

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTÓBAL DE
HUAMANGA
FACULTAD DE INGENIERÍA DE MINAS, GEOLOGÍA Y CIVIL
ESCUELA DE FORMACIÓN PROFESIONAL DE INGENIERÍA
CIVIL



TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL
**“ANÁLISIS DE FLUJO NO PERMANENTE EN
REDES DE TUBERÍAS DE AGUA POTABLE POR
MÉTODO HÍBRIDO”**

Presentado por: Taipe Carrasco, Juan Luis

AYACUCHO

PERÚ

2010

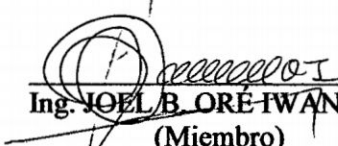
**“ANÁLISIS DE FLUJO NO PERMANENTE EN REDES DE TUBERÍAS
DE AGUA POTABLE POR MÉTODO HÍBRIDO”**

RECOMENDADO : 03 DE JUNIO DE 2010.

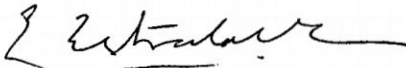
APROBADO : 16 DE JULIO DE 2010.



Ing. CARLOS A. PRADO PRADO
(Presidente)



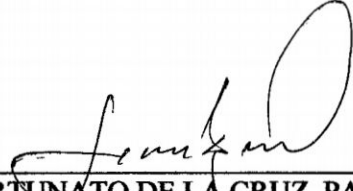
Ing. JOEL B. ORE-IWANAGA
(Miembro)



Ing. JOSÉ E. ESTRADA CÁRDENAS
(Miembro)




Ing. JAIME BENDEZÚ PRADO
(Miembro)

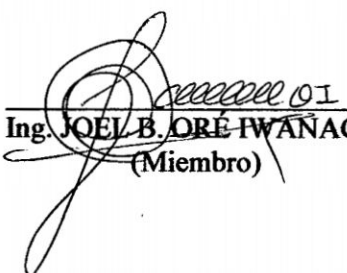


Ing. FORTUNATO DE LA CRUZ PALOMINO
(Secretario)


Según el acuerdo en el Acta, levantada el 16 de Julio de 2010, en la Sustentación de Tesis presentado por el Bachiller **JUAN LUIS TAIPE CARRASCO**, con la Tesis Titulado “ANÁLISIS DE FLUJO NO PERMANENTE EN REDES DE TUBERÍAS DE AGUA POTABLE POR MÉTODO HÍBRIDO”, fue calificado con la nota de DIECISIÉS (16), por lo que se da la respectiva APROBACIÓN.



Ing. CARLOS A. PRADO PRADO
(Presidente)



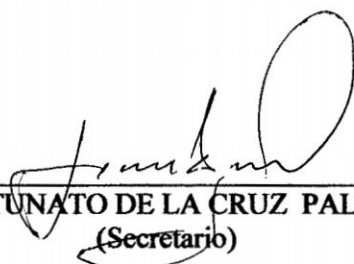
Ing. JOEL B. ORE IWANAGA
(Miembro)



Ing. JOSÉ E. ESTRADA CÁRDENAS
(Miembro)



Ing. JAIME BENDEZÚ PRADO
(Miembro)



Ing. FORTUNATO DE LA CRUZ PALOMINO
(Secretario)

PRESENTACIÓN

En grandes redes de agua potable, como las urbanas, es difícil que exista un estado de *Flujo Permanente*, ya que la velocidad del fluido cambia en todo momento y lugar (consumos, cierre y/o apertura de válvulas, etc.), todo lo cual dificulta la descripción matemática del problema al tener que resolver ecuaciones diferenciales parciales del tipo hiperbólico cuasi-lineal. Para un análisis real, se debe realizar el análisis dinámico de sistemas de distribución de agua a potable en los estudios conducentes al diseño y operación de estos sistemas. Dependiendo de la importancia de una red de agua potable, la rotura de matrices o impulsiones debido al *Golpe de Ariete* puede incrementar los costos económicos (reparaciones, reemplazo de material, etc.), sociales (escasez de agua por cortes del servicio) y sanitarios debido a la intrusión de contaminantes al sistema. Es por esto que cualquier fenómeno de Golpe de Ariete (en aducciones, impulsiones y redes de tuberías: agua potable, sanitaria, riego) debiera requerir siempre modelos numéricos eficientes en su implementación computacional (Método de las Características y Método Híbrido), este último con algunas ventajas sobre el Método de las Características. Esperando que su aplicación sirva a todos aquellos profesionales y estudiantes interesados en el tema.

Taipe Carrasco, Juan Luis

juantaipecarrasco@hotmail.com

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTÓBAL DE HUAMANGA

Ayacucho, 2010.

DEDICATORIA

Dedico esta Tesis a mis padres Juan Isrrael y María Dina por su indesmayable esfuerzo e infinito amor y comprensión, a mis hermanos Glery Karent y Irving Isrrael, por el inmenso amor fraterno que nos une en las “buenas” y en las “malas”, a Katita por ser especial e incomparable, por querer formar el hogar que tanto soñamos.

AGRADECIMIENTOS

Primero, y sobre todo, quiero agradecer y dedicar esta tesis, a mi familia y en especial a mis padres, quienes sin escatimar esfuerzo alguno, han sacrificado gran parte de su vida para formarnos y educarnos a nosotros sus hijos. A quienes la ilusión de su vida ha sido convertirnos en personas de provecho. Por el sinfín de cosas... Gracias. A ustedes les debemos todo...

Quisiera dar las gracias al Ing. Cristian Castro Pérez, por la valiosa ayuda, cuyas aportaciones han significado gran parte del éxito de esta tesis.

A los docentes de la comisión revisora de esta tesis por darse el trabajo y tiempo de revisar: Ing. Joel B. Oré Iwanaga; Ing. José E. Estrada Cárdenas; Ing. Jaime Bendezú Prado, por sus comentarios, sugerencias y por toda la ayuda que me brindaron durante la revisión del borrador de esta tesis.

Al Ingeniero Joel B. Oré Iwanaga, docente universitario, que nos dio sabios consejos en la investigación de la Ingeniería Hidráulica y que ahora muchos, le estamos agradecidos. Como esta investigación, que salió de los temas desarrollado en el curso de Abastecimiento de Agua Potable.

Un agradecimiento especial al Ing. MBA. John A. Twyman por el apoyo invaluable, lo cual deja ver en ella a una gran persona con el que siempre estaré agradecido.

A la compañía Bentley Systems, en especial a Ms. Ing. Malcolm J. Sharkey y Bs. Jesse Dringoli, personas de gran conocimiento y sobre todo cuando más necesitaba de ellos, despejaron mis dudas.

Aprovecho la oportunidad para agradecer a Jhon Ivan Cancho Vargas que me incentivo constantemente en el desarrollo de la tesis y ayudo con bastante paciencia que sólo la tienen las personas con cualidades amicales.

A Ruy Bizarro Ortiz por sus conocimientos y tiempo en el desarrollo del programa HyMet v2010, que sin él, gran parte del programa no sería lo que es.

A Katia Taboada Miranda, por tú forma de ser, por todo el amor infinito y por todo el tiempo que te robé pensando en mí.

Agradecer hoy y siempre a mi familia en Colombia porque a pesar de no estar presentes físicamente, se que quieren mi bienestar. A mi tía Maribel y sus hijos: Irvin, María Fernanda y Carlitos, porque a pesar de la distancia ellos han estado a mi lado cada instante. Se que estarán muy orgulloso de mí, como yo de ustedes.

A mis compañeros de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga: Jhon Ivan Cancho Vargas, Ruy Bizarro Ortiz, Saúl Tito Velásquez, John Lozano Guillén, Iván Ayala Bizarro y Jessica Zúñiga Mendoza, por compartir muchos momentos agradables durante nuestra permanencia en la Universidad.

Finalmente, y no menos importante a la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, nuestra alma mater, por haberme permitido ser parte de ella. A la Escuela de Formación Profesional de Ingeniería Civil, por acogerme dentro de sus aulas durante mis años de estudiante y donde pase momentos que recordaré siempre, de aquellos momentos que no volverán.

RESUMEN

En síntesis la tesis comprende: la formulación matemática, programación computacional del modelo y la modelación numérica.

En la formulación matemática, se incluyen el Método de las Características (MC) y el Método Híbrido (MH), que es la combinación del MC con otro esquemas numérico: Método de las Diferencias Finitas Implícitas o Explícitas (MDFI o MDFE) para diferentes aproximaciones del factor de fricción, como la formulación de Chen y Ackland (variable) y factor de fricción transitoria de Brunone. Para las condiciones de frontera se aplica la *Ecuación de Compatibilidad* o de Karney, que simplificada radicalmente la complejidad de las redes de tuberías, solucionando una tubería a la vez para cada paso de tiempo.

En la programación computacional del modelo, los esquemas numéricos descritos y las condiciones de frontera son incluidos en las hojas de cálculo MC.xmcd y MH.xmcd desarrollado en MATHCAD 14, que muestra detalladamente los resultados para un sistema de tubería muy simple debido a la restricción de memoria y un software transitorio llamado HyMet v2010 desarrollado en MATLAB 2009b, para solucionar el Golpe de Ariete en redes de agua potable, con topología compleja. Se adjunta los diagramas de flujo y el código fuente del programa.

En la modelación numérica, todos los ejemplos incluidos en este trabajo se llevaron a cabo usando HyMet v2010 y el software comercial HAMMER XM v8 para la comprobación del modelo, aplicado a la Red de Agua Potable Pokras, ubicado en el distrito de Carmen Alto.

Índice general

Portada	
Presentación	I
Dedicatoria	II
Agradecimientos	III
Resumen	V
Índice General	VI
Índice de Cuadros	XII
Índice de Figuras	XIV
1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Generalidades	1
1.2. Motivación de la Investigación	4
1.3. Antecedentes Históricos	5
1.4. Planteamiento del Problema	12

1.5. Justificación e Importancia	14
1.6. Objetivos	17
1.6.1. Objetivos Generales	17
1.6.2. Objetivos Específicos	17
1.7. Organización de la tesis	18
2. ESTADO DEL CONOCIMIENTO DEL GOLPE DE ARIETE EN RE-	
DES DE AGUA POTABLE	21
2.1. Generalidades	21
2.2. Golpe de Ariete	23
2.2.1. Conceptos básicos	23
2.2.2. Golpe de Ariete	25
2.2.3. Interpretación física del fenómeno	26
2.2.4. Causas y efectos	31
2.2.5. Modelos de análisis	33
2.2.5.1. Teoría de la Columna Rígida (o modelo rígido)	34
2.2.5.2. Teoría Elástica (Golpe de Ariete o Waterhammer)	34
2.3. Ecuaciones que Gobiernan	35
2.3.1. Ecuación Dinámica (movimiento) y Ecuación de Continuidad	35
2.3.2. Velocidad o celeridad de onda (a)	37
2.3.3. Factor de fricción (f)	41
2.3.3.1. Formulación de Chen-Ackland	42
2.3.3.2. Formulación de Factor de Fricción Transitorio	45
2.4. Métodos de Solución Numérica	46

2.4.1. Enfoque Euleriano	47
2.4.2. Enfoque Lagrangiano	47
2.4.3. Métodos de Solución Numérica	48
3. FORMULACIÓN NUMÉRICA POR MÉTODO HÍBRIDO	49
3.1. Generalidades	49
3.2. Método Híbrido (MH)	50
3.3. Incremento de Tiempo y Espacio para una red de tuberías	52
3.4. Método de las Características (MC)	53
3.4.1. Ecuaciones Características Completa	56
3.4.2. Ecuaciones Características Aproximada	57
3.4.2.1. Significado físico de las líneas características	59
3.4.2.2. Solución numérica de la malla característica	64
3.4.2.3. Interpolación MC	67
3.5. Métodos de las Diferencias Finitas (MDF)	71
3.5.1. Diferencias Finitas Implícitos	76
3.5.1.1. Esquema de Preissman o de cuatro puntos centrado	76
3.5.2. Diferencias Finitas Explícitos	84
3.5.2.1. Esquema de McCormack	85
3.6. Condiciones de Frontera	91
3.6.1. Nudo simple	93
3.6.2. Línea de Reservorio	98
3.6.3. Línea de Válvula	103
3.6.3.1. Ecuaciones básicas	104
3.6.3.2. Interpolación de la curva τ vs tiempo	109

4. APLICACIÓN PRÁCTICA DEL GOLPE DE ARIETE (GA) EN REDES DE AGUA POTABLE (RAP)	110
4.1. Generalidades	110
4.2. Programas del GA en RAP	111
4.2.1. Programa desarrollado (HyMet)	111
4.2.1.1. Descripción general del programa	112
4.2.2. Programa comercial (HAMMER V8 XM)	114
4.2.2.1. Descripción general del programa	114
4.3. Ejemplos del GA en RAP	117
4.3.1. Red 1: RAP de tubería simple	118
4.3.2. Red 2: RAP de tuberías complejas	137
4.4. RAP Pokras	144
4.4.1. Aspectos generales	144
4.4.2. Aspectos técnicos	145
5. DISCUSIÓN DE RESULTADOS DEL GOLPE DE ARIETE EN REDES DE AGUA POTABLE	173
5.1. Red 1: RAP de Tubería Simple	173
5.2. Red 2: RAP de Tuberías Complejas	176
5.3. RAP POKRAS	178
6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	181
6.1. Conclusiones	181
6.2. Recomendaciones	184
6.3. Desarrollo Futuro	186

Bibliografía	187
A. MÉTODO DEL GRADIENTE PARA EL ANÁLISIS REDES DE DISTRIBUCIÓN DE AGUA A PRESIÓN	194
A.1. Conservación de Energía	195
A.2. Conservación de Masa (Continuidad)	199
A.3. Definiciones Adicionales	205
B. ECUACIONES DE FLUJO NO PERMANENTE EN CONDUCTOS CERRADOS	206
B.1. Ecuación Dinámica	206
B.2. Ecuación de Continuidad	213
B.3. Comentarios generales sobre la Ecuación Dinámica y la Ecuación de Continuidad	220
C. DIAGRAMAS DE FLUJO DEL MÉTODO HÍBRIDO	222
D. ESQUEMAS DE INTERPOLACIÓN	224
D.1. Interpolación de Lagrange	225
D.2. Interpolación mediante trazadores (Splines)	227
D.2.1. Splines cúbicos	227
E. COEFICIENTE DE DESCARGA EN FUNCIÓN DEL PORCENTAJE DE APERTURA DE LA VÁLVULA	233

F. PROGRAMA DESARROLLADO: HyMet v2010	235
F.1. Alcances y limitaciones	235
F.1.1. Alcances	235
F.1.2. Limitaciones	236
F.2. Programación	236
F.3. Manual del Programa	256
G. RED DE AGUA POTABLE POKRAS	267
H. PLANOS	274

Índice de cuadros

1.1. Instituciones y empresas dedicadas al estudio del Golpe de Ariete	9
2.1. Expresión general para ϕ	39
3.1. Tiempo de cierre de la válvula, tipo de flujo y modelo	104
4.1. Reporte de Presiones Extremas-HAMMER XM V8	137
4.2. Reporte de Presiones Extremas-HAMMER XM V8	143
4.3. Periodo de Diseño	148
4.4. Dotación	148
4.5. Resultado de Flujo Permanente por Método del Gradiente Hidráulico (WA- TERCAD V8 XM)-RAP Pokras	153
4.6. Resultado de Flujo Permanente por Método del Gradiente Hidráulico (WA- TERCAD V8 XM)-RAP Pokras Reformulado	154
5.1. Resultados de diferentes métodos según el número de tramos	174
5.2. Resultados para diferentes valores de los coeficientes de ponderación	175
5.3. Comparación entre los métodos numéricos	177
A.1. Principales ecuaciones de carga	196

D.1. Función tabular	225
E.1. Valores de C_d	234
G.1. Caudal de diseño en los nudos	270

Índice de figuras

1.1. Línea de tiempo de los primeros métodos para resolver el Golpe de Ariete .	6
1.2. Línea de tiempo de los métodos numéricos	7
1.3. Países más avanzados en el estudio del Golpe de Ariete	8
2.1. Interpretación física del Golpe de Ariete para el cierre instantáneo	27
2.2. Variación de la altura de presión en la válvula, las pérdidas por fricción son despreciadas	30
2.3. Variación de la altura de presión cerca de la válvula ($x = L-l$), las pérdidas por fricción son despreciadas	30
2.4. Fluctuaciones de velocidad a la entrada del depósito	30
2.5. Sistema físico real, considerando las pérdidas por fricción	31
2.6. Variación de presión en la válvula, considerando las pérdidas por fricción .	31
2.7. Causas y efecto del Golpe de Ariete	33
2.8. Comparación de $\phi(Z)$ con la distribución normal	44
3.1. Discretización de la red	52
3.2. Curva característica	57
3.3. Líneas características en el plano $x - t$	59
3.4. Región válida para las ecuaciones de compatibilidad en una tubería simple	60

3.5. Excitación al final aguas abajo	60
3.6. Excitación aguas arriba y aguas abajo	61
3.7. Notación del MC por diferencias finitas	63
3.8. Malla Característica	65
3.9. Representación tridimensional de las líneas características	65
3.10. Malla Característica para puntos internos	66
3.11. Interpolación para discretización con $Cn < 1$	70
3.12. Interpretación geométrica de la aproximación de la derivada	74
3.13. Notación de la Diferencia Finita	74
3.14. Serie de Taylor	75
3.15. Notación de la Diferencia Finita Explícito e Implícito	76
3.16. Notación de la Diferencia Finita Implícito de cuatro puntos	77
3.17. Diagrama del esquema de un nudo simple	93
3.18. Notación de la formulación matricial de un nudo simple	97
3.19. Generalización de un disipador externo	99
3.20. Diagrama del esquema de la línea de reservorio	99
3.21. Variación del caudal en el reservorio	99
3.22. Diagrama del esquema de la línea de válvula	105
3.23. Diagrama del esquema de la válvula de cierre	108
4.1. Ventana principal del programa HyMet	112
4.2. RAP de tubería simple	118
4.3. Velocidad vs. tiempo la válvula (tiempo de cierre = 35s) por MC	124

4.4. Presión vs. tiempo la válvula (tiempo de cierre = 35s) por MC	124
4.5. Velocidad vs. tiempo la válvula (tiempo de cierre = 35s) por MH	131
4.6. Presión vs. tiempo la válvula (tiempo de cierre = 35s) por MH	131
4.7. Presión vs tiempo en la válvula (tiempo de cierre = 35 s) por MC y MH .	132
4.8. Presión vs tiempo en la válvula según el número de tramos	132
4.9. Presión vs tiempo en la válvula para diferentes números de Courant	133
4.10. Presión vs tiempo en la válvula para diferentes factor de fricción	133
4.11. Velocidad vs tiempo en el reservorio para diferentes factor de fricción . . .	134
4.12. Perfil principal de las envolventes de presión-HAMMER XM V8	134
4.13. Altura piezométrica lo largo del tiempo en el reservorio-HAMMER XM V8	135
4.14. Caudal a lo largo del tiempo en el reservorio-HAMMER XM V8	135
4.15. Presión a lo largo del tiempo en la válvula-HAMMER XM V8	136
4.16. Caudal a lo largo del tiempo en la válvula-HAMMER XM V8	136
4.17. RAP de tuberías complejas	137
4.18. Altura piezométrica lo largo del tiempo en el reservorio 1	138
4.19. Velocidad lo largo del tiempo en el reservorio 1	138
4.20. Presión lo largo del tiempo en el nudo 6	139
4.21. Velocidad lo largo del tiempo en el nudo 6	139
4.22. Presión lo largo del tiempo en el nudo 14	139
4.23. Velocidad lo largo del tiempo en el nudo 14	140
4.24. Presión vs tiempo en la válvula para diferentes factor de fricción	140
4.25. Velocidad vs tiempo en la válvula para diferentes factor de fricción	140
4.26. Altura piezométrica lo largo del tiempo en el reservorio 1-HAMMER XM V8141	

4.27. Presión lo largo del tiempo en el nudo 6-HAMMER XM V8 141

4.28. Presión lo largo del tiempo en el nudo 14-HAMMER XM V8 142

4.29. Presión a lo largo del tiempo en la válvula-HAMMER XM V8 142

4.30. Esquema de colores de Presión en la red-HAMMER XM V8 143

4.31. Mapa de ubicación Regional 145

4.32. Mapa de ubicación Provincial 146

4.33. Mapa de ubicación Distrital 146

4.34. Ubicación Local 146

4.35. RAP Pokras 147

4.36. RAP Pokras en condiciones iniciales 151

4.37. RAP Pokras Reformulado en condiciones iniciales 152

4.38. Presiones y Velocidades Máximas en RAP Pokras 155

4.39. Presiones y Velocidades Mínimas en RAP Pokras 156

4.40. Presiones y Velocidades Máximas en RAP Pokras Reformulado 159

4.41. Presiones y Velocidades Mínimas en RAP Pokras Reformulado 160

4.42. Presiones y Velocidades Máximas en RAP Pokras Reformulado final 163

4.43. Presiones y Velocidades Mínimas en RAP Pokras Reformulado final 164

4.44. Esquema de RAP Pokras Reformulado 167

4.45. Variación de la Presión en el Reservorio-RAP Pokras Reformulado 167

4.46. Variación de la Velocidad en el Reservorio-RAP Pokras Reformulado 168

4.47. Variación de la Presión en la tubería P-8:J-9-RAP Pokras Reformulado 168

4.48. Variación de la velocidad en la tubería P-8:J-9-RAP Pokras Reformulado 168

4.49. Variación de la Presión en la válvula-RAP Pokras Reformulado 169

4.50. Variación de la velocidad en la válvula-RAP Pokras Reformulado	169
4.51. Esquema de RAP Pokras Reformulado final	170
4.52. Variación de la Presión en el Reservorio-RAP Pokras Reformulado final . .	170
4.53. Variación de la Velocidad en el Reservorio-RAP Pokras Reformulado final .	171
4.54. Variación de la Presión en la tubería P-8:J-9-RAP Pokras Reformulado final	171
4.55. Variación de la velocidad en la tubería P-8:J-9-RAP Pokras Reformulado final	171
4.56. Variación de la Presión en la válvula-RAP Pokras Reformulado final	172
4.57. Variación de la velocidad en la válvula-RAP Pokras Reformulado final . . .	172
A.1. Red de distribución típica	195
A.2. Pérdida de energía disponible	197
B.1. Notación y diagrama de cuerpo libre para la Ecuación Dinámica	207
B.2. Distribución de esfuerzo cortante en la tubería	208
B.3. Área de aplicación del esfuerzo cortante en la tubería	209
B.4. Pérdidas por fricción en la tubería	209
B.5. Notación para la Ecuación de Continuidad	213
B.6. Aumento en el volumen de líquido V_{in} durante el tiempo δt	213
B.7. Parte interior de la tubería sometida a esfuerzos internos	214
B.8. Parte exterior de la tubería sometida a esfuerzos externos	215
B.9. Área del sector circular	216
B.10. Volumen original	217
C.1. Secuencia general de los Métodos Híbridos	222

C.2. Diagrama de flujo del Método Híbrido	223
E.1. Valores de Cd	234
F.1. Ventana principal del programa HyMet	256
F.2. Propiedades de los nudos	256
F.3. Propiedades de las tuberías	257
F.4. Propiedades de los reservorios	257
F.5. Propiedades de la válvula	257
F.6. Gráfico de la red	258
F.7. Definiendo material	258
F.8. Propiedades del material	259
F.9. Propiedades del fluido (agua)	259
F.10. Factor de multiplicación para período extendido	259
F.11. Asignar propiedades a los nudos	260
F.12. Asignar propiedades a las tuberías	260
F.13. Opciones de cálculo para flujo permanente	261
F.14. Mensaje de finalización para flujo permanente	261
F.15. Red calculada para flujo permanente	261
F.16. Opciones de cálculo para flujo no permanente	262
F.17. Mensaje de finalización para flujo no permanente	262
F.18. Tabla tabular de los nudos para flujo permanente	262
F.19. Tabla tabular de las tuberías para flujo permanente	263
F.20. Elección de la tubería para la tabla de presión en flujo no permanente	263

F.21. Reporte tabular de la tabla de presión para flujo no permanente 263

F.22. Elección de la tubería para la tabla de velocidad en flujo no permanente . . 264

F.23. Reporte tabular de la tabla de velocidad para flujo no permanente 264

F.24. Elección de la tubería y el nudo para el gráfico de presión 264

F.25. Gráfico de presión para la tubería y nudo seleccionado 265

F.26. Elección de la tubería y el nudo para el gráfico de velocidad 265

F.27. Gráfico de velocidad para la tubería y nudo seleccionado 266

G.1. Levantamiento Topográfico en el Jr. Macetas 272

G.2. Comprobación de la pendiente de la línea de la tubería, para que tenga el
mínimo recubrimiento 272

G.3. Instalación de la red de tubería 273

G.4. Compactación manual de la red de tubería 273

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

1.1. Generalidades

En el campo del agua existe una enorme diversidad de actividades e intereses y, por tanto, de áreas de trabajo. Los problemas que se plantean en estas áreas son auténticos problemas de ingeniería y, como consecuencia, las ayudas que ciertas técnicas de Matemática Aplicada pueden prestar son realmente importantes. Por un lado, es preciso disponer de herramientas de análisis que permitan realizar simulaciones fiables de los distintos modelos que se plantean analizando diversas configuraciones, modos de funcionamiento, etc. Se trata de procesos deterministas cuya plasmación matemática es a través de conjuntos acoplados de distintos tipos de ecuaciones: algebraicas, diferenciales ordinarias y en derivadas parciales, típicamente no lineales, para los que se precisan técnicas numéricas específicas. Además, dada la incertidumbre a que están sometidos muchos de los datos (especialmente en configuraciones ya existentes), resulta con frecuencia, necesario resolver problemas inversos de gran envergadura, en donde además, otras técnicas (Técnicas Estadísticas y otras) son de gran interés. Por otra parte, se necesita diseñar para realizar configuraciones nuevas. Con frecuencia, la ausencia de datos iniciales y la disposición de conjuntos limitados de restricciones de tipo diverso, hacen de los procesos de diseño ver-

daderos problemas de optimización, en donde los métodos clásicos fracasan con frecuencia y para los que técnicas más actuales basadas en Redes Neuronales, Algoritmos Genéticos, Teoría Difusa, Teoría del Caos, etc. Se hacen imprescindibles [39].

Las tecnologías en la industria del agua involucran a un gran número de disciplinas: Mecánica, Electricidad, Comunicaciones, Informática, Métodos de Control, Matemáticas y Software. El reto de planificar, diseñar y gestionar los *Sistemas de Agua Potable* es cada día más difícil conforme se necesitan y aparecen sistemas diferentes.

La *Modelación Matemática*, es la evaluación de varias alternativas de solución a un problema hidráulico en concreto, cuyo funcionamiento real son difíciles de intuir por medios de cálculos matemáticos. Teniendo así diferentes resultados, lo que brinda al ingeniero escoger el resultado más satisfactorio antes de la ejecución de una estructura hidráulica, para que funcione eficientemente y sea óptimo en su costo [42].

El análisis del error de un modelo permite reconocer las limitaciones del modelo, lo que motiva la evaluación cuantitativa de cotas del error, lo que es fundamental en la toma de decisiones correctas. También proporciona información y visión del modelo que ayuda a evitar interpretaciones incorrectas del modelado y, por tanto, permite un funcionamiento satisfactorio del modelo.

El término fiabilidad en una red de distribución de agua potable no tiene un significado claramente definido. Se entiende por fiabilidad la capacidad de la red de proporcionar un servicio adecuado al consumidor, bajo condiciones de operación tanto normales como extraordinarias [58, pág. 235-266]. La adecuabilidad del servicio se mide en términos de la cantidad y la calidad del agua que el consumidor recibe. La cantidad viene especificada en términos de caudales que debe poder recibir y presiones mínimas de servicio. La calidad queda determinada por las concentraciones de desinfectante y/o sustancias dañinas que el agua puede transportar. No obstante, el análisis real de fiabilidad es un proceso complejo que debe tener en cuenta los impactos de un rango de factores que incluyen el fallo de componentes, la variabilidad de las demandas, de la precisión en la evaluación de las

variaciones del caudal, presión y frecuencia de los ciclos de onda y la incertidumbre en la capacidad de una tubería para suministrar un servicio requerido [39].

El problema del Golpe de Ariete (*Water Hammer*), también denominado *Transitorio* es uno de los problemas más complejos de la Hidráulica, básicamente se entiende como una fuerza destructiva, es el choque violento que se produce contra las paredes de una tubería, cuando el estado de *Flujo Permanente* es perturbado mediante la modificación de la velocidad del flujo causado por la apertura o cierre de válvulas, arranque de bombas, detención de bombas, funcionamiento inestable de bombas, sistemas de protección contra incendios, etc. Ello genera una fuerza vibradora de propagación de ondas que agotada su energía cinética, comienza su viaje en dirección contraria al flujo, hasta que encuentra otra barrera y vuelve a repetirse el proceso y luego de algunos ciclos se disipa alternando las depresiones y sobrepresiones debido al movimiento oscilatorio del agua en el interior de la tubería, es decir, es una variación de presión y se puede producir tanto en impulsiones como en abastecimientos por gravedad.

En realidad, el fenómeno conocido como Golpe de Ariete es un caso particular del estudio de los *Movimientos Transitorios* en las conducciones a presión. La diferencia se encuentra en que los transitorios implican variaciones de velocidad y su correlación con la transformación en variaciones de presión de pequeña magnitud, mientras que el Golpe de Ariete implica las grandes variaciones, de velocidad y presión.

En el presente se discute la simulación del *Golpe de Ariete en Redes de Tubería de Agua Potable*. Los métodos existentes en la literatura para representar este tipo de flujos son: *Método de las Características, Diferencias Finitas, Elementos Finitos y Volúmenes Finitos*. Se enuncian las ecuaciones de movimiento para el flujo, haciéndose una breve discusión de las técnicas numéricas. Así mismo, se indican las condiciones iniciales y de contorno necesarias para completar la construcción de los modelos.

1.2. Motivación de la Investigación

Al no existir marco teórico y normativo en el *Reglamento Nacional de Edificaciones (RNE-2007)*, el desarrollo de proyectos de redes de agua potable en nuestro medio es muy simplista ya que sólo considera la capacidad de la red de proporcionar un servicio adecuado al consumidor, bajo condiciones de operación tanto normales como extraordinarias. No obstante, el "*Análisis Real*" es un proceso complejo que debe tener en cuenta los impactos de un rango de factores que incluyen el fallo de componentes, la variabilidad de las demandas, de la precisión en la evaluación de las variaciones del caudal, presión y frecuencia de los ciclos de onda y la incertidumbre en la capacidad de una tubería para suministrar un servicio requerido. A los ingenieros civiles: especialistas y ejecutores, nos toca la responsabilidad de asumir y tomar en cuenta la importancia sobre la modelación exhaustiva, rigurosa y cercana a la realidad.

Construir modelos computacionales simples de estructuras reales para el análisis de su comportamiento representa un desafío interesante y motivó la tarea de la programación realizada. Como primera etapa de este proyecto, se decidió iniciar el estudio de su comportamiento, tomando como base los estudios teóricos y experimentales realizados en otras latitudes, pero utilizando la problemática y configuraciones de redes de agua potable observados en nuestro país.

El *Análisis Dinámico de Sistemas de Distribución de Agua a Presión* está lejos de ser un aspecto rutinario en los estudios conducentes al diseño y operación de estos sistemas. También puede ser una causa la existencia de ciertos mitos relativos al Golpe de Ariete (como la creencia de que su comportamiento depende de la configuración topológica de la red, mientras más ramificada, mayor disipación de sobre-presiones). Hay casos donde las ondas reflejadas desde diferentes partes de una red pueden superponerse y producir presiones (positivas o negativas) catastróficas para un sistema.

Actualmente entender el Golpe de Ariete es muy importante en la vida profesional del ingeniero civil, se ha llegado a un nivel tal que es imposible evitar la modelación del Golpe de Ariete en redes de agua potable, por lo que ofrece, por una parte la modelación de situaciones reales y por otra, exige tener un conocimiento suficiente para la modelación correcta.

1.3. Antecedentes Históricos

A lo largo de la historia de la Ingeniería Hidráulica se han desarrollado ecuaciones empíricas y numéricas que rigen el comportamiento hidráulico de los *Flujos Gradualmente Variados* y de los *Flujos no Permanentes*, que son los más comunes en la naturaleza por la variación temporal y espacial. Diferentes autores han desarrollado esquemas de solución para resolver las *Ecuaciones de Saint Venant*, que son las ecuaciones que rigen el comportamiento hidráulico de los flujos en las redes de los sistemas de agua potable [45].

El Golpe de Ariete ha sido estudiado desde el siglo XVIII. Los primeros trabajos en relación con la velocidad de la onda son imputados a Weber (1850), Marey (1875) y Korteweg (1878). En 1897 Joukowsky demuestra la relación entre la sobrepresión, onda de presión, cambio en la velocidad del fluido y densidad del fluido.

Al mismo tiempo Frizell estudia el Golpe de Ariete en turbinas, desarrollando algunas ecuaciones para la velocidad de la onda y presiones generadas por el cierre súbito de válvulas. Por estas contribuciones, Frizell y Joukovsky son considerados los fundadores del *Análisis del Golpe de Ariete*. En 1913 Allievi inventa un método gráfico-matemático para la solución de problemas de Golpe de Ariete que fue usado durante los siguientes 50 años. En 1930 el efecto del *Factor de Fricción* es incluido en el análisis del fenómeno. En 1933 y 1937 son presentados, en algunas conferencias, estudios acerca del comportamiento del flujo transitorio en bombas centrífugas, estanques hidroneumáticos, válvulas, etc. Durante

esos años aparecen contribuciones dentro del campo de los métodos gráficos por parte de Allievi, Angus, Bergeron, Schnyder, Wood, Knapp, Paynter y Rich (figura 1.1)

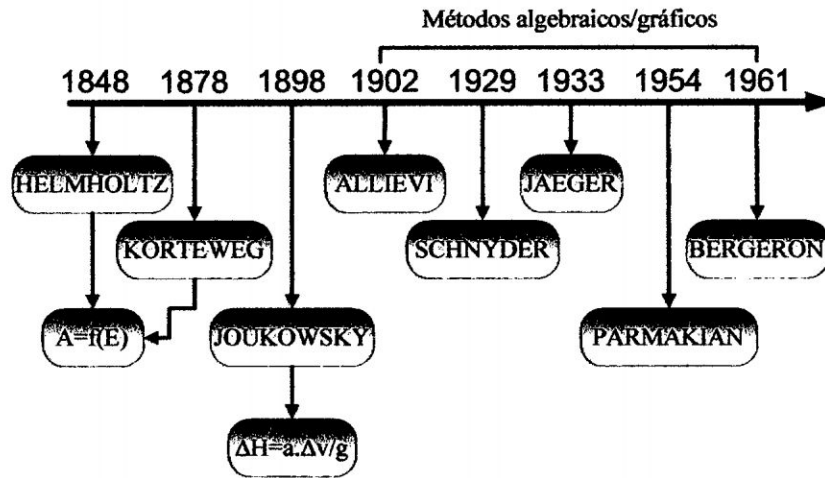


Figura 1.1: Línea de tiempo de los primeros métodos para resolver el Golpe de Ariete

En 1961 comienza una nueva etapa para el análisis del Golpe de Ariete debido al advenimiento de los computadores digitales (figura 1.2). En esta época aparece la contribución de Benjamin Wylie y Victor Streeter quienes dan a conocer algunas aplicaciones computacionales, validas para la solución de muchos problemas, basadas en el Método de las Características. Más tarde la historia del análisis del Golpe de Ariete registra las contribuciones de muchos estudiosos del tema, como Wood (Método de la Onda Plana, 1966), Rachford y Dupont (Método de Elementos Finitos, 1974), Chaudhry (Método de Diferencias Finitas, 1979), Watt (Métodos Híbridos, 1980), Evans y Sage (Método de las Características Implícito, 1983), Karney (Método de las Características, 1984), Wylie y Streeter (Método Lineal, 1993), Basha (Método de las Perturbaciones, 1996), etc.

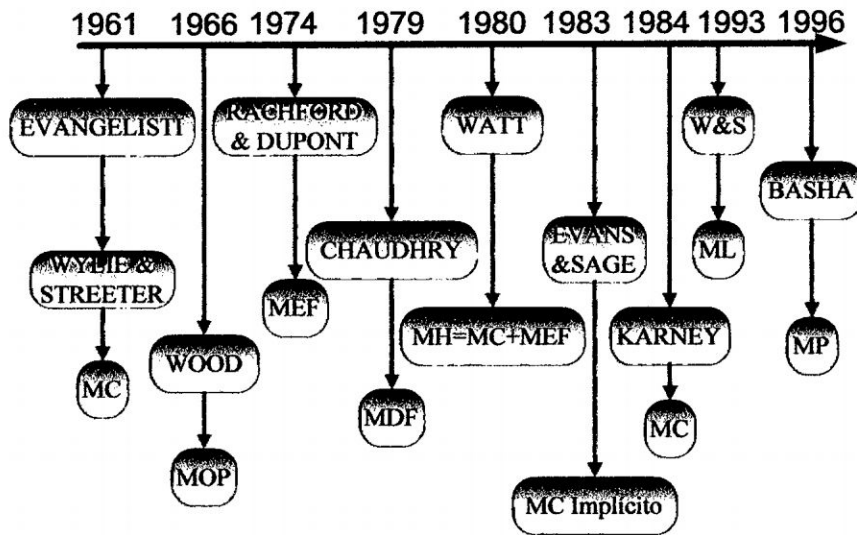


Figura 1.2: Línea de tiempo de los métodos numéricos

En aducciones, impulsiones y redes de tuberías cada vez que se cierra (o abre) una válvula, o cada vez que se enciende o apaga una bomba, se genera un Flujo no Permanente (ondas de presión o Golpe de Ariete) que eventualmente podría generar daños en el sistema por exceso (o déficit) de presión. No existe duda respecto de que el Golpe de Ariete aparece en todos los sistemas que transportan fluidos y que su presencia puede llevar a costosos daños e importantes interrupciones en el servicio. Para atenuar sus efectos es posible seguir dos caminos:

- Sobre-dimensionar el sistema, con el riesgo de aumentar los costos y amplificar el problema;
- Verificar el comportamiento del sistema mediante modelos computacionales eficaces que permitan anticipar los efectos de las ondas de presión, localizando los puntos conflictivos del sistema y determinando las estrategias para su atenuación o eliminación.

A nivel internacional (USA y Europa) existe la necesidad creciente de contar con soluciones y servicios relacionados con la modelación eficiente de las redes de tuberías, lo cual ayudaría a prevenir daños en el sistema mediante el desarrollo de *Estrategias de Control* que harían más efectivo el diseño y posterior operación de los sistemas hidráulicos, eliminando los costos y asegurando la longevidad del sistema, con un mínimo de eventos de corte del servicio.

Pese al desarrollo teórico observado a nivel internacional, la oferta de programas computacionales y servicios especializados para el análisis del Flujo no Permanente en redes de tuberías no es muy amplia, debido principalmente a la complejidad del problema y a que sus etapas de investigación y desarrollo pueden llevar muchos años.

En general, el conocimiento acerca del tema está radicado principalmente en Universidades y algunas empresas de ingeniería y consultoría internacionales. Algunas de estas instituciones han desarrollado algunos paquetes computacionales relativamente conocidos (ver cuadro 1.1). Las más importantes instituciones dedicadas al análisis de redes y consultoría están radicadas principalmente en países de habla inglesa, como USA, Canadá y Reino Unido (ver figura 1.3).



Figura 1.3: Países más avanzados en el estudio del Golpe de Ariete

Cuadro 1.1: Instituciones y empresas dedicadas al estudio del Golpe de Ariete

Institución	Nombre del Software	Método de Solución
Applied Flow Technology	AFT Impulse	Método de las Características
Flow Science Inc.	FLOW 3-D	No refieren
Hydromantis Inc.	ARTS	Método de las Características
BHR Group	FLOWMASTER 2	Método de las Características
Haestad Methods	HAMMER	Método de las Características
Stoner Associates	SPS / Simulator	No refieren
Universidad de Auckland	HYTRAN	Método de las Características
Universidad de Cambridge	PIPENET Transient Module	Método de las Características
Universidad de Kentucky	SURGE 5	Método de la Onda Plana
Universidad de Toronto	TRANSAM	Método de las Características
WL / Delft Hydraulics	WANDA	No refieren

Detrás de estas aplicaciones computacionales aparecen investigadores de reconocido prestigio mundial. Así por ejemplo, el programa *SURGE 5* fue desarrollado por el Dr. Don Wood en USA. El programa *TRANSAM* fue diseñado por el Dr. B. Karney y actualmente es utilizado por la empresa consultora *HYDRATEK* de Canadá.

En otros casos, son empresas las que han desarrollado las aplicaciones, como el caso del programa *HAMMER*, que tomo 15 años de desarrollo por parte de la empresa consultora *EHG* (Canadá), siendo este producto adquirido hace algunos años atrás por *HAESTAD METHODS* (USA). En general, todas estas instituciones tienen una influencia comercial relativamente local, excepto por *HAESTAD METHODS* (hoy en *Bentley Systems, Inc.*), el mayor proveedor de soluciones hidráulicas computacionales del mundo, con presencia virtual en muchos países a través de la Internet. A nivel latinoamericano son más conocidos el trabajo desarrollado por Edmundo Koelle en la Universidad de Campinas (Brasil) y el producto desarrollado por TWYMAN Ingenieros Consultores, en Chile. Casi todos estos paquetes permiten resolver redes de tuberías complejas usando el Método de las Características en diferentes versiones, excepto el programa *SURGE 5*, que usa el Método de la Onda Plana.

En Perú no se sabe de algún otro programa computacional, desarrollado localmente que pueda estar al nivel de los nombrados anteriormente. Es importante recalcar que el nivel del servicio descansa fuertemente en la calidad de las aplicaciones computacionales. Esto debido a que programas computacionales poco robustos o basados en esquemas numéricos propensos a errores pueden deteriorar el posicionamiento del producto mismo y el de la empresa.

A nivel internacional, debido al grado de desarrollo en el análisis de redes, el estándar exigido en la industria se basa en soluciones numéricas insertas en paquetes computacionales sofisticados, intensamente probados y aplicados en el terreno práctico. La idea es entregar soluciones y servicios confiables y de calidad. En países menos desarrollados (Latinoamérica), existe una multiplicidad de productos y servicios sustitutos basados en técnicas de análisis antiguas y obsoletas, que no garantizan realismo en la modelación de redes, menos algún grado de confiabilidad, lo cual degrada la calidad del servicio ofrecido. Estas soluciones alternativas se basan en métodos gráficos o manuales que se sustentan en tablas y ábacos, las cuales han sido generadas a partir de muchos estudios empíricos. Son soluciones más baratas y menos complejas, aunque muy simplificadas, destacando en este campo el método gráfico de Parmakian. Algunas empresas incluso evitan los excesivos cálculos y derechamente aplican la ecuación de Joukowsky, cuyo uso solo está permitido para sistemas extremadamente simples (con una sola tubería). La mayoría de las empresas de consultoría e ingeniería en Latinoamérica, que están en condiciones de incluir el *Análisis no Permanente* en sus proyectos utilizan este tipo de soluciones, muy inferiores en cuanto a precio, calidad y confiabilidad respecto de la oferta internacional¹.

Pedro L. Iglesias, Joaquín Izquierdo y Vicente S. Fuertes (2000). Aborda una formulación alternativa de las ecuaciones correspondientes a los *Fenómenos Transitorios* en conducciones. El método descrito en este artículo pretende generalizar la formulación de las diferentes condiciones de contorno de un sistema hidráulico cuando se analiza un fenómeno dinámico elástico. El resultado es un método flexible, capaz de adaptarse a

¹Para mayor detalle ver las referencias: [5], [10, pág. 2-7] y [21, pág. 4-9]

las diferentes condiciones de contorno reales. El artículo toma como punto de partida un estudio previo de *Izquierdo e Iglesias (1997)*, que constituye la base del modelo *DYAGATS* válido únicamente para sistemas simples. En el artículo se aborda la generalización para sistemas complejos, y la formulación obtenida constituye el núcleo del modelo *ARhIETE* desarrollado por el *Grupo Mecánica de Fluidos de la Universidad Politécnica de Valencia* [17].

Irex M. Falcón Martínez (2004). En su tesis “*Análisis y Diseño de Agua Potable por el Método de Elementos Finitos en Flujo Permanente*” da alcances del Golpe de Ariete con el Método de las Características en una red de agua potable [29].

John A. Twyman (2004). Presentan un nuevo enfoque para la solución de los sistemas ecuaciones hiperbólicas cuasi-lineales que gobiernan el fenómeno de *Flujo no Permanente* en redes de agua a presión. Demostrando lo ineficiente que resulta en algunos casos aplicar un único esquema numérico para la solución de redes complejas, cuando lo recomendable es resolver los tramos de la red según distintos esquemas de acuerdo al *Número de Courant*, presente en cada uno de ellos. Con esto es posible reducir la dispersión y atenuación numérica asociada al Número de Courant, además de reducir el tiempo de ejecución. Se incluye la presentación algoritmos numéricos originales, los cuales permiten optimizar la utilización del Método de las Características (MC) sintetizándolo con otros esquemas numéricos [51].

Myriam R. Pallares y Wilson Rodríguez (2007). Demuestra la importancia de los métodos numéricos en la resolución de este tipo de problemas. Para la simulación numérica del fenómeno se desarrolló un código en *Scilab3* que permite representar la propagación de las ondas de presión haciendo uso del Método de las Características, aplicado a un caso clásico de la literatura. Este método emplea un Esquema de Diferencias Finitas para resolver las Ecuaciones de Masa y Momento. En el artículo se presentan las ecuaciones que gobiernan el problema desde el punto de vista numérico, se analiza el comportamiento

del fenómeno y finalmente, se realiza una comparación entre los resultados obtenidos por la vía numérica y la solución teórica [43].

Sin ninguna duda las aportaciones más importantes que restan por hacer se encuentran en los simposios sobre Golpe de Ariete, promovido por *ASME (American Society of Mechanical Engineers)* y *ASCE (American Society of Civil Engineers)*, las seis conferencias internacionales “*Pressure Surges*”, organizadas por la *British Hydromechanics Research Association (B.H.R.A.)* y otras conferencia sobre “*Unsteady flow and fluid transients*”, que registran la contribución de muchos investigadores relevantes como: **Pickford, Tullis, Fox, Chaudhry, Sharp, Watters, Karney, McInnis, Martin, Boulos, Wood y otros.**

Finalmente, no se puede pasar por alto comentar la existencia de, al menos, veinte libros publicados sobre el tema en lengua inglesa. De entre todos ellos, son dignos de mención especial **Wylie y Streeter (1993)** y **Chaudhry (1987)**, por su innegable repercusión y calidad.

1.4. Planteamiento del Problema

El fenómeno del *Golpe de Ariete* puede generar presiones extremas en las redes de distribución, lo cual puede llevar a fallas en la red y artefactos hidráulicos, e inclusive rupturas en las tuberías, con el consiguiente riesgo de corte del servicio, pérdidas de agua, intrusión de contaminantes al sistema, fugas en una red, las fugas suponen pérdidas económicas, a veces de gran importancia, y pueden ser causantes de daños medio ambientales cuya detección temprana de una fuga permite una acción rápida y puede evitar o minimizar un daño, etc. Un Golpe de Ariete severo puede generar la *Separación de la Columna de Agua*, con consecuencias desastrosas para la integridad de las tuberías. Debido a esto la simulación del *Flujo no Permanente* y del Golpe de Ariete se ha convertido en un requisito esencial para asegurar el correcto diseño y operación de los Sistemas de Distribución de

Agua Potable². Por lo tanto se debe realizar el análisis numérico y la modelación hidráulica del Golpe de Ariete en redes de tuberías de agua potable por un método confiable y eficientemente computacional.

Los esquemas numéricos para el *Análisis y Simulación de Fenómenos Transitorios* como el *Método de las Características (MC)*, el *Esquema Preissman* y el *Esquema de McCormack* tienen algunas características negativas que pueden limitar su aplicación general cuando se hace el modelamiento por separado debido a sus deficiencias en su implementación. En este trabajo se presenta el *Método Híbrido (MH)*, general y sistemático para el modelamiento de diferentes condiciones de frontera como nodos o secciones de tuberías, que tienen por objeto reducir los aspectos negativos relacionados con la aplicación de los esquemas numéricos tradicionales, a partir de la resolución de unas ecuaciones obtenidas con una serie de hipótesis, basado en la combinación de los esquemas numéricos: del *Método de las Características* usados para calcular las variables estáticas Q y H (*Condiciones de Borde*) de un tramo y las interiores con el *Método de Diferencia Finitas*. Para ello se pueden hacer distintas aproximaciones según cuales sean las principales fuerzas determinantes del movimiento del agua, y según que variables interese conocer. Además está demostrado que la influencia de f no afecta a la estabilidad cuando se trabaja con *Método Híbrido*.

En este sentido, se pretende más resolver el problema que construir modelos y demostrar la importancia de los métodos numéricos en la resolución de este tipo de problemas [37]. Para lo cual, se dará prioridad a la elaboración de algoritmos y su implementación computacional se propone a través de un software en un lenguaje de programación estructurado de alto nivel, con una interfaz gráfica de usuario como es el *MATLAB R2009b*³ y la validación del programa en *MatchCAD V14*⁴ que permite representar la propagación de las ondas de presión haciendo uso del *Método Híbrido*. Este método emplea el *Método de las Características y Diferencias Finitas* para resolver las *Ecuaciones de Masa y Mo-*

²Referencia [52]

³Software comercial de Mathworks para Windows

⁴Software comercial de Mathsoft

mento. En la tesis se presentan las ecuaciones que gobiernan el problema desde el punto de vista numérico, se analiza el comportamiento del fenómeno y finalmente, se realiza una comparación entre los resultados obtenidos por el método tradicional (Método de las Características) y la solución propuesta (Método Híbrido) así como también la solución mediante un software comercial (*HAMMER V8 XM*)⁵.

Dependiendo de la importancia de una red de distribución de agua, la rotura de matrices o impulsiones debido a un Golpe de Ariete puede incrementar tanto los costos económicos (reparaciones, reemplazo de material, etc.) como los sociales (escasez de agua por cortes del servicio), convirtiendo el problema en un asunto estratégico.

Los efectos no deseados del Golpe de Ariete (fallas en las tuberías y pérdidas de agua) impactan negativamente en la estrategia organizacional reflejada en la visión, misión, análisis del entorno, análisis interno y focos estratégicos. La estrategia se ve afectada en los: recursos humanos, clientes, proveedores, finanzas, estructura y hasta problemas catastróficos en el medio ambiente. Para solucionar este problema se debe tomar decisiones eficientes y sostenibles para lo cual se hace necesario contar con métodos numéricos fáciles de aplicar y que no requieran una gran cantidad de memoria de cálculo.

1.5. Justificación e Importancia

El desarrollo urbanístico creciente en todo el mundo demanda que los ingenieros civiles tomemos una alta responsabilidad de planificar, diseñar y gestionar los sistemas de abastecimiento de agua potable que sean sostenibles, eficientes, confiables y de bajo costo, utilizando las últimas tecnologías, ya que representa una fuente permanente de retos para la gestión de muchos recursos, especialmente del agua. Dejando de lado los modelos simplista, cuando debería hacerse un modelo más realista, teniéndose consecuencias positivas para el desarrollo económico y la calidad de vida de los ciudadanos.

⁵Software comercial de Bentley System

El crecimiento del consumo de agua de las poblaciones, el uso para diferentes fines, ha llevado al aumento de: las alturas de elevación, diámetros de tuberías y los sistemas de impulsión. Actualmente el cálculo de esta sobrepresión resulta muy específico y complejo, debido a los muchos factores a tener en cuenta. El cálculo de la altura de presión y condiciones de flujo es muy relevante para el adecuado diseño, simulación y la operación de los sistemas hidráulicos debido a cambios repentinos de alguna variable de estado que puede generar presiones muy altas durante el acontecimiento transitorio, variando desde lo ligeramente inconveniente hasta lo desastroso, como la interrupción momentánea del abastecimiento o una caída de la presión en los nudos de consumo hasta la separación de la columna de agua y la destrucción de una estación de bombeo, un desastre medioambiental, una explosión o un incendio.

El fenómeno del Golpe de Ariete se hace importante y merece atención, cuando las condiciones de cambio de velocidad son drásticas, pues es entonces cuando se generan las condiciones de sobrepresión más peligrosas, sobre todo en el cierre total donde se genera la mayor sobrepresión puesto que así se pone de manifiesto toda la energía o impulso de agua que puede ocasionar la ruptura de las tuberías y por consecuencia el corte del servicio de agua, la pérdida de agua y la intrusión de contaminantes al sistema. Por lo que es importante la simulación del Golpe de Ariete como requisito primordial para asegurar el correcto diseño y operación del sistema de distribución de agua potable.

En las últimas décadas, el tema del *Análisis Transitorio* en redes de tuberías se ha desarrollado desde el *Análisis Gráfico Aproximado* a modelos detallados basado en modelos matemáticos y físicos con algoritmos numéricos sofisticados, siendo el más predominante e importante el Método de las Características (MC) y algunos otros esquemas numéricos principalmente basados sobre el Método de Diferencias Finitas Explícito (MDFE) y como una metodología alternativa el Método de Elementos Finitos (MEF) y el Método de Volúmenes Finitos (MVF). Creo que es muy importante con el potencial de cálculo que se cuenta en la actualidad el desarrollo de un modelo matemático para el análisis del fenómeno del Golpe de Ariete en redes de tuberías de agua potable basado en el

Método Híbrido que es un algoritmo que combina las mejores características positivas de dos o más esquemas numéricos (más estables), dejando sus características negativas para producir un nuevo método capaz de llegar a un efecto sinérgico positivo ya que el Método de las Características puede ser inestable cuando sobre todo en sistemas de tuberías con altas pérdidas por rozamiento (que transporta líquidos altamente viscosos) o en sistemas de tuberías de pequeños diámetros, sin embargo, el resultado obtenido para el sistema numérico será dependiente de su capacidad para trabajar con diferentes Números de Courant, siendo inevitable contar siempre con los *Algoritmos Transitorios* de fluido más estable y confiable, especialmente cuándo deben ser analizado las redes de tuberías más complicadas.

Utilizando los modernos ordenadores es posible desarrollar programas sofisticados computacionales para la simulación de los fenómenos de Golpe de Ariete en redes de tuberías complejas con muchos dispositivos hidráulicos, condiciones de frontera y dispositivos de control. Hoy en día, casi todo el análisis de flujo no permanente en redes de tuberías es realizado usando técnicas numéricas porque normalmente la solución exacta para las ecuaciones básicas diferenciales parciales que gobiernan los fenómenos transitorios no es factible. En este sentido, la tesis pretende demostrar la importancia de los métodos numéricos en la resolución de este tipo de problemas presentando las ecuaciones básicas que rigen el fenómeno del Golpe de Ariete considerando desde un punto de vista numérico, junto con la presentación del Método Híbrido aplicado a algunos casos clásico de la literatura y a un caso real.

Se cuenta con los Software especializado que hoy hacen posible realizar miles de cálculos en forma rápida y con un alto grado de precisión. Estas herramientas han permitido resolver problemas reales de gran complejidad. Es importante que los profesionales encargados de diseñar y aprobar los proyectos tengan presente estas técnicas y otras existentes, para aplicarlas racionalmente en la elaboración de los *Expedientes Técnicos de Redes de Agua Potable*.

En nuestro país, al no existir marco teórico y normativo, es importante dar esa normativa para *Fenómenos Transitorios en Redes de Agua Potable y Alcantarillado*, siendo responsabilidad del diseñador, quien debe conocer y aprovechar las técnicas desarrolladas para ello. Actualmente, este trabajo lo realiza el diseñador de acuerdo a su experiencia, utilizando soluciones tradicionales y no así lo real. El problema toma mayor importancia por tratarse de proyectos de grandes inversiones, por lo que resulta inconcebible no realizar una modelación real y lo que es peor, las instituciones que financian estos proyectos no exigen justificación alguna de diseño.

1.6. Objetivos

1.6.1. Objetivos Generales

- Realizar el análisis numérico y la modelación hidráulica del Golpe de Ariete en redes de tuberías de agua potable por el Método Híbrido.

1.6.2. Objetivos Específicos

- Desarrollar el modelo matemático para el análisis del fenómeno de Golpe de Ariete en redes de agua potable utilizando los Métodos Híbridos (MC y MDF).
- Formulación y elaboración de un programa de cálculo en *Matlab R2009b* y la validación en *Mathcad 14*⁶ basado el método tradicional (MC) y en el modelo propuesto (MH).
- Determinar y comparar los parámetros hidráulicos en función al tiempo del Golpe de Ariete a través del método tradicional (MC), método propuesto (MH) y software comercial *HAMMER V8 XM* en redes hipotéticas.

⁶*Mathcad 14* es un programa orientado para realizar informes técnicos detallados, sus funciones y la manera de utilizarlo se encuentra en las referencias [27], [30] y [41]

- Realizar el análisis de un proyecto específico de la región aplicando software comercial (*HAMMER V8 XM*).

1.7. Organización de la tesis

Para lograr los objetivos trazados en este proyecto, la metodología de trabajo delineado consistirá: estudiar, analizar y resolver el modelo matemático para el análisis del fenómeno de Golpe de Ariete en redes de agua potable el Método Híbrido.

Como primer punto se conocerán las ecuaciones que rigen en el fenómeno del Golpe de Ariete en redes de agua potable, con diferentes accesorios y dispositivos hidráulicos. Una vez de conocer el modelo matemático, se dará solución al mismo por técnicas de métodos numéricos que están basadas en la combinación del Método de las Características con otros esquemas que dan como resultado los Métodos Híbridos. El que ha de ser demostrado que es un esquema numéricamente estable y computacionalmente eficiente.

Para la discusión de los resultados del modelo matemático, el objetivo principal es determinar los valores de presiones transitorias que pueden resultar de las operaciones de control de flujo y establecer los criterios de diseño para sistema de equipo y dispositivos (como dispositivos de control y espesor de las tuberías) para proveer uno aceptable nivel de protección contra el fallo de sistema debido al colapso de las tuberías o rotura.

Se hará el análisis del fenómeno del Golpe de Ariete en redes hipotéticas que muchos autores estudiaron, para poder comparar el Método de las Características con el Método Híbrido, que es el método que se está planteando.

Finalmente se presentan un caso de estudio de la *Red de Agua Potable Pokras*, que se encuentra ubicado en el Distrito de Carmen Alto en la ciudad de Ayacucho que es una aplicación que se realizará con el programa desarrollado en *MATLAB R2009b* y se comparará para los regímenes de flujo permanente (*WaterCAD V8 XM*) y no permanente (*HAMMER V8 XM*) y de allí la discusión de los resultados.

- **Capítulo 1**, Se expone el problema de investigación. Como ha sido abordado, los antecedentes y como viene siendo tratado actualmente. Además explica la importancia y justificación del trabajo de investigación. Asimismo se hace un planteamiento final de los objetivos que persigue la tesis.
- **Capítulo 2**, El estado del conocimiento del Golpe de Ariete en redes de agua potable se trata con una breve referencia histórica, se muestra los conceptos básicos del Golpe de Ariete así como la interpretación física del fenómeno, las causas y efectos, las ecuaciones que gobiernan, los modelos de análisis y los métodos de solución numérica, mostrando el enfoque Euleriano y el enfoque Lagrangiano.
- **Capítulo 3**, Se muestra la formulación numérica por Método Híbrido con el método del intervalo preespecificado: En primer lugar se muestra el método de las características con las ecuaciones características completa y las ecuaciones características aproximada, mostrando el significado físico de las líneas características, la solución numérica de la malla característica y la interpolación MC (Newton - Gregory), en segundo lugar se muestra los métodos de las diferencias finitas (MDF): diferencias finitas implícitos (esquema de Preissman o de cuatro puntos centrado), mostrando los coeficientes de ponderación para asegurar la estabilidad numérica, diferencias finitas explícitos (esquema de McCormack) y finalmente las condiciones de frontera: nudo simple, línea de reservorio, línea de válvula.
- **Capítulo 4**, Se presenta la aplicación práctica del Golpe de Ariete en Redes de Agua Potable, haciendo la descripción general del programa desarrollado (HyMet v2010) como del programa comercial (HAMMER V8 XM).
- **Capítulo 5**, Se realiza un análisis de los resultados obtenidos por el HyMet v2010 y el HAMMER V8 XM, específicamente de las variables de estado.

- **Capítulo 6**, Se ocupa de las conclusiones de la investigación y las recomendaciones para proyectos futuros. Se presenta también algunos temas afines para investigaciones futuras.
- **Bibliografía**, Se presenta una lista detallada del material bibliográfico utilizado.
- **Apéndice A**, Se muestra la formulación matemática del método del Gradiente para el análisis de redes de distribución de agua a presión, para flujo permanente.
- **Apéndice B**, Se muestra la demostración de las ecuaciones de flujo no permanente en conductos cerrados así como la discusión que tipo de ecuación diferencial son dichas ecuaciones.
- **Apéndice C**, Se muestra los diagramas de flujo del Método Híbrido.
- **Apéndice D**, Se muestra los esquemas de interpolación tanto para el el método de las características como para la interpolación de la curva τ vs tiempo.
- **Apéndice E**, Se muestra la bibliografía correspondiente de los coeficiente de descarga en función del porcentaje de apertura de la válvula.
- **Apéndice F**, Se muestra el programa desarrollado: HyMet V2010, sus alcances y limitaciones, el código fuente del archivo principal y un pequeño manual del programa, para hacer el ingreso de cálculo, opciones de cálculo y la visualización de resultados.
- **Apéndice G**, Contiene datos, fotografías y resultados de la Red de Agua Potable Pokras.
- **Apéndice H**, Se adjunta los planos del proyecto real.

Todos los cálculos y gráficos han sido realizados con *AutoCAD 2010*, *AutoCAD Civil 3d 2010*, *Microsoft Visio 2007*, *Adobe Acrobat Pro 9*, *MathCAD 14* y *Matlab R2009b* y el procesamiento en \LaTeX .

Capítulo 2

ESTADO DEL CONOCIMIENTO DEL GOLPE DE ARIETE EN REDES DE AGUA POTABLE

2.1. Generalidades

Los fenómenos transitorios desempeñan un papel esencial en el funcionamiento de los sistemas de tuberías. Las condiciones transitorias representan problemas potenciales para muchos sistemas de distribución y no debe ser ignorada [64].

El Golpe de Ariete se manifiesta como fluctuaciones de presión en conducciones. Estos transitorios pueden causar variaciones de presión tan amplias que invalidan las suposiciones de homogeneidad y continuidad. Las propiedades mecánicas de la pared de la conducción influyen significativamente la intensidad y velocidad de propagación de estas ondas de presión. Estos hechos indican que un modelo útil para describir el flujo en tuberías debe ser un modelo transitorio, eso es, debe resolver las ecuaciones de flujo dependientes del tiempo. Sin embargo, habitualmente se usa el modelo de Flujo Estacionario para el diseño de tuberías. Los valores transitorios son el resultado de cambios en

las variables dinámicas causados por los procesos del paso temporal previo. Los valores del modelo del Estado Estacionario no dependen de los valores anteriores, sino solo de las condiciones de contorno [63].

El objetivo principal del *Análisis Transitorio* es determinar los valores de Presiones Transitorias que pueden resultar de las operaciones de control de flujo y establecer los criterios de diseño para sistema de equipo y dispositivos (como dispositivos de control y espesor de la pared de las tuberías) para proveer un aceptable nivel de protección contra el fallo del sistema debido al colapso de las tuberías o rotura. Debido a la complejidad de las ecuaciones necesarias para describir los transitorios, los modelos numéricos utilizan modelos del ordenador para el análisis. Un modelo numérico eficaz, permite que el ingeniero hidráulico analice los posibles eventos transitorios, identifique y evalúe las soluciones alternativas para el control de los Transitorios Hidráulicos, a fin de proteger la integridad del sistema hidráulico [7].

Hoy día se dispone de diversas soluciones mecánicas, como válvulas hidráulicas y tanques de presión para evitar dicho efecto. Aunque bien conocidas, estas soluciones son costosas, requieren un mantenimiento importante y, en el caso de los tanques de presión, necesitan mucho espacio. El Golpe de Ariete en un sistema de abastecimiento de agua reduce de forma considerable la vida útil de las tuberías, válvulas y juntas, provocando interrupciones del servicio no deseadas y unos altos costos de mantenimiento. El cierre brusco de las válvulas de control es muy común, dado que el comportamiento dinámico de las válvulas es demasiado lento [48].

Actualmente entender el Golpe de Ariete es muy importante que se ha llegado a un nivel tal que es imposible evitar la modelación del Golpe de Ariete en redes de agua potable, por lo que ofrece, por una parte la modelación de situaciones reales y por otra, exige tener un conocimiento suficiente para la modelación correcta. La modelación del Golpe de Ariete requiere un punto de partida o solución inicial, dada generalmente por el análisis

del Flujo Permanente¹ y por ende se debe tener un conocimiento suficiente de ello.

2.2. Golpe de Ariete

2.2.1. Conceptos básicos

Los términos comúnmente utilizados se definen en esta sección; los términos menos comunes se definen en la tesis cada vez que aparezcan por primera vez².

- **Flujo permanente y no permanente.** Si las condiciones de flujo, tales como la presión, la velocidad y el caudal, en un punto no cambian con el tiempo, entonces el flujo se dice que es permanente. Si las condiciones cambian con el tiempo, el flujo se denomina no permanente. Estrictamente hablando, los flujos turbulentos son siempre no permanentes, ya que las condiciones en un punto están cambiando continuamente. Sin embargo, teniendo en cuenta los valores medios temporales durante un corto período de tiempo, estos flujos se consideran como constantes en el tiempo si las condiciones medias no cambian con el tiempo. Al referirse al flujo turbulento permanente o no permanente aquí, vamos a utilizar en el tiempo las condiciones medias.
- **Flujo transitorio o estado transitorio.** El flujo de fase intermedia, cuando las condiciones de flujo, son cambiadas de estado permanente a otro estado permanente, se llama estado de flujo transitorio o flujo transitorio.
- **Flujo uniforme y no uniforme.** Si la velocidad es constante en relación con la distancia en un momento dado, el flujo se llama flujo uniforme, mientras que si la velocidad varía con la distancia, se llama flujo no uniforme.

¹Para la solución del Flujo Permanente utilizaremos el método del Gradiente, para la formulación matemática ver el anexo A

²Para mayor detalle ver las referencias: [10, pág. 1-2], [21, pág. 1-4] y [62, pág. 1-4]

- **Flujo de estado oscilatorio o periódico.** Si las condiciones de flujo son variables con el tiempo y si se repiten después de un intervalo de tiempo fijo, el flujo se llama estado de flujo oscilatorio y el intervalo de tiempo en el cual las condiciones repiten se menciona como el periodo.
- **Separación de Columna.** Si la presión en un conducto cerrado cae por debajo de la presión de vapor de un líquido, entonces se forma cavidades en el líquido y la columna líquida puede separarse.
- **Cavitación.** Si la presión sigue descendiendo hasta alcanzar la presión de vapor (que dependiendo de la temperatura local puede ser igual a 8 milímetros o 30 cm. de presión absoluta), entonces el líquido comenzará a cavitarse (o “hervir”), formando una nube de burbujas y con ello la ‘*Separación de la Columna Líquida*’ (el líquido se vaporiza). El fenómeno crítico se genera cuando el flujo quiere restablecer su condición anterior a la separación, donde el choque de dos columnas de agua aplasta la cavidad de aire, generándose un ‘*Pulso de Presión de Corta Duración*’, fenómeno que ha sido ampliamente estudiado y cuyo ‘*Peak*’ de presión puede exceder el valor máximo dado por la ecuación de Joukovsky. Para simular lo anterior la literatura recomienda aplicar el modelo denominado ‘*Discrete Gas Cavity Model*’ (DGCM), el cual es muy preciso y tiene la ventaja de modelar: (1) burbujas distribuidas a lo largo de la tubería; (2) cavidades de aire (separación de la columna) en puntos específicos de la red.
- **Waterhammer.** En el pasado, los términos tales como waterhammer, oilhammer, y steamhammer se refiere a las fluctuaciones de la presión causada por un cambio de flujo en función del líquido en cuestión. Hoy en día, sin embargo, el término *Transitorio Hidráulico* se utiliza más frecuentemente.

2.2.2. Golpe de Ariete

Se denomina Golpe de Ariete al choque violento que se produce sobre las paredes de una tubería cuando el movimiento del líquido es modificado bruscamente. En otras palabras, consiste en la sobrepresión o subpresión que las tuberías reciben al cerrarse o abrirse bruscamente una válvula o al ponerse en marcha o detenerse una maquina hidráulica (bomba). Los siguientes son algunos casos en que se puede presentar el Golpe de Ariete³:

- Cambios en la abertura de la válvula, accidental o planeado.
- Partida o parada de bombas.
- Cambios en la demanda de potencia de turbinas.
- Vibración de impulsores en bombas, ventiladores o turbinas.
- Vibración de accesorios deformables tales como válvulas.
- Cambios de elevación del embalse.
- Ondas en el embalse.
- Etc.

El caso más común es el del cierre de una válvula, en que la energía cinética con que estaba animado el fluido se convierte en un trabajo, determinando sobre las paredes de un conducto presiones superiores a la carga inicial (sobrepresión). Posiblemente, el caso más importante de Golpe de Ariete ocurre en una impulsión con bombas accionadas con motores eléctricos cuando sucede la interrupción de la energía. El Golpe de Ariete es un fenómeno transitorio, en el que el flujo es variado y no permanente.

³Para mayor detalle ver la referencia [60]

2.2.3. Interpretación física del fenómeno

Con el objetivo de analizar el fenómeno físicamente, estudiaremos el caso del “cierre instantáneo de la válvula”, el que, a pesar de ser una abstracción teórica, posibilita una más fácil comprensión del problema. Decimos que el cierre instantáneo es una abstracción, porque los órganos de cierre, por rápido que actúen siempre demandarían un tiempo para completar el cierre del caudal. Ello no obstante, en la realidad práctica se produce cierres que pueden adaptarse a ese criterio y que como se estudiará, no son deseables puesto que pueden producir sobrepresiones máximas.

Antes de entrar a considerar en profundidad estos aspectos, resulta interesante describir, como una primera aproximación tangible al fenómeno que nos ocupa, la forma en la que las ondas se transmiten y reflejan, mediante un ejemplo sencillo. Como se va a ver en la descripción del fenómeno, el proceso se caracteriza por una transformación alternativa cíclica de la energía cinética que arrastra el líquido en energía elástica que almacenarán tanto el fluido como las paredes de la propia tubería.

En la figura 2.1 representamos una secuencia de dibujos, un conducto de diámetro D y longitud L , conectado a un embalse de capacidad infinita inclinado, para mayor generalidad. La conducción puede ser regulada por la válvula situado aguas abajo y las coordenadas l , que las medimos desde la válvula hasta el embalse donde adquiere el valor L , se mostrarán la evolución del transitorio que se inicia por el cierre instantáneo de una válvula causando la expansión y contracción de la tubería y el líquido con densidad ρ . El primero de los dibujos esquematiza las condiciones previas al cierre instantáneo de la válvula, es decir el régimen permanente. Los dibujos representan situaciones posteriores al cierre, el que se opera en un instante inicial t_0 .

