

Universidad Nacional San Cristóbal de
Huamanga

Facultad de Ingeniería de Minas, Geología y
Civil

Escuela de Formación Profesional de
Ingeniería Civil



Tesis Para Optar el Título de Ingeniero
Civil

“HIDRODINÁMICA COMPUTACIONAL DEL
TRANSPORTE DE SEDIMENTOS EN RÍOS CON EL
MÉTODO DE DIFERENCIAS FINITAS”

Presentado por el:

Bach. JOSÉ LUIS OLARTE DÁVALOS

Asesor:

Ing. CRISTIAN CASTRO PÉREZ

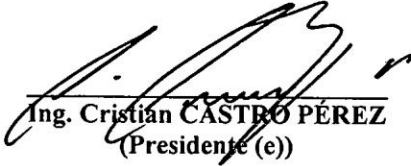
Ayacucho - Perú

2014

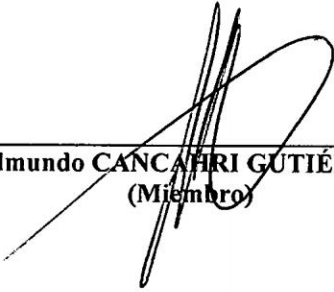
**“HIDRODINÁMICA COMPUTACIONAL DEL TRANSPORTE DE SEDIMENTOS EN RÍOS
CON EL MÉTODO DE DIFERENCIAS FINITAS”**

RECOMENDADO : 18 DE AGOSTO DEL 2014

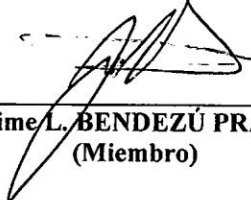
APROBADO : 11 DE SETIEMBRE DEL 2014



Ing. Cristian CASTRO PÉREZ
(Presidente (e))



Ing. Edmundo CANCHURI GUTIÉRREZ
(Miembro)



Ing. Jaime L. BENDEZÚ PRADO
(Miembro)



Ing. Eloy N. YANGALI GUERRA
(Secretario Doyente)


Según el acuerdo constatado en el Acta, levantada el 11 de setiembre del 2014, en la Sustentación de Tesis Profesional presentado por el Bachiller en Ciencias de la Ingeniería Civil Sr. **José Luis OLARTE DAVALOS**, con el Trabajo Titulado "HIDRODINÁMICA COMPUTACIONAL DEL TRANSPORTE DE SEDIMENTOS EN RÍOS CON EL MÉTODO DE DIFERENCIAS FINITAS", fue calificado con la nota de CATORCE (14) por lo que se da la respectiva APROBACIÓN.



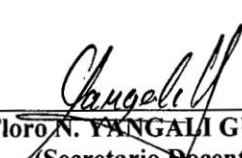
Ing. Cristian CASTRO PÉREZ
(Presidente (e))



Ing. Edmundo CANCHARI GUTIÉRREZ
(Miembro)



Ing. Jaime L. BENDEZÚ PRADO
(Miembro)



Ing. Floro N. YANGALI GUERRA
(Secretario Docente)

Presentación

Esta tesis es presentada como parte de los requisitos para optar el título profesional de Ingeniero Civil, de la Universidad Nacional San Cristóbal de Huamanga, la misma contiene los resultados obtenidos del trabajo sobre el transporte de sedimentos.

José Luis Olarte Dávalos

geco37j@hotmail.com

Escuela Profesional de Ingeniería Civil

Universidad Nacional San Cristóbal de Huamanga

Ayacucho, 8 de agosto de 2014

Dedicatoria

A mi madre y a mi hija Katherine.

Agradecimientos

- A la Universidad Nacional San Cristóbal de Huamanga, alma mater y orgullo de Ayacucho, donde recibí mi formación académica.
- A los docentes de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga Facultad de Ingeniería de Minas Geología y Civil, por los conocimientos transmitidos que contribuyeron de manera determinante en mi formación profesional.
- A mi asesor, Ing. Cristian Castro Pérez, por sus acertadas críticas y recomendaciones en la elaboración del presente trabajo.
- A quienes más debo agradecer es a mi familia. En especial a mis padres y Hermanos.
- A la comunidad de usuarios de \LaTeX , al grupo que mantiene la distribución para el sistema operativo Windows y a los creadores del editor Winedt, la cual fue de mucha ayuda en la presentación final de esta tesis.

Resumen

La tesis aborda sobre el transporte de sedimentos del flujo a superficie libre (transporte de sedimentos en ríos). Inicialmente describe los fundamentos de los modelos matemáticos gobernantes del fenómeno de transporte en canales naturales: los grandes principios de la Hidráulica, expresados mediante las ecuaciones de la Continuidad de Masa y la Conservación del Momentum, añadiendo en este caso, la ecuación gobernante del transporte de sedimentos. Los modelos matemáticos gobernantes del fenómeno físico son expresados en términos de ecuaciones de diferencias parciales que no disponen de una solución general analítica. Para la aproximación de los resultados (caudales, cotas del nivel de agua sobre el río y el transporte de sedimentos) sobre puntos discretos a lo largo del eje del río, se realizó mediante el Método de las Diferencias Finitas, específicamente mediante el modelo de solución de Preissman (o de los cuatro puntos). Para su solución es necesario disponer de datos topográfico y de batimetría para la caracterización geométrica del río, las propiedades de mecánica de suelos y datos geológicos, resultados de estudios hidrológicos con fines de la obtención de máximas avenidas, el método numérico en su procedimiento requiere de valores iniciales y se corresponden con las características del sistema en condiciones normales (para el caudal base) y de igual manera de las condiciones de frontera expresados por el hidrograma de máximas avenidas aguas arriba y el limnograma aguas abajo, partiendo de estos datos es posible generar caudales, alturas de agua y el transporte de sedimentos para cada sección transversal considerado; culminado con su aplicación a un proyecto local.

Índice general

Presentación	i
Dedicatoria	ii
Agradecimientos	iii
Resumen	iv
Índice general	v
Índice de figuras	
xi Índice de cuadros	xiv
1. Introducción	1
1.1. Motivación de la investigación	1
1.2. Planteamiento del problema	2
1.3. Justificación	5
1.4. Objetivos	6
1.4.1. Objetivo general	6
1.4.2. Objetivos específicos	7
1.5. Metodología aplicada	7
1.6. Organización del estudio	8
2. Revisión de Literatura	11
2.1. Antecedentes	11

2.2.	Transporte de Sedimentos	13
2.2.1.	La cuenca hidrogáfica	13
2.2.2.	El río, sus generalidades	14
2.2.2.1.	Características	15
2.2.2.2.	Masa transportada	15
2.2.3.	Los sedimentos	16
2.2.3.1.	Cómo se producen	17
2.2.3.2.	Dónde se producen	17
2.2.3.3.	Propiedades de los sedimentos	18
	Tamaño	18
	Forma	18
	Densidad	18
	Peso específico	18
	Porosidad (n)	19
	Velocidad de caída (w)	19
2.2.4.	Transporte de sedimentos	19
2.2.4.1.	Clasificación del transporte de sedimentos	19
	Según el modo de transporte	19
	Según el origen del material	20
2.2.4.2.	Límite granulométrico	20
2.2.4.3.	Medidas de concentración del transporte de sedimentos	21
	Muestreadores de sedimentos en suspensión	21
	Muestreadores de sedimento depositado en el lecho de	
	los ríos	21
	Medida de la carga total de sedimento por eliminación	
	del sedimento del lecho	21
2.2.5.	Características de los materiales del lecho	21
2.2.5.1.	Peso específico	22
2.2.5.2.	Granulometría	22
2.2.6.	Equilibrio del fondo del cauce	23

2.2.7.	Inicio del movimiento	24
2.2.8.	Ecuaciones empíricas del transporte de fondo	26
3.	Modelización Matemática del Transporte de Sedimentos	28
3.1.	Ecuaciones fundamentales de la hidráulica	28
3.2.	Principio de continuidad	28
3.2.1.	Principio de conservación de la materia	29
3.2.2.	Ecuación diferencial de la continuidad	29
3.3.	Ecuación de la energía	32
3.3.1.	Ecuación del movimiento	32
3.3.2.	Ecuación del movimiento sobre una línea de corriente	36
3.4.	Ecuación de la cantidad de movimiento	38
3.5.	Las ecuaciones de Saint Venant	41
3.6.	Ecuaciones del transporte de sedimentos	43
3.6.1.	Ecuación de la continuidad para flujo de agua	44
3.6.2.	Ecuación de la cantidad de movimiento para flujo de agua	45
3.6.3.	Ecuación de resistencia al flujo	45
3.6.4.	Ecuación de continuidad del sedimento	45
3.6.5.	Capacidad de transporte de sedimento	45
4.	Método de Diferencias Finitas	47
4.1.	Generalidades	47
4.2.	Diferencias finitas	48
4.3.	Métodos para obtener ecuaciones de diferencias finitas	52
4.3.1.	Series de Taylor	52
4.3.2.	Ajuste polinomial	54
4.4.	Representación de ecuaciones diferenciales parciales por diferencias finitas	55
4.4.1.	Error de truncación	55
4.4.2.	Consistencia	57
4.4.3.	Estabilidad	58

4.4.4.	Convergencia	58
4.4.5.	Errores de redondeo y discretización	58
5.	Resolución Numérica de los Modelos Gobernantes Mediante Diferencias Finitas	59
5.1.	Grados de libertad de una corriente	59
5.1.1.	Flujo con un grado de libertad	59
5.1.2.	Flujo con dos grados de libertad	60
5.1.3.	Flujo con tres grados de libertad	60
5.1.4.	Flujo con cuatro grados de libertad	60
5.2.	Modelo matemático transporte de sedimentos	61
5.2.1.	Transporte de sedimento por carga de fondo	61
5.2.2.	Transporte de sedimento en suspensión	62
5.3.	Transporte de sedimentos para flujo con un grado de libertad	63
5.4.	Solución numérica	65
5.4.1.	Ecuación de continuidad	65
5.4.2.	Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento	68
5.4.3.	Resistencia del lecho	69
5.4.4.	Transporte de sedimentos por arrastre de fondo	69
5.4.5.	Transporte de sedimentos en suspensión	70
6.	Desarrollo de la Aplicación	71
6.1.	Datos requeridos	71
6.1.1.	Estudio topográfico y de batimetría	71
6.1.1.1.	Secciones transversales	72
6.1.1.2.	Superficie	73
6.1.2.	Estudios hidrológicos	76
6.1.3.	Estudio granulométrico y el coeficiente de Manning	78
6.1.4.	Estudio de geología y de mecánica de suelos	78
6.2.	Proceso de cálculo	79
6.2.1.	Dominio de análisis	79

6.2.2.	Condiciones de frontera	79
6.2.3.	Condiciones iniciales	80
6.2.4.	Solución de las ecuaciones del transporte de sedimentos	81
6.2.4.1.	Discretización espacial y temporal	81
6.2.4.2.	Ecuaciones de continuidad en diferencias finitas	81
6.2.4.3.	Ecuaciones de momentum en diferencias finitas	82
6.2.4.4.	Ecuaciones del transporte de sedimentos	84
6.3.	Resultados	84
7.	Caso de Estudio a un Proyecto Local	86
7.1.	Descripción general del proyecto	86
7.1.1.	Estudio topográfico	88
7.1.2.	Estudio hidrológico	88
7.1.3.	Estudio geológico y geotécnico	91
7.2.	Recopilación de la información	92
7.2.1.	Datos geométricos	93
7.2.2.	Estudio Granulometrico	94
7.2.3.	Hidrograma de máxima avenida	96
7.2.4.	Mecánica de suelos y geología	97
7.3.	Modelización del transporte de sedimentos	97
8.	Resultados	99
8.1.	Generalidades	99
8.2.	Proceso de cálculo	106
8.2.1.	Discretización temporal	106
8.2.2.	Discretización espacial	106
8.2.3.	Condiciones iniciales	106
8.2.4.	Condiciones de contorno	112
8.3.	Resultados generales	112
8.4.	Resultados específicos	113

9. Conclusiones, Recomendaciones y Trabajos Futuras	114
9.1. Conclusiones	114
9.1.1. De la teoría	114
9.1.2. De la Metodología	115
9.1.3. Del modelo	116
9.1.4. De los resultados	117
9.2. Recomendaciones	118
9.3. Trabajos futuros	118
 Bibliografía	 119
 A. Programa Sediment transport	 124
A.1. Ventana Principal	124
 B. Código Fuente Programa Sedimentos	 128
 C. Fotografías	 145
 D. Planos	 147

Índice de figuras

2.1. El río	16
3.1. Derivación de la ecuación diferencial de continuidad	30
3.2. Elemento de líquido en un campo de flujo	33
3.3. Componentes de las fuerzas que actúan sobre el elemento	34
3.4. Derivación de la ecuación de la cantidad de movimiento para un volumen de control	39
3.5. Volumen de control elemental de un canal, vista de perfil longitudinal	42
3.6. Volumen de control elemental de un canal, vista de en planta	43
3.7. Volumen de control elemental de un canal, vista de de la sección transversal	44
4.1. Típica grilla de diferencias finitas	48
5.1. Tramo de un canal con malla computacional	66
5.2. Esquema centrado de Abbott de los seis puntos	66
5.3. Centrado de la Ecuación de Continuidad en el Esquema de Abbott de los 6 Puntos	67
5.4. Centrado de la ecuación de la cantidad de movimiento en el esquema de Abbott de los 6 Puntos	68
6.1. Modelo de discretización de un río, considerando el flujo del fluido en una dimensión	71
6.2. Representación de la sección transversal de un río	72

6.3. Representación de las coordenadas de las secciones transversales mediante una matriz de múltiples dimensiones	73
6.4. cuenca hidrográfica	76
6.5. Hidrograma de máximas avenidas general	77
6.6. Esquema de solución de Preissmann	81
6.7. Ecuación del momentum expresado en diferencias finitas	83
7.1. Planimetría obtenido mediante levantamiento topográfico del río Apulema	93
7.2. Sección transversal río Apulema, progresiva 0 ~ 090	94
7.3. Sección transversal río Apulema, progresiva 0 ~ 120	94
7.4. Curvas granulométricas típicas	95
7.5. Hidrogramas para diferentes tiempos de retorno	97
7.6. Aplicación Sediment Transport	98
8.1. Organización de los datos geométricos y propiedades del suelo	100
8.2. Organización de los datos hidrológicos	101
8.3. Hidrograma de máximas avenidas pata un Tiempo de Retorno de 25 años	102
8.4. Hidrograma de máximas avenidas pata un Tiempo de Retorno de 300 años	103
8.5. Seleccionar progresiva de las secciones transversales	104
8.6. Seleccionar progresiva de las secciones transversales	104
8.7. Sección transversal y propiedades	105
8.8. Cota del espejo de agua [en m] (condición inicial)	107
8.9. Caudal base [en m ³ {s} (condición inicial)	108
8.10. Área mojada [en m ²] (condición inicial)	109
8.11. Perímetro mojado [en m] (condición inicial)	110
8.12. Espejo de agua[en m](condición inicial)	111
8.13. Menú resultados numéricos	112
8.14. Menú resultados gráficos	113

A.1. Ventana Principal de la Aplicación	124
A.2. Opciones del menú archivo	125
A.3. Opciones del menú datos	125
A.4. Opciones del menú resultados	125
A.5. Ventana principal para mostrar los resultados numéricos	126
A.6. Ventana principal para mostrar los resultados gráficamente(sección transversal y altura de agua)	126
A.7. Ventana principal para mostrar los resultados gráficamente(Hidrograma de máximas avenidas)	127
B.1. Organización de los archivos componentes de la aplicación	128
C.1. Vista aguas arriba del puente Apulema, se aprecia las dos quebradas Putis y Tantamioc que se unen unos 100.00m aguas arriba	145
C.2. Vista del equipo topográfico y la calicata C-02 (estribo derecho) para el puente Apulema	146

Índice de cuadros

2.1. Formas de transporte y origen del material	20
2.2. Denominación de los diferentes tipos de materiales en función de su tamaño	23
6.1. Coordenadas de una sección transversal	73
6.2. Coordenadas de una sección transversal en un plano cartesiano	74
6.3. Coordenadas de una sección transversal en un plano cartesiano, cerrando el polígono	74
6.4. Coordenadas del hidrograma para la aplicación	77

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación de la investigación

En el siglo pasado se lograron avances significativos en hidráulica fluvial, así como en ingeniería de ríos o ingeniería fluvial. Sin embargo, nuestro saber acerca de los ríos es eminentemente empírico y aun falta mucho para conocer las leyes fundamentales del comportamiento completo de los cauces naturales y acerca de la interacción entre las obras que construimos en ellos y que los afectan, y la respuesta veraz sobre los efectos que los ríos ocasionan en esas obras con el paso del tiempo.

En la actualidad, las obras hidráulicas tienen una gran importancia en el bienestar y seguridad de las personas. Por esto, y muchas otras razones, las solicitudes y cálculos de cualquier obra deben tener una precisión que no dé cabida a riesgos innecesarios a la sociedad ni al medio ambiente. Esto demanda una mejor representación del o los fenómenos estudiados que se consideren de importancia. Además, hoy en día las necesidades son más urgentes y exigentes debido a la gran cantidad de recursos económicos y sociales involucrados.

El estudio del transporte de sedimentos en ríos es de fundamental importancia en la ingeniería civil, de manera que se puedan prever futuros comportamientos funcionales en infraestructuras e incluso para poder reducir el impacto ambiental.

Un río se encuentra en equilibrio cuando el flujo de agua y sedimento no producen erosión o deposición en el fondo del río. Varios factores naturales o hechos por el hombre pueden contribuir a romper este delicado balance produciendo agradación o degradación del fondo del río. La modelación de estos procesos es muy importante para el manejo de ríos, proyectos de recursos de agua, estimación de la elevación de la superficie del agua durante inundaciones, o para estimar los cambios relacionados a las avenidas.

Desde el punto de vista ingenieril, interesa determinar la tasa de transporte de sedimento, medida en volumen por unidad de tiempo o peso seco por unidad de tiempo, que atraviesa una determinada sección transversal del cauce, asociada a una condición hidráulica dada. Esta tasa, denominada también gasto sólido, permite realizar balances sedimentológicos en tramos del cauce para analizar un gran número de problemas de importancia práctica, tales como identificar zonas con tendencia a la erosión o depositación, estimar tasas de alimentación de sedimentos para la explotación de áridos, estimar la vida útil de las estructuras hidráulicas construidas en los ríos, embalses, etc.

1.2. Planteamiento del problema

Actualmente, los problemas hidráulicos fluviales se abordan de una forma cada vez más compleja y/o demandan mayor precisión. Una herramienta que está tomando cada vez más popularidad es la modelación numérica, que permite realizar una gran cantidad de cálculos complejos de manera aplicada, rápida y gráfica. Sin embargo, se debe tener en cuenta que usualmente esta herramienta contempla aproximaciones importantes sobre las ecuaciones que gobiernan a los fenómenos estudiados, transformando el problema original en uno más simplificado. Este hecho, frecuentemente termina por alejarnos de la representatividad de la realidad, obteniendo resultados erróneos que podrían usarse como base para importantes decisiones en una región.

El transporte de sedimentos es un fenómeno muy complejo pues entraña la dinámica de dos elementos: el agua y el sedimento. La gran cantidad de condicionantes geométricos, fenómenos turbulentos, tamaño de partículas y diversas combinaciones de fenómenos hacen el problema aún más complejo y de difícil solución analítica. Las simplificaciones del problema conducen a la aplicación práctica e ingenieril, pero también conducen a entender mejor ciertas condiciones del fenómeno. En términos generales el flujo mixto de agua y sedimento es un problema de transporte masa de agua, masa de sedimento (fondo y suspensión), y cantidad de movimiento. A partir de ello se plantean las ecuaciones de conservación que conforman un sistema no lineal en derivadas parciales.

Los problemas que se presentan en el diseño de estructuras hidráulicas cuando se necesita evaluar de manera confiable los volúmenes de sedimentos que los ríos transportan hasta las obras y que a menudo ocasionan fallas en la operación de bocatomas, puentes, embalses, etc. en el control de las inundaciones y en las protecciones de las márgenes, se deben a la deficiencia en la información cartográfica e hidrometeorológica de las cuencas vertientes, y de caudales líquidos y sólidos en la mayoría de los ríos, desarrollo aún incipiente de los métodos de medición de sedimentos y de aplicación de fórmulas empíricas a casos reales, cambios en las prácticas tradicionales de manejo de la cuenca después de construidas las obras.

Debido a las dificultades intrínsecas en la formulación de modelos analíticos para describir interacciones fluido-partícula, los problemas del transporte de sedimento han sido a menudo tratados solo empíricamente o semi-empíricamente. Un típico ejemplo de ello corresponde a la existencia de muchas distintas fórmulas empíricas para estimar la tasa de transporte de sedimentos en los ríos. En general, este acercamiento tiene la desventaja de que no provee de un adecuado entendimiento de los procesos físicos involucrados ni tampoco permite aplicar las fórmulas empíricas a condiciones distintas de aquellas para las cuales fueron derivadas.

Considerando el movimiento del flujo mixto en diferentes corrientes, o en diferentes momentos del año, o de cuencas hidrográficas la sedimentación en ríos puede ocasionar la pérdida de navegabilidad de un tramo de río, la alta turbidez debido a sedimentos en suspensión reduce la penetración de la luz reduciendo la producción biológica básica, un cambio en las condiciones del flujo puede asociarse una variación en el transporte de partículas en el fondo y, consecuentemente, en una modificación del relieve del cauce, la alta sedimentación generalmente ocasiona fallas de las estructuras hidráulicas construidas sobre el río y muchas veces catastróficas.

Para mayor entendimiento del problema a abordar en el presente trabajo de investigación se resume en los siguientes ítems:

- En nuestro país y particularmente en la región Ayacucho, no se ha hecho esfuerzo alguno desde la Universidad para desarrollar esquemas numéricos basados en modelos matemáticos sofisticados sobre Ingeniería Fluvial y el problema del transporte de sedimentos en ríos a menudo han sido tratados solo empírica o semi-empíricamente.
- A pesar de que en la actualidad las computadoras digitales son muy poderosas ((PC's), no se cuenta con programas especializados o software de ingeniería fluvial, que permita realizar simulaciones numéricas por ordenador y tomar decisiones a partir de ellas para un diseño adecuado de cualquier estructura hidráulica que se construya en un río.
- Algunos programas comerciales existentes en el mercado sobre ingeniería de ríos e hidráulica fluvial utilizan modelos matemáticos simplificados para resolver el problema del transporte de sedimentos en ríos y solamente considerando un flujo permanente.

1.3. Justificación

En las últimas décadas ha cobrado gran relevancia social, económica y ambiental el creciente aumento de un cambio climático de origen natural y antropogénico, que están causando gran cantidad de desastres naturales como sequías e inundaciones y esto es justamente una de las catástrofes más comunes y por tanto una de las que más muertes ha ocasionado. Además sabemos que más del 45 por ciento de la población mundial depende directamente del trabajo en los ecosistemas y una tercera parte de la población del mundo viven en la actualidad en países sometidos a tensiones de escasez de agua y en el futuro pudiera hacer que disminuya aún más el flujo de corrientes y la recarga de aguas subterráneas de origen glaciar en muchos países del planeta. Somos testigos de los efectos del cambio climático, cada año puede resultar insólito, pero el patrón parece estar bastante claro. Las inundaciones son algo que se convertirán en habitual en un planeta en calentamiento, y el cambio climático tiene un doble efecto, ya que incrementa la frecuencia de las tormentas, y al mismo tiempo frena la capacidad de las plantas de absorber agua de la tierra, por eso es necesario tomar medidas urgentes para la mitigación y sobre todo utilizar las tecnologías más modernas a nuestro alcance.

Aparentemente los ríos producen grandes daños eventuales, pero ello se debe a que no respetamos sus llanuras de inundación, construimos puentes estrechos que no permiten que las aguas fluyan libremente, y cuando se desbordan, el agua ve interrumpido su paso con caminos, vías férreas, canales e incluso con nuestras viviendas y edificaciones industriales. Muchas de las pérdidas materiales y humanas que ocasionan los ríos durante las épocas de crecientes se podrían evitar si respetamos a esos cauces naturales, y en caso de modificarlos hacerlo permitiendo que las aguas y los sedimentos fluyan libremente. El estudio y el análisis del transporte de sedimentos en ríos en la actualidad requieren de computadoras digitales y algoritmos numéricos sofisticados que cumpla un papel estratégico en el desarrollo de la humanidad y conlleve a tomar decisiones de

calidad. Los ríos son un don de la naturaleza, para aprovecharlos, se tiene que construir grandes y pequeñas obras hidráulicas como puentes, bocatomas, defensas ribereñas, pesas, etc. Sin embargo, el éxito de estas obras, su permanencia y su utilidad dependen del conocimiento disponible de su comportamiento, de sus características, de sus cualidades y de su funcionamiento en el tiempo. La presente investigación se concentrará en el desarrollo de un esquema numérico basado en el Método de Diferencias Finitas (MDF) para solucionar el problema del transporte de sedimentos unidimensional, llenando la brecha existente entre los métodos clásicos (empíricos) y los más actuales, para aquellos que están dispuestos a entender o aplicar los esquemas numéricos avanzados a un río de topología compleja.

El MDF es un método que presenta un proceso de discretización mucho más sencillo y probablemente más didáctico. Para ciertas geometrías, en él se conservan perfectamente las ideas y conceptos que reproduce cada expresión. El MDF nace directamente de la definición matemática de la derivada, ecuación, como una aproximación para encontrar la solución numérica de las ecuaciones diferenciales. Por tanto la discretización de una ecuación diferencial mediante el MDF será una ecuación algebraica, la cual en términos físicos está aplicado a un punto nodal, es decir el dominio de solución está cubierto por un punto nodal de una malla estructurada que puede ser una discretización del dominio de un medio físico como el río. Finalmente para comprobar la aplicabilidad del modelo haremos la aplicación respectiva analizando y simulando el transporte de sedimentos, en una dimensión y en régimen permanente variable.

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo general

Desarrollo de un modelo matemático y la implementación computacional para simular numéricamente el transporte de sedimentos en ríos, en régimen permanente

y variable, en una dimensión, utilizando el Método de Diferencias Finitas (MDF).

1.4.2. Objetivos específicos

- a) Formular un marco conceptual y metodológico de análisis del transporte de sedimentos en ríos con la técnica numérica de Diferencias Finitas e incentivar su uso en la ingeniería civil.
- b) Realizar la modelación matemática del transporte de sedimentos con una aproximación unidimensional y calcular todos los parámetros hidráulicos y geomorfológicos.
- c) Desarrollar un programa (software) en MATLAB, en base al modelo matemático propuesto, como una herramienta de análisis para simular el transporte de sedimentos en ríos.
- d) Aplicar el modelo propuesto, al proyecto Estudio para la construcción de 06 puentes del proyecto: construcción de carretera San José Choymacota, tramo: Apulema - Pachachaca - Chongos, Ayacucho - Perú.

1.5. Metodología aplicada

Por su característica y debido a la representación de los indicadores mediante un modelamiento matemático asociado al Método de Diferencias Finitas (MDF), técnica numérica para resolver las ecuaciones diferenciales gobernantes del fenómeno de transporte de sedimentos en ríos, el presente trabajo de investigación se enmarca en el tipo de Investigación Aplicada - Desarrollo Tecnológico, por que propone acciones basadas en teorías y formulación físicas y matemáticas, que caracterizan el estado de evolución de un cauce natural relacionado con la geometría de las secciones de los ríos.

Teniendo en cuenta que se trata de un estudio teórico-práctico y de caso, se trata de una investigación de tipo Aplicada, nivel Analítico-Explicativo y diseño Transversal-no Experimental.

Para alcanzar el objetivo del presente trabajo de investigación, se seguirá una línea y secuencia general de investigación como sigue:

- Recopilación de la información sobre el estado del arte del transporte de sedimentos en ríos, su evolución de los modelos de transporte de sedimentos en el tiempo hasta la actualidad.
- El modelo matemático que gobierna el transporte de sedimentos en ríos se resolverá mediante un método numérico (método de diferencias finitas), en un primer paso el sistema de ecuaciones diferenciales en una dimensión que permitirá simular el proceso del transporte de flujo-sedimentos en ríos.
- La automatización de la ecuación gobernante del transporte de sedimentos en ríos, considerando una sola dimensión, será mediante programación en computadoras, utilizando el entorno de desarrollo integrado de MATLAB R2013a, mediante el lenguaje de programación m (lenguaje de programación MATLAB)
- La aplicación práctica se realiza en es aplicado a un proyecto local.

1.6. Organización del estudio

Para el desarrollo del presente trabajo de investigación se ha consideran los siguientes capítulos:

- **Capítulo 1:** En esta primera parte de la tesis se hace una introducción al estudio del transporte de sedimentos en ríos, así mismo se describe los antecedentes sobre el tema a nivel diversas investigaciones, consiguientemente se justifica la importancia de la tesis, así mismo se plantea los objetivos a alcanzar en el presente trabajo de investigación.
- **Capítulo 2.2:** Describe claramente sobre el marco teórico del transporte de sedimentos en cauces naturales o ríos, es decir se hace la descripción a nivel

teórico y matemático del fenómeno de transporte de sedimentos a lo largo de la evolución del conocimiento en este campo.

- **Capítulo 3:** Se hace la modelización matemática del transporte de sedimentos, donde se derivan las ecuaciones fundamentales de la hidráulica y el transporte de sedimentos.
- **Capítulo 4:** En este capítulo se desarrolla el concepto básico, y las técnicas necesarias, para la formulación de una representación de diferencias finitas. En este enfoque, el problema en un dominio continuo se “discretiza” de tal manera que las variables dependientes existen sólo en puntos discretos.
- **Capítulo 5:** Se detalla sobre los materiales y métodos utilizados en la tesis, además se describe sobre las técnicas de la solución numérica de las ecuaciones gobernantes mediante el Método de Diferencias Finitas (MDF) y se plantea el modelo matemático general para la solución del fenómeno de transporte de sedimentos en ríos .
- **Capítulo 6:** Se desarrolla la metodología, los procedimientos y la configuración del modelo, en caso de una aplicación práctica del esquema numérico desarrollado basado en el Método de Elementos Finitos al estudio de transporte de sedimentos en ríos.
- **Capítulo 7:** En este capítulo se desarrolla un caso de estudio de un Proyecto Local, específicamente al proyecto “Estudio para la construcción de 06 puentes del proyecto: construcción de carretera San José Choymacota, tramo: Apulema - Pachachaca - Chongos”, fue elaborado por el Gobierno Regional de Ayacucho.
- **Capítulo 8:** Se hace la presentación de los resultados generales y específicos sobre la aplicación del modelo propuesto, puntualizando los diferentes etapas de cálculo.
- **Capítulo 9:** Se describe las principales conclusiones de la tesis y los posibles trabajos futuros en este tema.

- **Bibliografía:** Se presenta la lista completa de todos los libros, artículos, informes, páginas y todas las referencias utilizadas para el desarrollo de la tesis .
- **Apéndice A:** Se muestra paso a paso el manual del programa Programa Sediment transport desarrollado en MATLAB.
- **Apéndice B:** Se presenta código Fuente del Programa Sediment transport.
- **Apéndice C:** Se muestra las fotografías relacionadas al proyecto de aplicación.
- **Apéndice D:** Se presenta los planos de la aplicación practica.

Capítulo 2

Revisión de Literatura

2.1. Antecedentes

Varias soluciones analíticas y numéricas a las ecuaciones que gobiernan el flujo uní-dimensional y la ecuación de continuidad para sedimento han sido propuestas para la modelación de los procesos de agradación y degradación del fondo en canales y ríos. A continuación se presenta un resumen de las investigaciones realizadas a nivel mundial. Finalmente se mencionan las investigaciones recientes en nuestra región.

El esquema de diferencias finitas de Mac Cormack [4] para determinar la agradación debido a un exceso del flujo de sedimento aguas arriba, degradación debido a un descenso de la elevación del fondo del canal al extremo aguas abajo y cambios asociados con la migración de cambios abruptos en el perfil del fondo, fenómeno conocido como “knickpoint migration” en inglés. Este modelo matemático es acoplado, es decir; cambios de la elevación del fondo afectan a los cambios de la velocidad y profundidad de flujo. Los resultados del modelo fueron comparados con datos de laboratorio de Soni et al. (1980) [4] y Begin et al. (1981) [4] para agradación y degradación respectivamente. La función de transporte usada para modelar agradación es la relación potencial usada por Soni et al. (1980) [4]. Para modelar la degradación se usó una función de transporte proporcional a la pendiente de la energía

propuesta por Begin et al. (1981), para modelar cambios abruptos en el perfil del fondo del canal usaron una versión modificada de la función de transporte potencial.

Yen et al. (1992) [38] desarrollaron un modelo de transporte de sedimento basado en la ecuación de continuidad de sedimento y la asunción de una relación lineal entre el sedimento de salida y el sedimento almacenado en una longitud del canal. Una ecuación para agradación y degradación resultado de cambios en la carga de sedimento fue derivada también. Resultados experimentales fueron hallados para diferentes condiciones de carga y gradación de sedimento. Este modelo se usó para estudiar el efecto de la gradación del sedimento y el flujo de sedimento sobre el proceso de agradación, degradación y las características de flujo en un canal aluvial. Se encontró que para un flujo de sedimento la razón de agradación y degradación incrementa con el incremento del tamaño del sedimento. Cuando el flujo de sedimento disminuye la razón de agradación y degradación disminuye cuando el tamaño del sedimento aumenta.

López y Falcón (1999) [38] desarrollaron un modelo numérico unidimensional para calcular cambios en elevación y distribución del material en el lecho en un río de montaña caracterizado por tener gran pendiente, cambios abruptos en su geometría, variación en el régimen del flujo y elementos que hacen que la rugosidad sea muy grande, el modelo asume flujo casi permanente y régimen supercrítico. El modelo fue validado usando datos de campo recolectados aguas arriba de una pequeña presa de retención en un río de Venezuela.

Wu et al. (2004) [38] desarrollaron un modelo unidimensional para simular flujo no permanente y transporte de sedimento en un sistema de canales usando el esquema numérico de Preissmann. El modelo simula un proceso en desequilibrio de sedimento no uniforme en flujo no permanente. La capacidad de transporte es calculada por una de cuatro fórmulas de transporte los cuales consideran el efecto de la no uniformidad del sedimento. El análisis del método revela que su solución

es más estable y menos sensible a la elección de parámetros del modelo cuando comparamos con el método tradicional. El modelo es ensayado para varios casos reales y se concluye que el modelo es apto para determinar transporte de sedimento y cambios morfológicos en sistemas de canales.

En el Perú es muy escaso o casi nulo las investigaciones en el área de ingeniería fluvial, específicamente en la modelación matemática y numérica del transporte de sedimentos en ríos. En la Universidad Nacional San Cristóbal de Huamanga en el año 2007 se ha desarrollado la tesis “Estudio del gasto sólido de fondo en lecho fluvial ” por Carlos Enrique Canales Luna, donde analiza las diferentes fórmulas empíricas existentes para la determinación teórica del Gasto Sólido de Fondo y hace una recomendación para su aplicación a los ríos de Ayacucho según las características morfológicas que ellos presentan a partir de sus resultados experimentales.

2.2. Transporte de Sedimentos

2.2.1. La cuenca hidrográfica

Una cuenca hidrográfica [2] es un área de terreno que drena agua en un punto común, como un riachuelo, arroyo, río o lago cercano. Cada cuenca pequeña drena agua en una cuenca mayor que, eventualmente, desemboca en el océano. Se entiende por cuenca hidrográfica o cuenca de drenaje el territorio drenado por un único sistema de drenaje natural, es decir, que drena sus aguas al mar a través de un único río. Una cuenca hidrográfica es delimitada por la línea de las cumbres, también llamada divisoria de aguas.

