Altura piezométrica o carga hidráulica. 129

i Gradiente hidráulico. 129

\mathbf{k}_x Conductividad hidráulica en la dirección x . 129

\mathbf{k}_y Conductividad hidráulica en la dirección y . 129

\mathbf{k}_z Conductividad hidráulica en la dirección z . 129

μ_w Presión intersticial o de poro. 129

m masa respecto al campo gravitatorio. 129

γ_w Peso específico del agua. 129

p Presión a que está sometido el fluido. 129

q Caudal por unidad de área. 129

s Medida de Lebesgue. 129

t Tiempo. 129

∇h Gradiente del potencial hidráulico. 129

\mathbf{v}_x Velocidad en la dirección x . 129

\mathbf{v}_y Velocidad en la dirección y . 129

\mathbf{v}_z Velocidad en la dirección z . 129

v Velocidad del fluido (agua). 129

w Contenido de agua o humedad. 129

z Altura respecto a una cota de referencia. 129

Referencia bibliográfica

Metodología de la Investigación

- [47] Cordoba F García. *La tesis y el trabajo de tesis / Thesis and Dissertation Work*. Spanish Edition. De C.V. Editorial Limusa S.A., 2002.
- [59] Sampieri Roberto Hernández, Collado Carlos Fernández y Lucio María del Pilar Baptista. *Metodología de la Investigación*. Sexta edición. Mc Graw Hill, 2014. ISBN: 978-1-4562-2396-0.

Hidrogeología

- [13] Gordon D Bennett, O Lehn Franke y T E Reilly. *Definition of boundary y initial conditions in the analysis of saturated ground-water flow systems - An introduction*. Techniques of Water-Res. Invests. of the U.S. Geol.Survey, Book 3, Ch. B5: 15 pp, 1987.
- [15] J D Bredehoeft y L F Konikow. "Ground-water models: Validate or invalidate". En: *groundwater* 31.2 (1993), pp. 178-179.
- [16] John D Bredehoeft y Leonard F Konikow. *Computer Model of Two-Dimensional Solute Transport y Dispersion*. In: *Ground Water Techniques of Water-Res*. Invests. of the U.S. Geol. Survey, Book 7, Ch. C2: 90 pp., 1992.
- [42] Charles R Faust y James W Mercer. *Ground-Water Modelling*. National Water Well Association Worthington, Ohio, 1981.
- [43] Charles Willard Fetter. *Applied Hydrogeology*. Fourth Edition. Prentice-Hall, Inc, 2001.
- [44] Stephen Foster, Adrian Lawrence y Brian Morris. *Las aguas subterráneas en el desarrollo urbano: Evaluación de las necesidades de gestión y formulación de estrategias*. Banco Mundial, 1998.
- [78] Naomi Oreskes, Kristin Shrader-Frechette y Kenneth Belitz. "Verification, validation, and confirmation of numerical models in the earth sciences". En: *Science* 263.5147 (1994), pp. 641-646.

Estructuras hidráulicas

- [74] Pavel Novak, A I B Moffat y Chandra Nalluri. *Estructuras Hidráulicas*. segunda edición. Mc Graw Hill Interamericana S.A, 2001.

Dinámica de fluidos computacional

- [33] James W Daily y Donald R F Harleman. *Dinámica de los fluidos con aplicaciones en la ingeniería*. Trillas Mexixo, 1975.

Ingeniería de presas

- [1] U S ACE. *Seepage analysis and control for dams*. Department of the Army US Army Corps of Engineers, Washington, abril de 1993.
- [2] U S ACE. *General Design and Construction Considerations for Earth and Rock-Fill Dams*. Vol. 130. U.S. Army Corps of Engineers, Washington, DC 20314-1000, julio de 2004.
- [5] Jesus Barraza. *Obras hidráulicas: Unidad 3 y 4 - Almacenamiento y presas*. Inf. téc. Carrera 19 con calle 8, Barquisimeto, Venezuela: Universidad Centrocidental Lisandro Alvarado, julio de 2013.
- [19] U S Bureau of Reclamation. *Design of small dams*. Third Edition. A Water Resources Technical Publication, 1987.
- [20] U S Bureau of Reclamation. *Diseño de presas pequeñas*. Tercera Edición. Una publicación técnica de recursos del agua, 1987.
- [81] E Washington Sandoval. “Presas de tierra y enrocamiento”. En: 2012.

Método de elementos finitos

- [9] T Belytschko, P Krysl y Y Krongauz. “A three-dimensional explicit element-free galerkin method”. En: *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 24.12 (1997), pp. 1253-1270.
- [10] Ted Belytschko, Yun Yun Lu y Lei Gu. “Element-free Galerkin methods”. En: *International journal for numerical methods in engineering* 37.2 (1994), pp. 229-256.
- [28] Alexander H-D Cheng y Daisy T Cheng. “Heritage and early history of the boundary element method”. En: *Engineering Analysis with Boundary Elements* 29.3 (2005), pp. 268-302.
- [30] Jerome J Connor y Carlos Alberto Brebbia. *Finite Element Techniques for Fluid Flow*. ©Butterworth & Co (Publishers) Ltd, 1978.
- [35] J J Del Coz Diaz et al. “Non-linear analysis and warping of tubular pipe conveyors by the finite element method”. En: *Mathematical and Computer Modelling* 46.1 (2007), pp. 95-108.
- [37] Jean Donea y Antonio Huerta. *Finite Element Methods for Flow Problems*. John Wiley & Sons, Ltd., 2003. ISBN: 0-471-49666-9.
- [61] Sergio R Idelsohn et al. *Meshless Finite Element Ideas*. WCCMV Fifth World Congress on Computational Mecahnics, Vienna University of Technology, Austria, 2002.
- [67] Roland W Lewis, Perumal Nithiarasu y Kankanhalli N Seetharamu. *Fundamentals of the Finite Element Method for Heat and Fluid Flow*. John Wiley & Sons, Ltd, 2001. ISBN: 0-470-84788-3.

- [68] Ben Q Li. *Computational Fluid and Solid Mechanics: Finite Elements in Fluid Dynamics and Heat Transfer*. Springer-Verlag London Limited, 2006.
- [70] Jens M Melenk y Ivo Babuška. “The partition of unity finite element method: basic theory and applications”. En: *Computer methods in applied mechanics and engineering* 139.1-4 (1996), pp. 289-314.
- [71] Saeed Moaveni. *Finite Element Analysis: Theory and Application with ANSYS*. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey 07458, 1999.
- [73] B Nayroles, G Touzot y P Villon. “Generalizing the finite element method: diffuse approximation and diffuse elements”. En: *Computational mechanics* 10.5 (1992), pp. 307-318.
- [77] E Onate et al. “A stabilized finite point method for analysis of fluid mechanics problems”. En: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 139.1-4 (1996), pp. 315-346.
- [79] Vivek Prabhakar y J N Reddy. “Spectral/hp penalty least-squares finite element formulation for the steady incompressible Navier-Stokes equations”. En: *Journal of Computational Physics* 215.1 (2006), pp. 274-297.
- [82] Victor E. Saouma. *Lecture Notes in: Finite Element II - Solid Mechanics*. Inf. téc. Dept. of Civil Environmental y Architectural Engineering, University of Colorado, 2000.
- [86] Theofanis Strouboulis, Ivo Babuška y Kevin Copps. “The design and analysis of the generalized finite element method”. En: *Computer methods in applied mechanics and engineering* 181.1 (2000), pp. 43-69.
- [87] Theofanis Strouboulis, Kevin Copps y Ivo Babuška. “The generalized finite element method”. En: *Computer methods in applied mechanics and engineering* 190.32 (2001), pp. 4081-4193.
- [91] R Chandrupatla Tirupathi y Belegundu Ashok. *Introducción al estudio del Elemento Finito en Ingeniería*. segunda edición. Prentice Hall Hispanoamericana, S.A, 1999.
- [100] O C Zienkiewicz y R L Taylor. *The Finite Element Method Volume 3: Fluid Dynamics*. Fifth edition. Butterworth - Heinemann, 2000.