2.2. Golpe de Ariete

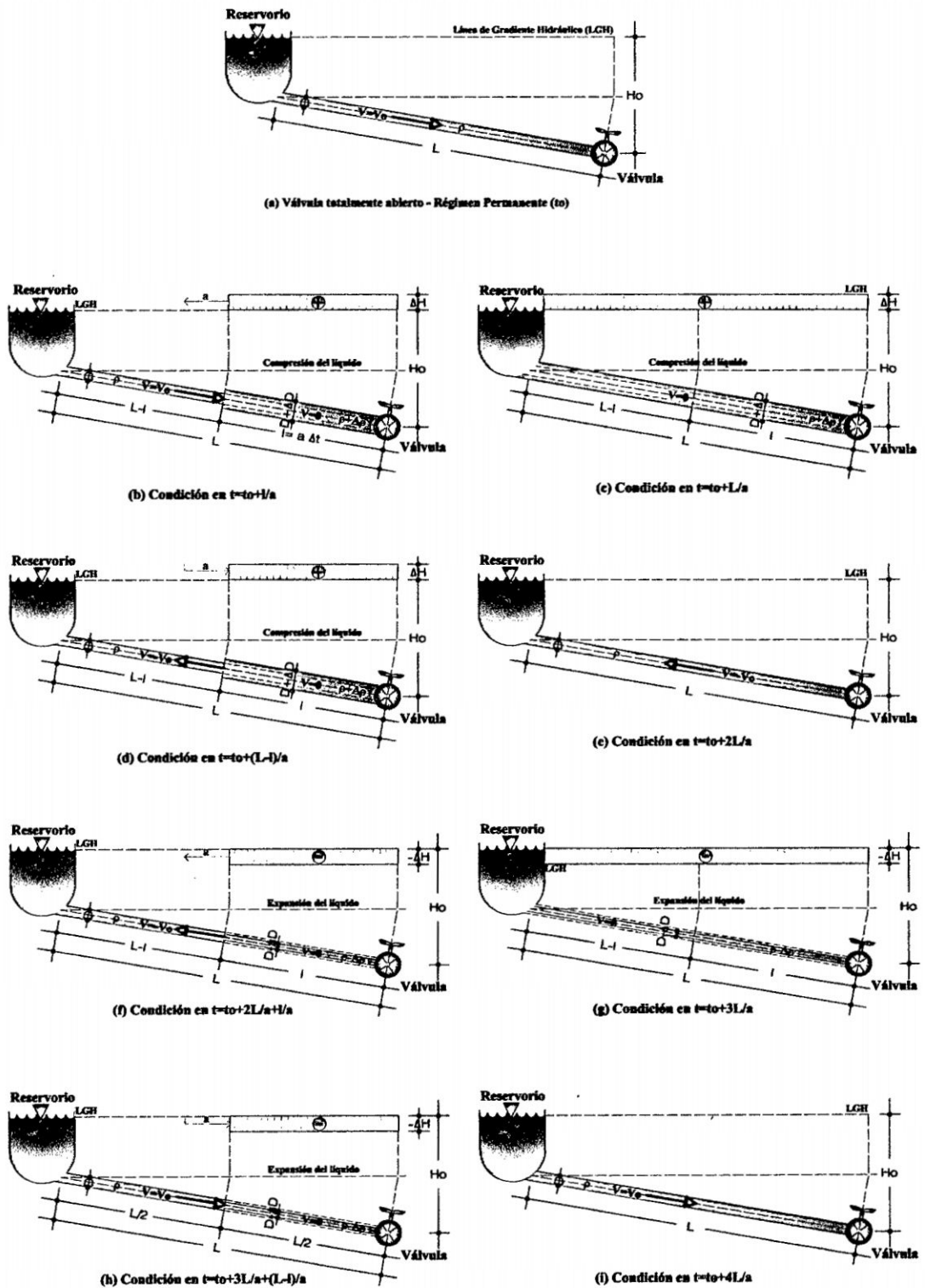


Figura 2.1: Interpretación física del Golpe de Ariete para el cierre instantáneo

Ya que se quiere centrar la atención exclusivamente en la descripción física del fenómeno, se admitirá que no existen pérdidas por fricción, lo que equivale a suponer un amortiguamiento nulo en la transmisión de las sucesivas perturbaciones. En la figura 2.1 se representa la secuencia de los acontecimientos que se puede dividir en cinco partes, haciéndose la aclaración que las sobrepresiones por Golpe de Ariete, de acuerdo a lo dicho, deben representarse sobre el eje del conducto y no sobre su proyección. Es por ello que en todos los casos se rebate la verdadera magnitud del conducto sobre la horizontal.

- **Para $t = t_o + \Delta t = t_o + \frac{L}{a}$ y $t = t_o + \frac{L}{a}$.** Tan pronto como la válvula está cerrada, la velocidad de flujo en la válvula se reduce a cero. Lo que provoca un aumento de presión ΔH . Debido a este aumento de presión, la tubería se expande (en el estado permanente el diámetro se muestra por líneas punteadas), el fluido se comprime por el consiguiente aumento de la densidad de fluido ($\rho + \Delta\rho$) y una onda de presión positiva se propaga hacia el depósito con una cierta velocidad que llamaremos celeridad de onda. Detrás de esta onda, la velocidad de flujo es cero y toda la energía cinética se ha convertido en energía elástica. Si a , es la velocidad de la onda de Golpe de Ariete y L es la longitud de la tubería, a continuación en el tiempo $t = t_o + \frac{L}{a}$, a lo largo de toda la tubería, la tubería se expande, la velocidad de flujo es cero y la altura de presión es $H_o + \Delta H$.
- **Para $t = t_o + \frac{L-l}{a}$ y $t = t_o + \frac{2L}{a}$.** Como el nivel del depósito es constante, las condiciones son inestables cuando la onda llega allí, porque la presión en una sección sobre el lado de depósito es H_o mientras que la presión sobre una sección adyacente de la tubería es $H_o + \Delta H$. Debido a este diferencial de presión, el líquido comienza a fluir de la tubería al depósito con velocidad $-V_o$. Así, la velocidad es cambiada de cero a $-V_o$ lo que provoca la caída de presión de $H_o + \Delta H$ a H_o . En otras palabras, una onda negativa se desplaza hacia la válvula de manera que la presión detrás de la onda (es decir, en el lado aguas arriba) es H_o y la velocidad del fluido es $-V_o$. En

$t = t_o + \frac{2L}{a}$, la altura de presión en toda la tubería es H_o y la velocidad del fluido es $-V_o$.

- Para $t = t_o + \frac{2L}{a} + \frac{l}{a}$ y $t = t_o + \frac{3L}{a}$. Dado que la válvula está completamente cerrada, una velocidad negativa no se puede mantener en la válvula. Por lo tanto, la velocidad es cambiada de manera instantánea $-V_o$ a cero. Debido a esto, la presión se reduce a $H_o - \Delta H$ y una onda negativa se propaga en dirección aguas arriba. Detrás de esta onda, la presión es $H_o - \Delta H$ y la velocidad del fluido es igual a cero. En el tiempo $t = t_o + \frac{3L}{a}$, la altura de presión en toda la tubería es $H_o - \Delta H$ y la velocidad del fluido es igual a cero.
- Para $t = t_o + \frac{3L}{a} + \frac{L-l}{a}$ y $t = t_o + \frac{4L}{a}$. Tan pronto como esta onda negativa llega al depósito, una condición de desequilibrio se crea de nuevo al final aguas arriba. Ahora la presión es mayor en el lado del depósito que en la tubería. Por lo tanto, el líquido comienza a fluir hacia la válvula con velocidad V_o y la altura de presión se restablece H_o . En el tiempo $t = t_o + \frac{4L}{a}$, la altura de presión en toda la tubería es H_o y la velocidad de flujo es V_o . Por lo tanto, las condiciones en la tubería son las mismas que durante las condiciones permanentes.

Como la válvula está completamente cerrada, la secuencia de los acontecimientos anteriores se inicia de nuevo en $t = t_o + \frac{4L}{a}$. Como se supone que el sistema es sin fricción, este proceso continúa y las condiciones se repiten en un intervalo de $t = t_o + \frac{4L}{a}$. Este intervalo tras el cual se repiten las condiciones se denomina el periodo teórico de la tubería. Las figuras: 2.2, 2.3 y 2.4 muestran el resultado del paso del transitorio en el tiempo por diversos puntos del sistema.

2.2. Golpe de Ariete

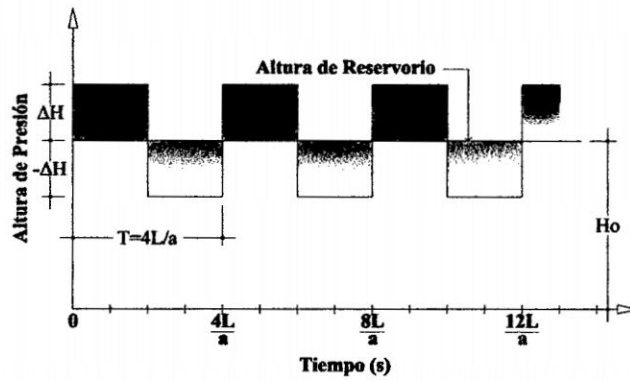


Figura 2.2: Variación de la altura de presión en la válvula, las pérdidas por fricción son despreciadas

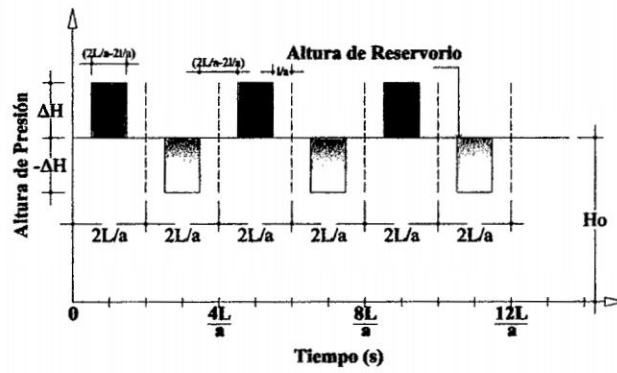


Figura 2.3: Variación de la altura de presión cerca de la válvula ($x = L - l$), las pérdidas por fricción son despreciadas

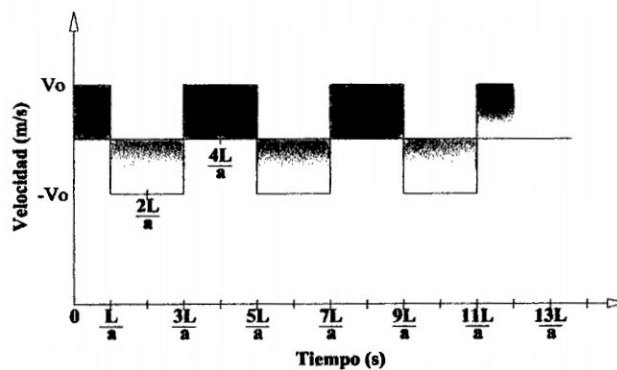


Figura 2.4: Fluctuaciones de velocidad a la entrada del depósito

En sistemas físicos reales, sin embargo, las ondas de presión se disipan debido a las pérdidas por fricción como las ondas se propagan en la tubería y el fluido se convierte en estacionario después de algún tiempo. Si las pérdidas por fricción se tienen en cuenta (figura 2.5), entonces la variación de presión en la válvula con el tiempo será como se muestra en la figura 2.6⁴.

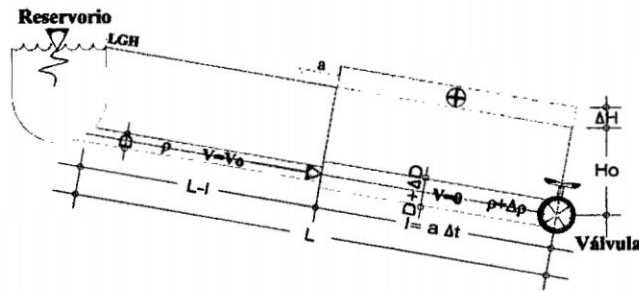


Figura 2.5: Sistema físico real, considerando las pérdidas por fricción

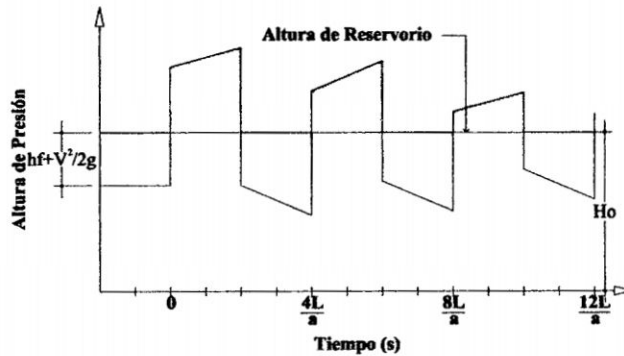


Figura 2.6: Variación de presión en la válvula, considerando las pérdidas por fricción

2.2.4. Causas y efectos

Cuando las condiciones cambian de un estado de permanente a otro, se denomina estado de flujo transitorio. En otras palabras, las condiciones Transitorias son iniciadas siempre que las condiciones fijas sean perturbadas. Tal alteración puede ser causada por los cambios, planificado o accidental, en la configuración de los equipos de control del sistema artificial

⁴Para mayor detalle ver las referencias: [10, pág. 11-16], [21, pág. 9-13], [35, pág. 3-7] y [62, pág. 7-8]

y por los cambios en el ingreso o salida de un sistema natural. Existen cuatro eventos que comúnmente generan un Golpe de Ariete, asociados principalmente con la manipulación (o falla) de artefactos hidráulicos y son los siguientes:

- Encendido (partida) de bombas.
- Apagado (parada) de bombas.
- Apertura (o cierre) de válvulas.
- Mal uso de artefactos mitigadores.

El estudio de Golpe de Ariete normalmente implica el análisis de los problemas de los sistemas de tuberías que tengan uno o más de estas condiciones. Otras causas del Golpe de Ariete se deben a otro tipo de actividades en los sistemas, como el llenado o vaciado de tuberías, uso de grifos de incendio, cambios en la presión del sistema, cambios súbitos en la demanda de agua, etc. Todos estos eventos deben ser considerados en las etapas de diseño y operación de los sistemas hidráulicos, los cuales deben ser capaces de soportar condiciones de operación tanto normales como anormales.

Cualquier perturbación sobre la velocidad del flujo en un sistema hidráulico genera ondas de presión que se propagan a lo largo y ancho de la red a la velocidad del sonido, generando con ello los siguientes efectos y consecuencias:

Efecto: altas presiones \mapsto consecuencia: falla o rotura de tuberías, pérdidas de agua, etc.

Efecto: bajas presiones \mapsto consecuencia: cavitación, intrusión de aire y/o contaminantes.

Efecto: vibraciones \mapsto consecuencia: deformaciones, falla o rotura de tuberías, etc.

Al analizar las consecuencias del Golpe de Ariete es posible concluir que el daño proveniente de las altas presiones se debe a la interacción entre la carga y la materia (tubería, agua), produciéndose vibraciones, deformaciones, fatigas y roturas. Las bajas presiones

inducen una interacción entre la materia y el medio (aire), generando con ello el colapso de la tubería o corrosión⁵.

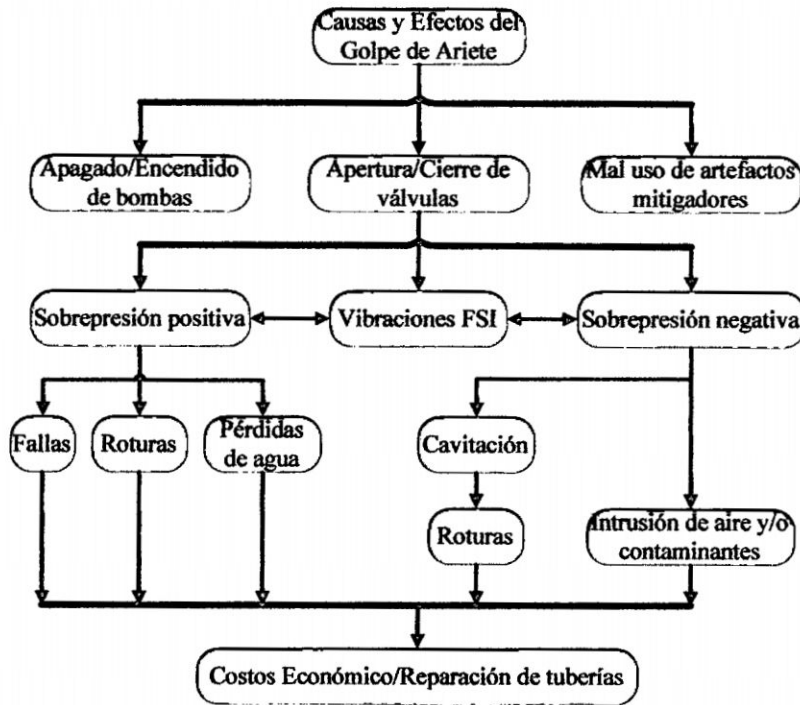


Figura 2.7: Causas y efecto del Golpe de Ariete

2.2.5. Modelos de análisis

El Golpe de Ariete en sistemas hidráulicos puede ser dividido en dos amplias categorías (Watters, 1984): (1) teoría de columna rígida de agua, que trata el fluido como una sustancia inelástica en el que los cambios de presión se propagan instantáneamente en todas partes del sistema y las propiedades elásticas de las paredes de la tubería no son de ninguna consecuencia, (2) el elástico o la teoría Waterhammer, en el que la elasticidad tanto del fluido como de las paredes de la tubería es tenida en cuenta en los cálculos. Sólo la teoría elástica del Golpe de Ariete será incluida por ser la más real posible⁶.

⁵Para mayor detalle ver las referencias: [10, pág. 18-19], [16], [21, pág. 2-4], [35, pág. 8], [44, pág. 27-28], [62, pág. 11-12] y [65, pág. 30-32]

⁶Para mayor detalle ver las referencias: [21, Cap. 2], [7, Cap. 13]

2.2.5.1. Teoría de la Columna Rígida (o modelo rígido)

- Fluido se comporta como una sustancia inelástica.
- Ondas de presión se propagan instantáneamente.
- Comportamiento de la tubería es inelástico.

Esta teoría tiene como principal ventaja su rapidez en el cálculo, siendo sus desventajas un análisis muy simplista que no considera la elasticidad del sistema al suponer que la tubería es indeformable y que el líquido es incompresible. Además, para resolver redes complejas utiliza conceptos tales como la longitud y diámetro equivalente, ambos obsoletos.

2.2.5.2. Teoría Elástica (Golpe de Ariete o Waterhammer)

- Fluido se comporta como una sustancia elástica.
- Ondas de presión se propagan a una velocidad finita.
- El comportamiento de la tubería es elástico.

La principal ventaja de la *Teoría Elástica* es que considera la elasticidad del sistema (supone que la tubería es deformable y que el líquido es compresible). No requiere utilizar los conceptos de longitud y diámetro equivalente para analizar redes complejas. En el caso que nos ocupa, deberemos estudiar transitorios lentos o rápidos en sistemas elásticos, razón por la cual será necesario trabajar con modelos no-permanentes (o elásticos) para resolver el Golpe de Ariete.

2.3. Ecuaciones que Gobiernan

Para obtener las ecuaciones diferenciales del Golpe de Ariete en tubería es necesario aplicarse en una sección de tubería muy corta (sección de tubería infinitesimal), dos ecuaciones básicas de la Mecánica de Fluidos: la *Segunda Ley de Newton* y la *Ecuación de Continuidad*. Como las variables dependiente son consideradas la presión P (o altura piezométrica H) y el promedio de la velocidad del fluido (o el caudal del fluido Q) para el área de sección transversal de la tubería. Las variables independientes son la posición s a lo largo de la tubería y el tiempo t . Así, tenemos $P = P(s, t)$ y $V = V(s, t)$.

A pesar de que, algunos autores como Streeter y Wylie (1987) y Watters (1984) han recomendado, para el análisis de Golpe de Ariete en las redes de tuberías, utilizar H y Q en lugar de P y V debido a que las primeras variables permiten una mejor visualización de la propagación de las ondas de presión. En esta tesis se va a usar H y V , ya que se acomodan mejor a la programación. En este capítulo la *Ecuación Dinámica* y la *Ecuación Continuidad* se presentarán junto con la expresión analítica de la *Velocidad de Onda*. Se puede encontrar más detalles acerca de estos temas en las siguientes referencias (Karney, 1984; Salgado, 1990; Streeter y Wylie, 1987; Vernal, 1991; Watters, 1984; Streeter y Wylie, 1983).

2.3.1. Ecuación Dinámica (movimiento) y Ecuación de Continuidad

Los principios físico que describe el Golpe de Ariete en las redes de tuberías son representados por dos ecuaciones: *Ecuación Dinámica (o Impulso)* y *Ecuación de Continuidad (o Conservación de Masa)*. Ambas ecuaciones forman un juego de ecuaciones diferenciales cuasi lineales hiperbólicas parciales que pueden ser presentadas como (Chaudhry, 1987; Salgado, 1992, 1993; Watters, 1984)⁷:

⁷Para mayor detalle vea el apéndice B, que muestra la demostración de las ecuaciones de flujo no permanente en conductos cerrados así como la discusión de que tipo de ecuación diferencial son

$$\begin{bmatrix} Q \\ H \end{bmatrix}_t + \begin{bmatrix} V & gA \\ \frac{a^2}{gA} & V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q \\ H \end{bmatrix}_s + \begin{bmatrix} \frac{f|Q|Q|}{2DA} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.3.1)$$

Donde:

Q : Caudal del fluido.

H : Altura piezométrica.

V : Velocidad media del fluido.

g : Constante de aceleración gravitacional.

a : Velocidad o celeridad de onda.

f : Factor de fricción (Darcy-Weisbach)

D : Diámetro de la tubería.

A : Área de la sección transversal.

t, s : Derivada parcial respecto del tiempo y la posición, respectivamente.

La parte superior de 2.3.1 representa la Ecuación Dinámica y la parte inferior representa la Ecuación de Continuidad. Cuando los términos advectivos son insignificantes, es decir, cuando $a \gg V$, el sistema 2.3.1 puede reducirse a la siguiente forma aproximada:

$$\begin{bmatrix} Q \\ H \end{bmatrix}_t + \begin{bmatrix} 0 & gA \\ \frac{a^2}{gA} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q \\ H \end{bmatrix}_s + \begin{bmatrix} \frac{f|Q|Q|}{2DA} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.3.2)$$

Las ecuaciones gobernantes 2.3.1 ó 2.3.2 se obtuvieron con las siguientes hipótesis (Bergant y Tijsseling, 2001; Simpson y Wu, 1997):

- El flujo en la tubería se considera unidimensional con un promedio de la velocidad y la presión uniforme en una sección.

- Pérdidas por fricción no permanentes son aproximadas como pérdidas cuasi permanentes.
- La pared de la tubería y el líquido se comportan linealmente elástica.
- Los cambios de presión inducidos por la estructura son pequeños comparados a la onda de presión del Golpe de Ariete en el líquido.

Se utilizará la fórmula aproximada dada por 2.3.2, donde es necesario previamente conocer el valor de la *Velocidad de Onda* (a) en la Ecuación de Continuidad. Para el cálculo de la Velocidad de Onda es conveniente el uso de las expresiones generales que incluyen tuberías con diferentes condiciones de anclaje y diferentes espesores de la pared de las tuberías.

2.3.2. Velocidad o celeridad de onda (a)

Las ondas de sonido en un fluido (el aire o el agua) son las ondas longitudinales (las partículas en el medio han sido desplazadas de su posición de equilibrio paralela a la dirección que la onda se propaga). De acuerdo con Watters (1984), la ecuación más general de la Onda de Velocidad en el cálculo de las tuberías es la que incluye condiciones de anclaje de tuberías con diferentes condiciones en relación con las propiedades del material de estructura y el aire libre (burbujas pequeñas o masas discretas):

$$a^2 = \frac{\frac{K_l}{\rho_{mix}}}{1 + \frac{K_l D}{E e} \phi + \alpha \frac{K_l}{K_{air}}} \quad (2.3.3)$$

Donde:

K_l : Módulo de elasticidad del líquido.

$\rho_{mix} = (1 - \alpha)\rho_l$, con α : Fracción de aire-vacío.

ρ_l : Densidad del líquido.

E : Módulo de elasticidad del material de la tubería.

D : Diámetro de la tubería.

e : Espesor de la pared de la tubería.

ϕ : Factor de condición del anclaje de la tubería.

K_{air} : Módulo de elasticidad del aire.

A partir de la ecuación 2.3.3 es evidente que la Velocidad de Onda depende de la presión en la tubería porque los valores de α y K_{air} dependen de la presión. Como consecuencia de ello, la Velocidad de Onda varía con el paso de una onda de presión (Watters, 1984). Este hecho va a complicar enormemente el procedimiento de análisis. Por esa razón, una expresión simplificada se puede deducirse teniendo en cuenta las siguientes hipótesis (Bergant y Tijsseling, 2001; Simpson y Wu, 1997):

- El tubo es lleno y permanece lleno durante el transitorio.
- No hay ninguna Separación de Columna durante el acontecimiento transitorio, por ejemplo: la presión es mayor que la presión de vapor líquida.
- El contenido libre de gas del líquido es pequeño tal que la velocidad de onda puede ser considerada como una constante.

Las Hipótesis anterior significa que $\alpha = 0$, por esa razón ρ_{mix} se convierte en ρ_l y la ecuación 2.3.3 puede reducirse a (Karney, 1984; Salgado, 1990; Watters, 1984; Streeter y Wylie, 1983):

$$a^2 = \frac{K_l}{1 + \frac{D}{e} \frac{K_l}{E} \phi} \quad (2.3.4)$$

La ecuación 2.3.4 se conoce como la fórmula ampliada de Joukowsky. De acuerdo con Watters (1984), la ecuación 2.3.4 tiene validez para tuberías de paredes delgadas, condición que ocurre cuando:

$$\frac{D}{e} > 40 \quad (2.3.5)$$

O según Wylie y Streeter (1983) cuando:

$$\frac{D}{e} > 25 \quad (2.3.6)$$

El valor ϕ depende de la geometría y la fijación de la estructura de la tubería y puede calcularse a partir de expresiones generales que automáticamente consideran la relación entre el espesor de la pared de la tubería y el diámetro de la tubería. La tabla 2.1 muestra tales expresiones, según Watters (1984).

Cuadro 2.1: Expresión general para ϕ

Caso	Condición de anclaje de la tubería	Expresión para ϕ
A	En un extremo de la tubería	$\frac{1}{1+\frac{e}{D}} \left[\frac{5}{4} - \nu + 2\frac{e}{D}(1+\nu)(1+\frac{e}{D}) \right]$
B	En ambos extremos de la tubería	$\frac{1}{1+\frac{e}{D}} \left[1 - \nu^2 + 2\frac{e}{D}(1+\nu)(1+\frac{e}{D}) \right]$
C	En ambos extremos de la tubería (*)	$\frac{1}{1+\frac{e}{D}} \left[1 + 2\frac{e}{D}(1+\nu)(1+\frac{e}{D}) \right]$

Donde:

ν : Módulo de Poisson.

El caso A se refiere a una sección de tubería con el refrenamiento en un sólo extremo. El caso B corresponde a una sección de tubería con el refrenamiento en ambos extremos. Finalmente, el caso C(*) considera que a lo largo de las secciones de las tuberías las uniones flexibles absorben pequeñas deformaciones.

Karney (1984) ha propuesto otras expresiones para el cálculo de la Velocidad de Onda que presentan ligeramente diferencias (inferior al 2%) en comparación con la formulación de Watters (1984). Por esa razón, estas expresiones no se incluirán en la presente tesis.

Hay algunos estudios que demuestran que otras situaciones como el efecto de la tierra sobre la tubería (cuando es enterrado) no genera alguna influencia relevante en la magnitud de Velocidad de Onda (Watters, 1984).

Diferente es el caso cuando el líquido dentro de la tubería tiene pequeñas fracciones de vacío de aire. Es conocido que cuando el líquido dentro de la tubería tiene aire obligan drásticamente a liberar burbujas o pequeñas bolsas de aire, la magnitud de velocidad de onda (no es un constante más) y fuerzan el análisis transitorio a incluir el efecto de Cavitación (incluyendo la Separación de Columna) siempre cuando la presión del líquido cae a la presión de vapor del líquido.

Administrar las bolsas de aire (o cavidades de aire) es muy relevante porque su colapso puede producir grandes presiones (pulsos de presión de corta duración) que podría exceder la subida de altura de cierre de la válvula de Joukowsky (Simpson y Wylie, 1991). Por experimentos físicos han sido posible demostrar que el aire atrapado en una tubería que se llena puede inducir ondas de altas presiones, especialmente cuando el escape de aire ocurre (Zhou 2001; Zhou 2002). Algunos autores como Bergant y Tijsseling (2001) describen algunas técnicas más útiles destinadas para tratar con la interfaz agua-aire en las tuberías (modelo de cavidad de vapor discreta, modelo de cavidad discreto de gas, etc.), que tiene una complejidad muy grande porque ahora la nueva presión es dependiente de la Onda de Velocidad hace que el sistema de ecuación sea altamente no lineal. La razón de la dificultad en el análisis numérico de flujos de tubería en los cuales la vaporización de un líquido ocurre es que dos diferentes sistemas de ecuaciones diferenciales parciales deben tratarse.

Otros situación que cambia la forma de Velocidad de Onda es la interacción fluido-estructura (FSI), donde es necesario calcular "Velocidades de Onda de Tensión con una versión ampliada de las ecuaciones que gobiernan los fenómenos transitorios, debido a que no es cero la tensión dinámica axial destaca y las tensiones en la pared de la tubería que deben tenerse en cuenta (Bergant y Tijsseling, 2001). En general, la presión media disminuye con la interacción fluido-estructura. Pero a veces los picos de presión pueden aparecer casi tan altos como sin FSI. La interacción fluido-estructura localmente puede llevar a un mayor pico que uno obtenido con métodos de cálculo comunes. Debido a la gran complejidad de los temas que se ha mencionado anteriormente, no serán incluidos

en la presente tesis. Para más detalles se recomienda consultar las referencias citadas. En general, el sistema formado por 2.3.1 y 2.3.2 no tiene una solución directa. Una forma indirecta es necesaria, llevando a una solución numérica que se presentará en el próximo capítulo.

2.3.3. Factor de fricción (f)

Otro problema relacionado con la Ecuación Dinámica refiere a la determinación de f , ya que los valores del *Factor de Fricción* de cada tubería podría afectar la magnitud de las presiones del Golpe de Ariete. El uso del *Factor de Fricción Permanente* para el análisis de flujo transitorio puede conducir a resultados erróneos, siendo necesario adoptar criterios diferentes. En este sentido, algunos autores han señalado diferentes maneras de determinar la f *No Constante*, pasando de enfoques teóricos hasta otros de carácter práctico.

En los cálculos de flujo de tuberías, normalmente es necesario para verificar el flujo, el número de Reynolds para que la elección de la correlación de los factores de fricción sean los correctos. Es posible evitar esto si una única ecuación que abarca todos los regímenes de flujo está disponible. Wilson y Azad aprovechó el concepto del *Factor de Intermitencia*, que es cero en flujo laminar y la unidad en un flujo turbulento, en el flujo de transición, el factor de intermitencia varía entre cero y la unidad. Desgraciadamente Wilson y Azad expresó su factor de intermitencia en términos de la función de error, que requiere el uso de gráficos. Churchill también dio una única ecuación que abarca todos los regímenes de flujo, pero la ecuación es bastante complicado de aplicar⁸.

⁸Para mayor detalle ver el texto completo en la referencia: [4]

2.3.3.1. Formulación de Chen-Ackland

La aproximación de Chen y Ackland (1990) se puede utilizar para el cálculo de f , quienes proponen un modelo basado en el factor de intermitencia, el cual puede ser representado por una *Función Normal*⁹ ($f(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$). Cuando dicho factor es igual a cero, el flujo es laminar (Número de Reynolds $Re < 2000$); cuando es igual a uno, entonces se supone que el flujo es turbulento ($Re > 4000$); para el flujo de transición, el factor de intermitencia varía entre cero y uno. Las ecuaciones para este caso son:

$$f = f_L P(L) + f_T P(T) \quad (2.3.7)$$

Donde:

$$f_L = \frac{8}{Re} \quad (2.3.8)$$

$$f_T = \left[2.457 \ln \frac{1}{\left(\frac{7}{Re}\right)^{0.9} + 0.27 \frac{\xi}{D}} \right]^2 \quad (2.3.9)$$

Donde:

P_L : Probabilidad de flujo laminar.

P_T : Probabilidad de flujo turbulento.

Re : Número de Reynolds.

ξ : Rugosidad.

D : Diámetro de la tubería.

Como el flujo sólo puede ser laminar o turbulento. Por lo tanto, es necesario expresar P_L y P_T en términos del número de Reynolds de tal manera que adquieran los valores adecuados en las condiciones de flujo apropiadas.

$$P_L + P_T = 1 \quad (2.3.10)$$

⁹Para mayor detalle ver la referencia: [6, pág. 169-179]

2.3. Ecuaciones que Gobiernan

Se postula que la probabilidad de distribución de la función $\phi(Z)$ puede ser asignado a P_T , donde Z es una función del número de Reynolds tal que $\phi(Z)$ es insignificante en condiciones de flujo laminar (normalmente $Re \leq 2000$) y sea la unidad bajo condiciones de flujo turbulento (típicamente $Re \geq 400$)

$$P_T = \phi(Z) \quad (2.3.11)$$

$$Z = \frac{(Re - \mu)}{\sigma} \quad (2.3.12)$$

Donde:

σ : Desviación estándar.

μ : Promedio.

Si se supone que ϕ viene dada por la Distribución Normal o de Gauss y en la ausencia de datos experimentales, el valor medio se puede tomar como 3000. Luego, como el 99.7% de los valores se encuentran entre $\mu - 3\sigma$ y $\mu + 3\sigma$, un valor de 333 puede ser asignado a σ . El resultado es una función continua en la ecuación 2.3.7 para el factor de fricción que abarcan todos los regímenes de flujo. De datos adecuados de transición experimental de flujo debe ser usado para determinar los valores de μ y σ para cualquier condición de flujo en particular. Sin embargo, la evaluación de la ecuación 2.3.11 requiere el uso de una tabla o un gráfico. Aunque las relaciones para el polinomio $\phi(Z)$ están disponibles en Abramowitz y Stugen, estas relaciones no proporcionarán soluciones más sencillas que las que ya están disponibles.

Para una aproximación simple de $\phi(Z)$, se observa que la tangente hiperbólica tiene un patrón de comportamiento muy similar a la función $\phi(Z)$, excepto que el primero es inferior en una unidad y es el doble del valor. Por lo tanto, $\phi(Z)$ se aproxima por:

$$\phi(Z) \approx \frac{(1 + \tanh Z)}{2} \quad (2.3.13)$$

Que puede simplificarse a:

$$\phi(Z) \approx [1 + \exp(-2Z)]^{-1} \quad (2.3.14)$$

Sin embargo, se constató que la ecuación 2.3.14 no era del todo satisfactoria y por intuición, se introdujo un factor C tal que:

$$\phi(Z) \approx [1 + \exp(-2CZ)]^{-1} \quad (2.3.15)$$

Se encontró que la aproximación más cercana con $C = 0.84$. Una comparación de la ecuación 2.3.15 con $\phi(Z)$ dada por Abramowitz y Stugen se muestra en la figura 2.8. La comparación se considera muy satisfactorio, ya que el error máximo es inferior a 1.1%, con un error promedio de alrededor de 0.5%.

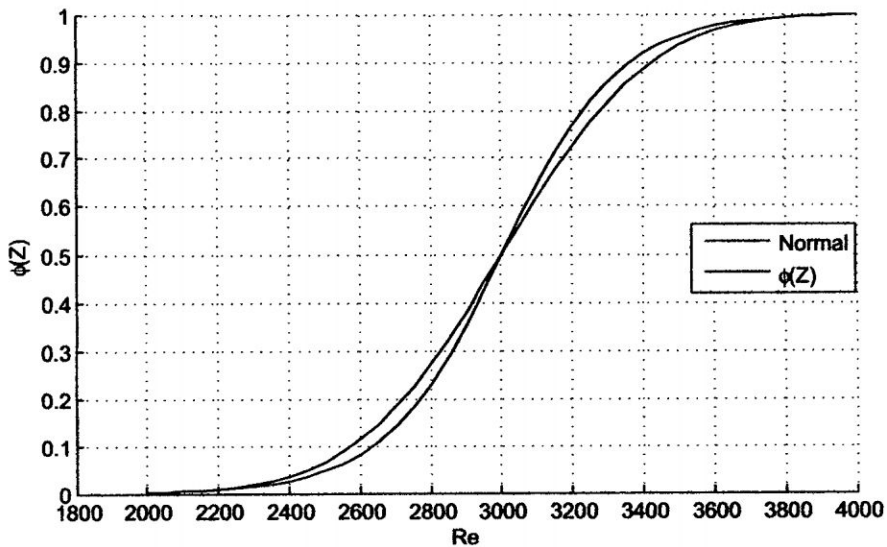


Figura 2.8: Comparación de $\phi(Z)$ con la distribución normal

2.3.3.2. Formulación de Factor de Fricción Transitorio

Para simular el factor de fricción transitorio el esquema más adecuado es el planteado por Brunone-Vitkovsky (*MBV*). El MBV es relativamente simple y registra un nivel de coincidencia razonable entre los resultados numéricos y experimentales. Este modelo utiliza un coeficiente $k = k$ (número de Reynolds) que puede ser calculado usando el Coeficiente de Decaimiento de Vardy (C^*)¹⁰:

$$k = \frac{\sqrt{C^*}}{2} \quad (2.3.16)$$

El coeficiente de Vardy o de decaimiento C^* es igual a 0.0476 para flujo laminar o cuando es flujo turbulento:

$$C^* = \frac{7.41}{Re^{\log\left(\frac{14.3}{Re^{0.05}}\right)}} \quad (2.3.17)$$

El MBV incorpora un mejor manejo del signo en el termino convectivo, permitiendo la simulación tanto del factor de fricción no-permanente para todo tipo de flujo como del movimiento de las ondas (fases de aceleración y desaceleración). El rol del factor k para una simulación satisfactoria del amortiguamiento de la presión ha sido demostrado por diversos autores, especialmente en sistemas donde es posible la superposición de las ondas de presión durante un evento de flujo no-permanente.

Teniendo en cuenta otro punto de vista, Brunone (2000) y Bergant y Tijsseling (2001) indican la siguiente ecuación para la modelización del factor de fricción transitoria:

$$f_t = f_s + \frac{kDA}{Q |Q|} \left(\frac{\partial Q}{\partial t} + a \cdot \text{Sign}(Q) \left| \frac{\partial Q}{\partial s} \right| \right) \quad (2.3.18)$$

Donde:

f_t : Factor de fricción transitorio.

¹⁰Para mayor detalle ver la referencia: [51, pág. 78-81]

s : Coordenada axial.

t : Tiempo.

a : Celeridad de onda.

k : Coeficiente de decaimiento que depende de las alturas piezométrica máximas (respecto al estado permanente).

En el que $Sign = 1$ cuando $Q \geq 0$ y $Sign = -1$ cuando $Q < 0$ y debe ser notado que cuando $k = 0$ en la ecuación 2.3.18, el factor de fricción es el, correspondiente al estado permanente (f_s).

2.4. Métodos de Solución Numérica

Varios enfoques se han adoptado el modelo numéricamente de movimiento y la transformación de las ondas de presión en los sistemas de distribución de agua y pueden ser clasificados como *Euler* o de *Lagrange*. El enfoque de Euler resuelve de forma explícita las ecuaciones diferenciales parciales hiperbólicas de continuidad e impulso y actualiza el estado del sistema hidráulico de la red en los puntos fijos como el tiempo avanza en incrementos uniformes. El enfoque de Lagrange sigue el movimiento y la transformación de las ondas de presión (con amplitud, tanto positiva como negativa) y actualiza el estado del sistema hidráulico a intervalos de tiempo fijo o variable, a veces, cuando un cambio se produce realmente, como cuando una onda de presión alcanza el nodo final de una tubería.

Cada método fue codificado en un modelo de simulación hidráulica existente que dio la presión inicial y la distribución de flujo, y se puso a prueba en las redes de diverso tamaño y complejidad exactitud evitando la dispersión numérica, la atenuación y la eliminación de distorsiones innecesarias del sistema de la tubería ya sea físico o de sus fronteras. Los resultados indican que la exactitud de los métodos fue similar, pero que el método de

Lagrange es computacionalmente más eficiente para el análisis de grandes sistemas de distribución de agua¹¹:

2.4.1. Enfoque Euleriano

Los Métodos de Euler consisten en el Método Explícito de las Características (MC), técnicas de Diferencia Finitas Explícitas e Implícitas y los Métodos de Elementos Finitos. Para la red de tuberías, el más conocido y ampliamente utilizado de estas técnicas es el MC (Boulos, 2004). El MC se considera el más preciso de los métodos de Euler en la representación de las ecuaciones, pero que requiere numerosas pasos o cálculos para resolver una tubería típica del problema de flujo transitorio.

Como el sistema de tuberías se hace más complejo, el número de incrementos de los cálculos requeridos y un programa de ordenador es necesario para las aplicaciones prácticas. Este método ha sido resumido por otros investigadores (Boulos, 2004; Larock, 1999; Chaudhry, 1987; Watters, 1984; Streeter y Wylie, 1967) y aplicado en diversos programas de ordenador para el sistema de tubería de análisis Transitorio (Axworthy, 1999; Karney y McInnis, 1990).

2.4.2. Enfoque Lagrangiano

El enfoque de Lagrange resuelve las ecuaciones de flujo transitorio en un ambiente de simulación de sistema orientado por acontecimiento. En este ambiente, las actividades de sistema de distribución conducen el proceso de propagación de onda de presión. El Método de Onda Característica (MOP) es un ejemplo de ese enfoque (Wood, 2005; Boulos, 2004) y fue descrito por primera vez en la literatura como el *Método de Onda Plana* (Wood, 1966). El método sigue el movimiento y la transformación de las ondas de presión a medida que se propagan en todo el sistema (y que calcula las nuevas condiciones, ya sea en intervalos

¹¹Para mayor detalle ver las referencias: Texto completo de [32] y [47]

de tiempo fijos o en momentos en que un cambio realmente ocurre (intervalos de tiempo variable).

Este enfoque permite a sistemas muy grandes ser resueltos en forma expedita y tiene la ventaja adicional de utilizar un modelo físico simple como la base para su desarrollo. Debido a que el MOP es continuo en el tiempo y el espacio, el método también es menos sensible a la estructura de la red y de la duración del proceso de simulación, lo que mejora la eficiencia computacional. Esta técnica produce soluciones para un sistema de tuberías simples que son prácticamente idénticos a los obtenidos a partir de soluciones exactas (Boulos, 1990).

2.4.3. Métodos de Solución Numérica

Los métodos numéricos que se han propuesto para resolver el problema del flujo no permanente (Golpe de Ariete) en redes se pueden agrupar en:

Métodos Eulerianos (malla espacio-temporal fija):

- Método de las Características (MC)
- Métodos de Diferencias Finitas (MDF)
- Método de Elementos Finitos (MEF)
- Métodos Híbridos (MH)

Métodos Lagrangianos (malla espacio-temporal variable):

- Método de la Malla de Características (Staggered Grid Method)
- Método de la Onda Plana (MOP)

Capítulo 3

FORMULACIÓN NUMÉRICA POR MÉTODO HÍBRIDO

3.1. Generalidades

Los modelos matemáticos juegan un papel importante en el diseño y optimización de los sistemas hidráulicos. Los resultados de las simulaciones son ampliamente usados para planear, diseñar y operar los diversos sistemas [22]. Dichos modelos están desarrollados con técnicas numéricas o métodos computacionales tales como: el método de las características, los esquemas de diferencias finitas, método híbrido entre otros.

En el capítulo anterior se vio que el flujo unidimensional no permanente se describe a través de un sistema de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales no-lineales de tipo hiperbólico. Estas ecuaciones reflejan la conservación de la masa y de la cantidad de movimiento en términos de las derivadas parciales de las variables dependientes. Sin embargo para aplicaciones prácticas, es necesario saber los valores de estas variables en lugar de sus derivadas, para lo cual hay que integrar esas ecuaciones. Debido a términos no lineales, no es posible obtener una solución analítica, excepto para casos muy simples. No obstante, varios métodos numéricos pueden aplicarse para obtener una solución numérica, los

3.2. Método Híbrido (MH)

cuales necesitarán de adecuadas condiciones iniciales y de contorno [56]. Se describe una la aplicación del método de las características, método híbrido y se incorporó el método de las características para las condiciones de frontera.

Los métodos pueden ser clasificados en subgrupos de acuerdo con el orden del esquema (1º orden, 2º orden o de orden superior), así como en función de su naturaleza explícita y/o implícita. Así, por ejemplo, el método estándar de las características (MC) puede ser clasificado como explícito, para el esquema de primer orden, que resuelve las ecuaciones diferenciales parciales a través de aproximaciones de diferencias finitas. Por ejemplo, un esquema explícito de primer orden puede ser más rápido que cualquier régimen implícito, pero inestable bajo ciertas condiciones. Un esquema de segundo orden puede ser más preciso que un sistema de primer orden, pero que podría necesitar más capacidad de memoria para calcular correctamente.

3.2. Método Híbrido (MH)

Un Método Híbrido es un algoritmo que combina las mejores características de dos o más regímenes numéricas para producir un nuevo método capaz de llegar a un efecto sinérgico positivo. Los Métodos Híbridos han sido utilizados para reducir (o eliminar) algunos problemas de estabilidad numérica asociados a los esquemas numéricos como el MC, diferencias finitas y el métodos de elementos finitos. En este trabajo, algunas formulaciones similares híbridas son establecidas por Watt (1980), la consideración de combinaciones entre el MC, el esquema de Preissman y el esquema de McCormack¹.

El Método Híbrido se ha inspirado en la contribución de algunos autores como Watt (1980), Karney (1984) y Vernal (1991), aunque con diferente enfoque y objetivos. El objetivo general es usar el MC para calcular las variables de estado en los nodos de la red de tuberías. Para la solución de los nodos internos de la tubería, el MDFI se utilizará,

¹Referencia[51, cap.6 pág. 67]

3.2. Método Híbrido (MH)

debido a una mayor estabilidad relativa y pasos de tiempo menos limitado. El objetivo principal de MH consiste en reducir el número de atenuación y dispersión asociada a cada régimen explícito, al igual que el MC, cuando se aplica como único algoritmo. En el anexo C en la figura C.1 muestra el diagrama de flujo para la secuencia general del MH con comprobación por el MC.

A veces puede ser ineficaz aplicar sólo un algoritmo numérico para resolver toda la red de tubería, siendo más adecuado para resolver cada uno de la sección de tuberías de acuerdo a los diferentes esquemas, teniendo en cuenta el número Courant que presenta en cada rama. Por lo tanto, es posible hacer uso de las mejores condiciones posibles, reduciendo el número de atenuación, así como el tiempo de ejecución.

En teoría, una vez acoplado la red de tubería, es posible elegir cualquier esquema numérico adecuado que se aplicará en cada rama para resolver las secciones de tubo internas. Por ejemplo, en una red de tuberías con diferentes valores de número de Courant (menor o igual a uno), es perfectamente posible siempre resolver las secciones de la tubería para $C_n = 1$ sólo a través de MC, más la aplicación de un esquema más estable numéricamente en secciones de tubería con $C_n < 1$, por ejemplo, MH. Para alcanzar este objetivo, el programa computacional debe incluir una subrutina que permite elegir el sistema numérico adecuado a aplicar en cada rama de acuerdo con el número de Courant que se asigna a la tubería. La figura 3.2 muestra el diagrama de flujo para la secuencia del general MH con previa comprobación por el MC. En la figura C.2 muestra el diagrama de flujo para el MH para calcular las variables de estado en los nodos de la red de tuberías.

Karney (1984) presenta un método general y sistemático para el modelamiento de diferentes condiciones de frontera como nodos (con consumo constante o variable, embalses, etc.) o secciones de tuberías como válvulas, bombas, etc. Este autor propone una “Ecuación de Compatibilidad” que une a todas las secciones de tuberías, consumos, tanques conectados a un nodo de la red.

3.3. Incremento de Tiempo y Espacio para una red de tuberías

Dentro del Método del Intervalo Preespecificado, independientemente del esquema numérico de solución aplicado, es necesario definir previamente la longitud del intervalo espacial de la discretización (Δx) y el paso de tiempo común para toda la red (Δt). En este caso es necesario distinguir entre tramos cortos y tramos largos debido a que el cálculo del paso de tiempo mínimo está condicionado por la longitud del tramo más corto del sistema (ver figura 3.1).

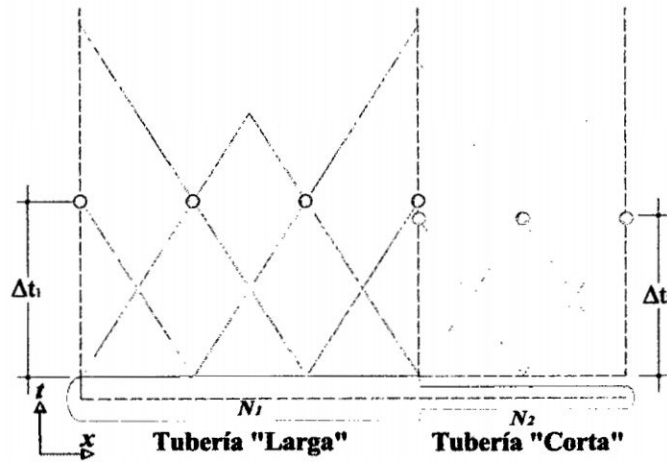


Figura 3.1: Discretización de la red

En general, la cantidad de subtramos (N) debe ser variable de tramo en tramo, y el paso de tiempo mínimo para todo el sistema debe ser calculado a partir de:

$$\Delta t_{min} = \frac{L_i}{N_i a_i} \quad (3.3.1)$$

Donde:

i : Subíndice, que corresponde al tramo más corto del sistema de tuberías.

L : Longitud de la tubería.

3.4. Método de las Características (MC)

N : Número de subtramos.

a : Velocidad de onda.

Para el resto de las tuberías, el número de subtramos debe ser calculado usando.

$$N_j = \left[\frac{L_j}{a_j \Delta t_{min}} \right] \quad (3.3.2)$$

Donde:

j : Subíndice, que corresponde a las tuberías distintas de la tubería más corta.

3.4. Método de las Características (MC)

El Método de las Características fue originariamente un método gráfico desarrollado por Monge en 1789 para la integración de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. Este método fue usado con posterioridad por muchos autores, para el estudio de problemas de flujo no permanente, tales como propagación de frentes de onda. Massau (1900), Gómez (1988). El concepto de curva características es muy útil para entender la propagación de onda y el desarrollo de condiciones de contorno para métodos de diferencias finitas explícitas².

En el Método de las Características (MC), las ecuaciones diferenciales parciales se transforman en ecuaciones diferenciales ordinarias, a través de aproximaciones de diferencias finitas, algoritmos explícitos que reducen el espacio previamente para otros sub espacios representados por líneas características.

El Método de las Características ha sido el método numérico explícito más utilizado para el modelo del fenómenos de propagación de ondas en las redes de tubería, debido a su facilidad para introducir diferentes dispositivos y condiciones límite (bombas, válvulas,

²Para mayor detalle ver las referencias: [7, pág. 596], [10, pág. 44-50], [11, pág. 35-39], [21, cap. 3 pág. 84-97], [35, pág. 22-26], [46, pág. 3-6], [54, pág. 47-51], [55, pág. 1-3], [56, cap. IV pág. 9-12], [59, cap. 9], [62, pág. 31-33 y 55-60], [65, pág. 1-3]

3.4. Método de las Características (MC)

tanques, etc.) Por esa razón, conducto cerrado, canal abierto y las corrientes de aguas subterráneas se han analizado utilizando esta técnica. La popularidad del método se deriva en sus principales atributos (Goldberg y Wylie, 1983):

- Los métodos basada en MC son relativamente fáciles de aplicar; las ecuaciones diferenciales parciales 2.3.1 o 2.3.2 producen ecuaciones diferenciales ordinarias que se resuelven a lo largo de las líneas características utilizando aproximaciones de diferencias finitas.
- Las matemáticas del método de las características destacan los caminos de tiempo-espacio de la información del flujo en el sistema físico.
- MC tiene también otros aspectos positivos, como: es un esquema explícito de primer orden, es decir, el cálculo directo de las variables dependientes se pueden hacer en términos de cantidades conocidas y las condiciones de estabilidad están bien establecidas.
- Las condiciones de frontera pueden ser fácilmente programadas en el software.
- MC es muy adecuado para trabajar en redes complejas de tuberías.
- MC da más precisión en comparación con otros esquemas numéricos.

A pesar que existen características, en técnicas basadas en MC a menudo son criticados por dos deficiencias en la implementación (Goldberg y Wylie, 1983):

- Pequeños pasos de tiempo se ven limitados por los criterios de estabilidad (número de Courant-Friedrichs-Lewy), que restringe la relación entre el tiempo y el espacio (parámetros de la malla);
- Los resultados errados es resultado de los sistemas de modelización por la necesidad de un paso de tiempo común durante acontecimientos no lineales y en elemento de frontera.

3.4. Método de las Características (MC)

Esto hace necesario el empleo de interpolaciones de la velocidad de onda arbitraria o los ajustes geométricos que introducen errores en la solución. Los criterios de estabilidad del MC se definen por la expresión siguiente:

$$C_n = \frac{a\Delta t}{\Delta s} \leq 1$$

Donde:

C_n : Número de Courant.

a : Velocidad de onda.

Δt : Paso del tiempo.

Δs : Longitud del tramo de la tubería.

En general, los métodos basados en MC dan resultados satisfactorios cuando las pérdidas por rozamiento son pequeñas y cuando el número de Courant es igual a 1. En los sistemas de tuberías con altas pérdidas por rozamiento (que transporta los líquidos altamente viscosos) o en sistemas de tuberías de pequeño diámetro, el MC puede ser inestable cuando $C_n < 1$ (Chaudhry y Hussaini, 1985; Shimada y Okushima, 1984). Algunos autores recomiendan utilizar el MC para establecer la validez de otros esquemas numérico cuyo objetivo es el análisis numérico de flujo no permanente, por esa razón, la validez de algunos de los nuevos sistemas deben ser evaluado a través de una comparación con el MC. Si aparecen muchas discrepancias entre ambos métodos, a continuación, el nuevo método se puede considerar errónea, de lo contrario, si los errores relativos son pequeños entonces el nuevo método debe ser probado a través de experimentos con precisión.

3.4.1. Ecuaciones Características Completa

Reescribiendo las ecuaciones de dinámica y de continuidad obtenidos en el anterior capítulo como:

$$L_1 = \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{f}{2D} V |V| = 0 \quad (3.4.1)$$

$$L_2 = \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial H}{\partial x} = 0 \quad (3.4.2)$$

Considerando una combinación lineal de las dos ecuaciones 3.4.1 y 3.4.2, de la forma $L = L_1 + \lambda L_2$, donde λ , es un multiplicador desconocido, que es el que ajusta las unidades. Sustituyendo, se obtiene.

$$\begin{aligned} L &= \left(\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{f}{2D} V |V| \right) + \lambda \left(\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial H}{\partial x} \right) = 0 \\ L &= \left(\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \lambda \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \lambda \left(\frac{g}{\lambda} \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} + V \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{f}{2D} V |V| = 0 \quad (3.4.3) \\ L &= \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} \left(V + \lambda \frac{a^2}{g} \right) \right) + \lambda \left(\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial x} \left(\frac{g}{\lambda} + V \right) \right) + \frac{f}{2D} V |V| = 0 \end{aligned}$$

En la ecuación anterior, las variables dependientes V y H , son función de x y t , ($V = V(x, t)$ y $H = H(x, t)$). Por lo tanto, la derivada total puede ser escrita como.

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} \frac{dt}{dt} + \frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{dt} \longrightarrow \frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{dt} \quad (3.4.4)$$

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial t} \frac{dt}{dt} + \frac{\partial H}{\partial x} \frac{dx}{dt} \longrightarrow \frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial x} \frac{dx}{dt} \quad (3.4.5)$$

Comparando las expresiones 3.4.4 y 3.4.5 con los términos dentro del paréntesis de la ecuación 3.4.3, se puede decir que.

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \cancel{V} + \lambda \frac{a^2}{g} = \frac{g}{\lambda} + \cancel{V} \longrightarrow \lambda^2 = \frac{g^2}{a^2} \longrightarrow \lambda = \pm \frac{g}{a} \\ \frac{dx}{dt} &= \frac{g}{\pm \frac{g}{a}} + V \longrightarrow \frac{dx}{dt} = V \pm a \end{aligned}$$

3.4. Método de las Características (MC)

Al tener en cuenta los términos convectivos de la aceleración $V \frac{\partial Q}{\partial x} \neq 0$ y $V \frac{\partial H}{\partial x} \neq 0$, las curvas características son de la familia $\frac{dx}{dt} = V(x, t) + a$.

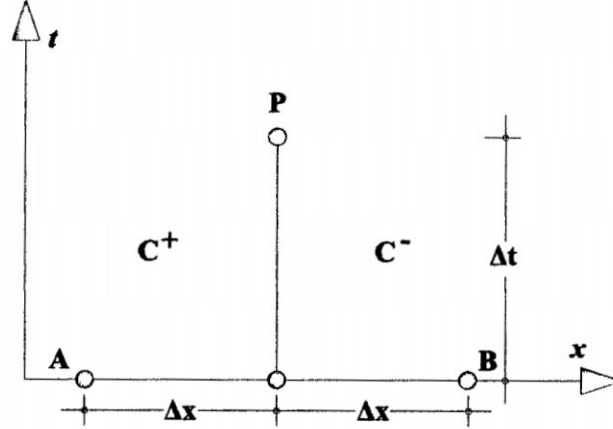


Figura 3.2: Curva característica

3.4.2. Ecuaciones Características Aproximada

Las ecuaciones 3.4.1 y 3.4.2, se pueden simplificar mediante el reconocimiento de que los términos advectivos $V \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$ y $V \frac{\partial H}{\partial x} = 0$, son insignificantes en comparación con la celeridad de onda a . Las ecuaciones resultantes son, por lo tanto:

$$L_1 = \frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{f}{2D} V |V| = 0 \quad (3.4.6)$$

$$L_2 = \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (3.4.7)$$

Considerando una combinación lineal de las dos ecuaciones 3.4.6 y 3.4.7, de la forma $L = L_1 + \lambda L_2$, donde λ , es un multiplicador desconocido. Sustituyendo, se obtiene.

$$\begin{aligned} L &= \left(\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{f}{2D} V |V| \right) + \lambda \left(\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} \right) = 0 \\ L &= \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \lambda \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \lambda \left(\frac{g}{\lambda} \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} \right) + \frac{f}{2D} V |V| = 0 \end{aligned} \quad (3.4.8)$$

3.4. Método de las Características (MC)

Comparando las expresiones 3.4.4 y 3.4.5 con los términos dentro del paréntesis de la ecuación 3.4.8, se puede decir que.

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= \lambda \frac{a^2}{g} = \frac{g}{\lambda} \longrightarrow \lambda^2 = \frac{g^2}{a^2} \longrightarrow \lambda = \pm \frac{g}{a} \\ \frac{dx}{dt} &= \pm \frac{g}{a} \longrightarrow \frac{dx}{dt} = \pm a\end{aligned}$$

Note que a es la velocidad de la onda, igual a un valor finito. Por lo cual la ecuación anterior es la ecuación de una línea recta.

Usando las ecuaciones 3.4.4 y 3.4.5, en la ecuación 3.4.8 puede ser escrito como.

$$\begin{aligned}L &= \frac{dV}{dt} + \lambda \frac{dH}{dt} + \frac{f}{2D} V |V| = 0; \lambda = \pm \frac{g}{a} \\ L &= \frac{dV}{dt} \pm \frac{g}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{f}{2D} V |V| = 0\end{aligned}$$

$$L^+ = \frac{dV}{dt} + \frac{g}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{f}{2D} V |V| = 0 \quad (3.4.9)$$

Si:

$$C^+ = \frac{dx}{dt} = a \quad (3.4.10)$$

y

$$L^- = \frac{dV}{dt} - \frac{g}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{f}{2D} V |V| = 0 \quad (3.4.11)$$

Si:

$$C^- = \frac{dx}{dt} = -a \quad (3.4.12)$$

Es importante tener en cuenta que la ecuación 3.4.9 es válida sólo si se satisface la ecuación 3.4.10 y que la ecuación 3.4.11 es válida sólo si se satisface la ecuación 3.4.12. La ecuación 3.4.10 dibuja una curva en el plano $x - t$, como se muestra en la figura 3.3, curva que

se denomina Característica Positiva, C^+ . De igual manera, la ecuación 3.4.11 dibuja una Característica Negativa, C^- .

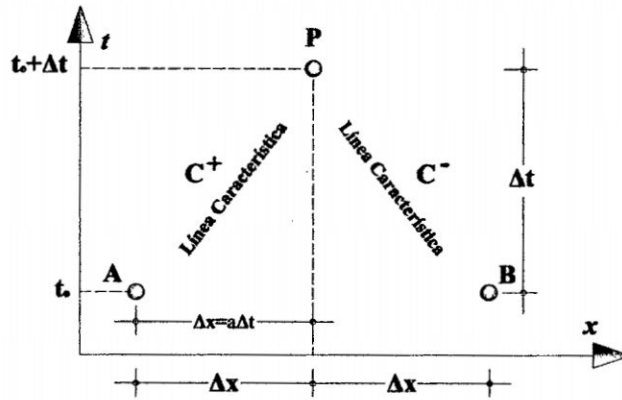


Figura 3.3: Líneas características en el plano $x - t$

En otras palabras, la ecuación 3.4.9 es válida a lo largo de la característica positiva AP y la ecuación 3.4.11 es válida a lo largo de la característica negativa BP . Estas dos ecuaciones se denominan *Ecuaciones de Compatibilidad*. Mediante la imposición de las relaciones dadas por ecuaciones 3.4.9 y 3.4.11, hemos convertido las ecuaciones diferenciales parciales en ecuaciones diferenciales ordinarias en la variable independiente t . Así, por medio de simples manipulaciones algebraicas se ha eliminado la variable espacial x . Sin embargo, el precio que hay que pagar por hacer esto es que las ecuaciones diferenciales ordinarias son válidas sólo a lo largo de las líneas características.

3.4.2.1. Significado físico de las líneas características

Antes de presentar un procedimiento para la solución de las ecuaciones 3.4.9 y 3.4.11, se discute el tema de la importancia física de las líneas característica en el plano $x - t$. Para el fácil debate, vamos a considerar una única tubería mostrada en la figura 3.4. La compatibilidad de las ecuaciones (ecuaciones 3.4.9 y 3.4.11) son válidas a lo largo de la longitud de la tubería (es decir, para $0 < x < L$) y las condiciones de frontera son necesarios en los extremos (es decir, en $x = 0$ y en $x = L$). En el ejemplo, existe un

3.4. Método de las Características (MC)

reservorio de altura constante en el extremo superior (en $x = 0$) y una válvula en el extremo aguas abajo (en $x = L$) y las condiciones transitorias son producidos por el cierre de la válvula.

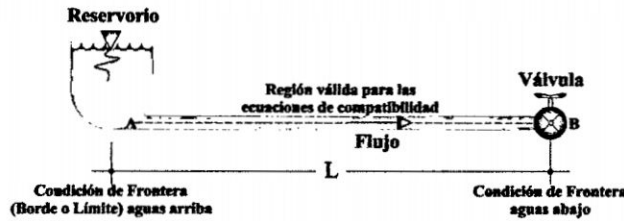


Figura 3.4: Región válida para las ecuaciones de compatibilidad en una tubería simple

Vamos a suponer que hay flujo permanente en la tubería en el tiempo $t = 0$ cuando la válvula se cierra instantáneamente. Esto reduce el flujo a través de la válvula a cero y causa un aumento de presión en la válvula. Debido a este aumento de presión, una onda de presión se desplaza en la dirección aguas arriba. Si la ruta de esta onda se representa gráficamente en el plano $x - t$, será representada por la línea BC, como se muestra en la figura 3.5.

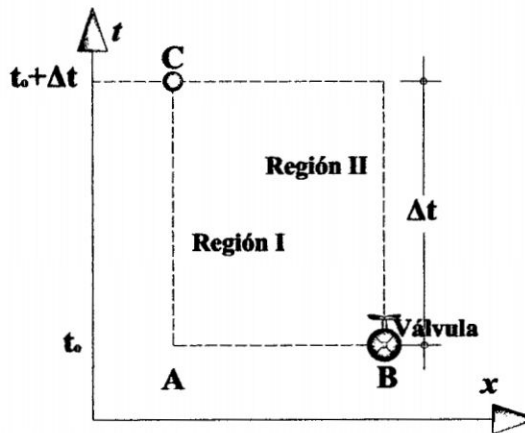


Figura 3.5: Excitación al final aguas abajo

Se desprende de esta figura que las condiciones en la Región I dependen únicamente de las condiciones iniciales ya que las condiciones aguas arriba no cambian, mientras que en la Región II dependen de las condiciones impuestas por la frontera aguas abajo. Por

lo tanto, la línea característica de BC separa los dos tipos de soluciones. Si se imponen excitaciones simultáneamente en los puntos A y B, entonces la región influenciada por las condiciones iniciales es como se muestra en la figura 3.6.

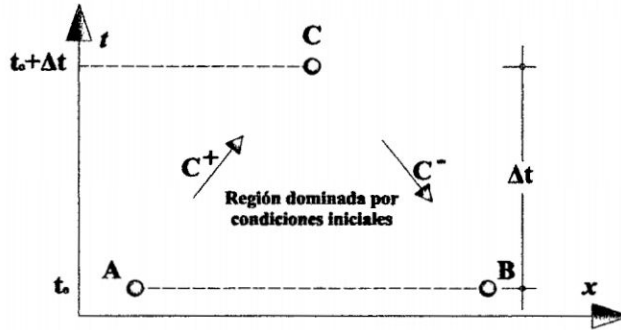


Figura 3.6: Excitación aguas arriba y aguas abajo

La línea característica de AC separa las regiones influidas por la frontera aguas arriba y las condiciones iniciales, y la línea BC separa las regiones influidas por la frontera aguas abajo y las condiciones iniciales. En otras palabras, las líneas características sobre el plano $x - t$ representan las trayectorias de las perturbaciones que viajan iniciado en varios lugares en el sistema.

Para resolver las ecuaciones 3.4.9 a 3.4.12, han propuesto un número de esquemas de diferencia finita: Streeter y Wylie utilizan una técnica de diferencia finita de primer orden; Evangelisti sugiere un método predictor-corrector; y Lister emplea esquemas de diferencia finita tanto de primer y segundo orden. Dado que los intervalos de tiempo utilizado en la solución de estas ecuaciones para los problemas prácticos son usualmente pequeños, una técnica de primer orden propuesto por Streeter y Wylie es suficientemente precisa. Sin embargo, si las pérdidas por fricción son grandes entonces una aproximación de primer orden puede dar resultados inestables. Para tales casos, un método predictor-corrector o una aproximación de segundo orden deben ser utilizados para evitar la inestabilidad del esquema de diferencia finita³.

³Referencia [10, pág. 48]

3.4. Método de las Características (MC)

Refiriéndose a la figura 3.3, permiten a las condiciones en el tiempo $t = t_0$ a ser conocido (es decir, en $t = 0$, son condiciones iniciales permanente) o se han calculado para el paso de tiempo anterior. Queremos calcular las condiciones desconocidas en $t_0 + \Delta t$. Por tanto, podemos escribir a lo largo de la línea característica positiva AP.

$$\begin{aligned}dV &= V_P - V_A \\dH &= H_P - H_A \\dt &= t_P - t_A\end{aligned}\tag{3.4.13}$$

Similarmente, podemos escribir a lo largo de la línea característica negativa BP.

$$\begin{aligned}dV &= V_P - V_B \\dH &= H_P - H_B \\dt &= t_P - t_B\end{aligned}\tag{3.4.14}$$

Los subíndices de las ecuaciones 3.4.13 a 3.4.14 se refieren a los lugares en el plano $x-t$. La sustitución de las ecuación 3.4.13 en la ecuación 3.4.9 y las ecuación 3.4.14 en la ecuación 3.4.11, calculando el termino de la fricción en los puntos A y B, y multiplicando a todo por Δt , obtenemos.

$$\begin{aligned}\frac{dV}{dt} + \frac{g}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{f}{2D} V |V| &= 0 \\dV + \frac{g}{a} dH + \frac{f}{2D} V |V| dt &= 0 \\(V_P - V_A) + \frac{g}{a} (H_P - H_A) + \frac{f}{2D} V_A |V_A| \Delta t &= 0\end{aligned}\tag{3.4.15}$$

Con:

$$C^+ = \frac{dx}{dt} = a$$

Para la característica negativa.

$$(V_P - V_B) - \frac{g}{a}(H_P - H_B) + \frac{f}{2D}V_B | V_B | \Delta t = 0 \quad (3.4.16)$$

Con:

$$C^- = \frac{dx}{dt} = -a$$

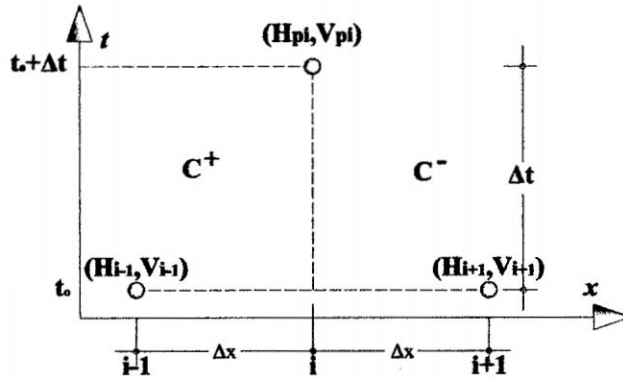


Figura 3.7: Notación del MC por diferencias finitas

De la figura 3.7 y de las ecuaciones 3.4.15 y 3.4.16, despejando V_{P_i} .

$$\begin{aligned} (V_{P_i} - V_{i-1}) + \frac{g}{a}(H_{P_i} - H_{i-1}) + \frac{f}{2D}V_{i-1} | V_{i-1} | \Delta t &= 0 \\ V_{P_i} &= V_{i-1} - \frac{g}{a}H_{P_i} + \frac{g}{a}H_{i-1} - \frac{f}{2D}V_{i-1} | V_{i-1} | \Delta t \end{aligned} \quad (3.4.17)$$

$$\begin{aligned} (V_{P_i} - V_{i+1}) - \frac{g}{a}(H_{P_i} - H_{i+1}) + \frac{f}{2D}V_{i+1} | V_{i+1} | \Delta t &= 0 \\ V_{P_i} &= V_{i+1} + \frac{g}{a}H_{P_i} - \frac{g}{a}H_{i+1} - \frac{f}{2D}V_{i+1} | V_{i+1} | \Delta t \end{aligned} \quad (3.4.18)$$

Sumando las ecuaciones 3.4.17 y 3.4.18.

$$\begin{aligned} 2V_{P_i} &= V_{i-1} + V_{i+1} + \frac{g}{a}H_{i-1} - \frac{g}{a}H_{i+1} - \frac{f}{2D}V_{i-1} | V_{i-1} | \Delta t - \frac{f}{2D}V_{i+1} | V_{i+1} | \Delta t \\ V_{P_i} &= \frac{1}{2} \left[V_{i-1} + V_{i+1} + \frac{g}{a}(H_{i-1} - H_{i+1}) - \frac{f}{2D}\Delta t (V_{i-1} | V_{i-1} | + V_{i+1} | V_{i+1} |) \right] \end{aligned} \quad (3.4.19)$$

De las ecuaciones 3.4.15 y 3.4.16, despejando H_{Pi} .

$$\begin{aligned}\frac{g}{a}H_{Pi} &= -(V_{Pi} - V_{i-1}) + \frac{g}{a}H_{i-1} - \frac{f}{2D}V_{i-1} | V_{i-1} | \Delta t \\ \frac{g}{a}H_{Pi} &= (V_{Pi} - V_{i+1}) + \frac{g}{a}H_{i+1} + \frac{f}{2D}V_{i+1} | V_{i+1} | \Delta t\end{aligned}$$

Sumando las dos ecuaciones anteriores.

$$2\frac{g}{a}H_{Pi} = (V_{i-1} - V_{i+1}) + \frac{g}{a}(H_{i-1} - H_{i+1}) - \frac{f}{2D}\Delta t(V_{i-1} | V_{i-1} | -V_{i+1} | V_{i+1} |)$$

Multiplicando por $\frac{a}{g}$ y reordenando términos.

$$H_{Pi} = \frac{1}{2} \left[(H_{i-1} - H_{i+1}) + \frac{a}{g}(V_{i-1} - V_{i+1}) - \frac{a}{g} \frac{f}{2D} \Delta t (V_{i-1} | V_{i-1} | -V_{i+1} | V_{i+1} |) \right] \quad (3.4.20)$$

3.4.2.2. Solución numérica de la malla característica

Una solución numérica del problema transitorio en una tubería transportará los valores de H y V a lo largo de las líneas características como los incrementos de tiempo Δt . Los nodos de cálculo pueden ser colocados a lo largo de la tubería separada por incrementos Δx . Las condiciones iniciales de H y V en $t = 0$, entonces son transportadas en el tiempo a lo largo de las líneas características en el interior del dominio de $x - t$. Las condiciones de contorno en ambos extremo de la tubería será necesario para completar la solución. A través de estas condiciones de contorno que un estado transitorio se introduce en el sistema.

Para continuar con la solución numérica se divide la longitud de la tubería en n sub intervalos de igual longitud Δx como se ilustra en la figura 3.7. La solución en el dominio x comienza en $x_1 = 0$ y termina en $x_{n+1} = L$. La solución se calcula entonces en el dominio discretizado, queremos la información de los nodos x_1, x_2, \dots, x_{n+1} para viajar a lo largo de las líneas características (es decir, a lo largo de las líneas diagonales), se selecciona el

3.4. Método de las Características (MC)

intervalo de tiempo Δt , de modo que $a = \frac{\Delta x}{\Delta t}$. Así, el tamaño de Δx y la celeridad de una onda determinarán el tamaño de nuestro intervalo de tiempo.