Las principales características de una cuenca son:

- La curva cota superficie: esta característica da una indicación del potencial hidroeléctrico de la cuenca.

- El coeficiente de forma: da indicaciones preliminares de la onda de avenida que es capaz de generar.
- El coeficiente de ramificación: también da indicaciones preliminares respecto al tipo de onda de avenida.

La erosión y el transporte de sedimentos ocurre en toda la superficie de la cuenca hidrográfica, almacenando el material arrastrado en las zonas con pendiente menor, zonas que están formadas por los ríos y son las encargadas de transportar los sedimentos producidos desde la cuenca hidrográfica y producidos de igual manera por la socavación del cauce del río.

2.2.2. El río, sus generalidades

Un río es una corriente natural de agua que fluye con continuidad. Posee un caudal determinado, rara vez constante a lo largo del año, y desemboca en el mar, en un lago o en otro río, en cuyo caso se denomina afluente. La parte final de un río es su desembocadura. Algunas veces terminan en zonas desérticas donde sus aguas se pierden por infiltración y evaporación; es el caso de los ríos alóctonos (llamados así porque sus aguas proceden de otros lugares con clima más húmedo). Los cursos fluviales que son muy estrechos, se secan en alguna parte del año o tienen poco caudal reciben los nombres de riachuelo, quebrada o arroyo.

En los ríos, Figura 2.1, al ser parte del medio natural y a diferencia de lo que puede ocurrir en los canales [35] o en otras obras hidráulicas, se producen una serie de interrelaciones entre los numerosos factores del medio, que motivan el hecho de que no todas las preguntas (¿cuánta agua?, ¿cuándo la transporta?, ¿por donde?, etc) se puedan responder únicamente con la hidrología y la hidráulica en lámina libre¹.

¹Ésta sección es tomado desde [35, página 3]

2.2.2.1. Características

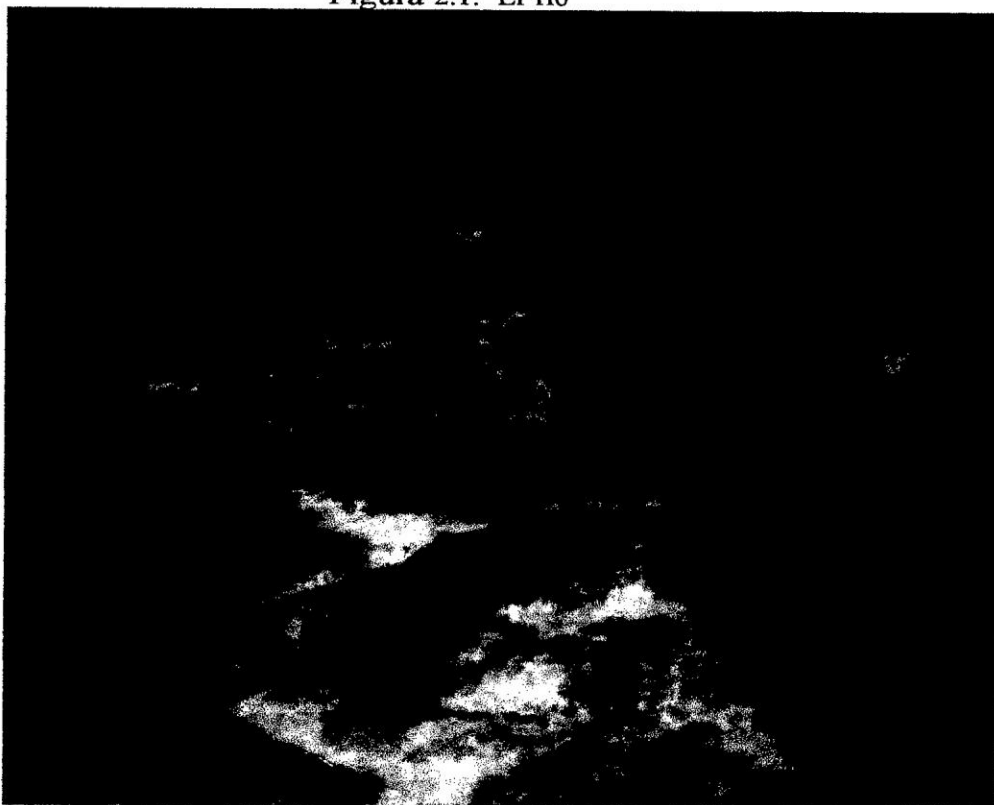
Las características básicas de un río son:

- En un río el caudal siempre es variable y depende del régimen hidrológico de la cuenca de aportación. De hecho esa variación y especialmente la ocurrencia de eventos extraordinarios, como las avenidas, tienen una gran influencia en la dinámica fluvial.
- El trazado de los ríos normalmente es cambiante, de manera aguda tras determinados eventos extraordinarios, o de manera gradual a lo largo del tiempo. El trazado de los ríos es siempre sinuoso, buscando el acomodo o equilibrio en su entorno geomorfológico.
- El contorno o sección de un río varía a lo largo del tiempo en función de la combinación de: variables hidrológicas (caudal líquido), hidráulicas (fundamentalmente la velocidad del flujo) y del transporte de material (caudal sólido y granulometría del mismo). La combinación de estas variables provoca acrecimientos por depósitos de material, o regresiones por arrastre (erosión) del material que forman el fondo y los taludes.
- El material transportado, en el de los ríos el flujo consta de una fase líquida (caudal líquido) y de una fase sólida (caudal sólido).
- La interacción con el ecosistema, los ríos interactúan con el ecosistema en el que se desarrollan: a través del nivel freático mantienen las condiciones de humedad idóneas en las riberas que permiten el desarrollo de sotos y bosques fluviales. Por otra parte, las condiciones de calado y velocidad del agua (ambas menores que las que suelen darse en canales) permiten el desarrollo de comunidades vegetales y animales.

2.2.2.2. Masa transportada

La masa transportada por una corriente a lo largo del eje longitudinal del río, está formado por:

Figura 2.1: El río



Fuente: Visita de Campo

- Masa líquida: asociada al líquido transportado, tratándose de los ríos, éste siempre será el agua
- Masa sólida: formado por los materiales arrastrados por causa de la interacción del río con el medio ambiente.

2.2.3. Los sedimentos

El diccionario² de la “Real Academia Española” especifica a los sedimentos con las siguientes definiciones:

1. Materia sólida que después de haber estado flotando en un líquido se queda en el fondo del recipiente, asiento, poso.
2. Material sólido en forma de partículas, granos o pequeños bloques, depositado sin consolidar tras un proceso de arranque, suspensión y transporte, ocasionado

²página oficial <http://www.rae.es/rae.html>

por agentes erosivos, como el agua, el hielo y el viento: sedimento fluvial.

3. Señal o rastro, principalmente emocional, que deja un hecho.
4. Conjunto de conocimientos o sentimientos que quedan depositados en el carácter de una persona con el paso del tiempo.

En este caso, daremos por hecho la definición asociada al sedimento fluvial.

2.2.3.1. Cómo se producen

Los sedimentos que transporta una corriente [17] de agua son consecuencia natural de la degradación del suelo, puesto que el material procedente de la erosión llega a las corrientes a través de tributarios menores, por la capacidad que tiene la corriente de agua para transportar sólidos, también por movimientos en masa, o sea, desprendimientos, deslizamientos y otros.

En un punto cualquiera del río, el material que viene de aguas arriba puede seguir siendo arrastrado por la corriente y cuando no hay suficiente capacidad de transporte este se acumula dando lugar a los llamados depósitos de sedimentos.

Las corrientes fluviales forman y ajustan sus propios cauces, la carga de sedimentos a transportar y la capacidad de transporte tienden a alcanzar un equilibrio. Cuando un tramo del río consigue el equilibrio, se considera que ha obtenido su perfil de equilibrio. Sin embargo, puede ser aceptable que existan tramos o sectores de un río que hayan alcanzado su equilibrio, aunque estén separados por tramos que no tengan este equilibrio.

2.2.3.2. Dónde se producen

Los sedimentos se producen en la cuenca hidrográfica y en el mismo cauce del río. El transporte de sedimentos está ligado con la hidrodinámica de los canales abiertos. La introducción de partículas dentro del flujo altera el comportamiento

hidráulico. Se puede decir que los sedimentos que forman el lecho pueden adoptar muchas formas entre las que se pueden mencionar las dunas, las rizaduras o superficies planas; esto depende del proceso de transporte.

Cuando el esfuerzo de arranque que el agua ejerce sobre el lecho constituido por sedimentos es suficientemente fuerte para remover una capa de partículas, estas no se desprenden indefinidamente sino que pueden adquirir un estado de equilibrio después de ponerse en movimiento algunas capas anteriores.

2.2.3.3. Propiedades de los sedimentos

Las características que definen los procesos de suspensión, transporte y deposición del sedimento dependen no sólo de las condiciones del flujo sino también de las propiedades del sedimento, como son:

Tamaño La propiedad más importante de una partícula de sedimento es su tamaño por lo cual, ha sido la única propiedad que caracteriza los sedimentos. Solamente si la forma, densidad y distribución granulométrica son semejantes en diferentes sistemas hidráulicos, se pudiese considerar que la variación de su tamaño define la variación del comportamiento del sedimento.

Forma Es una característica que determina el modo de movimiento de la partícula (grano de forma aplanada, en el lecho, difícilmente se mueve por rotación, pero sí se desplazan fácilmente o, eventualmente pueden saltar). Normalmente se define a través de la redondez, esfericidad y el factor de forma.

Densidad Es la relación entre la masa que posee una partícula y su volumen.

Peso específico Es la relación entre el peso de la partícula y su volumen. Es igual al producto de la densidad por la aceleración de la gravedad.

Porosidad (n) Se define como la relación entre el volumen de vacíos y el volumen de granos o volumen de sedimentos.

Velocidad de caída (w) Es la velocidad límite que adquiere la partícula cuando cae en agua.

2.2.4. Transporte de sedimentos

El agua puede moverse como consecuencia de una corriente laminar o turbulenta. La corriente laminar se presenta cuando las superficies hacen parte del río, y no existen mezclas entre las capas de agua adyacentes. La corriente turbulenta se presenta cuando el agua se mueve irregularmente formando remolinos, mezclándose las diferentes capas de agua. El movimiento del agua turbulento es precisamente el causante de la erosión, la abrasión y el transporte de todos los fragmentos del cauce.

2.2.4.1. Clasificación del transporte de sedimentos

El caudal sólido transportado por una corriente se puede clasificar en función de dos criterios: según el modo de transporte y según el origen del material.

Según el modo de transporte Por el modo de transporte una partícula puede ser transportada en:

- Transporte en suspensión: soportada por la turbulencia del flujo
- Transportada por el fondo: rodando, saltando o deslizándose por el lecho del río.

Cuando mayor es la energía del flujo mayor será el diámetro de material que puede ser transportado en suspensión. En un caso normal, una partícula del lecho puede ser arrancada cuando se supera su umbral movimiento y ser transportada por el fondo hasta el momento en el que, si la energía del flujo se eleva lo suficiente, pueda pasar a ser transportada en suspensión.

Según el origen del material Por lo que respecta al origen del material, éste puede proceder:

- Propio lecho del cauce: procede de la erosión del cauce del en el lecho del río.
- Lavado de las laderas de la cuenca vertiente al cauce: en este caso el material es más fino y se transporta habitualmente en suspensión.

2.2.4.2. Límite granulométrico

Algunos autores [49] estiman como límite granulométrico que permite distinguir los materiales provenientes de la cuenca, de los provenientes del lecho, el diámetro $D \leq 0,0625\text{mm}$. Según este criterio las partículas de diámetro inferior tendrían mayoritariamente su origen en la cuenca, mientras que las partículas de diámetro superior tendrían su origen mayoritario en el cauce. El origen del sedimentos considerado de ésta manera, se muestra en la Tabla 2.1.

Cuadro 2.1: Formas de transporte y origen del material

Origen de la Partícula	Modelo de transporte
El propio cauce	Transporte de fondo
	Transporte en suspensión
La cuenca	Transporte en suspensión

El transporte en suspensión [27] puede suponer del orden del 90% o más del transporte sólido total de una corriente. Su importancia es notable en la formación de deltas o, por ejemplo, en el aterramiento de embalses. El transporte de fondo, que normalmente no supone más de un 10 % del transporte sólido total, sin embargo es el que mayor influencia tiene sobre la morfología de los ríos y por tanto el que tiene un mayor interés para la ingeniería fluvial.

2.2.4.3. Medidas de concentración del transporte de sedimentos

Muestreadores de sedimentos en suspensión Estos muestreadores deben tener formas aerodinámicas para causar el mínimo disturbio a la corriente. Deben retener una muestra que, posteriormente, secada en un calcinador dé el peso del sedimento retenido. Una vez conocida el volumen de la muestra, se calcula la concentración.

Muestreadores de sedimento depositado en el lecho de los ríos No hay ningún muestreador de sedimento de lecho enteramente satisfactorio [8]. Existen un muestreadores que operan por diferencia de presiones. En ese muestreador la entrada de agua consiste inicialmente en un estrechamiento con subsiguiente expansión que causa una disminución de presión y, posteriormente, disminución de velocidad lo cual facilita la retención del sedimento.

Medida de la carga total de sedimento por eliminación del sedimento del lecho Cuando el sedimento transportado en el lecho y en suspensión sea relativamente fino, un vertedero que cause bastante turbulencia puede ser usado para elevar toda la carga de sedimento del lecho en la corriente. Se mide, entonces, la concentración del sedimento en suspensión aguas arriba y aguas abajo del vertedero. La diferencia, será la medida de la cantidad de sedimento del lecho. Este método es aplicable principalmente a corrientes pequeñas de agua.

2.2.5. Características de los materiales del lecho

En general la mayoría de los ríos discurren sobre lechos granulares en los que el material granular fue transportado por el propio río en el pasado geológico. Alternativamente puede darse el caso de cauces que discurren sobre lechos cohesivos, pero incluso en estos casos se producen fenómenos erosivos si bien con mayor lentitud. También en estos ríos la evolución habitual es hacia un lecho granular: tras un periodo de erosión importante el lecho puede recuperar su cota de fondo

original por los depósitos que deja la corriente, pero ahora como fondo granular.

Las dos características más importantes del material del cauce, por su influencia en el transporte de sedimentos, son el peso específico de los materiales y la granulometría de los mismos.

2.2.5.1. Peso específico

Por lo que respecta al peso específico, cabe decir que el cuarzo, debido a su gran estabilidad, es el mineral más frecuente en la composición de los sedimentos transportados por el agua. Por ello el peso específico relativo de las arenas es muy similar al del cuarzo $\gamma_s \approx 2,65 \text{ t/m}^3$. Este valor es el que normalmente se emplea en los cálculos ya que varía muy poco de unos cauces a otros.

2.2.5.2. Granulometría

Por granulometría se entiende la distribución de tamaños de las partículas de una muestra. Normalmente se evalúa tamizando una muestra de material y pesando la fracción que pasa un tamiz pero es retenida por el siguiente, más pequeño en tamaño. Por ello como “tamaño” se entiende la dimensión decisiva D que hace que una partícula sea retenida o pase por un cedazo. A menudo se denomina a esta dimensión D : diámetro, pues se asume una forma de partícula esférica o elipsoidal.

La representación habitual de la granulometría de una muestra es la curva granulométrica. También son de gran interés para definir las características de un lecho, la media aritmética, como medida de posición, y la desviación típica de la muestra como medida de dispersión.

La media aritmética D_m se tiene como:

$$D_m = \frac{\sum D_i A_i}{\sum A_i} \quad (2.1)$$

La desviación típica σ^2

$$\sigma^2 = \frac{\sum A_i D_i^2 - D_m^2}{\sum A_i} \quad (2.2)$$

Donde: D_i , es el centro de la clase i (el tamaño medio entre dos pases de tamiz) y A_i , es la fracción unitaria en peso de la clase i . En función del diámetro de partícula se distinguen las siguientes denominaciones, tal como muestra la Tabla 2.2.

Cuadro 2.2: Denominación de los diferentes tipos de materiales en función de su tamaño

Designación	Diámetro (mm)
Cantos, bolos,...	$D > 64$
Gravas gruesas	$4 < D < 64$
Gravas finas	$2 < D < 4$
Arenas	$0.062 < D < 2$
Limos	$0.004 < D < 0.062$
Arcillas	$D < 0.004$

2.2.6. Equilibrio del fondo del cauce

Se dice que un cauce se encuentra en equilibrio, en presencia de transporte de sedimentos, ya sea en suspensión o por el fondo, cuando su cota no sufre modificación.

Se debe tener en cuenta cuatro variables a la hora de analizar la estabilidad del fondo de un cauce:

1. El caudal líquido unitario q

2. El caudal sólido de fondo unitario q_s

3. La pendiente del cauce i

4. El tamaño del sedimento D_{50}

La condición de equilibrio depende de la relación que existe entre estas cuatro variables, de manera que el conjunto caudal sólido - granulometría del sedimento debe estar en equilibrio con el conjunto caudal líquido - pendiente del cauce.

$$q_s D_{50} \propto q_i \quad (2.3)$$

El desplazamiento del equilibrio por un exceso, caudal líquido o caudal sólido o por una pendiente o granulometría del sedimento, da lugar a un desequilibrio que conlleva procesos de erosión o sedimentación. En resumen los ríos se pueden encontrar en equilibrio o en desequilibrio. En el segundo caso puede existir un exceso de transporte de fondo, sobrealimentación, o un defecto subalimentación y se produce sedimentación o erosión respectivamente.

Es importante destacar que en ambos casos la principal variable que permite recuperar el equilibrio es la pendiente. Si existe sobrealimentación la tendencia de la corriente será a aumentar la pendiente mediante la sedimentación del material transportado. En el caso contrario la tendencia irá dirigida a disminuir la pendiente al producirse erosión en el lecho.

2.2.7. Inicio del movimiento

Como se deduce de lo expuesto con anterioridad, desde la Ecuación 2.3, en algún momento, en un cauce que soporta una corriente, una partícula se verá desplazada por la fuerza de arrastre del agua. Conocer en qué condiciones ocurre este fenómeno es el objeto de la teoría del umbral, principio o condición crítica del movimiento de fondo. El problema ha sido intensamente estudiado en la hidráulica fluvial, pero el mejor acercamiento a la solución fue expuesto 1936 y hasta hoy parece contar con

el consenso de los estudiosos de la materia [21].

La acción del agua sobre el fondo se puede caracterizar por una tensión cortante en el fondo, τ_0 , cuya acción de arrastre sobre una partícula es proporcional a la superficie de la misma, $\tau_0 D^2$. Por otra parte, también para una partícula, la fuerza estabilizadora es proporcional al peso de la misma, proporcional a $\rho\gamma_s - \gamma_q D^3$, siendo γ_s el peso específico del sedimento y γ el peso específico del agua.

Se define un parámetro adimensional τ , llamado parámetro de Shields, como cociente entre la fuerza promotora del movimiento y la fuerza estabilizadora.

$$\tau = \frac{\tau_0}{\rho\gamma_s - \gamma_q D} \quad (2.4)$$

Como primera aproximación la tensión de fondo se puede hacer igual a:

$$\tau_0 = \gamma R_h j \quad (2.5)$$

Donde:

- τ_0 la tensión cortante (m^2q)
- γ el peso específico del líquido (1.00 t/m^3)
- j pendiente del cauce
- R_h el radio hidráulico de la sección. En secciones anchas se suele igualar al calado.

Si el agua lleva mucho material en suspensión - aspecto de lodo - se puede incrementar el peso específico del líquido entre 1.0 a 1.2 t/m^3 . Se demostró de forma experimental, en lechos uniformes y artificialmente aplanados, que el parámetro adimensional τ es función del denominado número de Reynolds granular o de fondo: Re° .

El número de Reynolds granular refleja como cociente, la relación entre las fuerzas de inercia y las debidas a la viscosidad en el entorno del grano, es decir el grado de turbulencia.

Valores de Re° menores de 2 indican un flujo laminar. Los valores superiores pero inferiores a 70 indican un flujo turbulento de transición. Los valores superiores se corresponden con un flujo claramente turbulento. A mayor valor de Re° el flujo es más turbulento.

Está demostrado que cuando el flujo es turbulento, el movimiento de la partícula se inicia cuando el parámetro de Shields toma el valor 0.056. Por tanto la tensión de fondo crítica que determina el inicio del movimiento para una partícula de diámetro D es:

$$\tau_c \approx 0.056\gamma_s \tau \gamma qD \quad (2.6)$$

Con posterioridad otros autores [15] han propuesto fórmulas diferentes dentro del mismo esquema de cálculo, pero posiblemente la ecuación más aceptada sea la debida a E. Meyer Peter, propuesta en 1948 cuya expresión es:

$$\tau_c \approx 0.047\gamma_s \tau \gamma qD \quad (2.7)$$

2.2.8. Ecuaciones empíricas del transporte de fondo

El objetivo de las ecuaciones del transporte de fondo es cuantificar el caudal sólido de una corriente en función de sus características hidráulicas y de las características geométricas y granulométricas del cauce. La complicación del problema es enorme y, a día de hoy sólo se cuenta con una serie de ecuaciones obtenidas de forma empírica.

Es importante resaltar que estas ecuaciones sólo permiten aproximar el valor de la carga total de transporte de fondo y sólo son válidas en el rango de condiciones en

el que fueron obtenidas. Por otra parte estas fórmulas aportan valores potenciales de transporte esto es, sólo son acertadas en el caso de que todo el material potencialmente transportable esté disponible en el cauce.

Una de estas formulaciones [39] debida a Meyer - Peter que permite estimar la capacidad de transporte sólido para arrastre de fondo por unidad de longitud se puede aproximar a:

$$q_s \approx 24 \tau \left(\tau - \tau_c \right)^{3/2} \frac{\gamma_s}{\gamma_s - \gamma} \quad (2.8)$$

Siendo:

- q_s el caudal sólido unitario en peso $\text{pt}\{\text{s}\{\text{mq}$
- τ la tensión cortante (t/m^2)
- τ_c la tensión crítica de arrastre (t/m^2) . Se puede emplear la correspondiente al D_{85} .
- γ_s el peso específico del grano del material del lecho del cauce $\text{p}2.65\text{t}\{\text{m}^3\text{q}$
- γ el peso específico del líquido $\text{p}1.00 \sim 1.20\text{t}\{\text{m}^3\text{q}$

La tensión cortante τ y la tensión crítica τ_c se obtienen las fórmulas ya establecidas anteriormente. Si se determina un ancho medio $B \approx A\{h$, el caudal sólido de material de fondo total es:

$$Q \approx q_s B \quad \text{en } \text{pt}\{\text{sq} \quad (2.9)$$

Capítulo 3

Modelización Matemática del Transporte de Sedimentos

3.1. Ecuaciones fundamentales de la hidráulica

Los modelos matemáticos que rigen la hidráulica [5] es generado a partir de los siguientes principios:

- a) Conservación de la masa (principio de continuidad)
- b) Segunda ley de Newton (impulso y cantidad de movimiento)
- c) Conservación de la energía (primera ley de la termodinámica)
- d) Segunda ley de la termodinámica

3.2. Principio de continuidad

Conocida también como el Principio de Continuidad, el principio de la conservación de la materia o del transporte de masa permite derivar la primera ecuación fundamental de la continuidad [40, página 114] que admite diferentes simplificaciones de acuerdo con el tipo de flujo que se trate.

3.2.1. Principio de conservación de la materia

De acuerdo al principio de conservación de la materia [50], la masa de fluido que en una unidad de tiempo entra a un volumen especificado dentro del flujo, una parte se queda almacenada en su interior y el resto sale del volumen, si el volumen que se estudia es de forma y magnitud constantes (volumen de control), el almacenaje no puede ser indefinido.

Matemáticamente es posible tratar con la cantidad neta de masa que sale y que entra, sumadas algebraicamente en cada dirección del espacio; así, el principio de conservación de la materia, aplicado a un volumen de control fijo completamente arbitrario dentro del flujo, se expresa en la forma siguiente:

$$\frac{d}{dt} \int_{V} \rho \, dV + \int_{S} \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \, dA = 0$$

» Cantidad neta de masa que atraviesa la superficie de frontera de volumen, en la unidad de tiempo « 0

Este principio se aplica lo mismo a un volumen de control de tamaño diferencial que a uno infinito, de lo cual se deriva la llamada ecuación de la continuidad.

3.2.2. Ecuación diferencial de la continuidad

Aplicando el principio de conservación de la materia al volumen de control diferencial mostrado en la Figura 3.1, de lados dx, dy y dz. En el centro de masa P del volumen considerado corresponden los valores de ρ (densidad) y V (velocidad) como funciones del punto y del tiempo, respectivamente, o bien, el producto ρV como función vectorial.

Al pasar a las caras normales al eje x que limitan el elemento del fluido, la función ρV se incrementa y decreta en la misma cantidad: $\frac{1}{2} \frac{\partial \rho V_x}{\partial x} dx$, donde el subíndice x indica la componente de la función ρV según la dirección x. De este

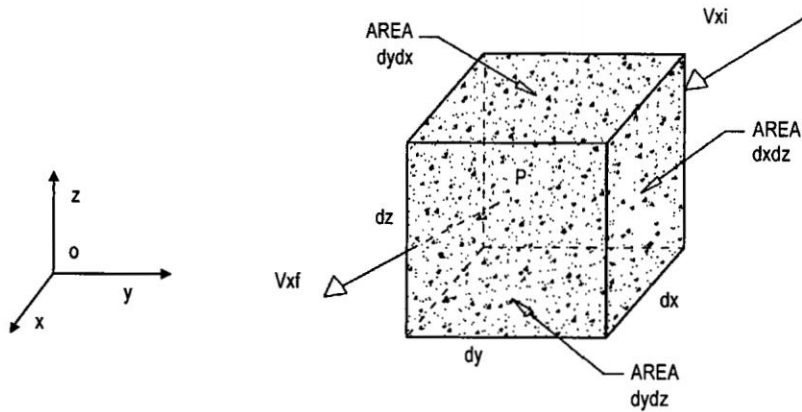


Figura 3.1: Derivación de la ecuación diferencial de continuidad

modo, considerando positivo la masa que sale del volumen y negativo la que entra, la cantidad neta de masa que atraviesa estas caras es:

$$\rho V_x - \frac{1}{2} \frac{\partial \rho V_x}{\partial x} dx \, dy \, dz - \left(\rho V_x - \frac{1}{2} \frac{\partial \rho V_x}{\partial x} dx \right) dy \, dz \approx \frac{\partial \rho V_x}{\partial x} dx \, dy \, dz$$

Realizando un razonamiento semejante, la cantidad neta de masa que atraviesa las caras normales al eje y es:

$$\rho V_y - \frac{1}{2} \frac{\partial \rho V_y}{\partial y} dy \, dx \, dz - \left(\rho V_y - \frac{1}{2} \frac{\partial \rho V_y}{\partial y} dy \right) dx \, dz \approx \frac{\partial \rho V_y}{\partial y} dx \, dy \, dz$$

y la cantidad de masa que atraviesa las caras normales al eje z es:

$$\rho V_z - \frac{1}{2} \frac{\partial \rho V_z}{\partial z} dz \, dy \, dx - \left(\rho V_z - \frac{1}{2} \frac{\partial \rho V_z}{\partial z} dz \right) dy \, dx \approx \frac{\partial \rho V_z}{\partial z} dx \, dy \, dz$$

Luego, la rapidez de la variación de la masa contenida en el volumen elemental (la densidad queda definido como la masa contenida en un volumen elemental) es: $\frac{\partial}{\partial t} \rho dx \, dy \, dz$, de tal manera que el principio de conservación de la masa establece lo siguiente:

$$\frac{\partial \rho V_x}{\partial x} dx \, dy \, dz + \frac{\partial \rho V_y}{\partial y} dx \, dy \, dz + \frac{\partial \rho V_z}{\partial z} dx \, dy \, dz - \frac{\partial}{\partial t} \rho dx \, dy \, dz \approx 0$$

y, puesto que el volumen elemental, Figura 3.1, escogido no cambia con el tiempo, la ecuación anterior se puede simplificar y resulta:

$$\frac{\partial \rho V_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho V_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho V_z}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (3.1)$$

La divergencia, comúnmente expresado mediante div o $\nabla \cdot$, de un campo vectorial mide la diferencia entre el flujo saliente y el flujo entrante de un campo vectorial sobre la superficie que rodea a un volumen de control, por tanto, si el campo tiene “fuentes” la divergencia será positiva y “sumideros” la divergencia será negativa. Cuando la definición de divergencia se aplica al caso de un campo expresado en coordenadas cartesianas, el resultado es: $\nabla \cdot \mathbf{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$, donde \mathbf{F} es una expresión vectorial en coordenadas cartesianas x, y y z . La Ecuación 3.1 en función de la divergencia queda expresada mediante la Ecuación 3.2.

$$\nabla \cdot \rho \mathbf{V} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (3.2)$$

Las Ecuaciones 3.1 y 3.2 son dos formas de expresar la ecuación diferencial de continuidad, que es la más general para flujo compresible y no permanente.

Admite las siguientes simplificaciones:

a)- Flujo compresible permanente: cuando $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$

$$\nabla \cdot \rho \mathbf{V} = 0 \quad (3.3)$$

b)- Flujo incompresible no permanente: cuando ρ constante

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (3.4)$$

c)- Flujo incompresible permanente: cuando ρ constante y $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (3.5)$$

3.3. Ecuación de la energía

3.3.1. Ecuación del movimiento

Si no se incluyen los efectos termodinámicos en el flujo ni la adición o extracción de la energía mecánica desde el exterior (bomba o turbina), es posible derivar las ecuaciones del movimiento aplicables al flujo de líquidos, a partir de la segunda ley de Newton. Para ello es necesario considerar las fuerzas que se oponen al movimiento, las cuales desarrollan un trabajo mecánico equivalente a la energía disipada al vencer dichas fuerzas.

Cuando se aplica la Segunda Ley de Newton a un elemento diferencial de masa de líquido, en la forma $dF = \rho \, dV \, a$, se obtienen las ecuaciones del movimiento - a lo largo de una línea de corriente - para el flujo de un líquido real, no permanente; puede generalizarse para una vena líquida en flujo unidimensional. La derivación de dicha ecuación corresponde a las características particulares del movimiento según el sistema natural de coordenadas, al derivar las componentes de la aceleración dadas por las ecuaciones de la cantidad de movimiento.

Para el planteamiento de las ecuaciones es necesario establecer el equilibrio dinámico de las fuerzas en las direcciones tangencial, normal y binormal, que actúan sobre el elemento líquido, mostrado en la Figura 3.2, con la fuerza de peso como única fuerza del cuerpo. Dicho elemento encierra al punto P, en el cual existen los valores V , p , ρ y τ (velocidad, presión, densidad, esfuerzo de fricción). las componentes de las fuerzas que actúan sobre el elemento en la dirección s son las siguientes:

- a)- La fuerza de superficie resultante de un gradiente de presiones en la dirección del movimiento; para la dirección positiva de la coordenada curvilínea s , Figura

3.3, es:

$$F_p = \frac{1}{2} \frac{Bp}{Bs} ds \, dndb = p \frac{1}{2} \frac{Bp}{Bs} ds \, dndb = \frac{Bp}{Bs} ds \, dndb$$

- a)- La fuerza de superficie, debida a la resistencia al movimiento, se puede evaluar

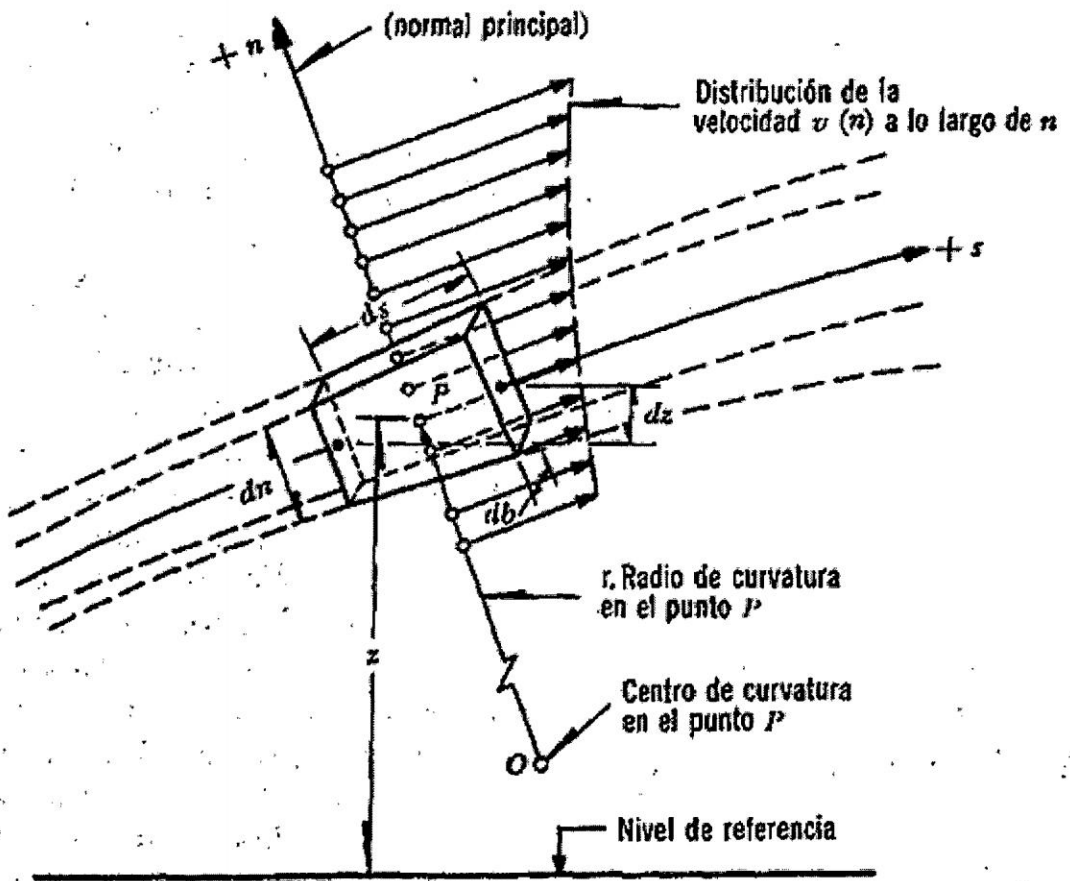


Figura 3.2: Elemento de líquido en un campo de flujo

en términos de esfuerzo tangencial de fricción τ , el cual varía únicamente en la dirección n dado que en la inmediata vecindad del punto P no hay variación de la velocidad en la dirección b . Esta fuerza es:

$$\tau \cdot \frac{1}{2} \frac{B\tau}{Bn} dn \cdot dsdb \quad \tau \cdot \frac{1}{2} \frac{B\tau}{Bn} dn \cdot dsdb \quad \frac{B\tau}{Bn} dn dsdb$$

a)- La componente de la fuerza de cuerpo, debido al propio peso del elemento. Con $\cos\theta \approx \frac{Bz}{Bs}$, es:

$$\rho g dsdb \cos\theta \approx \rho g dsdb \frac{Bz}{Bs}$$

La segunda ley de Newton, aplicada al elemento, establece que la suma de estas fuerzas es igual a la masa del elemento, multiplicada por la componente a_s de la aceleración. Puesto que en todos los términos que representan fuerzas aparece el volumen del elemento $dsdn db$, resulta entonces:

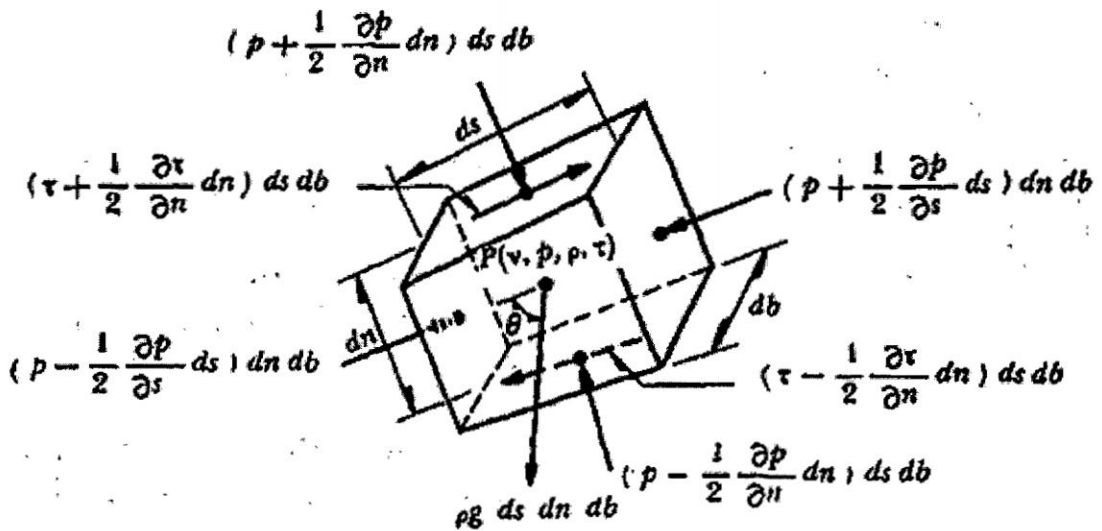


Figura 3.3: Componentes de las fuerzas que actúan sobre el elemento

$$\left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial n} - g \right] ds dn db = \rho \left[\frac{B}{Bs} \frac{v^2}{2} - \frac{Bv}{Bt} \right] ds dn db$$

Dado que $\rho ds dn db$ representa la masa del elemento, si los términos de la ecuación anterior se dividen entre aquella, cada término representará una fuerza por unidad de masa. Resulta entonces que:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial n} - g = \frac{B}{Bs} \frac{v^2}{2} - \frac{Bv}{Bt} \quad (3.6)$$

La ecuación 3.6 es la primera ecuación del movimiento. El primer término es debido al gradiente de presiones en la dirección de la línea de corriente; el segundo la fuerza de resistencia causada por la fricción interna y que induce la disipación de energía; el tercero, la fuerza de peso (todas las fuerzas son por unidad de masa); finalmente, el cuarto término, segundo miembro, es el cambio de energía cinética (aceleración convectiva) que experimenta la unidad de masa a lo largo de la línea de corriente; y, el último la aceleración local de la misma.