Método de elementos naturales

- [4] S N Atluri y T L Zhu. “The meshless local Petrov-Galerkin (MLPG) approach for solving problems in elasto-statics”. En: *Computational Mechanics* 25.2 (2000), pp. 169-179.
- [6] William Barry y Sunil Saigal. “A three-dimensional element-free Galerkin elastic and elastoplastic formulation”. En: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 46.5 (1999), pp. 671-693.
- [7] V V Belikov et al. “The non-Sibsonian interpolation: A new method of interpolation of the values of a function on an arbitrary set of points”. En: *Computational mathematics and mathematical physics* 37.1 (1997), pp. 9-15.
- [8] Vitali V Belikov y Andrei Yu Semenov. “Non-Sibsonian interpolation on arbitrary system of points in Euclidean space and adaptive isolines generation”. En: *Applied numerical mathematics* 32.4 (2000), pp. 371-387.

- [11] Ted Belytschko et al. “Meshless methods: An overview and recent developments”. En: *Computer methods in applied mechanics and engineering* 139.14 (1996), pp. 3-47.
- [18] D Bueche, N Sukumar y B Moran. “Dispersive properties of the natural element method”. En: *Computational Mechanics* 25.2 (2000), pp. 207-219.
- [23] Alberto Carpinteri, G Ferro y Giulio Ventura. “The partition of unity quadrature in meshless methods”. En: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 54.7 (2002), pp. 987-1006.
- [27] Jiun-Shyan Chen y Hui-Ping Wang. “New boundary condition treatments in meshfree computation of contact problems”. En: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 187.3-4 (2000), pp. 441-468.
- [32] E Cueto. “El Método de los Elementos Naturales basado en formas- α (MEN- α): Aplicación a la simulación de la remodelación interna de fracturas de cadera con con sistema Exeter”. Tesis doctoral. Zaragoza, España: Universidad de Zaragoza, 2001.
- [34] S De y K J Bathe. “The method of finite spheres”. En: *Computational Mechanics* 25.4 (2000), pp. 329-345.
- [38] Marc Dufflot y Hung Nguyen-Dang. “A truly meshless Galerkin method based on a moving least squares quadrature”. En: *International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering* 18.6 (2002), pp. 441-449.
- [41] Gerald Farin. “Surfaces over Dirichlet tessellations”. En: *Computer aided geometric design* 7.1-4 (1990), pp. 281-292.
- [48] L Gavete et al. “Implementation of essential boundary conditions in a meshless method”. En: *International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering* 16.6 (2000), pp. 409-421.
- [54] Frank C Günther y Wing Kam Liu. “Implementation of boundary conditions for meshless methods”. En: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 163.1-4 (1998), pp. 205-230.
- [58] Cai Yongchang Zhu Hehua y Wang Jianhua. “The meshless Local-Petrov Galerkin method based on the Voronoi cells”. En: *Acta Mechanica Sinica* 2 (2003), p. 010.
- [62] Yu-xin Jie et al. “Application of NEM in seepage analysis with a free surface”. En: *Mathematics and Computers in Simulation* 89 (2013), pp. 23-37.
- [64] Petr Krysl y Ted Belytschko. “An efficient linear-precision partition of unity basis for unstructured meshless methods”. En: *Communications in Numerical Methods in Engineering* 16.4 (2000), pp. 239-255.
- [83] S Shahrokhbabadi, M M Toufigh y R Gholizadeh. “Application of Natural Element Method in Solving Seepage Problem”. En: *Geoenvironmental Engineering and Geotechnics: Progress in Modeling and Applications* (2010), pp. 245-252.
- [84] Sh Shahrokhbabadi y M M Toufigh. “The solution of unconfined seepage problem using Natural Element Method (NEM) coupled with Genetic Algorithm (GA)”. En: *Applied Mathematical Modelling* 37.5 (2013), pp. 2775-2786.
- [85] Robin Sibson. “A vector identity for the Dirichlet tessellation”. En: *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*. Vol. 87. 01. Cambridge Univ Press. 1980, pp. 151-155.

- [88] N Sukumar y B Moran. “ C^1 natural neighbor interpolant for partial differential equations”. En: *Numerical Methods for Partial Differential Equations* 15.4 (1999), pp. 417-447.
- [89] Natarajan Sukumar, B Moran y T Belytschko. “The natural element method in solid mechanics”. En: *International journal for numerical methods in engineering* 43.5 (1998).
- [90] N Sukumar et al. “Natural neighbor Galerkin methods”. En: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 50 (2001), pp. 1-27.

Ecuaciones diferenciales parciales

- [14] Jean Braun y Malcolm Sambridge. “A numerical method for solving partial differential equations on highly irregular evolving grids”. En: *Nature* 376.6542 (1995), p. 655.
- [17] Piotr Breitkopf et al. “Explicit form and efficient computation of MLS shape functions and their derivatives”. En: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 48.3 (2000), pp. 451-466.

Matemática

- [55] Karl Gustafson. “Domain decomposition, operator trigonometry, Robin condition”. En: *Contemporary Mathematics* 218 (1998), pp. 432-437.
- [65] Peter Lancaster y Kestutis Salkauskas. *Curve and Surface Fitting*. Academic Press: London, 1986.
- [69] Gui-Rong Liu y YuanTong Gu. “A point interpolation method for two-dimensional solids”. En: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 50.4 (2001), pp. 937-951.
- [76] Carl Ollivier-Gooch. “A toolkit for numerical simulation of PDEs: I. Fundamentals of generic finite-volume simulation”. En: *Computer methods in applied mechanics and engineering* 192.9 (2003), pp. 1147-1175.

Ingeniería geológica

- [53] De Vallejo Luis I González et al. *Ingeniería Geológica*. Pearson Education, S.A-28042, Madrid, España, 2004.

Mecánica de suelos

- [29] Ward Chesworth. *Encyclopedia of soil science*. Springer, 2008.
- [45] Delwyn G Fredlund y Harianto Rahardjo. *Soil Mechanics for Unsaturated Soils*. John Wiley & Sons, Inc. A Wiley-Interscience Publication, 1993.

- [60] Daniel Hillel. *Environmental soil physics: Fundamentals, applications, and environmental considerations*. Academic Press, University of Massachusetts, USA, 1998.
- [63] Badillo Eulalio Juárez y Rodríguez Alfonso Rico. *Mecánica de suelos Tomo I: Fundamentos de la mecánica de suelos*. Editorial Limusa, S.A, México, 2005.
- [97] Roy Whitlow. *Fundamentos de mecánica de suelos*. Segunda edición. Compañía editorial continental, S.A. de C.V, 1994.