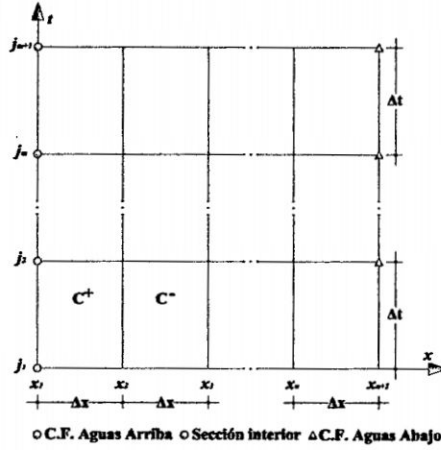


Figura 3.8: Malla Característica

La solución numérica consiste en determinar los valores de $H_i^j = H(x_i, t_j)$ y $V_i^j = V(x_i, t_j)$, en cada punto de la cuadrícula. Hemos seleccionado n sub intervalos en x , tal que $\Delta x = \frac{L}{n}$ y m sub intervalos en el tiempo tal que $t_{max} = t_1 + m\Delta t$. Las condiciones iniciales, generalmente son las condiciones de estado estacionario. Para conocer las condiciones en $t = t_1 + 2\Delta t$ previamente deben ser conocidos las condiciones en $t = t_1 + \Delta t$. De esta manera, los cálculos continúan paso a paso con las condiciones transitorias hasta el tiempo necesario requerido.

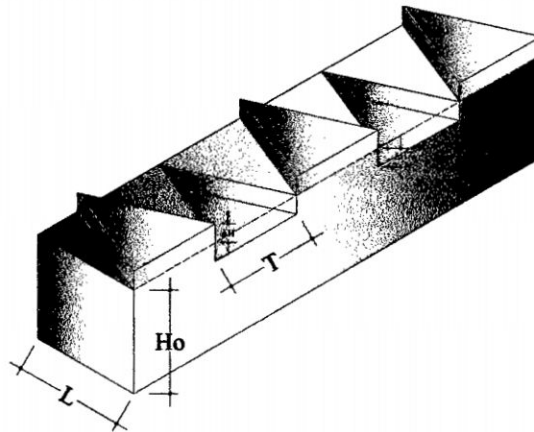


Figura 3.9: Representación tridimensional de las líneas características

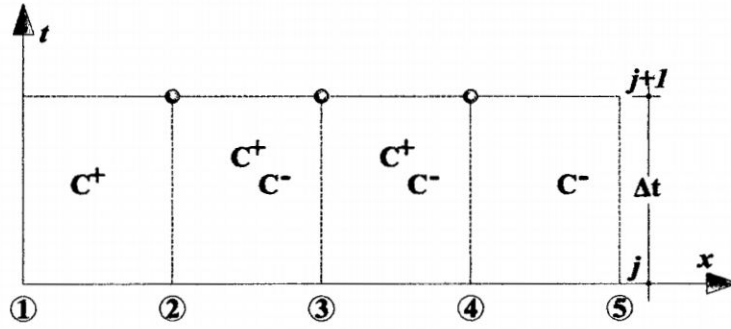


Figura 3.10: Malla Característica para puntos internos

De la figura 3.10 y utilizando las ecuaciones 3.4.15 y 3.4.16 para los puntos internos, tenemos.

$$\begin{aligned}
 C^+ : V_2^{j+1} - V_1^j + \frac{g}{a}(H_2^{j+1} - H_1^j) + f \frac{\Delta t}{2D} V_1^j | V_1^j | &= 0 \\
 V_2^{j+1} + \frac{g}{a} H_2^{j+1} &= V_1^j + \frac{g}{a} H_1^j - f \frac{\Delta t}{2D} V_1^j | V_1^j |
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C^- : V_2^{j+1} - V_3^j - \frac{g}{a}(H_2^{j+1} - H_3^j) + f \frac{\Delta t}{2D} V_3^j | V_3^j | &= 0 \\
 V_2^{j+1} - \frac{g}{a} H_2^{j+1} &= V_3^j - \frac{g}{a} H_3^j - f \frac{\Delta t}{2D} V_3^j | V_3^j |
 \end{aligned}$$

Del mismo modos para el resto de los puntos.

$$\begin{aligned}
 V_3^{j+1} + \frac{g}{a} H_3^{j+1} &= V_2^j + \frac{g}{a} H_2^j - f \frac{\Delta t}{2D} V_2^j | V_2^j | \\
 V_3^{j+1} - \frac{g}{a} H_3^{j+1} &= V_4^j - \frac{g}{a} H_4^j - f \frac{\Delta t}{2D} V_4^j | V_4^j | \\
 V_4^{j+1} + \frac{g}{a} H_4^{j+1} &= V_3^j + \frac{g}{a} H_3^j - f \frac{\Delta t}{2D} V_3^j | V_3^j | \\
 V_4^{j+1} - \frac{g}{a} H_4^{j+1} &= V_5^j - \frac{g}{a} H_5^j - f \frac{\Delta t}{2D} V_5^j | V_5^j |
 \end{aligned}$$

Expresando matricialmente.

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{g}{a} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -\frac{g}{a} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{g}{a} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{g}{a} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{g}{a} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{g}{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2^{j+1} \\ H_2^{j+1} \\ V_3^{j+1} \\ H_3^{j+1} \\ V_4^{j+1} \\ H_4^{j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1^j + \frac{g}{a}H_1^j - f\frac{\Delta t}{2D}V_1^j | V_1^j | \\ V_3^j - \frac{g}{a}H_3^j - f\frac{\Delta t}{2D}V_3^j | V_3^j | \\ V_2^j + \frac{g}{a}H_2^j - f\frac{\Delta t}{2D}V_2^j | V_2^j | \\ V_4^j - \frac{g}{a}H_4^j - f\frac{\Delta t}{2D}V_4^j | V_4^j | \\ V_3^j + \frac{g}{a}H_3^j - f\frac{\Delta t}{2D}V_3^j | V_3^j | \\ V_5^j - \frac{g}{a}H_5^j - f\frac{\Delta t}{2D}V_5^j | V_5^j | \end{bmatrix} \quad (3.4.21)$$

3.4.2.3. Interpolación MC

Como se mencionó el MC debe cumplir la condición de Courant ($C_n = 1$) para garantizar la estabilidad y la convergencia en los resultados. En caso contrario, cuando $C_n < 1$ y no es conveniente cambiar cualquier condición inicial del problema (longitudes, velocidades de onda) para cumplir la condición de Courant o cuando un sistema numérico más estable que el MC no está disponible, es necesario aplicar procesos de interpolación para calcular las variables de estado V y H en el interior de los nodos de la discretización.

En muchos casos, la aplicación de la interpolación lineal dan soluciones que puede resultar más conveniente debido a la menor complejidad, aunque su principal desventaja es la introducción numérica significativa de atenuación para suavizar el frente de presión agudo (Streeter, 1972).

Un gran número de técnicas numéricas han sido destinadas para hacer frente a la interpolación polinómica que se basan en la búsqueda de un polinomio que se inscribe a través de los puntos dados, excepcionalmente los métodos de: Splines Cúbicos, Newton-Gregory, Lagrange-Aitken y Neville. A través de la incorporación en el análisis de transitorios de los esquemas de interpolación de orden superior es posible obtener mejores resultados en precisión sin aumentar enormemente la complejidad del modelo.

Esquema de Interpolación Newton - Gregory⁴. Un polinomio de interpolación es un polinomio de Newton-Gregory si los nodos en el espacio (x_1, x_2, \dots) son equis espaciado. El método de Newton-Gregory está basado sobre el método de diferencias finitas y esto puede construir lo que llaman una diferencia para los puntos de una serie de datos. En lugar de definir un conjunto de funciones para un conjunto determinado de puntos, el método de Newton-Gregory toma un punto a la vez. Esto es un método de interpolación basado sobre la Serie de Taylor. El polinomio único que satisface cualquier $N + 1$ valor de grado N (Gerald y Wheatley, 1985).

$$U = A_0 + A_1x + A_2x^2 + \dots + A_Nx^N \quad (3.4.22)$$

Se dice que los datos estén uniformemente espaciados si $x_{i+1} - x_i = \Delta x$ es constante para $i = 1, 2, 3, \dots, N$. Para el caso particular de datos uniformemente espaciados, es posible encontrar una forma más sencilla del polinomio de Newton. Esta forma más sencilla se basa en diferencias que se definen de la siguiente manera:

- Diferencia de orden 0:

$$\Delta^0 f_i = f_i$$

- Diferencia de orden 1:

$$\Delta^1 f_i = f_{i+1} - f_i$$

- Diferencia de orden 2:

$$\Delta^2 f_i = \Delta(\Delta f_i) = \Delta(f_{i+1} - f_i) = \Delta f_{i+1} - \Delta f_i$$

$$\Delta^2 f_i = (f_{i+1+1} - f_{i+1}) - (f_{i+1} - f_i)$$

$$\Delta^2 f_i = f_{i+2} - 2f_{i+1} + f_i$$

⁴Referencia [57, pág. 6-8]

- Diferencia de orden 3:

$$\Delta^3 f_i = \Delta(\Delta^2 f_i) = \Delta(f_{i+2} - 2f_{i+1} + f_i) = \Delta f_{i+2} - 2\Delta f_{i+1} + \Delta f_i$$

$$\Delta^3 f_i = (f_{i+2+1} - f_{i+2}) - 2(f_{i+1+1} - f_{i+1}) + (f_{i+1} - f_i)$$

$$\Delta^3 f_i = f_{i+3} - f_{i+2} - 2f_{i+2} + 2f_{i+1} + f_{i+1} - f_i$$

$$\Delta^3 f_i = f_{i+3} - 3f_{i+2} + 3f_{i+1} + f_{i+1} - f_i$$

- Diferencia de orden k:

$$\Delta^k f_i = f_{i+k} - k f_{i+k-1} + \frac{k(k-1)}{2!} f_{i+k-2} - \frac{k(k-1)(k-2)}{3!} f_{i+k-3} + \dots + \frac{k(k-1)(k-2)\dots(k-N+1)}{N!} f_{i+k-N}$$

El polinomio de Newton-Gregory de orden N tiene la siguiente forma general.

$$P_n(x_{k+1}) = f_1 + k\Delta f_1 + \frac{k(k-1)}{2!} \Delta^2 f_1 + \frac{k(k-1)(k-2)}{3!} \Delta^3 f_1 + \dots + \frac{k(k-1)(k-2)\dots(k-N+1)}{N!} \Delta^N f_1$$

$$P_n(x_{k+1}) = \binom{k}{0} \Delta^0 f_1 + \binom{k}{1} \Delta^1 f_1 + \binom{k}{2} \Delta^2 f_1 + \binom{k}{3} \Delta^3 f_1 + \dots + \binom{k}{N} \Delta^N f_1$$

$$P_n(x_{k+1}) = \sum_{i=0}^k \binom{k}{i} \Delta^i f_1$$

Para $k = 1, 2, 3 \dots N$

Las $N + 1$ constantes de A_i siendo encontrado en $N + 1$ ecuaciones lineales obtenidas mediante la sustitución en los datos. Supongamos que el $N + 1$ son los valores (x_i, U_i) , $i = 0, 1, 2, \dots, N$ y supone que la igualdad de los intervalos entre los sucesivos valores es h , entonces $x_r - x_s = (r - s)h$. La formación de diferencias sucesivas y teniendo en cuenta que $(x - x_0) = kh$, con $0 \leq k \leq N$, entonces:

3.4. Método de las Características (MC)

$$U = U_0 + k\Delta U_0 + k(k-1)\frac{\Delta^2 U_0}{2!} + \dots + k(k-1)(k-2)\dots(k-N+1)\frac{\Delta^N U_0}{N!} \quad (3.4.23)$$

Esta fórmula es conocida como la fórmula de interpolación avanzada y es apropiado cuando el valor requerido (x_0, U_0) se encuentra cerca del comienzo de los datos tabulados, de lo contrario, cuando el valor (x_0, U_0) está cerca del final de la tabla, es necesaria la aplicación de la fórmula de interpolación atrasada.

Para una aproximación de segundo grado.

$$U = U_0 + k\Delta U_0 + k(k-1)\frac{\Delta^2 U_0}{2!}$$

Para el lado derecho.

$$\begin{aligned} U_R &= U_i + k(U_{i+1} - U_i) + \frac{k(k-1)}{2}(U_{i+2} - 2U_{i+1} + U_i) \\ U_R &= U_i + (U_{i+1} - U_i)k + \frac{1}{2}(U_{i+2} - 2U_{i+1} + U_i)(k^2 - k) \\ U_R &= U_i + (U_{i+1} - U_i)k - \frac{1}{2}(U_{i+2} - 2U_{i+1} + U_i)(k - k^2) \end{aligned} \quad (3.4.24)$$

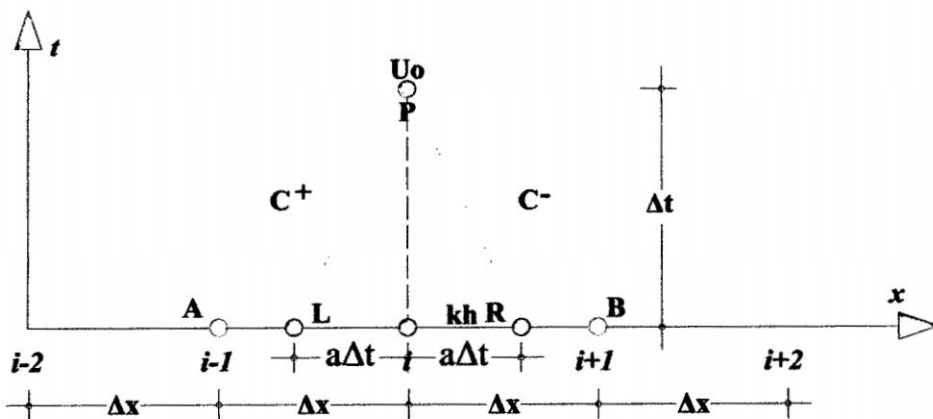


Figura 3.11: Interpolación para discretización con $Cn < 1$

3.5. Métodos de las Diferencias Finitas (MDF)

Del gráfico 3.11.

$$kh = a\Delta t \longrightarrow k = a \frac{\Delta t}{h} = a \frac{\Delta t}{\Delta x} = C_n \quad (3.4.25)$$

Reemplazando la ecuación 3.4.25 en 3.4.24, y de manera similar para el lado izquierdo tenemos.

$$U_R = U_i + (U_{i+1} - U_i)(C_n) - \frac{1}{2} (U_{i+2} - 2U_{i+1} + U_i) (C_n - C_n^2) \quad (3.4.26)$$

$$U_L = U_i + (U_{i-1} - U_i)(C_n) - \frac{1}{2} (U_{i-2} - 2U_{i-1} + U_i) (C_n - C_n^2) \quad (3.4.27)$$

Otros esquemas de interpolación se incluyen en el Apéndice D.

3.5. Métodos de las Diferencias Finitas (MDF)

En flujo transitorio, la solución de las ecuaciones gobernantes se realiza mediante aproximación con técnicas numéricas o métodos computacionales, (García, 2004).

Existen dos tipos de esquemas numéricos de diferencias finitas: explícitos o implícitos. Los esquemas explícitos son simples y han sido usado ampliamente en la hidrodinámica computacional; sin embargo, requieren incrementos de tiempo cortos y el criterio para estabilidad (Huber, 2000); esto limita la velocidad de cálculo de los modelos usando dichos esquemas. Los esquemas implícitos son más sofisticados pero su formulación requiere más desarrollo e inversión de tiempo (Huber, 2000; Ji, 1998).

Las ecuaciones diferenciales parciales que representan las ecuaciones básicas son aproximaciones por diferencias finitas y el problema es transformado en conjunto de ecuaciones algebraicas (esquemas explícitos) o en sistema de ecuaciones no lineales (esquemas implícitos). La no-linealidad se debe al término de la fricción en la Ecuación Dinámica.

Las fórmulas del MDF hacen posible el uso de operaciones aritméticas para determinar derivadas (ecuaciones diferenciales parciales). Ellos se basan en la Serie de Taylor trun-

3.5. Métodos de las Diferencias Finitas (MDF)

cada. El método requiere que el dominio sea sustituido por una rejilla. En cada punto de la cuadrícula cada término en el cálculo diferencial parcial se sustituye por una fórmula de diferencia que pueden incluir los valores de una determinada variable en los puntos y puntos vecinos de la cuadrícula. Mediante la sustitución de la diferencia en la fórmula de las ecuaciones diferenciales parciales.

Los esquemas de solución numérica basada en MDF a menudo son mencionados como explícitos o implícitos. Cuando un cálculo directo de las variables dependientes se puede hacer en términos de cantidades conocidas, el cálculo se dice que es explícito. En cambio, cuando las variables dependientes se definen por un conjuntos de ecuaciones, en virtud del cual, ya sea una matriz o técnica iterativos es necesaria para obtener la solución, el método numérico se dice que es implícito⁵.

Si $f(x)$, es una función de una sola variable x , vamos a suponer que la función es continua y que el valor de $f(x_0)$ en el punto x_0 es conocido. Entonces, usando el desarrollo en Serie de Taylor, la función $f(x_0 + \Delta x)$ puede escribirse como.

$$f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + \Delta x f'(x_0) + \frac{(\Delta x)^2}{2!} f''(x_0) + \frac{(\Delta x)^3}{3!} f'''(x_0) + O(\Delta x)^4 \quad (3.5.1)$$

En donde $f''(x_0) = \frac{dy}{dx}$ evaluada en x_0 y $O(\Delta x)^4$ indica los términos de cuarto y mayor orden de Δx . Igualmente, $f(x_0 - \Delta x)$ puede desarrollarse como.

$$f(x_0 - \Delta x) = f(x_0) - \Delta x f'(x_0) + \frac{(\Delta x)^2}{2!} f''(x_0) - \frac{(\Delta x)^3}{3!} f'''(x_0) + O(\Delta x)^4 \quad (3.5.2)$$

Sumando las ecuaciones 3.5.1 y 3.5.2.

$$f(x_0 + \Delta x) + f(x_0 - \Delta x) = 2f(x_0) + 2\frac{(\Delta x)^2}{2!} f''(x_0) + O(\Delta x)^4 \quad (3.5.3)$$

⁵Texto completo de la referencia:[9]

Si $O(\Delta x)^4$, son insignificantes en comparación con potencias inferiores de Δx .

$$\begin{aligned} 2 \frac{(\Delta x)^2}{2!} f''(x_0) &= f(x_0 + \Delta x) - 2f(x_0) + f(x_0 - \Delta x) \\ f''(x_0) &= \frac{f(x_0 + \Delta x) - 2f(x_0) + f(x_0 - \Delta x)}{(\Delta x)^2} \end{aligned} \quad (3.5.4)$$

Restando la ecuación 3.5.1 a la ecuación 3.5.2.

$$f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x) = 2\Delta x f'(x_0) + O(\Delta x)^2 \quad (3.5.5)$$

Si $O(\Delta x)^2$, son insignificantes en comparación con potencias inferiores de Δx .

$$\begin{aligned} 2\Delta x f'(x_0) &= f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x) \\ f'(x_0) &= \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{2\Delta x} \end{aligned} \quad (3.5.6)$$

De la ecuación 3.5.1.

$$\begin{aligned} f(x_0 + \Delta x) &= f(x_0) + \Delta x f'(x_0) + O(\Delta x)^2 \\ f'(x_0) &= \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \end{aligned} \quad (3.5.7)$$

De la ecuación 3.5.2.

$$\begin{aligned} f(x_0 - \Delta x) &= f(x_0) - \Delta x f'(x_0) + O(\Delta x)^2 \\ f'(x_0) &= \frac{f(x_0) - f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x} \end{aligned} \quad (3.5.8)$$

3.5. Métodos de las Diferencias Finitas (MDF)

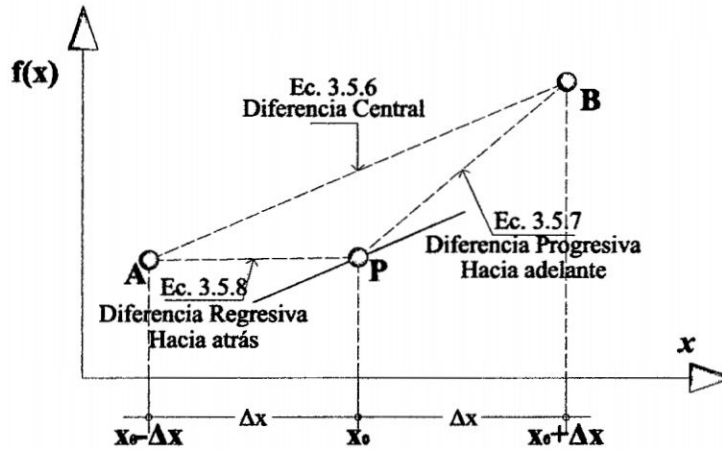


Figura 3.12: Interpretación geométrica de la aproximación de la derivada

Ahora consideramos una función f , que es una función de variables independientes x y t . El plano $x - t$ se ha dividido en una rejilla que tiene el espaciado espacial Δx y el tiempo espaciado a Δt como se muestra en la figura 3.13. Para hallar las derivadas de la función f en el punto P, se trabajará con coordenadas: $x = i\Delta x$ y $t = j\Delta t$ de la siguiente manera⁶:

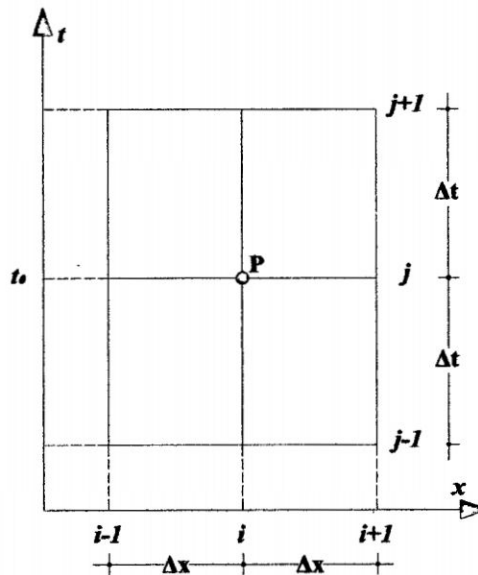


Figura 3.13: Notación de la Diferencia Finita

⁶Para mayor detalle del MDF revise las referencias: [11, pág.39-42], [54, pág.51-54], [51, cap.3] y [56, cap.IV pág.2-9]

3.5. Métodos de las Diferencias Finitas (MDF)

$$f_P = f_{(x,t)} = f(i\Delta x, j\Delta t) = f_i^j$$

Diferencias finitas central

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}|_P = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}|_i^j = \frac{f_{i+1}^j - 2f_i^j + f_{i-1}^j}{(\Delta x)^2} \quad (3.5.9)$$

Diferencias finitas adelantada (progresiva)

$$\frac{\partial f}{\partial x}|_P = \frac{\partial f}{\partial x}|_i^j = \frac{f_{i+1}^j - f_i^j}{\Delta x} \quad (3.5.10)$$

Diferencias finitas atrasada (regresiva)

$$\frac{\partial f}{\partial x}|_P = \frac{\partial f}{\partial x}|_i^j = \frac{f_i^j - f_{i-1}^j}{\Delta x} \quad (3.5.11)$$

En general, el objetivo de la aproximación mediante diferencias finitas es la de vincular el mundo continuo (diferenciales parciales) con el mundo discreto mediante aproximaciones en serie de Taylor.

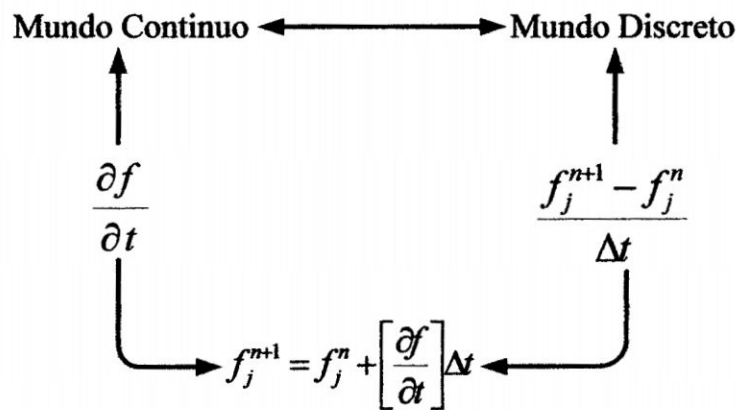


Figura 3.14: Serie de Taylor

3.5.1. Diferencias Finitas Implícitos

La literatura no presenta muchos casos de aplicación de la MDFI en la elaboración de modelos de flujo transitorio, que puede ser debido a que MDFI viene junto con un mayor nivel de complejidad cuando es necesario para resolver los conjuntos de sistemas de ecuaciones (lineales o no lineales). Y otra parte, no es fácil de manejar condiciones de frontera en el contexto MDFI. La principal característica de este método es su mayor estabilidad, ya que no requiere de establecer un tiempo de restricción de paso para garantizar su estabilidad.

3.5.1.1. Esquema de Preissman o de cuatro puntos centrado

De acuerdo con la figura 3.16, las variables de estado en el momento $t = t_0$ (o el nivel j) se han calculado y es necesario conocer los nuevos valores para el tiempo $t = t_0 + 2\Delta t$ (o el nivel $j + 1$). Para alcanzar este fin, las derivadas parciales en la Ecuación Dinámica y de Continuidad deben ser aproximadas por diferencias finitas, de la siguiente manera:

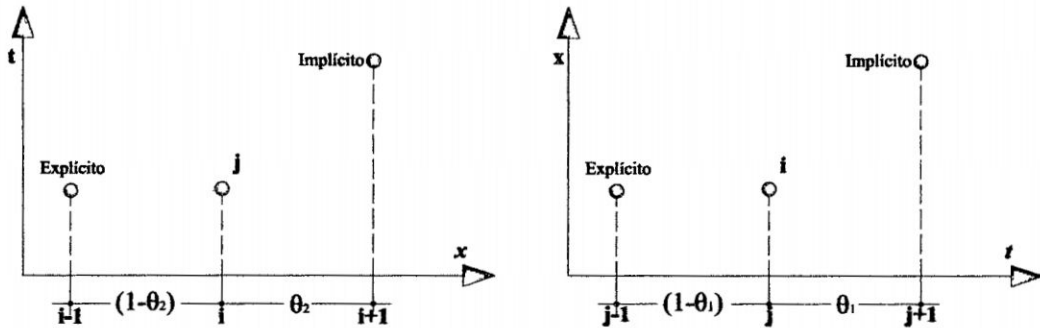


Figura 3.15: Notación de la Diferencia Finita Explícito e Implícito

3.5. Métodos de las Diferencias Finitas (MDF)

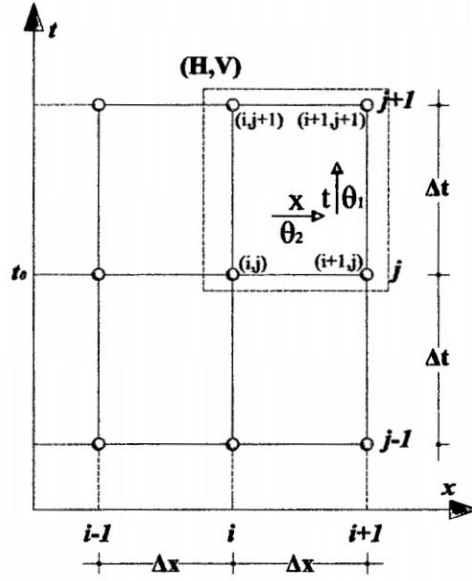


Figura 3.16: Notación de la Diferencia Finita Implícito de cuatro puntos

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{[\theta_2 H_{i+1}^{j+1} + (1 - \theta_2) H_{i+1}^j] - [\theta_2 H_i^{j+1} + (1 - \theta_2) H_i^j]}{\Delta x} \quad (3.5.12)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{[\theta_1 H_{i+1}^{j+1} + (1 - \theta_1) H_i^{j+1}] - [\theta_1 H_{i+1}^j + (1 - \theta_1) H_i^j]}{\Delta t} \quad (3.5.13)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{[\theta_2 Q_{i+1}^{j+1} + (1 - \theta_2) Q_{i+1}^j] - [\theta_2 Q_i^{j+1} + (1 - \theta_2) Q_i^j]}{\Delta x} \quad (3.5.14)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{[\theta_1 Q_{i+1}^{j+1} + (1 - \theta_1) Q_i^{j+1}] - [\theta_1 Q_{i+1}^j + (1 - \theta_1) Q_i^j]}{\Delta t} \quad (3.5.15)$$

Para la ecuación Dinámica.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{Q}{A} \frac{\partial Q}{\partial x} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + f \frac{Q |Q|}{2DA} = 0$$

Se sabe que para el factor de fricción transitorio esta dado por:

$$f = f_s + \frac{kDA}{Q |Q|} \left(\frac{\partial Q}{\partial t} + a \text{Sign}(Q) \left| \frac{\partial Q}{\partial x} \right| \right)$$

Multiplicando por $\frac{Q|Q|}{2DA}$.

$$\begin{aligned} f \frac{Q|Q|}{2DA} &= f_s \frac{Q|Q|}{2DA} + \frac{Q|Q|}{2DA} \frac{kDA}{Q|Q|} \left(\frac{\partial Q}{\partial t} + a \text{Sign}(Q) \left| \frac{\partial Q}{\partial x} \right| \right) \\ f \frac{Q|Q|}{2DA} &= f_s \frac{Q|Q|}{2DA} + \frac{k}{2} \left(\frac{\partial Q}{\partial t} + a \text{Sign}(Q) \left| \frac{\partial Q}{\partial x} \right| \right) \end{aligned}$$

En el que $\text{Sign}(Q) = +1$ cuando $Q \geq 0$ y $\text{Sign}(Q) = -1$ cuando $Q < 0$.

Reescribiendo la ecuación Dinámica.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{Q}{A} \frac{\partial Q}{\partial x} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + f_s \frac{Q|Q|}{2DA} + \frac{k}{2} \left(\frac{\partial Q}{\partial t} + a \text{Sign}(Q) \left| \frac{\partial Q}{\partial x} \right| \right) = 0$$

Reemplazando los valores de las derivadas.

$$\begin{aligned} & \frac{[\theta_1 Q_{i+1}^{j+1} + (1-\theta_1) Q_i^{j+1}] - [\theta_1 Q_{i+1}^j + (1-\theta_1) Q_i^j]}{\Delta t} + \dots \\ & \dots \frac{Q}{A} \left\{ \frac{[\theta_2 Q_{i+1}^{j+1} + (1-\theta_2) Q_{i+1}^j] - [\theta_2 Q_i^{j+1} + (1-\theta_2) Q_i^j]}{\Delta x} \right\} + \dots \\ & \dots gA \left\{ \frac{[\theta_2 H_{i+1}^{j+1} + (1-\theta_2) H_{i+1}^j] - [\theta_2 H_i^{j+1} + (1-\theta_2) H_i^j]}{\Delta x} \right\} + f_s \frac{Q|Q|}{2DA} + \dots \\ & \dots \frac{k}{2} \left\{ \frac{[\theta_1 Q_{i+1}^{j+1} + (1-\theta_1) Q_i^{j+1}] - [\theta_1 Q_{i+1}^j + (1-\theta_1) Q_i^j]}{\Delta t} \right\} + \dots \\ & \dots \frac{k}{2} a \text{Sign}(Q) \left| \left\{ \frac{[\theta_2 Q_{i+1}^{j+1} + (1-\theta_2) Q_{i+1}^j] - [\theta_2 Q_i^{j+1} + (1-\theta_2) Q_i^j]}{\Delta x} \right\} \right| = 0 \end{aligned}$$

Separando términos.

$$\begin{aligned} & \frac{\theta_1}{\Delta t} Q_{i+1}^{j+1} + \frac{(1-\theta_1)}{\Delta t} Q_i^{j+1} - \frac{\theta_1}{\Delta t} Q_{i+1}^j - \frac{(1-\theta_1)}{\Delta t} Q_i^j + \dots \\ & \dots \frac{Q}{A} \frac{\theta_2}{\Delta x} Q_{i+1}^{j+1} + \frac{Q}{A} \frac{(1-\theta_2)}{\Delta x} Q_{i+1}^j - \frac{Q}{A} \frac{\theta_2}{\Delta x} Q_i^{j+1} - \frac{Q}{A} \frac{(1-\theta_2)}{\Delta x} Q_i^j + \dots \\ & \dots gA \frac{\theta_2}{\Delta x} H_{i+1}^{j+1} + gA \frac{(1-\theta_2)}{\Delta x} H_{i+1}^j - gA \frac{\theta_2}{\Delta x} H_i^{j+1} - gA \frac{(1-\theta_2)}{\Delta x} H_i^j + \dots \\ & \dots f_s \frac{Q|Q|}{2DA} + \frac{k}{2} \left\{ \frac{\theta_1}{\Delta t} Q_{i+1}^{j+1} + \frac{(1-\theta_1)}{\Delta t} Q_i^{j+1} - \frac{\theta_1}{\Delta t} Q_{i+1}^j - \frac{(1-\theta_1)}{\Delta t} Q_i^j \right\} + \dots \\ & \dots \frac{k}{2} a \text{Sign}(Q) \left| \left\{ \frac{\theta_2}{\Delta x} Q_{i+1}^{j+1} + \frac{(1-\theta_2)}{\Delta x} Q_{i+1}^j - \frac{\theta_2}{\Delta x} Q_i^{j+1} - \frac{(1-\theta_2)}{\Delta x} Q_i^j \right\} \right| = 0 \end{aligned}$$

3.5. Métodos de las Diferencias Finitas (MDF)

Asociando términos correspondientes a una misma variable y multiplicando a todos por $2\Delta t$ para acomodar mejor las variables y ya que la ecuación es igual a cero no afecta a la ecuación.

$$d_1 = f(Q_i^{j+1})$$

$$d_1 = \frac{(1-\theta_1)}{\Delta t} - \frac{Q}{A} \frac{\theta_2}{\Delta x} + \frac{k}{2} \left\{ \frac{(1-\theta_1)}{\Delta t} + a \text{Sign}(Q) \left| -\frac{\theta_2}{\Delta x} \right| \right\}$$

$$d_1 = \frac{(1-\theta_1)}{\Delta t} - \frac{Q}{A} \frac{\theta_2}{\Delta x} + \frac{k}{2} \left\{ \frac{(1-\theta_1)}{\Delta t} + \frac{\theta_2}{\Delta x} a \text{Sign}(Q) \right\}; Q = \frac{Q_i^j + Q_{i+1}^j}{2}$$

$$d_1 = 2\Delta t \frac{(1-\theta_1)}{\Delta t} - \cancel{2}\Delta t \left(\frac{Q_i^j + Q_{i+1}^j}{\cancel{2}A} \right) \frac{\theta_2}{\Delta x} + 2\Delta t \frac{k}{2} \left\{ \frac{(1-\theta_1)}{\Delta t} + \frac{\theta_2}{\Delta x} a \text{Sign}(Q) \right\}$$

$$d_1 = 2(1-\theta_1) - \frac{\theta_2}{A} \frac{\Delta t}{\Delta x} (Q_i^j + Q_{i+1}^j) + \frac{k}{2} \left\{ 2(1-\theta_1) + 2\theta_2 \frac{\Delta t}{\Delta x} a \text{Sign}(Q) \right\}$$

$$d_2 = f(Q_{i+1}^{j+1})$$

$$d_2 = \frac{\theta_1}{\Delta t} + \frac{Q}{A} \frac{\theta_2}{\Delta x} + \frac{k}{2} \left\{ \frac{\theta_1}{\Delta t} + a \text{Sign}(Q) \left| \frac{\theta_2}{\Delta x} \right| \right\}$$

$$d_2 = 2\Delta t \frac{\theta_1}{\Delta t} + \cancel{2}\Delta t \left(\frac{Q_i^j + Q_{i+1}^j}{\cancel{2}A} \right) \frac{\theta_2}{\Delta x} + 2\Delta t \frac{k}{2} \left\{ \frac{\theta_1}{\Delta t} + \frac{\theta_2}{\Delta x} a \text{Sign}(Q) \right\}$$

$$d_2 = 2\theta_1 + \frac{\theta_2}{A} \frac{\Delta t}{\Delta x} (Q_i^j + Q_{i+1}^j) + \frac{k}{2} \left\{ 2\theta_1 + 2\theta_2 \frac{\Delta t}{\Delta x} a \text{Sign}(Q) \right\}$$

$$d_3 = f(H_i^{j+1})y f(H_{i+1}^{j+1})$$

$$d_3 = gA \frac{\theta_2}{\Delta x}$$

$$d_3 = 2\Delta t gA \frac{\theta_2}{\Delta x}$$

$$d_3 = 2gA\theta_2 \frac{\Delta t}{\Delta x}$$

$$d_4 = f(\text{Resto})$$

$$\begin{aligned} d_4 = & -\frac{\theta_1}{\Delta t} Q_{i+1}^j - \frac{(1-\theta_1)}{\Delta t} Q_i^j + \frac{Q}{A} \frac{(1-\theta_2)}{\Delta x} Q_{i+1}^j - \frac{Q}{A} \frac{(1-\theta_2)}{\Delta x} Q_i^j + gA \frac{(1-\theta_2)}{\Delta x} H_{i+1}^j - \dots \\ & \dots gA \frac{(1-\theta_2)}{\Delta x} H_i^j + f_s \frac{Q}{2DA} \frac{|Q|}{Q} + \frac{k}{2} \left\{ -\frac{\theta_1}{\Delta t} Q_{i+1}^j - \frac{(1-\theta_1)}{\Delta t} Q_i^j \right\} + \dots \\ & \dots \frac{k}{2} a \text{Sign}(Q) \left| \left\{ \frac{(1-\theta_2)}{\Delta x} Q_{i+1}^j - \frac{(1-\theta_2)}{\Delta x} Q_i^j \right\} \right| \end{aligned}$$

Ordenando términos.

$$\begin{aligned} d_4 = & gA \frac{(1-\theta_2)}{\Delta x} H_{i+1}^j - gA \frac{(1-\theta_2)}{\Delta x} H_i^j - \frac{\theta_1}{\Delta t} Q_{i+1}^j - \frac{(1-\theta_1)}{\Delta t} Q_i^j + \frac{Q}{A} \frac{(1-\theta_2)}{\Delta x} Q_{i+1}^j - \dots \\ & \dots \frac{Q}{A} \frac{(1-\theta_2)}{\Delta x} Q_i^j + f_s \frac{Q}{2DA} \frac{|Q|}{Q} + \frac{k}{2} \left\{ -\frac{\theta_1}{\Delta t} Q_{i+1}^j - \frac{(1-\theta_1)}{\Delta t} Q_i^j \right\} + \dots \\ & \dots \frac{k}{2} a \text{Sign}(Q) \left\{ \frac{(1-\theta_2)}{\Delta x} Q_{i+1}^j - \frac{(1-\theta_2)}{\Delta x} Q_i^j \right\} \end{aligned}$$

Factorizando términos comunes y reemplazando el valor de Q .

$$\begin{aligned} d_4 = & gA \frac{(1-\theta_2)}{\Delta x} (H_{i+1}^j - H_i^j) - \frac{1}{\Delta t} [\theta_1 Q_{i+1}^j + (1-\theta_1) Q_i^j] + \dots \\ & \dots \left(\frac{Q_i^j + Q_{i+1}^j}{2A} \right) \frac{(1-\theta_2)}{\Delta x} (Q_{i+1}^j - Q_i^j) + f_s \frac{1}{2DA} \left(\frac{Q_i^j + Q_{i+1}^j}{2} \right) \left| \frac{Q_i^j + Q_{i+1}^j}{2} \right| \dots \\ & - \frac{k}{2} \left\{ \frac{1}{\Delta t} [\theta_1 Q_{i+1}^j + (1-\theta_1) Q_i^j] - a \text{Sign}(Q) \left| \frac{(1-\theta_2)}{\Delta x} (Q_{i+1}^j - Q_i^j) \right| \right\} \end{aligned}$$

Multiplicando por $2\Delta t$.

$$\begin{aligned} d_4 = & 2gA(1-\theta_2) \frac{\Delta t}{\Delta x} (H_{i+1}^j - H_i^j) - 2 [\theta_1 Q_{i+1}^j + (1-\theta_1) Q_i^j] + \dots \\ & \dots \frac{(1-\theta_2)}{A} \frac{\Delta t}{\Delta x} (Q_i^j + Q_{i+1}^j) (Q_{i+1}^j - Q_i^j) + f_s \frac{\Delta t}{DA} \left(\frac{Q_i^j + Q_{i+1}^j}{2} \right) \left| \frac{Q_i^j + Q_{i+1}^j}{2} \right| - \dots \\ & \dots \frac{k}{2} \left\{ 2 [\theta_1 Q_{i+1}^j + (1-\theta_1) Q_i^j] - 2(1-\theta_2) \frac{\Delta t}{\Delta x} a \text{Sign}(Q) \left| Q_{i+1}^j - Q_i^j \right| \right\} \end{aligned}$$

Finalmente.

$$\begin{aligned}
 d_4 = & 2gA(1 - \theta_2) \frac{\Delta t}{\Delta x} (H_{i+1}^j - H_i^j) - 2 [\theta_1 Q_{i+1}^j + (1 - \theta_1) Q_i^j] + \dots \\
 \dots & \frac{(1 - \theta_2) \Delta t}{A \Delta x} (Q_i^j + Q_{i+1}^j) (Q_{i+1}^j - Q_i^j) + f_s \frac{\Delta t}{4DA} (Q_i^j + Q_{i+1}^j) | Q_i^j + Q_{i+1}^j | - \dots \\
 \dots & \frac{k}{2} \left\{ 2 [\theta_1 Q_{i+1}^j + (1 - \theta_1) Q_i^j] - 2(1 - \theta_2) \frac{\Delta t}{\Delta x} a \text{Sign}(Q) | Q_{i+1}^j - Q_i^j | \right\}
 \end{aligned}$$

Para la ecuación de Continuidad.

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{Q}{A} \frac{\partial H}{\partial x} = 0$$

Reemplazando los valores de las derivadas.

$$\begin{aligned}
 & \frac{[\theta_1 H_{i+1}^{j+1} + (1 - \theta_1) H_i^{j+1}] - [\theta_1 H_{i+1}^j + (1 - \theta_1) H_i^j]}{\Delta t} + \dots \\
 & \frac{a^2}{gA} \left\{ \frac{[\theta_2 Q_{i+1}^{j+1} + (1 - \theta_2) Q_{i+1}^j] - [\theta_2 Q_i^{j+1} + (1 - \theta_2) Q_i^j]}{\Delta x} \right\} + \dots \\
 & \frac{Q}{A} \left\{ \frac{[\theta_2 H_{i+1}^{j+1} + (1 - \theta_2) H_{i+1}^j] - [\theta_2 H_i^{j+1} + (1 - \theta_2) H_i^j]}{\Delta x} \right\} = 0
 \end{aligned}$$

Separando términos.

$$\begin{aligned}
 & \frac{\theta_1}{\Delta t} H_{i+1}^{j+1} + \frac{(1 - \theta_1)}{\Delta t} H_i^{j+1} - \frac{\theta_1}{\Delta t} H_{i+1}^j - \frac{(1 - \theta_1)}{\Delta t} H_i^j + \dots \\
 \dots & \frac{a^2}{gA} \frac{\theta_2}{\Delta x} Q_{i+1}^{j+1} + \frac{a^2}{gA} \frac{(1 - \theta_2)}{\Delta x} Q_{i+1}^j - \frac{a^2}{gA} \frac{\theta_2}{\Delta x} Q_i^{j+1} - \frac{a^2}{gA} \frac{(1 - \theta_2)}{\Delta x} Q_i^j + \dots \\
 \dots & \frac{Q}{A} \frac{\theta_2}{\Delta x} H_{i+1}^{j+1} + \frac{Q}{A} \frac{(1 - \theta_2)}{\Delta x} H_{i+1}^j - \frac{Q}{A} \frac{\theta_2}{\Delta x} H_i^{j+1} - \frac{Q}{A} \frac{(1 - \theta_2)}{\Delta x} H_i^j = 0
 \end{aligned}$$

Asociando términos correspondientes a una misma variable y multiplicando a todos por gA para acomodar mejor las variables y ya que la ecuación es igual a cero no afecta a la ecuación.

3.5. Métodos de las Diferencias Finitas (MDF)

$$c_1 = f(Q_i^{j+1}) - f(Q_{i+1}^{j+1})$$

$$c_1 = \frac{a^2}{gA} \frac{\theta_2}{\Delta x}$$

$$c_1 = gA \frac{a^2}{gA} \frac{\theta_2}{\Delta x}$$

$$c_1 = a^2 \frac{\theta_2}{\Delta x}$$

$$c_2 = f(H_i^{j+1})$$

$$c_2 = \frac{(1-\theta_1)}{\Delta t} - \frac{Q}{A} \frac{\theta_2}{\Delta x}; Q = \frac{Q_i^j + Q_{i+1}^j}{2}$$

$$c_2 = gA \frac{(1-\theta_1)}{\Delta t} - gA \left(\frac{Q_i^j + Q_{i+1}^j}{2A} \right) \frac{\theta_2}{\Delta x}$$

$$c_2 = gA \frac{(1-\theta_1)}{\Delta t} - \frac{g}{2} \frac{\theta_2}{\Delta x} (Q_i^j + Q_{i+1}^j)$$

$$c_3 = f(H_{i+1}^{j+1})$$

$$c_3 = \frac{\theta_1}{\Delta t} + \frac{Q}{A} \frac{\theta_2}{\Delta x}$$

$$c_3 = gA \frac{\theta_1}{\Delta t} + gA \left(\frac{Q_i^j + Q_{i+1}^{j+1}}{2A} \right) \frac{\theta_2}{\Delta x}$$

$$c_3 = gA \frac{\theta_1}{\Delta t} + \frac{g}{2} \frac{\theta_2}{\Delta x} (Q_i^j + Q_{i+1}^{j+1})$$

$$c_4 = f(\text{Resto})$$

$$c_4 = -\frac{\theta_1}{\Delta t} H_{i+1}^j - \frac{(1-\theta_1)}{\Delta t} H_i^j + \frac{a^2}{gA} \frac{(1-\theta_2)}{\Delta x} Q_{i+1}^j - \frac{a^2}{gA} \frac{(1-\theta_2)}{\Delta x} Q_i^j + \dots$$

$$\dots - \frac{Q}{A} \frac{(1-\theta_2)}{\Delta x} H_{i+1}^j - \frac{Q}{A} \frac{(1-\theta_2)}{\Delta x} H_i^j$$

Ordenando términos.

$$c_4 = -\frac{\theta_1}{\Delta t} H_{i+1}^j - \frac{(1-\theta_1)}{\Delta t} H_i^j + \frac{Q}{A} \frac{(1-\theta_2)}{\Delta x} H_{i+1}^j - \frac{Q}{A} \frac{(1-\theta_2)}{\Delta x} H_i^j + \dots$$

$$\dots - \frac{a^2}{gA} \frac{(1-\theta_2)}{\Delta x} Q_{i+1}^j - \frac{a^2}{gA} \frac{(1-\theta_2)}{\Delta x} Q_i^j$$

3.5. Métodos de las Diferencias Finitas (MDF)

Factorizando términos comunes y reemplazando el valor de Q .

$$c_4 = -\frac{1}{\Delta t} [\theta_1 H_{i+1}^j + (1 - \theta_1) H_i^j] + \left(\frac{Q_i^j + Q_i^{j+1}}{2A} \right) \frac{(1 - \theta_2)}{\Delta x} (H_{i+1}^j - H_i^j) + \dots$$

$$\dots \frac{a^2 (1 - \theta_2)}{gA \Delta x} (Q_{i+1}^j - Q_i^j)$$

Multiplicando a todos los miembros por gA .

$$c_4 = -\frac{gA}{\Delta t} [\theta_1 H_{i+1}^j + (1 - \theta_1) H_i^j] + \frac{g(1 - \theta_2)}{2 \Delta x} (Q_i^j + Q_i^{j+1}) (H_{i+1}^j - H_i^j) + \dots$$

$$\dots a^2 \frac{(1 - \theta_2)}{\Delta x} (Q_{i+1}^j - Q_i^j)$$

Reescribiendo la ecuación Dinámica y Continuidad en función de d y c .

$$d_1 V_i^{j+1} + d_2 V_{i+1}^{j+1} - d_3 H_i^{j+1} + d_3 H_{i+1}^{j+1} + d_4 = 0$$

$$-c_1 V_i^{j+1} + c_1 V_{i+1}^{j+1} - c_2 H_i^{j+1} + c_3 H_{i+1}^{j+1} + c_4 = 0$$

Donde $d_1, d_2, d_3, d_4, c_1, c_2, c_3, c_4$ son constantes que depende de las características físicas, son valores de las variables de estado en el paso del tiempo anterior.

Expresando matricialmente para una tubería con N tramos.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ d_1^1 & -d_3^1 & d_2^1 & [d_3^1] & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ [-c_1^1] & c_2^1 & c_1^1 & c_3^1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & d_1^2 & -d_3^2 & d_2^2 & [d_3^2] & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & [-c_1^2] & c_2^2 & c_1^2 & c_3^2 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_1^N & -d_3^N & d_2^N & [d_3^N] \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & [-c_1^N] & c_2^N & c_1^N & c_3^N \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^{j+1} \\ H_1^{j+1} \\ Q_2^{j+1} \\ H_2^{j+1} \\ Q_3^{j+1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ H_N^{j+1} \\ Q_{N+1}^{j+1} \\ H_{N+1}^{j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{p(1)} \\ -d_4^1 \\ -c_4^1 \\ -d_4^2 \\ -c_4^2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ -d_4^N \\ -c_4^N \\ H_{p(N+1)} \end{bmatrix}$$

Coefficientes de ponderación.

El método de diferencia finita Implícito (MDFI), llamado esquema de Preissman o el esquema de la Caja, es un esquema general que trabaja en función de dos coeficientes de ponderación θ_1 y θ_2 que puede variar entre 0 y 1. Dependiendo de los valores de θ_1 y θ_2 , diferente es el resultado y el error de truncamiento. Por ejemplo, cuando $\theta_1 = \theta_2 = 0.5$, es posible obtener el esquema centrado de cuatro puntos que se acerca a las derivadas de primer orden que usan diferencias finitas atrasadas y media aritmética con un error de truncamiento $\Delta x^2, \Delta t^2$ (Salgado, 1989). Algunos autores, como Wiggert (1983), recomiendan definir los coeficientes de ponderación en el intervalo $[0.5, 1.0]$ debido a que, cuando θ_1 y θ_2 son inferiores a 0.5, la solución se vuelve inestable, y cuando son iguales a 0.5, la solución es incondicionalmente estable⁷.

$$\theta_1 \geq \theta_2 \geq \frac{1}{2} \quad (3.5.16)$$

Para $\theta_2 = 0$ el algoritmo es explícito y puede hacerse condicionalmente estable si $\theta_1 \geq \frac{1}{2}$. Los coeficientes de ponderación tienen como valor crítico de 0.5 debido a que cuando son inferiores a 0.5, MH se torna inestable, y cuando es superior a 0.5, MH genera atenuaciones numéricas. Como conclusión, a fin de evitar problemas en la estabilidad de HM, es recomendable que θ_1 y θ_2 ser igual o más cercana a 0.5 no importa si la condición transitoria es más lenta o más rápida.

3.5.2. Diferencias Finitas Explícitos

Según Anderson, citado por García (2004), afirma que el esquema explícito, de dos pasos predictor-corrector, de segundo orden de exactitud ambos en el espacio y en el tiempo, que es capaz de capturar las ondas de choque sin necesidad de ajustes especiales para aislarla. Este esquema ha sido aplicado para analizar flujos unidimensionales en canales

⁷Para mayor detalle de los coeficientes de ponderación, véase la referencia:[49, pág.408]

3.5. Métodos de las Diferencias Finitas (MDF)

con movimiento no permanente por Fennema y Chaudhry (1986, 1987) y Dammuller (1989).

Desde este punto de vista, es deseable la aplicación de métodos que permitan manipular la onda de choque generada durante el estado transitorio sin ningún tratamiento especial, tal es el caso de los esquemas de diferencias finitas explícitos de segundo orden de exactitud en el espacio y el tiempo, como son, MacCormack, Lambda, Lax-Wendroff, o Gabutti. Estos métodos han sido aplicados para la solución de ecuaciones de onda en problemas de canales y ríos.

Para el paso predictor, una aproximación por diferencias finitas "hacia atrás"(backward) es usada para las derivadas en el espacio, y para el paso corrector se usa una aproximación "hacia adelante"(forward). Los valores de las variables determinadas durante el paso predictor son usadas en el paso corrector.

3.5.2.1. Esquema de McCormack

El esquema de McCormack se basa en el MC y se ha utilizado para la modelización de fenómenos transitorios en las redes de canales (García-Navarro y Saviron, 1992), así como la propagación de onda (Vincent, 2001) debido a sus características numéricas y nivel de precisión en el espacio temporal (Chaudhry y Hussaini, 1985). El esquema se basa en dos etapas que utiliza un enfoque de diferencias finitas (hacia adelante o hacia atrás). Dependiendo del enfoque adoptado en caso derivadas parciales, es posible considerar dos alternativas:

Alternativa 1: En primer lugar, se utiliza diferencias finitas adelante para predecir la etapa y a continuación, se aplica diferencia finita hacia atrás para la etapa de corrector.

Alternativa 2: En primer lugar, se utiliza diferencias finitas hacia atrás para predecir la etapa y a continuación, se aplica diferencias finitas adelante para la etapa de corrector.

Para obtener los mejores resultados, algunos autores han recomendado encarecidamente el uso de ambas alternativas en una forma alternante (Chaudhry y Hussaini, 1985; García

3.5. Métodos de las Diferencias Finitas (MDF)

Navarro y Saviron, 1992), lo que significa que las alternativas 1 y 2 deben aplicarse de la siguiente manera: en primer lugar aplicar la variante 1 y, a continuación, la alternativa 2; en el siguiente paso tiempo en primer lugar aplicar la variante 2 y, a continuación, la alternativa 1, y así sucesivamente.

Alternativa 1

- **Predictor:** El símbolo * se usa para referirse a la variable calculada durante la parte predictor.

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{U_i^* - U_i^j}{\Delta t} \quad (3.5.17)$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{F_i^j - F_{i-1}^j}{\Delta x} (\text{Backward}) \quad (3.5.18)$$

Donde j representa el nivel de tiempo conocido y i representa el nodo espacial en estudio.

- **Corrector:** El símbolo ** se usa para referirse a la variable calculada durante el paso corrector.

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{U_i^{**} - U_i^j}{\Delta t} \quad (3.5.19)$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{F_{i+1}^* - F_i^*}{\Delta x} (\text{Forward}) \quad (3.5.20)$$

Alternativa 2

- **Predictor:**

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{U_i^* - U_i^j}{\Delta t} \quad (3.5.21)$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{F_{i+1}^j - F_i^j}{\Delta x} (\text{Forward}) \quad (3.5.22)$$

- **Corrector:**

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{U_i^{**} - U_i^j}{\Delta t} \quad (3.5.23)$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{F_i^* - F_{i-1}^*}{\Delta x} (\text{Backward}) \quad (3.5.24)$$

Para ambas alternativa, el valor de la variable U_i en el nivel del tiempo desconocido $j + 1$, es dado por:

$$U_i^{j+1} = \frac{1}{2} [U_i^{**} + U_i^*] \quad (3.5.25)$$

Las ecuaciones correspondientes al esquema de McCormack aplicado a la ecuación Dinámica y de Continuidad expresadas por diferencias finitas son:

Alternativa 1

- **Predictor:** Para la ecuación de Continuidad:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

$$\frac{H_i^* - H_i^j}{\Delta t} + \frac{a^2}{gA} \left(\frac{Q_i^j - Q_{i-1}^j}{\Delta x} \right) = 0$$

$$H_i^* - H_i^j + \frac{a^2 \Delta t}{gA \Delta x} (Q_i^j - Q_{i-1}^j) = 0$$

$$H_i^* = H_i^j - \frac{a^2 \Delta t}{gA \Delta x} (Q_i^j - Q_{i-1}^j)$$

Para la ecuación de Dinámica:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + f \frac{Q |Q|}{2DA} = 0$$

$$\frac{Q_i^* - Q_i^j}{\Delta t} + gA \left(\frac{H_i^j - H_{i-1}^j}{\Delta x} \right) + f \frac{Q_i^j |Q_i^j|}{2DA} = 0$$

$$Q_i^* - Q_i^j + gA \frac{\Delta t}{\Delta x} (H_i^j - H_{i-1}^j) + f \Delta t \frac{Q_i^j |Q_i^j|}{2DA} = 0$$

$$Q_i^* = Q_i^j - gA \frac{\Delta t}{\Delta x} (H_i^j - H_{i-1}^j) - f \Delta t \frac{Q_i^j |Q_i^j|}{2DA}$$

Con:

$$H_n^j = \frac{H_{n-1}^j + H_{n+1}^j}{2}$$

$$Q_n^j = \frac{Q_{n-1}^j + Q_{n+1}^j}{2}$$

- **Corrector:** Para la ecuación de Continuidad.

$$\begin{aligned}\frac{H_i^{**} - H_i^j}{\Delta t} + \frac{a^2}{gA} \left(\frac{Q_{i+1}^* - Q_i^*}{\Delta x} \right) &= 0 \\ H_i^{**} - H_i^j + \frac{a^2 \Delta t}{gA \Delta x} (Q_{i+1}^* - Q_i^*) &= 0 \\ H_i^{**} &= H_i^j - \frac{a^2 \Delta t}{gA \Delta x} (Q_{i+1}^* - Q_i^*)\end{aligned}$$

Para la ecuación de Dinámica:

$$\begin{aligned}\frac{Q_i^{**} - Q_i^j}{\Delta t} + gA \left(\frac{H_{i+1}^* - H_i^*}{\Delta x} \right) + f \frac{Q_i^* | Q_i^* |}{2DA} &= 0 \\ Q_i^{**} - Q_i^j + gA \frac{\Delta t}{\Delta x} (H_{i+1}^* - H_i^*) + f \Delta t \frac{Q_i^* | Q_i^* |}{2DA} &= 0 \\ Q_i^{**} &= Q_i^j - gA \frac{\Delta t}{\Delta x} (H_{i+1}^* - H_i^*) - f \Delta t \frac{Q_i^* | Q_i^* |}{2DA}\end{aligned}$$

- **Final:**

$$\begin{aligned}H_i^{j+1} &= \frac{1}{2} [H_i^{**} + H_i^*] \\ H_i^{j+1} &= \frac{1}{2} \left[H_i^* + H_i^j - \frac{a^2 \Delta t}{gA \Delta x} (Q_{i+1}^* - Q_i^*) \right] \\ Q_i^{j+1} &= \frac{1}{2} [Q_i^{**} + Q_i^*] \\ Q_i^{j+1} &= \frac{1}{2} \left[Q_i^* + Q_i^j - gA \frac{\Delta t}{\Delta x} (H_{i+1}^* - H_i^*) - f \Delta t \frac{Q_i^* | Q_i^* |}{2DA} \right]\end{aligned}$$

Alternativa 2

- **Predictor:** Para la ecuación de Continuidad:

$$\begin{aligned}\frac{H_i^* - H_i^j}{\Delta t} + \frac{a^2}{gA} \left(\frac{Q_{i+1}^j - Q_i^j}{\Delta x} \right) &= 0 \\ H_i^* - H_i^j + \frac{a^2 \Delta t}{gA \Delta x} (Q_{i+1}^j - Q_i^j) &= 0 \\ H_i^* &= H_i^j - \frac{a^2 \Delta t}{gA \Delta x} (Q_{i+1}^j - Q_i^j)\end{aligned}$$

Para la ecuación de Dinámica:

$$\begin{aligned} \frac{Q_i^* - Q_i^j}{\Delta t} + gA \left(\frac{H_{i+1}^j - H_i^j}{\Delta x} \right) + f \frac{V Q_i^j |Q_i^j|}{2DA} &= 0 \\ Q_i^* - Q_i^j + gA \frac{\Delta t}{\Delta x} (H_{i+1}^j - H_i^j) + f \Delta t \frac{Q_i^j |Q_i^j|}{2DA} &= 0 \\ Q_i^* = Q_i^j - gA \frac{\Delta t}{\Delta x} (H_{i+1}^j - H_i^j) - f \Delta t \frac{Q_i^j |Q_i^j|}{2DA} & \end{aligned}$$

Con:

$$\begin{aligned} H_1^j &= \frac{H_0^j + H_2^j}{2} \\ Q_1^j &= \frac{Q_0^j + Q_2^j}{2} \end{aligned}$$

- **Corrector:** Para la ecuación de Continuidad.

$$\begin{aligned} \frac{H_i^{**} - H_i^j}{\Delta t} + \frac{a^2}{gA} \left(\frac{Q_i^* - Q_{i-1}^*}{\Delta x} \right) &= 0 \\ H_i^{**} - H_i^j + \frac{a^2 \Delta t}{gA \Delta x} (Q_i^* - Q_{i-1}^*) &= 0 \\ H_i^{**} = H_i^j - \frac{a^2 \Delta t}{gA \Delta x} (Q_i^* - Q_{i-1}^*) & \end{aligned}$$

Para la ecuación de Dinámica:

$$\begin{aligned} \frac{Q_i^{**} - Q_i^j}{\Delta t} + gA \left(\frac{H_i^* - H_{i-1}^*}{\Delta x} \right) + f \frac{Q_i^* |Q_i^*|}{2DA} &= 0 \\ Q_i^{**} - Q_i^j + gA \frac{\Delta t}{\Delta x} (H_i^* - H_{i-1}^*) + f \Delta t \frac{Q_i^* |Q_i^*|}{2DA} &= 0 \\ Q_i^{**} = Q_i^j - gA \frac{\Delta t}{\Delta x} (H_i^* - H_{i-1}^*) - f \Delta t \frac{Q_i^* |Q_i^*|}{2DA} & \end{aligned}$$

- **Final:**

$$\begin{aligned} H_i^{j+1} &= \frac{1}{2} [H_i^{**} + H_i^*] \\ H_i^{j+1} &= \frac{1}{2} \left[H_i^* + H_i^j - \frac{a^2 \Delta t}{gA \Delta x} (Q_i^* - Q_{i-1}^*) \right] \\ Q_i^{j+1} &= \frac{1}{2} [Q_i^{**} + Q_i^*] \end{aligned}$$

3.5. Métodos de las Diferencias Finitas (MDF)

$$Q_i^{j+1} = \frac{1}{2} \left[Q_i^* + Q_i^j - gA \frac{\Delta t}{\Delta x} (H_i^* - H_{i-1}^*) - f \Delta t \frac{Q_i^* |Q_i^*|}{2D} \right]$$

Ambas alternativas son estables si la condición de Courant se cumple, es decir, $a\Delta t \leq \Delta x$ (Chaudhry y Hussaini, 1985). El esquema de McCormack requiere capacidad de memoria para calcular H^* y V^* en la predicción de las etapas, alternativas 1 y 2. En algunos casos en la literatura (Chaudhry y Hussaini, 1985), el esquema de McCormack es hasta el doble de la capacidad de la memoria respecto a MC en la modelización de los fenómenos transitorios, cuando $C_n = 1$. La mayor estabilidad del esquema de McCormack es cuando la sección de la tubería tiene pocos tramos (Chaudhry y Hussaini, 1985). Por lo tanto, el uso de McCormack es el esquema recomendado, en lugar de MC, cuando $C_n < 1$ y cuando el número de tubería de sub secciones es pequeño. El esquema de McCormack requiere la aplicación de las etapas de predicción para cada alternativa (1 y 2) en cada paso de tiempo, afectando el tiempo del cálculo en que el esquema se aplica en grandes redes de tuberías.

Las ecuaciones del esquema de McCormack se pensaron para resolver los tramos internos de la tubería, lo que obligó a adoptar un tratamiento especial para la frontera, porque en las secciones de la etapa de predicción (alternativa 1) no es posible calcular antes las variables de estado H y V de la sección $i = N + 1$. El mismo problema está presente en la etapa de predicción (alternativa 2) debido a que en esta etapa no es posible calcular H y V para la sección $i = 1$. Esta situación no permite el cálculo directo de las variables de estado en los nodos frontera.

3.6. Condiciones de Frontera

La solución completa de las ecuaciones transitoria gobernantes requiere para calcular algunas de las condiciones iniciales, así como algunas condiciones límite. En general, las condiciones iniciales se especifican a partir de una condición conocida, por ejemplo: estado de equilibrio de flujo. Por otro lado, las condiciones límite debe calcularse por las expresiones que pueden establecer alguna relación entre las variables de estado H y Q presente en la frontera. Dentro de este contexto, algunos autores como Bosserman (1978), Chaudhry y Yevjevich (1981), Chaudhry (1982, 1987), Streeter y Wylie (1987), Watters (1984), Wood y Funk (1988) y Wylie y Streeter (1983) presentaron una variedad de métodos diferentes al modelo para condiciones de frontera generalmente presentes en las redes de tubería.

Incluso si las ecuaciones que permiten al modelo numéricamente las condiciones límite puede ser fácilmente aplicado, en general sólo puede aplicarse en redes de tubería con una simple conexión. Karney (1984) presenta, en el contexto del MC, la compatibilidad de ecuaciones que permitan encontrar la solución para muchas condiciones de frontera sin importar su nivel de complejidad (número de tubos que están conectados a la red de nodo). Su formulación es adecuada para los nodos donde un gran número de tuberías están conectadas, el logro de una simple y eficiente solución de flujo transitorio en redes de tubería con un complejo de conectividad⁸.

El método de las Características proporciona una forma sistemática de cálculo de las condiciones de transición, dentro de una tubería. Sin embargo, si este enfoque ordenada, se extendiera a toda la gama de dispositivos hidráulicos que se encuentran en una red, un esquema más poderoso resultará. El primer paso es presentar una clasificación sistemática de los dispositivos de una red simple. El objetivo aquí es evitar restricciones arbitrarias e innecesarias, que podrían confundir el desarrollo del algoritmo, complicando la depuración, o centrar la excesiva atención a los detalles irrelevantes.

⁸Para mayor detalle véase el texto completo de la referencia: [31] y [51, cap.4]

Para ser más específicos, las siguientes secciones demuestran cómo toda una clase de dispositivos se puede reducir a la solución de una ecuación simple. Este enfoque tiene las siguientes ventajas sobre las formulaciones de la red presentados por los otros (Fox, 1977; Koelle 1982, Wylie y Streeter, 1982; Watters 1984):

- Reduce el tamaño del código y los requisitos de memoria,
- Mejora la precisión, ya que la descripción más realista del comportamiento del dispositivo está incluido en la formulación,
- Existe menos restricciones sobre la manera como están conectados en los nodos, las tuberías,
- Reduce los tiempos de ejecución,
- Simplifica la estructura del algoritmo, lo que hace que el código sea más fácil de escribir, mantener, modificar y depurar,
- De forma explícita se tiene en cuenta la fricción del fluido, la inercia y las pérdidas menores en todos los elementos, y
- Alienta a ser más precisa y fiable la información de los datos de campo.

Para alcanzar estos importantes beneficios, las tuberías, tramos, secciones, nodos y las condiciones de frontera que forman una red debe ser cuidadosamente definido. En este capítulo, las expresiones algebraicas para diferentes condiciones de frontera (nodos, embalses, etc.) será mostrado en el contexto del MC. Para más detalles, es recomendable consultar las siguientes referencias (Chaudhry, 1987; Karney, 1984; Watters, 1984; Wylie y Streeter, 1983).

3.6.1. Nudo simple

Según Karney (1984) y Karney y McInnis (1992), un nodo simple es una condición de frontera que sólo tiene un simple conjunto de secciones de tuberías que descargan al nodo de la red (figura 3.17).

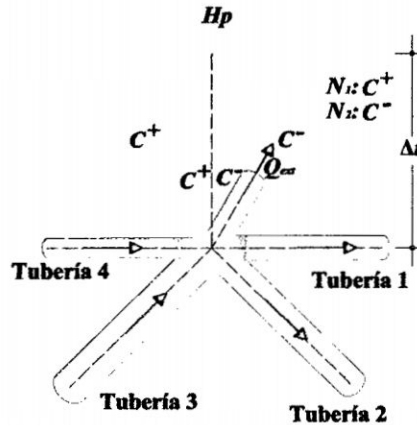


Figura 3.17: Diagrama del esquema de un nudo simple

Donde:

N_1 : Conjunto de tuberías que descargan hacia un nodo de la red.

N_2 : Conjunto de tuberías que descargan de un nodo de la red.

Q_{ext} : Caudal nodal conocido, positivo cuando descargan hacia un nodo de la red; de otra manera, negativo.

Las pérdidas de altura son insignificantes en el nodo de la red, entonces es posible asumir que la altura piezométrica en el nodo puede ser representada por un valor único H_p . Para las tuberías que descargan hacia un nodo de la red es válida la ecuación C^+ y para las tuberías que descargan de un nodo de la red es válida la ecuación C^- .

Para la ecuación característica positiva (C^+).

$$\begin{aligned}
 C^+ &= (Q_P - Q_A) + \frac{gA}{a} (H_P - H_A) + \frac{f\Delta t}{2DA} Q_A | Q_A | = 0 \\
 Q_{Pi} &= Q_A - \frac{gA}{a} (H_P - H_A) - \frac{f\Delta t}{2DA} Q_A | Q_A |; \forall i \in N_1 \\
 Q_{Pi} &= Q_A - \frac{gA}{a} H_P + \frac{gA}{a} H_A - \frac{f\Delta t}{2DA} Q_A | Q_A |; B = \frac{a}{gA} y \frac{1}{B} = \frac{gA}{a} \\
 Q_{Pi} &= -\frac{H_P}{B_i} + \frac{B_i}{B_i} Q_A + \frac{H_A}{B_i} - \frac{B_i}{B_i} \frac{f\Delta t}{2DA} Q_A | Q_A | \\
 Q_{Pi} &= -\frac{H_P}{B_i} + \frac{1}{B_i} \left[\underbrace{B_i Q_A + H_A - B_i \frac{f\Delta t}{2DA} Q_A | Q_A |}_{C_{Pi}} \right] \\
 Q_{Pi} &= -\frac{H_P}{B_i} + \frac{C_{Pi}}{B_i}; \forall i \in N_1
 \end{aligned} \tag{3.6.1}$$

Con:

$$\begin{aligned}
 C_{Pi} &= B_i Q_A + H_A - B_i \frac{f\Delta t}{2DA} Q_A | Q_A | \\
 C_{Pi} &= \frac{Q_A + \frac{H_A}{B_i} - \frac{f\Delta t}{2DA} Q_A | Q_A |}{\frac{1}{B_i}} \\
 C_{Pi} &= \frac{Q_A + \frac{gA_i}{a_i} H_A - \frac{f_i \Delta t}{2D_i A_i} Q_A | Q_A |}{\frac{gA_i}{a_i}}
 \end{aligned} \tag{3.6.2}$$

Para la ecuación característica positiva (C^-).

$$\begin{aligned}
 C^- &= (Q_P - Q_B) - \frac{gA}{a} (H_P - H_B) + \frac{f\Delta t}{2DA} Q_B | Q_B | = 0 \\
 Q_{Pj} &= Q_B + \frac{gA}{a} (H_P - H_B) - \frac{f\Delta t}{2DA} Q_B | Q_B |; \forall j \in N_2
 \end{aligned} \tag{3.6.3}$$

Multiplicamos por el signo menos.

$$\begin{aligned}
 -Q_{Pj} &= -Q_B - \frac{gA}{a} H_P + \frac{gA}{a} H_B + \frac{f\Delta t}{2DA} Q_B | Q_B |; B = \frac{a}{gA} y \frac{1}{B} = \frac{gA}{a} \\
 -Q_{Pj} &= -\frac{H_P}{B_j} - \frac{B_j}{B_j} Q_B + \frac{H_B}{B_j} - \frac{B_j}{B_j} \frac{f\Delta t}{2DA} Q_B | Q_B |
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -Q_{Pj} &= -\frac{H_P}{B_j} + \frac{1}{B_j} \left[\underbrace{-B_j Q_B + H_B + B_j \frac{f \Delta t}{2DA} Q_B | Q_B |}_{C_{Mj}} \right] \\
 -Q_{Pj} &= -\frac{H_P}{B_j} + \frac{C_{Mj}}{B_j}; \forall j \in N_2
 \end{aligned} \tag{3.6.4}$$

Con:

$$\begin{aligned}
 C_{Mj} &= -B_j Q_B + H_B + B_j \frac{f \Delta t}{2DA} Q_B | Q_B | \\
 C_{Mj} &= \frac{-Q_B + \frac{H_B}{B_j} + \frac{f \Delta t}{2DA} Q_B | Q_B |}{\frac{1}{B_j}} \\
 C_{Mj} &= \frac{-Q_B + \frac{g A_j}{a_j} H_B + \frac{f_j \Delta t}{2D_j A_j} Q_b | Q_b |}{\frac{g A_j}{a_j}}
 \end{aligned} \tag{3.6.5}$$

Si tenemos en cuenta que no hay almacenamiento en el nodo de la red, entonces la ecuación de continuidad debe ser cumplida usando las ecuaciones de Continuidad válida para el flujo permanente.

$$\sum_{i \in N_1} Q_{Pi} - \sum_{j \in N_2} Q_{Pj} - Q_{ext} = 0 \tag{3.6.6}$$

Introduciendo las ecuaciones 3.6.1 y 3.6.4 en la ecuación 3.6.6:

$$-\sum_{i \in N_1} \frac{H_P}{B_i} - \sum_{i \in N_1} \frac{C_{Pi}}{B_i} - \sum_{j \in N_2} \frac{H_P}{B_j} + \sum_{j \in N_2} \frac{C_{Mj}}{B_j} - Q_{ext} = 0 \tag{3.6.7}$$

Reordenando:

$$-H_P \left[\underbrace{\sum_{i \in N_1} \frac{1}{B_i} + \sum_{j \in N_2} \frac{1}{B_j}}_{\frac{1}{B_c}} \right] + \sum_{i \in N_1} \frac{C_{Pi}}{B_i} + \sum_{j \in N_2} \frac{C_{Mj}}{B_j} - Q_{ext} = 0 \tag{3.6.8}$$

Teniendo en cuenta que:

$$\frac{1}{B_c} = \sum_{i \in N_1} \frac{1}{B_i} + \sum_{j \in N_2} \frac{1}{B_j} \tag{3.6.9}$$

$$C_c = B_c \left[\sum_{i \in N_1} \frac{C_{Pi}}{B_i} + \sum_{j \in N_2} \frac{C_{Mj}}{B_j} \right] \quad (3.6.10)$$

Reemplazando 3.6.9 y 3.6.10 en 3.6.8:

$$\begin{aligned} -\frac{H_P}{B_c} + \frac{B_c}{B_c} \left[\sum_{i \in N_1} \frac{C_{Pi}}{B_i} + \sum_{j \in N_2} \frac{C_{Mj}}{B_j} \right] - Q_{ext} &= 0 \\ -\frac{H_P}{B_c} + \frac{C_c}{B_c} - Q_{ext} &= 0 \\ H_P &= C_c - B_c Q_{ext} \end{aligned} \quad (3.6.11)$$

Reemplazando los valores correspondientes a las variables en la ecuación anterior.

$$\begin{aligned} H_P &= B_c \left[\sum_{i \in N_1} \frac{C_{Pi}}{B_i} + \sum_{j \in N_2} \frac{C_{Mj}}{B_j} \right] - B_c Q_{ext} \\ H_P &= B_c \left[\sum_{i \in N_1} \frac{C_{Pi}}{B_i} + \sum_{j \in N_2} \frac{C_{Mj}}{B_j} - Q_{ext} \right] \\ H_P &= \left[\sum_{i \in N_1} \frac{1}{B_i} + \sum_{j \in N_2} \frac{1}{B_j} \right]^{-1} \left[\sum_{i \in N_1} \frac{C_{Pi}}{B_i} + \sum_{j \in N_2} \frac{C_{Mj}}{B_j} - Q_{ext} \right] \\ H_P &= C_c - B_c Q_{ext} = \left[\sum_{i \in N_1} \frac{1}{B_i} + \sum_{j \in N_2} \frac{1}{B_j} \right]^{-1} \left[\sum_{i \in N_1} \frac{C_{Pi}}{B_i} + \sum_{j \in N_2} \frac{C_{Mj}}{B_j} - Q_{ext} \right] \end{aligned} \quad (3.6.12)$$

La ecuación 3.6.12 representa un nodo de la red compleja donde muchas secciones de tuberías están conectadas entre sí y donde es posible, utilizando la compatibilidad ecuación 3.6.12, para analizar cada rama (o tubo de sección) de la red independientemente del resto, es decir, la ecuación 3.6.12 hace posible la disociación nodal en las redes complejas de tuberías. Esta peculiaridad permite simplificar notablemente el cálculo de las variables de estado en redes de tuberías complejas de conectividad en el contexto de la MC (Wylie, 1986). Los métodos híbridos que se propone en este trabajo utiliza esta propiedad. La ecuación 3.6.12 también puede ser utilizado en el contexto de la red características (Koelle, 1988).