La Ecuación 3.6 se ha derivado por simplicidad para un elemento de área transversal constante, si embargo el mismo resultado se obtiene si el elemento es divergente.

En la misma forma se establece el equilibrio dinámico del elemento, ahora en la dirección de la normal principal a la línea de corriente, sobre el cual la componente de la aceleración está dirigida en sentido negativo de n y además, no existen fuerzas de fricción. Resulta:

$$-\frac{B_p}{B_n} ds dn db - \rho g ds dn db \frac{B_z}{B_n} \ll - \rho \frac{v^2}{r} ds dn db$$

donde r es el radio local de curvatura de la línea de corriente. dividiendo entre $\rho ds dn db$, se tiene:

$$-\frac{1}{2} \frac{B_p}{B_n} - g \frac{1}{2} \frac{B_z}{B_n} \ll - \frac{v^2}{r} \quad (3.7)$$

La ecuación 3.7 permite determinar la distribución de la presión en la dirección de la normal principal de la línea de corriente, si se conoce la distribución de v sobre la misma. Es válido para el flujo compresible permanente o no permanente y sus diferentes términos representan a las fuerzas por unidad de masa.

En el caso de que la línea de corriente sea de curvatura despreciable ($r \ll \delta$), el segundo término de la Ecuación 3.7 vale cero. Finalmente, del equilibrio dinámico según la dirección de la binormal, resulta:

$$-\frac{1}{2} \frac{B_p}{B_b} - g \frac{B_z}{B_b} \ll 0 \quad (3.8)$$

La Ecuación 3.8 es válida para el flujo permanente o no permanente y sus términos también representan a fuerzas por unidad de masa.

Si se trata del flujo de líquidos los efectos térmicos no tienen influencia en ρ y, además, es común que los cambios de p y τ , con la posición del punto, sean más importantes que los que pueda experimentar ρ . Por tanto, para el flujo del líquido

se puede escribir de la forma:

$$\frac{B}{B_s} \frac{p}{\rho} - g \frac{B_z}{B_s} - \frac{B}{B_n} \frac{\tau}{\rho} \ll \frac{B}{B_s} \frac{v^2}{2} - \frac{B_v}{B_t} \quad (3.9a)$$

$$\frac{B}{B_n} \frac{p}{\rho} - g \frac{B_z}{B_n} \ll \frac{v^2}{r} \quad (3.9b)$$

$$\frac{B}{B_b} \frac{p}{\rho} - g \frac{B_z}{B_b} \ll 0 \quad (3.9c)$$

Todavía más, considerando las ecuaciones que expresan la forma vectorial de las ecuaciones del movimiento, las Ecuaciones 3.9a - 3.9c quedan expresados mediante:

$$\text{grad} \frac{p}{\rho} - g_z - \frac{B}{B_n} \frac{\tau}{\rho} \ll \text{grad} \frac{v^2}{2} - \text{rot} p \times v_q - \frac{B_v}{B_t} \quad (3.10)$$

En la Ecuación 3.10, rot es el operador vectorial rotacional y grad es el operador vectorial gradiente.

3.3.2. Ecuación del movimiento sobre una línea de corriente

Es importante el poder efectuar la integración de la Ecuación 3.9a a lo largo de una línea de corriente. Sin embargo debido al carácter tensorial del esfuerzo de fricción τ dicha integración es compleja si no se hacen consideraciones simplificadoras.

Puesto que los términos de la Ecuación 3.9a representan fuerzas por unidad de masa, al dividir la misma entre g dichos términos expresan ahora fuerzas por unidad de peso. Haciendo esta operación con $\gamma \ll \rho g$, ordenando resulta:

$$\frac{B}{B_s} z - \frac{P}{\gamma} - \frac{v^2}{2g} - \frac{B}{B_n} \frac{\tau}{\gamma} \ll \frac{1}{g} \frac{B_v}{B_t} \quad (3.11)$$

Si además los términos de la Ecuación 3.11 se multiplican por ds , los resultados expresarán los trabajos mecánicos realizados por las fuerzas (por unidad de peso) a lo largo de la línea de corriente, o bien, las energías equivalentes (también por unidad de peso).

$$\frac{B}{B_s} z - \frac{P}{\gamma} - \frac{v^2}{2g} ds - \frac{B}{B_n} \frac{\tau}{\gamma} ds \ll \frac{1}{g} \frac{B_v}{B_t} ds \quad (3.12)$$

La integración de la Ecuación 3.12 sobre una línea de corriente, conduce a:

$$z \sim \frac{P}{\gamma} \sim \frac{v^2}{2g} \sim \int_s^z \frac{B}{Bn} \frac{\tau}{\gamma} ds \ll C_{ptq} \sim \frac{1}{2} \int_s^z \frac{Bv}{Bt} ds$$

El término $\int_s^z \frac{B}{Bn} \frac{\tau}{\gamma} ds$ se interpreta como la energía, por unidad de peso, utilizada para vencer las fuerzas de fricción y que se transforma en energía colrífica no aprovechable en el movimiento. Por ésta razón se considera una pérdida de energía que se designará por h_r , de esta manera la ecuación 3.12 será:

$$z \sim \frac{P}{\gamma} \sim \frac{v^2}{2g} \sim h_r \ll C_{ptq} \sim \frac{1}{2} \int_s^z \frac{Bv}{Bt} ds \quad (3.13)$$

Donde C_{ptq} es una cosntante de integración que es función únicamente del tiempo. Ésta es la ecuación del movimiento para una línea de corriente en un flujo de un líquido real (rotacional) no permanente; asimismo, relaciona los diferentes transformaciones de la energía por unidad de peso a lo largo de una misma línea de corriente. Su forma diferencial, equivalente a la Ecuación 3.12, es:

$$\frac{B}{Bs} \frac{dz}{ds} \sim \frac{P}{\gamma} \sim \frac{v^2}{2g} \sim h_r \ll \frac{1}{g} \frac{Bv}{Bt} \quad (3.14)$$

La Ecuación 3.12 admite las siguientes simplificaciones:

- a)- Si el flujo es permanente, la integral de la ecuación 3.12 desaparece y $C_{ptq} \ll C_1$ constante.

$$z \sim \frac{P}{\gamma} \sim \frac{v^2}{2g} \sim h_r \ll C_1 \quad (3.15)$$

- b)- Si en el flujo, además, no hay fricción, la Ecuación 3.15, toma la expresión:

$$z \sim \frac{P}{\gamma} \sim \frac{v^2}{2g} \ll C_2 \quad (3.16)$$

que es la ecuación de Bernoulli para una línea de corriente.

Por lo que respecta a la componente dada por la Ecuación 3.9b, es interesante la integración para el caso en que las líneas de corriente fuesen rectas o de curvatura despreciable, en un flujo permanente. Para este caso, $r \ll R$ o muy grande y dicha ecuación es:

$$\frac{B}{Bn} \frac{p}{\rho} - gz = 0$$

Por tanto, la integración en la dirección de la normal a la línea de corriente conduce a:

$$\frac{p}{\rho} - z = \text{constante}$$

lo cual significa que la presión se distribuye de manera hidrostática en la dirección de la normal principal. Un resultado análogo se obtiene para la componente en la dirección de la binormal.

3.4. Ecuación de la cantidad de movimiento

La ecuación de la cantidad de movimiento en un cuerpo libre o volumen de control [42], se deriva de la Segunda Ley de Newton. Se conoce como la cantidad de movimiento de un elemento de masa M , al producto de ésta por su velocidad. Por lo tanto, la segunda ley de Newton establece lo que sigue: La suma vectorial de todas las fuerzas F que actúan sobre una masa de fluido es igual a la rapidez del cambio del vector lineal cantidad de movimiento de la masa de fluido, es decir:

$$F = \frac{d(Mv)}{dt} \quad (3.17)$$

Las fuerzas externas son de dos tipos:

- a)- Fuerzas de superficie que actúan sobre la masa del fluido: F_p fuerzas normales a la frontera de la masa, que se puedan evaluar en términos de las intensidades de presión sobre la misma. Conviene aquí observar que la presión comprende, además de la presión estática, la dinámica ejercida por el flujo. Fuerza F_τ , tangenciales a la frontera de la masa, que se puede medir en términos del esfuerzo tangencial sobre la misma.
- b)- Fuerza de cuerpo F_c , generalmente las de peso propio.

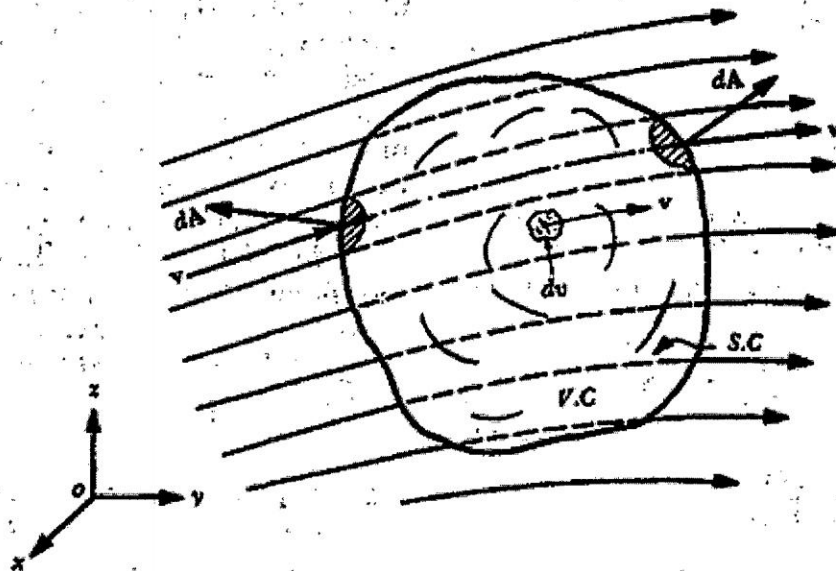


Figura 3.4: Derivación de la ecuación de la cantidad de movimiento para un volumen de control

La masa que fluye en la unidad de tiempo, a través de un elemento de superficie dA de la que encierra un volumen de control - mostrada en la figura 3.4, es $\rho v dA$. La magnitud del vector dA es igual al área del elemento de superficie; su dirección normal al mismo elemento; y por convención positivo si se dirige hacia fuera del elemento. Por tanto $\rho v dA$, es positivo si el fluido sale del volumen, dado que el producto escalar tendría ese signo, y negativo en caso contrario.

La variación del tiempo, de la cantidad de movimiento a través del elemento dA , será entonces:

$$\rho v \frac{dv}{dt} dA$$

En cualquier instante la masa de un elemento diferencial es ρdv , donde la densidad del elemento depende del instante que se considere y de la posición del mismo dentro del volumen de control. La cantidad de movimiento de dicho elemento de volumen, será entonces: $\rho v dv$.

El cambio total de la cantidad de movimiento en el tiempo, en todo el volumen

de control, será entonces:

$$\frac{d}{dt} \int_{V_C} \rho v \, dv = \int_{SC} \rho v \, dA - \frac{B}{Bt} \int_{V_C} v \, dv \quad (3.18)$$

La Ecuación 3.18 aplicado al volumen de fluido, Figura 3.4, fijo respecto de un marco de referencia, conduce a que:

$$F_p - F_r = F_c = \int_{SC} \rho v \, dA - \frac{B}{Bt} \int_{V_C} v \, dv \quad (3.19)$$

Es decir, la ecuación de la cantidad de movimiento para el volumen de control fijo. Si en ésta ecuación se considera que el flujo ocurre únicamente a través de las porciones de la superficie SC, siendo los vectores velocidad aproximadamente normales a la sección, con valores medios para ρ y v , la primera integral de la Ecuación 3.19 para cada porción de la SC es de la forma siguiente:

$$\int_A v \rho v \, dA = \int_A \rho v^2 \, dA = \rho V Q \left[\frac{1}{A} \int_A \frac{v^2}{V} \, dA \right] = \rho V Q \beta$$

Donde β es el coeficiente de correlación de Bousineq, de este modo, la ecuación 3.19, resulta así:

$$F_p - F_r = F_c = \sum \rho Q \beta V - \frac{B}{Bt} \int_{V_C} v \, dv \quad (3.20)$$

Llamada ecuación de la cantidad de movimiento, y es la más general que puede obtenerse para un volumen de control fijo. El término $\sum \rho Q \beta V$ corresponde a la suma de las cantidades de movimiento del total de partes del área en que se ha dividido el volumen de control. la última integral representa la variación que en el tiempo experimenta la cantidad de movimiento de la masa contenida en el volumen de control. Si el flujo fuese unidimensional el cuerpo libre estudiado sería el que se muestra en la Figura 3.4 y la ecuación de la Figura 3.20 se expresa mediante:

$$\frac{B}{Bt} \int_{V_C} v \, dv = \frac{B}{Bt} \int_{V_C} v \, dA - \frac{B}{Bt} \int_S \rho v \, dA = \frac{B}{Bt} \int_S \rho Q \, ds$$

y la Ecuación 3.20 para el flujo unidimensional sería:

$$F_p \sim F_r \sim F_c \llcorner \Sigma \rho \beta V_x q \sim \frac{B}{Bt} \int_s^z \rho Q ds \quad (3.21)$$

Si el flujo es permanente la integral en las ecuaciones 3.20 y 3.22 son iguales a cero, si además de permanente es incompresible ρ es constante y la Ecuación 3.22 resulta:

$$F_p \sim F_r \sim F_c \llcorner \Sigma \rho \beta V_x q \quad (3.22)$$

Ecuación vectorial que obviamente se puede escribir a través de sus de sus componentes, a saber:

$$F_{px} \sim F_{rx} \sim F_{cx} \llcorner \rho \Sigma \beta V_x q \quad (3.23a)$$

$$F_{py} \sim F_{ry} \sim F_{cy} \llcorner \rho \Sigma \beta V_y q \quad (3.23b)$$

$$F_{pz} \sim F_{rz} \sim F_{cz} \llcorner \rho \Sigma \beta V_z q \quad (3.23c)$$

3.5. Las ecuaciones de Saint Venant

Las Ecuaciones de Saint Venant describen el movimiento del agua a superficie libre en un canal y son el resultado de aplicar los principios de la conservación de la masa y de la cantidad de movimiento [24], bajo ciertas hipótesis simplificadoras. A continuación se indican las hipótesis básicas en las que se basan las ecuaciones de Saint Venant:

- El flujo es unidimensional e incompresible, es decir, con densidad constante. El tirante hidráulico y la velocidad del flujo varían sólo en la dirección del eje longitudinal del canal. La velocidad es uniforme y la superficie libre es horizontal a través de cualquier sección perpendicular al eje.
- Las líneas de flujo no tienen curvatura pronunciada, esto significa que el flujo varía gradualmente a lo largo del canal, de forma que las aceleraciones verticales puedan considerarse despreciables. Lo anterior implica que la distribución de presiones sea hidrostática.

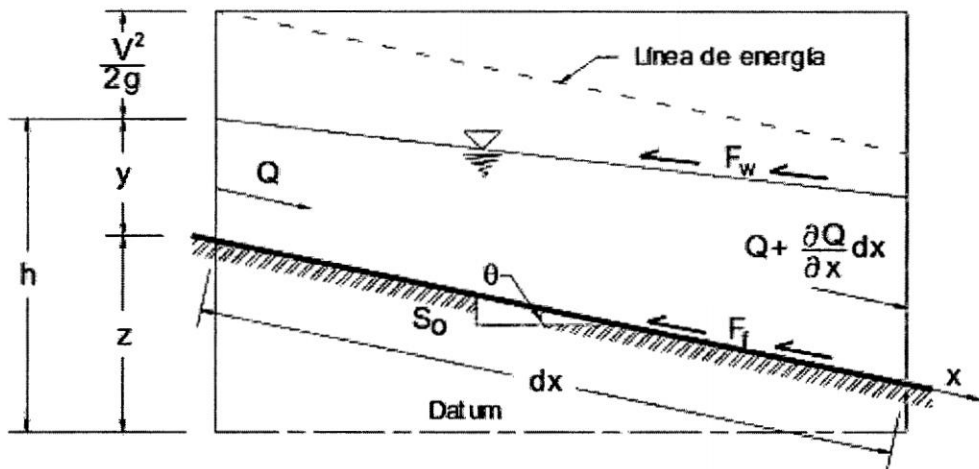


Figura 3.5: Volumen de control elemental de un canal, vista de perfil longitudinal

- El fondo del canal es fijo y de pendiente pequeña, de modo que la profundidad del flujo y el tirante son aproximadamente idénticos, de tal suerte que los efectos de socavación y deposición son despreciables.
- Los coeficientes de resistencia para flujo uniforme permanente turbulento son aplicables de forma que relaciones como la ecuación de Manning pueden utilizarse para describir los efectos de resistencia.

Con base en las hipótesis de Saint Venant [34] y aplicando los principios de la Conservación de la Masa y de la Conservación de la Cantidad de Movimiento a un volumen de control elemental de longitud dx en un canal, cuyos detalles muestran las Figuras 3.5 - 3.7, resultan las ecuaciones de Continuidad, Ecuación 3.24.

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \quad (3.24)$$

y de Momentum, Ecuación 3.25, que son las denominadas ecuaciones de Saint Venant.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial pQ^2}{\partial x} + gA \frac{\partial y}{\partial x} = gA_p S_f - S_o q \quad (3.25)$$

Donde:

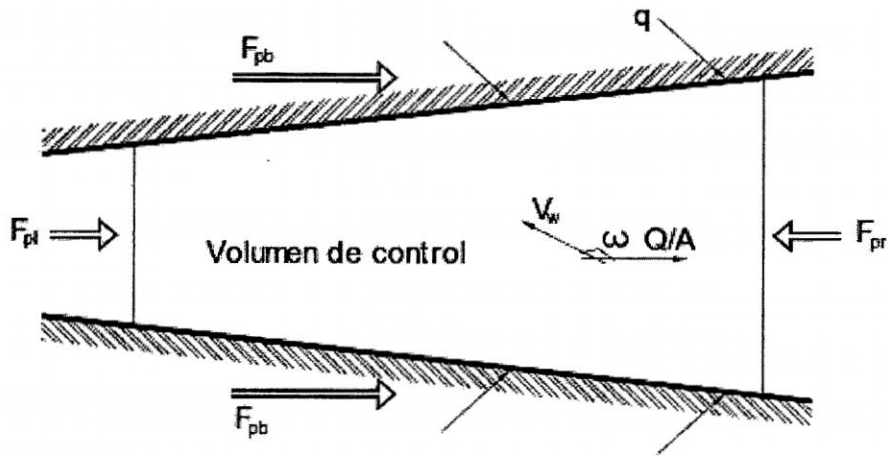


Figura 3.6: Volumen de control elemental de un canal, vista de en planta

- A_{px} , tq área hidráulica, en (m²)
- Q_{px} , tq el gasto m^3/sq que circula por A
- V_{px} , tq la velocidad media m/sq en la dirección del flujo
- q_{px} tq descarga lateral m^2/sq , para $q \geq 0$: flujo entrante y $q \leq 0$: flujo saliente al volumen de control
- y_{px} , tq tirante hidráulico, en (m)
- S_{fpx} , tq pendiente de fricción
- S_0 pendiente del fondo del canal
- g aceleración de la gravedad, en m/s^2q

3.6. Ecuaciones del transporte de sedimentos

Las ecuaciones empleadas para el cálculo del transporte de sedimentos se pueden dividir o clasificar de acuerdo con el origen y el modo de transporte de dicho material y puede ser de la siguiente forma: (Conceptos de transporte)

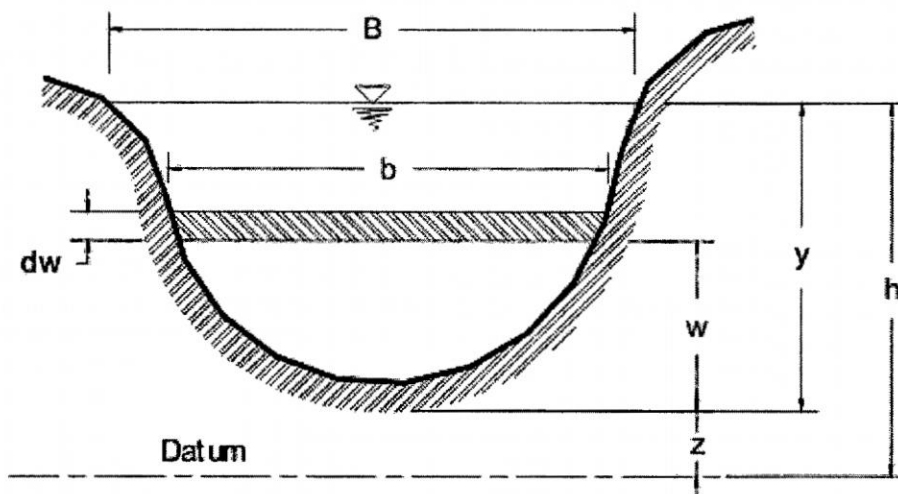


Figura 3.7: Volumen de control elemental de un canal, vista de de la sección transversal

- Ecuaciones de transporte de fondo.
- Ecuaciones de transporte de carga en suspensión
- Ecuaciones de transporte total

El modelo matemático que gobierna el transporte de sedimentos en una dimensión, está compuesto por las ecuaciones de Saint Venant y la ecuación de la continuidad del sedimento.

3.6.1. Ecuación de la continuidad para flujo de agua

La ecuación de la continuidad fue deducida en la Sección 3.2 de la página 28, dicha ecuación expresado en una dimensión es:

$$\frac{BQ}{Bx} - \frac{BA}{Bt} = 0 \quad (3.26)$$

Donde: Q es el caudal descargado, A sección transversal del canal (en este caso del río), x distancia longitudinal del río y t es el tiempo.

3.6.2. Ecuación de la cantidad de movimiento para flujo de agua

De igual manera, la ecuación de la cantidad de movimiento es deducido en la sección 3.4 de la página 38, expresado en una dimensión queda:

$$\frac{BQ}{Bt} - \frac{B}{Bx} \frac{Q^2}{A} - gA \frac{Bz}{Bz} = 0 \quad (3.27)$$

Donde: g es la aceleración de la gravedad, z profundidad de flujo (tirante).

3.6.3. Ecuación de resistencia al flujo

Expresado mediante la ecuación 3.28.

$$U = aS^b \quad (3.28)$$

Donde: a , b son parámetros, S es la pendiente del lecho del río.

3.6.4. Ecuación de continuidad del sedimento

Expresado mediante la ecuación 3.29.

$$\frac{BA}{Bt} - \frac{1}{1 - \lambda} \frac{BG}{Bx} = 0 \quad (3.29)$$

Donde: λ porosidad del promedio de los sedimentos, G tasa de transporte de sedimentos

3.6.5. Capacidad de transporte de sedimento

La ecuación que expresa la capacidad del transporte de sedimento, está expresado por la ecuación

$$G = cU^d \quad (3.30)$$

Donde: c y d son parámetros, U velocidad media de flujo.

Finalmente, en la presente investigación se creará una aplicación para el análisis del transporte de sedimentos en ríos, resolviendo numéricamente las ecuaciones 3.26, 3.27, 3.28 y 3.29, expresada en diferenciales parciales.

Capítulo 4

Método de Diferencias Finitas

4.1. Generalidades

El Método de Diferencias Finitas [4] es un método de carácter general que permite la resolución aproximada de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales definidas en recintos finitos. El primer paso para la aplicación del método consiste en discretizar el recinto del plano en el que se quiere resolver la ecuación con una malla, por conveniencia cuadrada. Los puntos de la malla están separados una distancia h en ambas direcciones x e y .

El procedimiento general para la resolución se ejecuta de la siguiente manera:

- El Método consiste en una aproximación de las derivadas parciales por expresiones algebraicas con los valores de la variable dependiente en un limitado número de puntos seleccionados
- Como resultado de la aproximación, la ecuación diferencial parcial que describe el problema es reemplazada por un número finito de ecuaciones algebraicas, en términos de los valores de la variable dependiente en puntos seleccionados.
- El valor de los puntos seleccionados se convierten en las incógnitas. El sistema de ecuaciones algebraicas debe ser resuelto y puede llevar un número largo de operaciones aritméticas.

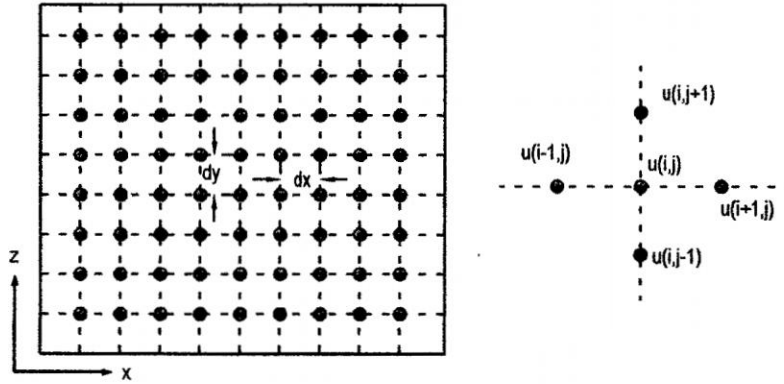


Figura 4.1: Típica grilla de diferencias finitas

En este capítulo se desarrolla el concepto básico, y las técnicas necesarias, para la formulación de una representación de diferencias finitas. En este enfoque, el problema en un dominio continuo se “discretiza” de tal manera que las variables dependientes existen sólo en puntos discretos. Las derivadas se aproximan mediante diferencias, lo que da origen a una representación algebraica de las ecuaciones diferenciales parciales (EDPs). De esta manera, un problema de cálculo se transforma en uno de álgebra matricial [33].

4.2. Diferencias finitas

Uno de los primeros pasos o etapas para establecer un esquema de diferencias finitas [19] para la resolución de una Ecuación Diferencial Parcial EDP es el reemplazo del dominio continuo del problema original por una malla o grilla de diferencias finitas.

A modo de ilustración, supongamos que deseamos resolver una EDP para el cual $u(x, y, z)$ es la variable dependiente en el dominio rectangular $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 1$. En este caso podemos establecer una grilla tal que $u(x, y, z)$ se reemplaza por $u_i \Delta x, j \Delta y, k \Delta z$ o $u_{i,j,k}$, de esta manera, si observamos la Figura 4.1 y nos fijamos que la posición $u_{i,j}$ correspondiente a (x_i, y_j, z_0) , podemos escribir:

$$u_{i-1,j} \approx u(x_0 + \Delta x, y_0) \quad \text{y} \quad u_{i+1,j} \approx u(x_0 - \Delta x, y_0)$$

$$u_{i,j-1} \approx u(x_0, y_0 + \Delta y) \quad \text{y} \quad u_{i,j+1} \approx u(x_0, y_0 - \Delta y)$$

La idea de una representación de diferencias finitas para una derivada puede ser introducida recordando la definición de la derivada de la función $u(x, y)$ en la posición $x = x_0$ y $y = y_0$:

$$\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x_0, y_0} \approx \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{u(x_0 + \Delta x, y_0) - u(x_0, y_0)}{\Delta x} \quad (4.1)$$

La aproximación de diferencias puede ser escrita de una manera más formal a través del uso de una expansión en serie de Taylor. Al desarrollar una expansión en serie de Taylor para $u(x_0 + \Delta x, y_0)$ en torno a (x_0, y_0) , se tiene:

$$u(x_0 + \Delta x, y_0) \approx u(x_0, y_0) + \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x_0, y_0} \Delta x + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \Big|_{x_0, y_0} \frac{\Delta x^2}{2!} + \dots + \frac{\partial^{n-1} u}{\partial x^{n-1}} \Big|_{x_0, y_0} \frac{\Delta x^{n-1}}{(n-1)!} + \frac{\partial^n u}{\partial x^n} \Big|_{\xi, y_0} \frac{\Delta x^n}{n!} \quad (4.2)$$

con:

$$x_0 < \xi < x_0 + \Delta x$$

Donde el último término se denomina el “resto de la expansión”. De esta manera, podemos formar la diferencia “hacia adelante” reordenando la ecuación 4.2, se tiene:

$$\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x_0, y_0} \approx \frac{u(x_0 + \Delta x, y_0) - u(x_0, y_0)}{\Delta x} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \Big|_{x_0, y_0} \frac{\Delta x}{2!} + \dots \quad (4.3)$$

Cambiando a una notación indicial, tenemos:

$$\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{i,j} \approx \frac{u_{i-1,j} - u_{i,j}}{\Delta x} + \text{error de truncamiento} \quad (4.4)$$

El error de truncación (E.T.) es la diferencia entre la derivada parcial y su representación como diferencia finita. El comportamiento límite del error de truncación

puede ser caracterizado utilizando la notación de orden (O), con lo que podemos escribir:

$$\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{i,j} \approx \frac{u_{i-1,j} - u_{i,j}}{\Delta x} + O_p(\Delta x) \quad (4.5)$$

donde $O_p(\Delta x)$ tiene un significado bien preciso, de tal manera que al escribir lo anterior se está indicando que:

$$|E.T| \leq K |\Delta x| \quad \text{para} \quad \Delta x \rightarrow 0$$

Un número infinito de representaciones de diferencias finitas puede ser encontrado para la derivada de u . Por ejemplo, si expandimos hacia atrás:

$$u(x_0 - \Delta x, y_0) \approx u(x_0, y_0) - \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_0 \Delta x + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \Big|_0 \frac{(\Delta x)^2}{2!} - \dots - \frac{\partial^n u}{\partial x^n} \Big|_0 \frac{(\Delta x)^n}{n!} + \frac{\partial^{n+1} u}{\partial x^{n+1}} \Big|_\xi \frac{(\Delta x)^{n+1}}{(n+1)!} \quad (4.6)$$

podemos obtener la representación de diferencias hacia atrás:

$$\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{i,j} \approx \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{\Delta x} + O_p(\Delta x) \quad (4.7)$$

Si restamos las ecuaciones 4.2 y 4.6, y reordenamos, podemos obtener la diferencia central:

$$\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{i,j} \approx \frac{u_{i-1,j} - u_{i+1,j}}{2\Delta x} + O_p(\Delta x)^2 \quad (4.8)$$

Si sumamos las ecuaciones 4.2 y 4.6, y reordenamos, podemos obtener una aproximación central para la segunda derivada:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \Big|_{i,j} \approx \frac{u_{i-1,j} - 2u_{i,j} + u_{i+1,j}}{\Delta x^2} + O_p(\Delta x)^2 \quad (4.9)$$

En muchas aplicaciones prácticas es conveniente utilizar operadores de diferencias para representar los esquemas de diferencias finitas cuando formas particulares son

usadas en forma repetitiva. De esta forma se puede definir el operador hacia adelante como:

$$\Delta_x u_{i,j} \approx u_{i+1,j} - u_{i,j} \quad (4.10)$$

De esta manera, es posible escribir la aproximación para la primera derivada de u en la dirección x como:

$$\frac{\partial u}{\partial x} \bigg|_{i,j} \approx \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{\Delta x} = O_p \Delta x \approx \frac{\Delta_x u_{i,j}}{\Delta x} = O_p \Delta x \quad (4.11)$$

En forma similar es posible definir el operador hacia atrás como:

$$\nabla_x u_{i,j} \approx u_{i,j} - u_{i-1,j} \quad (4.12)$$

Con lo que la primera derivada de u se puede escribir como:

$$\frac{\partial u}{\partial x} \bigg|_{i,j} \approx \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{\Delta x} = O_p \Delta x \approx \frac{\nabla_x u_{i,j}}{\Delta x} = O_p \Delta x \quad (4.13)$$

Un resumen con distintos operadores de diferencias finitas se presenta a continuación.

Diferencia hacia adelante $p\Delta$

$$\Delta_x u_{i,j} \approx u_{i+1,j} - u_{i,j}$$

Diferencia hacia atrás $p\nabla$

$$\nabla_x u_{i,j} \approx u_{i,j} - u_{i-1,j}$$

Diferencia central $p\delta$

$$\delta_x u_{i+1/2,j} \approx u_{i,j} - u_{i-1/2,j}$$

Desplazamiento pE

$$E_x u_{i+1/2,j} \approx u_{i+1,j}$$

Promedio $p\mu$

$$\mu_x u_{i+1/2,j} \approx \frac{u_{i+1/2,j} + u_{i-1/2,j}}{2}$$

Diferenciación pDq

$$D_x u_{i,j} \approx \frac{du_{i,j}}{dx}$$

Luego, se presentan aproximaciones de diferencias finitas en una dimensión.