Tesis

- [3] Gonzalo M Aiassa. “Caracterización de procesos de infiltración en estado no saturado sobre suelos limosos compactados”. Tesis doctoral. Córdoba-Argentina: Universidad Nacional de Córdoba, Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, 2008.
- [21] Roa Humberto Bartolome Cabrera. *Modelo tridimensional con elementos finitos de una presa en arco*. Arequipa, Perú: Facultad de ingeniería civil, Universidad nacional de San Agustín de Arequipa, octubre de 2010.
- [22] Vargas Jhon Ivan Cancho. *Tesis: Aplicación del Programa ANSYS para los Análisis de Estabilidad y Estados de Esfuerzos en Presas de Gravedad de Concreto*. Ayacucho, Perú: Universidad Nacional San Cristóbal de Huamanga, 2010.
- [40] Tenreiro Francisco Javier Elorza. “Un Metodo de Elementos Finitos para la resolución de las ecuaciones que rigen el comportamiento del flujo de un fluido bifásico en medio poroso”. Tesis doctoral. Universidad Politécnica de Madrid, junio de 2008.
- [46] Valero Eduardo Frias. “Aportaciones al estudio de las maquinas eléctricas de flujo axial mediante la aplicación del método de los elementos finitos”. Tesis doctoral. Departamento de Ingeniería Eléctrica. Universitat Politècnica de Catalunya, 2004.
- [52] Sánchez Janampa Godofredo. *Tesis: Hidromecánica Computacional de la Infiltración en Presas con el Método de Elementos Finitos*. Ayacucho-Peru: Universidad Nacional San Cristóbal de Huamanga, julio de 2013.
- [75] Santiago Aurelio Ochoa. “Evaluación de modelos hidrodinámicos para representar flujos en cauces naturales: aplicación en un tramo del Río Suquía que incluye la confluencia con el arroyo La Cañada, Provincia de Córdoba”. MA. Thesis. Universidad Nacional de Córdoba. Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, junio de 2014.
- [92] Municio Miguel Angel Toledo. “Presas de escollera sometidas a sobrevertido. estudio del movimiento del agua a través de la escollera y de la estabilidad frente al deslizamiento en masa”. Tesis doctoral. Universidad Politécnica de Madrid, ETS. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos, 1997.
- [94] Raul Fernando Vázquez. “Assessment of the performance of physically based distributed codes simulating medium size hydrological systems”. Tesis doctoral. B-3001 Heverlee - Belgium: Katholieke Universiteit Leuven Faculty of Engineering, Department of Civil, Engineering Hydraulics Laboratory, junio de 2003.

- [95] Suñé Enric Vázquez. “Urban groundwater. Barcelona city case study”. Tesis doctoral. Universitat Politècnica de Catalunya, Escola Tècnica Superior d’Enginyeria de Camins, Canals i Ports de Barcelona, julio de 2003.
- [96] Tueros Isaías Antonio Vilca. *Tesis: Modelamiento numérico de infiltración en presas con el Método de Volúmenes Finitos: Caso presa Cuchoquesera /Ayacucho*. Ayacucho-Peru: Universidad Nacional San Cristóbal de Huamanga, Setiembre de 2009.

Proyectos

- [31] Ayacucho Consorcio Cayramayo. *Expediente Técnico del Proyecto: “Construcción de la presa hidráulica Cayramayo - distrito de Tambillo – Provincia de Huamanga – Región Ayacucho”*. Gobierno Regional Ayacucho - Programa Regional de Irrigación y Desarrollo Rural Integrado (PRIDER), 2014.
- [56] L P Harza - Engineering Company International, ed. *Supervision de Obra: Presa Cuchoquesera, diques laterales y obras conexas, Estudio de red de flujo - Informe*. Gobierno Regional de Ayacucho - Perú. Proyecto Especial Río Cachi, 2000.
- [57] S R L HC & Asociados y Espinoza Hugo Campuzano, eds. *Estudio de Riesgo de Operacion de la Presa Cuchoquesera - Informe Final*. Gobierno Regional de Ayacucho - Perú. Proyecto Especial Río Cachi, 2005.

Apuntes de clase

- [12] Prado Jaime Leonardo Bendezú. *Apuntes de Clase de Mecánica de Fluidos I y II*. Ayacucho-Peru: Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, noviembre de 2007.
- [24] Pérez Cristian Castro. *Apuntes de Clase Programación Digital*. Ayacucho-Peru: Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, junio de 2007.
- [25] Pérez Cristian Castro. *Apuntes de Clase de Métodos Numéricos Aplicados*. Ayacucho-Peru: Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, noviembre de 2008.

Programas

- [49] International Ltd GEO-SLOPE. *Seepage Modeling with SEEP/W 2007: An Engineering Methodology*. Third Edition. GEO-SLOPE International Ltd, Calgary, Alberta, Canada T2P 2Y5, marzo de 2008.
- [50] User Manual GGU-SS-FLOW2D. *Modelling of groundwater flow using finite elements in two-dimensional systems*. Versión 9. GGU Zentrale Verwaltung mbH, Braunschweig, septiembre de 2008.
- [51] User Manual GGU-SS-FLOW3D. *Modelling of groundwater flow in three-dimensional groundwater systems using finite element methods*. Versión 9. GGU Zentrale Verwaltung mbH, Braunschweig, septiembre de 2008.

- [66] C L Lawson. *Software for C^1 surface interpolation*. Vol. 3. Academic Press: New York, NY, In Mathematical Software III, 1997.
- [99] Michael M Woolfson y Geoffrey J Pert. *An Introduction to Computer Simulation*. Oxford University Press Inc., New York, 1999.

Matlab

- [26] Eduardo Walter Vieira Chaves y Roberto Mínguez. *Mecánica computacional en la ingeniería con aplicaciones en MATLAB*. Universidad de Castilla La Mancha, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Ciudad Real, España, 2010.
- [36] M Etter Delores. *Solución de problemas de ingeniería con MATLAB*. Ed. por Department of Electrical y Computer Engineering University of Colorado. Segunda edición. Prentice-Hall Hispanoamericana S.A., 1998. ISBN: 970-17-0111-9.
- [72] Cleve B Moler. *Numerical computing with MATLAB*. SIAM, 2004.

Estadística

- [80] Janeet Sanabria, Jerónimo García y Jean-Paul Lhomme. “Calibración y validación de modelos de pronóstico de heladas en el valle del Mantaro”. En: *Servicio Nacional de Meteorología e Hidrología SENAMHI* (2006), p. 18.
- [93] R F Vázquez, Jan Feyen y Jean Berlamont. “Análisis de sensibilidad con MIKE SHE variando topografía y ET”. En: *Ingeniería del agua* 11.3 (2004).
- [98] Cort J Willmott. “Some comments on the evaluation of model performance”. En: *Bulletin of the American Meteorological Society* 63.11 (1982), pp. 1309-1313.

Método de diferencias finitas

- [39] S M Dunn, Constantinides A y P V Mo-ghe. “Finite Difference Methods, Interpolation and Integration. Numerical Methods in Biomedical Engineering”. En: *Acta Mechanica Sinica* (2006), pp. 163-208.