Para entender el fenómeno para las condiciones de frontera se utiliza el caudal y para la programación se utiliza la velocidad ya que permite una mejor visualización de la propagación de onda. Para los nodos simples se hará la formulación matricial para cualquier esquema numérico.

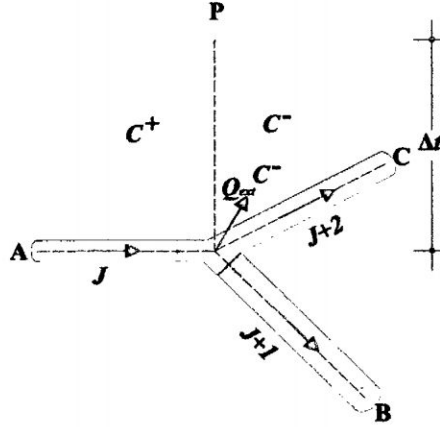


Figura 3.18: Notación de la formulación matricial de un nudo simple

Del gráfico 3.18.

$$C^+ = V_{PJ} - V_A + \frac{g}{a_J} (H_{PJ} - H_A) + \frac{f_J \Delta t}{2D_J} V_A \quad | V_A | = 0 \quad (3.6.13)$$

$$C^- = V_{PJ+1} - V_B - \frac{g}{a_{J+1}} (H_{PJ+1} - H_B) + \frac{f_{J+1} \Delta t}{2D_{J+1}} V_B \quad | V_B | = 0 \quad (3.6.14)$$

$$C^- = V_{PJ+2} - V_C - \frac{g}{a_{J+2}} (H_{PJ+2} - H_C) + \frac{f_{J+2} \Delta t}{2D_{J+2}} V_C \quad | V_C | = 0 \quad (3.6.15)$$

Por Continuidad.

$$\begin{aligned} Q_J - Q_{J+1} - Q_{J+2} &= Q_{ext}; \quad Q = VA = V \frac{\pi D^2}{4} \\ V_{PJ} \frac{\pi D_J^2}{4} - V_{PJ+1} \frac{\pi D_{J+1}^2}{4} - V_{PJ+2} \frac{\pi D_{J+2}^2}{4} &= Q_{ext} \\ V_{PJ} D_J^2 - V_{PJ+1} D_{J+1}^2 - V_{PJ+2} D_{J+2}^2 &= \frac{4}{\pi} Q_{ext} \end{aligned} \quad (3.6.16)$$

Por conservación de energía.

$$H_{PJ} = H_{PJ+1} = H_{PJ+2} = H_P \quad (3.6.17)$$

Reordenando términos de las ecuaciones 3.6.13 a 3.6.17.

$$\begin{aligned} V_{PJ} - \frac{g}{a_J} H_P &= V_A + \frac{g}{a_J} H_A - \frac{f_J \Delta t}{2D_J} V_A |V_A| \\ V_{PJ+1} - \frac{g}{a_{J+1}} H_P &= V_B - \frac{g}{a_{J+1}} H_B - \frac{f_{J+1} \Delta t}{2D_{J+1}} V_B |V_B| \\ V_{PJ+2} - \frac{g}{a_{J+2}} H_P &= V_C - \frac{g}{a_{J+2}} H_C - \frac{f_{J+2} \Delta t}{2D_{J+2}} V_C |V_C| \\ V_{PJ} D_J^2 - V_{PJ+1} D_{J+1}^2 - V_{PJ+2} D_{J+2}^2 &= \frac{4}{\pi} Q_{ext} \end{aligned} \quad (3.6.18)$$

Expresando matricialmente.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{g}{a_J} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{g}{a_{J+1}} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{g}{a_{J+2}} \\ D_J^2 & -D_{J+1}^2 & -D_{J+2}^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{PJ} \\ V_{PJ+1} \\ V_{PJ+2} \\ H_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_A + \frac{g}{a_J} H_A - \frac{f_J \Delta t}{2D_J} V_A |V_A| \\ V_B - \frac{g}{a_{J+1}} H_B - \frac{f_{J+1} \Delta t}{2D_{J+1}} V_B |V_B| \\ V_C - \frac{g}{a_{J+2}} H_C - \frac{f_{J+2} \Delta t}{2D_{J+2}} V_C |V_C| \\ \frac{4}{\pi} Q_{ext} \end{bmatrix} \quad (3.6.19)$$

3.6.2. Línea de Reservorio

Según Karney (1984) y Karney y McInnis (1992), el reservorio (figura 3.21) conectado a un nodo ordinario puede ser fácilmente representada por la ecuación de continuidad que se establece la relación entre el volumen acumulado y el promedio de descarga en el reservorio en un Δt :

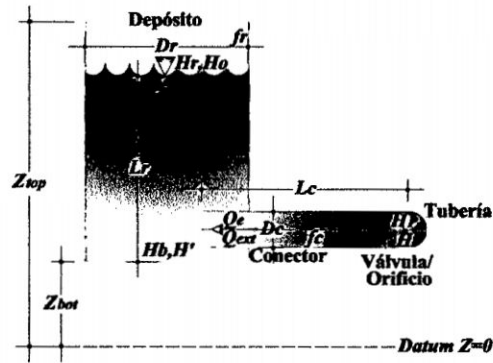


Figura 3.19: Generalización de un dissipador externo

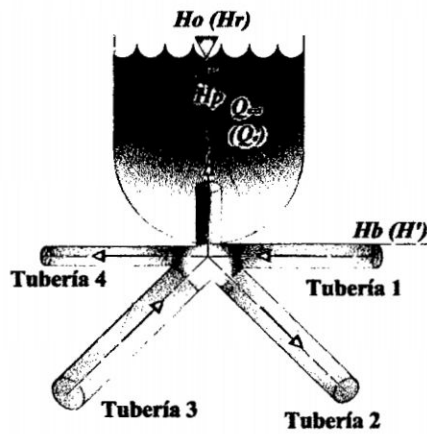


Figura 3.20: Diagrama del esquema de la línea de reservorio

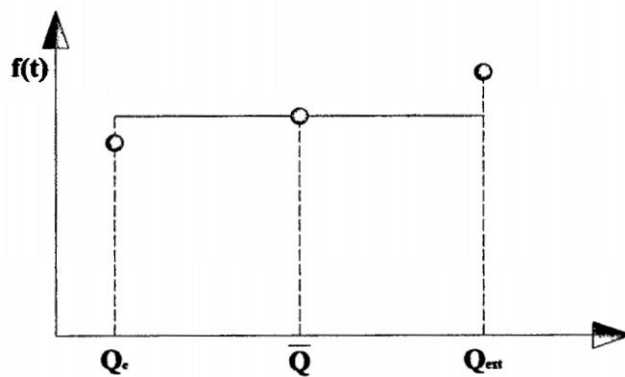


Figura 3.21: Variación del caudal en el reservorio

$$\Delta V = (H_r - H_0) A_r = \Delta t \left(\frac{Q_{ext} + Q_e}{2} \right) \quad (3.6.20)$$

$$H_r A_r - H_0 A_r = \frac{\Delta t}{2} (Q_{ext} + Q_e)$$

$$H_r = H_0 + \frac{\Delta t}{2A_r} (Q_{ext} + Q_e); B_0 = \frac{\Delta t}{2A_r}$$

Esta ecuación se puede escribir más compacta como:

$$H_r = H_0 + B_0 (Q_{ext} + Q_e) \quad (3.6.21)$$

Donde:

H_r : Altura piezométrica en la superficie libre del reservorio en el momento actual.

H_0 : Altura piezométrica en la superficie libre del reservorio (instante anterior).

Q_e : Flujo externo nodal (instante anterior).

Q_{ext} : Flujo externo nodal (momento actual).

$$B_0 = \frac{\Delta t}{2A_r}$$

A_r : Área de sección transversal del embalse.

Δt : Paso del tiempo de la discretización.

La ecuación 3.6.21 es general porque cuando el reservorio tiene una gran área de sección transversal (A_r), B_0 tiende a cero y la ecuación 3.6.21 se reduce a:

$$H_r = H_0 \quad (3.6.22)$$

El término H_0 puede ser constante o variable en el tiempo (por ejemplo, las ondas en un depósito).

Si las pérdidas hidráulicas entre el Reservorio Simple y la unión de tuberías son insignificantes, es correcto suponer que no hay pérdidas de carga (por fricción o singularidades)

entre el nodo de la red y la superficie libre del agua. A continuación, la condición de $H_P = H_r$ analíticamente puede ser expresada igualando sus ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 H_P &= H_r \\
 C_c - B_c Q_{ext} &= H_0 + B_0 (Q_{ext} + Q_e) \\
 C_c - H_0 - B_0 Q_e &= (B_c + B_0) Q_{ext} \\
 Q_{ext} &= \frac{C_c - H_0 - B_0 Q_e}{B_c + B_0} \tag{3.6.23}
 \end{aligned}$$

La ecuación 3.6.23 puede ser usado para representar los depósitos de carga constante, los tanques de almacenamiento y tanques de onda simple. En conjunto, estos dispositivos son llamados depósitos simples.

Cuando el área de sección transversal del depósito es pequeña, el análisis debe contar tanto las pérdidas de carga así como la inercia del tanque. Una representación lineal de este último concepto se conoce como un elemento de inercia agrupado (Wylie y Streeter 1982) y se puede escribir.

$$H_b - H_r = C_1^r + C_2^r Q_{ext} \tag{3.6.24}$$

Donde:

H_P : Altura piezométrica en el momento actual $H_P = H_P(x, t)$.

H_b : Altura piezométrica en la base del depósito en el momento actual.

C_1^r y C_2^r : Constantes relacionadas a la inercia y los efectos de la fricción.

C_1^r y C_2^r puede ser expresado como:

$$C_1^r = H_0 - H' - \frac{2L_r Q_e}{gA_r \Delta t} \tag{3.6.25}$$

$$C_2^r = \frac{2L_r}{gA_r \Delta t} + \frac{f_r L_r}{gD_r A_r^2} |Q_e| \tag{3.6.26}$$

Donde:

H' : Altura piezométrica en la base del depósito en el instante anterior.

L_r : Longitud inicial de la columna de agua.

D_r : Diámetro interno del depósito.

f_r : Factor de fricción Darcy-Weisbach en el depósito.

$$H_0 = Z_{bot} + L_r$$

Z_{bot} : Elevación de la base del depósito.

La relación de almacenamiento del embalse y la inercia relación de pérdida de carga pueden ser combinadas para producir.

$$\begin{aligned}
 H_b - H_r &= C_1^r + C_2^r Q_{ext} \\
 H_b &= H_r + C_1^r + C_2^r Q_{ext} \\
 H_b &= H_0 + B_0 (Q_{ext} + Q_e) + C_1^r + C_2^r Q_{ext} \\
 H_b &= \underbrace{C_1^r + H_0 + B_0 Q_e}_{C_b} + \underbrace{\left(B_0 + C_2^r \right)}_{B_b} Q_{ext} \\
 H_b &= C_b + B_b Q_{ext}
 \end{aligned} \tag{3.6.27}$$

La ecuación que esta relación es lineal y puede ser fácilmente resuelto, como en el caso de reservorio simple. Si las pérdidas por fricción son insignificantes, entonces es correcto escribir $H_P = H_b$. En este caso, obtenemos:

$$Q_{ext} = \frac{C_c - C_b}{B_c + B_b} \tag{3.6.28}$$

La ecuación 3.6.28 es general porque cuando C_1^r y C_2^r son iguales a cero, obtenemos la ecuación 3.6.23, que corresponde al flujo externo nodal para un reservorio simple. Además, si B_0 tiende a cero, obtenemos la ecuación para depósito de carga constante. Entonces, la ecuación 3.6.28 representa un elemento de almacenaje general llamado *Reservorio Lineal*.

3.6.3. Línea de Válvula

La apertura de válvula (o el cierre) es la causa principal de flujo transitorio en redes de tubería. Por ese motivo, su correcta simulación tiene una gran relevancia. La válvula se considera como un elemento de resistencia variable en el tiempo que puede ser expresada a través de la curva de apertura (o cierre) de la válvula (Wood y Funk, 1988). Las magnitudes de presión generados por la válvula de operación son dependientes del tipo de válvula, la velocidad de apertura (o cierre) y las propiedades elásticas del sistema (Wood y Jones, 1973).

En una red de tubería sencilla con un embalse (aguas arriba), una sección de tubería a lo largo de la línea y una válvula (aguas abajo), es posible estimar la máxima presión para un flujo muy rápido transitorio (es decir, cuando la válvula el tiempo de cierre T_c es inferior a $\frac{2L}{a}$), utilizando las fórmulas Joukowsky (Chaudhry, 1987; Parmakian, 1963; Sharp, 1981; Thorley, 1988; Thorley, 1990; Watters, 1984; Wylie y Streeter, 1983):

$$\Delta t = \frac{a\Delta v}{g} \quad (3.6.29)$$

Donde:

ΔH : Altura de presión máxima.

Δv : Variación de la velocidad del fluido.

g : Constante de la gravedad.

Es necesario remarcar que la ecuación Joukowsky tiene algunas limitaciones ya que la intensidad y el comportamiento del flujo transitorio son dependientes no sólo de las variables antes mencionadas, que también son dependientes de las características físicas del problema, la configuración del sistema, las condiciones iniciales, el tiempo del evento, etc. (Karney y McInnis, 1990). Teniendo en cuenta este punto, Simpson y Wylie (1991) han demostrado que cuando un repentino cierre de la válvula se genera, la cavitación puede ge-

nerar *Pulsos de Presión* de corta duración que finalmente puede incrementar las presiones locales en magnitudes superiores a las dadas por las fórmulas Joukowsky.

Dentro del contexto de redes muy simples donde es posible utilizar la ecuación de Joukowsky, se puede hablar de un *Tiempo Característico* y otro *Crítico*. El primero se refiere al tiempo que toma la onda de presión en trasladarse de un extremo al otro del sistema; el tiempo crítico se refiere al tiempo que toma la onda de presión en ir y volver de un extremo a otro del sistema. Estos valores ayudan a clasificar la velocidad relativa de maniobra que causa el Golpe de Ariete (lento, gradual, rápido).

Tiempo característico:

$$T_{ca} = \frac{L}{a}(s) \tag{3.6.30}$$

Tiempo crítico:

$$T_{ca} = 2\frac{L}{a}(s) \tag{3.6.31}$$

Cuadro 3.1: Tiempo de cierre de la válvula, tipo de flujo y modelo

Tiempo cierre	Tipo de flujo	Modelo aplicable
$T_{cr} = 0$	Instantáneo	Elástico
$T_{cr} \leq \frac{2L}{a}$	Rápido	Elástico
$T_{cr} > \frac{2L}{a}$	Gradual	Elástico
$T_{cr} \gg \frac{2L}{a}$	Lento	Rígido

3.6.3.1. Ecuaciones básicas

Según Streeter y Wylie (1987), para la deducción de las ecuaciones involucradas es necesario asumir que: (1) no hay ningún efecto inercial que acelera (o no) el flujo durante la apertura de la válvula; (2) en el interior de la válvula, el volumen de control, existe un volumen constante de líquido (figura 3.23). En cada instante, el flujo en las secciones

frontera es el mismo: $Q_{PA} = Q_{PB}$ y la ecuación del orificio para el flujo positivo ($Q > 0$), es la siguiente:

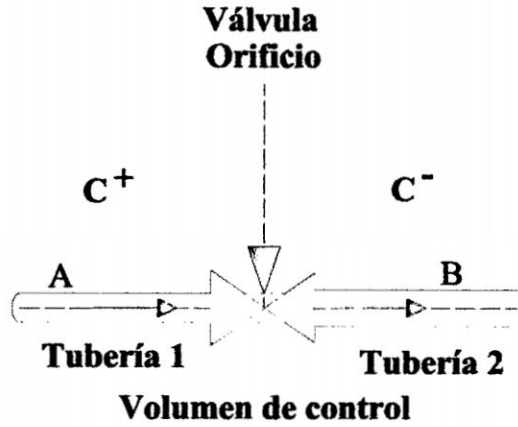


Figura 3.22: Diagrama del esquema de la línea de válvula

$$Q_{PA} = Q_{PB} = C_d A_v \sqrt{2g (H_{PA} - H_{PB})} \quad (3.6.32)$$

Donde:

C_d : Coeficiente de descarga de la válvula⁹.

A_v : Apertura del área (área del orificio).

Además, tenemos:

$$H_{PA} = C_P - B_{P1} Q_{PA} \quad (3.6.33)$$

$$H_{PB} = C_M + B_{M2} Q_{PB} \quad (3.6.34)$$

Eliminando H_{PA} y H_{PB} y haciendo $B = B_{P1} = B_{M2}$:

$$Q_{PB} = C_d A_v \sqrt{2g (H_{PA} - H_{PB})}$$

$$Q_{PB}^2 = (C_d A_v)^2 2g (C_P - B Q_{PA} - (C_M + B Q_{PB}))$$

⁹El coeficiente de descarga en función del porcentaje de apertura de la válvula se muestra en el apéndice E

$$Q_{PB}^2 = (C_d A_v)^2 2g (C_P - BQ_{PB} - C_M - BQ_{PB})$$

$$Q_{PB}^2 = (C_d A_v)^2 2g (C_P - C_M - 2BQ_{PB})$$

$$Q_{PB}^2 = 2g (C_d A_v)^2 (C_P - C_M) - 2g (C_d A_v)^2 2BQ_{PB}$$

$$Q_{PB}^2 + 2g (C_d A_v)^2 2BQ_{PB} - 2g (C_d A_v)^2 (C_P - C_M) = 0$$

Resolviendo la ecuación cuadrática:

$$ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$Q_{PB} = \frac{-2g (C_d A_v)^2 2B \pm \sqrt{(2g (C_d A_v)^2 2B)^2 - 4(1)2g (C_d A_v)^2 (C_P - C_M)}}{2(1)}$$

$$Q_{PB} = \frac{-4gB (C_d A_v)^2 \pm \sqrt{(4gB (C_d A_v)^2)^2 - 8g (C_d A_v)^2 (C_P - C_M)}}{2}$$

$$Q_{PB} = \frac{-4gB (C_d A_v)^2 \pm \sqrt{4 \left[(2gB (C_d A_v)^2)^2 - 2g (C_d A_v)^2 (C_P - C_M) \right]}}{2}$$

$$Q_{PB} = -2gB (C_d A_v)^2 \pm \sqrt{(2gB (C_d A_v)^2)^2 - 2g (C_d A_v)^2 (C_P - C_M)}$$

$$Q_{PB} = -2gB (C_d A_v)^2 + \sqrt{(2gB (C_d A_v)^2)^2 - 2g (C_d A_v)^2 (C_P - C_M)} \quad (3.6.35)$$

Para obtener Q_P positivo, es necesario que $(C_P - C_M) > 0$. De modo análogo, para el flujo negativo ($Q < 0$):

$$Q_{PA} = Q_{PB} = -C_d A_v \sqrt{2g (H_{PB} - H_{PA})} \quad (3.6.36)$$

$$Q_{PB}^2 = (-C_d A_v)^2 2g (C_M + BQ_{PB} - (C_P - BQ_{PA}))$$

$$Q_{PB}^2 = (C_d A_v)^2 2g (C_M + BQ_{PB} - C_P + BQ_{PB})$$

$$Q_{PB}^2 = (C_d A_v)^2 2g (C_M - C_P + 2BQ_{PB})$$

$$Q_{PB}^2 = 2g (C_d A_v)^2 (C_M - C_P) + 2g (C_d A_v)^2 2B Q_{PB}$$

$$Q_{PB}^2 - 2g (C_d A_v)^2 2B Q_{PB} - 2g (C_d A_v)^2 (C_M - C_P) = 0$$

Resolviendo la ecuación cuadrática:

$$Q_{PB} = \frac{2g (C_d A_v)^2 2B \pm \sqrt{(-2g (C_d A_v)^2 2B)^2 + 4(1)2g (C_d A_v)^2 (C_M - C_P)}}{2(1)}$$

$$Q_{PB} = \frac{4gB (C_d A_v)^2 \pm \sqrt{(-4gB (C_d A_v)^2)^2 + 8g (C_d A_v)^2 (C_M - C_P)}}{2}$$

$$Q_{PB} = \frac{4gB (C_d A_v)^2 \pm \sqrt{4 \left[(2gB (C_d A_v)^2)^2 + 2g (C_d A_v)^2 (C_M - C_P) \right]}}{2}$$

$$Q_{PB} = 2gB (C_d A_v)^2 \pm \sqrt{(2gB (C_d A_v)^2)^2 + 2g (C_d A_v)^2 (C_M - C_P)}$$

$$Q_{PB} = 2gB (C_d A_v)^2 - \sqrt{(2gB (C_d A_v)^2)^2 + 2g (C_d A_v)^2 (C_M - C_P)} \quad (3.6.37)$$

Para la solución negativa, tenemos $C_M > C_P$. Para este caso el procedimiento de cálculo comienza con la determinación de C_P y C_M . Si $(C_P \geq C_M)$, entonces es necesario aplicar la ecuación 3.6.35; de lo contrario, la ecuación 3.6.37 debe aplicarse.

Por definición tenemos:

$$\tau = \frac{C_d A_v}{(C_d A_v)_0} \quad (3.6.38)$$

Donde:

$$(C_d A_v)_0 = \frac{Q_0}{\sqrt{2gH_0}} \quad (3.6.39)$$

Donde:

Q_0 : Caudal.

H_0 : Pérdida de carga inicial en la válvula.

Entonces, podemos resolver $(C_d A_v)$ de la ecuación 3.6.38, obteniendo la expresión siguiente:

$$(C_d A_v) = \tau (C_d A_v)_0 = \frac{\tau Q_0}{\sqrt{2gH_0}} \quad (3.6.40)$$

Es más conveniente usar la ecuación 3.6.40 que las ecuaciones 3.6.35 y 3.6.37 porque en la literatura actual es corriente encontrar las curvas de apertura o el cierre de las válvulas con forma de $\tau - t$, donde τ representa el porcentaje de apertura (o cierre) en el tiempo (figura 3.24). Sustituyendo 3.6.40 en 3.6.35 y la haciendo un trabajo algebraico, podemos obtener la expresión siguiente:

$$(C_d A_v)^2 = \frac{(\tau Q_0)^2}{2gH_0} = \frac{C_v}{2g}; C_v = \frac{(\tau Q_0)^2}{H_0} \rightarrow C_v = 2g (C_d A_v)^2 \quad (3.6.41)$$

$$Q_{PB} = -BC_v + \sqrt{(BC_v)^2 + C_v (C_P - C_M)} \quad (3.6.42)$$

De modo similar, para Q_{PA} la siguiente expresión puede ser obtenida:

$$Q_{PA} = BC_v - \sqrt{(BC_v)^2 + C_v (C_M - C_P)} \quad (3.6.43)$$

Sustituyendo en la ecuaciones correspondientes, obtenemos H_{PA} y H_{PB} . La formulación que se obtiene hasta aquí puede ser útil para modelar otras condiciones límite, como un orificio ($\tau = 1$), que corresponde al abrir una válvula de caudal Q_0 y pérdida de carga H_0 (Chaudhry, 1987; Wylie y Streeter, 1983).

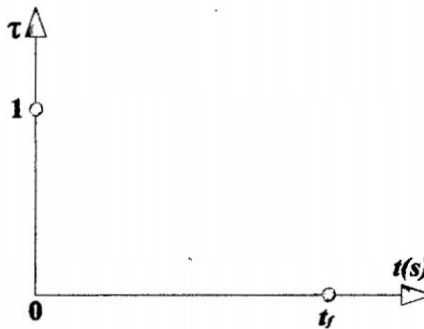


Figura 3.23: Diagrama del esquema de la válvula de cierre

Como un estudio complementario de la formulación de las válvulas, se recomienda consultar el trabajo de McInnis (1997), que presenta un conjunto unificado de las condiciones de frontera eficiente que representan a la mayoría de los orificios de la válvula encontrados en el abastecimiento de agua, sistemas de conducción y distribución.

3.6.3.2. Interpolación de la curva τ vs tiempo

El movimiento de válvula repentino provoca ondas de presión que se propagan a través de la tubería de la red, siendo su magnitud dependiente del tipo de válvula, la forma en que la válvula se mueve, las propiedades hidráulicas del sistema, y las propiedades elásticas y de retención de la tubería del sistema. Si bien existen tablas y gráficos disponibles para estimar los efectos de la válvula de cierre, es mucho más tranquilizador poder calcular los efectos en una situación específica (Watters, 1984). En general, incluso si los gráficos de cierre de la válvula (o gráficos) pueden ser suministrados por los fabricantes, en muchos casos, la expresión analítica (función) de la válvula de cierre no está disponible y, a continuación, la simulación transitoria debe llevarse a cabo teniendo en cuenta un grupo de datos tabulados, lo que representa el caudal vs. el porcentaje de cierre u apertura.

Teniendo en cuenta este último hecho, el análisis de transitorios se ve obligado a tratar con técnicas de interpolación para el cálculo discreto de la válvula de cierre en cada paso de tiempo ya que requieren la interpolación numérica cuando se utiliza un cuadro de datos de entrada. Similar a la interpolación del MC, el procedimiento de interpolación no es una tarea trivial, ya que la mayoría de los resultados obtenidos están a cargo de: (1) el tipo de curva (lineal, cuadrática, etc.); (2) suavidad de la curva; (3) esquema de interpolación y (4) orden de interpolación.

En general, hay muchos esquemas de interpolación para hacer frente a la interpolación de la curva de apertura de la válvula, interpolación de Lagrange, Newton-Gregory, etc. Para lo cual, es recomendable consultar la bibliografía especializada en estos temas de interpolación. Algunos sistemas de interpolación están incluidos en el apéndice D.

Capítulo 4

APLICACIÓN PRÁCTICA DEL GOLPE DE ARIETE (GA) EN REDES DE AGUA POTABLE (RAP)

4.1. Generalidades

En esta sección se presenta los procedimientos generales de la programación del Método de las Características (MC) y del Método Híbrido (MH) del Golpe de Ariete para Redes de Agua Potable. Para este fin se ha utilizado la interfaz gráfica de usuario del MATLAB. Aquí presentamos los alcances generales del programa “*Hybrid Methods for Unsteady Flow Analysis*”(HyMet v2010), cabe señalar que este programa se ha hecho especialmente para ver el pro y contra de los métodos anteriormente mencionadas en Redes Hipotéticas que son ampliamente estudiadas en la literatura especializada cuya validación se hará en el MATHCAD, también se aplicará el caso de estudio a un proyecto local.

Existen en la actualidad numerosos programas de análisis del GA como se ha mencionado en el Capítulo 1 en la tabla N° 1.1; de todos ellos elegimos el HAMMER V8 XM por tratarse de una herramienta versátil de fácil uso y manejo. Es un software de simulación ingenieril, especializado en análisis del GA, que permite modelar cualquier evento transitorio con diferentes dispositivos hidráulicos y posee una completa integración con WaterGEMS/CAD, que son software comunes para el análisis de distribución y transmisión de RAP.

Cada análisis será llevado a cabo mediante los programas HyMet (Redes de la literatura especializada) y HAMMER V8 XM (Red Pokras), obteniendo los resultados finales en gráficas y reportes tabulares, que son necesarios para su interpretación.

4.2. Programas del GA en RAP

4.2.1. Programa desarrollado (HyMet)

El programa HyMet, realiza el análisis del GA por Método de las Características (MC) y el Método Híbrido (MH) para tres tipos de métodos de fricción (estático, variable y transitorio), la entrada de datos se hace por las FlexTables que aceleran el proceso de entrada de los datos y facilita la revisión de los resultados.

HyMet nos permite modificar los elementos, importar y exportar bases de datos (Excel), crear bibliotecas de ingeniería personalizables, las fuentes de transientes pueden ser para el cierre de válvula (parcial) y apertura de válvula con un comportamiento lineal, el programa automáticamente hace la asignación de etiquetas o identificadores, la revisión automática de topología de red, el motor de cálculo para flujo permanente es desarrollado por el Método Gradiente Hidráulico. Para la presentación de resultados puede generar archivos de salida (Excel) y los gráficos en un punto, con historial.

HyMet en su primera versión contiene la barra de menú, situada en la parte superior con una serie de menús despegables que contiene la mayoría de los comandos de HyMet, la

barra de herramientas, situada por debajo de la barra de menú, esta incluye una serie de botones con comandos y procesos generales: gestión de archivos, opciones de zoom y desplazamiento y la zona de dibujo, que nos permite la visualización de la topología de la red.

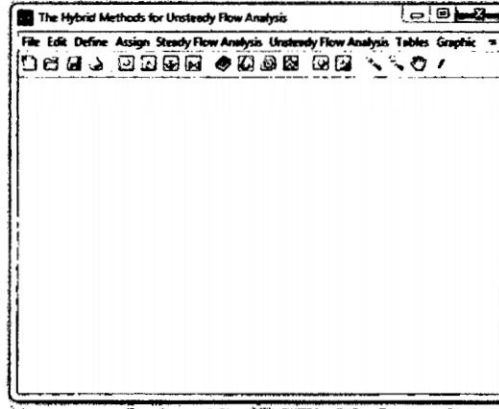


Figura 4.1: Ventana principal del programa HyMet

En el apéndice F, se presenta el código del programa y un pequeño manual de este programa aplicado a una red de la literatura especializada; sin embargo en esta sección describimos sus alcances generales.

4.2.1.1. Descripción general del programa

■ Interfaz de Usuario y Edición Gráfica

- Interfaz gráfica autónoma incluida.
- Modificación de elementos.
- Asignación automática de etiquetas o identificadores.
- Zoom dinámico.

- **Interoperabilidad y Conexión a Datos Externos**
 - Importa y exporta bases de datos (Excel)
- **Administración del Modelo**
 - Reportes tabulares.
 - Bibliotecas de ingeniería personalizables.
 - Revisión automática de topología de red.
 - Total flexibilidad con las opciones de proyecto.
- **Hidráulica**
 - Método de las Características para análisis de Transientes.
 - Método Híbridos para análisis de Transientes.
 - Motor de cálculo para flujo permanente (Gradiente Hidráulico)
 - Tres tipos de métodos de fricción (estático, variable y transitorio)
- **Presentación de Resultados**
 - Gráficos en un punto, con historial.
 - Reportes tabulares avanzados con FlexTables.
 - Generación de archivos de salida.
- **Elementos Hidráulicos**
 - Reservorio.
 - Válvula.
- **Fuentes de Transientes**
 - Cierre de válvula (parcial)
 - Apertura de Válvula.

- Una sola fuente.
- **Dispositivos de protección contra transientes**
 - Ninguno.

4.2.2. Programa comercial (HAMMER V8 XM)

4.2.2.1. Descripción general del programa

- **Interfaz de Usuario y Edición Gráfica¹**
 - Interfaz Autónoma (Windows Stand Alone) incluida.
 - Soporte basado en plataforma MicroStation, ArcGIS y AutoCAD incluido cuando se integra en WaterGEMS.
 - Modificación de elementos.
 - Fusión de tuberías.
 - Asignación automática de etiquetas o identificadores.
 - Vista aérea y Zoom dinámico.
- **Interoperabilidad y Conexión a Datos Externos**
 - Importación de información desde WaterCAD y WaterGEMS.
 - Importación de información desde PIPE 2000 y Surge 2000.
 - Importa y exporta información de EPANET.
 - Importa y exporta bases de datos.
 - Integración total con WaterCAD y WaterGEMS.

¹Para más información visite www.bentley.com/Latinoamerica.

■ **Administración del Modelo**

- Reportes tabulares con edición global.
- Filtrado persistente y ordenado en los reportes tabulares.
- Bibliotecas de ingeniería personalizables.
- Administración global de sistema de unidades.
- Revisión automática de topología de red.
- Validación automática de elementos.
- Compatibilidad con ProjectWise.
- Total flexibilidad con las Opciones de Proyecto (celeridad, gravedad específica y presión de vapor para líquidos o slurry, y duración de la simulación).

■ **Hidráulica**

- Método de las Características para análisis de Transientes.
- Motor de cálculo para flujo permanente, desarrollado en oficinas de Bentley Systems.
- Cálculo de esfuerzos y empujes por transitorios.
- Modelación de Turbinas (Toma Total Instantánea TTI y Rechazo total instantáneo RTI).
- Tres tipos de métodos de fricción (estático, Cuasiestático y Transitorio).
- Controles basados en reglas.
- Bombas de velocidad variable.

■ **Presentación de Resultados**

- Mapas temáticos.
- Perfiles dinámicos avanzados.

- Perfiles a lo largo de una ruta.
- Gráficos en un punto, con historial.
- Sincronización de mapas, perfiles y puntos de interés.
- Reportes tabulares avanzados con FlexTables.
- Generación de archivos de salida (en Access).

■ **Elementos Hidráulicos**

- Reservorios.
- Tipos de bombas: Paro por corte de energía, de velocidad constante, y de velocidad variable.
- Turbinas.
- Tipos de válvulas: Reguladora de presión, sostenedora, tipo check, de compuerta, de globo, de mariposa, de aguja, esférica, Válvula de Aire (cierre sencillo, doble y triple actuador), de actuador sencillo, o definida por el usuario.
- Elementos de pérdidas (incluye orificios).
- Rociador (sprinkler).
- Descarga a la atmósfera.
- Tapón ciego.
- Gasto/Carga periódicos.

■ **Fuentes de Transientes**

- Cierre de válvula (parcial).
- Apertura de Válvula.
- Bombas: Apagado controlado, cambios y arranques.
- Cambio rápido en la demanda.

- Cambio rápido en la presión.
- Una sola fuente.
- Múltiples fuentes.
- **Dispositivos de protección contra transientes**
 - Tanque con rebosamiento.
 - Tanques unidireccionales.
 - Cámara de aire o gas.
 - Chimenea de equilibrio con orificio.
 - Chimenea de equilibrio con membrana.
 - Chimenea de equilibrio con área variable.
 - Chimenea de equilibrio diferencial.
 - Válvula aliviadora de presión.
 - Válvula anticipadora de de onda.
 - Discos de ruptura.

4.3. Ejemplos del GA en RAP

En esta sección los resultados obtenidos a través de MH serán comparados con la solución exacta dada por el MC. En cada caso mostrarán un diagrama esquemático de la red de tuberías en relación con sus características generales. Además, una altura de presión frente a la curva de tiempo para los nodos de la red seleccionados se incluirá en cada caso. En todos los casos, las suposiciones siguientes fueron adoptadas con el objetivo de alcanzar una comparación justa:

- Factor de fricción $f = \text{constante}$ (en otro caso será notificado)

- Velocidad de la onda $a = \text{constante}$.
- Número de Courant $C_n = 1$ (en otro caso será notificado)
- $\theta_1 = \theta_2 = 0.5$ (para MH)

4.3.1. Red 1: RAP de tubería simple

El ejemplo de red de tubería simple tiene un depósito lineal (aguas arriba) con $H_0 = 100\text{m}$, una sección de tubería a lo largo de la línea y una válvula (aguas abajo). El flujo es transitorio generado por la válvula cuando está cerrado en 35 s y la velocidad de flujo inicial (estado permanente) es 0.84 m/s.

Referencia: R. SALGADO. J. TWYMAN AND C. TWYMAN (1992), A hybrid method for unsteady flow in pipe networks and its comparison with characteristics and finite difference methods. Departamento de Ingeniería en Obras Civiles, Facultad de Ingeniería de la Universidad de La Serena.

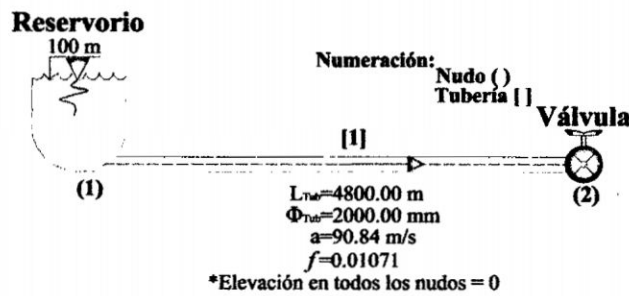


Figura 4.2: RAP de tubería simple

El ejemplo de red de tubería simple, se basará en las plantillas de MC, MH que fueron hechas en MATHCAD 14 con la finalidad de ver paso a paso el análisis de GA, como a su vez con HyMet v2010 y el HAMMER V8 XM.

MÉTODO DE LAS CARACTERÍSTICAS EN RAP**DATOS:**

$$L := 4800 \text{ m}$$

$$D := 2 \text{ m}$$

$$a := 90.84 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$g := 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$f := 0.01071$$

$$H_r := 100 \text{ m}$$

$$v := 0.84 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$N := 10$$

$$T_c := 35 \text{ s}$$

$$\Delta t := 5.283 \text{ s}$$

$$\Delta x := \frac{L}{N} = 480 \text{ m}$$

$$C_n := a \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} = 1$$

$$h_f := f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} = 0.924 \text{ m}$$

$$H_{valv} := H_r - h_f = 99.076 \text{ m}$$

$$t_a := 360 \text{ s}$$

$$M := \text{round}\left(\frac{t_a}{\Delta t}, 0\right) = 68$$

PROCEDIMIENTO:

$$i := 1, 2 \dots N + 1$$

$$AA_1 := i - 1$$

$$BB_1 := 1$$

$$V1_1 := 0$$

$$H1_1 := 0$$

4.3. Ejemplos del GA en RAP

$$V_o := v \cdot BB = \begin{pmatrix} 0.84 \\ 0.84 \\ 0.84 \\ 0.84 \\ 0.84 \\ 0.84 \\ 0.84 \\ 0.84 \\ 0.84 \\ 0.84 \\ 0.84 \\ 0.84 \end{pmatrix} \quad H_o := H_r \cdot BB - \frac{hf}{L} \cdot \Delta x \cdot AA = \begin{pmatrix} 100 \\ 99.908 \\ 99.815 \\ 99.723 \\ 99.63 \\ 99.538 \\ 99.445 \\ 99.353 \\ 99.26 \\ 99.168 \\ 99.076 \end{pmatrix}$$

$$j := 1, 2 \dots 2(N-1)$$

$$MV_{M+1,3} := 0 \quad MC_{j,j} := 0 \quad VC_j := 0$$

$$SS := \begin{array}{l} MV_{1,1} \leftarrow 0 \\ MV_{1,2} \leftarrow V_{o_{N+1,1}} \\ MV_{1,3} \leftarrow H_{o_{N+1,1}} \\ \text{for } w \in 1 \dots M \\ \quad MC \leftarrow \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots N-1 \\ \quad MC_{2 \cdot i-1, 2 \cdot i-1} \leftarrow 1 \\ \quad MC_{2 \cdot i, 2 \cdot i-1} \leftarrow 1 \\ \quad MC_{2 \cdot i, 2 \cdot i} \leftarrow -\frac{g}{a} \\ \quad MC_{2 \cdot i-1, 2 \cdot i} \leftarrow \frac{g}{a} \end{array} \\ \quad VC \leftarrow \begin{array}{l} k \leftarrow 2 \\ \text{for } i \in 1 \dots N-1 \\ \quad j \leftarrow k + i \\ \quad VC_{2 \cdot i-1} \leftarrow V_{o_i} + \frac{g}{a} \cdot H_{o_i} - f \cdot \frac{\Delta t}{2 \cdot D} \cdot V_{o_i} \cdot |V_{o_i}| \\ \quad VC_{2 \cdot i} \leftarrow V_{o_j} - \frac{g}{a} \cdot H_{o_j} - f \cdot \frac{\Delta t}{2 \cdot D} \cdot V_{o_j} \cdot |V_{o_j}| \end{array} \\ \quad VC \end{array}$$

4.3. Ejemplos del GA en RAP

$$\begin{aligned}
 & VH \leftarrow MC^{-1} \cdot VC \\
 & V1 \leftarrow \begin{cases} V1_{N+1} \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 2..N \\ V1_i \leftarrow VH_{2:i-3} \end{cases} \\
 & H1 \leftarrow \begin{cases} H1_{N+1} \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 2..N \\ H1_i \leftarrow VH_{2:i-2} \end{cases} \\
 & V1_1 \leftarrow Vo_2 - \frac{g}{a} \cdot Ho_2 - \frac{f}{2 \cdot D} \cdot \Delta t \cdot Vo_2 \cdot |Vo_2| + \frac{g}{a} \cdot Hr \\
 & H1_1 \leftarrow Hr \\
 & c3 \leftarrow Vo_N + \frac{g}{a} \cdot Ho_N - \frac{f}{2 \cdot D} \cdot \Delta t \cdot Vo_N \cdot |Vo_N| \\
 & t \leftarrow w \cdot \Delta t \\
 & \tau \leftarrow 1 - \frac{t}{Tc} \\
 & \tau \leftarrow 0 \text{ if } \tau < 0 \\
 & c4 \leftarrow \frac{(v)^2 \cdot \tau^2}{\frac{g}{a} \cdot Hvalv} \\
 & V1_{N+1} \leftarrow \frac{c4}{2} + \sqrt{\left(\frac{c4}{2}\right)^2 + c3 \cdot c4} \\
 & H1_{N+1} \leftarrow \frac{c3 - V1_{N+1}}{\frac{g}{a}} \\
 & MV_{w+1,1} \leftarrow t \\
 & MV_{w+1,2} \leftarrow V1_{N+1,1} \\
 & MV_{w+1,3} \leftarrow H1_{N+1,1} \\
 & Vo \leftarrow V1 \\
 & Ho \leftarrow H1 \\
 & RT_w \leftarrow V1 \\
 & RT1_w \leftarrow H1 \\
 & \begin{pmatrix} MV \\ RT \\ RT1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

El resultado mostrado tendra el formato: $\Delta t, V, H$

4.3. Ejemplos del GA en RAP

RESULTADO:

0	0.84	99.076
5.283	0.717	100.212
10.566	0.593	101.362
15.849	0.468	102.549
21.132	0.341	103.746
26.415	0.212	104.978
31.698	0.082	106.217
36.981	0	107.028
42.264	0	107.067
47.547	0	107.119
52.83	0	107.159
58.113	0	107.211
63.396	0	107.25
68.679	0	107.302
73.962	0	107.342
79.245	0	107.394
84.528	0	107.433
89.811	0	107.485
95.094	0	107.525
100.377	0	107.576
105.66	0	107.616
110.943	0	105.679
116.226	0	103.667
121.509	0	101.582
126.792	0	99.447
132.075	0	97.258
137.358	0	95.05
142.641	0	93.633
147.924	0	93.597
153.207	0	93.544
158.49	0	93.508
163.773	0	93.456
169.056	0	93.42
174.339	0	93.367
179.622	0	93.331
184.905	0	93.279
190.188	0	93.243
195.471	0	93.19

TVH := SS₁ =

4.3. Ejemplos del GA en RAP

200.754	0	93.154
206.037	0	93.102
211.32	0	93.066
216.603	0	94.807
221.886	0	96.638
227.169	0	98.544
232.452	0	100.503
237.735	0	102.512
243.018	0	104.529
248.301	0	105.821
253.584	0	105.854
258.867	0	105.906
264.15	0	105.939
269.433	0	105.991
274.716	0	106.024
279.999	0	106.076
285.282	0	106.109
290.565	0	106.161
295.848	0	106.194
301.131	0	106.246
306.414	0	106.279
311.697	0	106.331
316.98	0	106.364
322.263	0	104.784
327.546	0	103.105
332.829	0	101.349
338.112	0	99.539
343.395	0	97.681
348.678	0	95.824
353.961	0	94.638
359.244	0	94.608

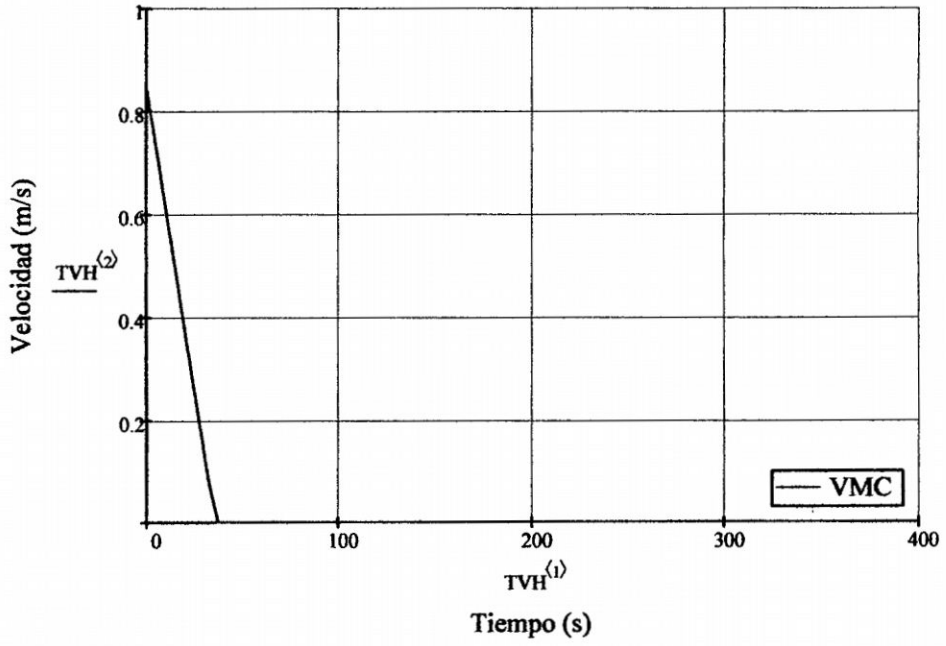


Figura 4.3: Velocidad vs. tiempo la válvula (tiempo de cierre = 35s) por MC

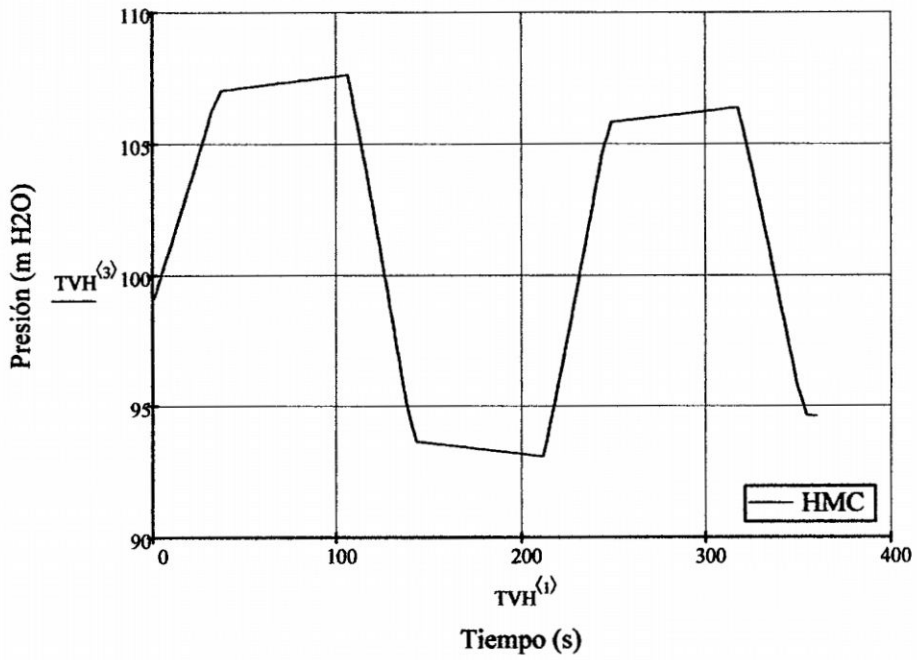


Figura 4.4: Presión vs. tiempo la válvula (tiempo de cierre = 35s) por MC

MÉTODO HÍBRIDO EN RAP**DATOS:**

$$L := 4800 \text{ m}$$

$$D := 2 \text{ m}$$

$$a := 90.84 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$g := 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$f := 0.01071$$

$$H_r := 100 \text{ m}$$

$$v := 0.84 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$N := 10$$

$$T_c := 35 \text{ s}$$

$$\Delta t := 5.2831 \text{ s}$$

$$\Delta x := \frac{L}{N} = 480 \text{ m}$$

$$C_n := a \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} = 1$$

$$h_f := f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} = 0.924 \text{ m}$$

$$H_{valv} := H_r - h_f = 99.076 \text{ m}$$

$$t_a := 360 \text{ s}$$

$$M := \text{round}\left(\frac{t_a}{\Delta t}, 0\right) = 68$$

$$\theta_1 := 0.5 \quad \theta_2 := 0.5$$

$$A := \pi \cdot \frac{D^2}{4} = 3.142 \text{ m}^2$$

PROCEDIMIENTO:

$$i := 1, 2, \dots, N + 1$$

$$AA_i := i - 1$$

$$BB_i := 1$$

$$VI_i := 0$$

$$HI_i := 0$$

4.3. Ejemplos del GA en RAP

$$\begin{array}{l}
 \text{Vo} := v \cdot \text{BB} = \begin{pmatrix} 0.84 \\ 0.84 \\ 0.84 \\ 0.84 \\ 0.84 \\ 0.84 \\ 0.84 \\ 0.84 \\ 0.84 \\ 0.84 \\ 0.84 \end{pmatrix} \\
 \text{Ho} := \text{Hr} \cdot \text{BB} - \frac{hf}{L} \cdot \Delta x \cdot \text{AA} = \begin{pmatrix} 100 \\ 99.908 \\ 99.815 \\ 99.723 \\ 99.63 \\ 99.538 \\ 99.445 \\ 99.353 \\ 99.26 \\ 99.168 \\ 99.076 \end{pmatrix} \\
 \text{Qo} := \text{Vo} \cdot \pi \cdot \frac{D^2}{4} = \begin{pmatrix} 2.638938 \\ 2.638938 \\ 2.638938 \\ 2.638938 \\ 2.638938 \\ 2.638938 \\ 2.638938 \\ 2.638938 \\ 2.638938 \\ 2.638938 \\ 2.638938 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

$$j := 1, 2 \dots 2(N + 1)$$

$$\text{MV}_{M+1,3} := 0 \quad \text{MCH}_{j,j} := 0 \quad \text{VCH}_j := 0$$

$$\begin{array}{l}
 \text{SS} := \begin{array}{l}
 \text{MV}_{1,1} \leftarrow 0 \\
 \text{MV}_{1,2} \leftarrow \text{Vo}_{N+1,1} \\
 \text{MV}_{1,3} \leftarrow \text{Ho}_{N+1,1} \\
 \text{for } w \in 1..M \\
 \quad \text{MCH} \leftarrow \begin{array}{l}
 \text{for } i \in 1..N \\
 \quad \text{MCH}_{2 \cdot i, 2 \cdot i+1} \leftarrow 2 \cdot (1 - \theta_1) - \frac{\theta_2}{A} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot (\text{Qo}_i + \text{Qo}_{i+1}) \\
 \quad \text{MCH}_{2 \cdot i, 2 \cdot i} \leftarrow -2 \cdot g \cdot A \cdot \theta_2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \\
 \quad \text{MCH}_{2 \cdot i, 2 \cdot i+1} \leftarrow 2 \cdot \theta_1 + \frac{\theta_2}{A} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot (\text{Qo}_i + \text{Qo}_{i+1}) \\
 \quad \text{MCH}_{2 \cdot i, 2 \cdot i+2} \leftarrow -2 \cdot g \cdot A \cdot \theta_2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \\
 \quad \text{MCH}_{2 \cdot i+1, 2 \cdot i+1} \leftarrow -\left(a^2 \cdot \frac{\theta_2}{\Delta x} \right) \\
 \quad \text{MCH}_{2 \cdot i+1, 2 \cdot i} \leftarrow g \cdot A \cdot \frac{(1 - \theta_1)}{\Delta t} - \frac{g}{2} \cdot \frac{\theta_2}{\Delta x} \cdot (\text{Qo}_i + \text{Qo}_{i+1}) \\
 \quad \text{MCH}_{2 \cdot i+1, 2 \cdot i+1} \leftarrow a^2 \cdot \frac{\theta_2}{\Delta x} \\
 \quad \text{MCH}_{2 \cdot i+1, 2 \cdot i+2} \leftarrow g \cdot A \cdot \frac{\theta_1}{\Delta t} + \frac{g}{2} \cdot \frac{\theta_2}{\Delta x} \cdot (\text{Qo}_i + \text{Qo}_{i+1})
 \end{array} \\
 \text{MCH}
 \end{array}
 \end{array}$$

```

MCH1,2 ← 1
MCH2(N+1),2(N+1) ← 1
VCH ← VCH2,(N+1) ← 0
      for i ∈ 1..N
          VCH2,i ←  $\left[ 2 \cdot g \cdot A \cdot (1 - \theta_2) \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot (Ho_{i+1} - Ho_i) - 2 \cdot [\theta_1 \cdot Qo_{i+1} + (1 - \theta_1) \cdot Qo_i] \right]$ 
          VCH2,i+1 ←  $\left[ \frac{g \cdot A}{\Delta t} \cdot [\theta_1 \cdot Ho_{i+1} + (1 - \theta_1) \cdot Ho_i] + \frac{g}{2} \cdot \frac{(1 - \theta_2)}{\Delta x} \cdot (Qo_i + Qo_{i+1}) \right]$ 
      VCH
VCH1 ← Hr
c3 ←  $\left( \frac{Qo_N}{A} + \frac{g}{a} \cdot Ho_N - \frac{f}{2 \cdot D \cdot A^2} \cdot \Delta t \cdot Qo_N \cdot |Qo_N| \right)$ 
t ← w · Δt
τ ←  $\left( 1 - \frac{t}{Tc} \right)$ 
τ ← 0 if τ < 0
c4 ←  $\frac{(v)^2 \cdot \tau^2}{\frac{g}{a} \cdot Hvalv}$ 
Qf ←  $A \cdot \left[ \frac{c4}{2} + \sqrt{\left( \frac{c4}{2} \right)^2 + c3 \cdot c4} \right]$ 
VCH2,(N+1) ←  $\frac{c3 - \frac{Qf}{A}}{\frac{g}{a}}$ 
QHH ← MCH-1 · VCH
Q1 ← for i ∈ 1..N+1
      Q1i ← QHH2,i-1
H1 ← for i ∈ 1..N+1
      H1i ← QHH2,i
MVw+1,1 ← t
MVw+1,2 ←  $\frac{Q1_{N+1,1}}{A}$ 
MVw+1,3 ← H1N+1,1
Qo ← Q1
Ho ← H1

```

4.3. Ejemplos del GA en RAP

$$\begin{pmatrix} cr_{w,1} \leftarrow c3 \\ cr_{w,2} \leftarrow \frac{Qf}{A} \\ (MV) \\ cr \\ (MCH) \end{pmatrix}$$

RESULTADO:

0	0.84	99.076
5.283	0.717	100.212
10.566	0.595	101.362
15.849	0.469	102.55
21.132	0.342	103.761
26.416	0.213	104.992
31.699	0.083	106.242
36.982	3.594×10^{-4}	107.05
42.265	8.288×10^{-5}	107.098
47.548	-4.127×10^{-7}	107.145
52.831	-4.392×10^{-7}	107.191
58.114	-4.501×10^{-7}	107.236
63.397	-4.616×10^{-7}	107.28
68.68	-4.606×10^{-7}	107.325
73.963	-4.607×10^{-7}	107.369
79.246	-4.606×10^{-7}	107.414
84.53	-4.606×10^{-7}	107.458
89.813	-4.605×10^{-7}	107.502
95.096	-4.519×10^{-7}	107.547
100.379	-1.093×10^{-6}	107.59
105.662	1.334×10^{-5}	107.714
110.945	4.847×10^{-5}	105.723
116.228	-1.913×10^{-4}	103.744
121.511	-1.942×10^{-4}	101.662
126.794	-2.17×10^{-4}	99.518

4.3. Ejemplos del GA en RAP

	132.078	-2.297×10^{-4}	97.321
	137.361	-3.141×10^{-4}	95.054
	142.644	-3.277×10^{-4}	93.591
	147.927	-6.588×10^{-5}	93.569
	153.21	8.161×10^{-7}	93.522
	158.493	6.965×10^{-7}	93.476
	163.776	7.018×10^{-7}	93.433
	169.059	7.083×10^{-7}	93.388
	174.342	7.08×10^{-7}	93.345
	179.625	7.075×10^{-7}	93.3
TVH := SS ₁ =	184.909	7.077×10^{-7}	93.257
	190.192	7.073×10^{-7}	93.212
	195.475	7.073×10^{-7}	93.169
	200.758	7.084×10^{-7}	93.125
	206.041	1.043×10^{-6}	93.081
	211.324	-2.157×10^{-5}	93.006
	216.607	1.864×10^{-4}	94.955
	221.89	6.229×10^{-4}	96.748
	227.173	6.232×10^{-4}	98.665
	232.456	6.84×10^{-4}	100.639
	237.739	7.2×10^{-4}	102.659
	243.023	7.004×10^{-4}	104.71
	248.306	3.877×10^{-4}	105.949
	253.589	4.272×10^{-5}	105.882
	258.872	-8.953×10^{-7}	105.933
	264.155	-3.844×10^{-7}	105.976
	269.438	-4.482×10^{-7}	106.017
	274.721	-4.544×10^{-7}	106.059
	280.004	-4.536×10^{-7}	106.1
	285.287	-4.529×10^{-7}	106.142

4.3. Ejemplos del GA en RAP

290.57	-4.534×10^{-7}	106.183
295.854	-4.528×10^{-7}	106.225
301.137	-4.531×10^{-7}	106.266
306.42	-4.463×10^{-7}	106.308
311.703	-1.054×10^{-6}	106.348
316.986	1.23×10^{-5}	106.465
322.269	3.679×10^{-5}	104.663
327.552	-1.452×10^{-4}	103.045
332.835	-1.246×10^{-4}	101.288
338.118	-1.494×10^{-4}	99.469
343.401	-1.605×10^{-4}	97.601
348.685	-2.272×10^{-4}	95.678
353.968	-2.318×10^{-4}	94.505
359.251	-3.768×10^{-5}	94.585

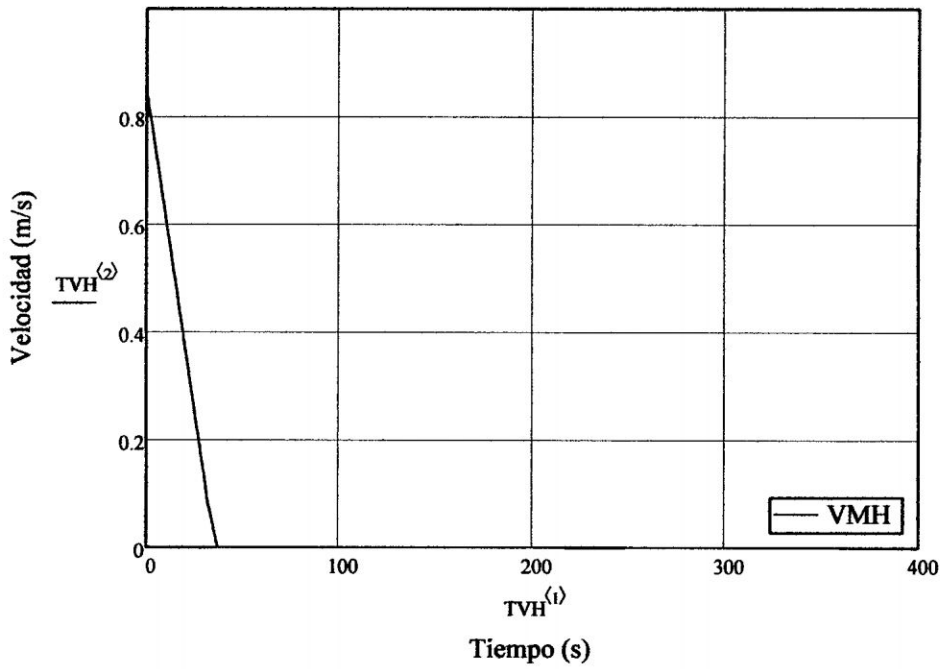


Figura 4.5: Velocidad vs. tiempo la válvula (tiempo de cierre = 35s) por MH

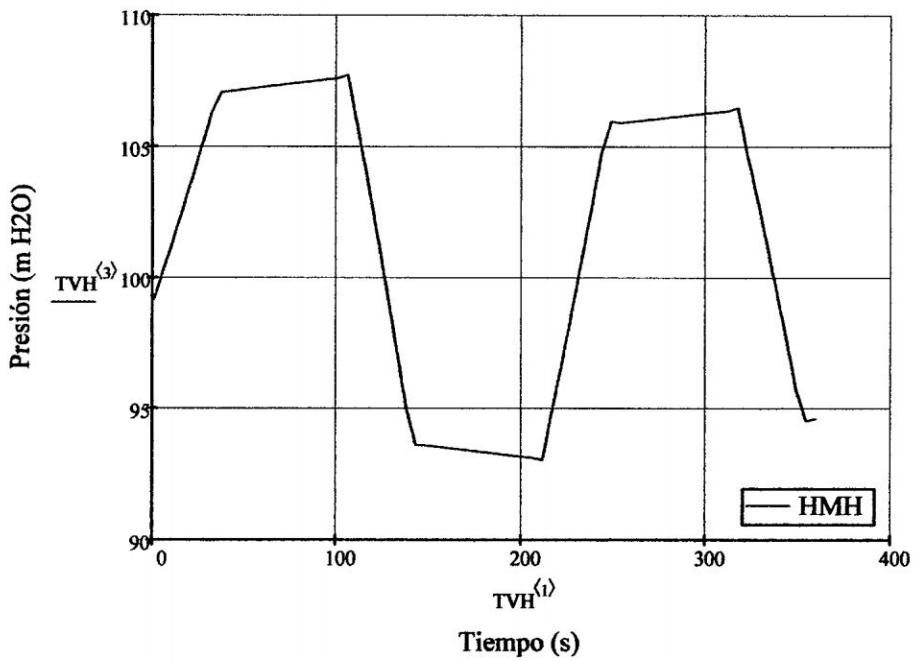


Figura 4.6: Presión vs. tiempo la válvula (tiempo de cierre = 35s) por MH

Caso 1: Si el número de Courant $C_n = 1$ (Exacto), se muestra la gráfica presión vs tiempo en la válvula para el MC, MH.

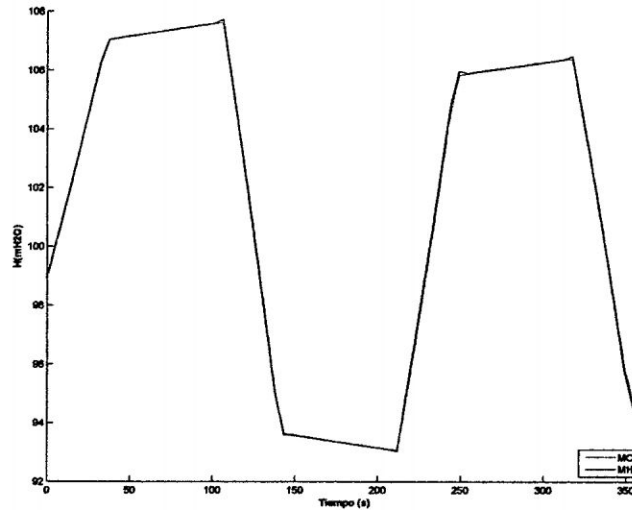


Figura 4.7: Presión vs tiempo en la válvula (tiempo de cierre = 35 s) por MC y MH

Caso 2: Solución con diferente número de tramos dejando los demás parámetros sin modificar.

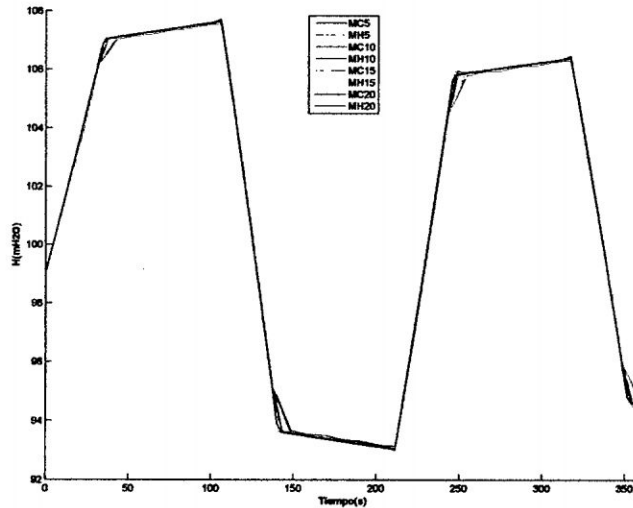


Figura 4.8: Presión vs tiempo en la válvula según el número de tramos

Caso 3: Solución cuando el número de Courant es distinto de 1.

4.3. Ejemplos del GA en RAP

Es posible conseguir que el número de Courant sea distinto de 1, cuando el número de tramos sea 8 y 12. La figura 4.9 muestra la presión vs tiempo en la válvula para estos casos.

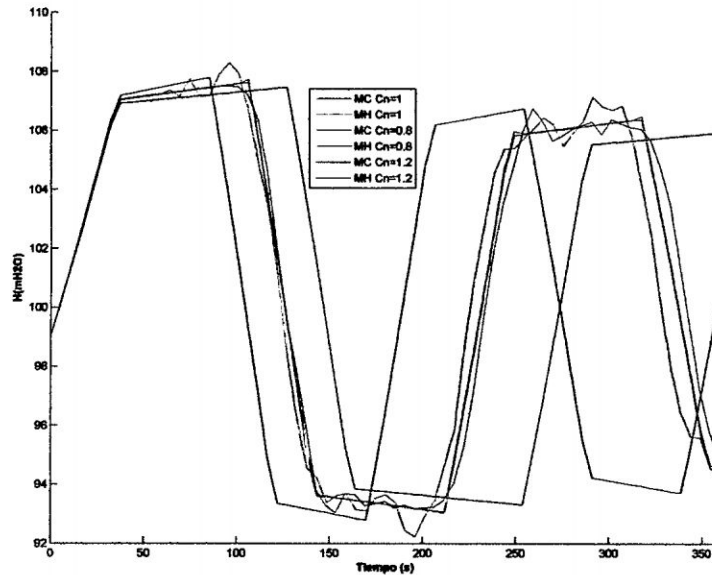


Figura 4.9: Presión vs tiempo en la válvula para diferentes números de Courant

Caso 4: Solución exacta para diferentes tipos de factor de fricción.