Para la derivada: $\frac{Bu}{Bx}_i$

$$\frac{u_{i-1} - u_i}{\Delta x} \quad \text{Error } O(\Delta x)$$

$$\frac{u_i - u_{i+1}}{\Delta x} \quad \text{Error } O(\Delta x)$$

$$\frac{u_{i-1}}{2\Delta x} \quad \text{Error } O(\Delta x^2)$$

$$\frac{u_{i-2} - 4u_{i-1} + 3u_i}{12\Delta x} \quad \text{Error } O(\Delta x^2)$$

$$\frac{u_{i-2} - 8u_{i-1} + 8u_{i+1} - u_{i+2}}{12\Delta x} \quad \text{Error } O(\Delta x^3)$$

Para la derivada: $\frac{B^2u}{Bx^2}_i$

$$\frac{u_{i-1} - 2u_i + u_{i+1}}{\Delta x^2} \quad \text{Error } O(\Delta x^2)$$

$$\frac{u_{i-2} - 16u_{i-1} + 30u_i - 16u_{i+1} + u_{i+2}}{12\Delta x^2} \quad \text{Error } O(\Delta x^4)$$

Para la derivada: $\frac{B^3u}{Bx^3}_i$

$$\frac{u_{i-2} - 2u_{i-1} - 2u_{i+1} + u_{i+2}}{2\Delta x^3} \quad \text{Error } O(\Delta x^2)$$

Para la derivada: $\frac{B^4u}{Bx^4}_i$

$$\frac{u_{i-2} - 4u_{i-1} + 6u_i - 4u_{i+1} + u_{i+2}}{\Delta x^4} \quad \text{Error } O(\Delta x^2)$$

4.3. Métodos para obtener ecuaciones de diferencias finitas

4.3.1. Series de Taylor

Supongamos que deseamos encontrar una representación de diferencias finitas para la derivada de la variable u con respecto a x , con un error de truncación de

$Op\Delta xq^2$ usando a lo más los valores para $u_{i-2,j}$, $u_{i-1,j}$ y $u_{i,j}$. Con estas restricciones y objetivo es lógico utilizar expansiones en serie de Taylor para $u_{i-2,j}$ y $u_{i-1,j}$, expandiendo en torno a $u_{i,j}$:

$$u_{i-2,j} \approx u_{i,j} - \frac{Bu_{i,j}^{\check{v}}}{Bx_{i,j}^{\check{v}}} p^2 \Delta xq - \frac{B^2 u_{i,j}^{\check{v}}}{Bx_{i,j}^{2\check{v}}} \frac{p^2 \Delta xq^2}{2!} - \frac{B^3 u_{i,j}^{\check{v}}}{Bx_{i,j}^{3\check{v}}} \frac{p^2 \Delta xq^3}{3!} - \dots \quad (4.16)$$

$$u_{i-1,j} \approx u_{i,j} - \frac{Bu_{i,j}^{\check{v}}}{Bx_{i,j}^{\check{v}}} p \Delta xq - \frac{B^2 u_{i,j}^{\check{v}}}{Bx_{i,j}^{2\check{v}}} \frac{p \Delta xq^2}{2!} - \frac{B^3 u_{i,j}^{\check{v}}}{Bx_{i,j}^{3\check{v}}} \frac{p \Delta xq^3}{3!} - \dots \quad (4.17)$$

Un enfoque formal para obtener la formulación deseada requiere que las ecuaciones 4.16 y 4.17 sean multiplicadas por los parámetros a y b , respectivamente. Si posteriormente agregamos ambas ecuaciones obtenemos:

$$au_{i-2,j} - bu_{i-1,j} \approx pa - bqu_{i,j} - \frac{Bu_{i,j}^{\check{v}}}{Bx_{i,j}^{\check{v}}} p^2 \Delta xqa - \Delta xbs - \frac{B^2 u_{i,j}^{\check{v}}}{Bx_{i,j}^{2\check{v}}} \frac{p^2 \Delta xq^2}{2!} a - \frac{p^2 \Delta xq^2}{2!} b - \frac{B^3 u_{i,j}^{\check{v}}}{Bx_{i,j}^{3\check{v}}} \frac{p^2 \Delta xq^3}{3!} a - \frac{p^3 \Delta xq^3}{3!} b - \dots \quad (4.18)$$

Si desarrollamos esta ecuación obtenemos:

$$au_{i-2,j} - bu_{i-1,j} \approx pa - bqu_{i,j} - \frac{Bu_{i,j}^{\check{v}}}{Bx_{i,j}^{\check{v}}} p^2 a - bq \Delta x s - \frac{B^2 u_{i,j}^{\check{v}}}{Bx_{i,j}^{2\check{v}}} \frac{p^2 \Delta xq^2}{2} a - \frac{b}{2} p \Delta xq^2 - \frac{B^3 u_{i,j}^{\check{v}}}{Bx_{i,j}^{3\check{v}}} \frac{p^2 \Delta xq^3}{3} a - \frac{b}{6} p \Delta xq^3 - \dots \quad (4.19)$$

Para obtener una aproximación como la requerida debemos imponer dos condiciones:

$$2a - b \approx 1$$

$$2a - \frac{b}{2} \approx 0$$

con lo cual se obtiene $a \approx \frac{1}{2}$ y $b \approx 2$, si reemplazamos en la ecuación 4.19 y despejando se tiene:

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \frac{u_{i-2,j} - 4u_{i-1,j} + 3u_{i,j}}{2\Delta x} - \frac{1}{3} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} \Delta x^2 + \dots \quad (4.20)$$

lo que finalmente se puede escribir como:

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \frac{u_{i-2,j} - 4u_{i-1,j} + 3u_{i,j}}{2\Delta x} - O_p \Delta x^2 + \dots \quad (4.21)$$

La que cumple con el objetivo y restricciones impuestas para su desarrollo.

4.3.2. Ajuste polinomial

Muchas aplicaciones de ajuste polinomial son utilizadas comúnmente en problemas de fluidos y transporte de contaminantes. En algunos casos esta técnica se utiliza para desarrollar la representación completa de una EDP; sin embargo, es más comúnmente utilizada para el manejo de condiciones de borde.

Consideremos el problema de aproximar mediante diferencias finitas la ecuación de Laplace en dos dimensiones:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (4.22)$$

Supongamos que la relación de la temperatura, T , con las coordenadas x e y pueden ser expresados por un polinomio de grado dos:

$$T(x, y) \approx a + bx + cx^2 \quad (4.23)$$

Por conveniencia, supongamos que el punto de coordenadas (i, j) se ubica en la posición $x = 0$, y que Δx es constante. Con esto podemos escribir:

$$\frac{\partial T}{\partial x} \approx b$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \approx 2c$$

Los coeficientes a, b, y c pueden ser evaluados en términos de la temperatura en puntos específicos sobre una grilla regular, con separación Δx . Para hacer eso debemos tomar algunas decisiones acerca de puntos sobre la grilla. Por ejemplo supongamos que estamos trabajando con los puntos $p_{i-1,j}$, $p_{i,j}$, $p_{i+1,j}$ los que se encuentran ubicados en las posiciones $x = -\Delta x$, $x = 0$ y $x = \Delta x$, respectivamente. De esta manera obtenemos:

$$T_{p_{i-1,j}} = T_{i-1,j} = a - b\Delta x - cp\Delta xq^2$$

$$T_{p_{i,j}} = T_{i,j} = a$$

$$T_{p_{i+1,j}} = T_{i+1,j} = a + b\Delta x - cp\Delta xq^2$$

Lo que permite escribir:

$$b = \frac{BT}{Bx} = \frac{T_{i-1,j} - T_{i+1,j}}{2\Delta x} \quad (4.24a)$$

$$c = \frac{1}{2} \frac{B^2 T}{Bx^2} = \frac{T_{i-1,j} - 2T_{i,j} + T_{i+1,j}}{2p\Delta xq^2} \quad (4.24b)$$

Con lo que se puede escribir para la segunda derivada de T con respecto a x:

$$\frac{B^2 T}{Bx^2} = \frac{T_{i-1,j} - 2T_{i,j} + T_{i+1,j}}{2p\Delta xq^2} \quad (4.25)$$

4.4. Representación de ecuaciones diferenciales parciales por diferencias finitas

4.4.1. Error de truncación

Como punto de partida en este estudio del error de truncación (E.T.) se considerará la ecuación de difusión:

$$\frac{Bu}{Bt} \approx \alpha \frac{B^2 u}{Bt^2} \quad (4.26)$$

Si se utiliza un esquema de diferencias hacia adelante para la derivada temporal y un esquema de diferencias centrales para la segunda derivada, podemos escribir la ecuación anterior como:

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} \approx \alpha \frac{u_{i-1}^n - 2u_i^n + u_{i+1}^n}{p\Delta xq^2} \quad (4.27)$$

Sin embargo, de la sección anterior debemos recordar que las aproximaciones hacia adelante y central tenían asociados errores de truncación de órdenes $Ophq$ y $Ophq^2$, respectivamente, donde h es la discretización correspondiente a la aproximación utilizada. Si incluimos el efecto del error de truncación debemos escribir:

$$\frac{Bu}{Bt} \approx \alpha \frac{B^2 u}{Bt^2} \approx \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} \approx \alpha \frac{u_{i-1}^n - 2u_i^n + u_{i+1}^n}{p\Delta xq^2} + O_p\Delta tq + O_p\Delta xq^2 \quad (4.28)$$

En este caso el error de truncación es igual a: $O_p\Delta tq + O_p\Delta xq^2$ o también $O_p\Delta t, p\Delta xq^2q$. El error de truncación asociado con todas las derivadas en una EDP debería ser obtenido por expansión alrededor del mismo punto (n : tiempo e i : espacio).

El esquema de diferencias finitas presentado en la ecuación 4.26 se conoce comúnmente como esquema explícito simple para la Ecuación de Difusión. Un esquema explícito es aquel en el cual el término desconocido de la ecuación puede ser evaluado en término de otras cantidades conocidas. La ecuación 4.26 puede además ser escrita como un esquema implícito:

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} \approx \alpha \frac{u_{i-1}^{n+1} - 2u_i^{n+1} + u_{i+1}^{n+1}}{\Delta xq^2} \quad (4.29)$$

Al igual que el esquema explícito la aproximación 4.29 tiene un error de truncación $O_p\Delta t, p\Delta xq^2q$.

4.4.2. Consistencia

La consistencia de una EDP se relaciona con el grado en el cual la representación de diferencias finitas aproxima a la EDP original. De acuerdo a la ecuación 4.3 la diferencia entre la derivada original y su aproximación de diferencias finitas se define como el error de truncación.

La representación por diferencias finitas de una EDP se dice consistente si se puede mostrar que la diferencia entre ambas desaparece en el caso que el tamaño de la grilla de aproximación, Δx , y el intervalo de tiempo, Δt , se reduce:

$$\lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta t \rightarrow 0}} (EDP - EDF) = 0 \quad (4.30)$$

Un ejemplo de un esquema que no es consistente corresponde a la aproximación de DuFort - Frankel para la ecuación de Difusión, la que se puede escribir como:

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} = \alpha \frac{u_{i-1}^n - 2u_i^{n+1} - u_{i+1}^n}{\Delta x^2} \quad (4.31)$$

y posee un error de truncación del tipo: $O(\Delta t, \Delta x^2)$. este método funciona en forma correcta si se cumple.

$$\lim_{\Delta t, \Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta t}{\Delta x} = 0$$

Sin embargo, si ambos valores de discretización que: Δx y Δt se aproximan a cero a una tasa tal que:

$$\lim_{\Delta t, \Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta t}{\Delta x} = \gamma$$

El esquema de DuFort - Frankel es consistente no con la ecuación de difusión, sino con la ecuación de tipo hiperbólico:

$$\frac{Bu}{Bt} = \alpha \gamma^2 \frac{B^2 u}{Bt^2} = \alpha \frac{B^2 u}{Bx^2} \quad (4.32)$$

4.4.3. Estabilidad

Estabilidad numérica es un concepto que se aplica en un sentido estricto sólo a problemas transientes. Un esquema numérico es estable si los errores de cualquier origen (redondeo, truncación, representación) no crecen desde un período transiente al siguiente.

4.4.4. Convergencia

En forma general se tiene que si un esquema de aproximación es consistente y estable, es también convergente. En este sentido se tiene que en el caso que la grilla de aproximación se refina, la solución de la ecuación de diferencias finitas (EDF) se aproxima a la solución de la EDP original.

Teorema de Equivalencia de Lax. Si se tiene un problema de valor inicial que se encuentra bien puesto, y además se tiene una aproximación de diferencias finitas que es consistente, si dicho esquema es estable su solución converge hacia la solución del problema real.

4.4.5. Errores de redondeo y discretización

Cualquier solución numérica, incluyendo algunas veces una solución analítica exacta a una EDP, puede ser afectada debido al número finito de dígitos en las operaciones aritméticas. Estos errores se denominan de redondeo y aparecen debido a las aproximaciones que se hacen en cada cálculo sucesivo dentro de cualquier esquema numérico de solución.

Los errores de discretización son causados por el reemplazo de un problema continuo por uno discreto y se define como la diferencia entre la solución exacta de la EDP y la solución exacta de la aproximación de diferencias finitas.

Capítulo 5

Resolución Numérica de los Modelos Gobernantes Mediante Diferencias Finitas

5.1. Grados de libertad de una corriente

Cuando por un cauce que no es estable, no solo se transporta agua sino de igual manera sedimentos es posible que los parámetros que definen la condición de flujo se ajusten libremente, dando lugar a la denominación de los grados de libertad de un corriente, que se clasifican desde un grados hasta cuatro grados de libertad.

El grado de libertad de un río, se define como el número de parámetros que se pueden ajustar libremente con el tiempo, al pasar gastos líquidos y sólidos preestablecidos. Se pueden establecer cuatro grados de libertad:.

5.1.1. Flujo con un grado de libertad

Hace referencia a la variación de la profundidad d (tirante) de la lámina de agua del río. Para este grado de libertad, conocido el caudal, se requiere sólo una ecuación

para despejar la incógnita, que es d .

5.1.2. Flujo con dos grados de libertad

Hace referencia a la variación y ajuste de dos variables geométricas, generalmente la profundidad d (tirante) y la pendiente longitudinal S_0 para un caudal dado.

5.1.3. Flujo con tres grados de libertad

Una corriente con tres grados de libertad es aquella que ajusta libremente tres variables geométricas, generalmente la profundidad d (tirante), el ancho B (espejo de agua) y la pendiente longitudinal S_0 para un caudal dado.

5.1.4. Flujo con cuatro grados de libertad

Para algunos autores existe un cuarto grado de libertad, cuando cauces que tienen tres grados de libertad, es decir, que ajustan la profundidad, el ancho y la pendiente, adicionalmente se mueven en el plano horizontal y llegan a desarrollar meandros.

La presente tesis desarrolla las formulaciones considerando flujo con un grado de libertad, donde se considera la ocurrencia del transporte de sedimentos sin alteración de las paredes laterales del cauce ni del fondo de la misma; es decir - no se considera la socavación. Se denomina socavación a la excavación profunda causada por el agua, uno de los tipos de erosión hídrica, puede deberse al embate de las olas contra un acantilado, a los remolinos del agua, especialmente allí donde encuentra algún obstáculo la corriente, y al roce con las márgenes de las corrientes que han sido desviadas por los lechos sinuosos; en este último caso es más rápida en la primera fase de las avenidas. La socavación provoca el retroceso de las cascadas y de los acantilados que, al ser privados de apoyo en su base, se van desplomando progresivamente. También representa un papel esencial en la formación y migración de los meandros.

5.2. Modelo matemático transporte de sedimentos

En el análisis del transporte de sedimentos se resuelven las ecuaciones de transporte por carga de fondo y por carga en suspensión. Teniendo en cuenta ambos modos de transporte se calcula la evolución de la cota del fondo debido a procesos de sedimentación y erosión mediante la ecuación de Exner. Únicamente se consideran granulometrías uniformes, las formulaciones específicas para el tratamiento de mezclas de sedimentos se encuentran fuera del alcance de la presente tesis, teniendo la esperanza de abordar estos temas en futuras investigaciones.

Las aplicaciones actuales para la modelización del transporte de sedimentos, en la actualidad, dividen el fenómeno analizado en las partes: Transporte de sedimento por carga de fondo y el Transporte de sedimento en suspensión; tal es el caso de la aplicación de libre distribución Iber, cuya aplicación está basada en las formulaciones que se transcribe en la siguientes subsecciones.

5.2.1. Transporte de sedimento por carga de fondo

El caudal sólido de fondo se calcula mediante formulaciones empíricas en función de la tensión de fondo. El módulo de transporte de sedimentos por carga de fondo incluye las siguientes características:

- Umbral de movimiento de Shields
- Formulaciones para caudal sólido de fondo
 - Meyer Peter-Muller con corrección de Wong-Parker $pD \ll 2 \sim 30mmq$
 - Van Rijn $pD \ll 0.2 \sim 2mmq$
- Corrección por pendiente de fondo en inicio del arrastre (tensión crítica en talud)
- Corrección por pendiente de fondo en transporte sólido (magnitud y dirección)

- Marcelo García - Mhin-Duc
- Separación de tensiones de Einstein por formas de fondo y grano
- Condiciones de contorno tipo sedimentograma (caudal sólido de fondo variable en tiempo)
- Condición de cota de fondo no erosionable (puntos fijos)

5.2.2. Transporte de sedimento en suspensión

El transporte en suspensión se calcula resolviendo la ecuación de convección-difusión promediada en profundidad para la concentración de sedimento, incluyendo un término de sedimentación / erosión que modela el intercambio de sedimento entre el lecho y la carga en suspensión. Las principales características de este módulo son:

- Incorporación de transporte por difusión turbulenta
- Término de deposición - resuspensión
- Cálculo de la concentración de sedimento en suspensión según formulaciones de:
 - Van Rijn
 - Smith
 - García
- Cálculo de la velocidad de sedimentación de las partículas según formulación de van Rijn
- Condición de contorno de concentración SS variable en tiempo

5.3. Transporte de sedimentos para flujo con un grado de libertad

Todos los modelos matemáticos desarrollados hasta el momento se basan en los siguientes cinco ecuaciones básicas. Estas ecuaciones se escriben sólo en una dimensión y se pueden ampliar para las tres dimensiones.

La ecuación de la continuidad para flujo de agua, la misma que fue deducida en la Sección 3.2 de la página 28, dicha ecuación expresado en una dimensión es:

$$\frac{BQ}{Bx} - \frac{BA}{Bt} = 0 \quad (5.1)$$

Donde: Q es el caudal descargado, A sección transversal del canal (en este caso del río), x distancia longitudinal del río y t es el tiempo.

La ecuación de la cantidad de movimiento para flujo de agua, de igual manera, la ecuación de la cantidad de movimiento es deducido en la sección 3.4 de la página 38, expresado en una dimensión queda:

$$\frac{BQ}{Bt} - \frac{B}{Bx} \left(\frac{Q^2}{A} \right) - gA \frac{Bz}{Bz} = 0 \quad (5.2)$$

Donde: g es la aceleración de la gravedad, z profundidad de flujo (tirante).

La ecuación de resistencia al flujo, expresado mediante la ecuación 5.3.

$$U = aS^b \quad (5.3)$$

Donde: a, b son parámetros, S es la pendiente del lecho del río.

El modelo de la continuidad del sedimento, expresado mediante la ecuación 5.4.

$$\frac{BA}{Bt} - \frac{1}{1 - \lambda} \frac{BG}{Bx} = 0 \quad (5.4)$$

Donde: λ porosidad del promedio de los sedimentos, G tasa de transporte de sedimentos.

Finalmente, la ecuación de la capacidad de transporte de sedimento; esta ecuación que expresa la capacidad del transporte de sedimento, está expresado por la ecuación:

$$G \propto cU^b \quad (5.5)$$

Donde: c y d son parámetros, U velocidad media de flujo.

Finalmente, en la presente investigación se creará una aplicación para el análisis del transporte de sedimentos en ríos, resolviendo numéricamente las ecuaciones 5.1, 5.2, 5.3 y 5.4, expresada en diferenciales parciales.

Todos los modelos matemáticos de análisis de los fenómenos de transporte de sedimentos desarrollados se basan en la suposición del flujo en estado estacionario o flujo de agua en estado cuasi estacionario, y que está modelizado por un sistema complejo de ecuaciones gobernantes y es difícil desarrollar una solución analítica para ese sistema complejo. Para superar esta limitación muchos investigadores desarrollaron métodos numéricos para resolver ecuaciones de transporte de sedimentos en situaciones complejas, este enfoque es posible por el avance en el campo de los ordenadores, ya que estos métodos necesitan enormes cálculo. Hasta ahora se han desarrollado muchos modelos numéricos de transporte de sedimentos, todos los modelos numéricos desarrollados hasta ahora se pueden dividir en tres categorías, en función de sus dimensiones, en una dimensión, dos dimensiones y tres dimensiones. Algunos de los modelos numéricos ampliamente conocidos y utilizados son los siguientes.

5.4. Solución numérica

Las ecuaciones hidrodinámicas de continuidad y cantidad de movimiento (las ecuaciones de Saint Venant) y las ecuaciones de Transporte de sedimentos y de continuidad del transporte de sedimentos son resueltas empleando el método de diferencias finitas. Las ecuaciones son discretizadas en espacio y tiempo [27, Capítulo 03] sobre una malla computacional de puntos alternados de Q (caudal) y h (nivel del agua), como se ilustra en la Figura 5.1, basándose en el esquema implícito de diferencias finitas, desarrollado por Abbott y Ionescu (1967) y denominado Esquema de Abbott de los 6 puntos - Figura 5.2. La malla computacional es generada automáticamente de acuerdo con los requerimientos del usuario.

Los puntos Q son ubicados en el punto medio entre los puntos h vecinos (aguas arriba y aguas abajo de cada punto Q) y también donde se tienen estructuras, mientras que los puntos h se ubican en los sitios donde se tienen secciones transversales, o a intervalos equidistantes si la distancia entre las secciones transversales es mayor que un espaciamento máximo previamente definido por el usuario dx .

El esquema computacional es aplicable en flujos verticalmente homogéneos, en ríos y canales de pendiente variada, desde ríos de pendiente pronunciada hasta ríos y estuarios de pendiente muy baja (influenciados por la acción de las mareas). Tanto los flujos subcríticos como los supercríticos pueden ser descritos por medio de un esquema numérico que se adapta de acuerdo con las condiciones de flujo locales.

5.4.1. Ecuación de continuidad

La variación del área hidráulica con respecto al tiempo puede expresarse así:

$$\frac{BA}{Bt} = b_s \frac{Bh}{Bt} \quad (5.6)$$

Donde b_s representa el ancho de almacenamiento de la sección transversal. Reemplazando este término en la ecuación de continuidad se tiene:

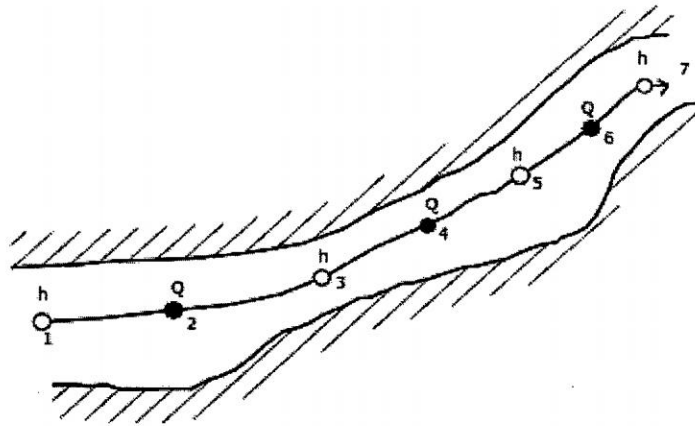


Figura 5.1: Tramo de un canal con malla computacional

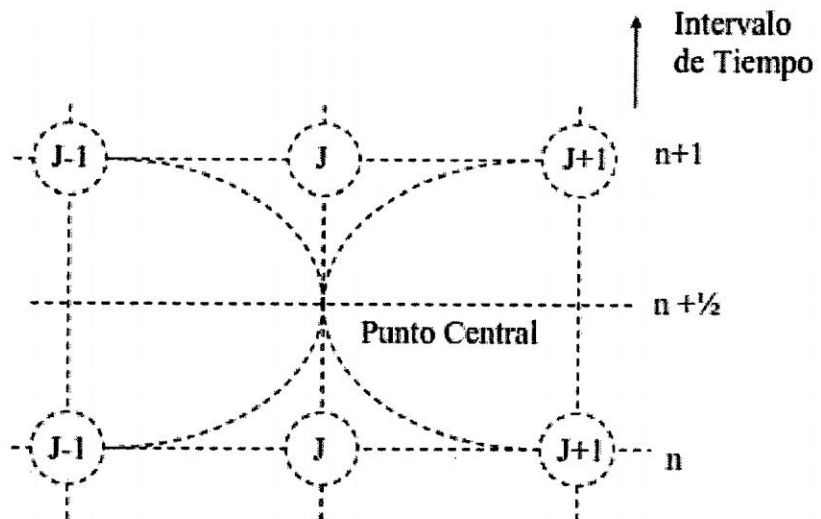


Figura 5.2: Esquema centrado de Abbott de los seis puntos

$$\frac{BQ}{Bx} = b_s \frac{Bh}{Bt} \ll q \quad (5.7)$$

Como solamente Q tiene una derivada con respecto a x, muchos autores recomiendan centrar la ecuación en el punto h, como se indica en la Figura 5.3.

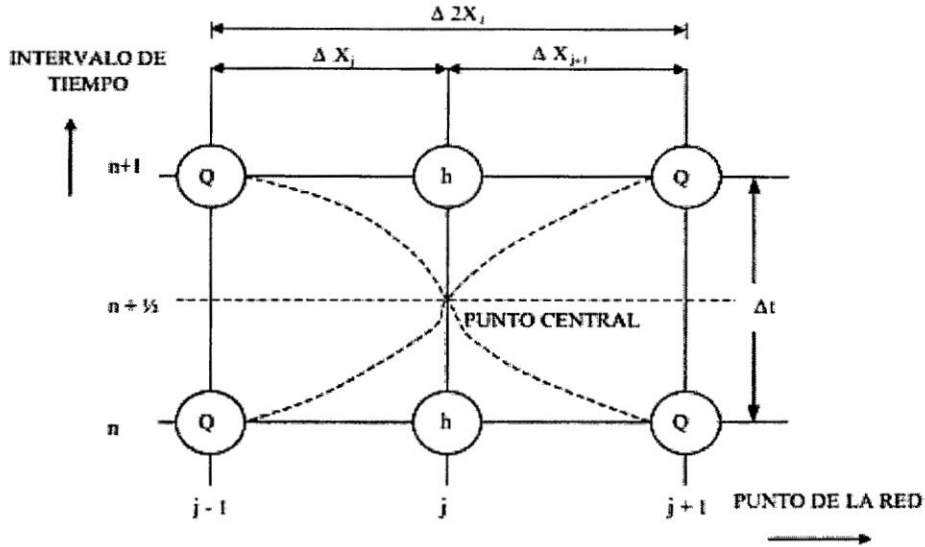


Figura 5.3: Centrado de la Ecuación de Continuidad en el Esquema de Abbott de los 6 Puntos

Las derivadas en la ecuación 5.7 se aproximan en el nivel de tiempo $n + 1/2$ de la siguiente manera:

$$\frac{BQ}{Bx} \ll \frac{\frac{Q_{j-1}^{n+1/2} - Q_{j-1}^n}{2} - \frac{Q_{j+1}^{n+1/2} - Q_{j+1}^n}{2}}{2\Delta x_j} \quad (5.8)$$

$$\frac{Bh}{Bt} \ll \frac{h_j^{n+1/2} - h_j^n}{\Delta t} \quad (5.9)$$

El ancho de almacenamiento b_s en la ecuación de continuidad es aproximado de acuerdo con la siguiente expresión:

$$b_s \ll \frac{A_{0j} - A_{0j-1}}{2\Delta x_j} \quad (5.10)$$

donde:

- A_{0j} : área superficial entre los puntos $j - 1$ y j de la red.

- $A_{o,j-1}$: área superficial entre los puntos j y $j - 1$ de la red.
- $2\Delta x_j$: distancia entre los puntos $j - 1$ y $j + 1$ de la red.

5.4.2. Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento

La ecuación de la cantidad de movimiento es centrada en los puntos Q de la red como se indica en la Figura 5.4.

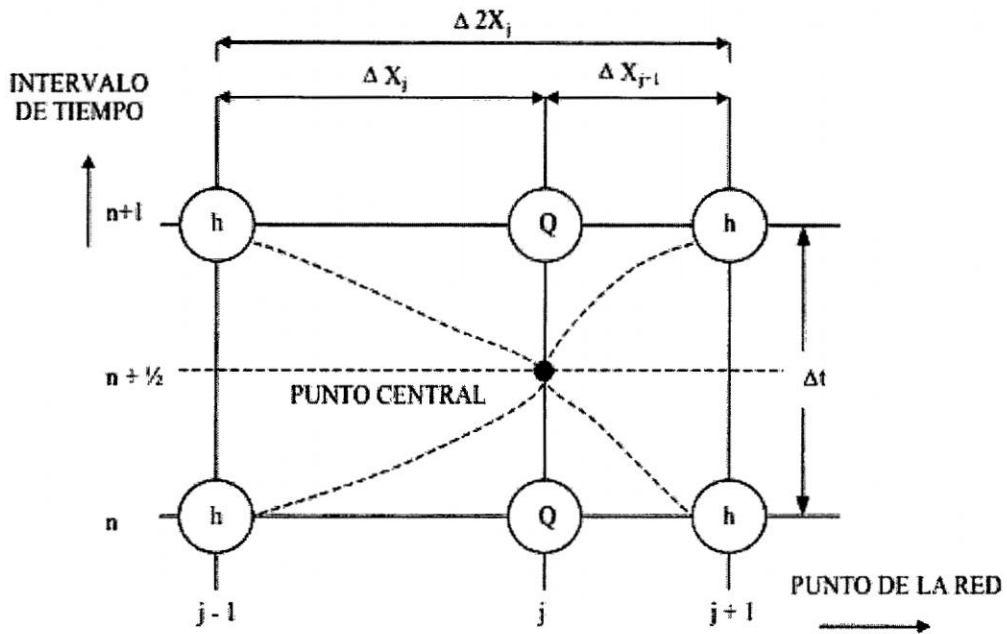


Figura 5.4: Centrado de la ecuación de la cantidad de movimiento en el esquema de Abbott de los 6 Puntos

Las derivadas de la ecuación de la cantidad de movimiento se aproximan de acuerdo con las siguientes expresiones:

$$\frac{BQ}{Bt} \approx \frac{Q_j^{n+1} - Q_j^n}{\Delta t} \quad (5.11)$$

$$\frac{Bp\alpha_A Q^2 q}{Bx} \approx \frac{\alpha_A^{Q^2} \left[\frac{Q_{j-1}^{n+1/2} - Q_{j-1}^n}{\Delta x_j} - \frac{Q_{j+1}^{n+1/2} - Q_{j+1}^n}{\Delta x_j} \right]}{2\Delta x_j} \quad (5.12)$$

$$\frac{Bh}{Bx} \ll \frac{\frac{h_j^{n-1} - h_{j-1}^{n-1}}{2} - \frac{h_{j-1}^{n-1} - h_{j-2}^{n-1}}{2}}{2\Delta x_j} \quad (5.13)$$

5.4.3. Resistencia del lecho

Para la descripción de Chezy, el término de fricción o resistencia del lecho en la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento es:

$$\frac{gQ|Q|}{M^2AR^{4/3}} \quad (5.14)$$

Donde: Q es el caudal, A área hidráulica, R radio de resistencia o radio hidráulico, C es el coeficiente de rugosidad de Chezy, M es el coeficiente de rugosidad de Strickler, $M \ll 1/n$, n coeficiente de rugosidad de Manning.

El coeficiente de rugosidad de Manning, n, puede fluctuar regularmente entre 0.01 para canales de superficie lisa y 0.10 para canales con abundante vegetación. Los valores correspondientes de Strickler, M, oscilan entre 100 y 10.

El coeficiente de Chezy se relaciona con los factores de Manning y Strickler de acuerdo con la expresión:

$$C = \frac{R^{1/6}}{n} = \frac{M^{1/6}}{R} \quad (5.15)$$

Los valores reales del coeficiente de rugosidad (C, M o n) deberían determinarse durante la calibración del modelo, cuando esto sea posible, o con base en otros modelos ya calibrados con características topográficas y sedimentológicas similares.

5.4.4. Transporte de sedimentos por arrastre de fondo

Para el cálculo de la erosión-sedimentación en un río, y por lo tanto su evolución morfológica, es necesario complementar las ecuaciones hidrodinámicas vistas con anterioridad con una ecuación de conservación del material sólido (o ecuación de Exner) y alguna formulación para el cálculo del caudal sólido a partir de las tensiones de fondo. En el caso unidimensional la ecuación de conservación del sedimento, o

ecuación de Exner, en el caso de considerar únicamente transporte de fondo (y no en suspensión) es:

$$1 - p \frac{Bz}{Bt} - \frac{Bq_{sb,x}}{Bx} = 0 \quad (5.16)$$

donde p es la porosidad de los sedimentos que forman el lecho, z es la cota del fondo, y $q_{sb,x}$ es el componente del caudal sólido de fondo.

5.4.5. Transporte de sedimentos en suspensión

El transporte de sedimentos en suspensión puede ser relevante en muchos tipos de ríos. En regiones mediterráneas no suele ser el determinante en general a la hora de determinar la morfología de un río no alterado, pero si puede ser determinante para estudiar los procesos de erosión-sedimentación asociados a la dinámica de los embalses, por otro lado muy numerosos en la región Mediterránea. Para considerar el efecto de los sedimentos en suspensión se debe incorporar los procesos de resuspensión y deposición a la ecuación de continuidad del sedimento, que quedará ahora:

$$1 - p \frac{Bz}{Bt} - \frac{Bq_{sb,x}}{Bx} = D - E \quad (5.17)$$

Donde $D - E$ representa el balance entre deposición y erosión, y lógicamente ello quedará reflejado en el esquema numérico correspondiente.

Capítulo 6

Desarrollo de la Aplicación

6.1. Datos requeridos

6.1.1. Estudio topográfico y de batimetría

La aplicación se realiza considerando el flujo del fluido en un sola dimensión, la dirección longitudinal está determinado por el flujo natural del agua y queda representado por un conjunto de líneas(rectas y curvas), usualmente para establecer obras hidráulicas, el levantamiento topográfico (aguas arriba y aguas abajo) dependerá de la seguridad y el tipo de estructura hidráulica a construirse, requiriendo mayor rigurosidad en cuanto a la calidad topográfica las secciones correspondientes a la fundación de la estructura; como queda determinado en la Figura 6.1.

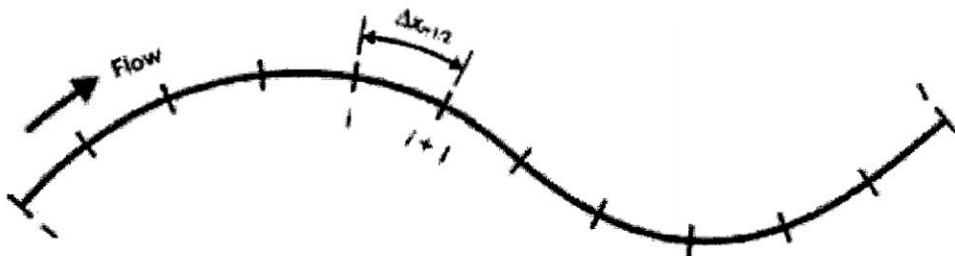


Figura 6.1: Modelo de discretización de un río, considerando el flujo del fluido en una dimensión

Luego de haber establecido la dimensión longitudinal es necesario una repre-

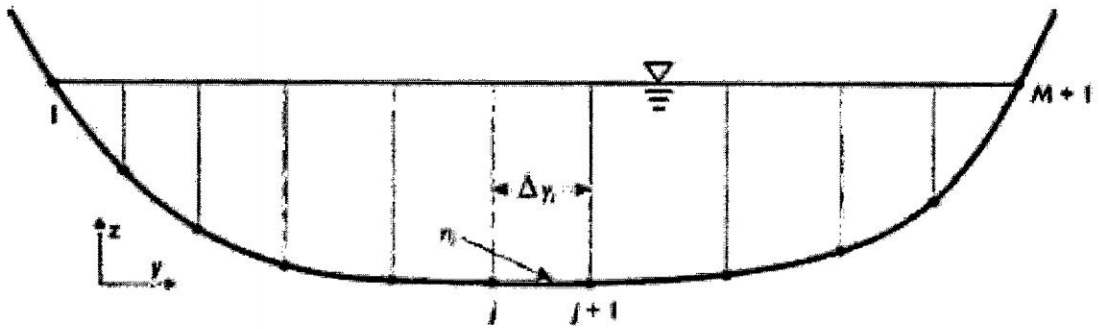


Figura 6.2: Representación de la sección transversal de un río

sentación minuciosa de las secciones transversales, Figura 6.2, en el dominio total (dimensión longitudinal) considerado, tomando como inicio, la progresiva 0 ~ 0.00 en el punto inicial considerado aguas arriba de la fundación de la estructura, culminando con la progresiva final en un punto aguas abajo respecto a la fundación de la estructura. En este caso la calidad de los datos que representa la morfología del fondo del río se realiza mediante un estudio de batimetría, que conjuntamente con el levantamiento topográfico de las áreas de interés próximos al río, queda definitivamente representado las condiciones geométricas longitudinales y transversales del río. Unir los puntos obtenidos mediante el estudio de topografía y batimetría no representa ninguna dificultad, si los datos obtenidos se encuentran debidamente georeferenciados.