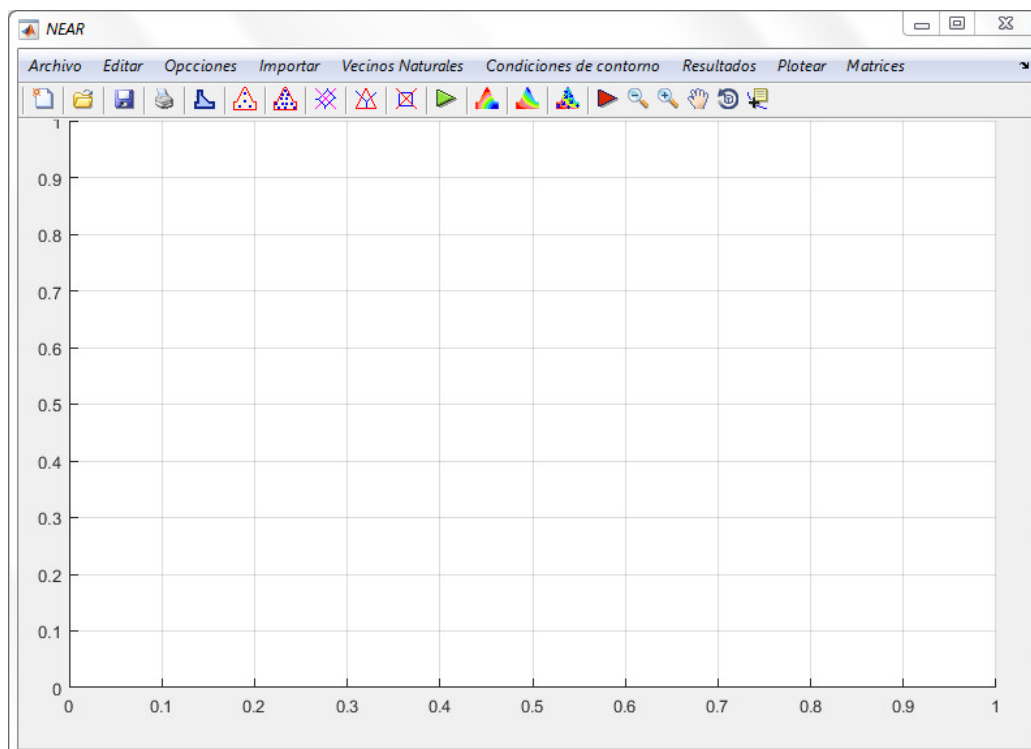
Anexos

Anexo A

Manual del programa NEAR

El modelo *NEAR V1.0* es el resultado de la presente investigación y esta organizado en tres bloques bien diferenciados de *Preproceso*, *Proceso* y *Postproceso* que engloban las tres etapas básicas del análisis de la infiltración en presas de tierra y estructuras similares por el MEN. Así, en el bloque de *Preproceso* se definen de forma gráfica y sencilla la geometría de la presa, se asignan las condiciones de borde y se ingresa todos los datos para el análisis por el MEN. En el bloque de *Proceso* se soluciona el problema de infiltración obteniendo las *alturas piezométricas*. Finalmente el bloque de *Postproceso* permite calcular todas las variables secundarias y visualizar gráficamente los resultados más representativos del análisis. La creación de nuevos problemas es ilimitada, pudiendo incluirse geometrías de presas de interés práctico.

Figura A.1: Interfaz principal del programa “*NEAR V1.0*”



Fuente: Elaboración propia

La aplicación “*NEAR V1.0*” cuenta con una interfaz basado en *menús*, *submenus* y *barra de herramientas*, Figura A.1; el usuario dispone desde una única interfaz para: el ingreso de los datos, *Preproceso*, *proceso* y *Postproceso* del *problema de infiltración* en general. Espero sinceramente que *NEAR V1.0* sea útil tanto para estudiantes que se inician en el estudio de la teoría y aplicaciones del MEN, como para profesionales con interés en el MEN para solución de problemas prácticos.

A.1. Fase Preproceso

Esta etapa de análisis permite introducir los datos que definen la alcantarilla a analizar, es decir, la geometría, las propiedades de los materiales, la generación de los nodos y las condiciones de contorno.

A.1.1. Definir la geometría de la presa

El código *NEAR V1.0*, requiere la definición previa de la geometría de todos los subdominios de la presa, la cual se puede hacer importando las coordenadas (X, Z) de estas a partir de un archivo de block de notas, guardado en un formato adecuado llamado matriz de descripción requerido por Matlab como puede observarse la Figura A.2.

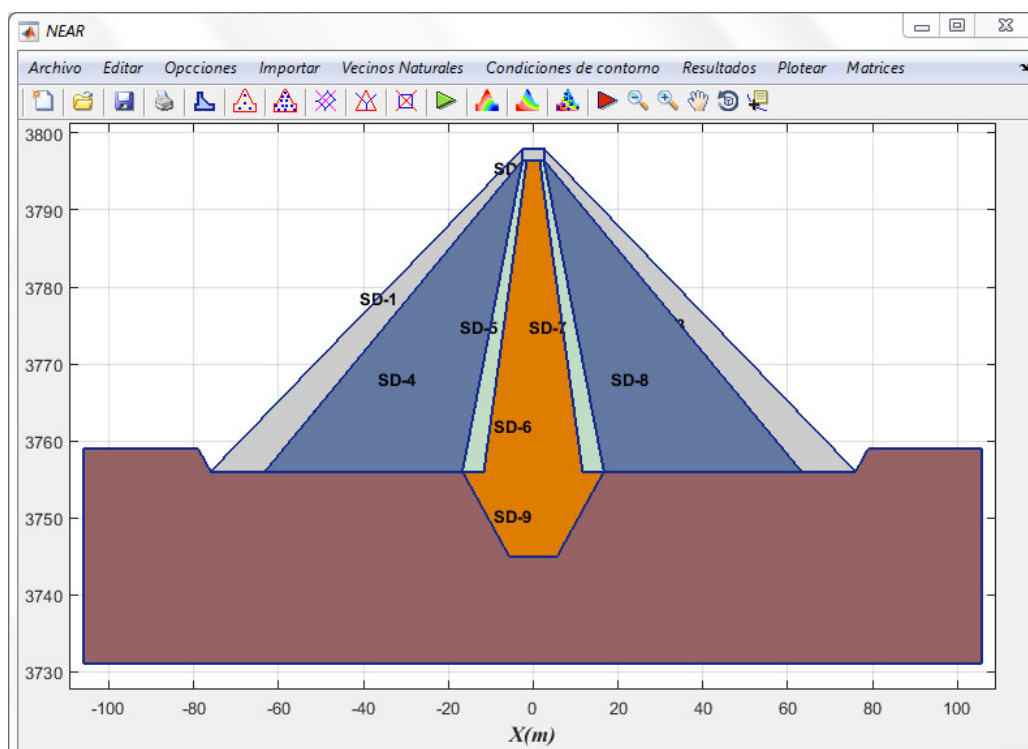
Figura A.2: Matriz de descripción de los subdominios de la presa en el modelo *NEAR V1.0*

| | SD-1 | SD-2 | SD-3 |
|----|----------|--------|--------|
| 1 | 7 | 6 | 4 |
| 2 | -76 | -2.5 | 2.5 |
| 3 | -63.25 | -1.5 | 63.25 |
| 4 | -2.5 | 1.5 | 76 |
| 5 | -2.5 | 2.5 | 2.5 |
| 6 | -4.385 | 2.5 | 3796.5 |
| 7 | -6.768 | -2.5 | 3756 |
| 8 | -67.25 | 3796.5 | 3756 |
| 9 | 3756 | 3796.5 | 3798 |
| 10 | 3756 | 3796.5 | 0 |
| 11 | 3796.5 | 3796.5 | 0 |
| 12 | 3798 | 3798 | 0 |
| 13 | 3796.923 | 3798 | 0 |
| 14 | 3795.561 | 0 | 0 |
| 15 | 3761 | 0 | 0 |

Fuente: Elaboración propia

El código NEAR trabaja de manera automática, considerando la discretización como la generación del diagrama de Voronoi y los nodos de la triangulación de Delaunay, además de los elementos de la presa, geometría que previamente se ha ingresado, es decir el domino se discretiza en una nube de puntos, en la sección bidimensional de la presa, la nube de puntos y las coordenadas de los nodos se ordenan convenientemente

Figura A.3: Regiones o subdominios de la presa Cayramayo *NEAR V1.0*



Fuente: Elaboración propia

el formato establecido y se guardan como base de datos en un block de notas de donde son importados fácilmente al programa véase las Figuras A.2, A.3 y A.4.