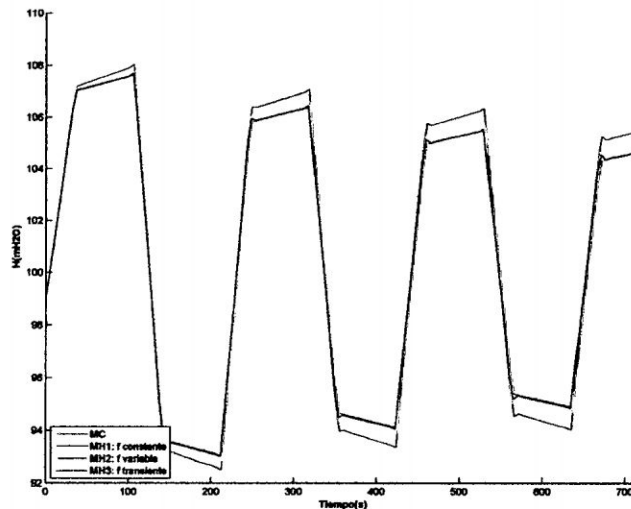


Figura 4.10: Presión vs tiempo en la válvula para diferentes factor de fricción

4.3. Ejemplos del GA en RAP

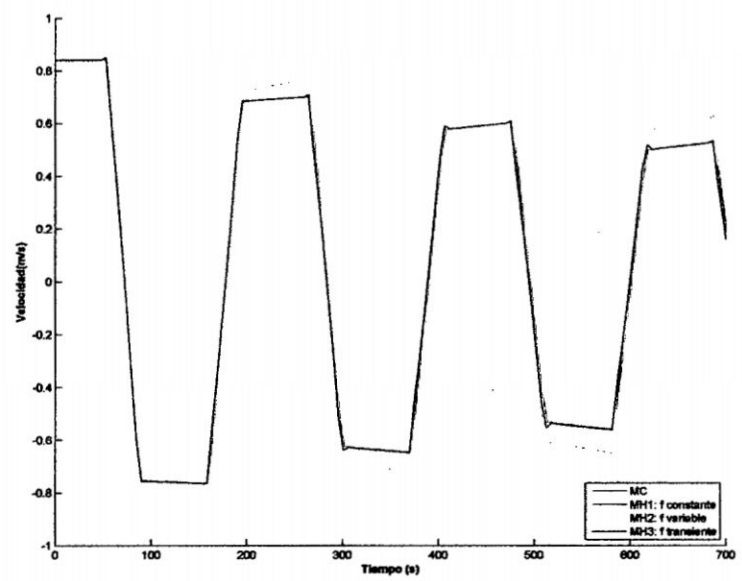


Figura 4.11: Velocidad vs tiempo en el reservorio para diferentes factor de fricción

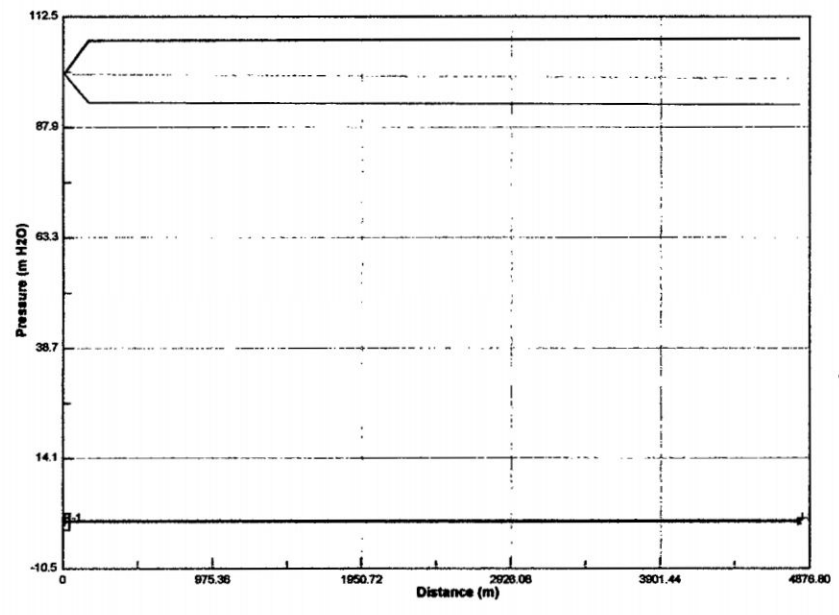


Figura 4.12: Perfil principal de las envolventes de presión-HAMMER XM V8

4.3. Ejemplos del GA en RAP

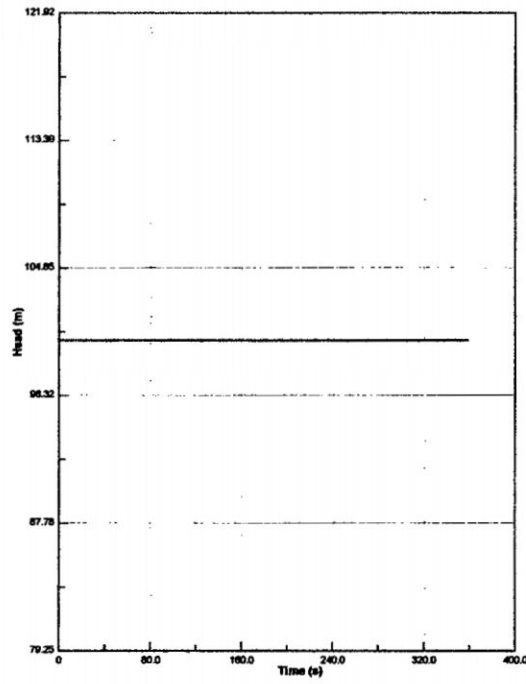


Figura 4.13: Altura piezométrica lo largo del tiempo en el reservorio-HAMMER XM V8

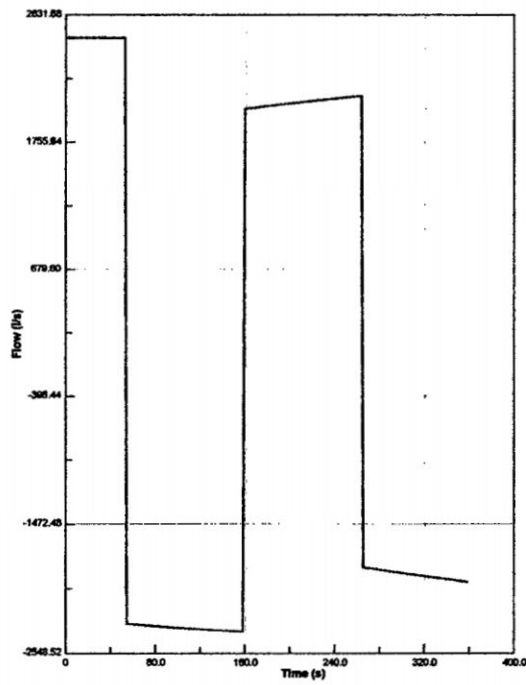


Figura 4.14: Caudal a lo largo del tiempo en el reservorio-HAMMER XM V8

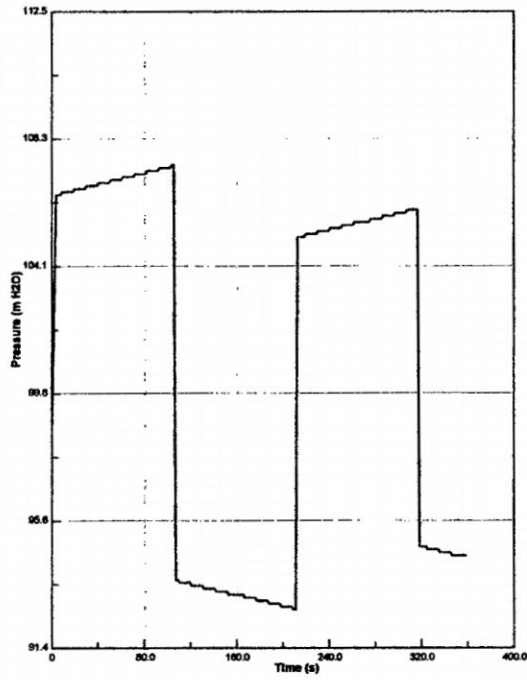


Figura 4.15: Presión a lo largo del tiempo en la válvula-HAMMER XM V8

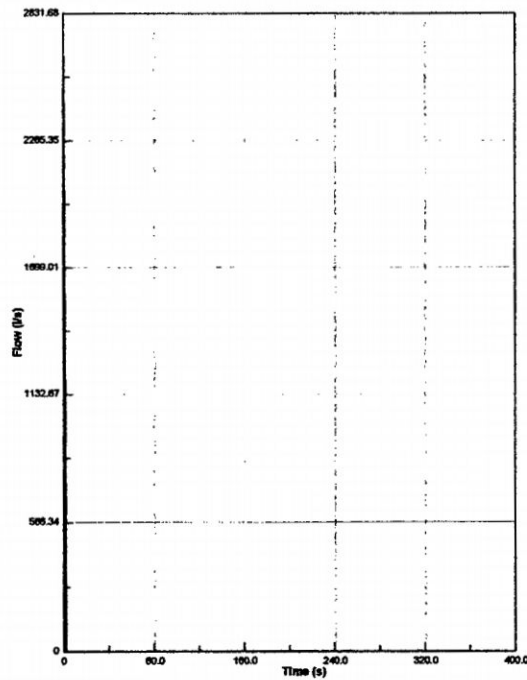


Figura 4.16: Caudal a lo largo del tiempo en la válvula-HAMMER XM V8

Cuadro 4.1: Reporte de Presiones Extremas-HAMMER XM V8

End Point	Max. Pressure (m H2O)	Min. Pressure (m H2O)	Max. Head (m)	Min. Head (m)
P-1:R-1	99.8	99.8	100	100
P-1:J-2	107.6	92.8	107.77	93.03
:J-2	N/A	N/A	N/A	N/A
:TCV-1	N/A	N/A	N/A	N/A

4.3.2. Red 2: RAP de tuberías complejas

En este ejemplo corresponde a una red de tubería compleja con 15 secciones de tuberías y 12 nodos de la red. Además, el sistema hidráulico tiene 2 reservorios lineales y una válvula. Para la solución del flujo permanente, el Método de Gradiente fue aplicado. El flujo transitorio es generado por la válvula de cierre repentino en 5 s.

Referencia: TWYMAN J., TWYMAN C. (1992), Development of Hybrid Algorithm for transient analysis in complex pipe networks, Thesis to obtain the Civil Engineer degree, Civil Engineering Department, University of La Serena, Chile (in Spanish); SALGADO R., TWYMAN J., TWYMAN C. (1993c), “Unsteady flow in pipe networks. Numerical focus analysis”, X Chilean Congress of Sanitary and Environmental Engineering, Valdivia, Chile, November 5-7 (in Spanish).

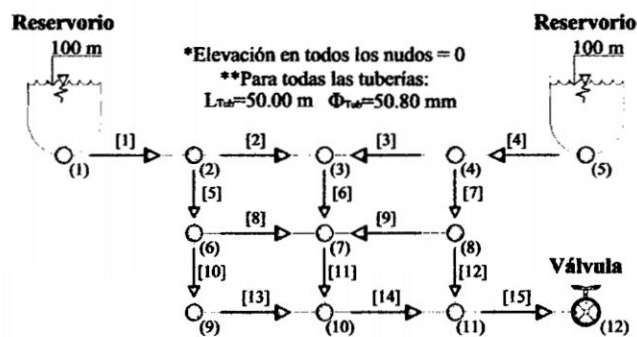


Figura 4.17: RAP de tuberías complejas

Este ejemplo corresponde a una red de tubería compleja con 15 secciones de tuberías y 12 nodos de la red. Además, el sistema hidráulico tiene 2 reservorios lineales y una

4.3. Ejemplos del GA en RAP

válvula. Para la solución del flujo permanente, el Método de Gradiente fue aplicado. El flujo transitorio es generado por la válvula de cierre repentino en 5 s con un tiempo de análisis de 60 s. La solución se basará en el programa desarrollado HyMet v2010 (MC y MH con sus variantes), así como el HAMMER XM V8.

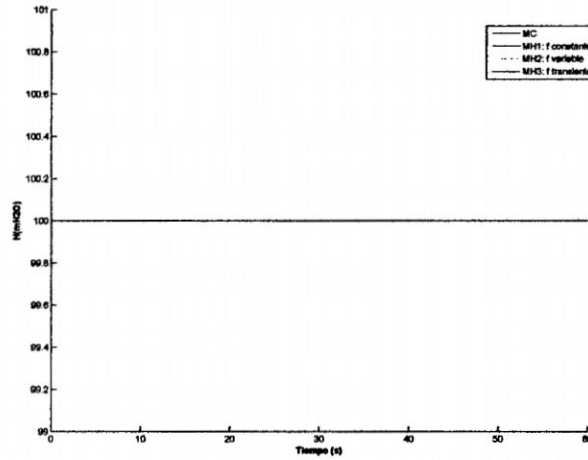


Figura 4.18: Altura piezométrica lo largo del tiempo en el reservorio 1

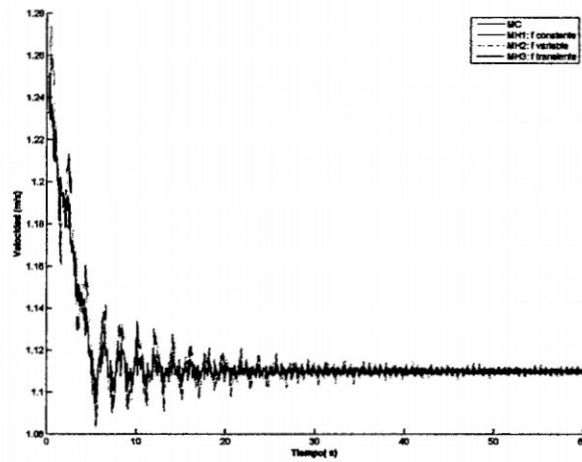


Figura 4.19: Velocidad lo largo del tiempo en el reservorio 1

4.3. Ejemplos del GA en RAP

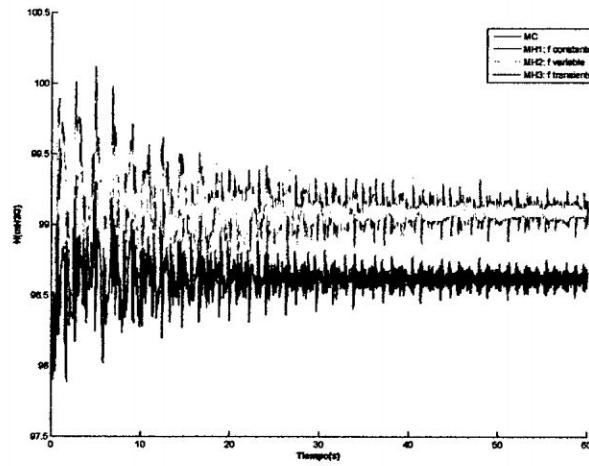


Figura 4.20: Presión lo largo del tiempo en el nudo 6

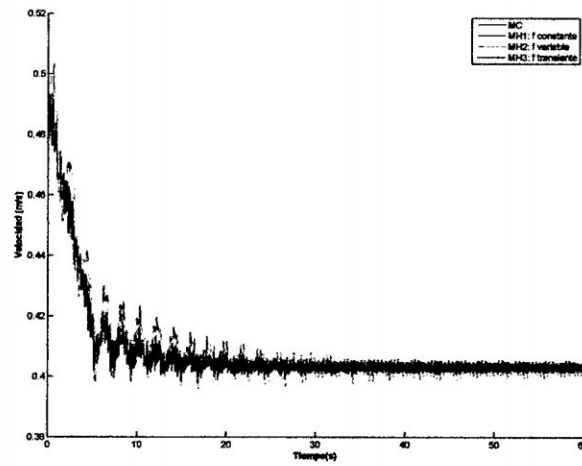


Figura 4.21: Velocidad lo largo del tiempo en el nudo 6

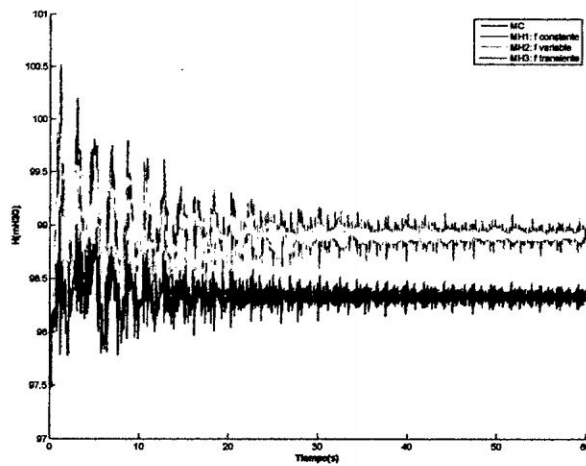


Figura 4.22: Presión lo largo del tiempo en el nudo 14

4.3. Ejemplos del GA en RAP

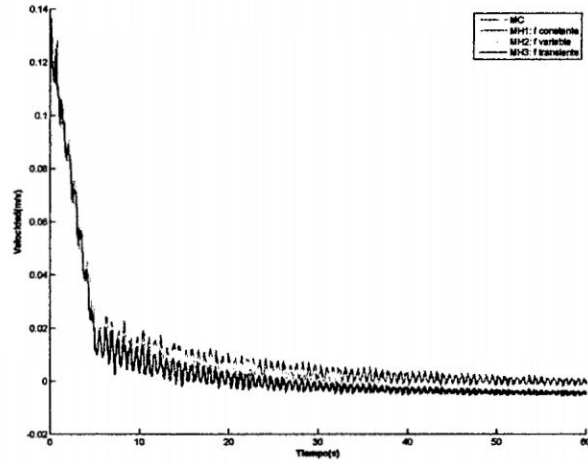


Figura 4.23: Velocidad lo largo del tiempo en el nudo 14

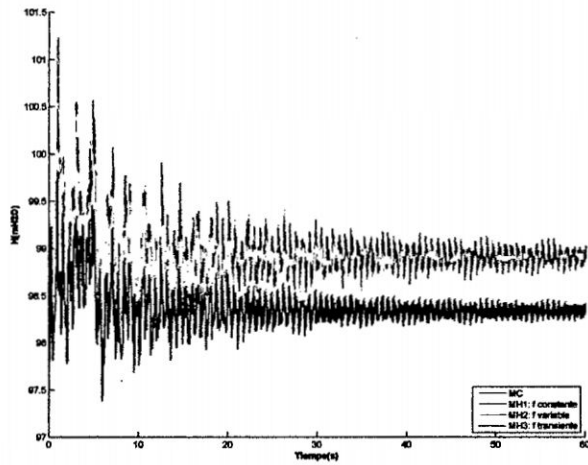


Figura 4.24: Presión vs tiempo en la válvula para diferentes factor de fricción

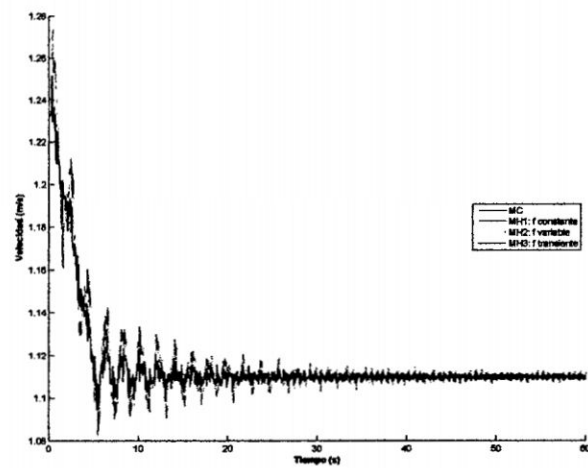


Figura 4.25: Velocidad vs tiempo en la válvula para diferentes factor de fricción

4.3. Ejemplos del GA en RAP

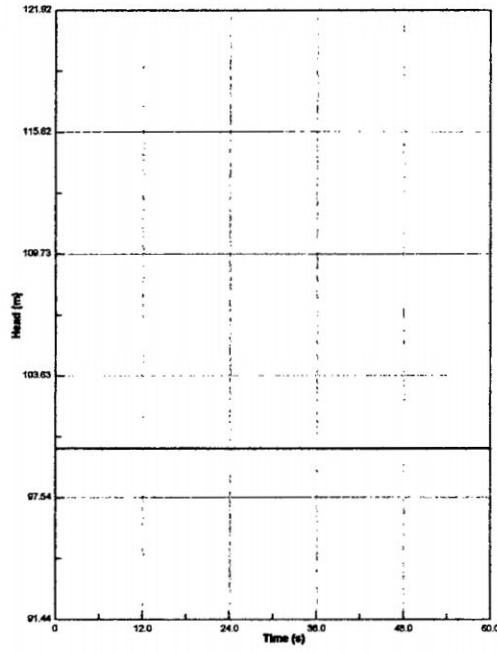


Figura 4.26: Altura piezométrica lo largo del tiempo en el reservorio 1-HAMMER XM V8

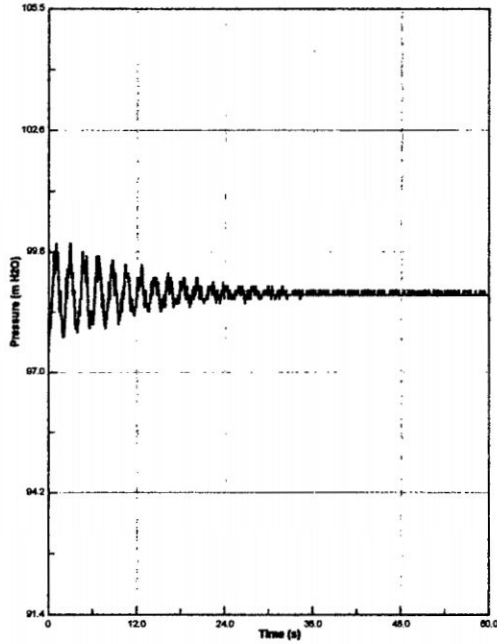


Figura 4.27: Presión lo largo del tiempo en el nudo 6-HAMMER XM V8

4.3. Ejemplos del GA en RAP.

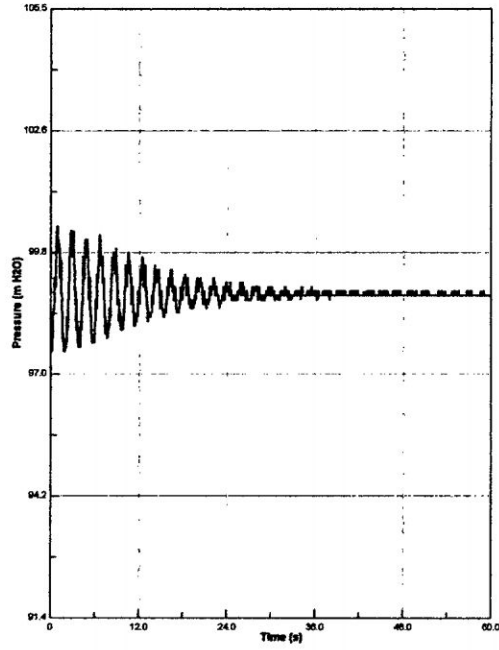


Figura 4.28: Presión lo largo del tiempo en el nudo 14-HAMMER XM V8

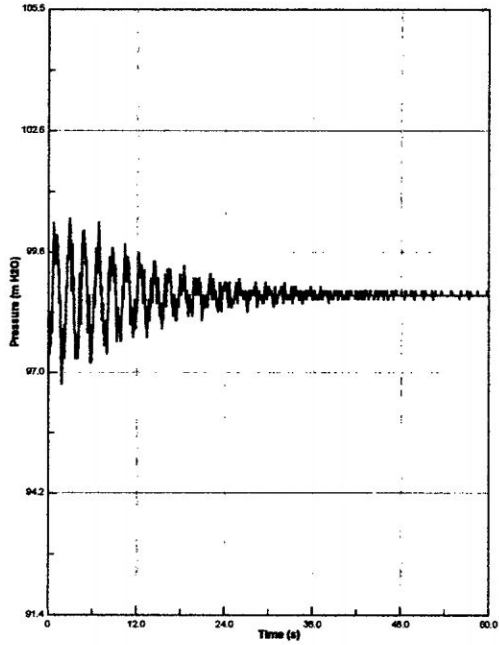


Figura 4.29: Presión a lo largo del tiempo en la válvula-HAMMER XM V8

4.3. Ejemplos del GA en RAP

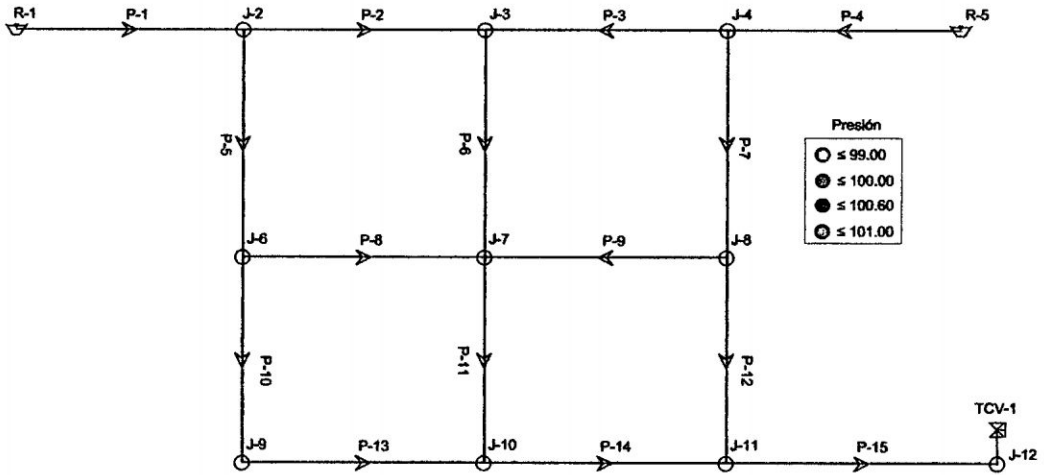


Figura 4.30: Esquema de colores de Presión en la red-HAMMER XM V8

Cuadro 4.2: Reporte de Presiones Extremas-HAMMER XM V8

End Point	Max. Pressure (m H2O)	Min. Pressure (m H2O)	Max. Head (m)	Min. Head (m)
P-1:R-1	0	0	100	100
P-1:J-2	100.4	98.2	100.6	98.4
P-2:J-2	100.4	98.3	100.6	98.47
P-2:J-3	100.2	98	100.42	98.16
P-3:J-3	100.2	98	100.42	98.16
P-3:J-4	99.8	97.6	99.98	97.81
P-4:J-4	99.8	97.6	100	97.81
P-4:R-5	-1.5	-1.5	98.47	98.47
P-5:J-2	100.4	98.3	100.6	98.47
P-5:J-6	100.4	97.8	100.61	98.02
P-8:J-6	100.4	97.8	100.61	98.02
P-8:J-7	100.5	97.7	100.66	97.9
P-6:J-7	100.5	97.7	100.66	97.9
P-6:J-3	100.2	97.8	100.42	98.02
P-9:J-7	100.5	97.7	100.66	97.9
P-9:J-8	100.1	97.4	100.34	97.64
P-7:J-8	100.1	97.4	100.34	97.64
P-7:J-4	99.8	97.6	99.98	97.81
(Sigue)				

End Point	Max. Pressure (m H2O)	Min. Pressure (m H2O)	Max. Head (m)	Min. Head (m)
P-10:J-6	100.4	97.8	100.61	98.02
P-10:J-9	100.7	97.6	100.91	97.79
P-13:J-9	100.7	97.6	100.91	97.79
P-13:J-10	100.6	97.7	100.85	97.87
P-11:J-10	100.6	97.7	100.85	97.87
P-11:J-7	100.5	97.7	100.66	97.87
P-12:J-11	100.5	97.5	100.68	97.73
P-12:J-8	100.1	97.4	100.34	97.64
P-15:J-11	100.5	97.5	100.68	97.73
P-15:J-12	100.8	96.9	100.98	97.08
P-14:J-10	100.6	97.7	100.85	97.87
P-14:J-11	100.5	97.5	100.68	97.73
:J-12	N/A	N/A	N/A	N/A
:TCV-1	N/A	N/A	N/A	N/A

(Fin)

4.4. RAP Pokras

4.4.1. Aspectos generales

El proyecto se ubica en el departamento de Ayacucho, provincia de Huamanga, distrito de Carmen Alto, que abastecerá con agua para consumo humano a 375 familias de la Asociación Pokras, que fue ejecutado por Administración Directa. La Municipalidad Distrital de Carmen Alto y el Programa A Trabajar Urbano es el responsable de la ejecución de obra. La población aportó con mano de obra no calificada.

La Asoc. Pokras cuenta con recurso hídrico, que está a cargo de la Empresa Prestadora de Servicios de Agua y Saneamiento y Alcantarillado de Ayacucho, EPSASA, que garantizan la calidad, cantidad y continuidad, siendo el agua apto para el consumo humano. Por esta razón, el sistema de agua potable sólo contará con la Red de Distribución.

La RAP Pokras está diseñada como una red compuesta (red abierta y red cerrada) de distribución, con la finalidad de suministrar el agua en cantidad y presión adecuada a todos los puntos de la red, teniendo en cuenta el Reglamento Nacional de Edificaciones (RNE) y el Reglamento Nacional de Construcciones (RNC).

4.4.2. Aspectos técnicos

■ Ubicación Geográfica

- Altitud: 2800.00 m.s.n.m. en promedio.
- Latitud: 13°10'34"S
- Longitud: 74°13'13.º

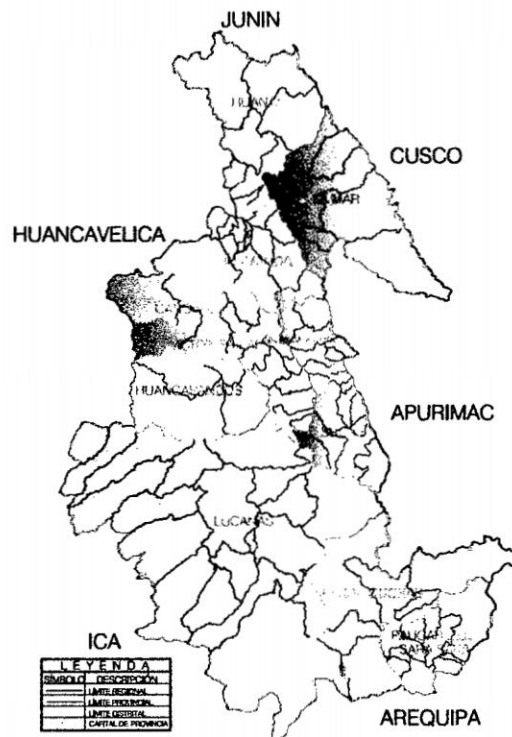


Figura 4.31: Mapa de ubicación Regional

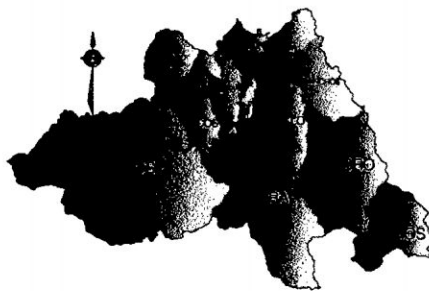


Figura 4.32: Mapa de ubicación Provincial



Figura 4.33: Mapa de ubicación Distrital

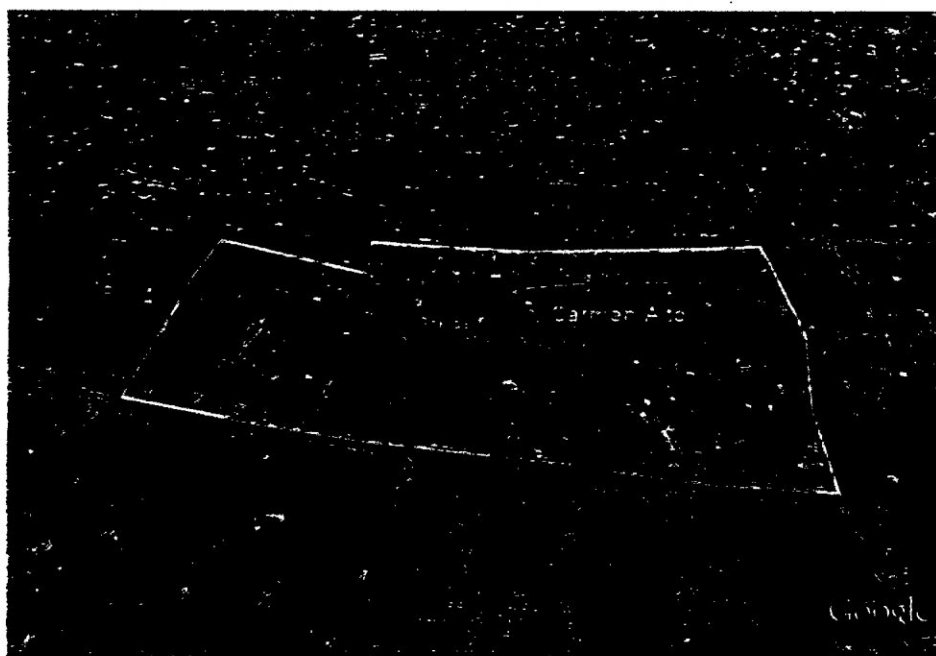


Figura 4.34: Ubicación Local

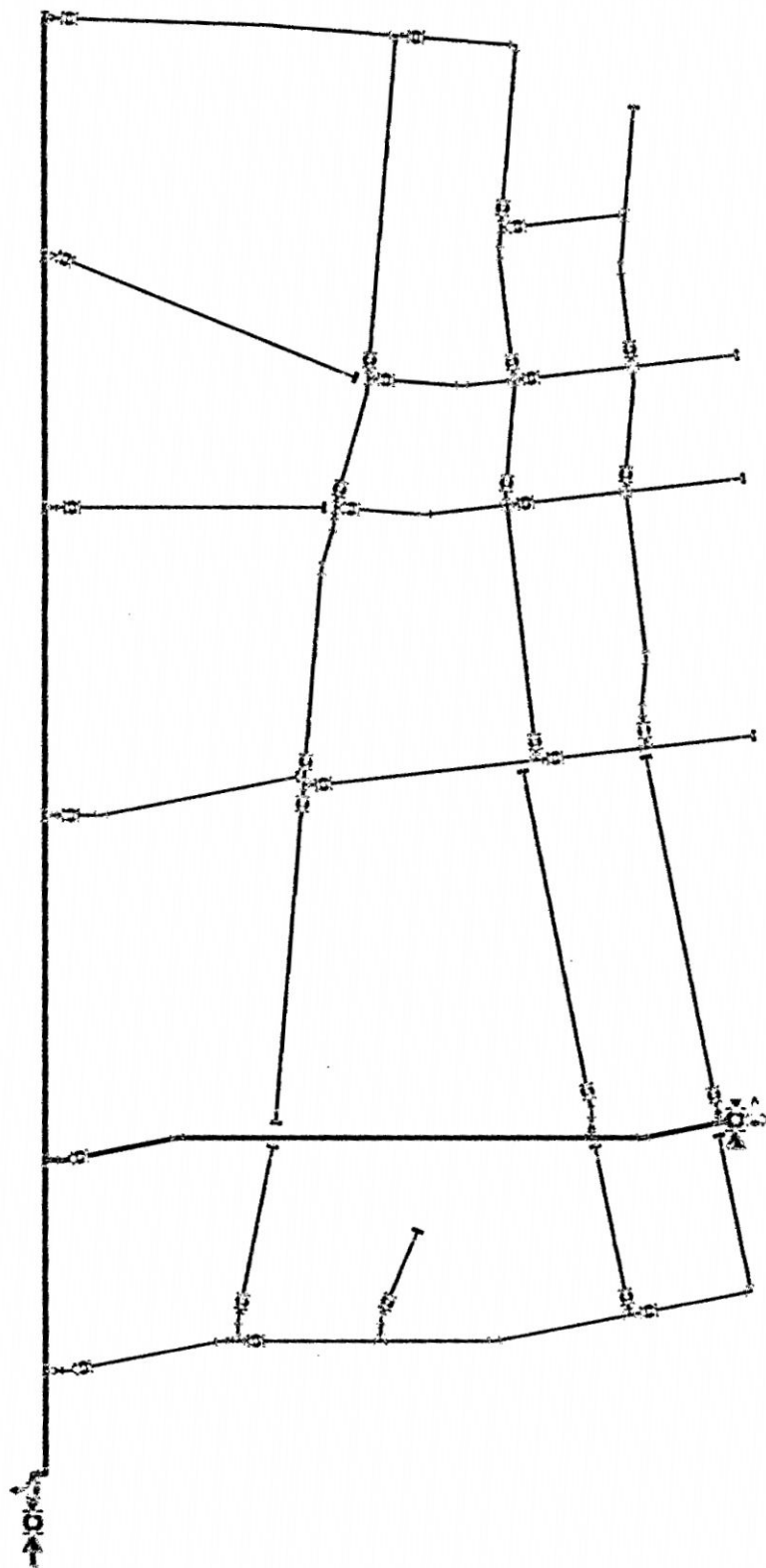


Figura 4.35: RAP Pokras

■ **Parámetros de diseño**

Basadas principalmente en RNE: NORMA TÉCNICA I.S. 010 INSTALACIONES SANITARIAS PARA EDIFICACIONES Y RNC: S.100 NORMA TÉCNICA DE INFRAESTRUCTURA SANITARIA PARA POBLACIONES URBANAS.

- **Periodo de diseño.** El periodo de diseño recomendable de las etapas constructivas se muestra de acuerdo al cuadro siguiente:

Cuadro 4.3: Periodo de Diseño

Población (Habitantes)	Periodo de Diseño (Años)
De 2,000 a 20,000	15
De 20,000 a más	10

La población de la zona es de crecimiento moderado pues tiene una tasa de crecimiento de 1.50 %², por ende con muchas posibilidades de desarrollo pero con un área urbana definida y con una población mucho menor de 20,000 habitantes, por lo tanto se asume un periodo de diseño de 15 años.

- **Población.** La población actual lo constituyen 353 familias en total, con un promedio de 6 habitantes por familia³, haciendo un total de 2118 personas.
- **Dotación de agua.** Se asume una dotación de 150 lt/hab/día⁴, por razón de encontrarse dentro del rango establecido por el RNC.

Cuadro 4.4: Dotación

Población	Frío (lt/hab/día)	Templado-Cálido(lt/hab/día)
De 2,000 a 10000	120	150
De 10,000 a 50,000	150	200
Más de 50,000	200	250

²Fuente: INEI - Censo Nacional 2007, la tasa de crecimiento promedio anual en el periodo 1993-2007.

³Según el Reglamento Nacional de Construcciones (RNC-S.121.3)

⁴Según el RNC-S.100

- **Variaciones de consumo**⁵. Máximo anual de la demanda diaria ($K_1 = 1.3$) y el máximo anual de la demanda horaria ($K_2 = 1.8@2.5$)

- **Redes de Distribución.**

Cálculo Hidráulico. Las presiones máximas y mínimas en la red de distribución serán de 50 a 15 metros de columna de agua respectivamente. Se podrá permitir una presión mínima de 10 metros de columna de agua en casos debidamente justificados⁶.

La red de distribución está calculada considerando la velocidad y presión del agua en las tuberías. Se recomiendan valores de velocidad mínima de 0.6 m/s y máxima de 3.0 m/s⁷.

Válvula. La red de distribución deberá estar provista de válvulas de interrupción en cantidad y distribución tal que permitirá aislar sectores de redes no mayores de 500 m de longitud. En casos especiales y justificados se podrá permitir el aislamiento de zonas de mayor extensión. En lo posible deberá hacer una distribución simétrica de las válvulas⁸.

Válvula y Hidrantes⁹.

Operación. Toda válvula o hidrante debe ser operado utilizando el dispositivo y/o procedimientos adecuados, de acuerdo al tipo de operación y por personal entrenado y con conocimiento del sistema y tipo de válvula. Toda válvula que regule caudal y/o presión en un sistema de agua potable deberá ser operada en forma tal que minimice el Golpe de Ariete, la ubicación y condición de funcionamiento de toda válvula deberán registrarse convenientemente.

⁵Según el RNC-S.121.5

⁶Según el RNC-S.122.5, RNE-I.S.010

⁷Según el RNE-I.S.010

⁸Según el RNC-S.122.5

⁹Según el RNC-S.132.5

Mantenimiento. Al iniciarse la operación de un sistema, deberá verificarse que las válvulas y/o hidrantes se encuentren en buen estado de funcionamiento y con los componentes de protección (cajas, cámaras) limpias, que permitan su fácil operación. Se realizará inspecciones, limpieza, manipulación, lubricación y/o engrase de las partes móviles con una periodicidad mínima de 6 meses a fin de evitar su agarrotamiento o inoperabilidad, de localizarse válvulas o hidrantes deterioradas o agarrotados deberá reportarse para proceder a su reparación o cambio.

*La red Topológica y de más planos se muestra en la sección de planos.

El ejemplo de RAP POKRAS, se basará en los programas HyMet v2010 y el HAMMER XM V8 por sus características antes ya mencionadas, con una válvula de cierre en 5 segundos con un tiempo de análisis de 60 segundos. Se muestra la secuencia general para el diseño de una red (permanente y no permanente) en el apéndice G.

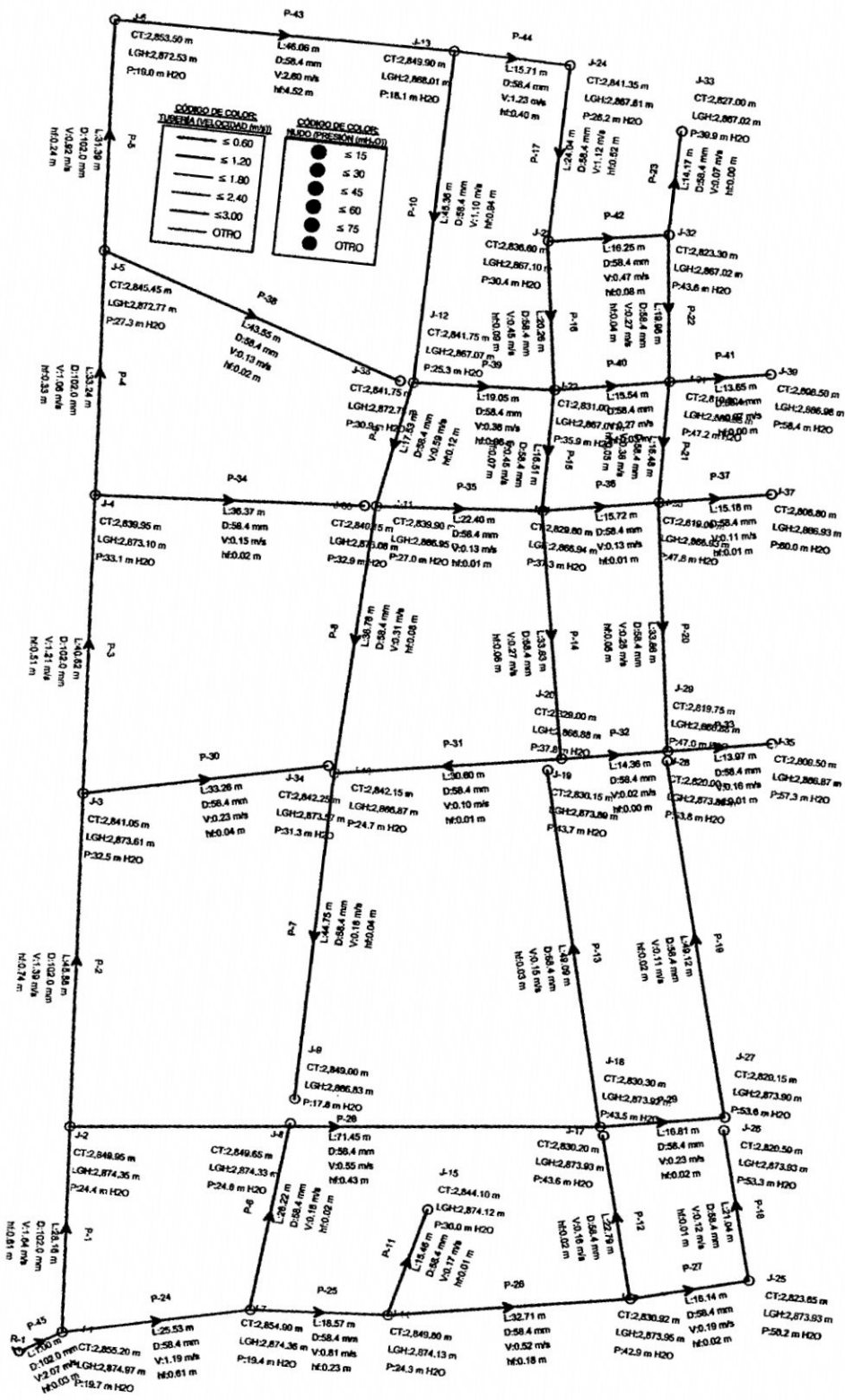


Figura 4.36: RAP Pokras en condiciones iniciales

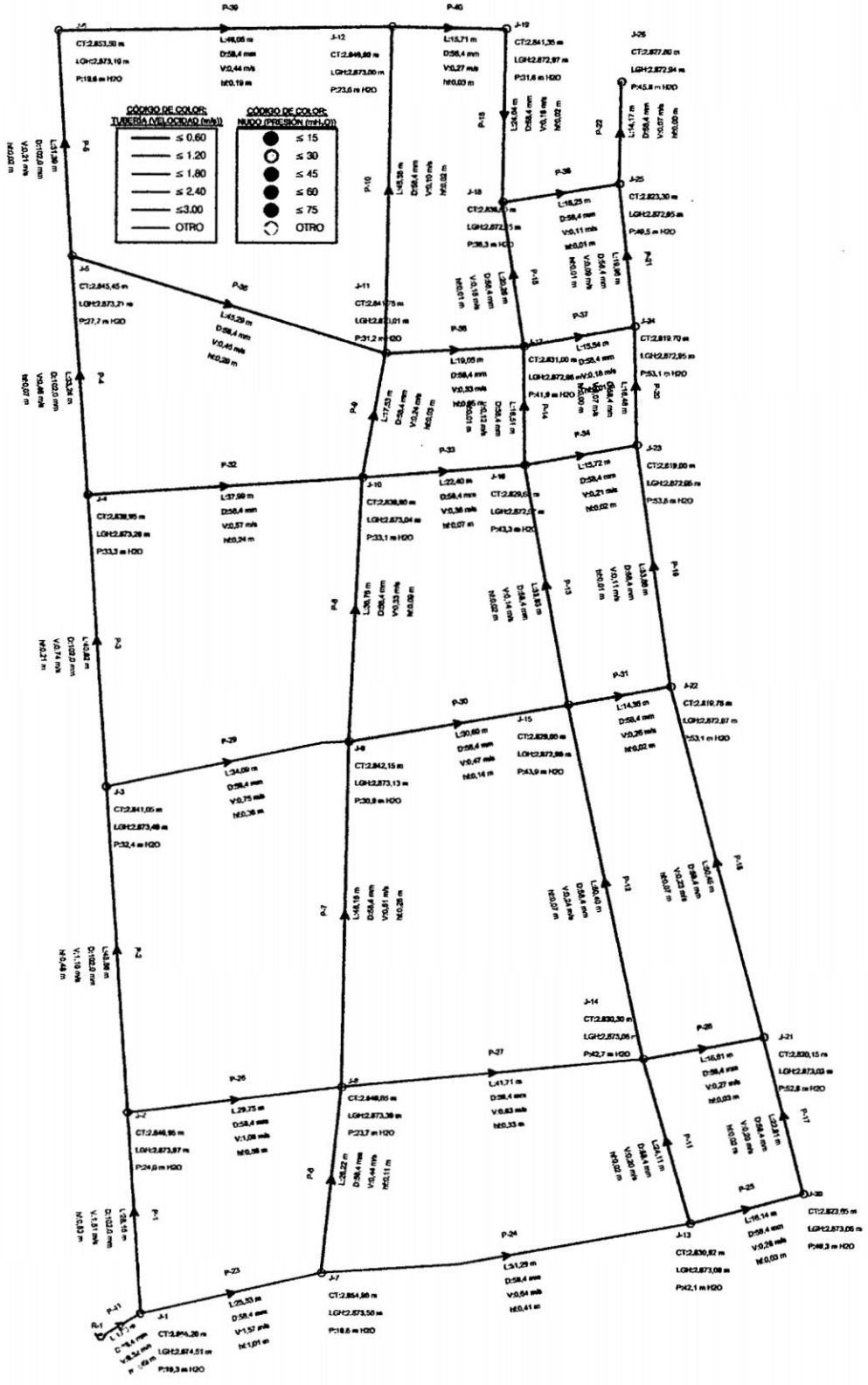


Figura 4.37: RAP Pokras Reformulado en condiciones iniciales

Cuadro 4.5: Resultado de Flujo Permanente por Método del Gradiente Hidráulico (WATERCAD V8 XM)-RAP Pokras

Tubería	Tramo		Longitud (m)	Diámetro (mm)	Material	Caudal (L/s)	Velocidad (m/s)	Pérdida de Carga Total (m)		Cota Terreno (m)		Cota Piezométrica (m)		Presión (mH2O)	
	De	a						Carga	Total	Inicial	Final	Inicial	Final	Inicial	Final
P-1	J-1	J-2	28.16	102	PVC	13.4	1.64	0.61	0.61	2855.2	2849.95	2874.97	2874.35	19.7	24.4
P-2	J-2	J-3	45.56	102	PVC	11.39	1.39	0.74	0.74	2849.95	2841.05	2874.35	2873.61	24.4	32.5
P-3	J-3	J-4	40.62	102	PVC	9.86	1.21	0.51	0.51	2841.05	2839.95	2873.61	2873.1	32.5	33.1
P-4	J-4	J-5	33.24	102	PVC	8.67	1.06	0.33	0.33	2839.95	2845.45	2873.1	2872.77	33.1	27.3
P-5	J-5	J-6	31.39	102	PVC	7.5	0.92	0.24	0.24	2845.45	2853.5	2872.77	2872.53	27.3	19
P-6	J-7	J-8	26.22	58.4	PVC	0.48	0.18	0.02	0.02	2854.9	2849.65	2874.36	2874.33	19.4	24.6
P-7	J-9	J-10	44.75	58.4	PVC	-0.48	0.18	0.04	0.04	2849	2842.15	2866.83	2866.87	17.8	24.7
P-8	J-10	J-11	36.76	58.4	PVC	-0.83	0.31	0.08	0.08	2842.15	2839.9	2866.87	2866.95	24.7	27
P-9	J-11	J-12	17.53	58.4	PVC	-1.57	0.59	0.12	0.12	2839.9	2841.75	2866.95	2867.07	27	25.3
P-10	J-12	J-13	45.36	58.4	PVC	-2.94	1.1	0.94	0.94	2841.75	2849.9	2867.07	2868.01	25.3	18.1
P-11	J-14	J-15	15.46	58.4	PVC	0.45	0.17	0.01	0.01	2849.8	2844.1	2874.13	2874.12	24.3	30
P-12	J-16	J-17	22.79	58.4	PVC	0.43	0.16	0.02	0.02	2830.92	2830.2	2873.92	2873.93	42.9	43.6
P-13	J-18	J-19	49.09	58.4	PVC	0.41	0.15	0.03	0.03	2830.3	2830.15	2873.92	2873.88	43.5	43.7
P-14	J-20	J-21	33.83	58.4	PVC	-0.73	0.27	0.06	0.06	2829	2829.6	2866.88	2866.94	37.8	37.3
P-15	J-21	J-22	16.51	58.4	PVC	-1.2	0.45	0.07	0.07	2829.6	2831	2866.94	2867.01	37.3	35.9
P-16	J-22	J-23	20.26	58.4	PVC	-1.2	0.45	0.09	0.09	2831	2836.6	2867.01	2867.1	35.9	30.4
P-17	J-23	J-24	24.04	58.4	PVC	-2.99	1.12	0.52	0.52	2836.6	2841.35	2867.1	2867.61	30.4	26.2
P-18	J-25	J-26	21.04	58.4	PVC	0.31	0.12	0.01	0.01	2823.65	2820.5	2873.93	2873.93	50.2	53.3
P-19	J-27	J-28	49.12	58.4	PVC	0.3	0.11	0.02	0.02	2820.15	2820	2873.93	2873.88	53.6	53.8
P-20	J-29	J-30	33.86	58.4	PVC	-0.68	0.25	0.05	0.05	2819.75	2819	2866.88	2866.93	47	47.8
P-21	J-30	J-31	16.48	58.4	PVC	-1.01	0.38	0.05	0.05	2819	2819.7	2866.93	2866.98	47.8	47.2
P-22	J-31	J-32	19.96	58.4	PVC	-0.74	0.27	0.04	0.04	2819.7	2823.3	2866.98	2867.02	47.2	43.6
P-23	J-32	J-33	14.17	58.4	PVC	0.2	0.07	0	0	2823.3	2827	2867.02	2867.02	43.6	39.9
P-24	J-1	J-7	25.53	58.4	PVC	3.18	1.19	0.61	0.61	2855.2	2854.9	2874.97	2874.36	19.7	19.4
P-25	J-7	J-14	18.57	58.4	PVC	2.18	0.81	0.23	0.23	2854.9	2849.8	2874.36	2874.13	19.4	24.3
P-26	J-14	J-16	32.71	58.4	PVC	1.39	0.52	0.18	0.18	2849.8	2830.92	2874.13	2873.95	24.3	42.9
P-27	J-16	J-25	16.14	58.4	PVC	0.51	0.19	0.02	0.02	2830.92	2823.65	2873.95	2873.93	42.9	50.2
P-28	J-2	J-18	71.45	58.4	PVC	1.46	0.65	0.43	0.43	2849.95	2830.3	2874.35	2873.92	24.4	43.5
P-29	J-18	J-27	16.81	58.4	PVC	0.62	0.23	0.02	0.02	2830.3	2820.15	2873.92	2873.9	43.5	53.6
P-30	J-3	J-34	33.26	58.4	PVC	0.62	0.23	0.04	0.04	2841.05	2842.25	2873.61	2873.57	32.5	31.3
P-31	J-10	J-20	30.6	58.4	PVC	-0.27	0.1	0.01	0.01	2842.15	2829	2866.87	2866.88	24.7	37.8
P-32	J-20	J-29	14.36	58.4	PVC	0.05	0.02	0	0	2829	2819.75	2866.88	2866.88	37.8	47
P-33	J-29	J-35	13.97	58.4	PVC	0.43	0.16	0.01	0.01	2819.75	2809.5	2866.88	2866.87	47	57.3
P-34	J-4	J-36	36.37	58.4	PVC	0.41	0.15	0.02	0.02	2839.95	2840.15	2873.1	2873.08	33.1	32.9
P-35	J-11	J-21	22.4	58.4	PVC	0.36	0.13	0.01	0.01	2839.9	2829.6	2866.95	2866.94	27	37.3
P-36	J-21	J-30	15.72	58.4	PVC	0.35	0.13	0.01	0.01	2829.6	2819	2866.94	2866.93	37.3	47.8
P-37	J-30	J-37	15.18	58.4	PVC	0.3	0.11	0.01	0.01	2819	2806.8	2866.93	2866.93	47.8	60
P-38	J-5	J-38	43.55	58.4	PVC	0.35	0.13	0.02	0.02	2845.45	2841.75	2872.77	2872.75	27.3	30.9
P-39	J-12	J-22	19.05	58.4	PVC	1.02	0.38	0.06	0.06	2841.75	2831	2867.07	2867.01	25.3	35.9
P-40	J-22	J-31	15.54	58.4	PVC	0.71	0.27	0.03	0.03	2831	2819.7	2867.01	2866.98	35.9	47.2
P-41	J-31	J-39	13.65	58.4	PVC	0.18	0.07	0	0	2819.7	2808.5	2866.98	2866.98	47.2	58.4
P-42	J-23	J-32	16.25	58.4	PVC	1.27	0.47	0.08	0.08	2836.6	2823.3	2867.1	2867.02	30.4	43.6
P-43	J-6	J-13	46.06	58.4	PVC	6.97	2.6	4.52	4.52	2853.5	2849.9	2872.53	2868.01	19	18.1
P-44	J-13	J-24	15.71	58.4	PVC	3.3	1.23	0.4	0.4	2849.9	2841.35	2868.01	2867.61	18.1	26.2

Cuadro 4.6: Resultado de Flujo Permanente por Método del Gradiente Hidráulico (WATERCAD V8 XM)-RAP Pokras Reformulado

Tubería	Tramo De	a	Longitud (m)	Diámetro (mm)	Material	Caudal (L/s)	Velocidad (m/s)	Pérdida de Carga Total (m)	Cota Terreno (m)		Cota Piezométrica (m)		Presión (mH ₂ O)	
									Inicial	Final	Inicial	Final	Inicial	Final
P-1	J-1	J-2	28.16	102	PVC	12.37	1.51	0.53	2855.2	2849.95	2874.51	2873.97	19.3	24
P-2	J-2	J-3	45.56	102	PVC	8.97	1.1	0.48	2849.95	2841.05	2873.97	2873.49	24	32.4
P-3	J-3	J-4	40.62	102	PVC	6.95	0.74	0.21	2841.05	2839.95	2873.49	2873.28	32.4	33.3
P-4	J-4	J-5	33.24	102	PVC	3.75	0.46	0.07	2839.95	2845.45	2873.28	2873.21	33.3	27.7
P-5	J-5	J-6	31.39	102	PVC	1.72	0.21	0.02	2845.45	2853.5	2873.21	2873.19	27.7	19.6
P-6	J-7	J-8	26.22	58.4	PVC	1.18	0.44	0.11	2854.9	2849.65	2873.19	2873.39	18.6	23.7
P-7	J-9	J-8	48.16	58.4	PVC	-1.37	0.51	0.26	2842.15	2849.65	2873.13	2873.39	30.9	23.7
P-8	J-9	J-10	36.76	58.4	PVC	0.9	0.33	0.09	2842.15	2839.9	2873.13	2873.04	30.9	33.1
P-9	J-10	J-11	17.53	58.4	PVC	0.65	0.24	0.03	2839.9	2841.75	2873.04	2873.01	33.1	31.2
P-10	J-11	J-12	45.36	58.4	PVC	0.28	0.1	0.02	2841.75	2849.9	2873.01	2873	31.2	23
P-11	J-13	J-14	24.11	58.4	PVC	0.53	0.2	0.02	2830.92	2830.3	2873.09	2873.06	42.1	42.7
P-12	J-14	J-15	50.4	58.4	PVC	0.65	0.24	0.07	2830.3	2829	2873.06	2872.99	42.7	43.9
P-13	J-15	J-16	33.83	58.4	PVC	0.38	0.14	0.02	2829	2829.6	2872.99	2872.97	43.9	43.3
P-14	J-16	J-17	16.51	58.4	PVC	0.31	0.12	0.01	2829.6	2831	2872.97	2872.96	43.3	41.9
P-15	J-17	J-18	20.26	58.4	PVC	0.4	0.15	0.01	2831	2836.6	2872.96	2872.95	41.9	36.3
P-16	J-18	J-19	24.04	58.4	PVC	-0.42	0.16	0.02	2836.6	2841.35	2872.95	2872.97	36.3	31.6
P-17	J-20	J-21	22.81	58.4	PVC	0.54	0.2	0.02	2841.35	2820.15	2873.06	2873.03	49.3	52.8
P-18	J-21	J-22	50.45	58.4	PVC	0.62	0.23	0.07	2820.15	2819.75	2873.03	2872.97	52.8	53.1
P-19	J-22	J-23	33.86	58.4	PVC	0.3	0.11	0.01	2819.75	2819	2872.97	2872.95	53.1	53.8
P-20	J-23	J-24	16.48	58.4	PVC	0.18	0.07	0	2819	2819.7	2872.95	2872.95	53.8	53.1
P-21	J-24	J-25	19.96	58.4	PVC	0.23	0.09	0.01	2819.7	2823.3	2872.95	2872.95	53.1	49.5
P-22	J-25	J-26	14.17	58.4	PVC	0.2	0.07	0	2823.3	2827	2872.95	2872.94	49.5	45.8
P-23	J-1	J-7	25.53	58.4	PVC	4.21	1.57	1.01	2855.2	2854.9	2874.51	2873.5	19.3	18.6
P-24	J-7	J-13	51.29	58.4	PVC	1.72	0.64	0.41	2854.9	2830.92	2873.5	2873.09	18.6	42.1
P-25	J-13	J-20	16.14	58.4	PVC	0.74	0.28	0.03	2830.92	2823.65	2873.09	2873.06	42.1	49.3
P-26	J-2	J-8	29.75	58.4	PVC	2.85	1.06	0.58	2849.95	2849.65	2873.97	2873.39	24	23.7
P-27	J-8	J-14	41.71	58.4	PVC	1.7	0.63	0.33	2849.65	2830.3	2873.39	2873.06	23.7	42.7
P-28	J-14	J-21	16.81	58.4	PVC	0.72	0.27	0.03	2830.3	2820.15	2873.06	2873.03	42.7	52.8
P-29	J-3	J-9	34.09	58.4	PVC	2.02	0.75	0.36	2841.05	2842.15	2873.49	2873.13	32.4	30.9
P-30	J-9	J-15	30.6	58.4	PVC	1.25	0.47	0.14	2842.15	2829	2873.13	2872.99	30.9	43.9
P-31	J-15	J-22	14.36	58.4	PVC	0.71	0.26	0.02	2829	2819.75	2872.99	2872.97	43.9	53.1
P-32	J-4	J-10	37.99	58.4	PVC	1.52	0.57	0.24	2839.95	2839.9	2873.28	2873.04	33.3	33.1
P-33	J-10	J-16	22.4	58.4	PVC	0.97	0.36	0.07	2839.9	2829.6	2873.04	2872.97	33.1	43.3
P-34	J-16	J-23	15.72	58.4	PVC	0.56	0.21	0.02	2829.6	2819	2872.97	2872.95	43.3	53.8
P-35	J-5	J-11	45.29	58.4	PVC	1.21	0.45	0.2	2845.45	2841.75	2873.21	2873.01	27.7	31.2
P-36	J-11	J-17	19.05	58.4	PVC	0.88	0.33	0.05	2841.75	2831	2873.01	2872.96	31.2	41.9
P-37	J-17	J-24	15.54	58.4	PVC	0.49	0.18	0.01	2831	2819.7	2872.96	2872.95	41.9	53.1
P-38	J-18	J-25	16.25	58.4	PVC	0.3	0.11	0.01	2836.6	2823.3	2872.95	2872.95	36.3	49.5
P-39	J-6	J-12	46.06	58.4	PVC	1.19	0.44	0.19	2853.5	2849.9	2873.19	2873	19.6	23
P-40	J-12	J-19	15.71	58.4	PVC	0.73	0.27	0.03	2849.9	2841.35	2873	2872.97	23	31.6

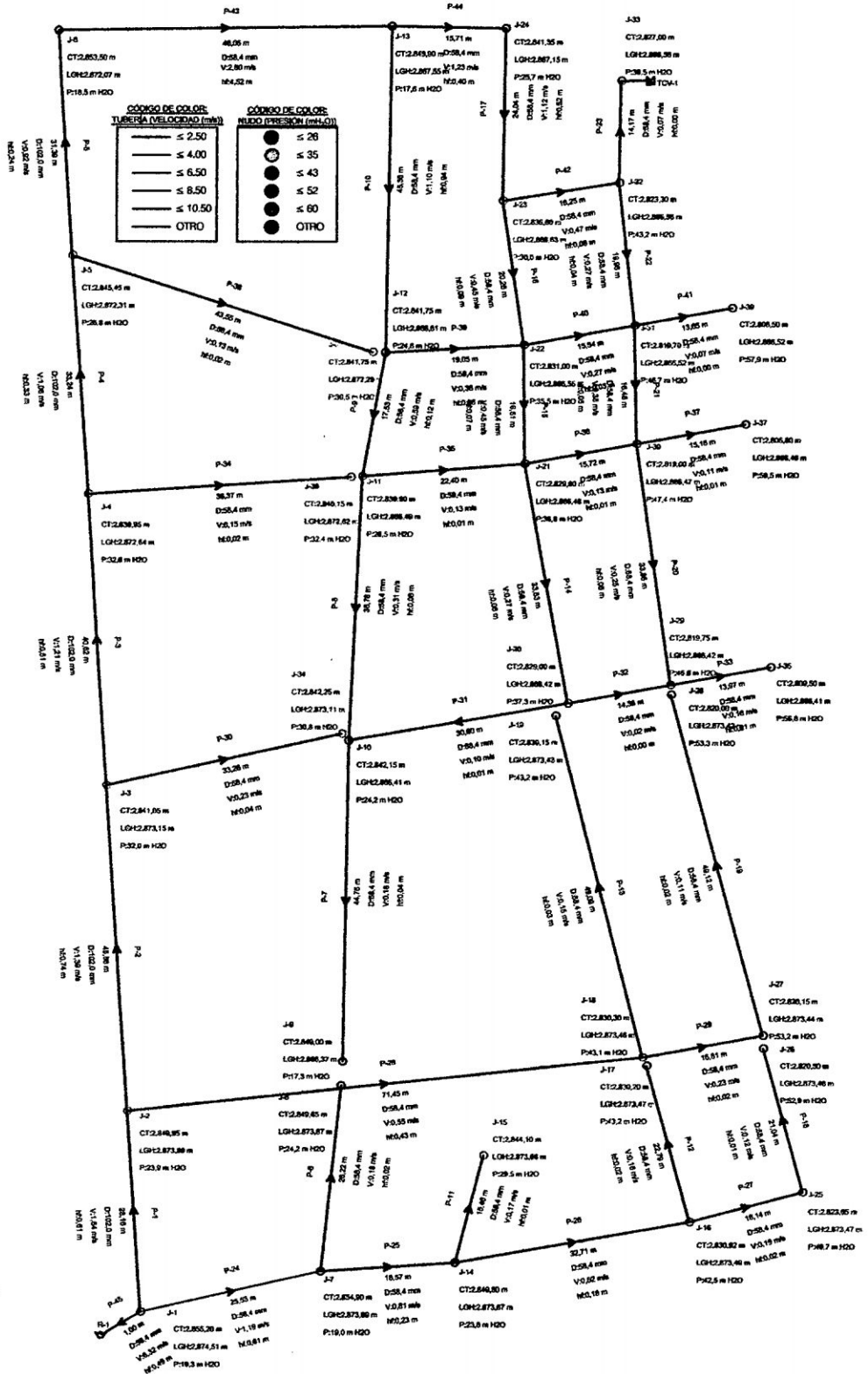


Figura 4.38: Presiones y Velocidades Máximas en RAP Pokras

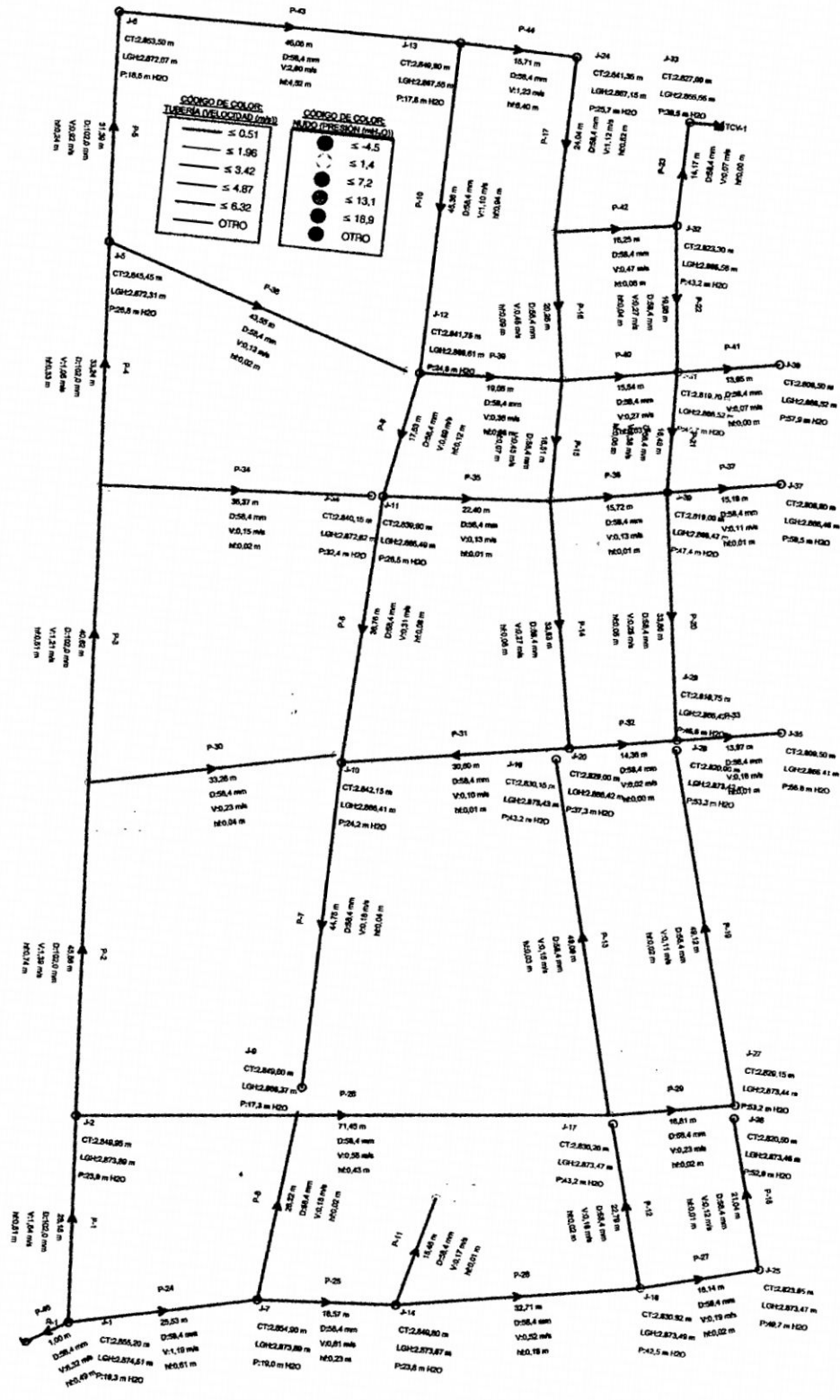


Figura 4.39: Presiones y Velocidades Mínimas en RAP Pokras

Extreme Pressures and Heads

End Point	Upsurge Ratio	Max. Pressure (m H2O)	Min. Pressure (m H2O)	Max. Head (m)	Min. Head (m)
P-1:J-1	1,980	39,1	-10,3	2.894,39	2.844,85
P-1:J-2	1,270	30,9	-4,9	2.880,93	2.845,04
P-2:J-2	1,270	30,9	-4,9	2.880,93	2.845,04
P-2:J-3	1,000	32,5	-2,6	2.873,61	2.838,49
P-3:J-3	1,000	32,5	-2,6	2.873,61	2.838,49
P-3:J-4	1,000	33,1	1,1	2.873,10	2.841,04
P-4:J-4	1,000	33,1	1,1	2.873,10	2.841,04
P-4:J-5	1,000	27,3	-9,2	2.872,77	2.836,23
P-5:J-5	1,000	27,3	-9,2	2.872,77	2.836,23
P-5:J-6	1,000	19,0	-10,3	2.872,53	2.843,15
P-6:J-7	1,000	19,4	-10,3	2.874,36	2.844,55
P-6:J-8	1,000	24,6	0,0	2.874,33	2.849,66
P-7:J-9	1,000	17,8	-10,3	2.866,87	2.838,65
P-7:J-10	1,000	24,6	-10,3	2.866,83	2.831,80
P-8:J-10	1,000	24,8	-10,3	2.866,95	2.831,80
P-8:J-11	1,000	26,9	-10,3	2.866,87	2.829,55
P-9:J-11	1,000	27,1	-10,3	2.867,07	2.829,55
P-9:J-12	1,000	25,1	-10,3	2.866,95	2.831,40
P-10:J-12	1,000	26,2	-10,3	2.868,01	2.831,40
P-10:J-13	1,000	17,1	-10,3	2.867,07	2.839,55
P-11:J-14	1,000	24,3	-8,1	2.874,13	2.841,71
P-11:J-15	1,000	30,0	0,5	2.874,12	2.844,65
P-12:J-16	1,000	42,9	8,3	2.873,95	2.839,27
P-12:J-17	1,000	43,6	8,0	2.873,93	2.838,17
P-13:J-18	1,000	43,5	2,6	2.873,92	2.832,93
P-13:J-19	1,000	43,7	3,1	2.873,89	2.833,24
P-14:J-20	1,000	37,9	-4,8	2.866,94	2.824,19
P-14:J-21	1,010	37,6	-3,1	2.867,24	2.826,47
P-15:J-21	1,010	37,6	-3,1	2.867,24	2.826,47
P-15:J-22	1,000	35,9	-1,9	2.867,01	2.829,08
P-16:J-22	1,000	36,0	-1,9	2.867,10	2.829,08
P-16:J-23	1,000	30,3	-4,4	2.867,01	2.832,21
P-17:J-23	1,000	30,9	-4,4	2.867,61	2.832,21
P-17:J-24	1,010	26,1	-9,6	2.867,46	2.831,69
P-18:J-25	1,000	50,2	10,5	2.873,93	2.834,15
P-18:J-26	1,000	53,3	13,4	2.873,93	2.833,88
P-19:J-27	1,000	53,6	6,6	2.873,90	2.826,81
P-19:J-28	1,000	53,8	5,1	2.873,88	2.825,13
P-20:J-29	1,000	47,1	2,0	2.866,98	2.821,73
P-20:J-30	1,020	48,7	6,3	2.867,77	2.825,28
P-21:J-30	1,000	49,9	6,3	2.868,98	2.825,28
P-21:J-31	1,000	47,2	8,6	2.866,99	2.828,31
P-22:J-31	1,000	47,2	8,6	2.867,02	2.828,31
P-22:J-32	1,000	43,6	6,9	2.867,01	2.830,22
P-23:J-32	1,000	43,6	6,9	2.867,02	2.830,22
P-23:J-33	1,000	39,9	3,6	2.867,02	2.830,60
P-24:J-1	1,980	39,1	-10,3	2.894,39	2.844,85
P-24:J-7	1,000	19,4	-10,3	2.874,36	2.844,55
P-25:J-7	1,000	19,4	-10,3	2.874,36	2.844,55
P-25:J-14	1,000	24,3	-8,1	2.874,13	2.841,71
P-26:J-14	1,000	24,3	-8,1	2.874,13	2.841,71
P-26:J-16	1,000	42,9	8,3	2.873,95	2.839,27
P-27:J-16	1,000	42,9	8,3	2.873,95	2.839,27