6.1.1.1. Secciones transversales

Teniendo los datos de topografía y de batimetría, en el caso de la aplicación se simplifica considerablemente al considerar solamente las coordenadas de las secciones transversales (latitud, longitud y altitud) para cada progresiva considerada, con los datos obtenidos incluso es posible representar la disposición longitudinal del río. Las coordenadas de las secciones transversales deben estar representados en una matriz multidimensional, como la mostrada en la Figura 6.3, donde cada dimensión representa una sección transversal y sus correspondientes progresivas serán almacenadas en un vector fila, donde, por correspondencia, el número de dimensiones debe

ser igual al número de elementos(longitud) del vector de progresivas.

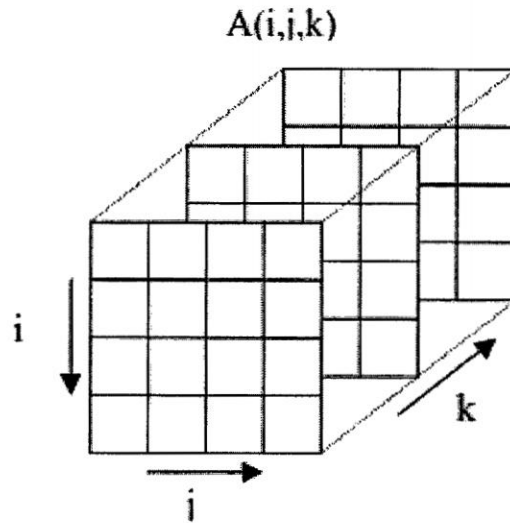


Figura 6.3: Representación de las coordenadas de las secciones transversales mediante una matriz de múltiples dimensiones

Una dimensión de la matriz multidimensional mostrada en la Figura 6.3, contiene los datos ordenados como queda establecido en la Tabla 6.1.

Latitud(m)	Longitud(m)	Altitud(m)
x_1	y_1	h_1
x_2	y_2	h_2
.	.	.
x_n	y_n	h_n

Cuadro 6.1: Coordenadas de una sección transversal

6.1.1.2. Superficie

Las secciones transversales del río considerado está expresado mediante coordenadas, de ésta sección es importante obtener la altura de agua(tirante) para un flujo base y para las máximas avenidas consideradas, para una altura h_x dado, es posible obtener sus coordenadas hasta esta altura mediante interpolación, ordenado

los datos de la sección transversal como se muestra en la Tabla 6.2, a partir de estas coordenadas (cuya cota de altura se corresponde con el espejo de agua), se obtiene la superficie ocupada por el caudal en una determinada sección del río, mediante el Algoritmo conocido como área por coordenadas.

Y(m)	Altitud(m)
y_1	h_1
y_2	h_2
.	.
y_n	h_n

Cuadro 6.2: Coordenadas de una sección transversal en un plano cartesiano

Con esta finalidad es necesario reordenar las coordenadas mostradas en la Tabla 6.2, quedando finalmente como la mostrada en la Tabla 6.3, básicamente consiste en cerrar el polígono, es por eso que se añade la primera coordenada al final de la matriz y luego proceder de la manera usual, lo que queda establecido en el Pseudocódigo 1.

Y(m)	Altitud(m)
y_1	h_1
y_2	h_2
.	.
y_n	h_n
y_1	h_1

Cuadro 6.3: Coordenadas de una sección transversal en un plano cartesiano, cerrando el polígono

La transcripción del Pseudocódigo 1 a cualquier lenguaje de programación es de inmediato, en este trabajo se realiza la aplicación desde MATLAB y se ha implementado una función, requiere de datos las coordenadas de los vértices del polígono

y devuelve de resultado la superficie, como se observa, se cierra el polígono en el proceso dentro de la función, como se muestra en el Código Fuente 6.1.

Algorithm 1: Pseudocódigo para obtener la superficie de un polígono a partir de las coordenadas de sus vértices

Data: Ingresar una matriz $M_{m \times n}$, coordenadas del polígono
Result: Superficie del polígono A

```

1 inicio;
2 /* Obtener el número de filas y columnas de la matriz M */
3 m ← Filas;
4 n ← Columnas;
5 /* Inicializar variables */
6 A ← 0, D ← 0, I ← 0;
7 /* Obtención de la superficie */
8 for k ← 1 to m - 1 do
9     /* Obtener  $X_k$  y  $Y_{k-1}$  */
10     $X_k \leftarrow M_{k,1}$ ;
11     $Y_{k-1} \leftarrow M_{k-1,2}$ ;
12    /* Obtener  $Y_k$  y  $X_{k-1}$  */
13     $Y_k \leftarrow M_{k,2}$ ;
14     $X_{k-1} \leftarrow M_{k-1,1}$ ;
15    /* Obtener D, I */
16     $D \leftarrow D + X_k \cdot Y_{k-1}$ ;
17     $I \leftarrow I + Y_k \cdot X_{k-1}$ ;
18 end
19  $A \leftarrow \frac{1}{2} |D - I|$ ;
20 imprimir A;
21 fin;
```

Listing 6.1: Función para obtener la superficie de un polígono a partir de sus coordenadas

```

1 function A=CoordinateSurface(M)
2 % Function description
3 % Input: M is array m*n, coordinates polygon
4 % Output: A surface polygon
5 % Añadiendo la primera coordenada al final
6 M=[M;M(1,:)];
7 % Tamaño de la matriz
8 [m,n]=size(M);
9 % Variables
10 A=0; D=0; I=0;
11 % Cálculo de la superficie
12 for k=1:(m-1)
13     % Valores D
14     d1=M(k,1); d2=M(k+1,2);
15     D=D+d1*d2;
16     % valores I
```

```

17     i1=M(k,2); i2=M(k+1,1);
18     I=I+i1*i2;
19 end
20 % La superficie valor de retorno
21 A=1/2*abs(D-I)

```

6.1.2. Estudios hidrológicos

Son necesarios los valores del hidrograma de máxima avenida para un tiempo de retorno dado, el tiempo de retorno dependerá de la seguridad que se le desee brindar a la estructura hidráulica a construir. Respecto a la máxima cantidad de agua que fluye sobre el río, se tendrá las siguientes consideraciones: en condiciones normales, en referencia al flujo del caudal base en el río, no existe el transporte de sedimentos dado que el sistema se encuentra en equilibrio; existe socavación y transporte de sedimentos cuando este equilibrio es alterado, generalmente producto de una tormenta en las inmediaciones de la cuenca hidrográfica que vierte sus aguas a nuestra área de interés.

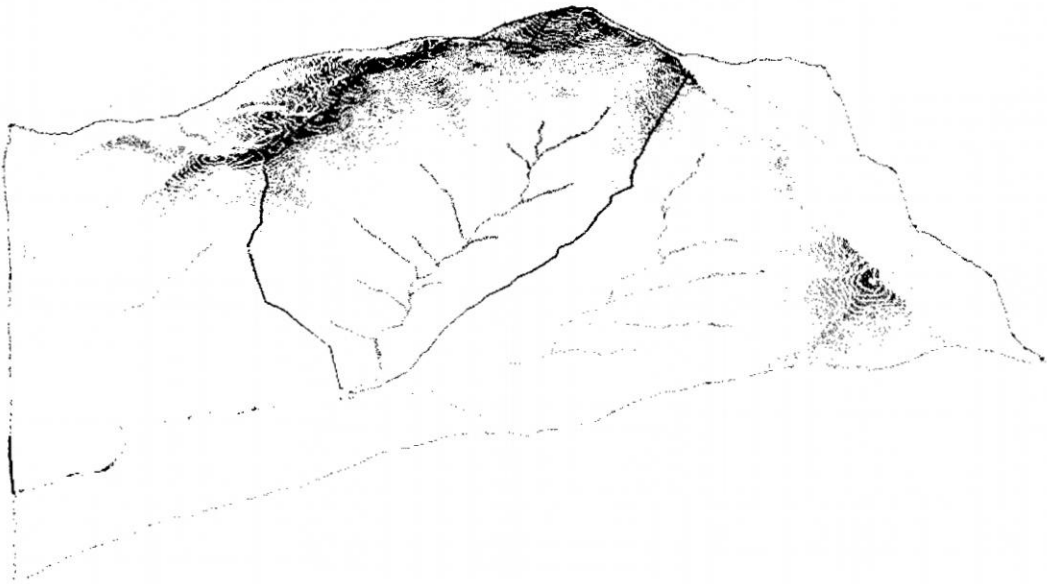
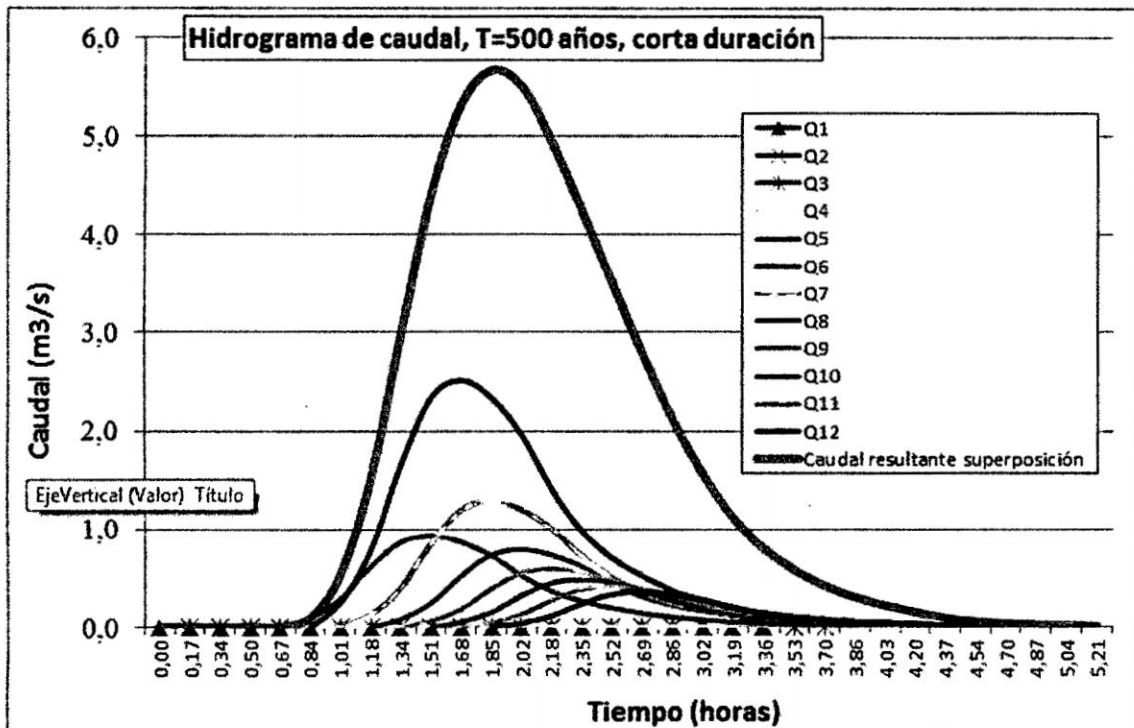


Figura 6.4: cuenca hidrográfica

Es necesario obtener el hidrograma de máximas avenidas para el punto considerado y la progresiva 0 ~ 00 ubicado aguas arriba del punto de construcción de la estructura hidráulica, teniendo en cuenta toda la superficie, Figura 6.4, que aporta

el recurso hídrico a nuestra zona de estudio. La aplicación creada desde MATLAB requiere de entrada una matriz de m filas y dos columnas, la primera columna contiene la variación del tiempo y la segunda columna contiene el caudal, en m^3/s . El gráfico del hidrograma de máximas avenidas común muestra la Figura 6.5 y la Tabla 6.4 muestra la disposición de los valores requeridos en la aplicación.

Figura 6.5: Hidrograma de máximas avenidas general



FUENTE: "ESTUDIO PARA LA CONSTRUCCIÓN DE 06 PUENTES DEL PROYECTO: CONSTRUCCIÓN DE CARRETERA SAN JOSÉ CHOYMACOTA, TRAMO, APULEMA-PACHACHACA-CHONGOS" (CONSORCIO SAN JOSE, 2010)

Tiempo(s)	$Q_{m^3/sq}$
t_1	q_1
t_2	q_2
t_3	q_3
.	.
t_n	q_n

Cuadro 6.4: Coordenadas del hidrograma para la aplicación

6.1.3. Estudio granulométrico y el coeficiente de Manning

La toma de muestras granulométricas en ríos es el punto de partida en cualquier estudio sobre dinámica fluvial. Los resultados obtenidos a partir de la granulometría son posteriormente utilizados en el cálculo del transporte de sedimento en un río, en la resistencia al flujo, en el inicio del movimiento de los diferentes tamaños y para la caracterización en el acorazamiento del lecho.

Otro elemento importante a determinar es el Coeficiente de Manning del lecho, el valor es muy variable y depende de una cantidad de factores. Al seleccionar un valor adecuado de n (Coeficiente de Manning) para diferentes condiciones de diseño, un conocimiento básico de estos factores debe ser considerado de gran utilidad: Rugosidad de la superficie, vegetación, irregularidad del río, Alineamiento del río, sedimentación y erosión, obstrucción. Sin embargo, se utilizará formulaciones empíricas que hacen que éste factor dependa solamente de la granulometría característica del lugar. La aplicación creada en el presente trabajo, recibe directamente este factor para cada tramo considerado.

6.1.4. Estudio de geología y de mecánica de suelos

Todas las construcciones de ingeniería civil se apoyan sobre el suelo; por lo que, en consecuencia, su estabilidad y comportamiento funcional y estético estarán determinados, entre otros factores, por el desempeño del material de asiento situado dentro de las profundidades de influencia de los esfuerzos que se generan, la mecánica de suelos es la aplicación de las leyes de la física y las ciencias naturales a los problemas que involucran las cargas impuestas a la capa superficial de la corteza terrestre, es necesario realizarlo localmente, en las inmediaciones de la fundación de la estructura a construirse. La geología es el estudio del material sólido terrestre, que compone la superficie del suelo y el material debajo de la superficie del suelo. Realiza un estudio a nivel global del dominio completo que conforma toda la superficie de interés. La aplicación desarrollada en el presente trabajo recepción información de

las características mecánicas del lecho del río.

6.2. Proceso de cálculo

6.2.1. Dominio de análisis

El dominio de análisis está representado por la superficie donde sucede todo el proceso físico, esto es, la superficie que forma la red hídrica y áreas afluentes, las mismas que se identificaron exhaustivamente mediante el levantamiento topográfico y batimétrico. El dominio de análisis está limitado aguas arriba desde la progresiva 0 + 00 y determina su fin aguas abajo hasta una progresiva donde se considere suficiente la influencia para el análisis. Las distancia izquierda y derecha de la línea central del cauce está determinado por la extensión de la sección transversal del río más una superficie tributaria considerada en el levantamiento topográfico. Desde la superficie así determinada se obtienen mediante estudios específicos los datos requeridos para la representación del fenómeno físico, en este caso, el tránsito del agua y sedimentos. Sobre éste dominio se realiza una discretización en el espacio, desde la progresiva 0 + 00 hasta el final, cada 20 metros, pudiendo ser menor en las inmediaciones de la fundación de la estructura hidráulica, y se toma los datos geométricos y geológicos y mecánica de suelos para cada sección transversal considerada. En el proceso de análisis se considera otra distribución temporal, en los mismos intervalos de tiempo de los hidrogramas, con la finalidad de realizar el tránsito de avenidas.

6.2.2. Condiciones de frontera

Para solucionar el modelo matemático de las ecuaciones que gobiernan el fenómeno físico del transporte de sedimentos en ríos, se requiere de la formulación de las condiciones de frontera en diferentes puntos de la red hídrica. Las condiciones de frontera para los nodos externos de la red son generalmente hidrogramas (aguas arriba) y limnigramas (aguas abajo). Para los nodos internos de la red, se permite la inclusión de hidrogramas; en el esquema de solución se debe contar con otras

condiciones de frontera que permitan una conectividad coherente entre las redes hídricas que convergen en estos nodos. La aplicación creada en el presente trabajo recibe de datos hidrogramas para distintos tiempos de retorno, caudales expresados en coordenadas para las mismas duraciones, como condiciones de frontera aguas arriba, mientras que la condiciones de frontera aguas abajo queda representado por el flujo base.

En el caso de las condiciones de frontera en los nodos internos, se requiere una ecuación de continuidad de masa y otra de conservación de energía que correlacione los niveles de agua al interior del nodo en cuestión, en donde se tiene en cuenta la pérdida menor en cada nodo. Para la aplicación no se considera estos requerimientos dado que la red hídrica está representado por una sola y no existen redes afluentes a la red principal.

6.2.3. Condiciones iniciales

El cálculo hidrodinámico parte de las condiciones de flujo en el sistema para el tiempo $t = 0$. Las características hidrológicas e hidráulicas para el tiempo antes del inicio del proceso del tránsito de avenidas, son las condiciones iniciales, en condiciones naturales, cuando no existe el aporte de caudal por una tormenta de diseño, generalmente está representado por las alturas de agua y caudal en cada nodo del espacio en el dominio considerado. La forma de establecer las condiciones iniciales adecuadas es encontrar las condiciones de flujo en todos los puntos considerados de la red hídrica. En la obtención de la altura de agua en una determinada sección transversal del río es necesario conocer el coeficiente de Manning, pendiente del fondo del río, radio hidráulico y perímetro mojado, la aplicación elaborada en el presente trabajo obtiene la altura de agua para un determinado caudal.

6.2.4. Solución de las ecuaciones del transporte de sedimentos

6.2.4.1. Discretización espacial y temporal

Las ecuaciones expresadas en derivadas parciales, son expresadas en su equivalente numérico, mediante el esquema de solución de Preissmann, en el cual es necesario la discretización espacial y temporal mostrado en la Figura 6.6.

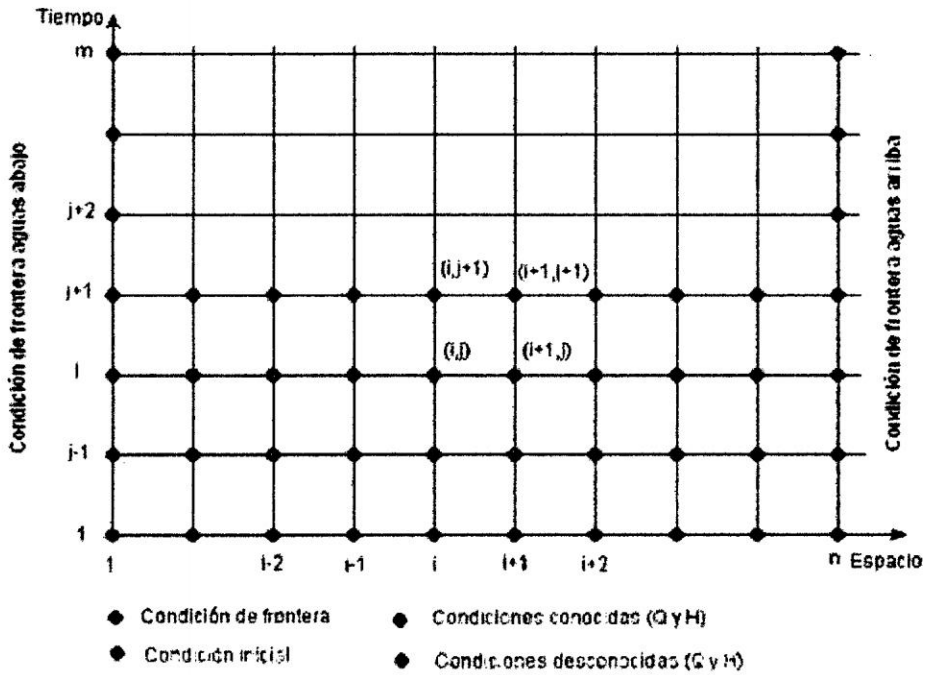


Figura 6.6: Esquema de solución de Preissmann

6.2.4.2. Ecuaciones de continuidad en diferencias finitas

Al discretizar las ecuaciones de continuidad se obtienen las siguientes expresiones 6.1, donde se observa claramente que los valores siguientes de caudales y superficies dependen de los valores anteriores conocidos.

Discretización de las ecuaciones de continuidad:

$$\frac{BQ}{Bx} \approx \theta \frac{Q_{i-1}^{j+1} - Q_i^{j+1}}{\Delta x} - p1 \approx \theta q \frac{Q_{i-1}^j - Q_i^j}{\Delta x} \quad (6.1a)$$

$$\frac{BA}{Bt} \approx \frac{A_{i-1}^{j+1} - A_i^{j+1}}{2\Delta t} - \frac{A_{i-1}^j - A_i^j}{2\Delta t} \quad (6.1b)$$

Donde: x es la distancia longitudinal, t es el tiempo, Q es el caudal, A área de la sección transversal. Al reorganizar los términos de las ecuaciones 6.1, se tiene la siguiente expresión, ecuación 6.2.

$$\theta \frac{Q_{i-1}^{j-1} - Q_i^{j-1}}{\Delta x} + p_1 - \theta q \frac{Q_{i-1}^j - Q_i^j}{\Delta x} - \frac{\Delta x}{2\Delta t} \left(A_{i-1}^{j-1} - A_i^{j-1} - A_{i-1}^j + Q_i^j \right) = 0 \quad (6.2)$$

6.2.4.3. Ecuaciones de momentum en diferencias finitas

La ecuación en términos de la aceleración local está dado por la ecuación 6.3.

$$\frac{BQ}{Bt} = \frac{Q_{i-1}^{j-1} - Q_i^{j-1}}{2\Delta t} - \frac{Q_{i-1}^j - Q_i^j}{2\Delta t} \quad (6.3)$$

La discretización en términos de la aceleración convectiva correspondiente, ecuación 6.4.

$$\frac{BpQ^2}{Bx} = \frac{\theta}{\Delta x} \left(\frac{Q_{i-1}^{j-1}}{A_{i-1}^{j-1}} - \frac{Q_i^{j-1}}{A_i^{j-1}} \right) - \frac{p_1 - \theta q}{\Delta x} \left(\frac{Q_{i-1}^j}{A_{i-1}^j} - \frac{Q_i^j}{A_i^j} \right) \quad (6.4)$$

La discretización del término de la variación espacial de la elevación de la superficie del agua está dado por la ecuación 6.5.

$$\frac{Bh}{Bx} = \theta \frac{h_{i-1}^{j-1} - h_i^{j-1}}{\delta x} - p_1 - \theta q \frac{h_{i-1}^j - h_i^j}{\delta x} \quad (6.5)$$

El término de la pendiente de fricción es expresado mediante:

$$S_f = \frac{\theta \frac{Q_{i-1}^{j-1}|Q_{i-1}^{j-1}| - Q_i^{j-1}|Q_i^{j-1}|}{\Theta rK_{i-1}^{j-1}s^2 - rK_i^{j-1}s^2} - p_1 - \theta q \frac{Q_{i-1}^j|Q_{i-1}^j| - Q_i^j|Q_i^j|}{rK_{i-1}^j s^2 - rK_i^j s^2}}{\Theta rK_{i-1}^{j-1}s^2 - rK_i^{j-1}s^2} \quad (6.6)$$

De la ecuación 6.6 se observa que el término K y está expresado mediante $K = \frac{\Delta R}{n^{2/3}}$. Siendo n el coeficiente de la rugosidad de Manning, A superficie de la sección transversal y R radio hidráulico. El término superficie que acompaña a los términos

de la variación espacial del nivel del agua y la pendiente de fricción, se discretiza de la siguiente manera:

$$A \approx \theta r \frac{A_{i-1}^{j+1} + A_i^{j+1}}{2} s + p l + \Theta_{qr} \frac{A_{i-1}^j + A_i^j}{2} s \quad (6.7)$$

Reorganizado los términos de la ecuación de momentum se llega a la siguiente expresión mostrada en la figura 6.7

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\Delta x}{2\Delta t} \right) (Q_{i+1}^{j+1} + Q_i^{j+1} - Q_{i+1}^j - Q_i^j) + \\ & \theta \left[\frac{(Q_{i+1}^{j+1})^2}{A_{i+1}^{j+1}} - \frac{(Q_i^{j+1})^2}{A_i^{j+1}} \right] + (1-\theta) \left[\frac{(Q_{i+1}^j)^2}{A_{i+1}^j} - \frac{(Q_i^j)^2}{A_i^j} \right] \\ & + g \cdot \Delta x \left(\theta \left[\frac{A_{i+1}^{j+1} + A_i^{j+1}}{2} \right] + (1-\theta) \left[\frac{A_{i+1}^j + A_i^j}{2} \right] \right) * \\ & \left\{ \left[\theta \frac{h_{i+1}^{j+1} - h_i^{j+1}}{\Delta x} + (1-\theta) \frac{h_{i+1}^j - h_i^j}{\Delta x} \right] + \right. \\ & \left. \left[\frac{\theta (Q_{i+1}^{j+1} |Q_{i+1}^{j+1}| + Q_i^{j+1} |Q_i^{j+1}|) + (1-\theta) (Q_{i+1}^j |Q_{i+1}^j| + Q_i^j |Q_i^j|)}{\theta ([K_{i+1}^{j+1}]^2 + [K_i^{j+1}]^2) + (1-\theta) ([K_{i+1}^j]^2 + [K_i^j]^2)} \right] \right\} = 0 \end{aligned}$$

Figura 6.7: Ecuación del momentum expresado en diferencias finitas

Los términos que tienen el superíndice j en las ecuaciones anteriores se conocen ya sea de las condiciones iniciales o de una solución del sistema de ecuaciones de Saint Venant en una línea de tiempo previa. Por lo tanto las incógnitas son: Q_i^{j+1} , Q_{i-1}^{j+1} , h_i^{j+1} , h_{i-1}^{j+1} , y algunos de los términos que se encuentran elevados a potencias diferentes a uno, entonces el sistema de ecuaciones no es lineal por lo tanto se debe utilizar un método de solución no lineal.

para obtener caudales y alturas de agua en cada punto discretizado de la red hídrica, se resuelven las ecuaciones 6.2 y 6.7, los mismos se caracterizan por tener cuatro incógnitas y por ser ecuaciones no lineales para éstas. Las ecuaciones de continuidad y momentum se consideran para cada una de las $N - 1$ celdas rectangulares

de la Figura 6.6, entre la frontera aguas arriba (hidrograma) y la frontera aguas abajo (limnigrama). Para poder calcular las $2N$ incógnitas en el tiempo j se utiliza un proceso de prueba y error, como lo sería el método de Newton-Raphson. La solución del sistema de ecuaciones 6.2, 6.7 devuelve valores de Δh_i y ΔQ_i . Los valores de las incógnitas $k - 1$ se encuentran mediante:

$$h_i^{k-1} \approx h_i^j + \Delta h_i \quad (6.8)$$

$$Q_i^{k-1} \approx Q_i^j + \Delta Q_i \quad (6.9)$$

6.2.4.4. Ecuaciones del transporte de sedimentos

Luego de obtener los valores de caudales y alturas de agua en cada punto de la discretización espacial y temporal, se obtienen las velocidades del caudal y la producción y transporte de sedimentos se obtiene mediante la formulación presentada en el Capítulo 02, de la página 13.

6.3. Resultados

La aplicación elaborada en el presente trabajo, automatiza el cálculo y obtiene los siguientes resultados.

- La discretización espacial determinada por la longitud del cauce y sus propiedades de las secciones transversales, de igual manera la discretización temporal, que se toma las variaciones de tiempo, las duraciones, presentes del hidrograma.
- Alturas de agua sobre cada sección transversal y la variación en concordancia al hidrograma.
- Las propiedades geométricas de las secciones transversales: área mojada, perímetro mojado, radio hidráulico y el espejo de agua, para cada una de las secciones transversales y para cada discretización temporal.

- Caudales y velocidades para cada punto considerado en la discretización.
- Los sedimentos contenidos en un volumen de agua, de igual manera los sedimentos se obtienen para cada punto de la discretización de la red hídrica y para toda la duración del hidrograma, obteniéndose valores máximos para el máximo caudal del hidrograma.

Capítulo 7

Caso de Estudio a un Proyecto Local

7.1. Descripción general del proyecto

El proyecto de inversión Pública - Estudio para la construcción de 06 puentes del proyecto: construcción de carretera San José Choymacota, tramo: Apulema - Pachachaca - Chongos - fue elaborado por el Gobierno Regional de Ayacucho, mediante los servicios de la Empresa Consorcio San José. Esta sección es transcrito desde el expediente técnico del proyecto.

El puente Apulema se encuentra ubicado en el km 0 ` 000 del tramo Apulema - Pachachaca - Chongos, la cual forma parte de la carretera San José de Choymacota distrito de Llochegua, provincia de Huanta, departamento de Ayacucho. El proyecto es prioritario por la no existencia del puente y el transporte para cruzar de un extremo a otro al río Apulema, or esta razón esto se realiza 100.00m aguas arriba del puente proyectado en donde el cauce esta dividido en dos cauces menores, el de la quebrada de Putis y la quebrada de Tantamioc y puede ser cruzado con el apoyo de cuerdas y troncos. Se debe de precisar que el tramo Apulema - Pachachaca - Chongos esta en la actualidad a nivel de estudio por parte del Gobierno Regional de Ayacucho y que esta recorre paralelamente en algunos tramos con el camino de herradura Santa Teresa - Putis.

En la margen derecha del río tenemos una diferencia de altura de 5.00m aproximadamente, mientras que en la margen izquierda es tan solo de 3.00m., por lo que se tendrá de realizar obras adicionales de protección del estribo. De acuerdo a los datos de GPS y altimetría del perfil de la carretera desarrollado por el Gobierno Regional de Ayacucho, la cota de razante se plantea inicialmente en 2,754.00msnm., el cual será precisado con los estudios hidrológicos y geológicos de la zona. Debido a las características del río Apulema, tormentoso y caudaloso se considero la ubicación del puente en un tramo perpendicular al río, y ubicado 60.00m aguas abajo después de la confluencias de los ríos Putis y Tantamioc.

Los criterios de diseño para el proyecto tomados son: para realizar el estudio definitivo del puente Apulema y accesos se ha considerado el Manual de Diseño de Puentes del Ministerio de Transportes y Comunicaciones. Para realizar los cálculos de las estructuras del puente se considera la sobrecarga de camiones denominada AASHTO HL-93. El formato adoptado para el calculo es la de Cargas y Resistencias Factoradas (LRFD). Este puente es diseñado para satisfacer límites de seguridad y de servicio.

De igual forma se debe de tener en cuenta los resultados obtenidos de capacidad portante en el fondo de zapata, el nivel de aguas máximas extraordinarias (NAME) para una proyección de 100 años, los resultados del estudio Geológico y Geotecnia de la zona, y todos los estudios básicos aplicados al proyecto, como son:

- Estudios topográficos.
- Estudios Hidrológicos e Hidráulico.
- Estudios Geológicos y Geotécnicos.
- Estudios de Riesgo Sísmico.
- Estudio de Impacto Ambiental.
- Estudio de Trafico.

- Estudios Complementarios.
- Estudios de Trazo de la Vía, etc.

De acuerdo a los estudios de costos, facilidad de construcción e implementación y las condiciones topográficas y dimensiones del puente se ha considerado realizar el desarrollo de un Puente Mixto de 30.00 m de tres vigas de Alma doble T de acero y losa armada de 0.20m., con un ancho de vía asfaltada de 5.50m. y veredas laterales de 0.75m., ubicado a 60 m aguas debajo de la confluencia de los ríos Putis y Tantamioc.

Desde el expediente técnico del proyecto se tomará lo necesario para el análisis del transporte de sedimentos en el río Apulema.

7.1.1. Estudio topográfico

El levantamiento topográfico de la zona de interés, incidiendo principalmente en la sección transversal del Río Apulema, generando detalles de la batimetría del río caracterizándolo cada 20 metros, las secciones próximas a la ubicación del puente caracterizándolo a cada 5m; el estudio topográfico se realizó 1000 metros aguas arriba desde la fundación del puente y 500 metros aguas abajo.

Para la aplicación requerida, son necesarios las secciones transversales del río Apulema, que se obtiene desde el estudio topográfico, contenido en el Expediente técnico del Proyecto Estudio para la construcción de 06 puentes del proyecto: construcción de carretera San José Choymacota, tramo: Apulema - Pachachaca - Chongos. Los planos a detalle de las secciones transversales del Río Apulema y de la ubicación y localización del proyecto se encuentran en los anexos.

7.1.2. Estudio hidrológico

El presente estudio, tiene los siguientes objetivos:

1. Evaluar las características hidrológicas del río Apulema, en el KM 0+000 de la carretera San José de Choymacota, tramo Apulema-Pachachaca-Chongos.
2. Determinar las características hidrológicas e hidráulicas del río en el sitio de emplazamiento de la estructura propuesta, con la finalidad de determinar: las cotas de los máximos niveles de agua esperados, la profundidad de cimentación por efectos de socavación general y local y las protecciones necesarias que no permitan el asentamiento o volteo de la estructura proyectada sobre el lecho del río, ante la ocurrencia de caudales máximos normales y eventualmente extraordinarios de un determinado periodo de retorno y probabilidad de ocurrencia, acorde a consideraciones usuales de diseño.

En el presente estudio se ha efectuado la recopilación de información básica disponible tanto en gabinete como en campo, relacionada a aspectos hidrometeorológicos, hidráulicos, topográficos, morfológicos y otros, que permitan plantear la metodología de trabajo apropiada, con la finalidad de determinar los procesos hidráulicos del río.

La visita y recopilación de información de campo es importante pues ha permitido apreciar en el mismo lugar la probabilidad de ocurrencia de diversos caudales en función a indicadores físicos presentes, tales como marcas o huellas de máximos niveles de agua ocurridos, variación de cauce del río y otros. De igual manera, se ha observado las características favorables del lecho del río ante procesos de mecánica fluvial y erosión.

Con los datos obtenidos en campo y en gabinete, se procedió con el cálculo de los principales indicadores hidráulicos y de mecánica fluvial del río: caudales máximos, velocidades medias, velocidades erosivas, socavación general, socavación local, socavación total, capacidad de arrastre, capacidad de transporte de sedimentos y determinación del cauce de equilibrio.

Con los valores obtenidos y la experiencia en este tipo de trabajos, se procede a calcular y verificar la profundidad de cimentación por efectos de socavación, la longitud de la luz del puente, las obras de protección necesarias en el lecho del río para mitigar los efectos de la erosión y las necesidades de encauzamiento en la zona de emplazamiento del puente.