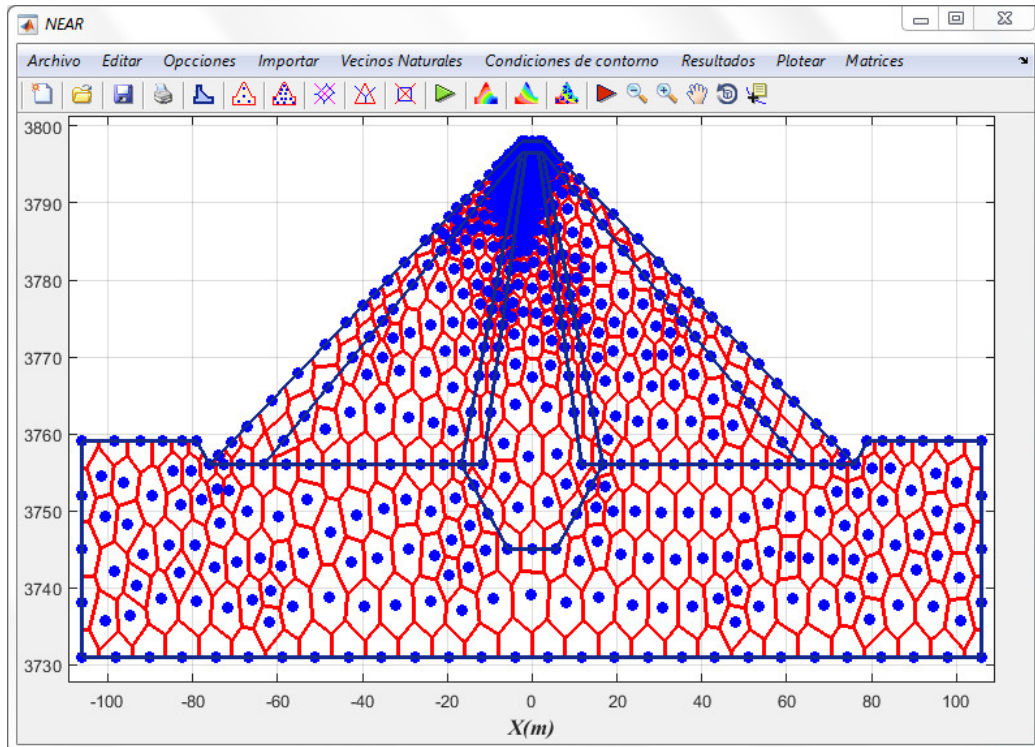
A.1.2. Propiedades de los materiales

El coeficiente de permeabilidad es la propiedad mas importante cuando se aborda problemas de flujo en medios porosos. En el caso de las presas estos coeficientes se deben ingresar para cada material de los subdominios en el eje x e y , es decir k_x y k_y . El coeficiente de permeabilidad, generalmente representado por la letra k , es extremadamente variable, según el tipo de suelo y es función, entre otras cosas de la viscosidad del agua, que es función a su vez de la temperatura (normalmente se establece la permeabilidad para $20^\circ C$; del tamaño y continuidad de los poros de manual alberto; y, de la presencia de grietas y discontinuidades. Pasa la Presa Cayramayo estos datos se ha obtenido de [31].

A.1.3. Condiciones de borde

Las condiciones de borde considerando en el programa *NEAR V1.0* son las condiciones de borde Tipo Dirichlet, que se refieren a los niveles de agua o carga hidráulica conocida, aguas arriba y aguas abajo de la presa. En matemáticas, la condición de frontera de Dirichlet (o de primer tipo) es un tipo de condición de frontera o contorno, cuando se le especifican los valores de la solución que necesita la frontera del dominio. La cuestión de hallar las soluciones a esas ecuaciones con esta condición se

Figura A.4: Generación del diagram de Voronoi y los vecinos naturales *NEAR V1.0*



Fuente: Elaboración propia

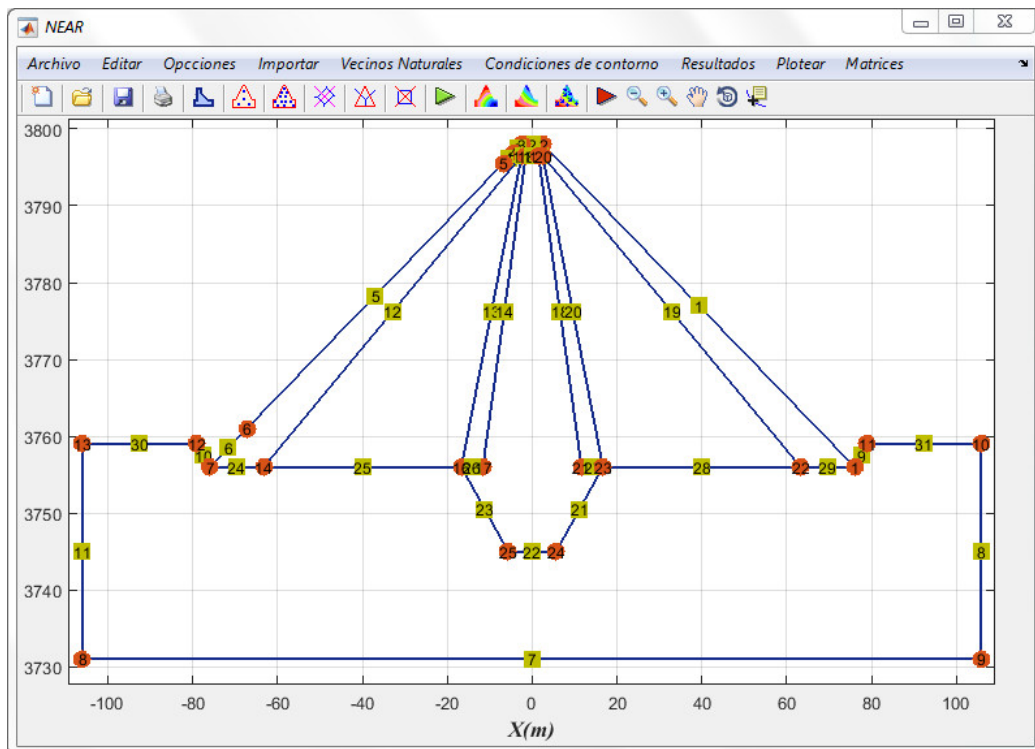
Figura A.5: Coeficientes de permeabilidad de los materiales de la presa Cayramayo

| | K_x (m/s) | K_z (m/s) |
|---|-------------|-------------|
| 1 | 1.1500e-06 | 1.1500e-06 |
| 2 | 1.1500e-06 | 1.1500e-06 |
| 3 | 1.1500e-06 | 1.1500e-06 |
| 4 | 1.1500e-06 | 1.1500e-06 |
| 5 | 1.1500e-06 | 1.1500e-06 |
| 6 | 1.1500e-06 | 1.1500e-06 |
| 7 | 1.1500e-06 | 1.1500e-06 |

Fuente: Elaboración propia

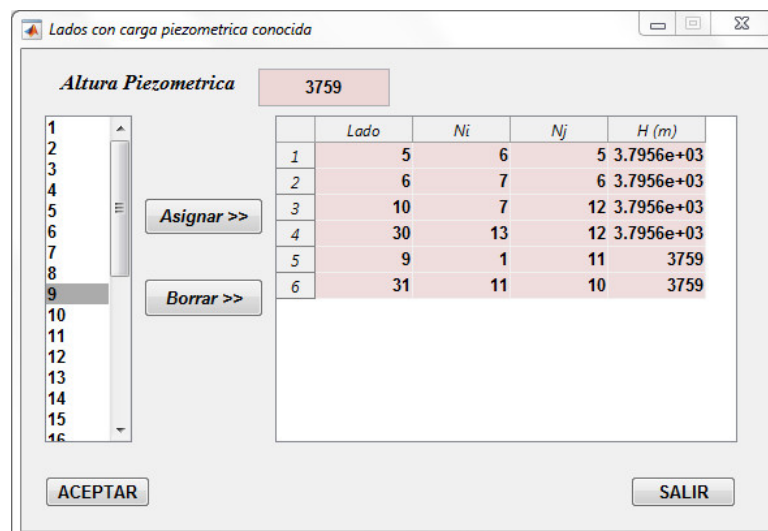
le conoce como problema de Dirichlet. Partiendo de los valores asignados por tramos, es decir a los elementos de contorno que esta en contacto con la carga hidráulica, el programa NEAR asigna automáticamente a toda la nube de puntos o nodos que se encuentran en este lado de contorno como se puede observar en las Figuras A.6 y A.6.