Extreme Pressures and Heads

End Point	Upsurge Ratio	Max. Pressure (m H2O)	Min. Pressure (m H2O)	Max. Head (m)	Min. Head (m)
P-27:J-25	1,000	50,2	10,5	2.873,93	2.834,15
P-28:J-2	1,270	30,9	-4,9	2.880,93	2.845,04
P-28:J-18	0,000	21,0	-0,1	2.851,34	2.830,20
P-29:J-18	1,000	43,5	2,6	2.873,92	2.832,93
P-29:J-27	1,000	53,6	6,6	2.873,90	2.826,81
P-30:J-3	1,000	32,5	-2,6	2.873,61	2.838,49
P-30:J-34	1,000	31,3	-1,7	2.873,57	2.840,54
P-31:J-10	1,000	24,7	-10,3	2.866,88	2.831,80
P-31:J-20	1,000	37,8	-4,8	2.866,87	2.824,19
P-32:J-20	1,000	37,8	-4,8	2.866,88	2.824,19
P-32:J-29	1,000	46,8	2,0	2.866,68	2.821,73
P-33:J-29	1,000	47,0	2,0	2.866,88	2.821,73
P-33:J-35	1,000	57,3	9,9	2.866,87	2.819,44
P-34:J-4	1,000	33,9	1,1	2.873,95	2.841,04
P-34:J-36	1,000	32,9	1,5	2.873,08	2.841,62
P-35:J-11	1,000	27,0	-10,3	2.866,95	2.829,55
P-35:J-21	1,000	37,6	-3,1	2.867,24	2.826,47
P-36:J-21	1,000	37,6	-3,1	2.867,24	2.826,47
P-36:J-30	1,000	48,7	6,3	2.867,77	2.825,28
P-37:J-30	1,000	48,7	6,3	2.867,77	2.825,28
P-37:J-37	1,000	60,8	16,5	2.867,76	2.823,30
P-38:J-5	1,000	27,3	-9,2	2.872,77	2.836,23
P-38:J-38	1,000	30,9	-2,8	2.872,75	2.838,96
P-39:J-12	1,000	25,3	-10,3	2.867,07	2.831,40
P-39:J-22	1,000	35,9	-1,9	2.867,01	2.829,08
P-40:J-22	1,000	35,9	-1,9	2.867,01	2.829,08
P-40:J-31	1,000	47,2	8,6	2.866,99	2.828,31
P-41:J-31	1,000	47,2	8,6	2.866,99	2.828,31
P-41:J-39	1,000	58,4	18,9	2.867,00	2.827,47
P-42:J-23	1,000	30,4	-4,4	2.867,10	2.832,21
P-42:J-32	1,000	43,6	6,9	2.867,02	2.830,22
P-43:J-6	1,200	18,1	-10,3	2.871,64	2.843,15
P-43:J-13	4,200	14,9	-10,3	2.864,87	2.839,55
P-44:J-13	1,000	18,1	-10,3	2.868,01	2.839,55
P-44:J-24	1,000	26,2	-9,6	2.867,61	2.831,69
P-45:J-1	2,000	39,1	-10,3	2.894,39	2.844,85
P-45:R-1	1,000	2.869,2	2.869,2	2.874,97	2.874,97
:J-33	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
:TCV-1	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A

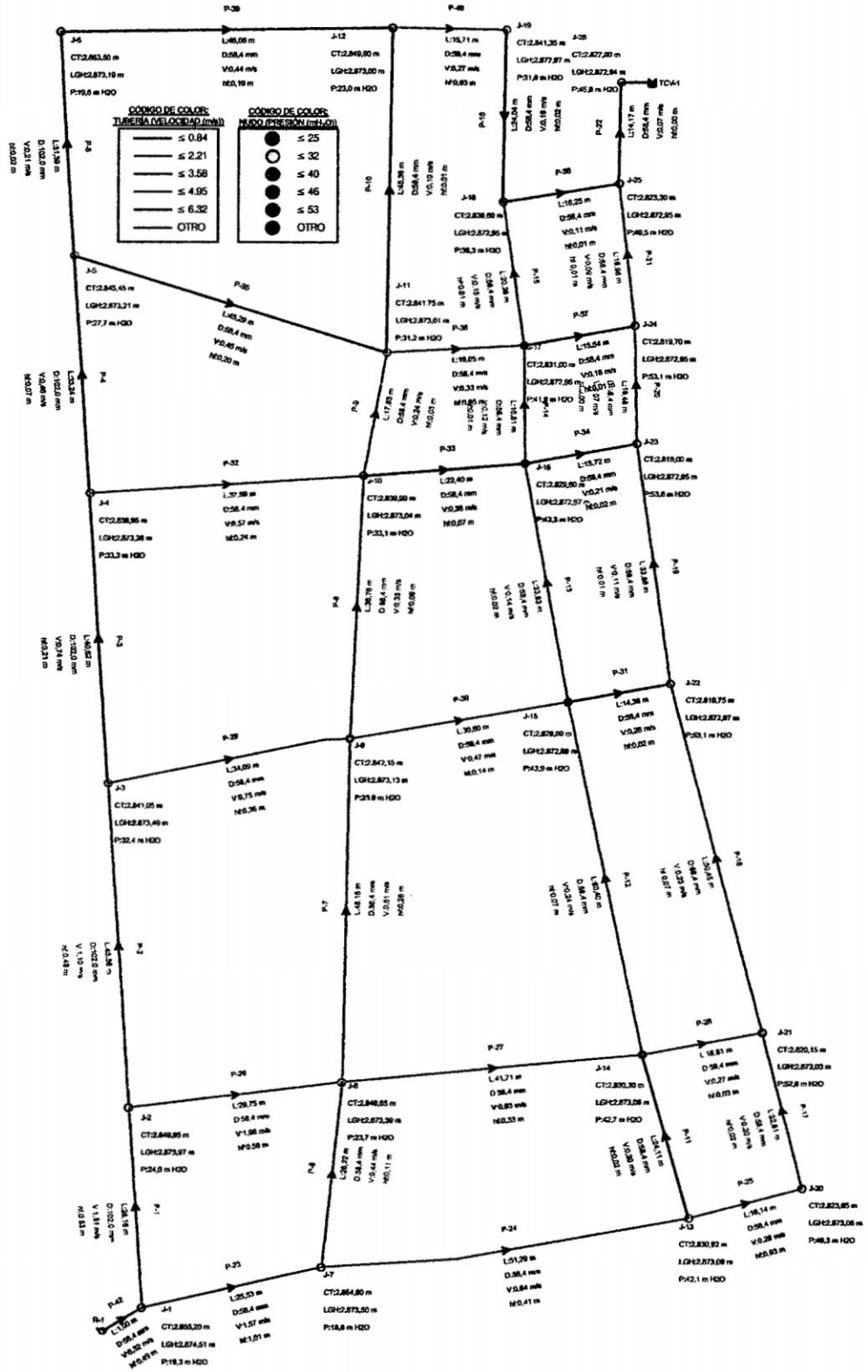


Figura 4.40: Presiones y Velocidades Máximas en RAP Pokras Reformulado

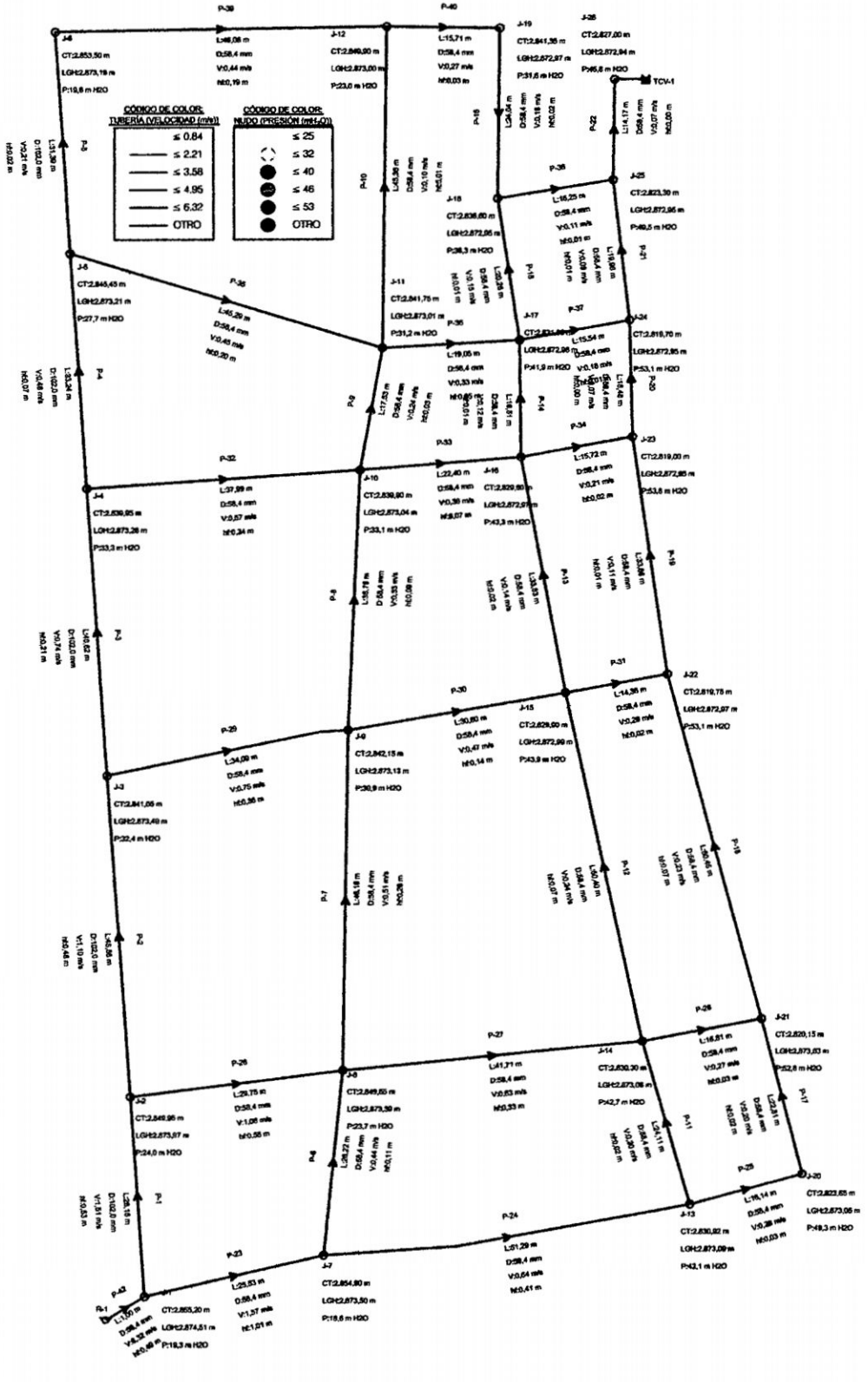


Figura 4.41: Presiones y Velocidades Mínimas en RAP Pokras Reformulado

Extreme Pressures and Heads

End Point	Upsurge Ratio	Max. Pressure (m H2O)	Min. Pressure (m H2O)	Max. Head (m)	Min. Head (m)
P-1:J-1	1,050	20,2	13,7	2.875,49	2.868,96
P-1:J-2	1,000	24,0	4,5	2.873,97	2.854,45
P-2:J-2	1,000	24,0	4,5	2.873,97	2.854,45
P-2:J-3	1,000	32,4	6,5	2.873,48	2.847,53
P-3:J-3	1,000	32,4	6,5	2.873,48	2.847,53
P-3:J-4	1,000	33,3	1,6	2.873,27	2.841,57
P-4:J-4	1,000	33,3	1,6	2.873,27	2.841,57
P-4:J-5	1,000	27,7	-5,0	2.873,19	2.840,46
P-5:J-5	1,000	27,7	-5,0	2.873,19	2.840,46
P-5:J-6	1,000	19,6	-10,0	2.873,18	2.843,50
P-6:J-7	1,000	18,6	-6,7	2.873,52	2.848,14
P-6:J-8	1,000	23,7	2,8	2.873,39	2.852,44
P-8:J-9	1,000	30,9	-6,0	2.873,12	2.836,10
P-8:J-10	1,000	33,1	-2,4	2.873,02	2.837,49
P-9:J-10	1,000	33,1	-2,4	2.873,02	2.837,49
P-9:J-11	1,000	31,2	-5,4	2.872,99	2.836,37
P-10:J-11	1,000	31,2	-5,4	2.872,99	2.836,37
P-10:J-12	1,000	23,0	-7,1	2.872,98	2.842,74
P-13:J-15	1,000	43,9	15,2	2.872,97	2.844,22
P-13:J-16	1,000	43,3	9,4	2.872,95	2.839,06
P-14:J-16	1,000	43,3	9,4	2.872,95	2.839,06
P-14:J-17	1,000	41,9	10,2	2.872,95	2.841,20
P-15:J-17	1,000	41,9	10,2	2.872,95	2.841,20
P-15:J-18	1,000	36,3	5,7	2.872,93	2.842,34
P-16:J-18	1,000	36,3	5,7	2.872,95	2.842,34
P-16:J-19	1,000	31,5	2,5	2.872,94	2.843,87
P-19:J-22	1,000	53,1	24,1	2.872,94	2.843,92
P-19:J-23	1,000	53,8	25,0	2.872,93	2.844,01
P-20:J-23	1,000	53,8	25,0	2.872,93	2.844,01
P-20:J-24	1,000	53,1	21,9	2.872,93	2.841,61
P-21:J-24	1,000	53,1	21,9	2.872,93	2.841,61
P-21:J-25	1,000	49,5	19,0	2.872,93	2.842,33
P-22:J-25	1,000	49,5	19,0	2.872,93	2.842,33
P-22:J-26	1,000	45,8	14,8	2.872,92	2.841,79
P-23:J-1	1,050	20,2	13,7	2.875,49	2.868,96
P-23:J-7	1,000	18,6	-6,7	2.873,52	2.848,14
P-25:J-13	1,000	42,0	13,1	2.873,05	2.844,08
P-25:J-20	1,000	49,3	20,1	2.873,02	2.843,83
P-28:J-14	1,000	42,6	12,9	2.873,03	2.843,25
P-28:J-21	1,000	52,7	19,4	2.873,00	2.839,62
P-30:J-9	1,000	30,9	-6,0	2.873,12	2.836,10
P-30:J-15	1,000	43,9	15,2	2.872,97	2.844,22
P-31:J-15	1,000	43,9	15,2	2.872,97	2.844,22
P-31:J-22	1,000	53,1	24,1	2.872,94	2.843,92
P-33:J-10	1,000	33,1	-2,4	2.873,02	2.837,49
P-33:J-16	1,000	43,3	9,4	2.872,95	2.839,06
P-34:J-16	1,000	43,3	9,4	2.872,95	2.839,06
P-34:J-23	1,000	53,8	25,0	2.872,93	2.844,01
P-36:J-11	1,000	31,2	-5,4	2.872,99	2.836,37
P-36:J-17	1,000	41,9	10,2	2.872,95	2.841,20
P-37:J-17	1,000	41,9	10,2	2.872,95	2.841,20
P-37:J-24	1,000	53,1	21,9	2.872,93	2.841,61
P-38:J-18	1,000	36,3	5,7	2.872,93	2.842,34

Extreme Pressures and Heads

End Point	Upsurge Ratio	Max. Pressure (m H2O)	Min. Pressure (m H2O)	Max. Head (m)	Min. Head (m)
P-38:J-25	1,000	49,5	19,0	2.872,93	2.842,33
P-39:J-6	1,000	19,6	-10,0	2.873,18	2.843,50
P-39:J-12	1,000	23,0	-7,1	2.872,98	2.842,74
P-40:J-12	1,000	23,0	-7,1	2.872,98	2.842,74
P-40:J-19	1,000	31,5	2,5	2.872,95	2.843,87
P-42:R-1	1,000	2.869,3	2.869,3	2.875,00	2.875,00
P-42:J-1	1,050	20,2	13,7	2.875,49	2.868,96
P-26:J-2	1,000	24,0	4,5	2.873,97	2.854,45
P-26:J-8	1,000	23,7	2,8	2.873,39	2.852,44
P-7:J-9	1,000	31,2	-6,0	2.873,39	2.836,10
P-7:J-8	1,010	23,6	2,8	2.873,34	2.852,44
P-11:J-13	1,000	42,0	13,1	2.873,05	2.844,08
P-11:J-14	1,000	42,6	12,9	2.873,03	2.843,25
P-17:J-20	1,000	49,3	20,1	2.873,02	2.843,83
P-17:J-21	1,000	52,7	19,4	2.873,00	2.839,62
P-27:J-8	1,000	23,7	2,8	2.873,39	2.852,44
P-27:J-14	1,000	42,6	12,9	2.873,03	2.843,25
P-12:J-14	1,000	42,6	12,9	2.873,03	2.843,25
P-12:J-15	1,000	43,9	15,2	2.872,97	2.844,22
P-18:J-21	1,000	52,7	19,4	2.873,00	2.839,62
P-18:J-22	1,000	53,1	24,1	2.872,94	2.843,92
P-29:J-3	1,000	32,4	6,5	2.873,48	2.847,53
P-29:J-9	1,000	30,9	-6,0	2.873,12	2.836,10
P-35:J-5	1,000	27,7	-5,0	2.873,19	2.840,46
P-35:J-11	1,000	31,2	-5,4	2.872,99	2.836,37
P-32:J-4	1,000	33,3	1,6	2.873,27	2.841,57
P-32:J-10	1,000	33,1	-2,4	2.873,02	2.837,49
P-41:J-26	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
P-41:TCV-1	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
P-24:J-7	1,000	18,6	-6,7	2.873,52	2.848,14
P-24:J-13	1,000	42,0	13,1	2.873,05	2.844,08

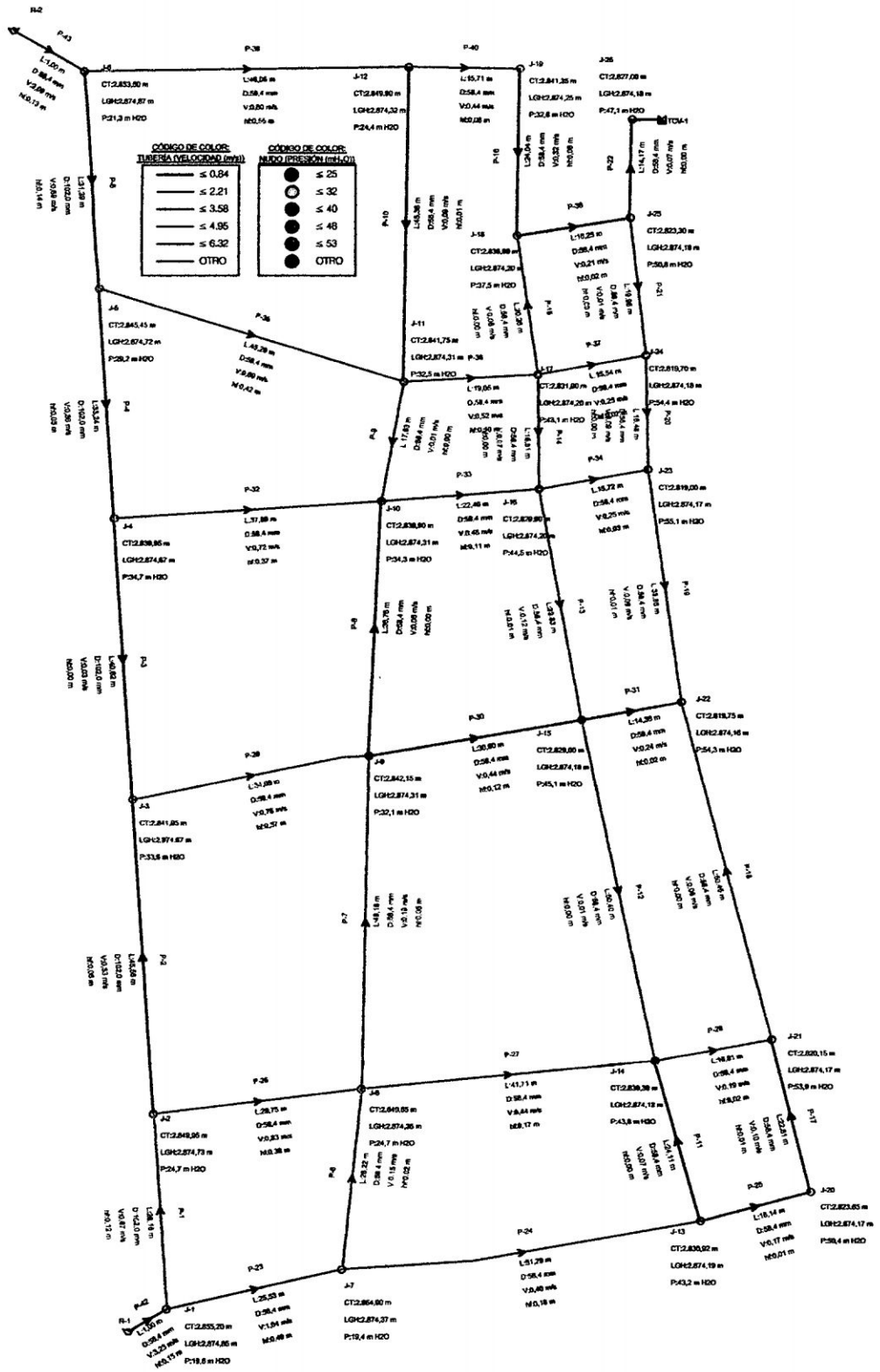


Figura 4.42: Presiones y Velocidades Máximas en RAP Pokras Reformulado final

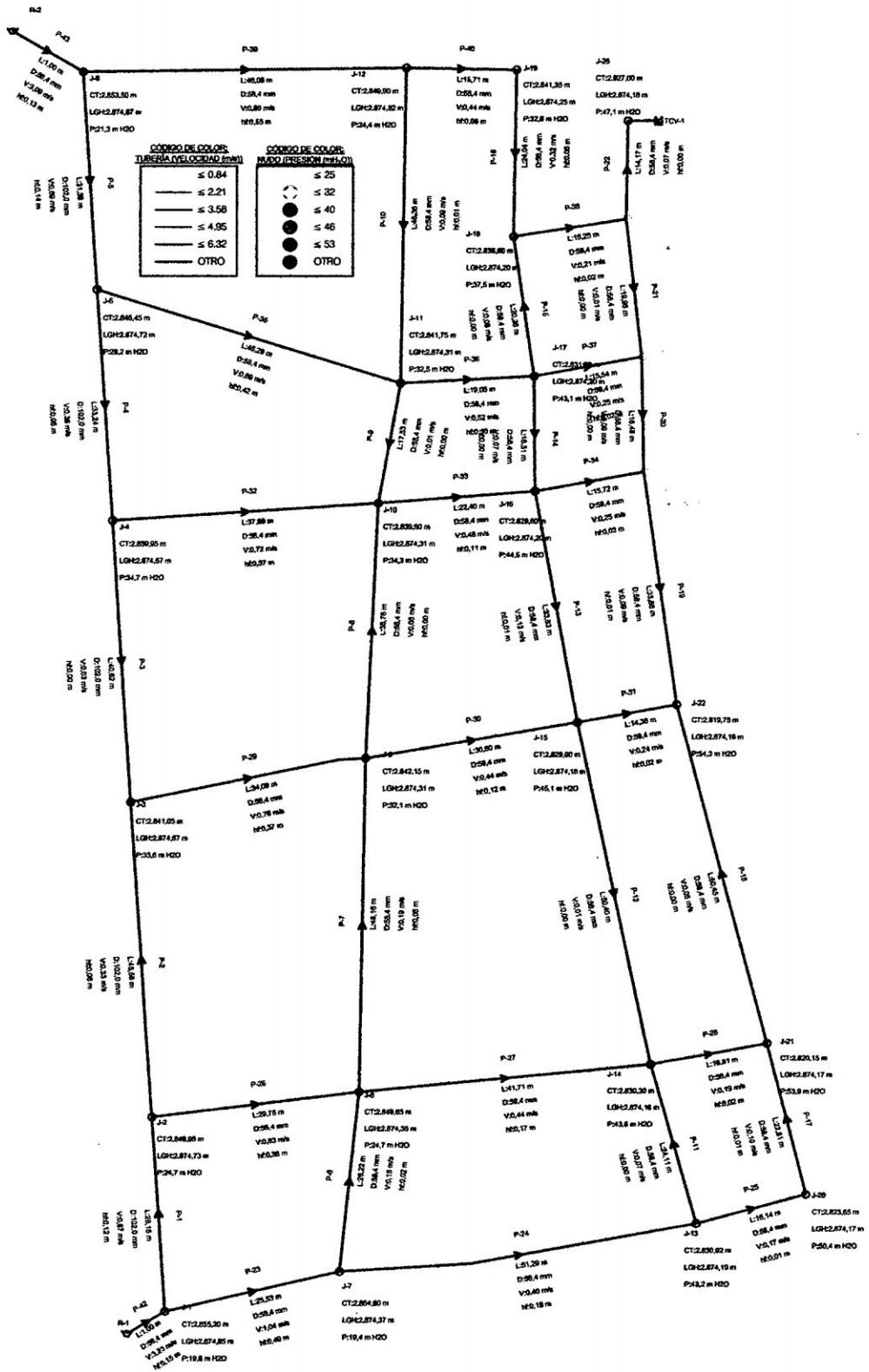


Figura 4.43: Presiones y Velocidades Mínimas en RAP Pokras Reformulado final

Extreme Pressures and Heads

End Point	Upsurge Ratio	Max. Pressure (m H2O)	Min. Pressure (m H2O)	Max. Head (m)	Min. Head (m)
P-1:J-1	1,080	20,8	14,3	2.876,08	2.869,52
P-1:J-2	1,000	24,0	4,5	2.873,97	2.854,49
P-2:J-2	1,000	24,0	4,5	2.873,97	2.854,49
P-2:J-3	1,010	32,5	8,2	2.873,65	2.849,28
P-3:J-3	1,010	32,5	8,2	2.873,65	2.849,28
P-3:J-4	1,020	33,9	9,8	2.873,88	2.849,81
P-4:J-4	1,020	33,9	9,8	2.873,88	2.849,81
P-4:J-5	1,090	30,3	9,9	2.875,80	2.855,38
P-5:J-5	1,090	30,3	9,9	2.875,80	2.855,38
P-5:J-6	1,070	21,1	10,8	2.874,62	2.864,33
P-6:J-7	1,140	21,1	-6,7	2.876,03	2.848,20
P-6:J-8	1,050	24,9	3,2	2.874,62	2.852,81
P-8:J-9	1,210	37,4	-5,0	2.879,64	2.837,18
P-8:J-10	1,190	39,5	3,1	2.879,46	2.843,03
P-9:J-10	1,190	39,5	3,1	2.879,46	2.843,03
P-9:J-11	1,090	33,8	4,9	2.875,65	2.846,69
P-10:J-11	1,090	33,8	4,9	2.875,65	2.846,69
P-10:J-12	1,020	23,4	5,9	2.873,35	2.855,86
P-13:J-15	1,110	48,6	16,0	2.877,72	2.845,03
P-13:J-16	1,060	45,8	16,1	2.875,49	2.845,70
P-14:J-16	1,060	45,8	16,1	2.875,49	2.845,70
P-14:J-17	1,040	43,6	18,2	2.874,71	2.849,24
P-15:J-17	1,040	43,6	18,2	2.874,71	2.849,24
P-15:J-18	1,050	38,2	12,7	2.874,92	2.849,30
P-16:J-18	1,050	38,2	12,7	2.874,92	2.849,30
P-16:J-19	1,020	32,1	12,6	2.873,54	2.854,01
P-19:J-22	1,100	58,3	22,3	2.878,20	2.842,12
P-19:J-23	1,030	55,5	28,3	2.874,66	2.847,33
P-20:J-23	1,030	55,5	28,3	2.874,66	2.847,33
P-20:J-24	1,040	55,2	29,5	2.875,00	2.849,24
P-21:J-24	1,040	55,2	29,5	2.875,00	2.849,24
P-21:J-25	1,050	51,9	27,1	2.875,27	2.850,41
P-22:J-25	1,050	51,9	27,1	2.875,27	2.850,41
P-22:J-26	1,060	48,6	22,6	2.875,67	2.849,66
P-23:J-1	1,080	20,8	14,3	2.876,08	2.869,52
P-23:J-7	1,140	21,1	-6,7	2.876,03	2.848,20
P-25:J-13	1,110	46,8	13,2	2.877,84	2.844,12
P-25:J-20	1,170	57,4	19,2	2.881,21	2.842,86
P-28:J-14	1,130	48,1	12,9	2.878,54	2.843,23
P-28:J-21	1,110	58,6	20,9	2.878,90	2.841,06
P-30:J-9	1,210	37,4	-5,0	2.879,64	2.837,18
P-30:J-15	1,110	48,6	16,0	2.877,72	2.845,03
P-31:J-15	1,110	48,6	16,0	2.877,72	2.845,03
P-31:J-22	1,100	58,3	22,3	2.878,20	2.842,12
P-33:J-10	1,190	39,5	3,1	2.879,46	2.843,03
P-33:J-16	1,060	45,8	16,1	2.875,49	2.845,70
P-34:J-16	1,060	45,8	16,1	2.875,49	2.845,70
P-34:J-23	1,030	55,5	28,3	2.874,66	2.847,33
P-36:J-11	1,090	33,8	4,9	2.875,65	2.846,69
P-36:J-17	1,040	43,6	18,2	2.874,71	2.849,24
P-37:J-17	1,040	43,6	18,2	2.874,71	2.849,24
P-37:J-24	1,040	55,2	29,5	2.875,00	2.849,24
P-38:J-18	1,050	38,2	12,7	2.874,92	2.849,30

Extreme Pressures and Heads

End Point	Upsurge Ratio	Max. Pressure (m H2O)	Min. Pressure (m H2O)	Max. Head (m)	Min. Head (m)
P-38:J-25	1,050	51,9	27,1	2.875,27	2.850,41
P-39:J-6	1,070	21,1	10,8	2.874,62	2.864,33
P-39:J-12	1,020	23,4	5,9	2.873,35	2.855,86
P-40:J-12	1,020	23,4	5,9	2.873,35	2.855,86
P-40:J-19	1,020	32,1	12,6	2.873,54	2.854,01
P-42:R-1	1,000	2.869,3	2.869,3	2.875,00	2.875,00
P-42:J-1	1,080	20,8	14,3	2.876,08	2.869,52
P-26:J-2	1,000	24,0	4,5	2.873,97	2.854,49
P-26:J-8	1,050	24,9	3,2	2.874,62	2.852,81
P-7:J-9	1,200	37,4	-5,0	2.879,64	2.837,18
P-7:J-8	1,060	24,9	3,2	2.874,62	2.852,81
P-11:J-13	1,110	46,8	13,2	2.877,84	2.844,12
P-11:J-14	1,130	48,1	12,9	2.878,54	2.843,23
P-17:J-20	1,170	57,4	19,2	2.881,21	2.842,86
P-17:J-21	1,110	58,6	20,9	2.878,90	2.841,06
P-27:J-8	1,050	24,9	3,2	2.874,62	2.852,81
P-27:J-14	1,130	48,1	12,9	2.878,54	2.843,23
P-12:J-14	1,130	48,1	12,9	2.878,54	2.843,23
P-12:J-15	1,110	48,6	16,0	2.877,72	2.845,03
P-18:J-21	1,110	58,6	20,9	2.878,90	2.841,06
P-18:J-22	1,100	58,3	22,3	2.878,20	2.842,12
P-29:J-3	1,010	32,5	8,2	2.873,65	2.849,28
P-29:J-9	1,210	37,4	-5,0	2.879,64	2.837,18
P-35:J-5	1,090	30,3	9,9	2.875,80	2.855,38
P-35:J-11	1,090	33,8	4,9	2.875,65	2.846,69
P-32:J-4	1,020	33,9	9,8	2.873,88	2.849,81
P-32:J-10	1,190	39,5	3,1	2.879,46	2.843,03
P-41:J-26	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
P-41:TCV-1	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
P-24:J-7	1,140	21,1	-6,7	2.876,03	2.848,20
P-24:J-13	1,110	46,8	13,2	2.877,84	2.844,12
P-43:R-2	1,000	2.869,3	2.869,3	2.875,00	2.875,00
P-43:J-6	1,000	21,3	10,8	2.874,87	2.864,33

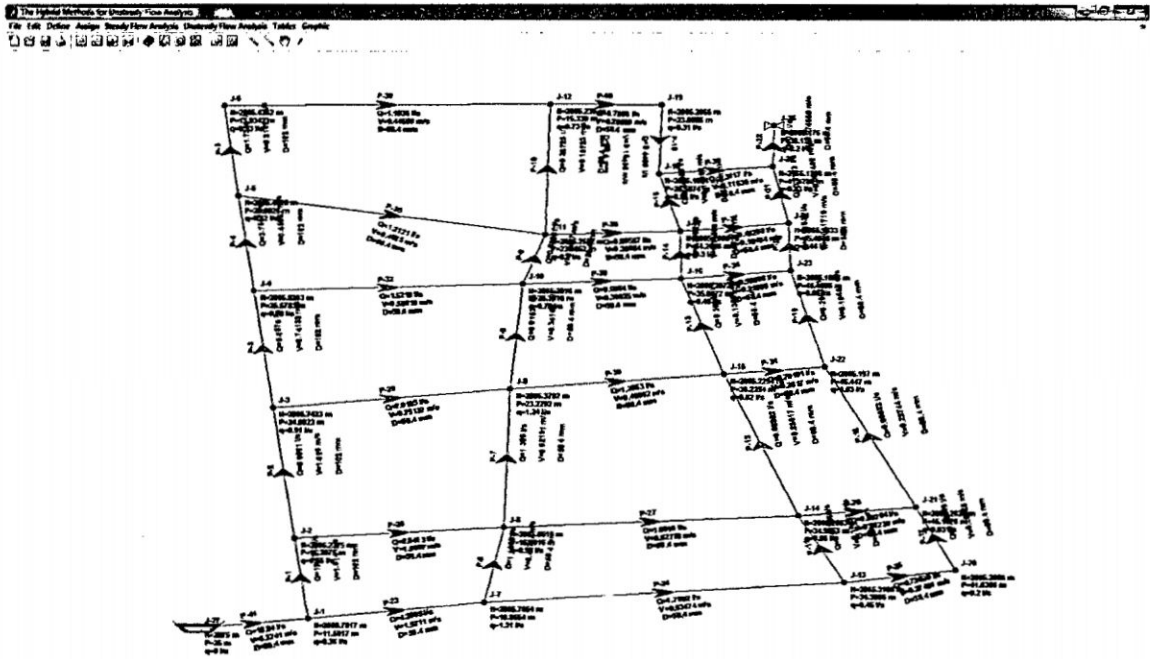


Figura 4.44: Esquema de RAP Pokras Reformulado

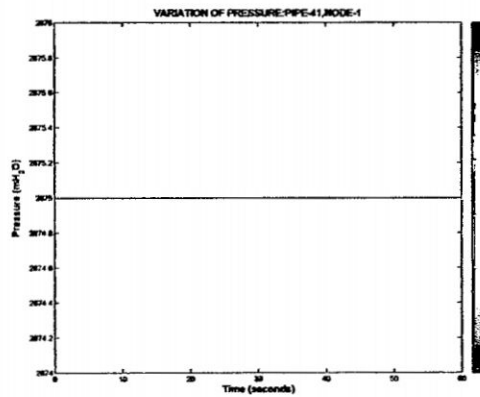


Figura 4.45: Variación de la Presión en el Reservorio-RAP Pokras Reformulado

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN
 CRISTÓBAL DE HUANCAYO
 BIBLIOTECA

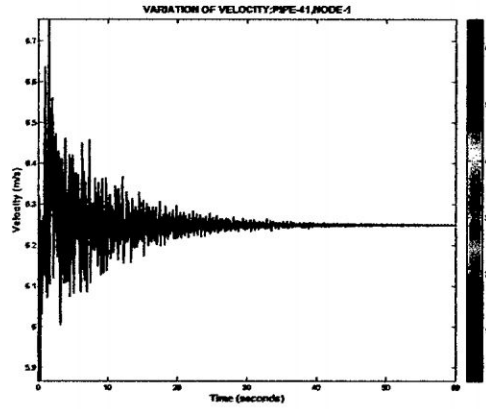


Figura 4.46: Variación de la Velocidad en el Reservorio-RAP Pokras Reformulado

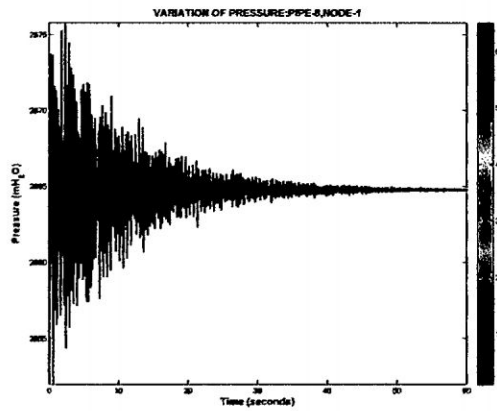


Figura 4.47: Variación de la Presión en la tubería P-8:J-9-RAP Pokras Reformulado

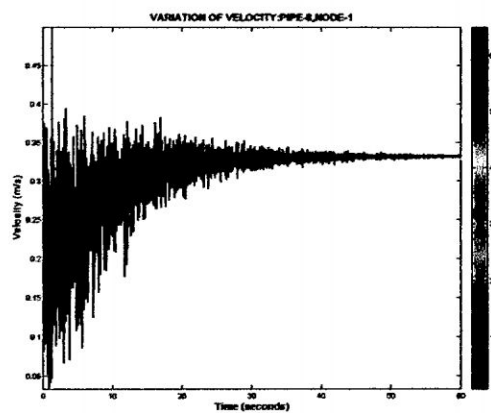


Figura 4.48: Variación de la velocidad en la tubería P-8:J-9-RAP Pokras Reformulado

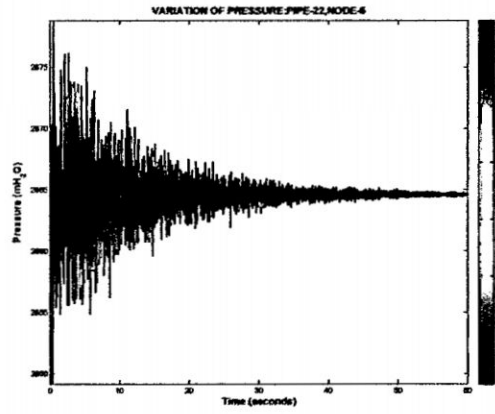


Figura 4.49: Variación de la Presión en la válvula-RAP Pokras Reformulado

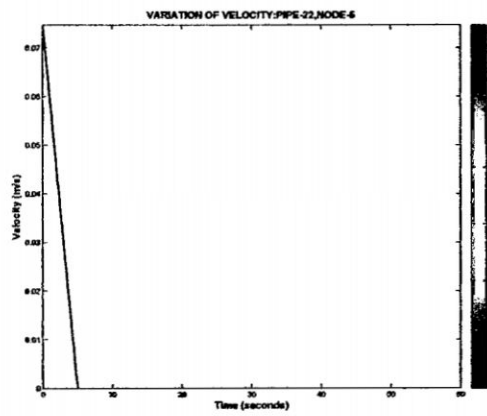


Figura 4.50: Variación de la velocidad en la válvula-RAP Pokras Reformulado

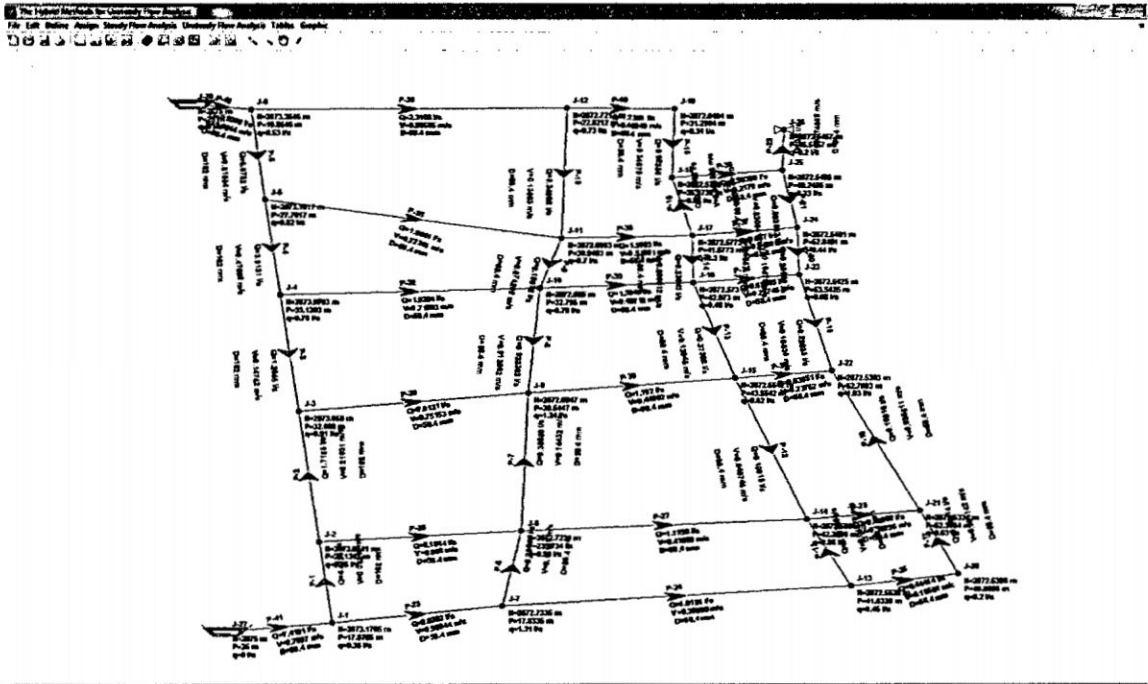


Figura 4.51: Esquema de RAP Pokras Reformulado final

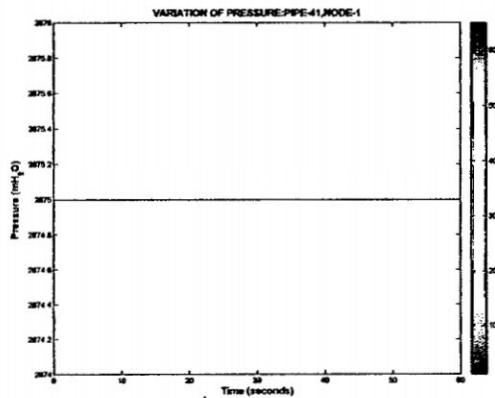


Figura 4.52: Variación de la Presión en el Reservorio-RAP Pokras Reformulado final

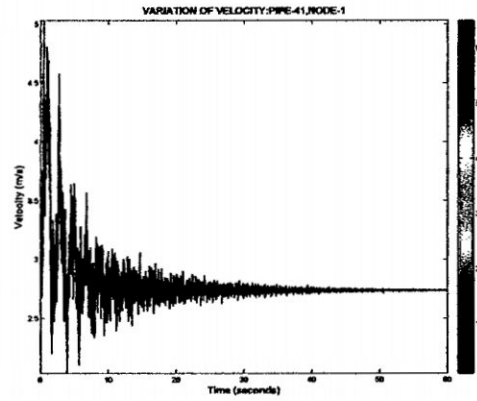


Figura 4.53: Variación de la Velocidad en el Reservorio-RAP Pokras Reformulado final

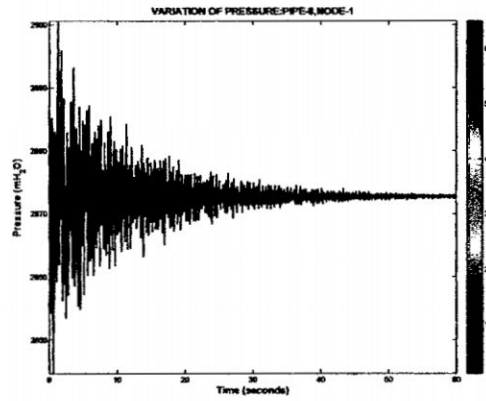


Figura 4.54: Variación de la Presión en la tubería P-8:J-9-RAP Pokras Reformulado final

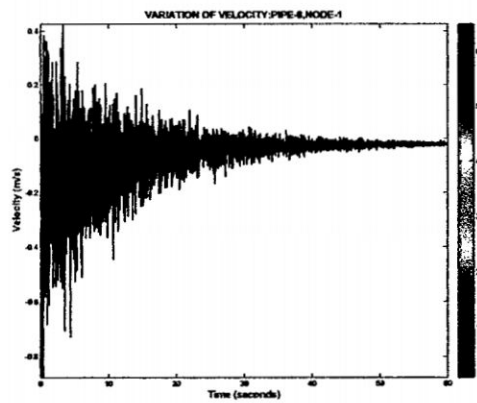


Figura 4.55: Variación de la velocidad en la tubería P-8:J-9-RAP Pokras Reformulado final

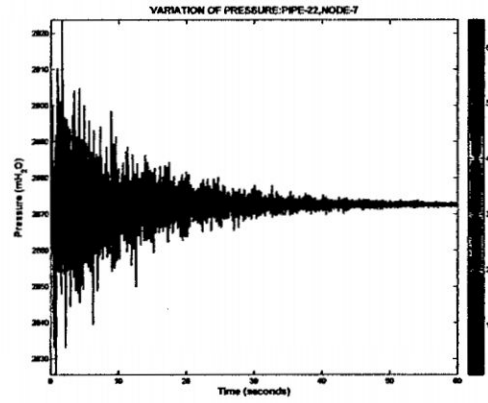


Figura 4.56: Variación de la Presión en la válvula-RAP Pokras Reformulado final

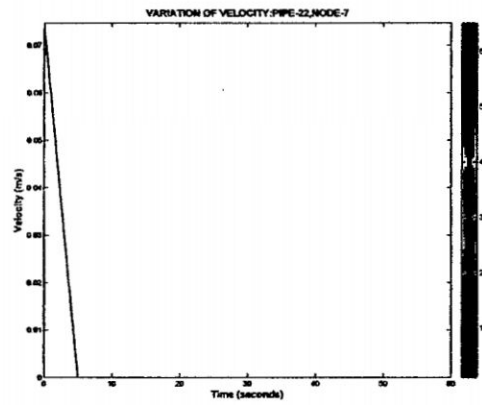


Figura 4.57: Variación de la velocidad en la válvula-RAP Pokras Reformulado final

Capítulo 5

DISCUSIÓN DE RESULTADOS DEL GOLPE DE ARIETE EN REDES DE AGUA POTABLE

5.1. Red 1: RAP de Tubería Simple

Se ve en el gráfico 4.7 que no hay mucha variación de la presión entre ambos métodos (MC y MH), por tanto el programa propuesto por MH es correcto ya que es similar al MC cuando $C_n = 1$. A su vez podemos ver en los gráficos del MATHCAD 14 que las velocidades del MC y MH son idénticas. Por tanto nuestra programación se ha validado para su uso.

En la figura 4.7, compara las curvas de presión vs tiempo según el número de tramos. En la tabla 5.1 se muestra un resumen de las presiones máximas obtenidas en cada caso.

Cuadro 5.1: Resultados de diferentes métodos según el número de tramos

Método	Nº subdivisiones (N)	Presión Máxima (m)	Presión Mínima (m)
MC	5	107.557	93.129
MH	5	107.694	93.015
MC	10	106.364	93.066
MH	10	106.465	93.006
MC	15	106.379	94.595
MH	15	106.465	94.518
MC	20	106.39	94.583
MH	20	106.466	94.57
HAMMER	–	107.73	93.6

La figura 4.8 compara los pasos de tiempos asociados a cada número de tramos y las presiones máximas registradas en la válvula. A partir de la figura 4.8 se puede concluir que el parámetro de número de subdivisiones no influye mayormente en la solución, ya que el error asociado respecto de la solución exacta no es significativa. Otro aspecto destacable en la tabla 5.1 es que, a medida que aumenta la cantidad de subdivisiones, disminuye el paso de tiempo. Con esto se concluye que, pese a que el número de tramos no afecta la calidad del resultado, si influye sobre el paso de tiempo, haciendo que la simulación sea más lenta.

La figura 4.9 muestra claramente que la calidad de la solución depende del número de Courant, ya que a medida que se aleja del valor 1 (exacto) las presiones registran atenuaciones de tipo numérico (no físico), deteriorando los resultados. Cuando el número de Courant es levemente mayor que 1. Se demuestra que el MC registra oscilaciones numéricas y se torna "inestable" desde el punto de vista numérico (no físico), mientras que el MH se mantiene dentro del rango aceptable de la solución exacta.

La figura 4.10 muestra la variación de la presión para diferentes tipos de factor de fricción, siendo el más destacable el transiente ya que es el más exacto, mientras que el variable es propenso a sufrir variaciones más grandes debido a inclinarse a uno de los flujos (laminar o turbulento).

5.1. Red 1: RAP de Tubería Simple

La figura 4.11 muestra la variación de la velocidad para diferentes tipos de factor de fricción, donde la variación entre los métodos es mínima.

A fin de evitar problemas en la estabilidad de HM, es recomendable que θ_1 y θ_2 deben ser igual o más cercana a 0.5. Siendo la solución incondicionalmente estable, cuando $\theta_1 \geq \theta_2 \geq \frac{1}{2}$

Cuadro 5.2: Resultados para diferentes valores de los coeficientes de ponderación

θ_1	θ_2	Presión Máxima (m)
0	0	Inestable
0.5	0.5	107.71
0.51	0.51	107.58
0.52	0.52	107.54
0.6	0.6	107.45
0.7	0.7	107.39
0.8	0.8	107.34
1	1	107.28

De las figuras 4.12 al 4.16 nos cerciorándonos que los resultados que nos da el HAMMER V8 XM son concordantes con el programa HyMet v2010 por tanto podemos concluir que nuestro programa es correcto.

En cada ejemplo nos damos cuenta que la altura piezométrica del reservorio se mantiene constante y eso es debido a que supusimos que no hay pérdidas por fricción y pérdidas locales en él.

Podemos dar cuenta que la velocidad en la mayoría de los casos e independientemente del método numérico son similares, por ende se tendrá más cuidado en la presión.

5.2. Red 2: RAP de Tuberías Complejas

En la figura 4.18 vemos claramente que la altura piezométrica del reservorio se mantiene constante para el método de MC y MH con sus variantes.

En la figura 4.19, la velocidad es casi similar entre los métodos y se va atenuando en el tiempo, salvo para MH2: f variable que nos se yuxtapone con las demás gráficas, por lo general se ve que la velocidad esta dentro del rango aceptable y esto es debido a que la perturbación es suave.

En la figuras 4.20, 4.22 y 4.24, la presión a lo largo del tiempo para el factor de fricción variable se distingue de los otros métodos que si se parecen, esto debido a que es propenso a desviarse cuando el flujo tiende claramente a flujo turbulento, ya que el método fue hecho para un flujo transitorio(laminar y turbulento).

En la figuras 4.21, 4.23 y 4.25, la presión a lo largo del tiempo vemos que los métodos se parecen, pero se recomienda para otras aplicaciones de la ingeniería el uso del factor de fricción transiente, por las características ya mencionadas.

En la figuras 4.26 a 4.29 dados por el HAMMER V8 XM, la presión a lo largo del tiempo son similares obtenidos por el programa HyMet v2010 tanto para MC y MH, con la ventaja que en el MH se puede escoger un incremento de tiempo mayor que el de MC, que garantiza la condición de Courant mediante el uso del Método del Intervalo Preespecífico. Por tanto el HyMet v2010 MH es ligeramente eficiente que el de MC.

En la figura 4.30, se demuestra el mito que a mas ramificación y bifurcación la velocidad se atenúa, esto es debido a que el fenómeno es complejo y en vez de atenuarse se sobrepone y hace que crezca la velocidad de onda y en otro casos una parte de ella se refleja, por tanto se recomienda hacer el seguimiento del modelo mediante software para garantizar el buen funcionamiento de nuestro sistema de red de agua potable.

Todos los métodos numéricos subdividen (discretizan) el espacio posición/tiempo en intervalos finitos y calculan las variables de estado en dichos puntos. En general, cada método

posee distintas propiedades numéricas que afectan su exactitud, estabilidad (convergencia) y tiempo de ejecución, lo cual acota también su campo de acción y define sus ventajas y desventajas relativas (ver Tabla 5.3).

Cuadro 5.3: Comparación entre los métodos numéricos

Método	Explícito/Implícito	Restricciones	Interpola	Rapidez de cálculo
MC	E	Sí	Sí	Alta
MDFE	E	Sí	Sí	Alta
MDFI	I	No	No	Baja
MH	E-I	No	No	Media

Observaciones:

Explícito: Las variables de estado son resueltas usando valores conocidos generados en el paso de tiempo anterior. Los métodos explícitos tienden a ser más sencillos pero inestables.

Implícito: Las variables de estado son resueltas en el paso de tiempo mediante la generación y solución de sistemas de ecuaciones (lineales o no-lineales). Los métodos implícitos tienden a ser más complejos pero estables.

Restricciones: Generalmente se asocian a la capacidad de trabajar con redes de tuberías con cualquier configuración (forma) y a la necesidad de cumplir con la condición impuesta por el número de Courant.

Interpola: Se refiere a la necesidad de calcular las variables de estado (en un paso de tiempo dado) utilizando valores ya conocidos en dicho lapso. La interpolación es requerida cuando el número de Courant es menor que 1.

Rapidez de cálculo: Se refiere a la velocidad con que el método numérico converge u obtiene la solución al problema. En general, la velocidad dependerá del tipo de método (explícito o implícito), características del esquema numérico y velocidad de procesamiento de datos del PC.

5.3. RAP POKRAS

Primero haremos la simulación para las condiciones iniciales (flujo permanente), de acuerdo a ello propondremos mejorar la RAP Pokras. Se ve en el gráfico 4.37 que en la tubería P-43 hay un exceso en la velocidad, a su vez la presencia de tapones no permite la buena circulación del agua permitiendo el almacenamiento de ella y por ende no es apto para el consumo humano, de esto no se debe incluir tapones en RAP. Tratando siempre de conectar en bucles ya que permite la mejor operación en caso de mantenimiento sin corte del servicio. En cuanto a las presiones se mantienen dentro del rango aceptable, siendo la parte derecha las de mayores valores y esto debido a que, de este lugar se va a suministrar agua a otra zona ubicada en la parte baja de Pokras.

En el gráfico 4.37, se propone una RAP, cambiando las configuraciones al sistema, es decir en vez de usar tapones, se ha de usar elementos de unión (codos, tees, cruces, etc.) para los lugares donde existan tapones. En el diagrama de presiones y velocidades se ve que, hay una mejora al sólo cambiar la configuración del sistema, esto sin un costo adicional. Es decir de manera sencilla se ha hecho una mejora en la RAP. Los resultados de ambos sistemas se han adjuntado a continuación.

De estos resultados recién se han de discernir sobre el GA en RAP, siendo RAP Pokras Original, RAP Pokras Reformulado, RAP Pokras Reformulado final, siendo estos dos últimos nuestro análisis con el HyMet v2010 ya que el programa no permite la simulación de tapones por lo ya mencionado.

En el gráfico 4.38 se puede observar que no siempre la presión máxima se encuentra en el lugar donde se ha originado la perturbación, siendo indispensable la modelación de RAP para poder saber donde ocurren las presiones máximas, pero el diseño se encuentra dentro del rango aceptado de presiones de acuerdo a la clase de la tubería. Pero la red se puede mejorar, quitando los nudos con tapones y conectarlo a la red mediante cruces o tees dependiendo de la topología que se quiere.

En el gráfico 4.39 se puede observar que existe presión negativa en la red, se debe tener mucho cuidado ya que esta presión es dañina para la tubería por la corrosión y en un futuro no muy lejano el colapso de dicha tuberías, lo que se recomienda en este caso es poner artefactos mitigadores que no son otra cosa que en la mayoría inyectan aire a la red para evitar que se formen burbujas y la posible implosión de ellas, en esta caso recomendaría una válvula de aire en la parte alta de la red para evitar el fenómeno de separación de columna de agua, por ser lo más económica o siendo lo más provechoso la construcción de un reservorio en la parte alta de Pokras.

En el gráfico 4.40 se puede observar un mejor comportamiento de la red, siendo necesario distinguir el comportamiento de las tuberías que poseen tapón, ya que en Flujo Permanente no difiere en los resultados pero si cuando se hace un análisis de Flujo no Permanente y en caso más específico en el GA.

En el gráfico 4.41 se ve que las presiones negativas de las figura 4.39 se va mejorando, pero de todas maneras existe el riesgo de cavitación, por ende se sugiere implementar un reservorio o una válvula de aire en la parte alta de Pokras.

En los gráficos 4.42 y 4.43 se creó un escenario con un reservorio en la parte alta de Pokras, mostrando nos un mejora con respecto a las presiones registradas anteriormente, por tanto se recomienda la construcción de un reservorio para un mejor funcionamiento de la red para flujo permanente y en caso de GA permite la atenuación de las ondas de presión y evita la cavitación en la red.

En el gráfico 4.44 se muestra el esquema de RAP Pokras Reformulado, realizado por el programa HyMet v2010, el cual al analizar los resultados obtenidos por el HAMMER XM V8 difieren mínimamente y esto debido a la implementación del programa, al hacer la comparación del intervalo del tiempo calculado por el HyMet v2010 (Intervalo Preespecíficos) son iguales al del HAMMER XM V8, lo que hace que el MC tenga el número de Courant lo más cerca a 1 (solución exacta).

Del gráfico 4.45 al 4.50 muestra la variación de la Presión y la Velocidad en el Reservorio, en la tubería 8 y en la válvula para RAP Pokras Reformulado.

En el gráfico 4.51 se muestra el esquema de RAP Pokras Reformulado final, donde aparece un reservorio adicional, realizado por el programa HyMet v2010.

Del gráfico 4.52 al 4.57 muestra la variación de la Presión y la Velocidad en el Reservorio, en la tubería 8 y en la válvula para RAP Pokras Reformulado final.

Del RAP Pokras Reformulado y RAP Pokras Reformulado final, nos damos cuenta que las variaciones de presiones y velocidad máximas son mínimas, la diferencia es en las variaciones de presiones y velocidad mínimas, por lo que se concluye RAP Pokras Reformulado final sería la mejor alternativa de red.

Se recomienda el uso del HAMMER XM V8, por las características ya mencionadas, sino también porque el programa HyMet v2010 se tarda tres veces más que el HAMMER XM V8.

En la implementación del HyMet v2010 se recomienda un método numérico que resuelva matrices grandes y que a su vez solucione el problema de la matriz singular siendo uno de los métodos el Algoritmo de Thomas, que queda fuera de discusión de la tesis.

*Se muestra la hoja de resultado de presiones extremas en todas las redes dado por el HAMMER XM V8.

Capítulo 6

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1. Conclusiones

Las formulaciones numéricas del Método de las Características y el Método Híbrido comparte la misma base matemática, en cuanto a la integración numérica y sistematización de las ecuaciones en formas matriciales, cabe señalar que ésta última es relativamente nueva, que en nuestro trabajo ha destacado.

El MC debe someterse a una restricción impuesta por la condición de Courant, lo cual puede limitar fuertemente su confiabilidad y uso general mientras el MH genera grandes sistemas de ecuaciones lineales o no-lineales, dependiendo de cómo se linealice el término friccional; el cual tiene la ventaja de ser incondicionalmente estable. Por otro lado, la introducción de muchas condiciones límite en el proyecto de MH es tan simple como en el MC.

En el método MC para garantizamos la solución exacta aplicamos el método de Intervalos Preespecificos, cuyos valores de intervalo de tiempo son muy pequeños casi es un continuo por eso el tiempo de cálculo es grande. Al comparar el programa HyMet v2010 con el

HAMMER XM V8 nos damos cuenta que el intervalo de tiempo es idéntico lo que hace suponer que trabaja con la misma metodología o una al menos parecida. Para la misma exactitud del modelado para MC y MH, el método de MH normalmente requerirá menos cálculos y proporcionará tiempo de ejecución más rápida.

Se justifica detalladamente los resultados del programa HAMMER XM V8 con las plantillas MC Y MH en MATHCAD 14 para el análisis de GA para uan red simple cuyos resultados obtenidos coinciden con un margen de error tolerable (0.1 m) que es debido al desarrollo del software y no así de las ecuaciones que rigen.

En la RAP Pokras debido a que se cuenta con información incompleta sobre el sistema de tuberías, sus componentes y el grado de esqueletización, se tiene cierto grado de incertidumbre con respecto a la distribución de flujo inicial.

En la RAP Pokras se debe simular una variedad de cargas en la búsqueda de los escenarios del peor caso, yuxtaponiendo la probabilidad de eventos conjuntos de diseño y operación en un sistema de distribución, que significativamente pueden aumentar o atenuar la onda de GA. Por otra parte, no se consideró la Separación de Columna de Agua que puede dañar el sistema de tuberías cuando colapsan las cavidades de vapor, siendo el análisis teórico transitorio más complejo, y los resultados calculados tienen más incertidumbre. Por lo tanto, el modelado de todos los transitorios implica una cierta aproximación y simplificación del problema real.

- La determinación precisa de la celeridad del sistema de tuberías es imposible. Esto es especialmente cierto en el caso de tuberías enterradas, que se ven influidas por las condiciones del lecho y la compactación del suelo circundante.
- El modelado exacto de elementos de sistema dinámicos (como válvulas, bombas, y dispositivos de protección) son difíciles porque ellos son sujetos a la deterioración con la edad y ajustes hechos durante actividades de mantenimiento.

- La Predicción de la presencia de gases libres en el líquido de sistema es a veces imposible. Estos gases pueden afectar significativamente la celeridad y la propagación de ondas. Además, la presencia de la columna de vapor de separación y la formación de cavitación es difícil de simular con exactitud.

En la RAP Pokras al cambiar las configuraciones topológicas (evitando tapones) para el correcto mantenimiento y operación de la red, permite mejorar el control de presiones transitorias así como el aumento de la velocidad siendo esta más reglamentaria (evitar sedimentos y formación de biopelículas), también se puede seleccionar diámetros más grandes para tramos cortos que entregan caudales relativamente bajos por el tema económico de construcción y gastos de funcionamiento.

En la RAP Pokras, las regiones que son particularmente susceptibles a los transitorios son zonas de alta elevación o regiones muy alejadas del reservorio, el cual genera presiones negativas el cual debe ser evitada a toda costa, tanto para evitar la intrusión de aire como de contaminantes desde el exterior.

En la RAP Pokras, afortunadamente los efectos de fricción son generalmente leves y las condiciones de vaporización pueden evitarse mediante la instalación de dispositivos de protección apropiados como la válvulas de aire.

En la cualquier RAP se recomienda el uso del factor de fricción transiente u otro modelo que incluya la variación del número de Reynold (para diferentes flujos) debido al mejor manejo del signo en el termino convectivo que ha sido demostrado ampliamente por diversos autores.

El uso de válvulas de aire para evitar condiciones de vacío requiere un cuidadoso análisis de las posibles condiciones transitorias para garantizar que la válvula de aire está adecuadamente diseñada en funcionamiento y en tamaño. Varios casos citados en la literatura describen el colapso de los sistemas de tuberías debido a la falta de una válvula de entrada de aire que es muy pequeño, mal diseñados, o por mantenerse. El potencial de fallos operativos en válvulas de aire no debe pasarse por alto.

En la RAP Pokras por presentar longitudes pequeñas los efectos del GA son casi insignificantes, teniendo más preponderancia las presiones negativas, según sea la topografía del terreno.

Se necesita conocer el comportamiento de los diferentes artefactos instalados en la red frente al paso de las ondas de presión, todo lo cual permite modelar el fenómeno de las ondas de presión para la red completa. Siendo el programa HyMet v2010 restringido (reservorio, válvula) en comparación del HAMMER XM V8. Los resultados obtenidos mediante por programa HyMet v2010 son aproximados, siendo el calculista el encargado de decidir sobre la respuesta adecuada, y para esto, se debe tener el conocimiento suficiente sobre la metodología aplicada.

Por esta razón, el modelo numérico transitorio, aunque limitado, es un instrumento adecuado y herramienta esencial en el análisis, el diseño y funcionamiento del sistema hidráulico. Los riesgos operacionales pueden ser evaluados, las operaciones de control de flujo especificado, las presiones transitorias pueden ser controladas a límites aceptables para cada sistema en particular.

6.2. Recomendaciones

El control rutinario de flujo en un sistema normalmente se efectúa mediante el ajuste de la posición de uno o más válvulas, el control de flujo de cada ajuste de la válvula de presión también establece las ondas de pulso que atraviesan el sistema. Al hacer ajustes de la válvula muy lentamente, se puede mantener la presión de los cambios transitorios bajo control. Cambios lentos, pueden obstaculizar el proceso bajo control, por lo que es conveniente saber cómo hacer ajustes rápidos de la válvula y mantener los transitorios dentro de los límites tolerables. La comprensión del efecto de la operación de la válvula es fundamental para el diseño de tuberías de seguridad y operación.

Si los dispositivos de protección contra ondas están operando de forma inadecuada, ellos pueden hacer más daño que bien. Si se supone que los artefactos mitigadores del golpe de ariete instalados en la red están correctamente diseñados, entonces las principales causas de falla pueden atribuirse al factor humano debido a:

- Una inadecuada operación del artefacto mitigador por desconocimiento o falta de capacitación del personal operativo.
- Falta de una política de mantención.

Las válvulas aliviadoras de presión trabajan en función de una presión de consigna que debe ser regulada y calibrada periódicamente. Dicha consigna permite a esta válvula purgar agua y reducir la presión local en aquellos puntos donde esta excede un valor predeterminado. Cualquier descuido en este sentido puede significar dejar inoperativa la válvula, con el consiguiente riesgo de daño en la red.

El análisis y diseño de artefactos mitigadores del GA requiere un estudio detallado de sus ventajas y desventajas para efectos de solucionar el problema de la manera más eficiente posible, tanto técnica como económicamente. La mejor manera de conseguir lo anterior es mediante el uso de software especializado que permita analizar diferentes escenarios de operación y falla de la red, con el objetivo de determinar aquellas presiones extremas que pudieran poner en riesgo la integridad del sistema.

Por último, es importante marcar que el proyecto de MH se ha verificado a través de pruebas experimentales realizadas en una verdadera red de tubería instalada en el Departamento de Hidráulica de la Universidad de La Serena (Zenteno, 1992), por lo tanto su uso debe ser generalizado.

6.3. Desarrollo Futuro

En las versiones siguientes se tratará de implementar mejor el programa, es decir no usar los comandos de los programas comerciales, sino más bien desarrollar librerías con arreglos unidimensionales que permitan optimizar el programa (comando SPARSE del MATLAB R2009b para matrices grandes (inversa) o la solución de sistemas de ecuaciones tri-diagonal resolverse por algún método numérico (Algoritmo de Thomas)). También crear un módulo aparte para el análisis de columna de agua, también se puede crear otro módulo para el análisis del GA en otras ramas de la ingeniería (análisis para la tubería en una central hidroeléctrica, redes de alcantarillado, riego presurizado, etc).

Bibliografía

- [1] *Reglamento Nacional de Construcciones*. CAPECO, décima séptima edition, 2002.
- [2] *Catálogo y Manual Técnico de Sistema Presión-NTP-ISO 4422*. Nicoll Perú, primera edition, 2006.
- [3] *Reglamento Nacional de Edificaciones*. Instituto de la Construcción y Gerencia, 2006.
- [4] J. J. J. Chen; A. D. Ackland. *Correlación de Flujo Lamínar, de Transición y Factor de Fricción Turbulento*, volume Vol. 107, N° 2, 110. Grupo de Ingeniería del Agua, Proc. Instn Civ. Engrs, Part 2, 89 Nota Técnica 544, 1991.
- [5] Mohamed S. Ghidaoui; Ming Zhao; Duncan A. McInnis; David H. Axworthy. *A Review of Water Hammer Theory and Practice*. Applied Mechanics Reviews, Vol. 58, Enero 2005.
- [6] Máximo Villón Bejar. *Hidrología Estadística*. Editorial Villón, segunda edition, Enero 2002.
- [7] Haestad Methods Books. *Advanced Water Distribution Modeling and Management*. Haestad Methods - Books, 2007.
- [8] Steven C. Chapra; Raymond P. Canale. *Métodos numéricos para ingenieros*. McGraw-Hill México, 1999.
- [9] M. H. Chaudhry. *Numerical Solution of Transient-Flow Equations*. Proc. Speciality Conf. Hydraulics Division, ASCE, Jackson, MS, August 1982.

- [10] M. Hanif Chaudhry. *Applied Hydraulic Transients*. Van Nostrand Reinhold Co., NY, USA, 1987.
- [11] Eduard A. García Galeano. *Estudio teórico y experimental de modelos para cálculo y control de presiones sub atmosféricas durante flujo transitorio*. Universidad de Puerto Rico, 2004.
- [12] Diego Orlando Barragán Guerrero. *Manual de Interfaz Gráfica de Usuario en Matlab*. www.matpic.com, 2008.
- [13] Diego Orlando Barragán Guerrero. *Videos sobre de utilización de GUIs en MATLAB*. www.youtube.com/diegokillemall, 2008.
- [14] Diego Orlando Barragán Guerrero. *Web sobre MATLAB*. www.matpic.com, 2008.
- [15] Patrick Marchand; O. Thomas Holland. *Graphics and GUIs with Matlab*. Cambridge University Press, tercera edición, 2003.
- [16] J. R. Kroon; M. A. Stoner; W. A. Hunt. *Waterhammer: Causes and Effects*. Journal AWWA, 1984.
- [17] V. S. Fuertes; J. Izquierdo; P. L. Iglesias. *Modelo ARhIETE. Análisis de Transitorios Hidráulicos en Sistemas Complejos mediante Modelo Elástico*. Universidad Politécnica de Valencia, 2000.
- [18] Joel Ore Iwanaga. *Apuntes de clase abastecimiento de agua potable*. Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, 2004.
- [19] Joel Ore Iwanaga. *Apuntes de clase aprovechamiento hidroléctrico*. Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, Noviembre, 2006.
- [20] J. M. Abreu; E. Cabrera; P. L. Iglesias; J. Izquierdo. *El Golpe de Ariete en Tuberías de Impulsión. Comentarios a las expresiones de Mendiluce*. Universidad de Politécnica de Valencia, España, 1995.

- [21] José M. Abreu; Rafael Guarga; Joaquín Izquierdo. *Transitorios y Oscilaciones en Sistemas Hidráulicos a Presión*. Editores, 1998.
- [22] Z. Ji. *General hydrodynamic model for sewer/channel network systems*. Journal of Hydraulic Engineering. Vol. 124(3), March 1998.
- [23] Jaan Kiusalaas. *Numerical Methods in Engineering with Matlab*. Cambridge University Press, 2005.
- [24] Erwin Kreyszig. *Advanced Engineering Mathematics*. John Wiley & Sons, Inc. USA, 2006.
- [25] Kala K. Fleming; Rich W. Gullick; Joseph P. Dugandzic; Mark W. LeChevallier. *Susceptibility of Potable Water Distribution Systems to Negative Pressure Transients*. American Water, NJ, USA, 2005.
- [26] Paul F. Boulos; Bryan W Karney; Don J. Woo; Srinivasa Lingireddy. *Hydraulic Transient Guidelines for Protecting Water Distribution Systems*. Journal of AWWA, 2005.
- [27] Metacontrol Ingenieros Ltda. *Mathsoft Capturing Imagination*, 1998.
- [28] Heron Morales Marchena. *Matlab, Métodos numéricos y visualización gráfica*. Editorial Megabyte Perú, 1999.
- [29] Irex M. Falcón Martínez. *Análisis y Diseño de Agua Potable por el Método de Elementos Finitos en Flujo Permanente*. 2004.
- [30] MathSoft. *Mathcad Reference Manual*. MathSoft, 2001.
- [31] Bryan W. Karney; Duncan McInnis. *Efficient Calculation of Transient Flow in Simple Pipe Networks*. Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 118, No.7, July, 1992., 1 de diciembre de 1992.

- [32] Don J. Wood; Srinivasa Llingireddy; Paul F. Boulos; Bryan W. Karney; David L. Mcpherson. *Numerical Methods for Modeling Transient Flow in Distribution Systems*. Journal of AWWA, 2005.
- [33] Jesús J. Cortés Rosas; Miguel E. González Cárdenas; Víctor D. Pinilla Morán. *Interpolación: Interpolación con incrementos variables*. Facultad de Ingeniería, UNAM, 2006.
- [34] John Parmakian. *Waterhammer Analysis*. Dover Publications, Inc., New York,, 1963.
- [35] A. Guitelman; L. E. Pérez. *Estudio de Transitorios: Golpe De Ariete*. Universidad de Buenos Aires, Facultad de Ingeniería, Departamento de Hidráulica, 2005.
- [36] Cristian Castro Pérez. Apuntes de clase programación digital. *Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga*, 2002.
- [37] Cristian Castro Pérez. *Modelamiento Matricial para el Desarrollo de un Software asociado a la Optimización de Estructuras de Sección Variable*. 2008.
- [38] Cristian Castro Pérez. Apuntes de clase métodos numéricos aplicados. *Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga*, Noviembre, 2003.
- [39] V. S. Fuertes; J. Izquierdo; P. L. Iglesias; P. A. López; R. Pérez. *Matemáticas para la Industria del Agua*. Ingeniería del Agua vol. 11, 2004.
- [40] R. J. Aguerre; P. G. Provenzano. *Golpe de Ariete: Efecto de la Velocidad de Cierre de la Válvula*. Mecánica Computacional Vol. XXII, 2005.
- [41] Parametric Tecnology Corporation PTC. *Manual de Usuario, Mathcad 14.0.0*. Parametric Tecnology Corporation PTC, 2007.
- [42] Mebis Tudelano Quispe. *Modelación Matemática Aplicada a Transitorios Hidráulicos en Centrales Hidroeléctricas*. 2002.