Las conclusiones del estudio hidrológico son las siguientes:

- a)- El eje para el Puente Apulema sobre el río tiene una cota de fondo del lecho del río igual a 2,747.79 msnm.
- b)- El caudal de máximas avenidas ordinarias, $T_r = 25$ años, y de máximas avenidas extraordinarias, $T_r = 100$ años, del río Apulema, en el punto de ubicación del Puente, es de $103\text{m}^3/\text{s}$ y $149\text{m}^3/\text{s}$ respectivamente.
- c)- La longitud de la luz del Puente Apulema, recomendada desde el punto de vista hidráulico es igual a 30m, porque permitirá el flujo libre del agua y evitara fuertes valores de erosión.
- d)- El nivel de agua máximo de diseño del río es igual a 2,749.55 msnm considerando una cota del fondo del río en el eje del Puente igual a 2,747.79 msnm.
- e)- La cota del nivel de cimentación de los estribos del Puente, recomendada por efectos de socavación total es de 2,745.39 msnm, considerando una profundidad de cimentación de 2.4m con respecto al fondo del río ubicado en la cota 2,747.79 msnm, disponiendo adicionalmente un enrocado de protección alrededor de los estribos consistente en piedras grandes con diámetro máximo de 110cm hasta una altura de 2.12m por encima del nivel de cimentación, luego de la cual irá relleno con material propio del lecho del río.
- f)- El enrocado de protección de estribos deberá contener rocas cuya gradación se muestra en el Cuadro No 66, con diámetros que varían de 0.40m a 1.10m.

g)- La instalación de estructuras de encauzamiento mínimas aguas arriba del puente y sobre ambas márgenes son necesarias; pero deberá ser protegido alrededor de los estribos con un enrocado de protección con piedras de tamaños indicados anteriormente, aguas arriba y aguas abajo, en una longitud como mínimo igual a 5.0m.

El cauce del río en el tramo que corresponde a la ubicación del eje puente tiene una pendiente de 14.3 % y está conformado básicamente por material aluvial cuya matriz se encuentra formada por arenas y gravas que tienen como límite hasta un diámetro medio y máximo de 5.0cm y 20cm, respectivamente, siendo las características de rugosidad similar a la de los ríos serranos de pendiente media y adoptándose acorde a los resultados de campo obtenidos y los cálculos correspondientes coeficientes de rugosidad de Manning en el lecho principal igual a 0.047 y en lecho exterior de avenidas igual a 0.051.

A partir de las muestras tomadas, se obtiene un $D_{84} = 217\text{mm}$, el mismo que permitirá determinar el coeficiente de rugosidad de Manning para el lecho del río en el tramo de estudio, asume el valor promedio que resulta 0.51, tal como ya se ha mencionado anteriormente. Con estos valores se ha procedido con los cálculos hidráulicos del flujo de agua en la sección de control.

Los datos necesarios, planos de la cuenca aportante al río Apulema y características morfométricas se encuentran en los planos considerado en los anexos.

7.1.3. Estudio geológico y geotécnico

Los Objetivos que orientan al presente estudio, son los siguientes:

- Registrar y estudiar las características geológico-estructurales del subsuelo en el sector de fundación del puente Apulema (Km 0+000).
- Estudiar el comportamiento geomecánico del suelo y/o estrato de fundación del puente.

- Evidenciar las características sísmo - tectónicas que presenta el área del proyecto.
- Identificar los problemas geotécnicos que eventualmente confronte el proyecto, así como plantear las respectivas alternativas de solución.

Las conclusiones del estudio geológico y geotécnico, contenidos por el expediente técnico del proyecto son:

- a)- Como base se utilizo el boletín geológico N72, Cuadrante geológico de Huanta, del instituto Geologico,Minero y Metalúrgico INGEMMET, Hoja 26 ñ a escala 1:100 000
- b)- La geología donde se emplazará la obra es simple, representado por la presencia de material aluvial en el estribo derecho e izquierdo, subyacen rocas correspondientes al grupo ambo.
- c)- En el estribo derecho e izquierdo se emplazara sobre suelos residuales.
- d)- No se ha notado la presencia de estructuras geológica (fallas u otros) que comprometan la seguridad física de la obra.
- e)- Se realizaron dos sondajes en el área en estudio mediante refracción sísmica lo que nos muestra el perfil estratigráfico donde se cimentara el futuro puente.
- f)- Se recomienda cimentar el estribo derecho a 9.61 m de profundidad sobre la formación ambo.
- g)- Se recomienda cimentar el estribo izquierdo a 6.94 m de profundidad sobre la formación ambo.

7.2. Recopilación de la información

La información necesaria para el análisis del transporte de sedimentos en el río Apulema es tomado como fuente única y principal, desde el Expediente técnico

Estudio para la construcción de 06 puentes del proyecto: construcción de carretera San José Choymacota, tramo: Apulema - Pachachaca - Chongos, realizado como proyecto de inversión pública para el Gobierno Regional de Ayacucho.

7.2.1. Datos geométricos

Son necesarias la planimetría y los perfiles transversales del río Apulema, las mismas que se obtuvieron mediante un levantamiento topográfico del río juntamente a los tirantes del río en secciones pre establecidas. La planimetría del río se detalla 100m aguas arriba desde la ubicación del puente y 100m aguas abajo, como se muestra en los Anexos (Plano Topográfico Puente Apulema - PT01) y en la Figura 7.1.

Figura 7.1: Planimetría obtenido mediante levantamiento topográfico del río Apulema

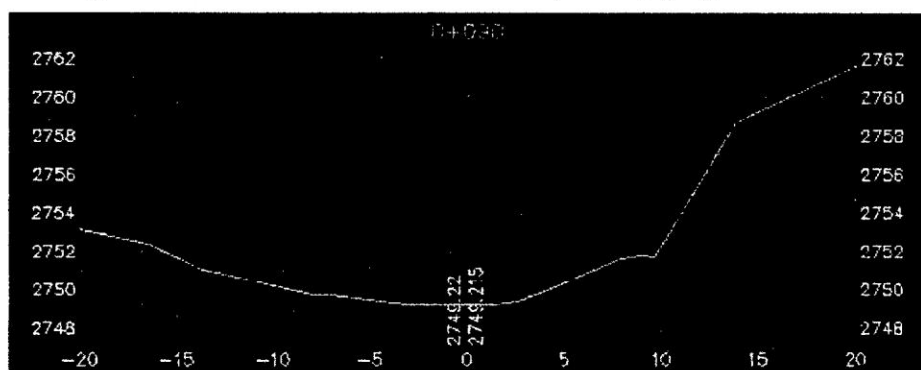


FUENTE: "ESTUDIO PARA LA CONSTRUCCIÓN DE 06 PUENTES DEL PROYECTO: CONSTRUCCIÓN DE CARRETERA SAN JOSÉ CHOYMACOTA, TRAMO, APULEMA-PACHACHACA-CHONGOS" (CONSORCIO SAN JOSE, 2010)

Las secciones transversales del río Apulema se obtienen cada 20m y en la ubi-

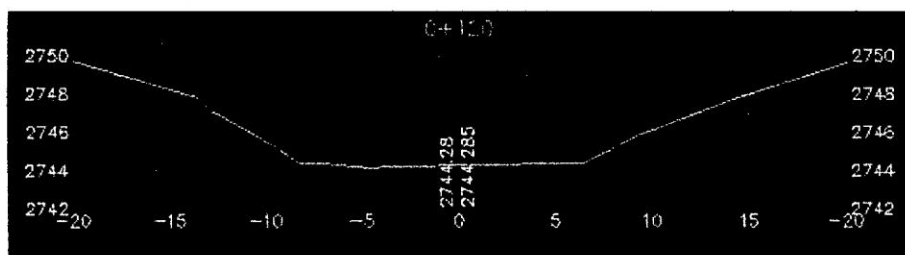
cación inmediatas al puente se obtienen detalles de las secciones del río hasta cada 5m de separación, en total se dispone de 50 secciones transversales correspondiente a todo el desarrollo de la planimetría; las secciones transversales consideradas y las alturas de agua en las mismas se muestran en los planos considerado en los anexos y la secciones correspondientes a las progresivas 0 + 090 y 0 + 120 se muestran en la Figuras 7.2 y 7.3 respectivamente.

Figura 7.2: Sección transversal río Apulema, progresiva 0+090



FUENTE: "ESTUDIO PARA LA CONSTRUCCIÓN DE 06 PUENTES DEL PROYECTO: CONSTRUCCIÓN DE CARRETERA SAN JOSÉ CHOYMACOTA, TRAMO, APULEMA-PACHACHACA-CHONGOS" (CONSORCIO SAN JOSE, 2010)

Figura 7.3: Sección transversal río Apulema, progresiva 0+ 120



FUENTE: "ESTUDIO PARA LA CONSTRUCCIÓN DE 06 PUENTES DEL PROYECTO: CONSTRUCCIÓN DE CARRETERA SAN JOSÉ CHOYMACOTA, TRAMO, APULEMA-PACHACHACA-CHONGOS" (CONSORCIO SAN JOSE, 2010)

7.2.2. Estudio Granulométrico

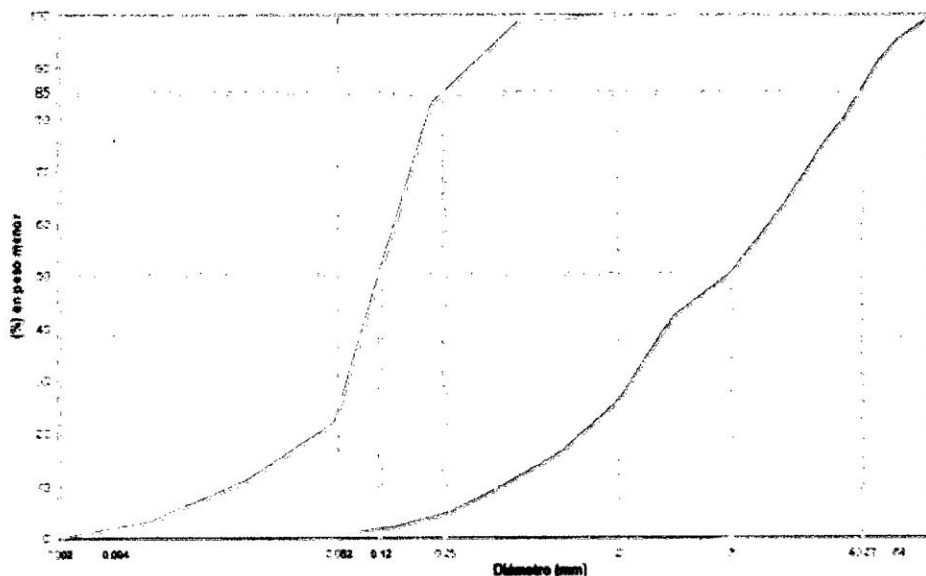
Es necesario conocer la estructura granular que forma el lecho del río y sus riberas, Las dos características más importantes del material del cauce, por su influencia en el transporte de sedimentos, son el peso específico de los materiales y la granulometría de los mismos. Por lo que respecta al peso específico, cabe decir que el cuarzo, debido a su gran estabilidad, es el mineral más frecuente en la composición de los sedimentos transportados por el agua. Por ello el peso específico relativo de las arenas es muy similar al del cuarzo $\gamma_s = 2.65t/m^3$, este valor es el que

normalmente se emplea en los cálculos ya que varía muy poco de unos cauces a otros.

Por granulometría se entiende la distribución de tamaños de las partículas de una muestra. Normalmente se evalúa tamizando una muestra de material y pesando la fracción que pasa un tamiz pero es retenida por el siguiente, más pequeño en tamaño. Por ello como tamaño se entiende la dimensión decisiva D que hace que una partícula sea retenida o pase por un cedazo. A menudo se denomina a esta dimensión D : diámetro, pues se asume una forma de partícula esférica o elipsoidal.

La representación habitual de la granulometría de una muestra es la curva granulométrica (Figura 7.4). En una curva granulométrica se entiende por D_n , el tamaño tal que el n % del material en peso es menor que él. Así por ejemplo D_{10} indica el tamaño tal que únicamente el 10 % del peso de la muestra tiene dimensiones menores. Se emplean con mucha frecuencia, para caracterizar los lechos, los diámetros D_{85} y D_{50} , que es la mediana de la muestra. El D_{85} tiene la particularidad de que es fácil de estimar si no se cuenta con un análisis granulométrico.

Figura 7.4: Curvas granulométricas típicas



FUENTE: "ESTUDIO PARA LA CONSTRUCCIÓN DE 06 PUENTES DEL PROYECTO: CONSTRUCCIÓN DE CARRETERA SAN JOSÉ CHOYMACOTA, TRAMO, APULEMA-PACHACHACA-CHONGOS" (CONSORCIO SAN JOSE, 2010)

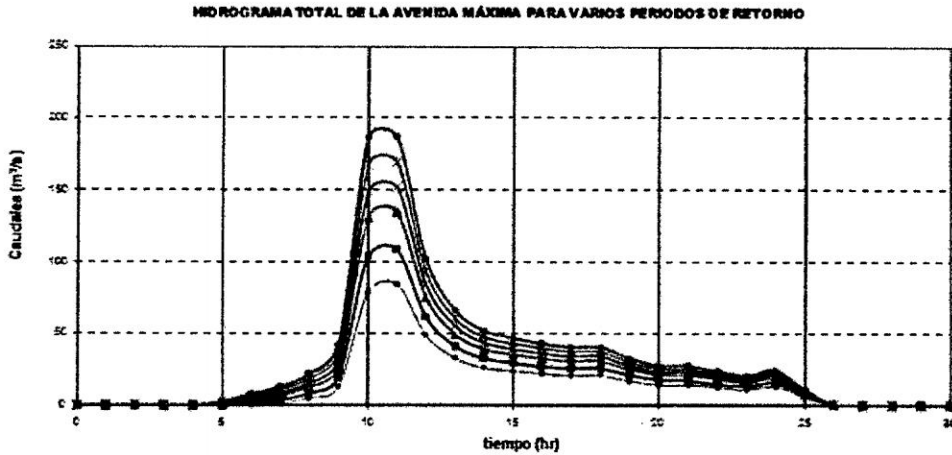
Desde los estudios de ingeniería contenidos por el expediente técnico se obtiene:

El cauce del río en el tramo que corresponde a la ubicación del eje puente tiene una pendiente de 14.3 % y está conformado básicamente por material aluvial cuya matriz se encuentra formada por arenas y gravas que tienen como límite hasta un diámetro medio y máximo de 5.0cm y 20cm, respectivamente, siendo las características de rugosidad similar a la de los ríos serranos de pendiente media y adoptándose acorde a los resultados de campo obtenidos y los cálculos correspondientes coeficientes de rugosidad de Manning en el lecho principal igual a 0.047 y en lecho exterior de avenidas igual a 0.051. A partir de las muestras tomadas, se obtiene un D_{85} “ 217mm, el mismo que permitirá determinar el coeficiente de rugosidad de Manning para el lecho del río en el tramo de estudio, se asume el valor promedio que resulta 0.51, tal como ya se ha mencionado anteriormente. Con estos valores se ha procedido con los cálculos hidráulicos del flujo de agua en la sección de control.

7.2.3. Hidrograma de máxima avenida

Los resultados para el estudio hidrológico son tomados desde el Expediente Técnico del Proyecto Estudio para la construcción de 06 puentes del proyecto: construcción de carretera San José Choymacota, tramo: Apulema - Pachachaca - Chongos, donde en lo que corresponde a las conclusiones establece: El caudal de máximas avenidas ordinarias, $T_r = 25$ años, y de máximas avenidas extraordinarias, $T_r = 100$ años, del río Apulema, en el punto de ubicación del Puente, es de $103\text{m}^3/\text{s}$ y $149\text{m}^3/\text{s}$ respectivamente (Figura 7.5).

Figura 7.5: Hidrogramas para diferentes tiempos de retorno



FUENTE: "ESTUDIO PARA LA CONSTRUCCIÓN DE 06 PUENTES DEL PROYECTO: CONSTRUCCIÓN DE CARRETERA SAN JOSÉ CHOYMACOTA, TRAMO, APULEMA-PACHACHACA-CHONGOS" (CONSORCIO SAN JOSE, 2010)

y lo que corresponde a la hidráulica final, establece: el nivel de agua máximo de diseño del río es igual a 2,749.55 msnm considerando una cota del fondo del río en el eje del Puente igual a 2,747.79 msnm.

7.2.4. Mecánica de suelos y geología

Provee la identificación de los tipos de suelo en que basa su existencia el sistema completo del río y demás propiedades necesarias para el análisis del transporte de sedimentos.

7.3. Modelización del transporte de sedimentos

Identificado la zona de estudio y los datos necesarios para la obtención del transporte de sedimentos, es necesario preparar los datos de la manera establecida por la aplicación desarrollada; debido a la existencia amplia de los datos de entrada, que son: coordenadas de las secciones transversales, caudal base, nivel de agua en condiciones normales(para el caudal base) en todas las secciones transversales, propiedades del suelo(granulometría, resistencia al esfuerzo cortante, etc), los hidrogramas de máxima avenida para distintos periodos de retorno - el tratamiento es puramente matricial. Por otra parte, la solución se realiza mediante una aproximación numérica con el método de diferencias finitas y su solución es computacional, mediante la

implementación de un programa, en este caso elaborado desde MATLAB haciendo uso de Entorno de Desarrollo Integrado y a base de la Interfaz Gráfica de Usuario, donde el usuario final interactúa con la aplicación a base de eventos, asignado a los controles de un formulario principal. La Figura 7.6 muestra la aplicación creada desde MATLAB.

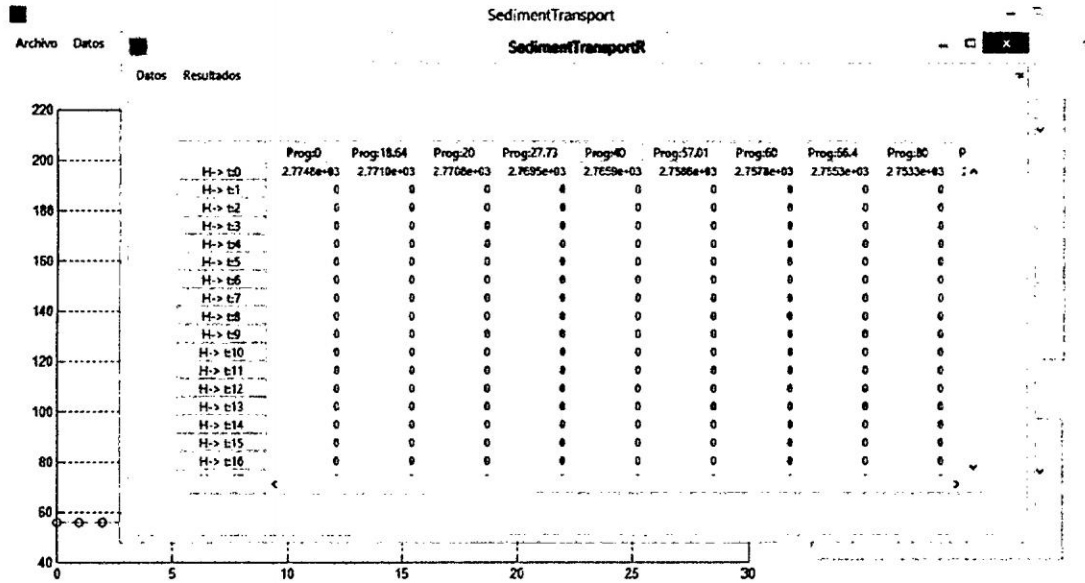


Figura 7.6: Aplicación Sediment Transport

Capítulo 8

Resultados

8.1. Generalidades

La aplicación elaborada en el presente trabajo se organiza convenientemente en una hoja de cálculo, debido a la facilidad de lectura desde MATLAB y la organización de datos en formato matricial de dos dimensiones. La Figura 8.1 muestra la disposición de los datos geométricos del río (coordenadas de su sección transversal y su distinción mediante progresivas), cota del fondo del río (expresado en metros sobre el nivel del mar), cota del espejo de agua correspondiente a cada sección transversal (altura de agua ocupado por el caudal base, en condiciones normales), el Coeficiente de Manning correspondiente a la margen izquierda y derecha a partir del centro del río y las propiedades geológicas y de mecánica de suelos para cada sección transversal considera.

Por otra parte, los datos hidrológicos para máximas avenidas, queda establecida como se muestra en la Figura 8.2; a la aplicación Sediment Transport se le dotó la capacidad de leer hidrogramas para distintos tiempos de retorno y, como debe ser, mostrar los hidrogramas gráficamente para un tiempo de retorno seleccionado, Figura 8.3; desde la hoja de cálculo los componentes del hidrograma se disponen de la siguiente forma: la fila uno para los tiempos de retorno y debajo en las columnas sus respectivos caudales para cada duración especificada en la columna uno.

ARCHIVO INICIO INSERTAR DISEÑO DE PÁGINA FÓRMULAS DATOS REVISAR VISTA DESARROLLADOR COMPLEMENTOS NITRO PRO 9 TEAM Edmundo ECG E...

Calibri 11 A A General

Pegar Fuente Alineación Número Estilos Celdas Modificar

K24 fx

	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
1	18.640	20.000	27.730	40.000	57.010	60.000	66.400	80.000	85.900	90.000	98.740	100.000	101.920	110.000	120.000	126.850	135.200	140.000
2	0.082	0.081	0.075	0.082	0.081	0.075	0.082	0.081	0.075	0.082	0.081	0.075	0.082	0.081	0.075	0.082	0.081	0.075
3	0.079	0.078	0.080	0.079	0.078	0.080	0.079	0.078	0.080	0.079	0.078	0.080	0.079	0.078	0.080	0.079	0.078	0.080
4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5																		
6	2775.547	2774.451	2772.810	2770.617	2760.160	2760.024	2758.935	2758.601	2756.152	2758.033	2751.881	2752.376	2753.049	2750.793	2750.275	2748.088	2745.513	2746.290
7	2771.221	2771.002	2769.727	2769.532	2759.240	2759.247	2757.462	2755.624	2753.209	2753.788	2750.315	2750.209	2750.653	2747.934	2748.404	2746.389	2744.108	2743.859
8	2771.178	2770.889	2769.403	2765.473	2758.448	2758.287	2756.164	2753.520	2750.901	2750.272	2748.501	2748.076	2747.912	2745.972	2745.511	2744.749	2743.608	2741.823
9	2769.758	2769.576	2768.332	2765.358	2757.440	2756.950	2755.215	2752.103	2749.893	2749.374	2748.233	2747.925	2747.533	2745.525	2744.074	2744.138	2743.065	2741.492
10	2769.970	2769.653	2768.616	2764.964	2757.943	2756.641	2754.127	2752.058	2750.452	2749.337	2747.940	2747.737	2747.334	2745.390	2743.929	2743.656	2742.544	2741.019
11	2771.638	2771.361	2769.125	2764.717	2758.129	2757.109	2755.056	2752.268	2751.679	2750.351	2748.322	2747.730	2746.996	2745.642	2744.549	2743.299	2741.995	2740.644
12	2775.146	2774.684	2769.894	2765.677	2759.170	2758.314	2756.982	2754.689	2752.964	2752.369	2750.623	2750.043	2749.235	2747.558	2746.145	2744.208	2744.557	2742.877
13	2776.481	2775.792	2772.444	2768.581	2762.459	2761.804	2760.750	2759.053	2761.045	2760.473	2753.227	2752.929	2751.730	2750.198	2748.359	2747.802	2747.631	2746.200
14	2778.326	2778.013	2774.593	2771.605	2765.579	2765.135	2764.408	2762.788	2764.818	2763.904	2754.385	2754.195	2753.453	2752.855	2752.020	2751.629	2750.515	2749.795
15																		
16																		

Hoja1 Hoja2 Hoja2 (2) Hoja3

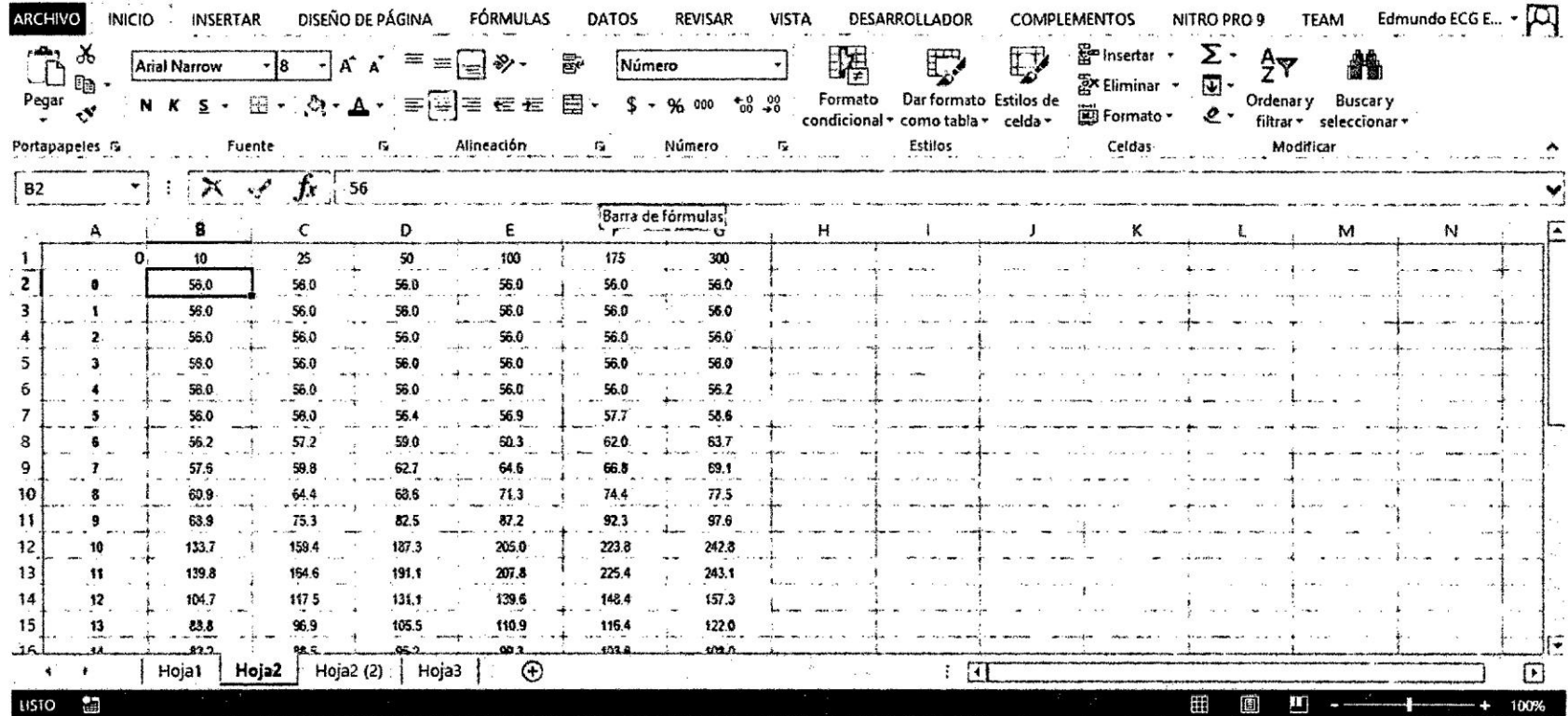
Fuente: Programa elaborado en MATLAB.

Fila 1 : Perímetro mojado

Fila 2 al 3 : Coeficiente de Manning

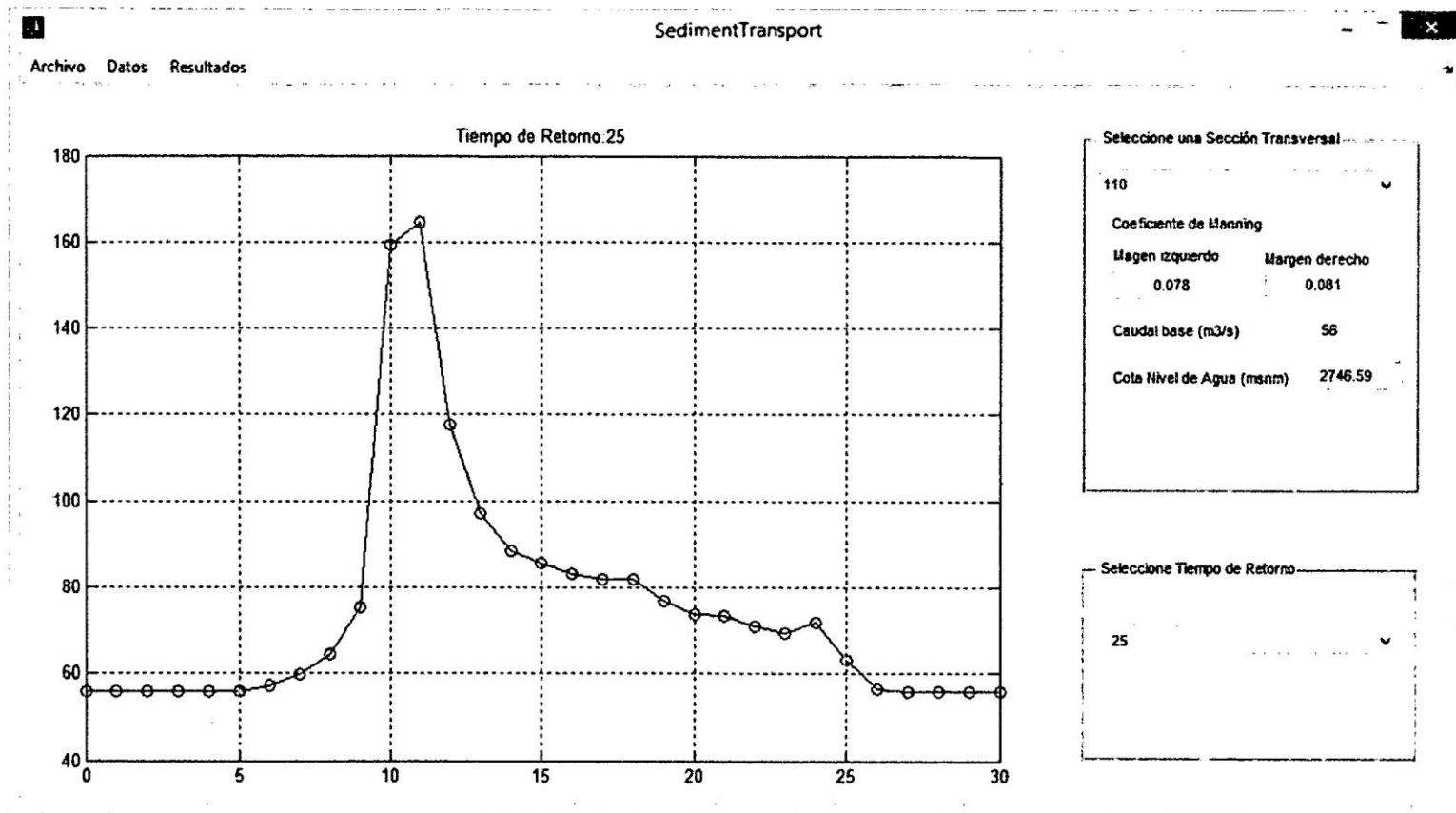
Fila 5 al 14: Cota en m.s.n.m.

Figura 8.1: Organización de los datos geométricos y propiedades del suelo



Fuente: Programa elaborado en MATLAB.
 Fila 1 : Tiempo de Retorno en Años
 Fila 2 al 16 : Caudal en m3/sg.

Figura 8.2: Organización de los datos hidrológicos

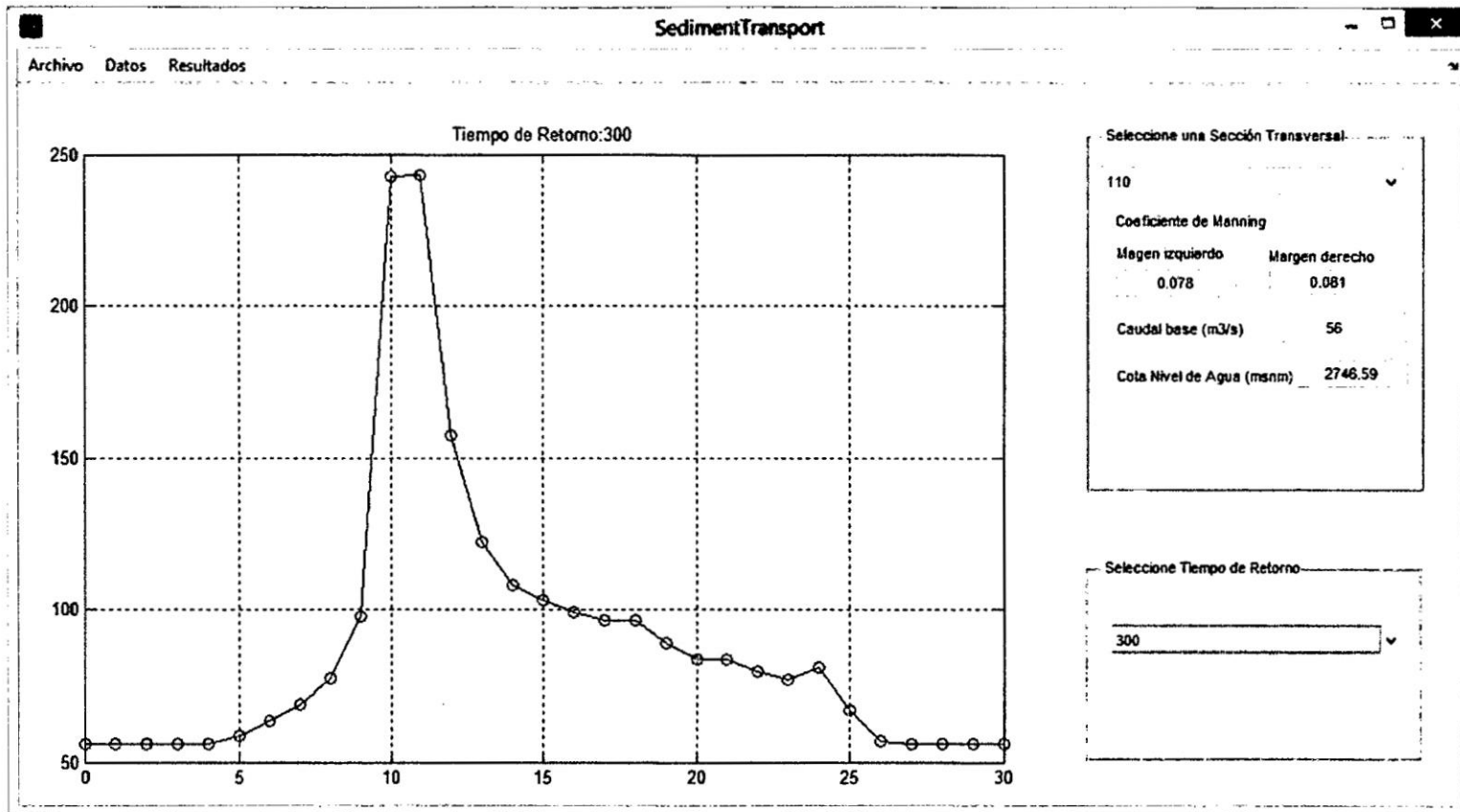


Fuente: Programa elaborado en MATLAB.

Eje Y : Caudal m³/sg

Eje X : Tiempo en años

Figura 8.3: Hidrograma de máximas avenidas para un Tiempo de Retorno de 25 años



Fuente: Programa elaborado en MATLAB.

Eje Y : Caudal m3/sg

Eje X : Tiempo en años

Figura 8.4: Hidrograma de máximas avenidas para un Tiempo de Retorno de 300 años

Las secciones transversales y sus propiedades (topográficas, batimétricas, granulométricas, hidráulicas e hidrológicas), elementos imprescindibles y fundamentales para la modelización del transporte de sedimentos en el flujo de agua en canales naturales, queda establecida como se muestra en la Figura 8.7, donde se muestra las secciones transversales y sus propiedades para la sección transversal seleccionada. Las progresivas fueron dispuestas en un control desplegable para su fácil selección, Figura 8.5, de la misma manera que los hidrogramas para los tiempos de retorno, Figura 8.6.