Figura A.6: Elementos de contorno en todo el dominio de la presa Cayramayo



Fuente: Elaboración propia

Figura A.7: Condiciones de borde en la presa Cayramayo



Fuente: Elaboración propia

A.2. Fase solución

Luego de haber definido la topología, geometría y el dominio de la presa y las condiciones de borde, el análisis de la infiltración se realiza desde la barra de herramientas *botón ejecutar*.

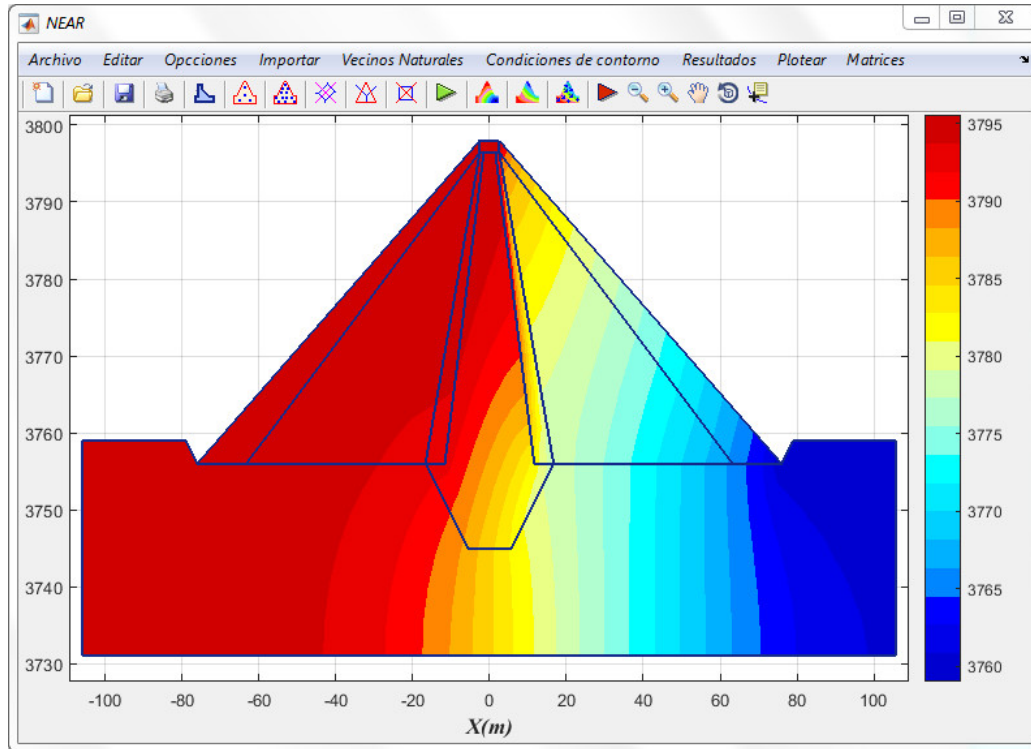


Figura A.8: Alturas piezométricas de la presa Cayramayo *NEAR V1.0*. Fuente: *Elaboración propia*

A.3. Fase Postproceso

Una vez obtenido las alturas piezométricas, como variables secundarias se pueden obtener alturas de presión, gradientes y velocidades como se muestran en las Figuras A.9 y A.9 según:

Presiones

$$P = \mu_w = \gamma(h - z) \quad (\text{A.1})$$

Gradiente hidráulico

$$\{i\} = -[B]\{H\}^e \quad (\text{A.2})$$

Velocidades de flujo

$$\{v\} = -[k][B]\{H\}^e \quad (\text{A.3})$$

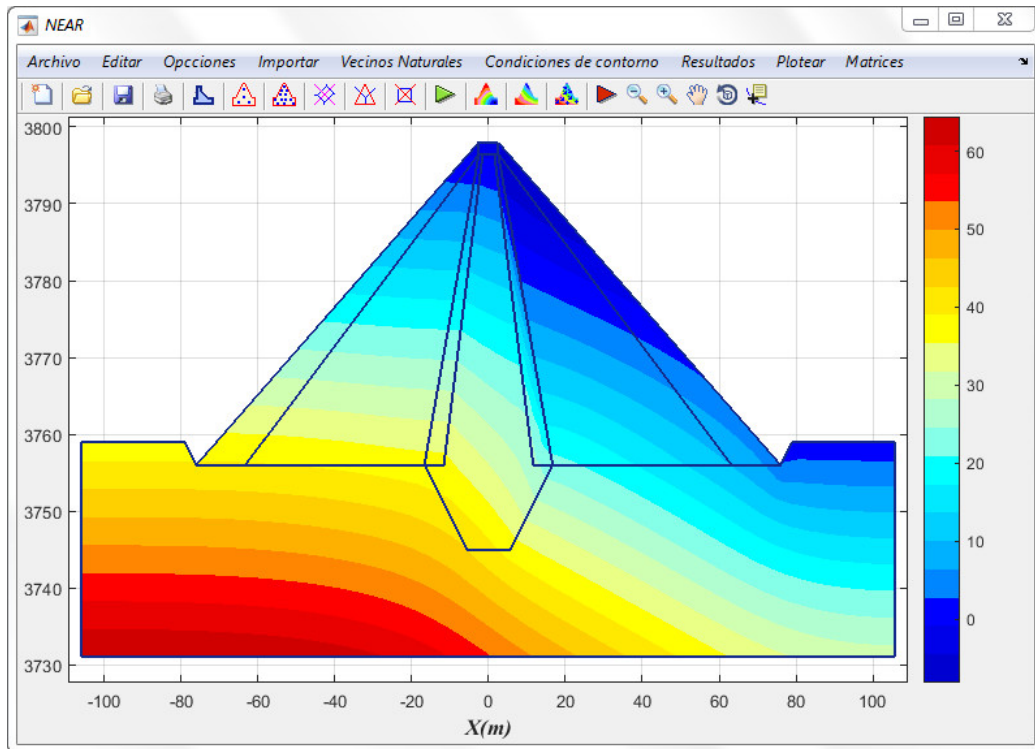


Figura A.9: Alturas de presión de la presa Cayramayo *NEAR V1.0*. Fuente: *Elaboración propia*