- [43] M. R. Pallares; W. Rodríguez. *Modelo Numérico del Golpe de Ariete con Scilab*. Revista Ingeniería e Investigación Vol. 27 No.3, 2007.
- [44] Code Of Practice W303-Technical Rule. *Dynamic Pressure Variations in Water Supply Systems*. DVGW German Technical and Scientific Association for Gas and Water, Bonn, Germany, 2005.
- [45] M. E. Moreno; J. G. Saldarriaga. *Desarrollo e implementación de esquemas de solución de las ecuaciones de Saint Venant*. Universidad de los Andes, Colombia, 2006.
- [46] J. Twyman; C. Twyman; R. Salgado. *Optimización del Método de las Características para el análisis del Golpe de Ariete en Redes de Tuberías*. XIII Congreso de Ingeniería Hidráulica, Universidad de Santiago, USACH, Santiago, Chile, 1997.
- [47] R. O. Salgado. *Review of the Numerical Schemes for the Unsteady Flow Analysis in Pipe Networks*. XV Latin American Congress of Hydraulic, IAHR, Cartagena, Colombia, September 7-12, 1992.
- [48] Helena M. Johansson; Kling Sören. *Funcionamiento de Arrancadores Suave desde el principio*. Revista de ABB, número 3, 2004, páginas 22-26, 2007.
- [49] O. C. Zienkiewicz; R. L. Taylor. *El Método de los Elementos Finitos en Ingeniería, Formulación Básica y Problemas Lineales*, volume 2. Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería - CIMNE, cuarta edition, 1993.
- [50] J. Twyman; C. Twyman. *Golpe de Ariete en Redes de Tuberías*. www.ambientesanitario.cl, 2005.
- [51] John A. Twyman. *Decoupled Hybrid Methods for Unsteady Flow Analysis in Pipe Networks*. Editorial La Cálifa, 2004.
- [52] John A. Twyman; Cedric J. Twyman. *Golpe De Ariete en Redes de Tuberías*. 2008.

- [53] R. Salgado; J. Twyman; C. Twyman. *A Hybrid Method for Unsteady Flow in Pipe Networks and its Comparison with Characteristics and Finite Difference Methods*. International Congress on Numerical Methods in Engineering and Applied Sciences, Concepción, Chile, 1992.
- [54] Federico García Uribe. *Modelo numérico para flujo mixto: flujo presurizado/superficie libre*. Universidad de Puerto Rico, 2009.
- [55] Gilberto E. Urroz. *Hidráulica de Tuberías: Transitorios por el Método de las Características*. No menciona, Septiembre de 2004.
- [56] Leonardo S. Nanía Valentín. *Metodología numérica experimental para el análisis del riesgo asociado a la escorrentía pluvial en una red de calles*. Universidad Politécnica de Catalunya, Sección de Ingeniería Hidráulica e Hidrológica, March 1998.
- [57] M. Valenzuela. *Interpolación*. Interpolación, Métodos Numéricos SC-854, M. Valenzuela, 26 de febrero de 2008.
- [58] E. Cabrera; A. Vela. *Analytical and simulation models for reliability analysis in water distribution systems. Improving efficiency and reliability in water distribution systems*. Kluwer Academic Press, London, 1995.
- [59] Bruce E. Larock; Roland W. Jeppson; Gary Z. Watters. *Hydraulics of Pipeline Systems*. CRC Press LLC, 2000.
- [60] B. S. Jung; B. W. Karney; P. F. Boulos; D. J. Wood. *The Need for Comprehensive Transient Analysis of Distribution Systems*. Journal AWWA, 2007.
- [61] A. R. Simpson; E. B. Wylie. *Large Water-Hammer Pressures for Column Separation in Pipelines*, volume Vol. 107, N° 2, 110. Journal of Hydraulic Engineering, Oct. 1991.
- [62] Victor L. Streeter; E. Benjamin Wylie. *Hydraulic Transients*. McGraw-Hill Book Co., New York, 1967.

- [63] Pablo G. Provenzano y Roberto J. Aguerre. *Golpe de Ariete: Efecto de la Velocidad de Cierre de la Válvula*. Mecánica Computacional Vol. XXII, Argentina, 2003.
- [64] Zhiqiang Zhang. *Fluid Transients and Pipeline Optimization Using Genetic Algorithms*. University of Toronto, Graduate Department of Civil and Environmental Engineering, 1999.
- [65] Josef Záruba. *Water Hammer in Pipe-Line Systems*. Elsevier, 1993.

Apéndice A

MÉTODO DEL GRADIENTE PARA EL ANÁLISIS REDES DE DISTRIBUCIÓN DE AGUA A PRESIÓN

Todini y Pilati (1987) y más tarde Salgado (1988), resuelve simultáneamente las ecuaciones de continuidad en los nudos y las ecuaciones de comportamiento hidráulico de las tuberías, para un instante dado, puede clasificarse como un Método Híbrido de nudos y mallas. Para las condiciones de Flujo Permanente, este método debe cumplir la conservación de masa en cada uno de los nudos de la red y la ecuación de conservación de energía en cada uno de los circuitos.

Las ecuaciones de energía individuales para cada tubería se combinan con las ecuaciones de masa individuales en cada unión (nodo) con el fin de obtener una solución simultánea tanto de los caudales en las tuberías como de las alturas piezométricas en los nodos.

El método del Gradiente linealiza las ecuaciones de energía utilizando Series de Taylor, estas ecuaciones se resuelven básicamente con la inversa de la matriz de coeficientes ori-

ginales.

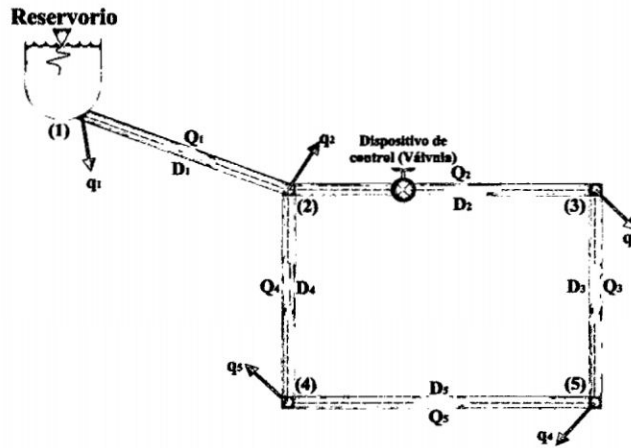


Figura A.1: Red de distribución típica

A.1. Conservación de Energía

En cada tubería la energía total disponible se gasta en pérdidas por fricción y en pérdidas menores.

$$H_t = h_f + \sum h_m \quad (\text{A.1.1})$$

Si se tiene en cuenta las pérdidas menores causadas por cualquier tipo de accesorio y la posible existencia de bombas en algunos de las tuberías de la red, la ecuación A.1.1 toma la siguiente forma general (Ley de Fricción) válida para todas las tuberías.

$$H_t = \alpha Q^n + \beta Q^2 + \gamma \quad (\text{A.1.2})$$

Donde:

n : Exponente que depende de la ecuación de fricción utilizada.

α, β, γ : Parámetros característicos de la tubería, las válvulas y las bombas.

Con:

$$\alpha_i = \frac{\delta C f_i^n L_i}{D_i^w} \quad (\text{A.1.3})$$

Para las principales ecuaciones de carga, por ejemplo, para la fórmula de Darcy-Weisbach:

$$\begin{aligned} h_f &= f \frac{L V^2}{D 2g} = f \frac{L Q^2}{D 2g A^2} = f \frac{L Q^2}{D 2g \left(\pi \left(\frac{D}{2} \right)^2 \right)^2} \\ &= f \frac{L Q^2}{D 2g \pi^2 \frac{D^4}{8}} \\ &= \frac{8}{g \pi^2} f \frac{Q^2}{D^5} L \end{aligned}$$

Con:

$$\delta = \frac{8}{g \pi^2} = 0.08265508294256471$$

$$n = 2$$

$$w = 5$$

En el cuadro A.1, se muestra los valores de las principales ecuaciones de carga.

Cuadro A.1: Principales ecuaciones de carga

Fórmula (Cf)	δ	n	w
Darcy-Weisbach	0.08265508	2	5
Chezy-Maning	10.2936	2	5.33
Hazen-William	10.6742	1.852	4.871

Para dispositivos de control hidráulico:

- Cuando hay válvulas en el tramo:

$$\beta_i = \frac{8 \sum K m_i}{g \pi^2 D_i^4} \quad (\text{A.1.4})$$

- Cuando hay bombas en el tramo:

$$\gamma_i = aQ_i^2 + bQ_i + c \quad (\text{A.1.5})$$

Donde:

a, b, c : Parámetros característicos de las bombas.

Si no existen ninguno de estos dispositivos, los coeficientes β_i y γ_i se consideran cero. En este caso particular para la tesis $\gamma_i = 0$.

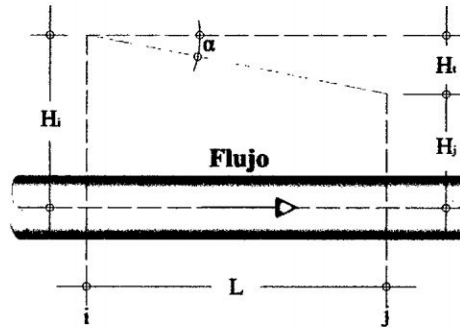


Figura A.2: Pérdida de energía disponible

De la figura A.2 tenemos:

$$H_i = H_j + H_t$$

$$H_j - H_i = -H_t \quad (\text{A.1.6})$$

$$H_j - H_i = -(\alpha Q^n + \beta Q^2)$$

Aplicando Conservación de la Energía (ecuación A.1.6) en la red.

$$\begin{aligned}
 H_2 - H_1^0 &= -(\alpha_1 Q_1^n + \beta_1 Q_1^2) \\
 H_3 - H_2 &= -(\alpha_2 Q_2^n + \beta_2 Q_2^2) \\
 H_5 - H_3 &= -(\alpha_3 Q_3^n + \beta_3 Q_3^2) \\
 H_4 - H_2 &= -(\alpha_4 Q_4^n + \beta_4 Q_4^2) \\
 H_5 - H_4 &= -(\alpha_5 Q_5^n + \beta_5 Q_5^2)
 \end{aligned}$$

Expresando matricialmente:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}}_{[A_{12}]} \underbrace{\begin{bmatrix} H_2 \\ H_3 \\ H_4 \\ H_5 \end{bmatrix}}_{[H]} + \underbrace{\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{[A_{10}]} \underbrace{\begin{bmatrix} H_1^0 \\ [H^0] \end{bmatrix}}_{[H^0]} = - \underbrace{\begin{bmatrix} \alpha_1 Q_1^{n-1} + \beta_1 Q_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_2 Q_2^{n-1} + \beta_2 Q_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_3 Q_3^{n-1} + \beta_3 Q_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_4 Q_4^{n-1} + \beta_4 Q_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_5 Q_5^{n-1} + \beta_5 Q_5 \end{bmatrix}}_{[A_{11}]} \underbrace{\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \end{bmatrix}}_{[Q]}$$

Escribiendo en forma compacta.

$$\begin{aligned}
 [A_{12}][H] + [A_{10}][H^0] &= -[A_{11}][Q] \\
 [A_{11}][Q] + [A_{12}][H] &= -[A_{10}][H^0]
 \end{aligned} \tag{A.1.7}$$

A.2. Conservación de Masa (Continuidad)

Por la Ecuación de Continuidad (caudal que entra al nodo (+) y caudal que sale del nodo (-)), tenemos:

$$Q_1 - Q_2 - Q_4 - q_2 = 0$$

$$Q_2 - Q_3 - q_3 = 0$$

$$Q_4 - Q_5 - q_4 = 0$$

$$Q_3 + Q_5 - q_5 = 0$$

Reordenándolos:

$$Q_1 - Q_2 - Q_4 = q_2$$

$$Q_2 - Q_3 = q_3$$

$$Q_4 - Q_5 = q_4$$

$$Q_3 + Q_5 = q_5$$

Expresando matricialmente:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{[A_{21}]} \underbrace{\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \end{bmatrix}}_{[Q]} = \underbrace{\begin{bmatrix} q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \end{bmatrix}}_{[q]}$$

Escribiendo en forma compacta.

$$[A_{21}][Q] = [q] \tag{A.2.1}$$

Expresando matricialmente las ecuaciones A.1.7 y A.2.1:

$$\begin{bmatrix} [A_{11}] & [A_{12}] \\ [A_{21}] & [0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [Q] \\ [H] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[A_{10}][H^0] \\ [q] \end{bmatrix} \quad (\text{A.2.2})$$

Resolviendo la ecuación A.2.2 por Series de Taylor entorno a $[Q]$ y $[H]$.

$$[J][h] + [f] = [0] \quad (\text{A.2.3})$$

Donde:

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A_{11}][Q] + [A_{12}][H] + [A_{10}][H^0] \\ [A_{21}][Q] - [q] \end{bmatrix} \quad (\text{A.2.4})$$

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial Q} & \frac{\partial f_1}{\partial H} \\ \frac{\partial f_2}{\partial Q} & \frac{\partial f_2}{\partial H} \end{bmatrix} \quad (\text{A.2.5})$$

$$[h] = \begin{bmatrix} dQ \\ dH \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q^{k+1} - Q^k \\ H^{k+1} - H^k \end{bmatrix} \quad (\text{A.2.6})$$

Hallando las derivadas parciales para la matriz Jacobiana.

$$[A_{11}^*] = \frac{\partial f_1}{\partial Q} = \begin{bmatrix} n\alpha_1 Q_1^{n-1} + 2\beta_1 Q_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n\alpha_2 Q_2^{n-1} + 2\beta_2 Q_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & n\alpha_3 Q_3^{n-1} + 2\beta_3 Q_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n\alpha_4 Q_4^{n-1} + 2\beta_4 Q_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & n\alpha_5 Q_5^{n-1} + 2\beta_5 Q_5 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial Q} = [A_{11}^*]$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial H} = [A_{12}]$$

A.2. Conservación de Masa (Continuidad)

$$\frac{\partial f_2}{\partial Q} = [A_{21}]$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial H} = [0]$$

Reemplazando en la ecuación A.2.3.

$$\begin{bmatrix} [A_{11}^*] & [A_{12}] \\ [A_{21}] & [0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [dQ] \\ [dH] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [A_{11}][Q] + [A_{12}][H] + [A_{10}][H^0] \\ [A_{21}][Q] - [q] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] \\ [0] \end{bmatrix} \quad (\text{A.2.7})$$

Resolviendo:

De la segunda fila de la ecuación A.2.7.

$$[A_{21}][dQ] + [A_{21}][Q] - [q] = [0]$$

$$[A_{21}][dQ] = -\{[A_{21}][Q] - [q]\}$$

Aplicando la propiedad de Identidad de una matriz: $[I] = [A]^{-1}[A]$ y $[I][B] = [B][I] = [B]$.

$$\underbrace{[A_{21}]^{-1}[A_{21}]}_I [dQ] = -[A_{21}]^{-1}([A_{21}][Q] - [q]) \quad (\text{A.2.8})$$

$$[dQ] = -[A_{21}]^{-1} \{[A_{21}][Q] - [q]\}$$

De la primera fila de la ecuación A.2.7.

$$[A_{11}^*][dQ] + [A_{12}][dH] + \{[A_{11}][Q] + [A_{12}][H] + [A_{10}][H^0]\} = [0]$$

Reemplazando el valor de $[dQ]$, de la ecuación A.2.8.

$$-[A_{11}^*][A_{21}]^{-1} \{[A_{21}][Q] - [q]\} + [A_{12}][dH] = -\{[A_{11}][Q] + [A_{12}][H] + [A_{10}][H^0]\}$$

$$[A_{12}][dH] = [A_{11}^*][A_{21}]^{-1} \{[A_{21}][Q] - [q]\} - \{[A_{11}][Q] + [A_{12}][H] + [A_{10}][H^0]\}$$

Multiplicando por el término $[A_{12}]^{-1}$.

$$\underbrace{[A_{12}]^{-1}[A_{12}]}_I [dH] = [A_{12}]^{-1} \cdot \{[A_{11}^*][A_{21}]^{-1} \{[A_{21}][Q] - [q]\} - \{[A_{11}][Q] + [A_{12}][H] + [A_{10}][H^0]\}\}$$

$$[dH] = -[A_{12}]^{-1} \{ \{[A_{11}][Q] + [A_{12}][H] + [A_{10}][H^0]\} - [A_{11}^*][A_{21}]^{-1} \{[A_{21}][Q] - [q]\} \}$$

Distribuyendo el término $-[A_{12}]^{-1}$.

$$[dH] = -[A_{12}]^{-1} \{ [A_{11}][Q] + [A_{12}][H] + [A_{10}][H^0] \} + [A_{12}]^{-1} [A_{11}^*][A_{21}]^{-1} \{ [A_{21}][Q] - [q] \}$$

Asociando términos para aislar el valor de $[A_{12}][H]$.

$$[dH] = -[A_{12}]^{-1} \{ [A_{11}][Q] + [A_{10}][H^0] \} - \underbrace{[A_{12}]^{-1}[A_{12}]}_I [H] + [A_{12}]^{-1} [A_{11}^*][A_{21}]^{-1} \{ [A_{21}][Q] - [q] \}$$

Reemplazando el valor de $[dH] = [H]^{k+1} - [H]^k$.

$$[H]^{k+1} - \cancel{[H]^k} = -[A_{12}]^{-1} \{ [A_{11}][Q] + [A_{10}][H^0] \} - \cancel{[H]^k} + [A_{12}]^{-1} [A_{11}^*][A_{21}]^{-1} \{ [A_{21}][Q] - [q] \}$$

Factorizando el término $-[A_{12}]^{-1}$.

$$[H]^{k+1} = -[A_{12}]^{-1} \{ \{ [A_{11}][Q] + [A_{10}][H^0] \} - [A_{11}^*][A_{21}]^{-1} \{ [A_{21}][Q] - [q] \} \}$$

Aislando $[A_{11}^*][A_{21}]^{-1}$ y aplicando la propiedad de la inversa de una matriz.

$$[A_{11}^*][A_{21}]^{-1} = \{ [A_{21}][A_{11}^*]^{-1} \}^{-1}$$

Multiplicando por $\{[A_{21}][A_{11}^*]^{-1}\}^{-1} [A_{21}][A_{11}^*]^{-1}$.

$$[H]^{k+1} = -[A_{12}]^{-1} \{[A_{21}][A_{11}^*]^{-1}\}^{-1} [A_{21}][A_{11}^*]^{-1} \cdot \\ \{ \{[A_{11}][Q] + [A_{10}][H^0]\} - [A_{11}^*][A_{21}]^{-1} \{[A_{21}][Q] - [q]\} \}$$

Distribuyendo $[A_{21}][A_{11}^*]^{-1}$.

$$[H]^{k+1} = -[A_{12}]^{-1} \{[A_{21}][A_{11}^*]^{-1}\}^{-1} \cdot \\ \left\{ [A_{21}][A_{11}^*]^{-1} \{[A_{11}][Q] + [A_{10}][H^0]\} - \underbrace{[A_{21}][A_{11}^*]^{-1} [A_{11}^*] [A_{21}]^{-1}}_{[I]} \{[A_{21}][Q] - [q]\} \right\}$$

$$[H]^{k+1} = -[A_{12}]^{-1} \{[A_{21}][A_{11}^*]^{-1}\}^{-1} \cdot \\ \{ [A_{21}][A_{11}^*]^{-1} \{[A_{11}][Q] + [A_{10}][H^0]\} - \{[A_{21}][Q] - [q]\} \}$$

Aplicando la propiedad de la inversa de una matriz:

$$-[A_{12}]^{-1} \{[A_{21}][A_{11}^*]^{-1}\}^{-1} = - \{[A_{21}][A_{11}^*]^{-1} [A_{12}]\}^{-1}$$

$$[H]^{k+1} = - \{[A_{21}][A_{11}^*]^{-1} [A_{12}]\}^{-1} \{ [A_{21}][A_{11}^*]^{-1} \{[A_{11}][Q] + [A_{10}][H^0]\} - \{[A_{21}][Q] - [q]\} \} \\ \text{(A.2.9)}$$

Despejando el valor de $-\{[A_{21}][Q] - [q]\}$ en la ecuación A.2.9, el signo menos pasa al primer miembro y multiplicamos por $\{[A_{21}][A_{11}^*]^{-1} [A_{12}]\}$.

$$- \{[A_{21}][A_{11}^*]^{-1} [A_{12}]\} [H]^{k+1} = \underbrace{\{[A_{21}][A_{11}^*]^{-1} [A_{12}]\} \{[A_{21}][A_{11}^*]^{-1} [A_{12}]\}^{-1}}_{[I]} \cdot \\ \{ [A_{21}][A_{11}^*]^{-1} \{[A_{11}][Q] + [A_{10}][H^0]\} - \{[A_{21}][Q] - [q]\} \} \\ - \{[A_{21}][A_{11}^*]^{-1} [A_{12}]\} [H]^{k+1} - [A_{21}][A_{11}^*]^{-1} \{[A_{11}][Q] + [A_{10}][H^0]\} = - \{[A_{21}][Q] - [q]\}$$

A.2. Conservación de Masa (Continuidad)

Reemplazando el valor de $- \{ [A_{21}][Q] - [q] \}$ en la ecuación A.2.8.

$$[dQ] = [A_{21}]^{-1} \cdot \{ - \{ [A_{21}][A_{11}^*]^{-1}[A_{12}] \} [H]^{k+1} - [A_{21}][A_{11}^*]^{-1} \{ [A_{11}][Q] + [A_{10}][H^0] \} \}$$

Distribuyendo el término $[A_{21}]^{-1}$.

$$[dQ] = - \underbrace{[A_{21}]^{-1}[A_{21}]}_{[I]} [A_{11}^*]^{-1}[A_{12}][H]^{k+1} - \underbrace{[A_{21}]^{-1}[A_{21}]}_{[I]} [A_{11}^*]^{-1} \{ [A_{11}][Q] + [A_{10}][H^0] \}$$

Distribuyendo el término $[A_{11}^*]^{-1}$ y reemplazando el valor de $[dQ]$.

$$[Q]^{k+1} - [Q]^k = -[A_{11}^*]^{-1}[A_{12}][H]^{k+1} - [A_{11}^*]^{-1}[A_{11}][Q]^k - [A_{11}^*]^{-1}[A_{10}][H^0]$$

Factorizando el término $[A_{11}^*]^{-1}$.

$$[Q]^{k+1} = [Q]^k - [A_{11}^*]^{-1}[A_{11}][Q]^k - [A_{11}^*]^{-1} \{ [A_{12}][H]^{k+1} + [A_{10}][H^0] \}$$

Factorizando el término $[Q]^k$.

$$[Q]^{k+1} = \{ [I] - [A_{11}^*]^{-1}[A_{11}] \} [Q]^k - [A_{11}^*]^{-1} \{ [A_{12}][H]^{k+1} + [A_{10}][H^0] \} \quad (\text{A.2.10})$$

Las ecuaciones A.2.9 y A.2.10 las ecuaciones fundamentales para el método del Gradiente.

A.3. Definiciones Adicionales

NT: Número de tuberías de la red.

NN: Número de nudos con carga piezométrica desconocida.

NS: Número de nudos de carga fija o conocida.

[A12]: Matriz de conectividad asociado a cada uno de los nudos de la red, su dimensión es $NT \times NN$.

[A10]: Matriz topológica tramo a nudo para los NS nudos de carga fija, su dimensión es $NT \times NS$, con un valor a -1 en las filas correspondientes a los tramos conectados a nudos de carga fija.

[Q]: Vector de caudales con dimensión $NT \times 1$.

[H]: Vector de cargas piezométricas desconocidas con dimensión $NN \times 1$.

[H⁰]: Vector de carga piezométrica fijas con dimensión $NS \times 1$.

[A21]: Matriz transpuesta de [A12].

[q]: Vector de demanda o de oferta en cada uno de los nudos de la red con dimensión $NN \times 1$.

Apéndice B

ECUACIONES DE FLUJO NO PERMANENTE EN CONDUCTOS CERRADOS

El Flujo no Permanente en conductos cerrados es descrito por las ecuaciones: Dinámica y Continuidad. En este capítulo, la derivación de estas ecuaciones se presenta.

B.1. Ecuación Dinámica

Utilizando la notación siguiente: la distancia x , el caudal Q y la velocidad de flujo V , se consideran positivos en la dirección aguas abajo y H es la altura piezométrica en la línea central del conducto por encima del datum.

Considerando un elemento horizontal de fluido que tengan la sección transversal A y longitud δx , dentro de un conducto como se muestra en la figura B.1. Si la altura piezométrica y la velocidad a la distancia x son H y V , entonces sus correspondientes valores en $x + \delta x$ son $H + (\frac{\partial H}{\partial x})\delta x$ y $V + (\frac{\partial V}{\partial x})\delta x$, respectivamente. En la dirección x , tres fuerzas F_1 , F_2 y F_3 , están actuando sobre el elemento. F_1 y F_2 son las fuerzas debido a la presión, mientras

que F_3 es la fuerza cortante debido a la fricción. Si γ = peso específico del fluido, A = sección transversal del conducto y Z = altura del conducto por encima del datum.

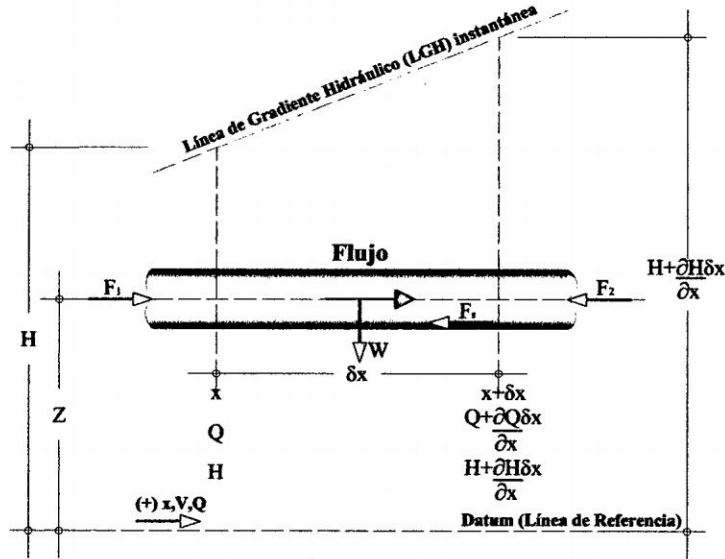


Figura B.1: Notación y diagrama de cuerpo libre para la Ecuación Dinámica

La presión es la magnitud que relaciona la fuerza con la superficie sobre la que actúa, es decir, equivale a la fuerza que actúa sobre la unidad de superficie. Cuando sobre una superficie plana de área A se aplica una fuerza normal F de manera uniforme y perpendicularmente a la superficie, la presión P viene dada por:

$$P = \frac{F}{A} \quad (\text{B.1.1})$$

La presión hidrostática es la parte de la presión debida al peso de un fluido en reposo. En un fluido en reposo la única presión existente es la presión hidrostática. Es la presión que sufren los cuerpos sumergidos en un líquido o fluido por el hecho de sumergirse dentro de este. Se define por la fórmula:

$$P = \gamma h \quad (\text{B.1.2})$$

Donde:

P : Presión hidrostática.

$\gamma = \rho g$: Peso específico del fluido.

h : Profundidad bajo la superficie del fluido.

De las ecuaciones B.1.1 y B.1.2:

$$F = PA = \gamma hA \quad (\text{B.1.3})$$

$$F_1 = \gamma A(H - Z) \quad (\text{B.1.4})$$

$$F_2 = \gamma A \left(H - Z + \frac{\partial H}{\partial x} \delta x \right) \quad (\text{B.1.5})$$

El esfuerzo cortante, de cizalla o de cortadura es el esfuerzo interno o resultante de las tensiones paralelas a la sección transversal de la tubería. Este tipo de sollicitación formado por tensiones paralelas está directamente asociado a la tensión cortante.

$$\tau = \frac{F_s}{A} \rightarrow F_s = \tau A \quad (\text{B.1.6})$$

La distribución de esfuerzo cortante en tuberías está dado por:

$$\tau_h = \gamma S \left(\frac{D}{4} - \frac{h}{2} \right) \rightarrow \tau_o = \gamma SR \quad (\text{B.1.7})$$

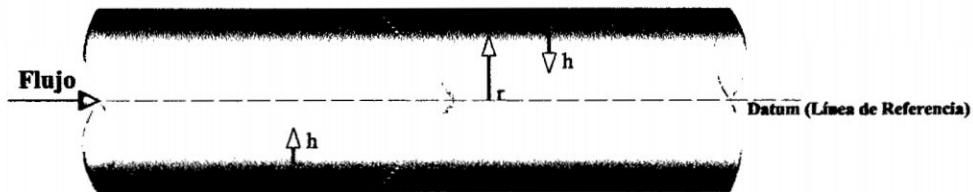


Figura B.2: Distribución de esfuerzo cortante en la tubería

De las ecuaciones B.1.6 y B.1.7:

$$F_s = \gamma SRA \tag{B.1.8}$$

El área de aplicación del esfuerzo cortante en la tubería se muestra en la figura B.3.

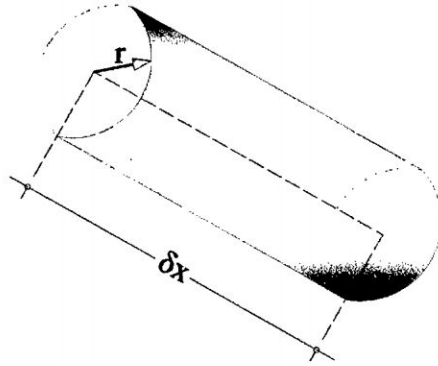


Figura B.3: Área de aplicación del esfuerzo cortante en la tubería

$$A = L_c \delta x; L_c = 2\pi r = D\pi = D\pi \delta x \tag{B.1.9}$$

Reemplazando el valor del área en la ecuación B.1.8 tenemos:

$$F_s = \gamma SR(D\pi \delta x) \tag{B.1.10}$$

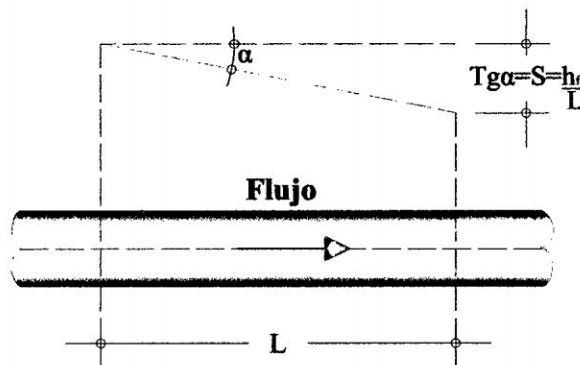


Figura B.4: Pérdidas por fricción en la tubería

Del gráfico:

$$\tan \alpha = S = \frac{h_f}{L} \quad (\text{B.1.11})$$

Reemplazando el valor de la ecuación B.1.11 en la ecuación B.1.10 tenemos:

$$F_s = \gamma R \left(\frac{h_f}{L} \right) (D\pi\delta x) \quad (\text{B.1.12})$$

Si la fórmula de Darcy-Weisbach se utiliza para el cálculo de las pérdidas por fricción, entonces:

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (\text{B.1.13})$$

La fuerza cortante debido a la fricción será:

$$\begin{aligned} F_s &= \gamma R \frac{\left(f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \right)}{L} (D\pi\delta x) \\ &= \gamma \left(\frac{D}{4} \right) \left(f \frac{V^2}{2g} \right) (\pi\delta x) \\ &= \frac{\gamma}{g} \left(f \frac{V^2}{8} \right) (\pi D\delta x) \end{aligned} \quad (\text{B.1.14})$$

Donde:

g : Aceleración de la gravedad.

f : Factor de fricción.

D : Diámetro de la tubería.

La fuerza resultante F_R que actúa sobre el elemento está dado por la suma de fuerza actuantes en el elemento y según la segunda ley de Newton del movimiento tenemos:

$$F_R = ma \rightarrow F_R = F_1 - F_2 - F_s \quad (\text{B.1.15})$$

$$\begin{aligned}
 F_R &= \gamma A(H - Z) - \gamma A \left(H - Z + \frac{\partial H}{\partial x} \delta x \right) - \frac{\gamma}{g} \left(f \frac{V^2}{8} \right) (D\pi\delta x) \\
 &= \cancel{\gamma A(H - Z)} - \cancel{\gamma A(H - Z)} - \gamma A \left(\frac{\partial H}{\partial x} \delta x \right) - \frac{\gamma}{g} \left(f \frac{V^2}{8} \right) (D\pi\delta x) \quad (\text{B.1.16}) \\
 &= -\gamma A \left(\frac{\partial H}{\partial x} \delta x \right) - \frac{\gamma}{g} \left(f \frac{V^2}{8} \right) (D\pi\delta x) = ma
 \end{aligned}$$

Para el elemento líquido que se examina, la masa y la aceleración son:

$$m = \frac{\gamma}{g} A\delta x$$

$$a = \frac{dV}{dt}$$

Sustituyendo estas dos ecuaciones en la ecuación B.1.16.

$$-\gamma A \left(\frac{\partial H}{\partial x} \delta x \right) - \frac{\gamma}{g} \left(f \frac{V^2}{8} \right) (D\pi\delta x) = \left(\frac{\gamma}{g} A\delta x \right) \left(\frac{dV}{dt} \right) \quad (\text{B.1.17})$$

Dividiendo por $\left(\frac{\gamma}{g} A\delta x \right)$ tenemos:

$$\begin{aligned}
 \frac{-\cancel{\gamma A} \left(\frac{\partial H}{\partial x} \delta x \right)}{\left(\frac{\cancel{\gamma}}{g} A\delta x \right)} - \frac{\cancel{\gamma} \left(f \frac{V^2}{8} \right) (D\pi\delta x)}{\left(\frac{\cancel{\gamma}}{g} A\delta x \right)} &= \frac{dV}{dt} \\
 -g \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{fV^2 \pi D}{A} &= \frac{dV}{dt} \\
 -g \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{fV^2 \pi D}{8 \left(\frac{\pi D^2}{4} \right)} &= \frac{dV}{dt} \quad (\text{B.1.18}) \\
 -g \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{fV^2 \pi \cancel{D}}{\cancel{8} \left(\frac{\cancel{\pi} D^2}{\cancel{4}} \right)} &= \frac{dV}{dt} \\
 -g \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{fV^2}{2D} &= \frac{dV}{dt}
 \end{aligned}$$

Sabemos del cálculo elemental que la derivada total es:

$$\begin{aligned}\frac{dV}{dt} &= \frac{\partial V}{\partial t} \frac{dt}{dt} + \frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dV}{dt} &= \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x}\end{aligned}\quad (\text{B.1.19})$$

Sustituyendo en la ecuación anterior.

$$-g \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{fV^2}{2D} = \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} \quad (\text{B.1.20})$$

En la mayoría de los problemas transitorios, el término $V \frac{\partial V}{\partial x}$ es significativamente menor que el término $\frac{\partial V}{\partial t}$. Por tanto $V \frac{\partial V}{\partial x} \approx 0$.

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fV^2}{2D} = 0 \quad (\text{B.1.21})$$

Para tener en cuenta el flujo inverso, en la expresión V^2 en la ecuación, se puede escribir como $V |V|$, en el que $|V|$ es el valor absoluto de V . Al escribir la ecuación en términos de caudal Q y reordenando, obtenemos.

$$\frac{\partial Q}{A \partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fQ^2}{2DA^2} = 0 \quad (\text{B.1.22})$$

Multiplicando por el área A a la ecuación anterior, obtenemos.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fQ |Q|}{2DA} = 0 \quad (\text{B.1.23})$$

En la demostración de las ecuaciones, la fórmula de Darcy-Weisbach se ha utilizado para el cálculo de las pérdidas por fricción. Si una fórmula general exponencial se hubiera utilizado para estas pérdidas, el último término de la ecuación podría ser escrito como $\frac{kQ|Q|^m}{D^b}$, con los valores de k , m y b en función de la fórmula empleada. Si los valores correctos de m y

b se usan, el resultado es independiente de la fórmula empleada, es decir, las fórmulas de Darcy-Weisbach y Hazen-Williams daría resultados similares¹.

B.2. Ecuación de Continuidad

Consideráramos el volumen de control que se muestra en la figura B.5.

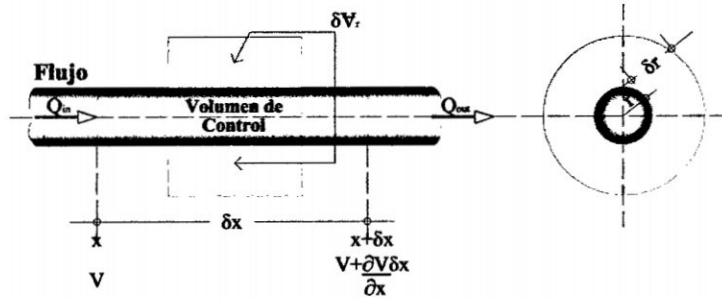


Figura B.5: Notación para la Ecuación de Continuidad

El volumen de fluido de entrada V_{in} y de salida V_{out} , durante el intervalo de tiempo δt son:

$$V_{in} = VA\delta t = V\pi r^2\delta t \tag{B.2.1}$$

$$V_{out} = \left(V + \frac{\partial V}{\partial x} \delta x \right) \pi r^2 \delta t \tag{B.2.2}$$

En el cual r , es el radio de la tubería. El aumento en el volumen de líquido durante el tiempo se muestra en la figura B.6.

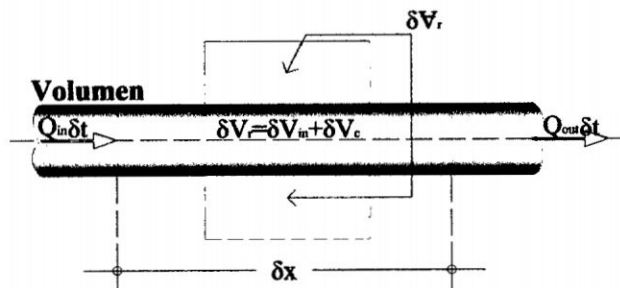


Figura B.6: Aumento en el volumen de líquido V_{in} durante el tiempo δt

¹Para mayor detalle ver la referencia:[10, pág. 30]

El aumento en el volumen de líquido V_{in} durante el tiempo δt es:

$$\begin{aligned}
 \delta V_{in} &= V_{in} - V_{out} \\
 &= V\pi r^2\delta t - \left(V + \frac{\partial V}{\partial x}\delta x \right) \pi r^2\delta t \\
 &= \cancel{V\pi r^2\delta t} - \cancel{V\pi r^2\delta t} - \frac{\partial V}{\partial x}\delta x\pi r^2\delta t \\
 &= -\frac{\partial V}{\partial x}\delta x\pi r^2\delta t
 \end{aligned}
 \tag{B.2.3}$$

La discretización de lo continuo a lo discreto es:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\delta P}{\delta t} \longrightarrow \delta P = \frac{\partial P}{\partial t}\delta t
 \tag{B.2.4}$$

El cambio de presión δP durante el intervalo de tiempo δt es $\frac{\partial P}{\partial t}\delta t$. Este cambio de presión hace que las paredes del conducto se amplíen o se contraigan radialmente y las causas para que la longitud del elemento líquido aumente o disminuya son debidas a la compresión del líquido.

El esfuerzo se define como:

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

Al hacer equilibrio en la parte interior de la tubería, tendremos la fuerza de presión sea igual a la tensión en la mitad de la sección por ser simétrico (figura B.7).

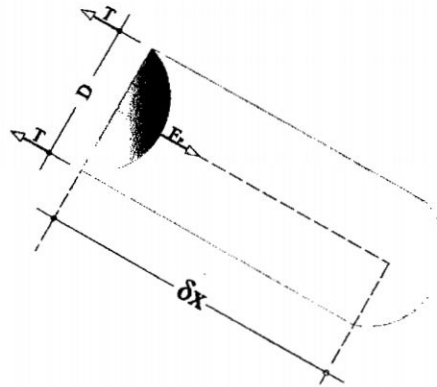


Figura B.7: Parte interior de la tubería sometida a esfuerzos internos

$$F_P = PA = P(D\delta x)$$

Al hacer equilibrio en el eje de la tubería.

$$2T = F_P$$

$$T = \frac{P(D\delta x)}{2}$$

$$T = Pr\delta x$$

Considerar en primer lugar el cambio de volumen radial δV_r debido a la expansión o contracción de la tubería². El esfuerzo radial σ , en un conducto debido a la presión P está dado al hacer equilibrio en la parte exterior de la tubería (figura B.8):

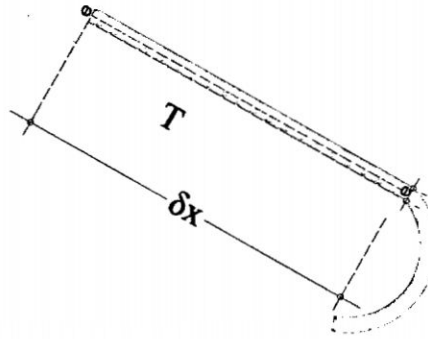


Figura B.8: Parte exterior de la tubería sometida a esfuerzos externos

$$\sigma = \frac{T}{e\delta x}$$

$$T = Pr\delta x$$

$$\sigma = \frac{Pr\delta x}{e\delta x}$$

$$\sigma = \frac{Pr}{e}$$

(B.2.5)

²No se tiene en cuenta la expansión y contracción del elemento fluido debido a los efectos de Poisson. Si se está interesado en la obtención de la Ecuación de Continuidad incluyendo estos efectos vea la referencia [34]

En el cual e , es el espesor de la pared de la tubería. Por lo tanto, el cambio de esfuerzo radial $\delta\sigma$ causado por δP puede ser escrito como:

$$\begin{aligned}\delta\sigma &= \delta P \frac{r}{e} \\ &= \frac{\partial P}{\partial t} \delta t \frac{r}{e}\end{aligned}\tag{B.2.6}$$

Donde el radio r se ha incrementado a $r + \delta r$, la deformación unitaria radial se define como:

$$\delta\varepsilon = \frac{\delta r}{r}\tag{B.2.7}$$

Si las paredes de la tubería son asumidas linealmente elástico, entonces se cumple la Ley de Hooke.

$$E = \frac{\delta\sigma}{\delta\varepsilon}\tag{B.2.8}$$

En el cual E , es el módulo de elasticidad de Young. Sustituyendo las expresiones B.2.7 y B.2.8 tenemos:

$$\begin{aligned}E &= \frac{\frac{\partial P}{\partial t} \delta t \frac{r}{e}}{\frac{\delta r}{r}} \\ \delta r &= \frac{\partial P}{\partial t} \frac{r^2}{eE} \delta t\end{aligned}\tag{B.2.9}$$

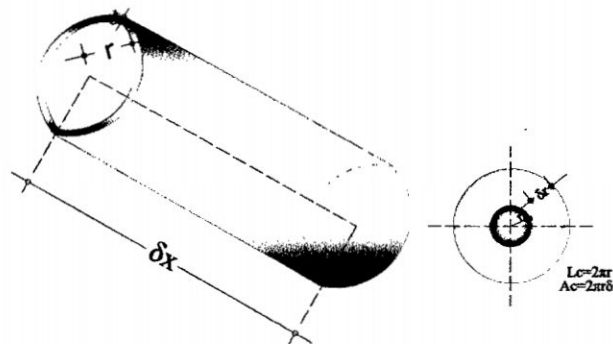


Figura B.9: Área del sector circular

El cambio en el volumen del elemento, debido a la expansión o contracción radial del conducto es:

$$\delta V_r = 2\pi r \delta x \delta r \quad (\text{B.2.10})$$

Reemplazando el valor de la anterior ecuación.

$$\begin{aligned} \delta V_r &= 2\pi r \left(\frac{\partial P}{\partial t} \frac{r^2}{eE} \delta t \right) \delta x \\ &= 2\pi \frac{\partial P}{\partial t} \frac{r^3}{eE} \delta t \delta x \end{aligned} \quad (\text{B.2.11})$$

El módulo de elasticidad de un fluido K , es definido como:

$$K = \frac{-\delta P}{\frac{\delta V_c}{V}} \quad (\text{B.2.12})$$

Donde: δV_c , es la variación del volumen de control (debido a la compresibilidad del fluido) y V , es el volumen original (antes de la deformación)

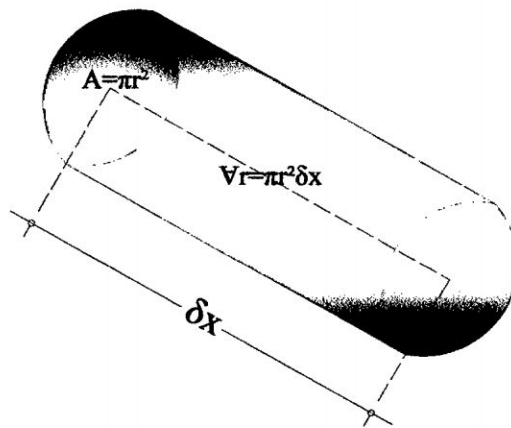


Figura B.10: Volumen original

$$V = \pi r^2 \delta x \quad (\text{B.2.13})$$

De las ecuaciones B.2.12 y B.2.13 ordenándolos tenemos:

$$\begin{aligned}\delta V_c &= -\frac{\delta P}{K}V \\ &= -\frac{\partial P}{\partial t} \frac{\delta t}{K} (\pi r^2 \delta x)\end{aligned}\tag{B.2.14}$$

Si asumimos que la densidad de líquidos se mantiene constante, entonces se deduce que la ley de conservación de masa es:

$$\delta V_{in} + \delta V_c = \delta V_r\tag{B.2.15}$$

Sustituyendo las expresiones de sus respectivas ecuaciones en la ecuación anterior tenemos:

$$-\frac{\partial V}{\partial x} \delta x \pi r^2 \delta t - \frac{\partial P}{\partial t} \frac{\delta t}{K} (\pi r^2 \delta x) = 2\pi \frac{\partial P}{\partial t} \frac{r^3}{eE} \delta t \delta x\tag{B.2.16}$$

Dividiendo por $\pi r^2 \delta t \delta x$ tenemos:

$$-\frac{\partial V}{\partial x} - \frac{1}{K} \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{2r}{eE} \frac{\partial P}{\partial t}\tag{B.2.17}$$

Reescribiéndolo y ordenándolo como:

$$\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial t} \left(\frac{2r}{eE} + \frac{1}{K} \right) = 0\tag{B.2.18}$$

Notando que $P = \rho g H$ y $Q = VA$ reorganizando los términos en la ecuación B.2.18 se convierte en:

$$\frac{\partial \left(\frac{Q}{A} \right)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho g H)}{\partial t} \left(\frac{2r}{eE} + \frac{1}{K} \right) = 0\tag{B.2.19}$$

En el cual ρ , es la densidad de la masa del fluido y g , es la constante de la aceleración de

la gravedad que son constantes en la ecuación entonces podemos escribirlo como:

$$\frac{\partial Q}{A \partial x} + \rho g \left(\frac{2r}{eE} + \frac{1}{K} \right) \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (\text{B.2.20})$$

Dividiendo por $\rho g \left(\frac{2r}{eE} + \frac{1}{K} \right)$ tenemos:

$$\begin{aligned} \frac{\frac{\partial Q}{A \partial x}}{\rho g \left(\frac{2r}{eE} + \frac{1}{K} \right)} + \frac{\partial H}{\partial t} &= 0 \\ \frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{1}{\rho \left(\frac{D}{eE} + \frac{1}{K} \right)} + \frac{\partial H}{\partial t} &= 0 \\ \frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{1}{\rho \left(\frac{DK+eE}{eEK} \right)} + \frac{\partial H}{\partial t} &= 0 \\ \frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{1}{\rho DK + eE} + \frac{\partial H}{\partial t} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{B.2.21})$$

Dividiendo por (eE) tenemos:

$$\frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{1}{\rho \left(\frac{K}{\frac{DK}{eE} + 1} \right)} + \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (\text{B.2.22})$$

Se conoce que la velocidad de onda está definida por:

$$a^2 = \frac{K}{\rho \left[1 + \left(\frac{KD}{eE} \right) \right]} \quad (\text{B.2.23})$$

Reemplazando la ecuación B.2.23 en la ecuación B.2.22 se tiene:

$$\frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} a^2 + \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (\text{B.2.24})$$

Ordenando la última ecuación se tiene:

$$\frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (\text{B.2.25})$$

B.3. Comentarios generales sobre la Ecuación Dinámica y la Ecuación de Continuidad

La Ecuación Dinámica (B.1.23) y la Ecuación de Continuidad (B.2.25), son un juego de ecuaciones diferenciales parciales de primer orden. En estas ecuaciones, hay dos variables independientes x y t , y dos variables dependientes Q y H . Otras variables A y D , son características del sistema de tuberías y son invariantes al tiempo, pero pueden ser funciones de x . Aunque la velocidad de la onda a , depende de las características del sistema. El factor de fricción f varía con el número de Reynolds.

Los términos no lineales en las ecuaciones: Dinámica y Continuidad son llamados las ecuaciones cuasi lineales. Estas ecuaciones pueden ser clasificadas como: elíptico, parabólico o hiperbólico.

Las ecuaciones: Dinámica y Continuidad pueden ser escritas en la forma matricial como:

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{Bmatrix} Q \\ H \end{Bmatrix} = -[B(Q, H)] \frac{\partial}{\partial x} \begin{Bmatrix} Q \\ H \end{Bmatrix} - [G(Q, H)] \quad (\text{B.3.1})$$

En el cual:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & gA \\ \frac{a^2}{gA} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.3.2})$$

$$G = \begin{Bmatrix} \frac{fQ|Q|}{2DA} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{B.3.3})$$

Los valores propios λ , de la matriz B determinan el tipo del juego de ecuaciones. La ecuación característica de matriz B es:

$$\lambda^2 - a^2 = 0 \quad (\text{B.3.4})$$

B.3. Comentarios generales sobre la Ecuación Dinámica y la Ecuación de Continuidad

De ahí resulta:

$$\lambda = \pm a \tag{B.3.5}$$

Donde a es real, ambos valores propios son reales y distintos por lo tanto las ecuaciones: Dinámica y Continuidad constituyen un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales hiperbólicas³.

³Texto completo de la referencia:[10, pág. 33-34]

Apéndice C

DIAGRAMAS DE FLUJO DEL MÉTODO HÍBRIDO

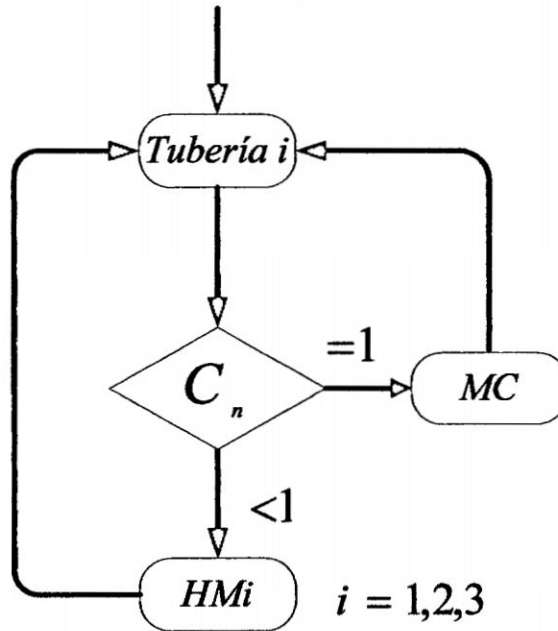


Figura C.1: Secuencia general de los Métodos Híbridos

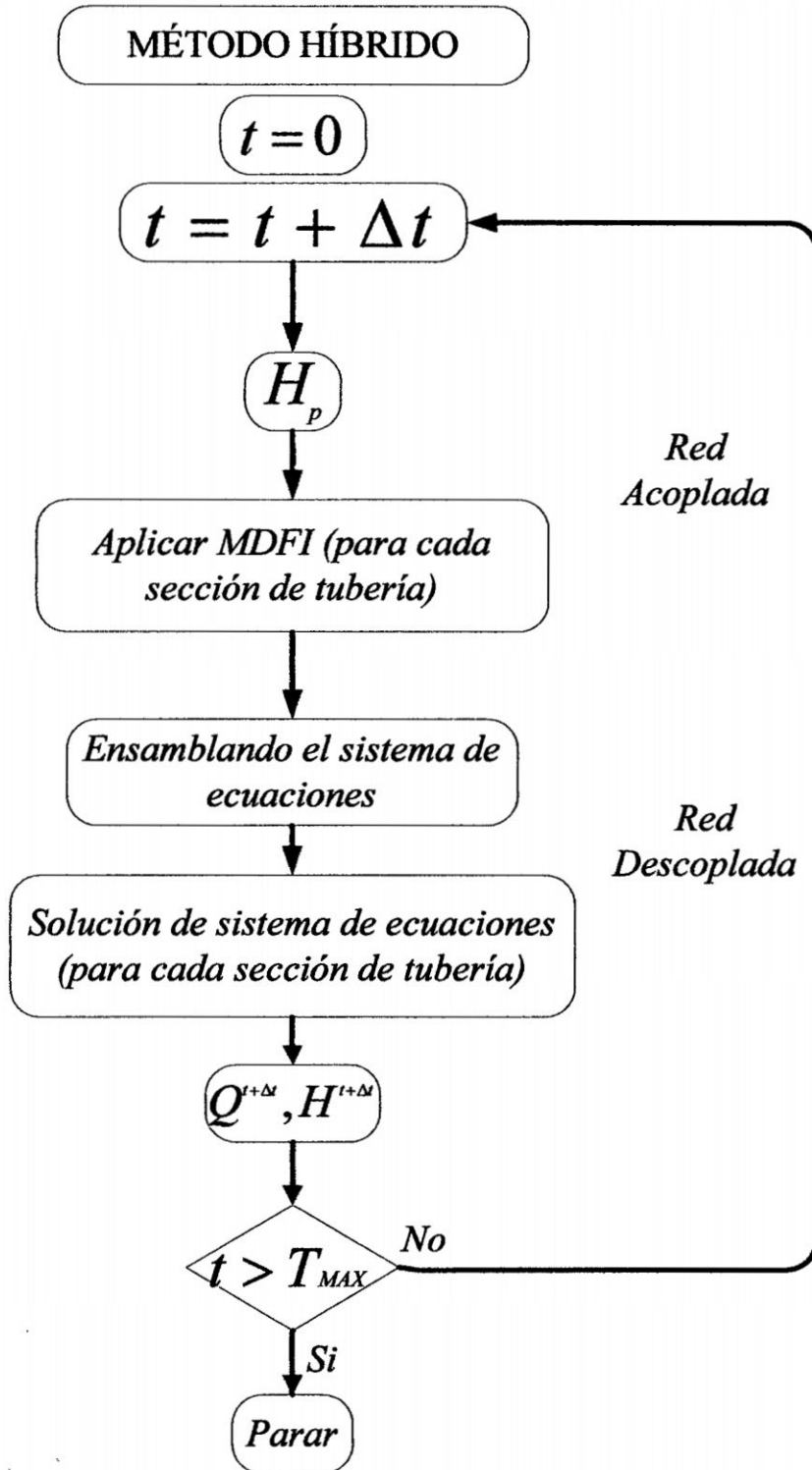


Figura C.2: Diagrama de flujo del Método Híbrido

Apéndice D

ESQUEMAS DE INTERPOLACIÓN

Con frecuencia se encontrará con que tiene que estimar valores intermedios entre datos definidos por puntos. El método más común que se usa para este propósito es la interpolación polinomial. Dados $n + 1$ puntos, hay uno y sólo un polinomio de grado n que pasa a través de todos los puntos. Por ejemplo, hay sólo una línea recta (es decir, un polinomio de primer grado) que une dos puntos. De manera similar, únicamente una parábola une un conjunto de tres puntos. La interpolación polinomial consiste en determinar el polinomio único de n -ésimo grado que se ajuste a $n + 1$ puntos. Este polinomio, entonces, proporciona una fórmula para calcular valores intermedios. Aunque hay uno y sólo un polinomio de n -ésimo grado que se ajusta a $n + 1$ puntos, existe una gran variedad de formas matemáticas en las cuales puede expresarse este polinomio¹. En este anexo describiremos dos alternativas que son muy adecuadas para implementarse en computadora: los polinomios de Lagrange y los trazadores Splines cúbicos.

¹Referencia:[8, pág. 503]

D.1. Interpolación de Lagrange

Sea la función tabular: en donde la variable independiente no necesariamente tiene incrementos constantes. Se busca un polinomio que pase por cada uno de los puntos de la función tabular. Si la tabla contiene n puntos, el polinomio será de grado $n - 1$ o menor. A partir de un tipo de diferencias denominadas *Diferencias Divididas* que, en general, tienen la siguiente forma²:

Cuadro D.1: Función tabular

x	y
$x_1 = x_0 + h$	y_1
$x_2 = x_0 + 2h$	y_2
$x_3 = x_0 + 3h$	y_3
\vdots	\vdots
$x_n = x_0 + nh$	y_n

$$f[x_i - x_{i-1}] = \frac{f(x_i) - f(x_{i-1})}{x_i - x_{i-1}} \quad (\text{D.1.1})$$

Se propone un polinomio de la forma.

$$\begin{aligned}
 y = & a_1(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4) \cdots (x - x_n) + \\
 & a_2(x - x_1)(x - x_3)(x - x_4) \cdots (x - x_n) + \\
 & a_3(x - x_1)(x - x_2)(x - x_4) \cdots (x - x_n) + \\
 & \vdots \\
 & a_n(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) \cdots (x - x_n)
 \end{aligned} \quad (\text{D.1.2})$$

²Texto completo de la referencia: [33, pág.2-3]

D.1. Interpolación de Lagrange

La ecuación D.1.2 es un polinomio de grado $n - 1$; los coeficientes a_i deben determinarse de tal manera que el polinomio pase por todos y cada uno de los puntos de la función tabular. Se propone evaluar la ecuación D.1.2 en el punto $x = x_1$:

$$y_1 = a_1(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)(x_1 - x_4) \cdots (x_1 - x_n) \quad (\text{D.1.3})$$

Despejando la incógnita a_1 :

$$a_1 = \frac{y_1}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)(x_1 - x_4) \cdots (x_1 - x_n)} \quad (\text{D.1.4})$$

Evaluando la ecuación D.1.2 en el punto $x = x_2$ y despejando la incógnita a_2 :

$$a_2 = \frac{y_2}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)(x_2 - x_4) \cdots (x_2 - x_n)} \quad (\text{D.1.5})$$

Repetiendo el proceso consecutivamente hasta llegar al punto $x = x_n$ y despejando la incógnita a_n :

$$a_n = \frac{y_n}{(x_n - x_1)(x_n - x_2)(x_n - x_3) \cdots (x_n - x_{n-1})} \quad (\text{D.1.6})$$

Sustituyendo todos estos resultados en la ecuación original D.1.2.

$$\begin{aligned}
 y = & \frac{(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4) \cdots (x - x_n)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)(x_1 - x_4) \cdots (x_1 - x_n)} y_1 + \\
 & \frac{(x - x_1)(x - x_3)(x - x_4) \cdots (x - x_n)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)(x_2 - x_4) \cdots (x_2 - x_n)} y_2 + \\
 & \frac{(x - x_1)(x - x_2)(x - x_4) \cdots (x - x_n)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)(x_3 - x_4) \cdots (x_3 - x_n)} y_3 + \\
 & \quad \vdots \\
 & \frac{(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) \cdots (x - x_{n-1})}{(x_n - x_1)(x_n - x_2)(x_n - x_3) \cdots (x_n - x_{n-1})} y_n
 \end{aligned} \quad (\text{D.1.7})$$

D.2. Interpolación mediante trazadores (Splines)

Esta última ecuación recibe el nombre de *Interpolación de Lagrange*, en el cual los pares de puntos (x_i, y_i) , pertenecen a la función tabular, x es el valor de la variable independiente para la cual se desea el valor interpolado de y . Se recuerda que no es necesario que los valores de la variable independiente x estén equiespaciados. La ecuación D.1.7 puede expresarse en forma de series como:

$$y = f_n(x) = \sum_{i=0}^n L_i(x) f(x_i) \quad (\text{D.1.8})$$

Donde:

$$L_i(x) = \prod_{j=0, j \neq i}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j} f(x_i) \quad (\text{D.1.9})$$

D.2. Interpolación mediante trazadores (Splines)

En la sección anterior, se usaron polinomios de n -ésimo grado para interpolar entre $n + 1$ puntos que se tenían como datos. Por ejemplo, para ocho puntos se puede obtener un perfecto polinomio de séptimo grado. Esta curva podría agrupar todas las curvas (al menos hasta, e incluso, la séptima derivada) sugeridas por los puntos. No obstante, hay casos donde estas funciones llevarían a resultados erróneos a causa de los errores de redondeo y los puntos lejanos. Un procedimiento alternativo consiste en colocar polinomios de grado inferior en subconjuntos de los datos. Tales polinomios conectores se denominan trazadores o *Splines*³.

D.2.1. Splines cúbicos

Splines cúbicos sigue una idea diferente al polinomio de interpolación visto en las secciones anteriores; en lugar de pasar un polinomio único por todos los puntos, pasa un polinomio cúbico, llamado spline cúbico, por cada dos datos. Este spline cúbico tiene la siguiente

³Texto completo de la referencia:[57, pág.8-11]

D.2. Interpolación mediante trazadores (Splines)

forma:

$$S_i(x) = a_i(x - x_i)^3 + b_i(x - x_i)^2 + c_i(x - x_i) + d_i \quad (\text{D.2.1})$$

Debido que cada spline cúbico tiene cuatro coeficientes, y que se utilizan dos puntos para generarlo, se tienen que definir otras restricciones para encontrar los demás coeficientes. Se impone la restricción de que en los puntos de unión, llamados *Knots*, la primera y la segunda derivada de los splines que se unen sean iguales. Dado que por el primer punto y por el último solamente pasa un spline, es necesario definir condiciones de frontera para encontrar los restantes dos coeficientes. En seguida se describen todas las restricciones, y la forma en que estas restricciones generan ecuaciones de las cuales es posible encontrar los coeficientes de los splines.

1. La curva debe pasar por todos los puntos.

$$S_i(x_i) = f_i \quad (\text{D.2.2})$$

$$S_i(x_{i+1}) = f_{i+1} \quad (\text{D.2.3})$$

Para $i = 1, 2, \dots, n$.

2. En los puntos de unión (knots), las primeras derivadas de los splines que se unen deben ser iguales:

$$S'_i(x_{i+1}) = S'_{i+1}(x_{i+1}) \quad (\text{D.2.4})$$

Para $i = 1, 2, \dots, n$.

3. En los puntos de unión (knots) de los segmentos cúbicos, las segundas derivadas de los splines que se unen deben ser iguales:

$$S''_i(x_{i+1}) = S''_{i+1}(x_{i+1}) \quad (\text{D.2.5})$$

Para $i = 1, 2, \dots, n$.

D.2. Interpolación mediante trazadores (Splines)

4. Se escoge una de las siguientes condiciones frontera:

- Frontera libre o natural.

$$S_i''(x_{i+1}) = S_n''(x_{n+1}) = 0 \quad (\text{D.2.6})$$

Esta es la más utilizada, y la que se empleará en este anexo.

- Frontera sujeta.

$$S_i''(x_{i+1}) = f''(x_1) \quad (\text{D.2.7})$$

$$S_n''(x_{n+1}) = f''(x_{n+1}) \quad (\text{D.2.8})$$

En este caso el usuario define el valor de la segunda derivada en el primer y el último punto.

A continuación se derivan las ecuaciones para encontrar los valores de los coeficientes de todos los splines. Antes de empezar, encontramos expresiones para la primera y la segunda derivada de $S_i(x)$:

$$S_i(x) = a_i(x - x_i)^3 + b_i(x - x_i)^2 + c_i(x - x_i) + d_i \quad (\text{D.2.9})$$

$$S_i'(x) = 3a_i(x - x_i)^2 + 2b_i(x - x_i) + c_i \quad (\text{D.2.10})$$

$$S_i''(x) = 6a_i(x - x_i) + 2b_i \quad (\text{D.2.11})$$

Sustituyendo el valor de x_i encontramos las siguientes expresiones:

$$S_i(x) = d_i \quad (\text{D.2.12})$$

$$S_i'(x) = c_i \quad (\text{D.2.13})$$

$$S_i''(x) = 2b_i \quad (\text{D.2.14})$$

D.2. Interpolación mediante trazadores (Splines)

Para cumplir la condición 1, es decir, que la curva pase por todos los puntos, se requiere que $S_i(x_i) = f_i$, es decir.

$$d_i = f_i \quad (\text{D.2.15})$$

Para cumplir que $S_i(x_{i+1}) = f_{i+1}$ se tiene.

$$a_i(x_{i+1} - x_i)^3 + b_i(x_{i+1} - x_i)^2 + c_i(x_{i+1} - x_i) + d_i = d_{i+1} \quad (\text{D.2.16})$$

Para simplificar, definimos $h_i = x_{i+1} - x_i$, y obtenemos.

$$a_i h_i^3 + b_i h_i^2 + c_i h_i + d_i = d_{i+1} \quad (\text{D.2.17})$$

Para cumplir la condición 2, es decir, que la primera derivada igual en los puntos de unión, se requiere que $S'_i(x_{i+1}) = S'_{i+1}(x_{i+1})$, esto es.

$$3a_i h_i^2 + 2b_i h_i + c_i = c_{i+1} \quad (\text{D.2.18})$$

Para cumplir la condición 3, es decir, que la primera derivada igual en los puntos de unión, se requiere que $S''_i(x_{i+1}) = S''_{i+1}(x_{i+1})$, esto es.

$$6a_i h_i + 2b_i = 2b_{i+1} \quad (\text{D.2.19})$$

Dividiendo y despejando a_i obtenemos.

$$a_i = \frac{1}{3h_i}(b_{i+1} - b_i) \quad (\text{D.2.20})$$

Sustituyendo la ecuación D.2.20 en la ecuación D.2.17 obtenemos.

$$\frac{h_i^2}{3}(b_{i+1} - b_i) + b_i h_i^2 + c_i h_i + d_i = d_{i+1} \quad (\text{D.2.21})$$

D.2. Interpolación mediante trazadores (Splines)

Que es lo mismo.

$$\frac{h_i^2}{3}(b_{i+1} + 2b_i) + c_i h_i + d_i = d_{i+1} \quad (\text{D.2.22})$$

Ahora despejamos c_i .

$$c_i = \frac{1}{h_i}(d_{i+1} - d_i) - \frac{h_i}{3}(b_{i+1} + 2b_i) \quad (\text{D.2.23})$$

Que es lo mismo.

$$c_{i-1} = \frac{1}{h_{i-1}}(d_i - d_{i-1}) - \frac{h_{i-1}^2}{3}(b_i + 2b_{i-1}) \quad (\text{D.2.24})$$

Sustituyendo la ecuación D.2.20 en la ecuación D.2.18:

$$h_i(b_{i+1} - b_i) + 2b_i h_i + c_i = c_{i+1} \quad (\text{D.2.25})$$

$$h_i(b_{i+1} + b_i) + c_i = c_{i+1} \quad (\text{D.2.26})$$

Que es lo mismo.

$$h_{i-1}(b_i + b_{i-1}) + c_{i-1} = c_i \quad (\text{D.2.27})$$

Sustituyendo las ecuaciones D.2.23 y D.2.24 en la ecuación D.2.27 obtenemos lo siguiente.

$$h_{i-1}(b_i + b_{i-1}) + \frac{1}{h_{i-1}}(d_i - d_{i-1}) - \frac{h_{i-1}}{3}(b_i + 2b_{i-1}) = \frac{1}{h_i}(d_{i+1} - d_i) - \frac{h_i}{3}(b_{i+1} + 2b_i) \quad (\text{D.2.28})$$

Simplificando lo anterior finalmente obtenemos la siguiente ecuación que define un sistema de ecuaciones:

$$h_{i-1}b_{i-1} + 2(h_{i-1} + h_i)b_i + h_i b_{i+1} = \frac{3}{h_i}(d_{i+1} - d_i) - \frac{3}{h_{i-1}}(d_i - d_{i-1}) \quad (\text{D.2.29})$$

Para $i = 2, 3, \dots, n$. Lo anterior define un sistema de $n - 1$ ecuaciones con $n + 1$ incógnitas que son las b_i . Recuérdese que $d_i = f_i$. Las dos ecuaciones faltantes se obtienen de la

D.2. Interpolación mediante trazadores (Splines)

condición 4. En este apunte se toma la condición de frontera natural, $S_1''(x_1) = b_1 = 0$ y $S_n''(x_{n+1}) = 0$. Escribiendo las ecuaciones en forma matricial se llega a lo siguiente:

$$\begin{bmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\
 h_1 & 2(h_1 + h_2) & h_2 & 0 & \dots & \dots & 0 \\
 0 & h_2 & 2(h_2 + h_3) & h_3 & 0 & \dots & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \dots & \vdots \\
 \vdots & \vdots & 0 & h_{n-2} & 2(h_{n-2} + h_{n-1}) & h_{n-1} & 0 \\
 0 & \dots & \dots & 0 & h_{n-1} & 2(h_{n-1} + h_n) & h_n \\
 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 b_1 \\
 b_2 \\
 b_3 \\
 \vdots \\
 b_{n-1} \\
 b_n \\
 b_{n+1}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 \frac{3}{h_2}(f_3 - f_2) - \frac{3}{h_1}(f_2 - f_1) \\
 \frac{3}{h_3}(f_4 - f_3) - \frac{3}{h_2}(f_3 - f_2) \\
 \vdots \\
 \frac{3}{h_{n-1}}(f_n - f_{n-1}) - \frac{3}{h_{n-2}}(f_{n-1} - f_{n-2}) \\
 \frac{3}{h_n}(f_{n+1} - f_n) - \frac{3}{h_{n-1}}(f_n - f_{n-1}) \\
 0
 \end{bmatrix}
 \tag{D.2.30}$$

Este sistema de ecuaciones se resuelve para encontrar los coeficientes b_i . Los coeficientes c_i se obtienen de la ecuación D.2.23 sabiendo que $d_i = f_i$.

Apéndice E

COEFICIENTE DE DESCARGA EN FUNCIÓN DEL PORCENTAJE DE APERTURA DE LA VÁLVULA

El coeficiente de pérdida de válvula K_v (usado en las ecuaciones de energía que implican la válvula) puede ser obtenido de la ecuación siguiente en términos de un coeficiente de descarga C_d

$$K_v = \frac{1}{C_d^2} - 1 \quad (\text{E.0.1})$$

El coeficiente de descarga es, a su vez, una función del porcentaje de apertura de la válvula (porcentaje del área abierta con el área abierta totalmente), como se muestra en la tabla y el gráfico a continuación¹:

¹ Fuente: Dato del libro *Hydraulics of Pipelines-Pumps, Valves, Cavitation, Transients*, por Tullis, J.P., 1989 (figura 4.3, pág. 91), Jhon Wiley & Sons, New York

Apéndice E. COEFICIENTE DE DESCARGA EN FUNCIÓN DEL PORCENTAJE DE APERTURA DE LA VÁLVULA

Cuadro E.1: Valores de C_d

% Apertura	Tipo de válvula		
	Globo	Mariposa	Cono
0	0	0	0
10	0.03	0.03	0.03
20	0.05	0.09	0.08
30	0.08	0.15	0.11
40	0.14	0.22	0.17
50	0.20	0.30	0.23
60	0.25	0.39	0.27
70	0.31	0.45	0.48
80	0.35	0.55	0.65
90	0.39	0.64	0.85
100	0.41	0.80	0.97

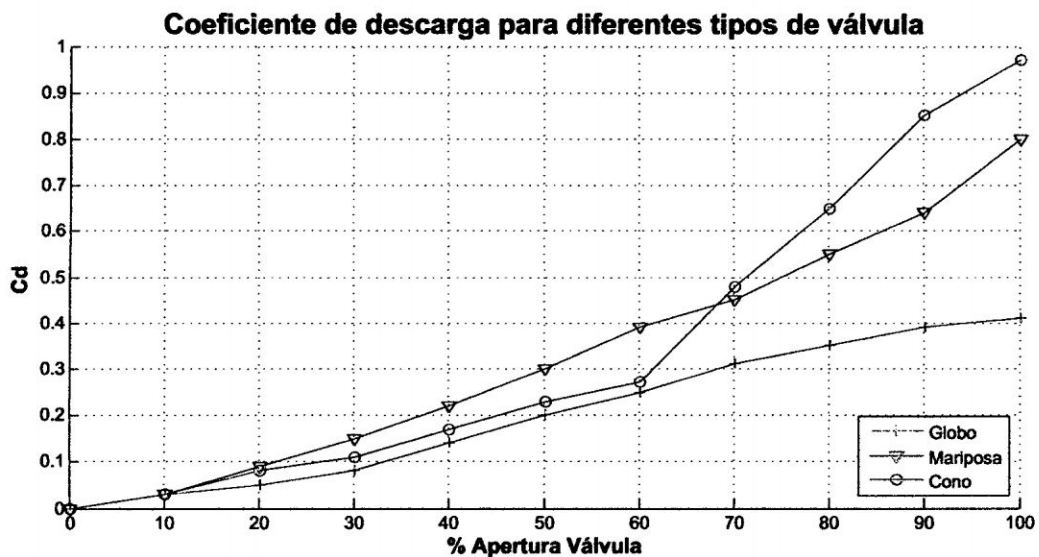


Figura E.1: Valores de C_d

Apéndice F

PROGRAMA DESARROLLADO:

HyMet v2010

El presente Software de modelamiento del GA en RAP se ha elaborado utilizando la programación en un interfaz gráfica de usuario GUIDE en MATLAB. Este programa denominado HyMet v2010 fue hecha como tema de la presente tesis.