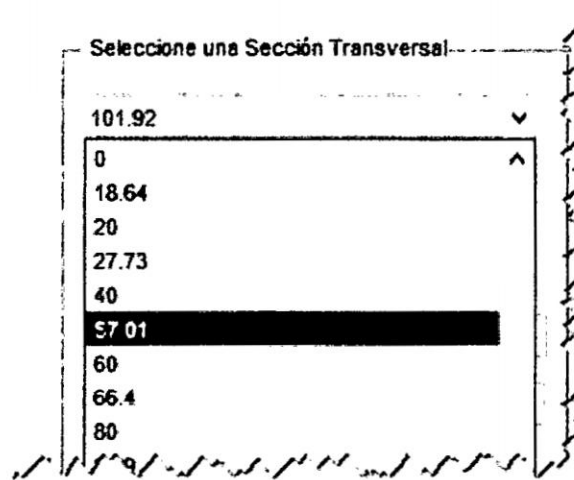


Figura 8.5: Seleccionar progresiva de las secciones transversales

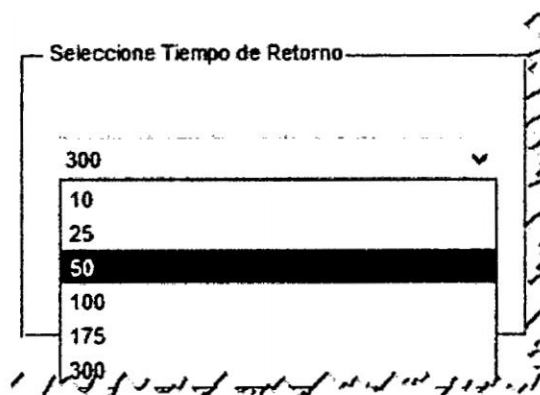
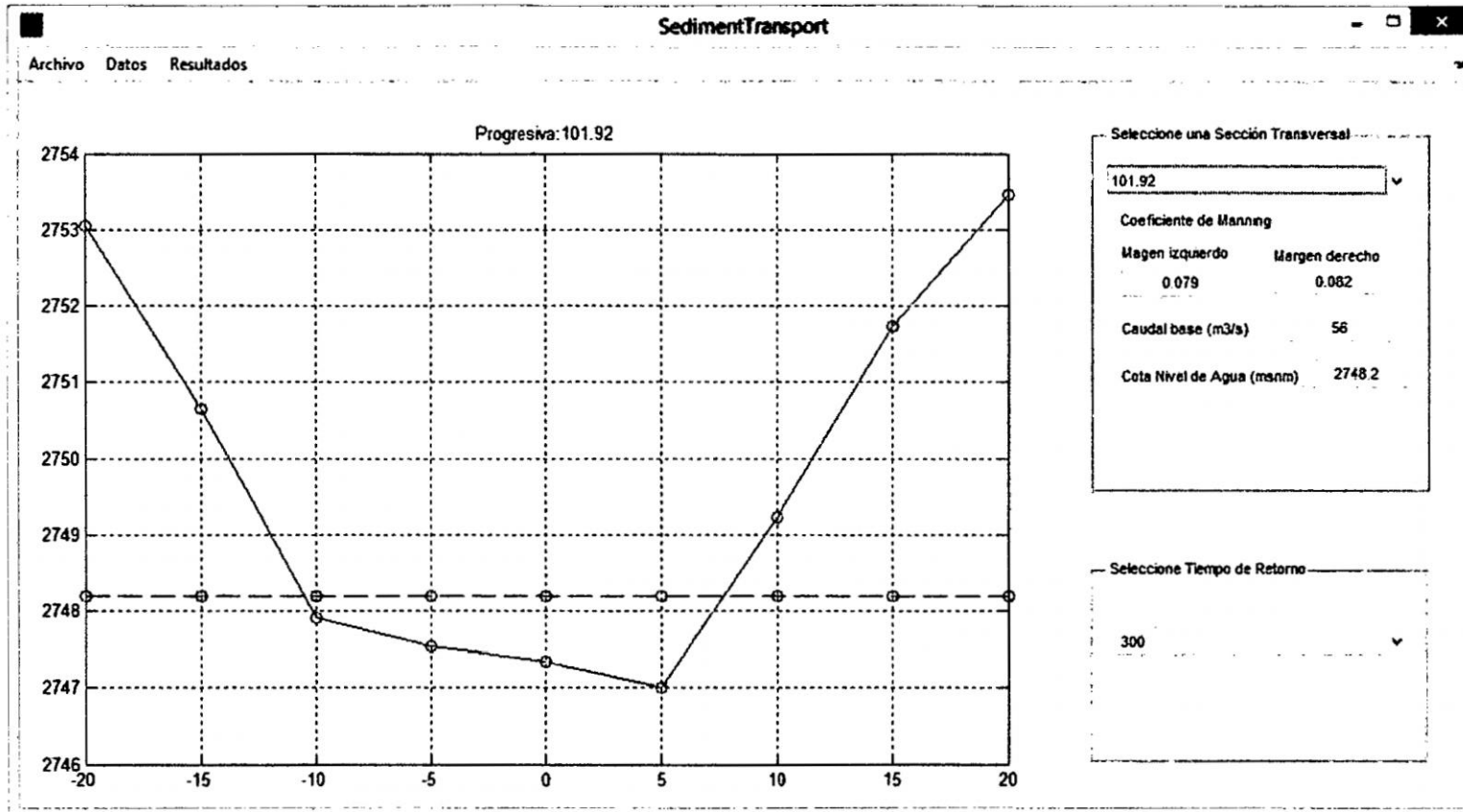


Figura 8.6: Seleccionar progresiva de las secciones transversales



Fuente: Programa elaborado en MATLAB.
 Eje Y : Cota m.s.n.m.
 Eje X : Ancho rio en mt.

Figura 8.7: Sección transversal y propiedades

8.2. Proceso de cálculo

Dispuesto los datos necesarios, descritos en la sección anterior, se procede con los cálculos de los caudales, cotas del espejo de agua y el transporte de sedimentos, se realiza los pasos descritos siguientes.

8.2.1. Discretización temporal

Este procedimiento queda establecido por cada uno de las secciones transversales consideradas en la representación del río, directamente relacionado con los datos topográfico y batimétricos.

8.2.2. Discretización espacial

Queda establecido por las duraciones de los hidrogramas considerados desde el estudio hidrológico. Desde la gráfica del hidrograma, se toman las abscisas y estos mismos tiempos representan la discretización en el tiempo. Finalmente, el proceso de cálculo consiste en obtener caudales, alturas de agua y el transporte de sedimentos en las intersecciones de cada grilla formada por la discretización espacial y temporal.

8.2.3. Condiciones iniciales

Las condiciones iniciales, valores conocidos desde la toma de los datos, para cada sección transversal considerado, son las cotas del espejo de agua mostrado en la Figura 8.8, de la misma forma, el caudal en condiciones de estiaje o el caudal base, mostrado en la Figura 8.9. Conociendo la cota del espejo de agua, se generan las otras propiedades geométricas(geométricas hidráulicas) para la sección transversal: Area mojada, Figura 8.10; perímetro mojado, Figura 8.11; espejo de agua, Figura 8.12. En las Figuras 8.8 - 8.12 solo existen valores en la fila cero, esto es en las condiciones iniciales, para tiempos mayores al tiempo inicial se obtendrán los resultados en los proceso de cálculo.

SedimentTransportR

Datos Resultados

	Prog:0	Prog:18.64	Prog:20	Prog:27.73	Prog:40	Prog:57.01	Prog:60	Prog:66.4	Prog:80	P
H-> t0	2.7748e+03	2.7710e+03	2.7708e+03	2.7695e+03	2.7659e+03	2.7586e+03	2.7578e+03	2.7553e+03	2.7533e+03	1 ^
H-> t1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
H-> t2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
H-> t3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
H-> t4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
H-> t5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
H-> t6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
H-> t7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
H-> t8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
H-> t9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
H-> t10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
H-> t11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
H-> t12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
H-> t13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
H-> t14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
H-> t15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
H-> t16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

Figura 8.8: Cota del espejo de agua [mt.] (condición inicial)

SedimentTransportR

Datos Resultados

	Prog:0	Prog:18.64	Prog:20	Prog:27.73	Prog:40	Prog:57.01	Prog:60	Prog:66.4	Prog:80	P
Q-> t0	56	56	56	56	56	56	56	56	56	56
Q-> t1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q-> t2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q-> t3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q-> t4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q-> t5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q-> t6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q-> t7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q-> t8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q-> t9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q-> t10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q-> t11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q-> t12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q-> t13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q-> t14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q-> t15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q-> t16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Figura 8.9: Caudal base [m³/sg] (condición inicial)

SedimentTransportR

Datos Resultados

	Prog:0	Prog:18.64	Prog:20	Prog:27.73	Prog:40	Prog:57.01	Prog:60	Prog:66.4	Prog:80	P
A-> t0	0.9250	13.4100	14.4225	14.9475	20.8350	15.1563	13.4550	9.5600	14.7750	^
A-> t1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
A-> t2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
A-> t3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
A-> t4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
A-> t5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
A-> t6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
A-> t7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
A-> t8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
A-> t9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
A-> t10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
A-> t11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
A-> t12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
A-> t13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
A-> t14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
A-> t15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
A-> t16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	^

Figura 8.10: Área mojada [m²] (condición inicial)

SedimentTransportR

Datos Resultados

	Prog:0	Prog:18.64	Prog:20	Prog:27.73	Prog:40	Prog:57.01	Prog:60	Prog:66.4	Prog:80
Pm-> t0	35.2927	20.1952	20.2054	35.1551	35.0935	35.1422	20.1600	20.1900	20.2036
Pm-> t1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Pm-> t2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Pm-> t3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Pm-> t4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Pm-> t5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Pm-> t6	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Pm-> t7	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Pm-> t8	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Pm-> t9	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Pm-> t10	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Pm-> t11	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Pm-> t12	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Pm-> t13	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Pm-> t14	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Pm-> t15	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Pm-> t16	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Figura 8.11: Perímetro mojado [mt.] (condición inicial)

SedimentTransportR

Datos Resultados

	Prog:0	Prog:18.64	Prog:20	Prog:27.73	Prog:40	Prog:57.01	Prog:60	Prog:66.4	Prog:80	P
B-> t0	35	20	20	35	35	35	20	20	20	^
B-> t1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
B-> t2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
B-> t3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
B-> t4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
B-> t5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
B-> t6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
B-> t7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
B-> t8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
B-> t9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
B-> t10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
B-> t11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
B-> t12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
B-> t13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
B-> t14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
B-> t15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
B-> t16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	∨

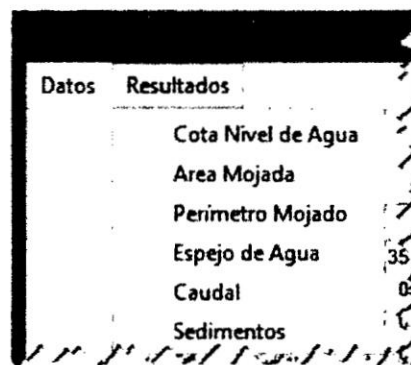
Figura 8.12: Espejo de agua[mt.] (condición inicial)

8.2.4. Condiciones de contorno

Las condiciones de contorno están dados por:

- Condiciones de contorno aguas arriba: establecido por el hidrograma de máximas avenidas, si bien la aplicación recibe datos para distintos tiempos de retorno, los cálculos lo realiza por vez, sólo para el hidrograma del tiempo de retorno seleccionado. En la sección transversal inicial aguas arriba, para el caudal conocido, es posible conocer la cota del espejo de agua, conociendo ambos valores(caudal y cota espejo de agua), pero la metodología aplicada sólo requiere el conocimiento previo de uno de ellos.
- Condiciones de contorno aguas abajo: se parte de las condiciones iniciales, corrigiendo para cada línea de tiempo.

8.3. Resultados generales



Datos	Resultados
	Cota Nivel de Agua
	Area Mojada
	Perimetro Mojado
	Espejo de Agua 35
	Caudal 02
	Sedimentos

Figura 8.13: Menú resultados numéricos

Establecido los datos necesarios y obtenido las condiciones iniciales, haciendo uso de las ecuaciones de la cantidad de movimiento, la ecuación del momentum y la ecuación del transporte de sedimentos, expresados todos en sus equivalentes mediante diferencias finitas, Capítulo 5 página 59; se aplica a cada grilla formada por la discretización espacial y temporal obteniendo los valores requeridos en sus intersecciones, estos valores son: caudales y cotas del espejo de agua, para cada

línea de tiempo. La consulta de los resultados ha sido implementado tanto numérico, Figura 8.13, como gráficamente, mostrado en la Figura 8.14.

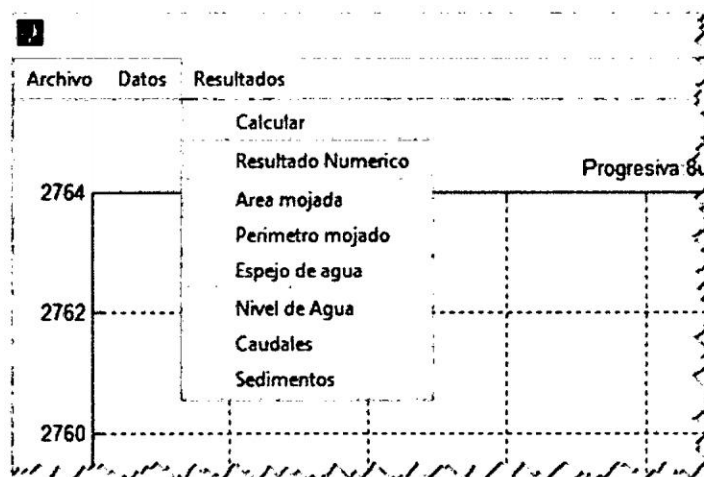


Figura 8.14: Menú resultados gráficos

8.4. Resultados específicos

En esta sección se obtienen los valores del sedimento transportado en las intersecciones de cada grilla formado por la discretización espacial y temporal, mediante las formulaciones establecidas en el Capítulo 2, de la página 13.

Capítulo 9

Conclusiones, Recomendaciones y Trabajos Futuras

9.1. Conclusiones

9.1.1. De la teoría

- a.- Suponer que un flujo es unidimensional simplifica su estudio, sin embargo las hipótesis que hacen esto posible muy pocas veces se cumplen a cabalidad, menos aún en ríos complejos, de características morfológicas e hidráulicas muy irregulares. Ello no significa que sea incorrecto utilizar una formulación unidimensional en un cauce de ese tipo, simplemente exige que cada procedimiento se realice si perder de vista las limitaciones de las teorías y la necesidad de complementar el análisis con procedimientos para solventar las inconsistencias físicas, matemáticas y/o numéricas.

- b.- Para caracterizar morfológica y geoméricamente un cauce de los ríos de la sierra del Perú no es apropiado utilizar los procedimientos normalmente empleados en ríos de planicie, ya que, en estos ríos, en pequeñas longitudes hay cambios importantes en las secciones transversales, pendientes, rugosidades, etc. Se debe hacer un trabajo de topografía a detalle, para obtener secciones transversales representativas y posteriormente interpolarlas al tamaño de la discretización

numérica, se estarían perdiendo gran cantidad de detalles importantes en el desarrollo del flujo.

- c.- Los modelos matemáticos gobernantes del fenómeno del transporte de sedimentos para el flujo de agua en canales naturales, no dispone de una solución analítica general, debido, entre otros, a los siguientes factores: la compleja representación de las condiciones topográficas, la variación continua del relieve de las superficies adyacentes y el lecho del río, las variadas condiciones geológicas y el cambio constante en la adecuación longitudinal del río.

9.1.2. De la Metodología

- a.- Los modelos numéricos (elementos finitos, volúmenes finitos, diferencias finitas, etc.) son una alternativa de solución en problemas cuando no se dispone de una solución analítica general, en contraposición, se debe prestar especial atención a los resultados obtenidos, dado que éstos son aproximados. El método numérico utilizado en el presente trabajo son las diferencias finitas.
- b.- El uso de los métodos numéricos como herramienta de solución de modelos matemáticos que representan los fenómenos físicos, existe en sí, para ser implementado como una herramienta computacional (ser implementado mediante un programa), caso contrario el tratamiento de los datos sería muy tedioso a lápiz y papel. Por ésta razón, se implemento la solución mediante diferencias finitas para la modelización del transporte de sedimentos en canales naturales a superficie libre, desde MATLAB, como una herramienta para automatizar los procesos de cálculo.
- c.- El método de las diferencias finitas requiere de valores previamente conocidos (caudal, cota del espejo de agua, transporte de sedimentos) para poder obtener o aproximar estas variables en una línea de tiempo posterior; a estos valores previamente conocidos, se le conoce con el nombre técnico de condiciones iniciales, en hidráulica siempre existen condiciones iniciales y en este caso, son:

el caudal base, la cota del espejo de agua para el caudal base, área mojada, perímetro mojado, espejo de agua y en cuanto al transporte de sedimentos no existe(para condiciones de caudal base), debido que el río se encuentra en equilibrio para dicho caudal, y estas mismas condiciones iniciales se aplican a todas las secciones transversales consideradas para la línea de tiempo cero.

- d.- Además de las condiciones iniciales, son necesarias las condiciones de contorno, como su nombre lo indica son valores dados en los contornos aguas arriba y aguas abajo del dominio de aplicación del problema. En este trabajo las condiciones de contorno aguas arriba está determinado por el hidrograma de entrada para cada línea de tiempo y las condiciones de contorno aguas abajo está determinado en un principio por las condiciones iniciales y evoluciones(mediante el tránsito del hidrograma) para cada línea de tiempo.
- e.- Con los valores previamente conocidos, se aproximan las variables(caudales, cota del nivel de agua, sedimentos) para una línea de tiempo posterior, considerando la discretización temporal.

9.1.3. Del modelo

- a.- Los modelos matemáticos que rigen el fenómeno del transporte de sedimentos, para el flujo de agua en conductos naturales abiertos son: el principio de la continuidad, el principio de la conservación del momentum y los modelos del transporte de sedimentos de fondo y en suspensión.
- b.- El modelo es sensible a cambios abruptos en el perfil del lecho. Este cambio abrupto puede causar inestabilidad del modelo.
- c.- El modelo es apropiado para simular el transporte de sedimentos en el lecho de ríos o cauces naturales con secciones irregulares, caracterizados por régimen de flujo sub-crítico, super-crítico y lechos de sedimento relativamente uniforme.
- d.- El modelo contribuye al estudio del transporte de sedimentos en ríos y puede ser aplicado también a canales con secciones conocidas de diferentes tipos.

- e.- Se ha visto que cuanto más sofisticado sea un esquema numérico, mayor es su complejidad, y esto no significa que implementarlo resulte más complicado, ya que al tratarse de esquemas explícitos no hay matemáticas difíciles, sino que su costo computacional es más elevado.
- f.- Los puntos discretos, aquellos donde se encuentran los resultados queda establecido definitivamente por las intersecciones de la grilla formada por la discretización espacial y temporal. El espacio longitudinal(longitud del del río) queda dividido (discretizado) en los puntos donde se considera las secciones transversales del mismo, mientras, el espacio temporal queda discretizada (dividida) igualmente por las abscisas(duraciones) del hidrograma de un determinado tiempo de retorno.

9.1.4. De los resultados

- a.- Para cada línea de tiempo, los resultados obtenidos son los caudales, cota del espejo de agua y el transporte de sedimentos.
- b.- De los resultados del modelo de transporte de sedimentos se encuentra que los perfiles calculados con el Método de Diferencias Finitas se ajustan mejor a los resultados de los métodos tradicionales.
- c.- El nivel máximo de la cota del espejo de agua se obtiene para caudal máximo del hidrograma.
- d.- El mayor valor del transporte de sedimentos(transporte de fondo y de suspensión) por metro cúbico de agua se produce para el máximo caudal del hidrograma, obteniéndose ningún transporte del sedimentos en ninguna de las secciones transversales cuando los valores del hidrograma tienden al caudal base.
- e.- Con los resultados obtenidos en esta tesis se concluye que el algoritmo implementado es una herramienta útil, eficiente y precisa para la representación del transporte de sedimentos del río Apulema, además, los códigos preparados para

el modelado hidráulico y para el preproceso de datos topográficos pueden ser aplicados a otros escenarios sin la necesidad de cambios profundos.

- f.- Como en cualquier estudio hidráulico, la obtención de resultados correctos está supeditada al suministro de datos certeros, aspecto en el que destaca la sensibilidad de la respuesta del modelo a los parámetros de resistencia al flujo.

9.2. Recomendaciones

- a.- Se recomienda cuidar la estabilidad del modelo en caso de cambiar las condiciones de frontera. Cualquier técnica para mantener la estabilidad del modelo no debe afectar las características de flujo y de sedimento.
- b.- El modelo puede ser mejorado para condiciones iniciales con flujo no-uniforme, para este caso se recomienda utilizar el análisis de flujo gradualmente variado para determinar las condiciones iniciales.
- c.- Para utilizar el modelo con una carga de sedimento constante o conocida, independiente de las características de flujo y sedimento, se debe modificar las condiciones del modelo. En este caso no será necesario utilizar las funciones de transporte.

9.3. Trabajos futuros

En el presente trabajo solamente se analiza el fenómeno del transporte de sedimentos en una dimensión considerando una sola red, sería conveniente generalizar para una interacción de múltiples corrientes y considerando otras dimensiones, además de comprobar los resultados mediante la solución de las ecuaciones gobernantes mediante distintos métodos numéricos como el Método de Elementos Finitos y el Método de Volúmenes Finitos.

Bibliografía

- [1] A. Osman Akan. *Open Channel Hydraulics*. Butterworth-Heinemann, 2006.
- [2] Andrés Martínez De Azagra and Joaquín Navarro Hevia. *Hidrología Forestal. El Ciclo Hidrológico (Spanish Edition)*. Publicaciones Universidad De Valladolid, 1996.
- [3] Ernest Brater, Horace King, James Lindell, and C. Wei. *Handbook of Hydraulics*. McGraw-Hill Professional, 1996.
- [4] Adán Noel Duarte Candia. *Diferencias Finitas para ecuaciones en Derivadas parciales: Con aplicaciones a ecuaciones diferenciales con soluciones tipo layer (Spanish Edition)*. Editorial Académica Española, 2012.
- [5] Yunus Cengel and John Cimbala. *Fluid Mechanics Fundamentals and Applications*. McGraw-Hill Science/Engineering/Math, 2013.
- [6] Andrew Chadwick, John Morfett, and Martin Borthwick. *Hydraulics in Civil and Environmental Engineering, Fourth Edition*. CRC Press, 2004.
- [7] Hubert Chanson. *The Hydraulics of Open Channel Flow: An Introduction*. Wiley, 1999.
- [8] Hubert Chanson. *Environmental Hydraulics for Open Channel Flows*. Butterworth-Heinemann, 2004.
- [9] Hubert Chanson. *Hydraulics of Open Channel Flow: An Introduction - Basic Principles, Sediment Motion, Hydraulic Modeling, Design of Hydraulic Structures (Second Edition)*. Butterworth Heinemann, 2004.

- [10] M. Hanif Chaudhry. *Open-Channel Flow*. Springer, 2007.
- [11] Mihaela Chirvasa. *Finite Difference Methods in Numerical Relativity: Discretization of 1st Order in Time, 2nd Order in Space Hyperbolic Systems*. VDM Verlag, 2010.
- [12] Ven Te Chow. *Hidraulica de Canales Abiertos (Spanish Edition)*. MC Graw Hill, 1999.
- [13] Ven Te Chow. *Open-Channel Hydraulics*. The Blackburn Press, 2009.
- [14] Berne Convention. *Overland Flow: Hydraulics And Erosion Mechanics*. CRC Press, 1992.
- [15] Herman Depeweg and Néstor Méndez V. *A New Approach to Sediment Transport in the Design and Operation of Irrigation Canals: UNESCO-IHE Lecture Note Series (UNESCO-IHE Delft Lecture Note Series)*. Taylor & Francis, 2006.
- [16] Daniel J. Duffy. *Finite Difference Methods in Financial Engineering: A Partial Differential Equation Approach (The Wiley Finance Series)*. Wiley, 2006.
- [17] Simon Elliott. *El Ro Y La Forma. Introducción A La Geomorfologa Fluvial*. Ril Editores, 2010.
- [18] Atef Elsherbeni and Veysel Demir. *The Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetics: With MATLAB Simulations*. SciTech Publishing, 2009.
- [19] Weinberger Hans F. *Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales (Spanish Edition)*. Editorial Reverte, 2011.
- [20] George E. Forsythe and Wolfgang R. Wasow. *Finite Difference Methods for Partial Differential Equations: Applied Mathematics Series*. Literary Licensing, LLC, 2013.

- [21] Jorgen Fredsoe and Rolf Deigaard. *Mechanics of Coastal Sediment Transport* (Advanced Series in Ocean Engineering). World Scientific Publishing Company, 1992.
- [22] Richard H. French. *Open Channel Hydraulics*. Water Resources Pubns, 2007.
- [23] Samuel Goldberg. *Introduction to Difference Equations* (Dover Books on Mathematics). Dover Publications, 1986.
- [24] Albert Gyr and Klaus Hoyer. *Sediment Transport: A Geophysical Phenomenon* (Fluid Mechanics and Its Applications). Springer, 2006.
- [25] Subhash C. Jain. *Open-Channel Flow*. Wiley, 2000.
- [26] Roland Jeppson. *Open Channel Flow: Numerical Methods and Computer Applications*. CRC Press, 2010.
- [27] Marti Sanchez Juny. *Modelación Numérica En Ríos En Régimen Permanente y Variable*. (Spanish Edition). Edicions UPC SL, 2009.
- [28] Randall LeVeque. *Finite Difference Methods for Ordinary and Partial Differential Equations: Steady-State and Time-Dependent Problems* (Classics in Applied Mathematics). SIAM, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2007.
- [29] H. Levy, F. Lessman, and Mathematics. *Finite Difference Equations* (Dover Books on Mathematics). Dover Publications, 2011.
- [30] A. R. Mitchell and D. F. Griffiths. *The Finite Difference Method in Partial Differential Equations*. Wiley, 1980.
- [31] Sergio Montes. *Hydraulics of Open Channel Flow*. Amer Society of Civil Engineers, 1998.
- [32] Bruce R. Munson, Donald F. Young, Theodore H. Okiishi, and Wade W. Huebsch. *Fundamentals of Fluid Mechanics*. Wiley, 2010.

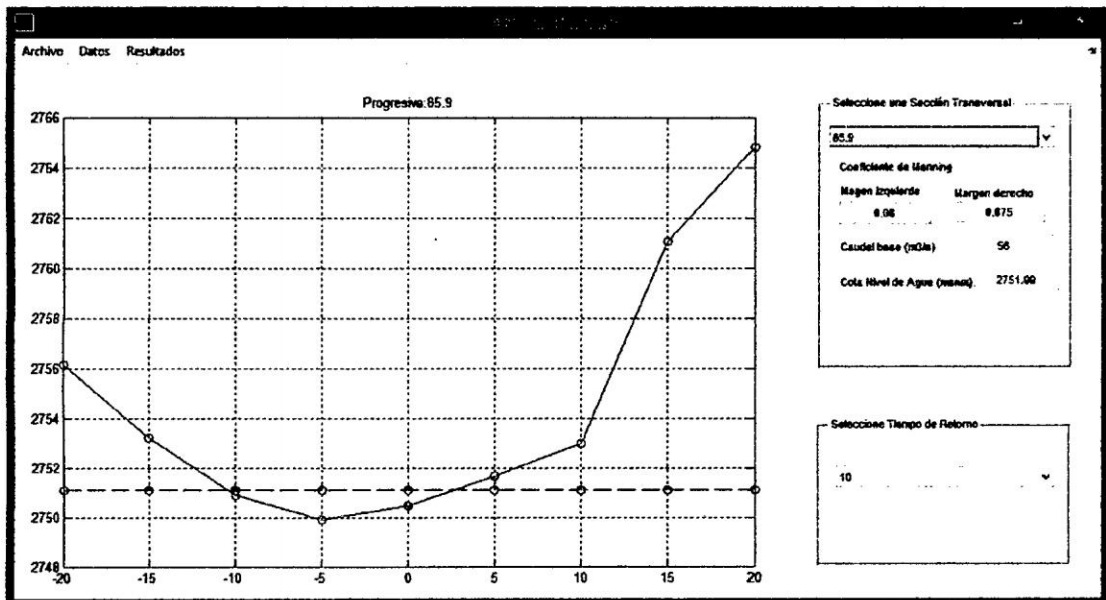
- [33] Rubén Ángel Galindo Aires and Carlos Sánchez Barberán. *Método de Diferencias Finitas en Problemas de Medios Continuos (Spanish Edition)*. Editorial Académica Española, 2013.
- [34] Emmanuel Partheniades. *Cohesive Sediments in Open Channels: Erosion, Transport and Deposition*. Butterworth-Heinemann, 2009.
- [35] Abraham García Peña. *Hidráulica fluvial, morfología fluvial, erosión y transporte sólido*. In *Máster en Ingeniería Mediambiental y Gestión del Agua*, 1996.
- [36] Chesley Johnston Posey and Sherman M. b. 1871 Woodward. *Hydraulics of steady flow in open channels*. Nabu Press, 2011.
- [37] H.C. Saxena. *Finite Difference and Numerical Analysis*. S Chand & Co Ltd, 2010.
- [38] G. D. Smith. *Numerical Solution of Partial Differential Equations: Finite Difference Methods (Oxford Applied Mathematics & Computing Science Series)*. Oxford University Press, USA, 1986.
- [39] Norman D. Smith and John Rogers. *Fluvial Sedimentology VI: (Special Publication 28 of the IAS) (International Association Of Sedimentologists Series)*. Wiley-Blackwell, 1999.
- [40] Gilberto Sotelo. *Hidraulica general/ General Hydraulic (Spanish Edition)*. Limusa, 2002.
- [41] Murray Spiegel. *Schaum's Outline of Calculus of Finite Differences and Difference Equations*. McGraw-Hill, 1971.
- [42] Victor Streeter. *Mecanica de Fluidos (Spanish Edition)*. McGraw-Hill Interamericana, 2000.
- [43] John Strikwerda. *Finite Difference Schemes and Partial Differential Equations*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2007.

- [44] Terry Sturm. Open Channel Hydraulics. McGraw-Hill Science/Engineering/Math, 2009.
- [45] Prof K Subramanya. Flow in Open Channels: 3e. Tata McGraw Hill Education Private Limited, 2008.
- [46] Romuald Szymkiewicz. Numerical Modeling in Open Channel Hydraulics (Water Science and Technology Library). Springer, 2010.
- [47] J.W. Thomas. Numerical Partial Differential Equations: Finite Difference Methods (Texts in Applied Mathematics). Springer, 2010.
- [48] Le Anh Tuan. Open Channel Hydraulics for Engineers: A textbook for students on the fields of Hydraulic Works, Construction, and Environmental Engineering. LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011.
- [49] Pedro Martn Vide Juan Pedro Martn Vide. Ingeniera de Ros (Spanish Edition). Edicions UPC SL, 2009.
- [50] Frank White. Fluid Mechanics with Student DVD (McGraw-Hill Series in Mechanical Engineering). McGraw-Hill Science/Engineering/Math, 2010.
- [51] Consorcio San Jose. "Estudio Para la Construcción de 06 puentes del Proyecto: Construcción de Carretera San José Choymacota, Tramo, Apulema-Pachachaca-Chongos", 2010.

Apéndice A

Programa Sediment transport

A.1. Ventana Principal



Fuente: Programa elaborado en MATLAB.
Eje Y : Cota m.s.n.m.
Eje X : Ancho río en mt.