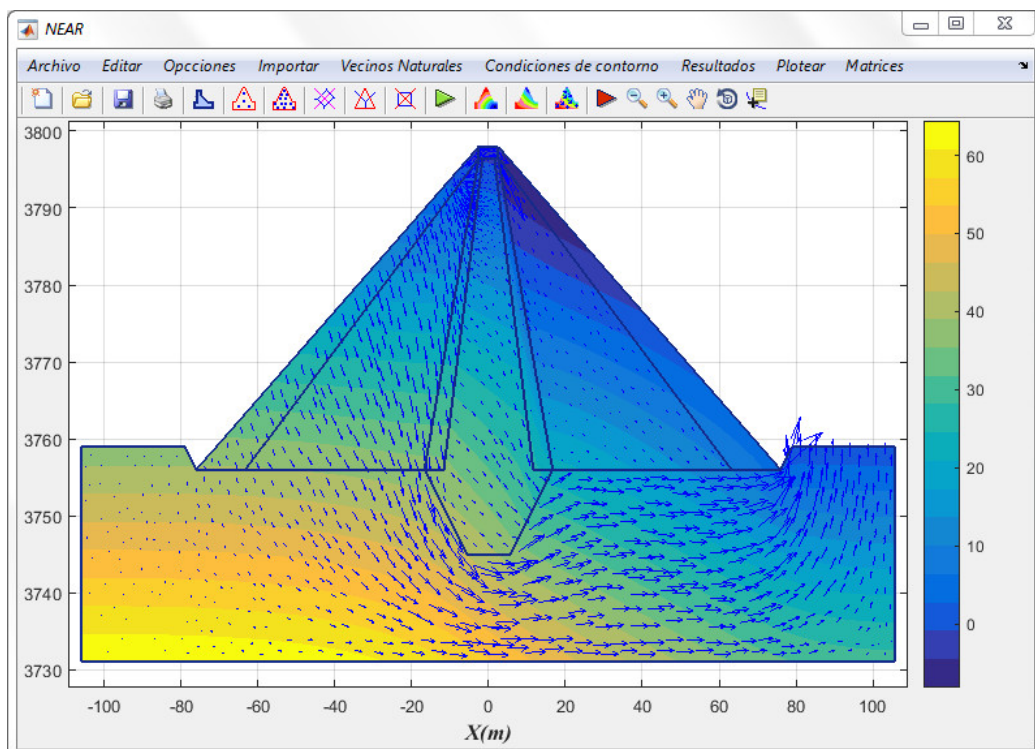


Figura A.10: Velocidad del flujo (líneas de corriente) de la presa Cayramayo *NEAR V1.0*. Fuente: *Elaboración propia*

Anexo B

Código del programa NEAR

Código fuente de la aplicación para la obtención de las funciones de forma no sibsoniana y la interpolación por vecinos naturales desarrollado en Matlab.

Listing B.1: Código fuente - Programa NEAR

```
1 function uipushtool12_ClickedCallback(hObject, eventdata, handles)
2 global XZ XC ZC t XYB XYV x y p e t ng
3
4 cla;
5 hold on;
6 %edg=select_node();
7 %contourplot();
8 %bounds();
9 dl=decsq(XZ);
10 [p,e,t]=initmesh(dl,'Hmax',10);
11 %[p,e,t]=neighbors2(dl);
12 %pdemesh(p,e,t);
13 x=p(1,:);
14 y=p(2,:);
15 plot(x,y,'o','LineWidth',2,'MarkerSize',2,'MarkerEdgeColor','b','↔
    MarkerFaceColor','b');
16 dt=DelaunayTri(x,y);
17 %voronoi(dt,'y');
18 [v,c]=voronoin([x(:),y(:)]);
19 [m n]=size(c);
20 np=length(x);
21 nt=length(t);
22 dett=determinant(XC,ZC);
23 %nc=length(XC);
24 %hold on
25 %plot(XC,ZC,'o','LineWidth',2,'MarkerSize',10,'MarkerEdgeColor','m','↔
    MarkerFaceColor',[0.5,0.5,0.5]);
26 %for i=1:nc
27     %set(handles.axes1,'NextPlot','Add');
28     %text(XC(i),ZC(i),num2str(i),'FontSize',20);
29 %end
30 tol=1.0e-18;
31 %name='Calculando esfuerzos efectivos';
32 %wtb=barwait(name);
33 for i=1:np
```

```

34 k=0;
35 for j=1:nt
36     pt=t(1:3,j);
37     lt=find(pt==i);
38     if ~isempty(lt)
39         k=k+1;
40         xr=x(pt);
41         yr=y(pt);
42         if k==1
43             xc=xr;
44             yc=yr;
45         else
46             [xc,yc]=polybool('+',xc,yc,xr,yr);
47         end
48     end
49 end
50 [xi,yi]=polyxpoly(x(i),y(i),xc,yc);
51 nc=length(xc);
52 if ~isempty(xi)
53     log=find(abs(xc-x(i))<=tol & abs(yc-y(i))<=tol);
54     pp=[];
55     k=0;
56     for j=1:nc-1
57         k=k+1;
58         po=find(x==xc(j) & y==yc(j));
59         pp(k,1)=po;
60         if ~isempty(xi) & isempty(log)
61             x1=xc(j);y1=yc(j);x2=xc(j+1);y2=yc(j+1);
62             if x1~=x2
63                 xi=x(i);yi=interpY(x1,y1,x2,y2,xi);
64                 if yi==y(i)
65                     k=k+1;
66                     pp(k,1)=i;
67                 end
68             else
69                 yi=y(i);xi=interpX(x1,y1,x2,y2,yi);
70                 if xi==x(i)
71                     k=k+1;
72                     pp(k,1)=i;
73                 end
74             end
75         end
76     end
77     k=find(pp==i);
78     nr=length(pp);
79     pos=[];r=0;
80     for j=k+1:nr
81         r=r+1;
82         pos(r,1)=pp(j,1);
83     end
84     for j=1:k-1
85         r=r+1;
86         pos(r,1)=pp(j,1);
87     end
88     xc=x(pos);
89     yc=y(pos);
90 else
91     [pos]=position(x,y,xc,yc);

```

```

92     end
93     XYB{i,1}=xc;
94     XYB{i,2}=yc;
95     XYB{i,3}=pos;
96     %set(handles.axes1,'NextPlot','Add');
97     %plot(xc,yc,'--gs','LineWidth',2,'MarkerSize',10,'MarkerEdgeColor','b','↵
    MarkerFaceColor',[0.5,0.5,0.5]);
98     %text(x(pos),y(pos),num2str(pos),'FontSize',20);
99
100    %=====
101    %return
102    po=c{i};
103    lg=find(po==1);
104    no=length(po);
105    pv=[];
106    r=0;
107    if ~isempty(lg)
108        k=find(po==1);
109        for j=k+1:no
110            r=r+1;
111            pv(r,1)=po(j);
112        end
113        for j=1:k-1
114            r=r+1;
115            pv(r,1)=po(j);
116        end
117    else
118        pv=po';
119    end
120    xr=v(pv,1);
121    yr=v(pv,2);
122    [in,on]=inpolygon(xr,yr,XC,ZC);
123    xout=xr(~in);
124    xr=xr(in);
125    yr=yr(in);
126    nr=length(xr);
127    if nr>=3
128        [xr,yr]=polybool('+',xr,yr,xr,yr);
129        nr=length(xr);
130        xr=xr(1:nr-1,1);
131        yr=yr(1:nr-1,1);
132        nr=length(xr);
133    end
134    nc=length(xc);
135    x1=xc(1,1);
136    y1=yc(1,1);
137    xn=xc(nc,1);
138    yn=yc(nc,1);
139    dd=[];
140    for j=1:nr
141        x2=xr(j,1);
142        y2=yr(j,1);
143        dd(j,1)=sqrt((x2-x1)^2+(y2-y1)^2);
144    end
145    dm=min(dd);
146    k=find(dd==dm);
147    r=0;
148    xv=[];

```

```

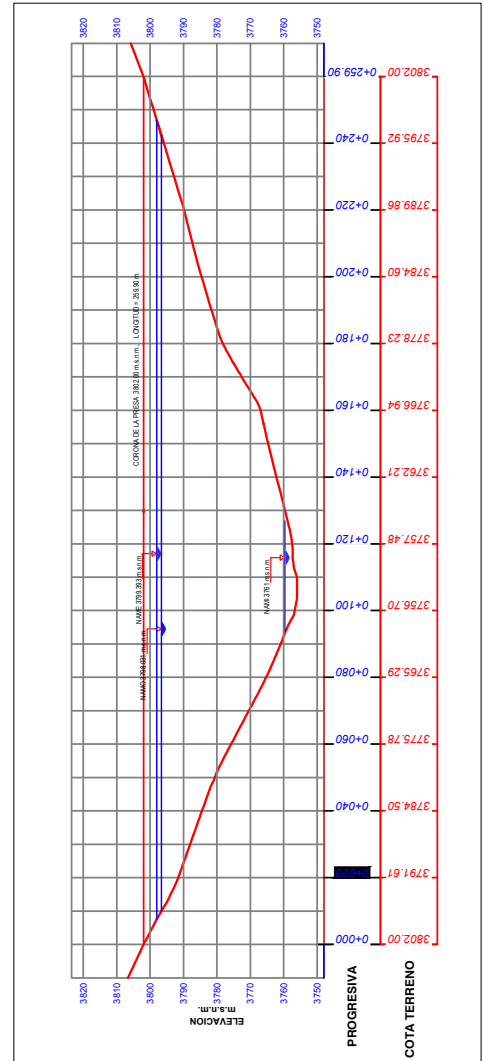
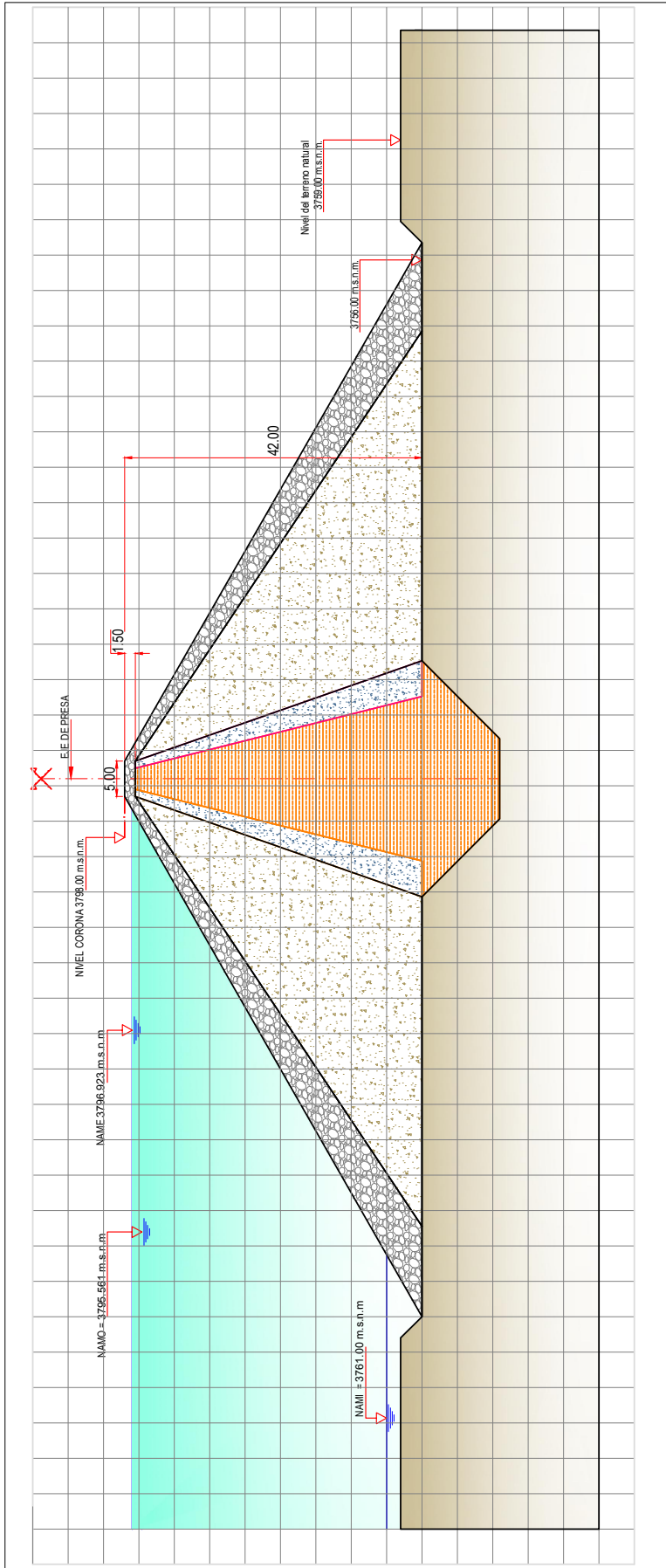
149     yv=[];
150     for j=k:nr
151         r=r+1;
152         xv(r,1)=xr(j,1);
153         yv(r,1)=yr(j,1);
154     end
155     for j=1:k-1
156         r=r+1;
157         xv(r,1)=xr(j,1);
158         yv(r,1)=yr(j,1);
159     end
160     det2=determinant(xv,yv);
161     if sign(dett)~=sign(det2)
162         %[xv,yv]=chgrd(xv,yv);
163     end
164     [pv]=position(v(:,1),v(:,2),xv,yv);
165
166     if ~isempty(lg) | ~isempty(xout)
167         x3=(x(i)+x1)/2;
168         y3=(y(i)+y1)/2;
169         x4=(x(i)+xn)/2;
170         y4=(y(i)+yn)/2;
171         xm=[x3;xv;x4];
172         ym=[y3;yv;y4];
173     else
174         xm=[xv;xv(1)];
175         ym=[yv;yv(1)];
176     end
177     set(handles.axes1,'NextPlot','Add');
178     %plot(xv,yv,'--ms','LineWidth',2,'MarkerSize',10,'MarkerEdgeColor','m','↔
179         MarkerFaceColor',[0.5,0.5,0.5]);
180     plot(xm,ym,'-','color','r');
181     %text(xv,yv,num2str(pv),'FontSize',20);
182     XYV{i,1}=xm;
183     XYV{i,2}=ym;
184     XYV{i,3}=pv;
185     %waitbar(i/np,wtb);
186 end
187 %close(wtb);
188 %axis equal
189 for i=1:ng
190     [nd,x,z]=domain(XZ,i);
191     plot(x,z,'-','LineWidth',1,'MarkerSize',9,'MarkerEdgeColor','b','↔
192         MarkerFaceColor','b');
193 end
194 bounds();
195 warndlg('GENERACION DE VECINOS NATURLES','OK');

```


Fuente: Elaboración propia

Anexo C

Planos y Láminas



UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTOBAL DE HUAMANGA



Plano: **PLANO PRESA CAYRAMAYO SECCION TIPICA TRANSVERSAL ST-1**

| | | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|----------------------------------|
| Asesor: Ing. José E. Estrada Córdobas | Tesis: Bach/Ing. Gerardo Jan Sama Chávez | Revisión: Comisión Evaluadora |
| Proyecto de Tesis: "MODELACIÓN Y SIMULACIÓN NUMÉRICA DE INFILTRACIÓN EN PRESAS DE TIERRA CON EL METODO DE ELEMENTOS NATURALES" | Escalado: Indicada | Fecha: JULIO 2016 |