Figura A.1: Ventana Principal de la Aplicación

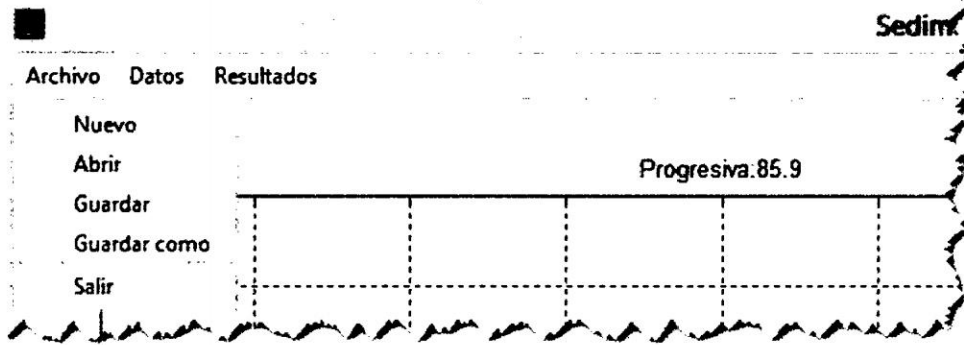


Figura A.2: Opciones del menú archivo

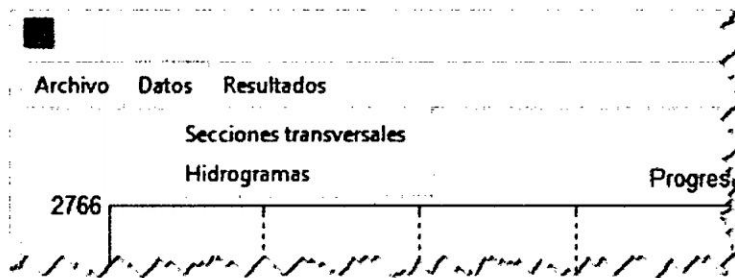


Figura A.3: Opciones del menú datos

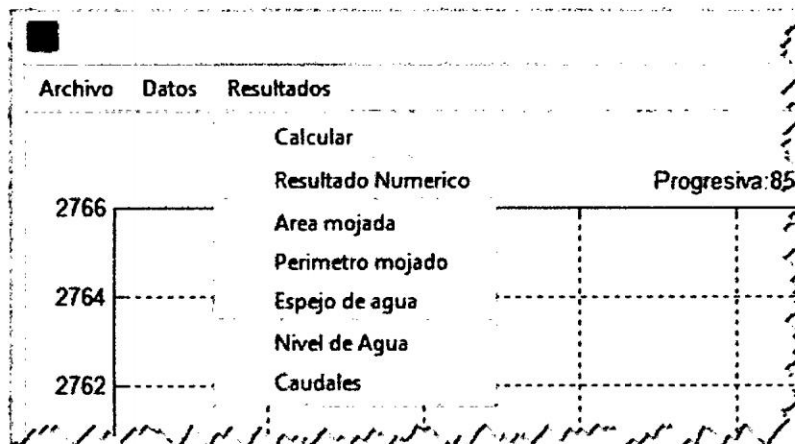


Figura A.4: Opciones del menú resultados

SedimentTransportR

Datos Resultados

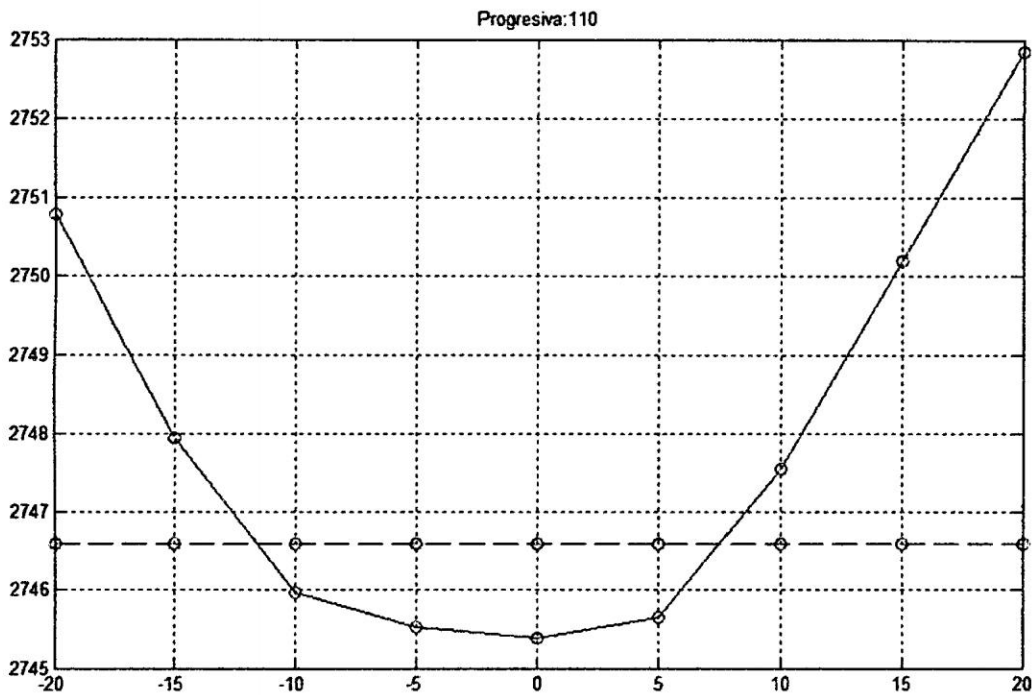
Cota Nivel de Agua

Área Mojada

Perímetro Mojado

	Prog:18.64	Prog:20	Prog:27.73	Prog:40	Prog:57.21	Prog:60	Prog:66.4	Prog:80	P
Espesor de Agua	33	2.7710e-03	2.7700e-03	2.7695e-03	2.7653e-03	2.7586e-03	2.7570e-03	2.7553e-03	2.7533e-03
Caudal	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Sedimentos	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H-> E4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H-> E5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H-> E6	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H-> E7	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H-> E8	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H-> E9	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H-> E10	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H-> E11	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H-> E12	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H-> E13	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H-> E14	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H-> E15	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H-> E16	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Figura A.5: Ventana principal para mostrar los resultados numéricos

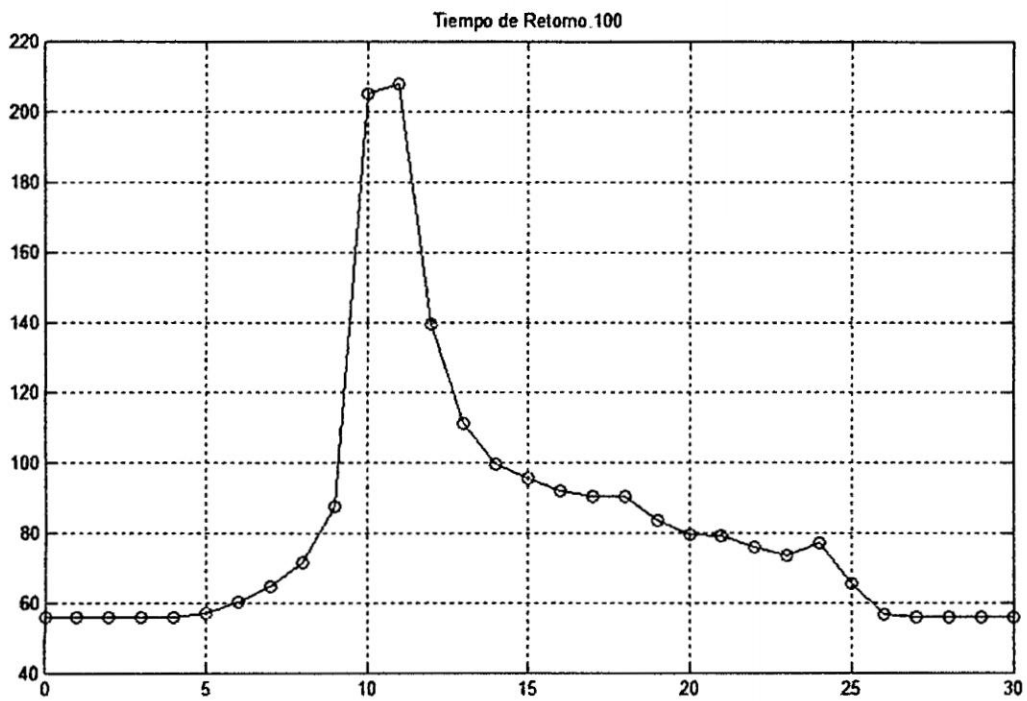


Fuente: Programa elaborado en MATLAB.

Eje Y : Cota m.s.n.m.

Eje X : Ancho río en mt.

Figura A.6: Ventana principal para mostrar los resultados gráficamente (sección transversal y altura de agua)



Fuente: Programa elaborado en MATLAB.

Eje Y : Caudal en m³/sg.

Eje X : Tiempo en años.

Figura A.7: Ventana principal para mostrar los resultados gráficamente(Hidrograma de máximas avenidas)

Apéndice B

Código Fuente Programa Sedimentos

El código fuente de la aplicación está dividido en dos grupos:

1. Correspondiente a la toma de datos y procesamiento, mostrado desde la página 128.
2. El código fuente para mostrar los resultados, desde la página 139.

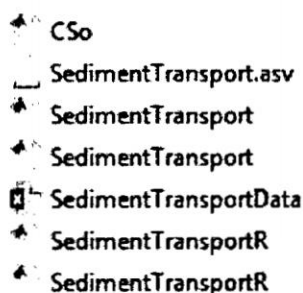


Figura B.1: Organización de los archivos componentes de la aplicación

Listing B.1: Código fuente programa SedimentTransport (Datos y Procedimiento)

```
1 function varargout = SedimentTransport(varargin)
2 % SEDIMENTTRANSPORT MATLAB code for SedimentTransport.fig
3 %     SEDIMENTTRANSPORT, by itself, creates a new SEDIMENTTRANSPORT or  $\mathcal{D}$ 
   raises the existing
4 %     singleton*.
5 %
6 %     H - SEDIMENTTRANSPORT returns the handle to a new SEDIMENTTRANSPORT  $\mathcal{D}$ 
   or the handle to
7 %     the existing singleton*.
```

```

8 %
9 %     SEDIMENTTRANSPORT('CALLBACK',hObject,eventData,handles,...) calls the local
10 %     function named CALLBACK in SEDIMENTTRANSPORT.M with the given input arguments.
11 %
12 %     SEDIMENTTRANSPORT('Property','Value',...) creates a new SEDIMENTTRANSPORT or raises the
13 %     existing singleton*. Starting from the left, property value pairs are
14 %     applied to the GUI before SedimentTransport_OpeningFcn gets called. An
15 %     unrecognized property name or invalid value makes property application
16 %     stop. All inputs are passed to SedimentTransport_OpeningFcn via varargin.
17 %
18 %     *See GUI Options on GUIDE's Tools menu. Choose 'GUI allows only one
19 %     instance to run (singleton)'.
20 %
21 % See also: GUIDE, GUIDATA, GUIHANDLES
22
23 % Edit the above text to modify the response to help SedimentTransport
24
25 % Last Modified by GUIDE v2.5 20-Jul-2014 14:20:27
26
27 % Begin initialization code - DO NOT EDIT
28 gui_Singleton = 1;
29 gui_State = struct('gui_Name',       mfilename, ...
30                   'gui_Singleton',  gui_Singleton, ...
31                   'gui_OpeningFcn', @SedimentTransport_OpeningFcn, ...
32                   'gui_OutputFcn',  @SedimentTransport_OutputFcn, ...
33                   'gui_LayoutFcn',  [] , ...
34                   'gui_Callback',   []);
35 if nargin && ischar(varargin{1})
36     gui_State.gui_Callback = str2func(varargin{1});
37 end
38
39 if nargin
40     [varargout{1:nargout}] = gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
41 else
42     gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
43 end
44 % End initialization code - DO NOT EDIT
45
46
47 % --- Executes just before SedimentTransport is made visible.
48 function SedimentTransport_OpeningFcn(hObject, eventdata, handles, varargin)
49 % This function has no output args, see OutputFcn.
50 % hObject    handle to figure
51 % eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
52 % handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
53 % varargin   command line arguments to SedimentTransport (see VARARGIN)
54
55 % Choose default command line output for SedimentTransport
56 handles.output = hObject;
57

```

```

58 % Update handles structure
59 guidata(hObject, handles);
60
61 % UIWAIT makes SedimentTransport wait for user response (see UIRESUME)
62 % uiwait(handles.figure1);
63
64
65 % --- Outputs from this function are returned to the command line.
66 function varargout = SedimentTransport_OutputFcn(hObject, eventdata, handles)
67 % varargout cell array for returning output args (see VARARGOUT);
68 % hObject handle to figure
69 % eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
70 % handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
71
72 % Get default command line output from handles structure
73 varargout{1} = handles.output;
74
75
76
77 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
78 % MENU ARCHIVO %
79 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
80
81 % -----
82 function Archivo_Callback(hObject, eventdata, handles)
83 % hObject handle to Archivo (see GCBO)
84 % eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
85 % handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
86
87
88 % -----
89 function Nuevo_Callback(hObject, eventdata, handles)
90 % hObject handle to Nuevo (see GCBO)
91 % eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
92 % handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
93
94
95 % -----
96 function Abrir_Callback(hObject, eventdata, handles)
97 % hObject handle to Abrir (see GCBO)
98 % eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
99 % handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
100
101 LeerDatos(handles);
102
103
104 % -----
105 function Guardar_Callback(hObject, eventdata, handles)
106 % hObject handle to Guardar (see GCBO)
107 % eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
108 % handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
109
110
111 % -----
112 function GuardarComo_Callback(hObject, eventdata, handles)
113 % hObject handle to GuardarComo (see GCBO)

```

```

114 % eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
115 % handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
116
117
118 % -----
119 function Salir_Callback(hObject, eventdata, handles)
120 % hObject handle to Salir (see GCBO)
121 % eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
122 % handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
123
124
125 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
126 % MENU DATOS %
127 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
128
129
130 % -----
131 function Datos_Callback(hObject, eventdata, handles)
132 % hObject handle to Datos (see GCBO)
133 % eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
134 % handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
135
136
137 % -----
138 function SecTransversales_Callback(hObject, eventdata, handles)
139 % hObject handle to SecTransversales (see GCBO)
140 % eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
141 % handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
142
143
144 % -----
145 function Hidrogramas_Callback(hObject, eventdata, handles)
146 % hObject handle to Hidrogramas (see GCBO)
147 % eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
148 % handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
149
150
151
152
153
154 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
155 % MENU RESULTADOS %
156 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
157
158
159 % -----
160 function Resultados_Callback(hObject, eventdata, handles)
161 % hObject handle to Resultados (see GCBO)
162 % eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
163 % handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
164
165
166 % -----
167 function carcular_Callback(hObject, eventdata, handles)
168 % hObject handle to carcular (see GCBO)
169 % eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
170 % handles structure with handles and user data (see GUIDATA)

```

```

171 CalcularQtIHt1() % llama la función calcular
172
173
174 % -----
175 function Rnumerico_Callback(hObject, eventdata, handles)
176 % hObject    handle to Rnumerico (see GCBO)
177 % eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
178 % handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
179 SedimentTransportR
180
181
182 % -----
183 function AreaMojada_Callback(hObject, eventdata, handles)
184 % hObject    handle to AreaMojada (see GCBO)
185 % eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
186 % handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
187
188
189 % -----
190 function Pmojado_Callback(hObject, eventdata, handles)
191 % hObject    handle to Pmojado (see GCBO)
192 % eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
193 % handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
194
195
196 % -----
197 function Espagua_Callback(hObject, eventdata, handles)
198 % hObject    handle to Espagua (see GCBO)
199 % eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
200 % handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
201
202
203 % -----
204 function NiveldeAgua_Callback(hObject, eventdata, handles)
205 % hObject    handle to NiveldeAgua (see GCBO)
206 % eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
207 % handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
208 global Htotal
209 %SedimentTransportR
210
211 %ColumnEditable=true;
212 %set(handles.uitable1,'Data',Htotal,'ColumnEditable',ColumnEditable);
213
214 % -----
215 function Caudales_Callback(hObject, eventdata, handles)
216 % hObject    handle to Caudales (see GCBO)
217 % eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
218 % handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
219 global Qtotal
220
221
222
223
224 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
225 % POPUPMENU CONTROLS                                     %
226 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
227

```

```

228
229 % --- Executes on selection change in popupmenu1.
230 function popupmenu1_Callback(hObject, eventdata, handles)
231 % hObject    handle to popupmenu1 (see GCBO)
232 % eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
233 % handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
234
235 % Hints: contents = cellstr(get(hObject,'String')) returns popupmenu1 Di
      contents as cell array
236 %           contents(get(hObject,'Value')) returns selected item from Di
      popupmenu1
237
238 global P X H Cr Cl Qh Hb
239 % La progresiva seleccionada en el control popupmenu1
240 k = get(handles.popupmenu1,'Value');
241 %yy=get(hObject,'Value')
242 % Las ordenadas (H) para la progresiva seleccionada
243 h=H(:,k);
244 % Graficar
245 set(handles.axes1,'NextPlot', 'Replace');
246 plot(X,h,'-o');
247 title(strcat('Progresiva: ', num2str(P(k))));
248 axis normal;
249 grid on;
250 % Coeficientes de manning
251 set(handles.edit1,'String',Cl(k));
252 set(handles.edit2,'String',Cr(k));
253 % Caudal base
254 set(handles.edit3,'String',Qh(1,1));
255 % Altura de agua para caudal base
256 set(handles.edit4,'String',Hb(k));
257 %Graficar nivel de agua
258 set(handles.axes1,'NextPlot', 'Add');
259 h=Hb(k)*ones(1,length(h));
260 plot(X,h,'r--o');
261 set(handles.axes1,'NextPlot', 'Replace');
262
263
264
265 % --- Executes during object creation, after setting all properties.
266 function popupmenu1_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
267 % hObject    handle to popupmenu1 (see GCBO)
268 % eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
269 % handles    empty - handles not created until after all CreateFcns called
270
271 % Hint: popupmenu controls usually have a white background on Windows.
272 %       See ISPC and COMPUTER.
273 if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'), get(0,'Di
      defaultUicontrolBackgroundColor'))
274     set(hObject,'BackgroundColor','white');
275 end
276
277
278 % --- Executes on selection change in popupmenu2.
279 function popupmenu2_Callback(hObject, eventdata, handles)
280 % hObject    handle to popupmenu2 (see GCBO)
281 % eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB

```

```

282 % handles      structure with handles and user data (see GUIDATA)
283
284 % Hints: contents = cellstr(get(hObject,'String')) returns popupmenu2 Di
      contents as cell array
285 %      contents{get(hObject,'Value')} returns selected item from Di
      popupmenu2
286 global Tr D Qh
287 % La progresiva seleccionada en el control popupmenu1
288 k = get(handles.popupmenu2,'Value');
289 %yy=get(hObject,'Value')
290 %caudal base
291 %set(handles.edit3,'String',Qh(1,1));
292 % Los caudales para el Tr seleccionado
293 q=Qh(:,k);
294 % Graficar
295 set(handles.axes1,'NextPlot', 'Replace');
296 plot(D,q,'-o');
297 title(strcat('Tiempo de Retorno: ', num2str(Tr(k))));
298 axis normal;
299 grid on;
300 % Coeficientes de manning
301 %set(handles.edit1,'String',Cl(k));
302 %set(handles.edit2,'String',Cr(k));
303
304
305
306
307 % --- Executes during object creation, after setting all properties.
308 function popupmenu2_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
309 % hObject      handle to popupmenu2 (see GCBO)
310 % eventdata    reserved - to be defined in a future version of MATLAB
311 % handles      empty - handles not created until after all CreateFcns called
312
313 % Hint: popupmenu controls usually have a white background on Windows.
314 %      See ISPC and COMPUTER.
315 if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'), get(0,'Di
      defaultUicontrolBackgroundColor'))
316     set(hObject,'BackgroundColor','white');
317 end
318
319
320 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
321 % EDIT CONTROLS                                     %
322 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
323
324
325
326 function edit1_Callback(hObject, eventdata, handles)
327 % hObject      handle to edit1 (see GCBO)
328 % eventdata    reserved - to be defined in a future version of MATLAB
329 % handles      structure with handles and user data (see GUIDATA)
330
331 % Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit1 as text
332 %      str2double(get(hObject,'String')) returns contents of edit1 as a Di
      double
333
334

```

```

335 % --- Executes during object creation, after setting all properties.
336 function edit1_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
337 % hObject    handle to edit1 (see GCBO)
338 % eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
339 % handles    empty - handles not created until after all CreateFcns called
340
341 % Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
342 %         See ISPC and COMPUTER.
343 if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'), get(0,'DefaultUicontrolBackgroundColor'))
344     set(hObject,'BackgroundColor','white');
345 end
346
347
348
349 function edit2_Callback(hObject, eventdata, handles)
350 % hObject    handle to edit2 (see GCBO)
351 % eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
352 % handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
353
354 % Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit2 as text
355 %         str2double(get(hObject,'String')) returns contents of edit2 as a double
356
357
358 % --- Executes during object creation, after setting all properties.
359 function edit2_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
360 % hObject    handle to edit2 (see GCBO)
361 % eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
362 % handles    empty - handles not created until after all CreateFcns called
363
364 % Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
365 %         See ISPC and COMPUTER.
366 if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'), get(0,'DefaultUicontrolBackgroundColor'))
367     set(hObject,'BackgroundColor','white');
368 end
369
370
371
372 function edit3_Callback(hObject, eventdata, handles)
373 % hObject    handle to edit3 (see GCBO)
374 % eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
375 % handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
376
377 % Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit3 as text
378 %         str2double(get(hObject,'String')) returns contents of edit3 as a double
379
380
381 % --- Executes during object creation, after setting all properties.
382 function edit3_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
383 % hObject    handle to edit3 (see GCBO)
384 % eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
385 % handles    empty - handles not created until after all CreateFcns called
386
387 % Hint: edit controls usually have a white background on Windows.

```

```

388 %         See ISPC and COMPUTER.
389 if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'), get(0,'DefaultUicontrolBackgroundColor'))
390     set(hObject,'BackgroundColor','white');
391 end
392
393
394 function edit4_Callback(hObject, eventdata, handles)
395 % hObject     handle to edit4 (see GCBO)
396 % eventdata   reserved - to be defined in a future version of MATLAB
397 % handles     structure with handles and user data (see GUIDATA)
398
399 % Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit4 as text
400 %         str2double(get(hObject,'String')) returns contents of edit4 as a double
401
402
403 % --- Executes during object creation, after setting all properties.
404 function edit4_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
405 % hObject     handle to edit4 (see GCBO)
406 % eventdata   reserved - to be defined in a future version of MATLAB
407 % handles     empty - handles not created until after all CreateFcns called
408
409 % Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
410 %         See ISPC and COMPUTER.
411 if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'), get(0,'DefaultUicontrolBackgroundColor'))
412     set(hObject,'BackgroundColor','white');
413 end
414
415 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
416 % FUNCTIONS %
417 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
418
419 function LeerDatos(handles)
420 % Variables Globales
421 global P X H Cr Cl Tr D Qh Hb
422 % Lectura de la dirección y nombre del archivo excel
423 [filename, pathname] = ...
424     uigetfile({...
425         '*.xlsx','Microsoft Excel Files (*.xlsx)';...
426         '*.xls','Microsoft Excel Files (*.xls)';...
427         '*.*', 'All Files (*.*)'},...
428         'File Selector');
429 % Verificar si un archivo fue seleccionado
430 if filename ~= 0
431     % Dirección completa al archivo seleccionado
432     direccion=strcat(pathname, filename);
433     % Hoja 1
434     % Lectura de los datos del archivo excel
435     num = xlsread(direccion,1);
436     [m,n]=size(num);
437     % P: Progresivas, X: distancia izquierda derecha, H: alturas,
438     % Coeficiente de manning: Cr Cl
439     P=num(1,2:n); % Progresiva
440     Cr=num(2,2:n); % C margen derecho
441     Cl=num(3,2:n); % C margen izquierdo

```

```

442     Hb=num(5,2:n); % Cota nivel de agua para caudal base
443     X=num(6:m,1);
444     H=num(6:m,2:n);
445     % Carga las progresivas a un popupmenu1
446     b=mat2cell(P,1);
447     set(handles.popupmenu1,'String',b);
448     % Hoja 2
449     % Lectura de los datos del archivo excel
450     num = xlsread(direccion,2);
451     [m,n]=size(num);
452     % Tr: tiempo de retorno, D: duración(horas), Qh: caudales del
453     % hidrograma
454     Tr=num(1,2:n);
455     D=num(2:m,1);
456     Qh=num(2:m,2:n);
457     % Carga las progresivas a un popupmenu2
458     b=mat2cell(Tr,1);
459     set(handles.popupmenu2,'String',b);
460
461
462
463     end
464
465
466
467 function XYam = CoordenasAreaMojada(Ho, Xo, Yo)
468 % Función que obtiene las coordenadas de la superficie mojada(del polígono
469 % hasta el nivel de agua)
470 %-----
471 % Entrada:
472 % Ho: Cota del nivel de agua. Xo: Absisas de la sección transversal del
473 % río. Yo: Ordenadas de la sección transversal del río (altura)
474 % Salida:
475 % XYam: Coordenadas area mojada
476 %-----
477 % Comparando las alturas
478 hc=Ho>Yo;
479 % Obtiene las coordenadas del polígono (de la área mojada)
480 for i = 1:length(Yo)
481     if hc(i)==1
482         %Ancho máximo del espejo de agua(desde el centro)
483         xtem=abs(Xo(i))+abs(Xo(i-1))/2;
484         % Absisa de la area mojada
485         xam=[-xtem;Xo(i:length(Yo)-i);xtem];
486         % Ordenadas de la area mojada
487         yam=[Ho;Yo(i:length(Yo)-i);Ho];
488         break; % to exit from loops
489         % return, to exit functions or m-files
490     end
491 end
492 % Las coordenadas de área mojada
493 XYam=[xam, yam];
494
495
496 function Aam=AreaPorCoordenadas(M)
497 % Function description
498 %-----

```

```

499 % Input: M is array m*n, coordinates polygon [xi yi]
500 % Output: Aam surface polygon
501 %-----
502 % Añadiendo la primera coordenada al final
503 M=[M;M(1,:)];
504 % Tamaño de la matriz
505 [m,n]=size(M);
506 % Variables
507 D=0; I=0;
508 % Cálculo de la superficie
509 for k=1:(m-1)
510     % Valores D
511     d1=M(k,1); d2=M(k+1,2);
512     D=D+d1*d2;
513     % valores I
514     i1=M(k,2); i2=M(k+1,1);
515     I=I+i1*i2;
516 end
517 % La superficie valor de retorno
518 Aam=1/2*abs(D-I);
519
520
521 function Pam=perimetroMojado(M)
522 % description: obtienen el perímetro en contacto con el agua de una sección
523 % transversal
524 %-----
525 % Entrada: M array coordenadas del polígono que forma la sección
526 % transversal mojada
527 % Salida: Pam perímetro mojado
528 %-----
529
530 [m n]=size(M); Pam=0;
531 for i = 1:(m-1)
532     x1=M(i,1); y1=M(i,2); x2=M(i+1,1); y2=M(i+1,2);
533     Pam= Pam+ sqrt((x2-x1)^2 +(y2-y1)^2 );
534 end
535
536
537 function Bam=EspejoAgua(M)
538 % Description: obtener el espejo de agua
539 %-----
540 % Entrada: M array coordenadas del polígono que forma la sección
541 % transversal mojada
542 % Salida: Bam espejo de agua
543 %-----
544 [m n]=size(M);
545 x1=M(1,1); y1=M(1,2); x2=M(m,1); y2=M(m,2);
546 Bam= sqrt((x2-x1)^2 +(y2-y1)^2 );
547
548
549 function [At, Pt, Bt]=APB(Ht)
550 % devuelve area mojada, perímetro mojado y espejo de agua de todas las
551 % secciones transversales en el tiempo t
552 %-----
553 % Entrada: Ht cota de nivel de agua de todas las secciones transversales
554 % salida: At: área mojada. Pt: perímetro mojado. Bt: espejo de agua. Para
555 % todas las secciones transversales (todos son vectores fila)

```

```

556 %-----
557 global X H
558 [m n]=size(H);
559 %n=length(Ht);
560 At=zeros(1,n); Pt=zeros(1,n); Bt=zeros(1,n);
561 % proceso iterativo
562 for j = 1:n
563     % coordenadas de la superficie mojada de la sección transversal j
564     Ho=Ht(j);
565     %Xo=X;
566     Yo=H(:,j);
567     XYam = CoordenadasAreaMojada(Ho, X, Yo);
568     % superficie mojada(hasta la altura Ho)
569     %M=XYam
570     Aam=AreaPorCoordenadas(XYam);
571     At(j)=Aam; % área mojada de la sección j
572     % Perímetro mojado de la sección j
573     Pam=perimetroMojado(XYam);
574     Pt(j)=Pam;
575     % Espejo de agua de la sección j
576     Bam=EspejoAgua(XYam);
577     Bt(j)=Bam;
578 end
579
580
581 function CalcularQt1Ht1()
582 % Obtiene caudales y alturas de agua en todos los puntos de la grilla para
583 % el tiempo t+1
584 % -----
585
586 global H X D Qh Hb
587 % Variables Globales para almacenar los resultados
588 global Htotal Qtotal Atotal Ptotal Btotal
589 m=size(Qh,1); % discretización temporal
590 n=size(H,2); % discretización espacial
591 Htotal=zeros(m,n); Qtotal=zeros(m,n); Atotal=zeros(m,n); Ptotal=zeros(m,n); Btotal=zeros(m,n);
592
593 % CONDICIONES INICIALES
594 % 1)-(para t=0): Qbase conocido en todos los puntos y las
595 % alturas de agua(cota)
596 Htotal(1,:)=Hb; % almacena en la primera fila las alturas de agua conocidas
597 Qtotal(1,:)=Qh(1,1)*ones(1,n); %caudal base en todos los puntos de la
598 % 2)- propiedades geométricas para las condiciones iniciales
599 [At, Pt, Bt]=APB(Hb);
600 Atotal(1,:)=At; Ptotal(1,:)=Pt; Btotal(1,:)=Bt;

```

Listing B.2: Código fuente programa SedimentTransport (Resultados)

```

1
2 function varargout = SedimentTransportR(varargin)
3 % SEDIMENTTRANSPORTR MATLAB code for SedimentTransportR.fig

```

```

4 %     SEDIMENTTRANSPORTR, by itself, creates a new SEDIMENTTRANSPORTR or Di
   raises the existing
5 %     singleton*.
6 %
7 %     H - SEDIMENTTRANSPORTR returns the handle to a new SEDIMENTTRANSPORTRDi
   or the handle to
8 %     the existing singleton*.
9 %
10 %    SEDIMENTTRANSPORTR('CALLBACK',hObject,eventData,handles,...) calls Di
   the local
11 %    function named CALLBACK in SEDIMENTTRANSPORTR.M with the given input Di
   arguments.
12 %
13 %    SEDIMENTTRANSPORTR('Property','Value',...) creates a new Di
   SEDIMENTTRANSPORTR or raises the
14 %    existing singleton*. Starting from the left, property value pairs Di
   are
15 %    applied to the GUI before SedimentTransportR_OpeningFcn gets called. Di
   An
16 %    unrecognized property name or invalid value makes property Di
   application
17 %    stop. All inputs are passed to SedimentTransportR_OpeningFcn via Di
   varargin.
18 %
19 %    *See GUI Options on GUIDE's Tools menu. Choose 'GUI allows only one
20 %    instance to run (singleton)'.
21 %
22 % See also: GUIDE, GUIDATA, GUIHANDLES
23
24 % Edit the above text to modify the response to help SedimentTransportR
25
26 % Last Modified by GUIDE v2.5 20-Jul-2014 14:28:26
27
28 % Begin initialization code - DO NOT EDIT
29 gui_Singleton = 1;
30 gui_State = struct('gui_Name',       mfilename, ...
31                   'gui_Singleton',  gui_Singleton, ...
32                   'gui_OpeningFcn', @SedimentTransportR_OpeningFcn, ...
33                   'gui_OutputFcn',  @SedimentTransportR_OutputFcn, ...
34                   'gui_LayoutFcn',  [] , ...
35                   'gui_Callback',   []);
36 if nargin && ischar(varargin{1})
37     gui_State.gui_Callback = str2func(varargin{1});
38 end
39
40 if nargin
41     [varargout{1:nargout}] = gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
42 else
43     gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
44 end
45 % End initialization code - DO NOT EDIT
46
47
48
49 % --- Executes just before SedimentTransportR is made visible.
50 function SedimentTransportR_OpeningFcn(hObject, eventdata, handles, vararginDi
   )

```

```

51 % This function has no output args, see OutputFcn.
52 % hObject    handle to figure
53 % eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
54 % handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
55 % varargin   command line arguments to SedimentTransportR (see VARARGIN)
56
57 % Choose default command line output for SedimentTransportR
58 handles.output = hObject;
59
60 % Update handles structure
61 guidata(hObject, handles);
62
63 % UIWAIT makes SedimentTransportR wait for user response (see UIRESUME)
64 % uiwait(handles.figure1);
65
66
67 % --- Outputs from this function are returned to the command line.
68 function varargout = SedimentTransportR_OutputFcn(hObject, eventdata, Di
    handles)
69 % varargout   cell array for returning output args (see VARARGOUT);
70 % hObject    handle to figure
71 % eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
72 % handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
73
74 % Get default command line output from handles structure
75 varargout{1} = handles.output;
76
77
78 % -----
79 function RDatos_Callback(hObject, eventdata, handles)
80 % hObject    handle to RDatos (see GCBO)
81 % eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
82 % handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
83
84
85 % -----
86 function RResultados_Callback(hObject, eventdata, handles)
87 % hObject    handle to RResultados (see GCBO)
88 % eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
89 % handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
90
91
92 % -----
93 function RCotanagua_Callback(hObject, eventdata, handles)
94 % hObject    handle to RCotanagua (see GCBO)
95 % eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
96 % handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
97 global Htotal P D
98
99 cnames=cell(1,length(P));
100 for i = 1: length(P)
101     cnames{i}= strcat('Prog: ',num2str(P(i))) ;
102 end
103
104 rnames=cell(1,length(D));
105 for i = 1: length(D)
106     rnames{i}= strcat('H-> t: ',num2str(D(i))) ;

```

```

107 end
108
109 ColumnEditable=true;
110 set(handles.uitable1,'Data',Htotal,'ColumnEditable',ColumnEditable, 'Di
    ColumnName', cnames, 'RowName', rnames);
111
112
113 % -----
114 function RAreamojada_Callback(hObject, eventdata, handles)
115 % hObject    handle to RAreamojada (see GCBO)
116 % eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
117 % handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
118 global Atotal P D
119
120 cnames=cell(1,length(P));
121 for i = 1: length(P)
122     cnames{i}= strcat('Prog: ',num2str(P(i))) ;
123 end
124
125 rnames=cell(1,length(D));
126 for i = 1: length(D)
127     rnames{i}= strcat('A-> t: ',num2str(D(i))) ;
128 end
129
130 ColumnEditable=true;
131 set(handles.uitable1,'Data',Atotal,'ColumnEditable',ColumnEditable, 'Di
    ColumnName', cnames, 'RowName', rnames);
132
133
134 % -----
135 function RPmojado_Callback(hObject, eventdata, handles)
136 % hObject    handle to RPmojado (see GCBO)
137 % eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
138 % handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
139 global Ptotal P D
140
141 cnames=cell(1,length(P));
142 for i = 1: length(P)
143     cnames{i}= strcat('Prog: ',num2str(P(i))) ;
144 end
145
146 rnames=cell(1,length(D));
147 for i = 1: length(D)
148     rnames{i}= strcat('Pm-> t: ',num2str(D(i))) ;
149 end
150
151
152 ColumnEditable=true;
153 set(handles.uitable1,'Data',Ptotal,'ColumnEditable',ColumnEditable, 'Di
    ColumnName', cnames, 'RowName', rnames);
154
155
156 % -----
157 function REspagua_Callback(hObject, eventdata, handles)
158 % hObject    handle to REspagua (see GCBO)
159 % eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
160 % handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

```

```

161 global Btotal P D
162
163 cnames=cell(1,length(P));
164 for i = 1: length(P)
165     cnames{i}= strcat('Prog: ',num2str(P(i))) ;
166 end
167
168 rnames=cell(1,length(D));
169 for i = 1: length(D)
170     rnames{i}= strcat('B-> t: ',num2str(D(i))) ;
171 end
172
173 ColumnEditable=true;
174 set(handles.uitable1,'Data',Btotal,'ColumnEditable',ColumnEditable, 'Di
    ColumnName', cnames, 'RowName', rnames);
175
176
177 % -----
178 function RCaudal_Callback(hObject, eventdata, handles)
179 % hObject    handle to RCaudal (see GCBO)
180 % eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
181 % handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
182 global Qtotal P D
183
184 cnames=cell(1,length(P));
185 for i = 1: length(P)
186     cnames{i}= strcat('Prog: ',num2str(P(i))) ;
187 end
188
189 rnames=cell(1,length(D));
190 for i = 1: length(D)
191     rnames{i}= strcat('Q-> t: ',num2str(D(i))) ;
192 end
193
194
195 ColumnEditable=true;
196 set(handles.uitable1,'Data',Qtotal,'ColumnEditable',ColumnEditable, 'Di
    ColumnName', cnames, 'RowName', rnames);
197
198
199 % -----
200 function Rsedimentos_Callback(hObject, eventdata, handles)
201 % hObject    handle to Rsedimentos (see GCBO)
202 % eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
203 % handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
204
205
206 % -----
207 function RHidrograma_Callback(hObject, eventdata, handles)
208 % hObject    handle to RHidrograma (see GCBO)
209 % eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
210 % handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
211 global Tr Qh D
212
213
214 cnames=cell(1,length(Tr)+1);
215 for i = 1: length(Tr)

```

```

216     cnames{i+1}= strcat('Tr: ',num2str(Tr(i))) ;
217 end
218 cnames{1}='Duracion';
219
220 rnames=cell(1,length(D));
221 for i = 1: length(D)
222     rnames{i}= strcat('D-> t: ',num2str(D(i))) ;
223 end
224
225
226 ColumnEditable=true;
227 set(handles.uitable1,'Data',[D,Qh],'ColumnEditable',ColumnEditable, 'Di
    ColumnName', cnames, 'RowName', rnames);
228
229 % -----
230 function RSeccTransversal_Callback(hObject, eventdata, handles)
231 % hObject     handle to RSeccTransversal (see GCBO)
232 % eventdata   reserved - to be defined in a future version of MATLAB
233 % handles     structure with handles and user data (see GUIDATA)
234 global H X P
235
236 cnames=cell(1,length(P)+1);
237 for i = 1: length(P)
238     cnames{i+1}= strcat('Prog: ',num2str(P(i))) ;
239 end
240 cnames{1}='Dhorizaontal';
241
242 rnames=cell(1,length(X));
243 for i = 1: length(X)
244     rnames{i}= strcat('x: ',num2str(X(i))) ;
245 end
246
247 ColumnEditable=true;
248 set(handles.uitable1,'Data',[X,H],'ColumnEditable',ColumnEditable,'Di
    ColumnName', cnames, 'RowName', rnames);

```

Apéndice C

Fotografías



Figura C.1: Vista aguas arriba del puente Apulema, se aprecia las dos quebradas Putis y Tantamioc que se unen unos 100.00m aguas arriba



Figura C.2: Vista del equipo topográfico y la calicata C-02 (estribo derecho) para el puente Apulema