F.1. Alcances y limitaciones

F.1.1. Alcances

Este programa está elaborado esencialmente para modelar GA en RAP, como también otro tipo de líquido, siendo necesario definir correctamente las propiedades del líquido en mención. La definición de la topología de la red puede hacerse de modos distintos (ingresando coordenadas o eligiendo plantillas de datos pre-establecidas).

F.1.2. Limitaciones

En la formulación del modelo no se considera problemas de Separación de Agua, así como múltiples fuentes de Transientes. Y esta fuera del alcance de este programas los dispositivos hidráulicos de la mitigación del GA.

Para lo demás temas relacionados al GA se deja a criterio de los usuarios.

F.2. Programación

En esta sección mostramos los programas que hacen posible la modelación; por tanto el programa general donde convergen los sub programas se denomina HyMet_Fig siendo los sub programas del tipo M-file. A continuación mostramos el código del programa.



Código fuente del Programa HyMet v.2010

```

function varargout = HyMet_Fig(varargin)
gui_Singleton = 1;
gui_State = struct('gui_Name',       mfilename, ...
                  'gui_Singleton',  gui_Singleton, ...
                  'gui_OpeningFcn', @HyMet_Fig_OpeningFcn, ...
                  'gui_OutputFcn',  @HyMet_Fig_OutputFcn, ...
                  'gui_LayoutFcn',  [], ...
                  'gui_Callback',    []);
if nargin && ischar(varargin{1})
    gui_State.gui_Callback = str2func(varargin{1});
end
if nargout
    [varargout{1:nargout}] = gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
else
    gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
end
function HyMet_Fig_OpeningFcn(hObject, eventdata, handles, varargin)
handles.output = hObject;
guidata(hObject, handles);
scrsz = get(0, 'ScreenSize');
pos_act=get(gcf, 'Position');
xr=scrsz(3) - pos_act(3);
xp=round(xr/2);
yr=scrsz(4) - pos_act(4);
yp=round(yr/2);
set(gcf, 'Position', [xp yp pos_act(3) pos_act(4)], 'Name', 'The Hybrid
Methods for Unsteady Flow Analysis');
New_Project
function varargout = HyMet_Fig_OutputFcn(hObject, eventdata, handles)
varargout{1} = handles.output;
function HyMet_Fig_ResizeFcn(hObject, eventdata, handles)
axes(handles.Esquema)
set(handles.Esquema, 'Units', 'Normalized', 'Position', [0 0 1 1]);
function HyMet_Fig_CloseRequestFcn(hObject, eventdata, handles)
opc=questdlg('Do you wish to come out of the
program?', 'Close', 'Yes', 'No', 'No');
if strcmp(opc, 'No')
return;
end
delete(hObject);
%*****
**
function MnuFile_Callback(hObject, eventdata, handles)
function Mnu_New_Callback(hObject, eventdata, handles)
New_Project
function Mnu_Exit_Callback(hObject, eventdata, handles)
close (HyMet_Fig)
function MnuEdit_Callback(hObject, eventdata, handles)
function Mnu_Junction_Callback(hObject, eventdata, handles)

```

```

Edit_Junction
function Mnu_Pipe_Callback(hObject, eventdata, handles)
Edit_Pipe
function Mnu_Reservoir_Callback(hObject, eventdata, handles)
Edit_Reservoir
function Mnu_Valve_Callback(hObject, eventdata, handles)
Edit_Valve
function MnuDefine_Callback(hObject, eventdata, handles)
function Mnu_Material_Callback(hObject, eventdata, handles)
Material_Fig
function Mnu_PropertiesFlow_Callback(hObject, eventdata, handles)
FlowProperty_Fig
function Mnu_PatternsDemand_Callback(hObject, eventdata, handles)
function Mnu_Intervale_Callback(hObject, eventdata, handles)
Intervale_Fig
function Mnu_Patterns_Callback(hObject, eventdata, handles)
Patterns_Fig
function Mnu_Assign_Callback(hObject, eventdata, handles)
function Mnu_Junction1_Callback(hObject, eventdata, handles)
Assing_Junction
function Mnu_Pipe1_Callback(hObject, eventdata, handles)
Assing_Pipe
function Mnu_SteadyFlow_Callback(hObject, eventdata, handles)
function Mnu_Option1_Callback(hObject, eventdata, handles)
Option1_Fig
function Mnu_Compute1_Callback(hObject, eventdata, handles)
Compute1
function Mnu_UnsteadyFlow_Callback(hObject, eventdata, handles)
function Mnu_Option2_Callback(hObject, eventdata, handles)
Option2_Fig
function Mnu_Compute2_Callback(hObject, eventdata, handles)
Compute2
function Mnu_Tables_Callback(hObject, eventdata, handles)
function Mnu_JunctionTable_Callback(hObject, eventdata, handles)
JunctionTable_Fig
function Mnu_PipeTable_Callback(hObject, eventdata, handles)
PipeTable_Fig
function Mnu_PressureTable_Callback(hObject, eventdata, handles)
global titl OKCancel
titl='Pressure Table';
Table_Fig
uiwait
if OKCancel==1
    TablePressure_Fig
end
function Mnu_VelocityTable_Callback(hObject, eventdata, handles)
global titl OKCancel
titl='Velocity Table';
Table_Fig
uiwait
if OKCancel==1
    TableVelocity_Fig
end
%*****
**
function Mnu_New_ClickedCallback(hObject, eventdata, handles)
New_Project

```

```

function Mnu_Junction_ClickedCallback(hObject, eventdata, handles)
Edit_Junction
function Mnu_Pipe_ClickedCallback(hObject, eventdata, handles)
Edit_Pipe
function Mnu_Reservoir_ClickedCallback(hObject, eventdata, handles)
Edit_Reservoir
function Mnu_Valves_ClickedCallback(hObject, eventdata, handles)
Edit_Valve
function Mnu_Material_ClickedCallback(hObject, eventdata, handles)
Material_Fig
function Mnu_PropertyFlow_ClickedCallback(hObject, eventdata, handles)
FlowProperty_Fig
function Mnu_Intervale_ClickedCallback(hObject, eventdata, handles)
Intervale_Fig
function Mnu_Patterns_ClickedCallback(hObject, eventdata, handles)
Patterns_Fig
function Mnu_Junction1_ClickedCallback(hObject, eventdata, handles)
Assing_Junction
function Mnu_Pipe1_ClickedCallback(hObject, eventdata, handles)
Assing_Pipe
function Mnu_Refresh_ClickedCallback(hObject, eventdata, handles)
global NJ NP calc1
if calc1==0
    if NJ~=0
        Junction_Plot
        Reservoir_Plot
        Valve_Plot
    end
    if NP~=0
        Pipe_Plot
    end
end
if calc1==1
    Junction_Plot1
    Pipe_Plot1
    Reservoir_Plot1
    Valve_Plot
end
%*****
**
function New_Project
clear all
global NJ NP NR OkCancel Mat NMat Ks Cm C Et d v El ti tf dt tt ff Patt
NPatt
global LHeight Fr Pext PV Op To Method Friction dT Ta N calc1 calc2
LHeight=8;
OkCancel=0;
NJ=0;
NP=0;
NR=0;
Mat=cell(1,1);
Mat(:,:)={' '};
Mat(1,1)=cellstr('PVC');
Ks(1,1)=0.0015;
Cm(1,1)=0.010;
C(1,1)=150;
Et(1,1)=281000000;

```

```

NMat=1;
d=998.2;
v=1.007e-6;
El=2.24e8;
ti=0;
tf=24;
dt=2;
tt=[0;2;4;6;8;10;12;14;16;18;20;22;24];
ff=[0.41;0.36;0.55;0.83;1.1;1.06;1.13;1.1;1.29;1.62;1.42;0.86;0.41];
Patt=cell(1,1);
Patt(:,:)={' '};
Patt(1,1)=cellstr('RESIDENTIAL');
NPatt=1;
Fr=1;
Pext=1;
PV=0;
Op=1;
To=5;
Method=1;
Friction=1;
Ta=60;
N=4;
dT=1;
calc1=0;
calc2=0;
cla;
box on
title('The Hybrid Methods for Unsteady Flow Analysis')
function Edit_Junction
Junction_Fig
uiwait
global OkCancel
if OkCancel==1
    Junction_Plot
    OkCancel=0;
end
function Edit_Pipe
global NJ OkCancel
if NJ~=0
    Pipe_Fig
    uiwait
    if OkCancel==1
        Pipe_Plot
        OkCancel=0;
    end
end
function Edit_Reservoir
global NJ OkCancel
if NJ~=0
    Reservoir_Fig
    uiwait
    if OkCancel==1
        Reservoir_Plot
        OkCancel=0;
    end
end
function Edit_Valve

```

```

global NJ OkCancel
if NJ~=0
    Valve_Fig
    uiwait
    if OkCancel==1
        Valve_Plot
        OkCancel=0;
    end
end
function Assing_Junction
global NJ
if NJ~=0
    Junction1_Fig
end
function Assing_Pipe
global NP
if NP~=0
    Pipel_Fig
end
function Junction_Plot
global X Y NJ Xmin Xmax Ymin Ymax fac LHeight
Xmin=min(X);
Xmax=max(X);
Ymin=min(Y);
Ymax=max(Y);
fac=max(Xmax-Xmin,Ymax-Ymin);
cla;
axis([Xmin-0.15*fac Xmax+0.15*fac Ymin-0.1*fac Ymax+0.1*fac]);
hold on;
plot(X,Y, '.', 'color', [0.31,0.32,0.31], 'markersize', 20);
for i=1:NJ
    text(X(i),Y(i)+0.005*fac, strcat('J-
',int2str(i)), 'fontsize', LHeight, 'verticalalignment', ...
        'bottom', 'Fontweight', 'Bold', 'color', [0.31,0.32,0.31]);
end
function Junction_Plot1
global X Y NJ Xmin Xmax Ymin Ymax fac hp P LHeight qd
Xmin=min(X);
Xmax=max(X);
Ymin=min(Y);
Ymax=max(Y);
fac=max(Xmax-Xmin,Ymax-Ymin);
cla;
axis([Xmin-0.15*fac Xmax+0.15*fac Ymin-0.1*fac Ymax+0.1*fac]);
hold on;
plot(X,Y, 'r.', 'markersize', 20);
for i=1:NJ
    text(X(i)+0.005*fac,Y(i)+0.005*fac, strcat('J-
',int2str(i)), 'fontsize', LHeight, 'verticalalignment', ...
        'bottom', 'Fontweight', 'Bold', 'color', 'r');
    text(X(i)+0.005*fac,Y(i)-0.005*fac, strcat('H=', num2str(hp(i)), '
m'), 'fontsize', LHeight, 'verticalalignment', ...
        'top', 'Fontweight', 'Bold', 'color', 'r');
    text(X(i)+0.005*fac,Y(i)-
0.0025*LHeight*fac, strcat('P=', num2str(P(i)), '
m'), 'fontsize', LHeight, 'verticalalignment', ...
        'top', 'Fontweight', 'Bold', 'color', 'r');
end

```

```

    text(X(i)+0.005*fac,Y(i)-
0.004375*LHeight*fac, strcat('q=', num2str(qd(i)), '
l/s'), 'fontsize', LHeight, 'verticalalignment', ...
        'top', 'Fontweight', 'Bold', 'color', 'r');
end
function Pipe_Plot
global X Y Ni Nj NP fac LHeight
for i=1 : NP
    l(i)=(X(Nj(i))-X(Ni(i)))^2+(Y(Nj(i))-Y(Ni(i)))^2)^0.5;
    dx=X(Nj(i))-X(Ni(i));
    dy=Y(Nj(i))-Y(Ni(i));
    cx(i)=(dx)/l(i);
    cy(i)=(dy)/l(i);
    if dx >= 0 & dy >= 0
        ang(i)= abs(atan(dy/dx))*180/pi;
    end
    if dx <= 0 & dy >= 0
        ang(i)= 180-abs(atan(dy/dx))*180/pi;
    end
    if dx <= 0 & dy <= 0
        ang(i)= 180+abs(atan(dy/dx))*180/pi;
    end
    if dx >= 0 & dy <= 0
        ang(i)= 360-abs(atan(dy/dx))*180/pi;
    end
    xx=[X(Ni(i)) X(Nj(i))];
    yy=[Y(Ni(i)) Y(Nj(i))];
    plot(xx,yy, '-', 'color', [0.31,0.32,0.31], 'LineWidth',1);
    xx1=(xx(1)+xx(2))/2;
    yy1=(yy(1)+yy(2))/2;
    b=0.015;
    x5=xx1-b/2*cx(i)*fac;
    y5=yy1-b/2*cy(i)*fac;
    x1=xx1+b/2*cx(i)*fac;
    y1=yy1+b/2*cy(i)*fac;
    x2=x5-b/2*cy(i)*fac;
    y2=y5+b/2*cx(i)*fac;
    x3=xx1-b/6*cx(i)*fac;
    y3=yy1-b/6*cy(i)*fac;
    x4=x5+b/2*cy(i)*fac;
    y4=y5-b/2*cx(i)*fac;
    plot([x1 x2 x3 x4 x1],[y1 y2 y3 y4 y1], '-
', 'color', [0.31,0.32,0.31], 'LineWidth',1);
    text(x2,y2, strcat('P-', int2str(i)), 'fontsize', LHeight, ...
'Rotation', ang(i), 'verticalalignment', 'bottom', 'Fontweight', 'Bold', 'color
', [0.31,0.32,0.31]);
end
function Pipe_Plot1
global X Y Ni Nj NP fac Qi V D LHeight
for i=1 : NP
    l(i)=(X(Nj(i))-X(Ni(i)))^2+(Y(Nj(i))-Y(Ni(i)))^2)^0.5;
    dx=X(Nj(i))-X(Ni(i));
    dy=Y(Nj(i))-Y(Ni(i));
    cx(i)=(dx)/l(i);
    cy(i)=(dy)/l(i);
    if dx >= 0 & dy >= 0

```

```

    ang(i)= abs(atan(dy/dx))*180/pi;
end
if dx <= 0 & dy >= 0
    ang(i)= 180-abs(atan(dy/dx))*180/pi;
end
if dx <= 0 & dy <= 0
    ang(i)= 180+abs(atan(dy/dx))*180/pi;
end
if dx >= 0 & dy <= 0
    ang(i)= 360-abs(atan(dy/dx))*180/pi;
end
xx=[X(Ni(i)) X(Nj(i))];
yy=[Y(Ni(i)) Y(Nj(i))];
plot(xx,yy, '-', 'color','b', 'LineWidth',1);
xx1=(xx(1)+xx(2))/2;
yy1=(yy(1)+yy(2))/2;
b=0.015;
x5=xx1-b/2*cx(i)*fac;
y5=yy1-b/2*cy(i)*fac;
x1=xx1+b/2*cx(i)*fac;
y1=yy1+b/2*cy(i)*fac;
x2=x5-b/2*cy(i)*fac;
y2=y5+b/2*cx(i)*fac;
x3=xx1-b/6*cx(i)*fac;
y3=yy1-b/6*cy(i)*fac;
x4=x5+b/2*cy(i)*fac;
y4=y5-b/2*cx(i)*fac;
patch('XData',[x1 x2 x3 x4 x1],'YData',[y1 y2 y3 y4
y1], 'FaceColor','c');
    text(x2,y2, strcat('P-',int2str(i)), 'fontsize',LHeight,...
'Rotation',ang(i), 'verticalalignment', 'bottom', 'Fontweight', 'Bold', 'color
', 'b');
    text(x4,y4, strcat('Q=',num2str(1000*abs(Qi(i))), '
l/s'), 'fontsize',LHeight,...

'Rotation',ang(i), 'verticalalignment', 'top', 'Fontweight', 'Bold', 'color', '
b');
    text(x4+0.001875*LHeight*cy(i)*fac,y4-
0.001875*LHeight*cx(i)*fac, strcat('V=',num2str(V(i)), '
m/s'), 'fontsize',LHeight,...

'Rotation',ang(i), 'verticalalignment', 'top', 'Fontweight', 'Bold', 'color', '
b');
    text(x4+0.00375*LHeight*cy(i)*fac,y4-
0.00375*LHeight*cx(i)*fac, strcat('D=',num2str(D(i)), '
mm'), 'fontsize',LHeight,...

'Rotation',ang(i), 'verticalalignment', 'top', 'Fontweight', 'Bold', 'color', '
b');
end
function Reservoir_Plot
global X Y PR NR fac
for i=1:NR
    xx=X(PR(i));
    yy=Y(PR(i));
    b=0.02;

```

```

x1=xx-1*b*fac;
y1=yy+5/8*b*fac;
x2=xx-7/8*b*fac;
y2=yy+3/8*b*fac;
x3=xx-1/2*b*fac;
y3=yy-3/8*b*fac;
x4=xx+1/2*b*fac;
y4=yy-3/8*b*fac;
x5=xx+7/8*b*fac;
y5=yy+3/8*b*fac;
x6=xx+1*b*fac;
y6=yy+5/8*b*fac;
plot([x1 x3 x4 x6],[y1 y3 y4 y6],'-
','color',[0.31,0.32,0.31],'LineWidth',1);
plot([x2 x5],[y2 y5],'-','color',[0.31,0.32,0.31],'LineWidth',1);
end
function Reservoir_Plot1
global X Y PR NR fac
for i=1:NR
    xx=X(PR(i));
    yy=Y(PR(i));
    b=0.02;
    x1=xx-1*b*fac;
    y1=yy+5/8*b*fac;
    x2=xx-7/8*b*fac;
    y2=yy+3/8*b*fac;
    x3=xx-1/2*b*fac;
    y3=yy-3/8*b*fac;
    x4=xx+1/2*b*fac;
    y4=yy-3/8*b*fac;
    x5=xx+7/8*b*fac;
    y5=yy+3/8*b*fac;
    x6=xx+1*b*fac;
    y6=yy+5/8*b*fac;
    plot([x1 x3 x4 x6],[y1 y3 y4 y6],'-
','color',[0.31,0.32,0.31],'LineWidth',1);
    patch('XData',[x2 x3 x4 x5],'YData',[y2 y3 y4 y5],'FaceColor','c');
end
function Valve_Plot
global PV X Y fac
if PV~=0
    xx=X(PV);
    yy=Y(PV);
    b=0.015;
    x1=xx-b/2*fac;
    y1=yy+b/2*fac;
    x2=xx-b/2*fac;
    y2=yy-b/2*fac;
    x3=xx+b/2*fac;
    y3=yy+b/2*fac;
    x4=xx+b/2*fac;
    y4=yy-b/2*fac;
    plot([x1 x2 x3 x4 x1],[y1 y2 y3 y4 y1],'-
','color',[0.31,0.32,0.31],'LineWidth',1);
end
function WindowColor_Callback(hObject, eventdata, handles)
function Mnu_Background_Callback(hObject, eventdata, handles)

```

```

function Mnu_White1_Callback(hObject, eventdata, handles)
axes(handles.Esquema)
set(handles.Esquema,'color','w')
function Mnu_Black1_Callback(hObject, eventdata, handles)
axes(handles.Esquema)
set(handles.Esquema,'color','k')
function Mnu_Label_Callback(hObject, eventdata, handles)
Label_Fig
%*****
**
function Computel
global NJ NP NR X Y Ct PR qd Ni Nj Fr Ks Nm v D C Cm a m n w L Km HR hp P
ht Qi V Cf CE MC calc1 calc2
if Fr==1
    a=0.082627;
    m=1;
    n=2;
    w=5;
end
if Fr==2
    a=10.6742;
    m=-1.852;
    n=1.852;
    w=4.871;
end
if Fr==3
    a=10.2936;
    m=2;
    n=2;
    w=5.33;
end
PE = zeros(NJ,1);
for i = 1 : NR
    PE(PR(i)) = 1;
    CE(i,1) = HR(i)+Ct(PR(i));
end
for i=1 : NP
    Qo(i,1) = 0.001*sum(qd);
    L(i,1)=(X(Nj(i))-X(Ni(i)))^2+(Y(Nj(i))-Y(Ni(i)))^2+(Ct(Nj(i))-
Ct(Ni(i)))^2)^0.5;
end
fila = 0;
for i = 1 : NJ
    if PE(i)~= 1
        fila = fila + 1;
        q(fila,1) = 0.001 * qd(i);
    end
end
Ho = zeros(NJ-NR,1);
for i = 1 : NJ
    for j = 1 : NP
        if i == Ni(j)
            MC(i, j) = -1;
        end
        if i == Nj(j)
            MC(i, j) = 1;
        end
    end
end

```

```

        end
    end
    end
    fila = 0;
    for i = 1 : NJ
        if PE(i) == 0
            fila = fila + 1;
            for j = 1 : NP
                A21(fila, j) = MC(i, j);
            end
        end
    end
    end
    A12=A21';
    col = 0;
    for i = 1 : NJ
        if PE(i) == 1
            col = col + 1;
            for j = 1 : NP
                A10(j, col) = MC(i, j);
            end
        end
    end
    end
    %iteracion
    Eo=2;
    Ei=1;
    while abs(Eo-Ei) >=0.000001
        for i=1:NP
            if Fr==1
                F0 = 0.01;
                F1=1;
                while abs(F1-F0) >=0.000001
                    F1=F0;
                    Cf(i) = 0.25 / ((0.434294481903 * log(Ks(Nm(i))) / (3.7 *
D(i))) + (0.0078853976* D(i) * v) / (4 * abs(Qo(i)) * sqrt(F1)))) ^ 2);
                    F0 = Cf(i);
                end
            end
            if Fr==2
                Cf(i)=C(Nm(i));
            end
            if Fr==3
                Cf(i)=Cm(Nm(i));
            end
            alfa(i)=a*Cf(i)^m*L(i)/(0.001*D(i))^w;
            beta(i)=8*Km(i)/(9.81*pi^2*(0.001*D(i))^4);
        end
        for i = 1 : NP
            for j = 1 : NP
                if i == j
                    A11(i, j) = alfa(i)*abs(Qo(i))^(n-1)+beta(i)*abs(Qo(i));
                    A11x(i, j) = n*alfa(i)*abs(Qo(i))^(n-1)+2*beta(i)*abs(Qo(i));
                else
                    A11(i, j) = 0;
                    A11x(i, j) = 0;
                end
            end
        end
        end
        Hi=-inv(A21*inv(A11x)*A12)*(A21*inv(A11x)*(A11*Qo+A10*CE)-(A21*Qo-q));
    end

```

```

Qi=(eye(NP)-inv(A11x)*A11)*Qo-(inv(A11x)*(A12*Hi+A10*CE));
Eo=norm(Ho);
Ei=norm(Hi);
Ho=Hi;
Qo=Qi;
end
cont = 0;
for i = 1 : NJ
    if PE(i) == 0
        cont = cont + 1;
        hp(i,1) = Hi(cont);
    else
        hp(i,1) = 0;
    end
end
for i = 1 : NR
    hp(PR(i),1) = CE(i);
end
P=hp-Ct;
for i = 1 : NP
    V(i,1) = 4 * abs(Qi(i)) / (pi * (0.001 * D(i)) ^ 2);
    ht(i,1) =alfa(i)*abs(abs(Qi(i)))^n+beta(i)*Qi(i)^2 ;
    if Qi(i)<0
        temp=Ni(i);
        Ni(i)=Nj(i);
        Nj(i)=temp;
    end
end
end
calc1=1;
calc2=0;
helpdlg({strcat('Date:',date),'Steady Flow Analysis','Complete
Simulation'},'HyMet v1.0');
uiwait
Junction_Plot1
Pipe_Plot1
Reservoir_Plot1
Valve_Plot
%*****
**
function Compute2
global NP NJ X Y qd Ni Nj Ks Nm D L El d e Et N Ta hp V Op To dT CE calc1
calc2
global MC Cf ts HH VV NT a Lp dL dLp Cn tau Method Friction Qi v NN
if calc1==1
%*****Metodo de las caracteristicas*****
if Method==1
ts=[];
HH=[];
VV=[];
tau=[];
Lmin=L(1);
pos=1;
for i=1:NP
    a(i)=sqrt((El*9.81/d)/(1+(El*D(i))/(e(i)*Et(Nm(i)))));
    if Lmin>L(i)
        Lmin=L(i);
        pos=i;
    end
end
end

```

```

end
end
dT=L(pos)/(N*a(pos));
for i=1:NP
    NT(i)=round(L(i)/(a(i)*dT));
    Lp(i)=((X(Nj(i))-X(Ni(i)))^2+(Y(Nj(i))-Y(Ni(i)))^2)^0.5;
    dL(i)=L(i)/NT(i);
    dLp(i)=Lp(i)/NT(i);
    Cn(i)=a(i)*dT/dL(i);
    F0 = 0.01;
    F1=1;
    while abs(F1-F0) >=0.000001
        F1=F0;
        Cf(i) = 0.25 / ((0.434294481903 * log(Ks(Nm(i))) / (3.7 * D(i)) +
(0.0078853976 * D(i) * v) / (4 * abs(Qi(i)) * sqrt(F1)))) ^ 2);
        F0 = Cf(i);
    end
end
NN=1;
ts(1)=0;
while Ta > ts(NN)
    NN=NN+1;
    ts(NN)=(NN-1)*dT;
end
%Cierre
if Op==1
    for i=1:NN
        if 1-ts(i)/To<0
            tau(i)=0;
        else
            tau(i)=(1-ts(i)/To);
        end
    end
    for j=1:NP
        for k=1:NT(j)+1
            xx=(k-1)*dLp(j);
            HH(1,j,k)=(hp(Ni(j))-hp(Nj(j)))/Lp(j)*(Lp(j)-xx)+hp(Nj(j));
            VV(1,j,k)=V(j);
        end
    end
end
%Apertura
if Op==2
    for i=1:NN
        if ts(i)/To>1
            tau(i)=1;
        else
            tau(i)=(ts(i)/To);
        end
    end
    for j=1:NP
        for k=1:NT(j)+1
            HH(1,j,k)=CE(1);
            VV(1,j,k)=0;
        end
    end
end
end
end

```

```

for i=2:NN
    %Resuelve los puntos internos de la tubería
    for j=1:NP
        A1=zeros(2*(NT(j)-1));
        B1=zeros(2*(NT(j)-1),1);
        for k=1:NT(j)-1
            for l=1:NT(j)-1
                if k==l
                    A1(2*k-1,2*l-1)=1;
                    A1(2*k-1,2*l)=9.81/a(j);
                    A1(2*k,2*l-1)=1;
                    A1(2*k,2*l)=-9.81/a(j);
                end
            end
            B1(2*k-1,1)=VV(i-1,j,k)+9.81/a(j)*HH(i-1,j,k)-
Cf(j)*dT/(2*0.001*D(j))*VV(i-1,j,k)*abs(VV(i-1,j,k));
            B1(2*k,1)=VV(i-1,j,k+2)-9.81/a(j)*HH(i-1,j,k+2)-
Cf(j)*dT/(2*0.001*D(j))*VV(i-1,j,k+2)*abs(VV(i-1,j,k+2));
        end
        X1=inv(A1)*B1;
        for k=1:NT(j)-1
            VV(i,j,k+1)=X1(2*k-1);
            HH(i,j,k+1)=X1(2*k);
        end
    end
    %Resuelve los puntos externos de la tubería
    for k=1:NJ
        col=0;
        for j=1:NP
            if MC(k,j)~=0
                col=col+1;
            end
        end
        %Resuelve los puntos de unión de la tubería
        if col>=2
            A2=eye(col);
            fila=0;
            for j=1:NP
                if MC(k,j)==1
                    fila=fila+1;
                    A2(fila,col+1)=9.81/a(j);
                    A2(col+1,fila)=(0.001*D(j))^2;
                end
                if MC(k,j)==-1
                    fila=fila+1;
                    A2(fila,col+1)=-9.81/a(j);
                    A2(col+1,fila)=- (0.001*D(j))^2;
                end
            end
            B2=zeros(col+1,1);
            fila=0;
            for j=1:NP
                if MC(k,j)==1
                    fila=fila+1;
                    B2(fila,1)=VV(i-1,j,NT(j))+9.81/a(j)*HH(i-1,j,NT(j))-
Cf(j)*dT/(2*0.001*D(j))*VV(i-1,j,NT(j))*abs(VV(i-1,j,NT(j)));
                end
            end
        end
    end
end

```

```

end
if MC(k,j)==-1
    fila=fila+1;
    B2(fila,1)=VV(i-1,j,2)-9.81/a(j)*HH(i-1,j,2)-
Cf(j)*dT/(2*0.001*D(j))*VV(i-1,j,2)*abs(VV(i-1,j,2));
end
end
B2(col+1,1)=0.004/pi*qd(k);
X2=inv(A2)*B2;
fila=0;
for j=1:NP
    if MC(k,j)==1
        fila=fila+1;
        VV(i,j,NT(j)+1)=X2(fila);
        HH(i,j,NT(j)+1)=X2(col+1);
    end
    if MC(k,j)==-1
        fila=fila+1;
        VV(i,j,1)=X2(fila);
        HH(i,j,1)=X2(col+1);
    end
end
%Resuelve los puntos de reservorio y valvula
else
    for j=1:NP
        %Reservorio
        if MC(k,j)==-1
            HH(i,j,1)=HH(i-1,j,1);
            VV(i,j,1)=VV(i-1,j,2)-9.81/a(j)*HH(i-1,j,2)-
Cf(j)*dT/(2*0.001*D(j))*VV(i-1,j,2)*abs(VV(i-1,j,2))+9.81/a(j)*HH(i,j,1);
        end
        %Valvula
        if MC(k,j)==1
            c4=V(j)^2*tau(i)^2/(9.81/a(j)*hp(Nj(j)));
            c3=VV(i-1,j,NT(j))+9.81/a(j)*HH(i-1,j,NT(j))-
Cf(j)*dT/(2*0.001*D(j))*VV(i-1,j,NT(j))*abs(VV(i-1,j,NT(j)));
            VV(i,j,NT(j)+1)=-c4/2+sqrt((c4/2)^2+c3*c4);
            HH(i,j,NT(j)+1)=(c3-VV(i,j,NT(j)+1))/(9.81/a(j));
        end
    end
end
end
end
end
%*****Metodo Hibrido*****
if Method==2
    ts=[];
    HH=[];
    VV=[];
    tau=[];
    for i=1:NP
        NT(i)=N;
        a(i)=sqrt((E1*9.81/d)/(1+(E1*D(i))/(e(i)*Et(Nm(i)))));
        Lp(i)=(X(Nj(i))-X(Ni(i)))^2+(Y(Nj(i))-Y(Ni(i)))^2)^0.5;
        dL(i)=L(i)/N;
        dLp(i)=Lp(i)/N;
        Cn(i)=a(i)*dT/dL(i);
    end
end

```

```

end
NN=1;
ts(1)=0;
while Ta > ts(NN)
    NN=NN+1;
    ts(NN)=(NN-1)*dT;
end
%Cierre
if Op==1
    for i=1:NN
        if 1-ts(i)/To<0
            tau(i)=0;
        else
            tau(i)=(1-ts(i)/To);
        end
    end
    for j=1:NP
        for k=1:N+1
            xx=(k-1)*dLp(j);
            HH(1,j,k)=(hp(Ni(j))-hp(Nj(j)))/Lp(j)*(Lp(j)-xx)+hp(Nj(j));
            VV(1,j,k)=V(j);
        end
    end
end
%Apertura
if Op==2
    for i=1:NN
        if ts(i)/To>1
            tau(i)=1;
        else
            tau(i)=(ts(i)/To);
        end
    end
    for j=1:NP
        for k=1:N
            HH(1,j,k)=CE(1);
            VV(1,j,k)=0;
        end
    end
end
%Fricción constante
if Friction ==1
    for i=1:NP
        F0 = 0.01;
        F1=1;
        while abs(F1-F0) >=0.000001
            F1=F0;
            Cf(i) = 0.25 / ((0.434294481903 * log(Ks(Nm(i))) / (3.7 *
D(i)) + (0.0078853976* D(i) * v) / (4 * abs(Qi(i)) * sqrt(F1)))) ^ 2);
            F0 = Cf(i);
        end
        K(i)=0;
    end
end
%Fricción variable
if Friction ==2
    for i=1:NP

```

```

Re=4*abs(Qi(i))/(pi*v*0.001*D(i));
fL=8/Re;

fT=(2.457*0.434294481903*log(1/((7/Re)^0.9+0.27*Ks(Nm(i))/D(i))))^(-2);
Z=(Re-3000)/333;
PT=(1+exp(-2*Z))^(-1);
PL=1-PT;
Cf(i)=fL*PL+fT*PT;
K(i)=0;
end
end
%Fricción transiente
if Friction ==3
for i=1:NP
Re=4*abs(Qi(i))/(pi*v*0.001*D(i));
if Re<2100
C1=0.0476;
else
C1=7.41/(Re^(log(14.3/Re^0.05)));
end
K(i)=C1^0.5/2;
F0 = 0.01;
F1=1;
while abs(F1-F0) >=0.000001
F1=F0;
Cf(i) = 0.25 / ((0.434294481903 * log(Ks(Nm(i))) / (3.7 *
D(i)) + (0.0078853976* D(i) * v) / (4 * abs(Qi(i)) * sqrt(F1)))) ^ 2);
F0 = Cf(i);
end
end
end
for i=2:NN
%Resuelve los puntos externos de la tubería
for k=1:NJ
col=0;
for j=1:NP
if MC(k,j)~=0
col=col+1;
end
end
%Resuelve los puntos de unión de la tubería
if col>=2
A2=eye(col);
fila=0;
for j=1:NP
if MC(k,j)==1
fila=fila+1;
A2(fila,col+1)=9.81/a(j);
A2(col+1,fila)=(0.001*D(j))^2;
end
if MC(k,j)==-1
fila=fila+1;
A2(fila,col+1)=-9.81/a(j);
A2(col+1,fila)=- (0.001*D(j))^2;
end
end
end
B2=zeros(col+1,1);

```

```

        fila=0;
        for j=1:NP
            if MC(k,j)==1
                fila=fila+1;
                B2(fila,1)=VV(i-1,j,N)+9.81/a(j)*HH(i-1,j,N)-
Cf(j)*dT/(2*0.001*D(j))*VV(i-1,j,N)*abs(VV(i-1,j,N));
            end
            if MC(k,j)==-1
                fila=fila+1;
                B2(fila,1)=VV(i-1,j,2)-9.81/a(j)*HH(i-1,j,2)-
Cf(j)*dT/(2*0.001*D(j))*VV(i-1,j,2)*abs(VV(i-1,j,2));
            end
        end
        B2(col+1,1)=0.004/pi*qd(k);
        X2=inv(A2)*B2;
        fila=0;
        for j=1:NP
            if MC(k,j)==1
                fila=fila+1;
                VV(i,j,N+1)=X2(fila);
                HH(i,j,N+1)=X2(col+1);
            end
            if MC(k,j)==-1
                fila=fila+1;
                VV(i,j,1)=X2(fila);
                HH(i,j,1)=X2(col+1);
            end
        end
        end
        %Resuelve los puntos de reservorio y valvula
        else
            for j=1:NP
                %Reservorio
                if MC(k,j)==-1
                    HH(i,j,1)=HH(i-1,j,1);
                    VV(i,j,1)=VV(i-1,j,2)-9.81/a(j)*HH(i-1,j,2)-
Cf(j)*dT/(2*0.001*D(j))*VV(i-1,j,2)*abs(VV(i-1,j,2))+9.81/a(j)*HH(i,j,1);
                end
                %Valvula
                if MC(k,j)==1
                    c4=V(j)^2*tau(i)^2/(9.81/a(j)*hp(Nj(j)));
                    c3=VV(i-1,j,N)+9.81/a(j)*HH(i-1,j,N)-
Cf(j)*dT/(2*0.001*D(j))*VV(i-1,j,N)*abs(VV(i-1,j,N));
                    VV(i,j,N+1)=-c4/2+sqrt((c4/2)^2+c3*c4);
                    HH(i,j,N+1)=(c3-VV(i,j,N+1))/(9.81/a(j));
                end
            end
        end
    end
    %Resuelve los puntos internos de la tuberia
    for j=1:NP
        A1=zeros(2*(N+1));
        B1=zeros(2*(N+1),1);
        A=pi*(0.001*D(j))^2/4;
        for k=1:N
            for l=1:N
                if k==l
                    Q1=VV(i-1,j,k)*A;

```

```

        Q2=VV(i-1,j,k+1)*A;
        H1=HH(i-1,j,k);
        H2=HH(i-1,j,k+1);
        A1(2*k,2*1-1)=1-
dT/(2*A*dLp(j))* (Q1+Q2)+K(j)/2*(1+dT/dLp(j))*a(j)*sign((Q1+Q2)/2));
        A1(2*k,2*1)=-9.81*A*dT/dLp(j);

A1(2*k,2*1+1)=1+dT/(2*A*dLp(j))* (Q1+Q2)+K(j)/2*(1+dT/dLp(j))*a(j)*sign((Q1
+Q2)/2));

        A1(2*k,2*1+2)=9.81*A*dT/dLp(j);
        A1(2*k+1,2*1-1)=-a(j)^2/(2*dLp(j));
        A1(2*k+1,2*1)=9.81*A/(2*dT)-9.81/(4*dLp(j))* (Q1+Q2);
        A1(2*k+1,2*1+1)=a(j)^2/(2*dLp(j));

A1(2*k+1,2*1+2)=9.81*A/(2*dT)+9.81/(4*dLp(j))* (Q1+Q2);
        end
        end
        B1(2*k,1)=- (9.81*A*dT/dLp(j))* (H2-H1)-
(Q1+Q2)+dT/(2*A*dLp(j))* (Q2+Q1))* (Q2-
Q1)+Cf(j)*dT/(4*A*0.001*D(j))* (Q1+Q2))*abs(Q1+Q2))+K(j)/2*(dT/dLp(j))*a(j)*
sign((Q1+Q2)/2))*abs(Q1+Q2)-(Q1+Q2));
        B1(2*k+1,1)=-(-
9.81*A/(2*dT))* (H2+H1)+9.81/(4*dLp(j))* (Q1+Q2))* (H2-
H1)+a(j)^2/(2*dLp(j))* (Q2-Q1));
        end
        A1(1,2)=1;
        A1(2*(N+1),2*(N+1))=1;
        B1(1,1)=HH(i,j,1);
        B1(2*(N+1),1)=HH(i,j,N+1);
        X1=inv(A1)*B1;
        for k=1:N+1
            VV(i,j,k)=X1(2*k-1)/A;
            HH(i,j,k)=X1(2*k);
        end
    end
end
end
calc2=1;
helpdlg({strcat('Date:',date),'Unsteady Flow Analysis','Complete
Simulation'},'HyMet v1.0');
end
%*****
**
function Mnu_Graphic_Callback(hObject, eventdata, handles)
function Mnu_PressureGraph_Callback(hObject, eventdata, handles)
global tb nd ts HH titl OKCancel
titl='Pressure Graphic';
Graphic_Fig
uiwait
if OKCancel==1
close(figure(1))
scrsz = get(0,'ScreenSize');
figure('Position',[0 0 scrsz(3) scrsz(4)],'Name','The Hybrid Methods for
Unsteady Flow Analysis','NumberTitle','off');
plot(ts,HH(:,tb,nd),'-','color','r','linewidth',1,
'markeredgecolor','b','markersize',10)
axis tight

```

```

grid on;
colorbar
xlabel('Time (seconds)', 'FontSize', 13, 'FontWeight', 'bold', 'color', 'b');
ylabel('Pressure (mH_2O)', 'FontSize', 13, 'FontWeight', 'bold', 'color', 'b');
TITLE(strcat('VARIATION OF PRESSURE:', strcat('PIPE-
', int2str(tb)), strcat(', NODE-
', int2str(nd))), 'FontSize', 13, 'FontWeight', 'bold', 'color', 'b');
whitebg('w');
set(figure(1), 'color', 'w');
set(gca, 'XColor', 'b', 'YColor', 'b')
OKCancel=0;
end
function Mnu_VelocityGraph_Callback(hObject, eventdata, handles)
global tb nd ts VV titl OKCancel
titl='Velocity Graphic';
Graphic_Fig
uiwait
if OKCancel==1
close(figure(1))
scrsz = get(0, 'ScreenSize');
figure('Position', [0 0 scrsz(3) scrsz(4)], 'Name', 'The Hybrid Methods for
Unsteady Flow Analysis', 'NumberTitle', 'off');
plot(ts, VV(:, tb, nd), '-r', 'color', 'r', 'linewidth', 1,
'markeredgecolor', 'b', 'markersize', 10)
axis tight
grid on;
colorbar
xlabel('Time (seconds)', 'FontSize', 13, 'FontWeight', 'bold', 'color', 'b');
ylabel('Velocity (m/s)', 'FontSize', 13, 'FontWeight', 'bold', 'color', 'b');
TITLE(strcat('VARIATION OF VELOCITY:', strcat('PIPE-
', int2str(tb)), strcat(', NODE-
', int2str(nd))), 'FontSize', 13, 'FontWeight', 'bold', 'color', 'b');
whitebg('w');
set(figure(1), 'color', 'w');
set(gca, 'XColor', 'b', 'YColor', 'b')
OKCancel=0;
end

```

F.3. Manual del Programa

Para esto nos valdremos de la Red 2, para hacer el ingreso de cálculo, opciones de cálculo y la visualización de resultados. El ingreso se hará por medio de datos pre-establecidos y se le indicará cual es el formato de dichos datos. En cada ejemplo de la red se tendrá que crear un nuevo archivo (New).

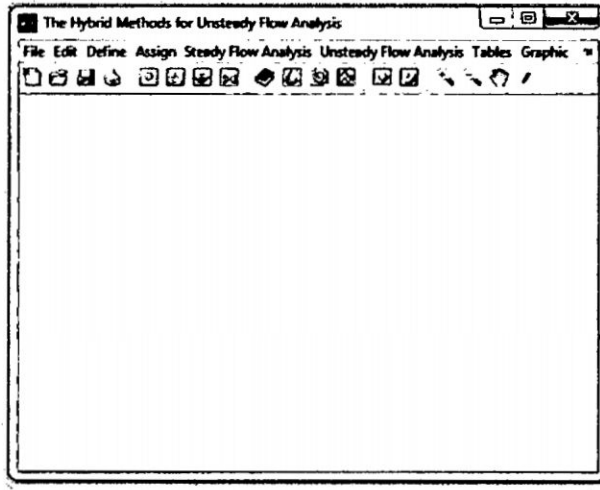


Figura F.1: Ventana principal del programa HyMet

Edit. Nos permite cargar las propiedades de los nudos, de las tuberías, del reservorio y las características de la válvula.

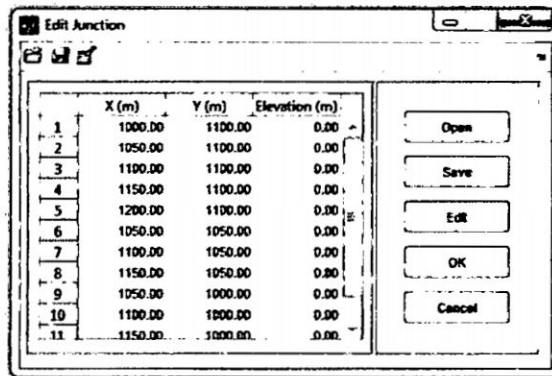


Figura F.2: Propiedades de los nudos

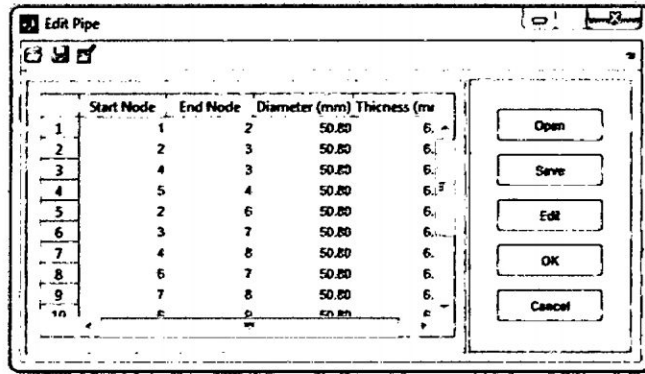


Figura F.3: Propiedades de las tuberías

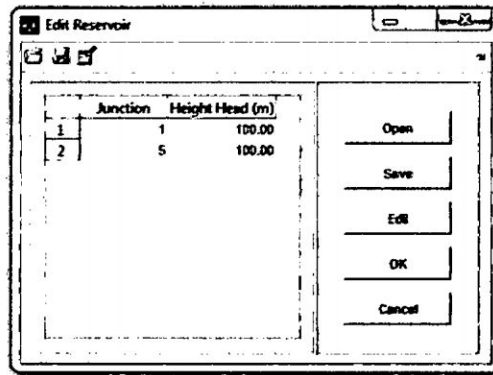


Figura F.4: Propiedades de los reservorios

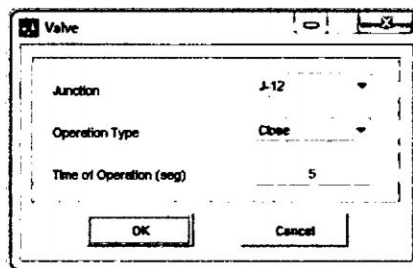


Figura F.5: Propiedades de la válvula

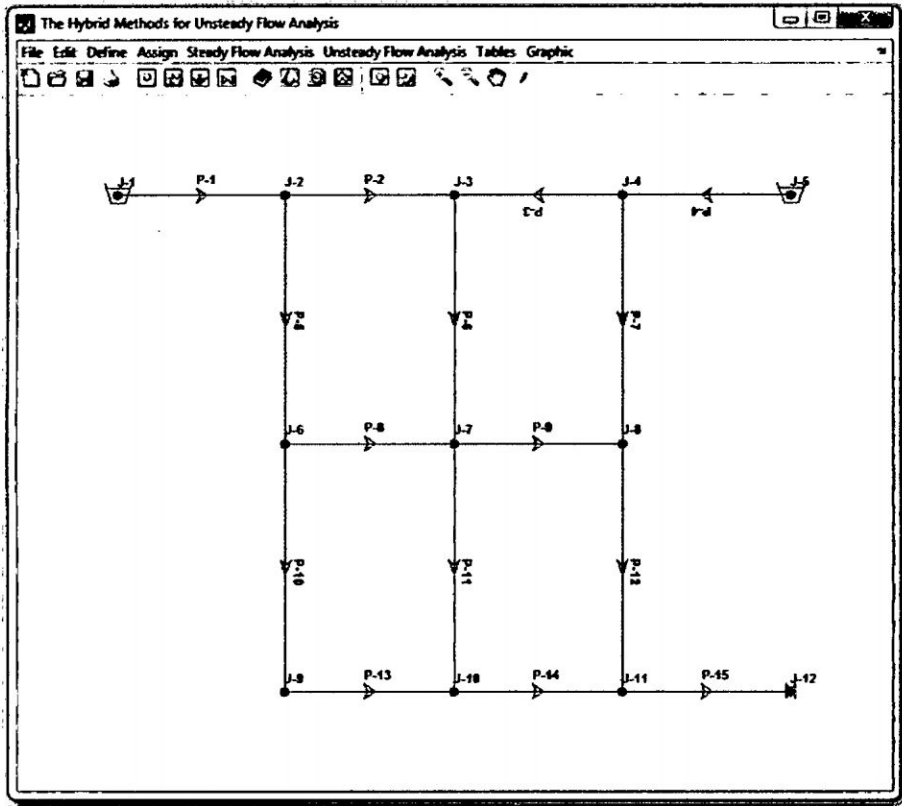


Figura F.6: Gráfico de la red

Define. Nos permite definir las propiedades del material y del fluido, como también los patrones de demanda con un intervalo de tiempo.

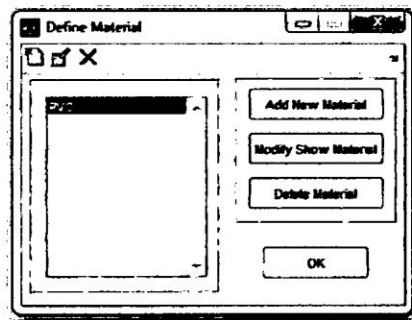


Figura F.7: Definiendo material

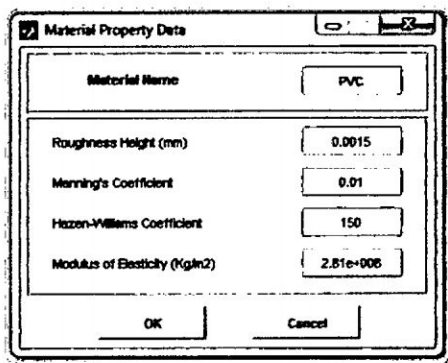


Figura F.8: Propiedades del material

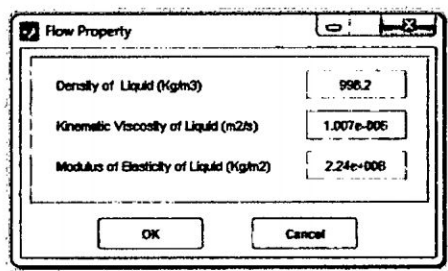


Figura F.9: Propiedades del fluido (agua)

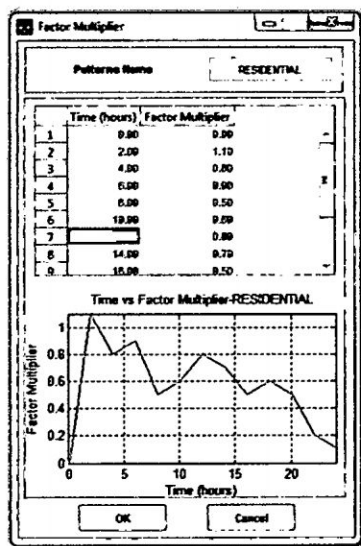


Figura F.10: Factor de multiplicación para período extendido

Assing. Nos permite asignar propiedades en el nudo (caudal de demanda y patrones de demanda) y en la tubería (coeficiente de pérdidas menores y el material).

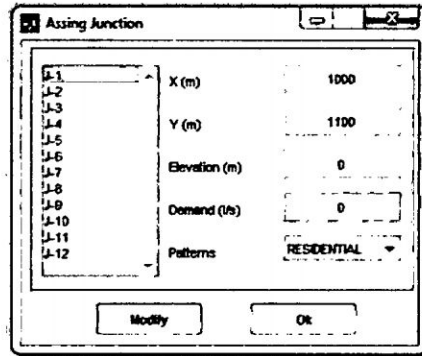


Figura F.11: Asignar propiedades a los nudos

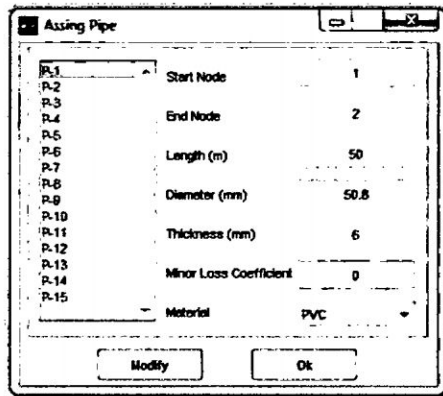


Figura F.12: Asignar propiedades a las tuberías

Steady Flow Analysis. Nos permite configurar las opciones de cálculo, como el elegir el tipo de factor de fricción a utilizar, nos permite configurar la simulación en período extendido y realiza el cálculo (compute).

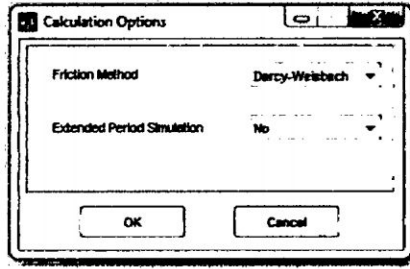


Figura F.13: Opciones de cálculo para flujo permanente

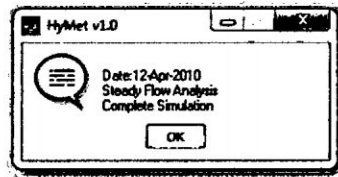


Figura F.14: Mensaje de finalización para flujo permanente

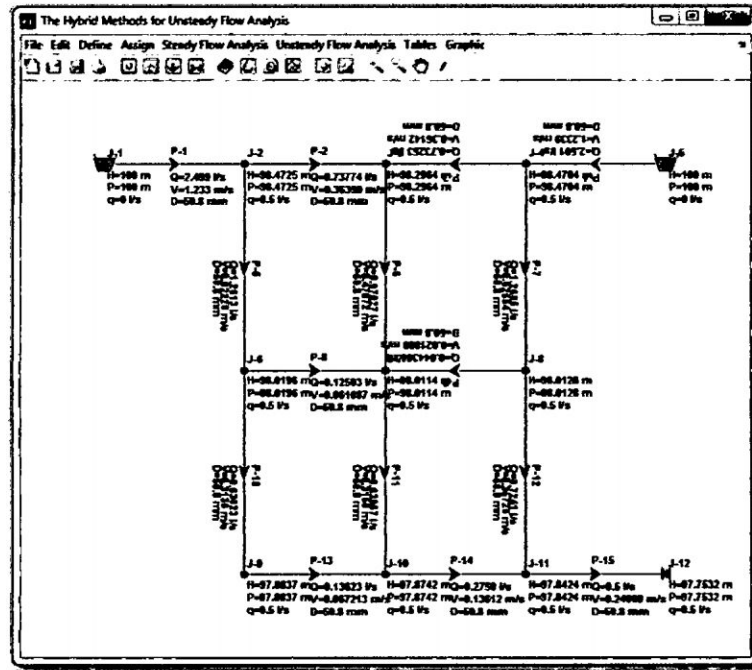


Figura F.15: Red calculada para flujo permanente

Unsteady Flow Analysis. Nos permite configurara las opciones de cálculo, como el elegir el tipo de el método de análisis, elegir el factor de fricción, el tiempo de análisis, el

número de tramos y el incremento de tiempo y realiza el cálculo para flujo no permanente (compute).

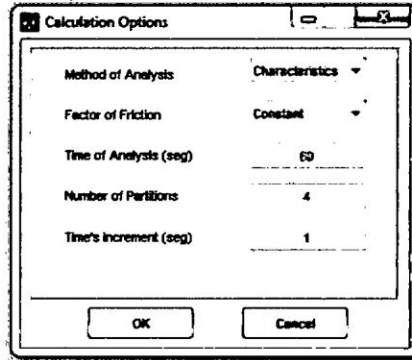


Figura F.16: Opciones de cálculo para flujo no permanente

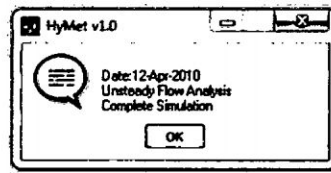


Figura F.17: Mensaje de finalización para flujo no permanente

Tables. Nos muestra los reportes de los resultados de los nudos y de las tuberías tanto para flujo permanente como para no permanente.

Label	X (m)	Y (m)	Elevation (m)	Demand (l/s)	Patterns of Demand	Height of Pressure (m)	Pressure (m)	Pressure (kg/m)
J-1	1000	1100	0	0	RESIDENTIAL	100	100	99029
J-2	1050	1100	0	0.5	RESIDENTIAL	98.4725	98.4725	98295.2983
J-3	1100	1100	0	0.5	RESIDENTIAL	98.2954	98.2954	98119.5053
J-4	1150	1100	0	0.5	RESIDENTIAL	98.4704	98.4704	98293.1147
J-5	1200	1100	0	0	RESIDENTIAL	100	100	99029
J-6	1050	1050	0	0.5	RESIDENTIAL	98.0196	98.0196	97843.1588
J-7	1100	1050	0	0.5	RESIDENTIAL	98.0114	98.0114	97824.9456
J-8	1150	1050	0	0.5	RESIDENTIAL	98.0128	98.0128	97826.3963
J-9	1050	1000	0	0.5	RESIDENTIAL	97.8837	97.8837	97707.5297
J-10	1100	1000	0	0.5	RESIDENTIAL	97.8742	97.8742	97686.0383
J-11	1150	1000	0	0.5	RESIDENTIAL	97.8424	97.8424	97686.2709
J-12	1200	1000	0	0.5	RESIDENTIAL	97.7532	97.7532	97577.2419

Figura F.18: Tabla tabular de los nudos para flujo permanente

Label	Start Node	End Node	Length (m)	Diameter (mm)	Thickness (mm)	Minor Loss Coeff.	Material	Flow (l/s)	Velocity (m/s)	Coefficient Loss	Head Loss
P-1	J-1	J-2	50	50.8	6	0	PVC	2.480	1.233	0.02029	1.5275
P-2	J-2	J-3	50	50.8	6	0	PVC	0.73774	0.36388	0.026486	0.1761
P-3	J-4	J-3	50	50.8	6	0	PVC	0.73253	0.36142	0.02542	0.17382
P-4	J-6	J-4	50	50.8	6	0	PVC	2.581	1.2339	0.020626	1.5296
P-5	J-2	J-6	50	50.8	6	0	PVC	1.2513	0.62228	0.023317	0.45295
P-6	J-3	J-7	50	50.8	6	0	PVC	0.97827	0.47872	0.024787	0.28537
P-7	J-4	J-8	50	50.8	6	0	PVC	1.2285	0.62584	0.023286	0.45254
P-8	J-6	J-7	50	50.8	6	0	PVC	0.12583	0.061687	0.04306	0.03822
P-9	J-8	J-7	50	50.8	6	0	PVC	0.844306	0.421889	0.03846	0.091463
P-10	J-6	J-9	50	50.8	6	0	PVC	0.83823	0.3139	0.027486	0.12587
P-11	J-7	J-10	50	50.8	6	0	PVC	0.83867	0.3156	0.027488	0.12715
P-12	J-8	J-11	50	50.8	6	0	PVC	0.7241	0.35726	0.028617	0.17843
P-13	J-9	J-10	50	50.8	6	0	PVC	0.13623	0.067213	0.041956	0.039508
P-14	J-10	J-11	50	50.8	6	0	PVC	0.2759	0.13612	0.03423	0.031019
P-15	J-11	J-12	50	50.8	6	0	PVC	0.5	0.24889	0.029217	0.089196

Figura F.19: Tabla tabular de las tuberías para flujo permanente

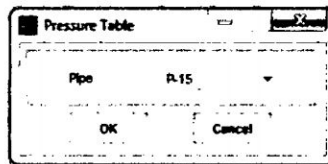


Figura F.20: Elección de la tubería para la tabla de presión en flujo no permanente

Time (sec)	tau	1	2	3	4	5	6
1	0.89	1.00	97.8424	97.8201	97.7978	97.7755	97.7532
2	0.92	1.00	97.8424	97.8201	97.7978	97.7755	97.7532
3	0.95	0.98	97.8424	97.8201	97.7978	97.7843	97.8709
4	0.97	0.99	97.8424	97.8201	97.8585	97.8920	97.9300
5	0.99	0.98	97.8424	97.8787	97.9151	97.9521	97.9882
6	0.12	0.98	98.4048	97.8573	97.9741	98.0111	98.0486
7	0.14	0.97	98.4438	98.4983	98.5330	98.5704	98.1089
8	0.16	0.97	98.4844	98.5387	98.5845	98.1297	98.1676
9	0.19	0.96	98.5236	98.5796	98.6343	98.6887	98.2272
10	0.21	0.96	98.8411	98.6191	98.6756	98.7389	98.2271
11	0.23	0.95	98.8884	98.1378	98.7156	99.2111	99.2500
12	0.25	0.95	98.1182	98.1775	98.6733	99.2348	99.2772
13	0.28	0.94	98.1587	98.6539	98.6908	98.7482	99.3911
14	0.30	0.94	98.2986	98.6772	98.7297	98.7639	98.3582
15	0.33	0.93	98.3111	98.3088	98.7442	98.3313	98.3738
16	0.35	0.93	98.3233	98.3785	97.9786	98.3547	98.3882
17	0.38	0.92	98.3348	97.8558	97.8682	98.0439	98.4188
18	0.40	0.92	98.8444	97.9472	98.0018	98.0558	97.8186

Number of partitions: 4 Velocity of wave(m/s): 532.892 Number of Courant: 1

Figura F.21: Reporte tabular de la tabla de presión para flujo no permanente

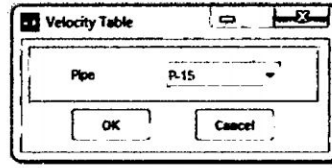


Figura F.22: Elección de la tubería para la tabla de velocidad en flujo no permanente

Time (sec)	Tau	1	2	3	4	5	6
1	0.00	1.00	0.2467	0.2467	0.2467	0.2467	0.2467
2	0.02	1.00	0.2467	0.2467	0.2467	0.2467	0.2466
3	0.05	0.99	0.2467	0.2467	0.2467	0.2466	0.2465
4	0.07	0.99	0.2467	0.2467	0.2466	0.2465	0.2464
5	0.09	0.98	0.2467	0.2466	0.2465	0.2464	0.2464
6	0.12	0.98	0.2549	0.2445	0.2434	0.2424	0.2413
7	0.14	0.97	0.2535	0.2527	0.2424	0.2413	0.2402
8	0.16	0.97	0.2528	0.2513	0.2505	0.2482	0.2391
9	0.19	0.95	0.2505	0.2488	0.2481	0.2483	0.2388
10	0.21	0.95	0.2385	0.2484	0.2475	0.2469	0.2381
11	0.23	0.95	0.2381	0.2373	0.2452	0.2374	0.2388
12	0.26	0.95	0.2355	0.2359	0.2271	0.2352	0.2353
13	0.28	0.94	0.2352	0.2254	0.2268	0.2255	0.2346
14	0.30	0.94	0.2195	0.2253	0.2248	0.2244	0.2324
15	0.33	0.93	0.2182	0.2188	0.2237	0.2315	0.2312
16	0.36	0.93	0.2168	0.2185	0.2245	0.2305	0.2301
17	0.38	0.92	0.2155	0.2237	0.2234	0.2232	0.2288
18	0.40	0.92	0.2253	0.2223	0.2221	0.2219	0.2271

Number of profiles: 4 Velocity of wave (m/s): 532.882 Number of Courant: 1

Figura F.23: Reporte tabular de la tabla de velocidad para flujo no permanente

Graphic. Nos muestra los gráficos de los resultados de los nudos y de las tuberías para flujo no permanente.

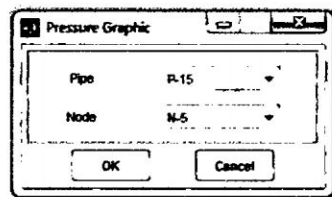


Figura F.24: Elección de la tubería y el nudo para el gráfico de presión

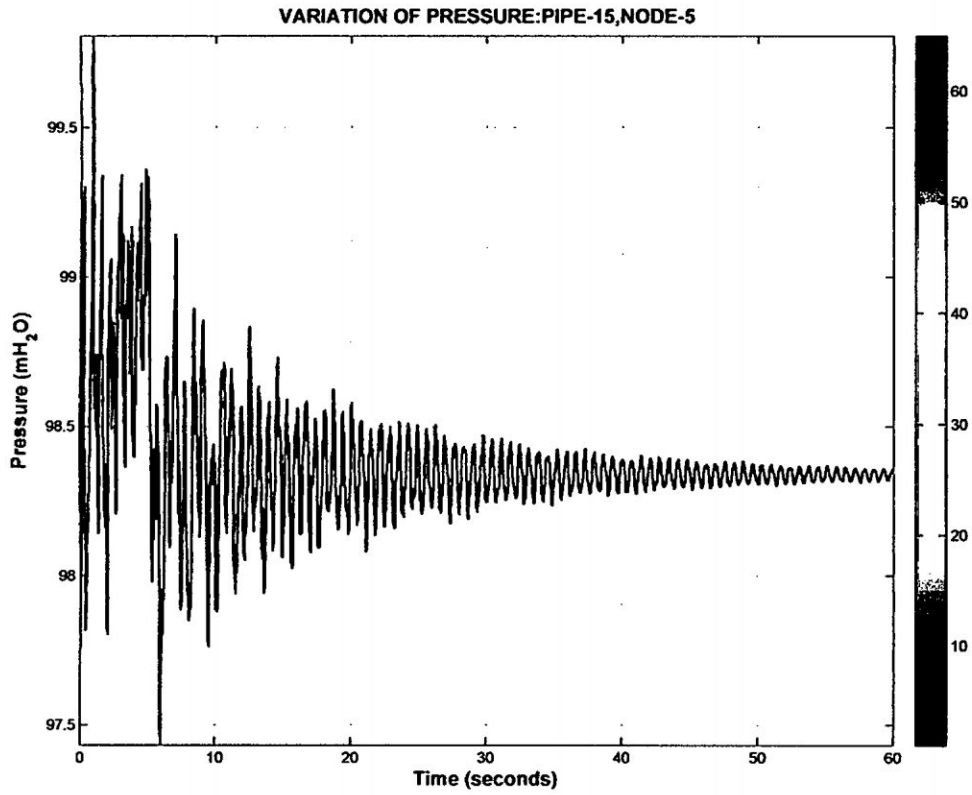


Figura F.25: Gráfico de presión para la tubería y nudo seleccionado

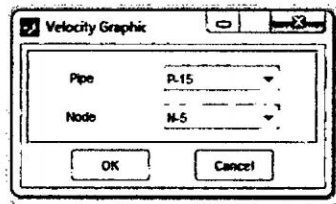


Figura F.26: Elección de la tubería y el nudo para el gráfico de velocidad

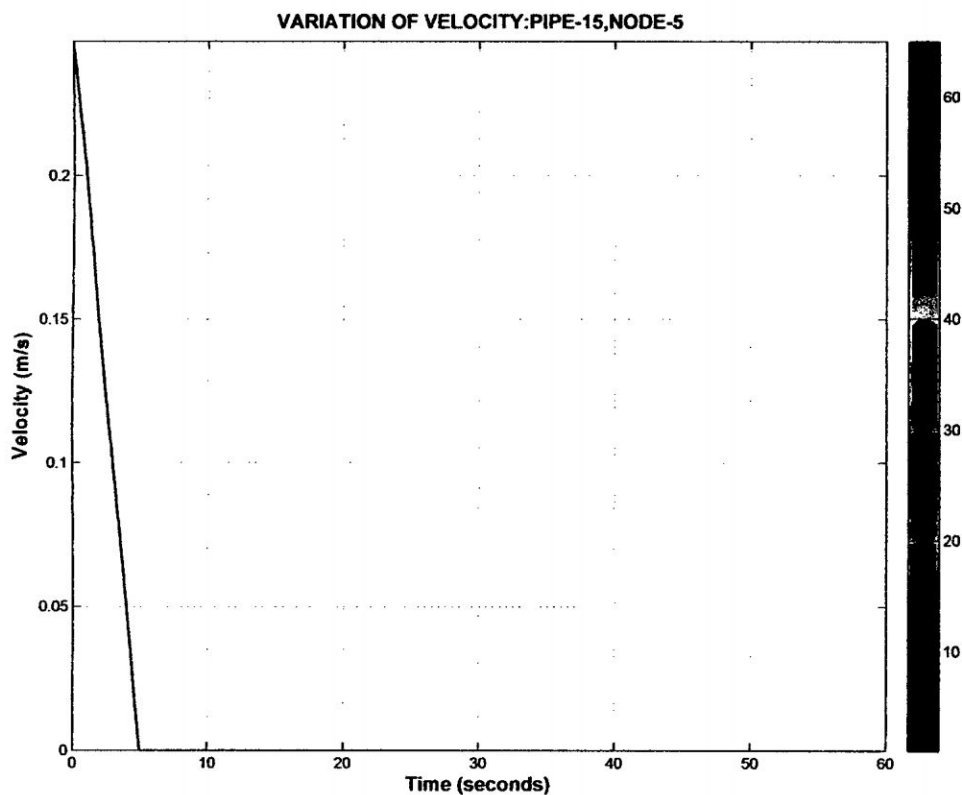


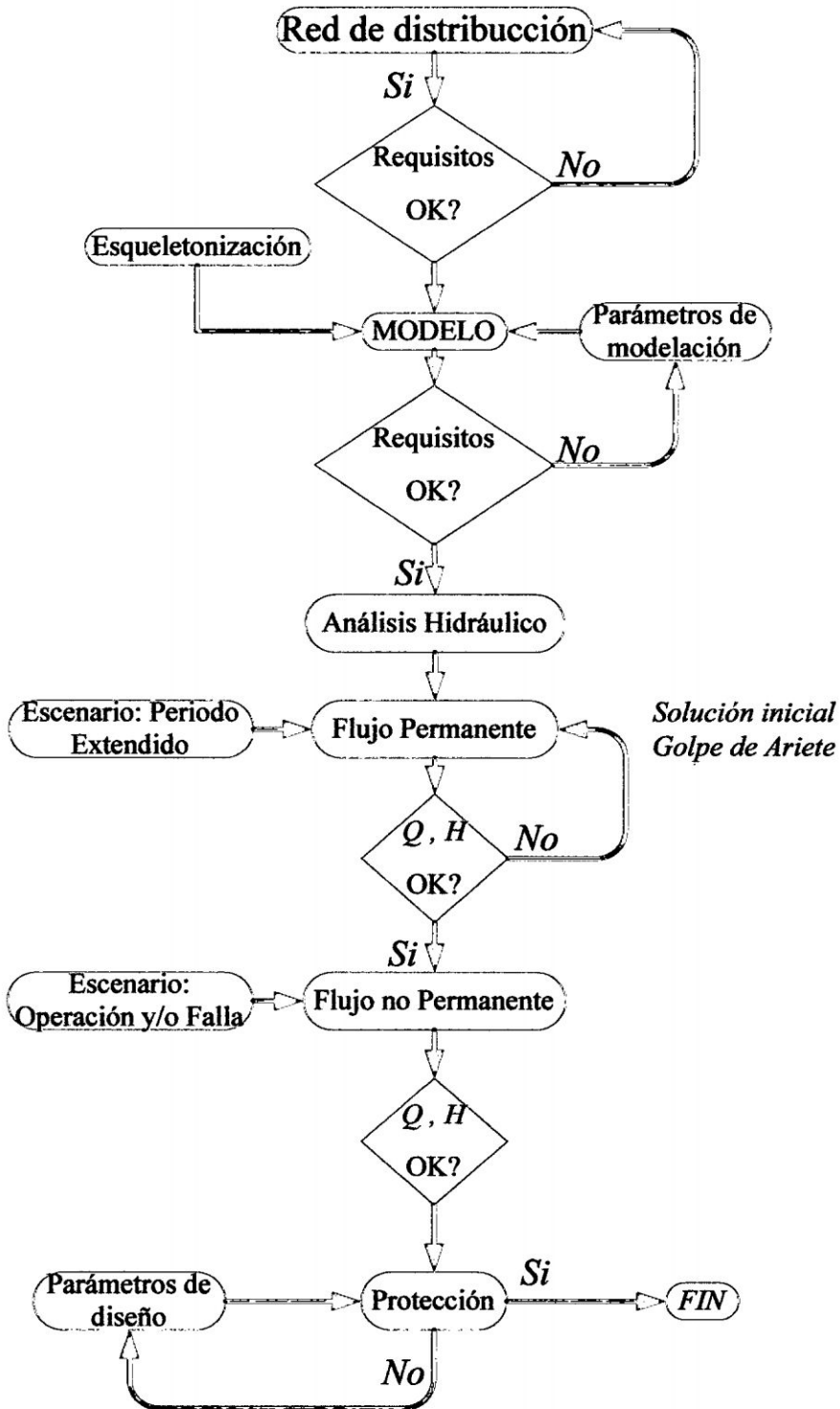
Figura F.27: Gráfico de velocidad para la tubería y nudo seleccionado

Apéndice G

RED DE AGUA POTABLE

POKRAS

Se presenta la secuencia general para el diseño de una red (permanente y no permanente), se calcula el caudal de diseño para los nudos y se muestra algunas fotografías de la zona.



CÁLCULO DEL CAUDAL DE DISEÑO POKRAS

POBLACIÓN ACTUAL (Pa) 2248 Hab.

POBLACION DE DISEÑO (Pf) 2754 Hab.

$$P_f = P_a \left(1 + \frac{rt}{1000} \right)$$

$$P_f = 2248 \left(1 + \frac{15 \times 15}{1000} \right) = 2754 \text{ Hab}$$

Donde:

r: Tasa de crecimiento poblacional anual = 15%

t: Periodo de diseño = 15 años

DOTACION DIARIA (Dot) 150.00 Lt/Hab/día
RNC-S.100 Por efecto climático de la zona se estima en

CAUDAL PROMEDIO (Qp) 4.78 Lt/seg

$$Q_m = \frac{P_f \times \text{Dot}}{86400} \text{ (lt/s)}$$

$$Q_m = \frac{2754 \times 150}{86400} = 4.78 \text{ lt/s}$$

CAUDAL MAXIMO DIARIO (Qmd) 6.22 Lt/seg

$$Q_{md} = K_1 Q_m, \text{ tb': } K_1 = 1.25 @ 1.30$$

$$Q_{md} = 1.30 \times 4.78 = 6.22 \text{ lt/s}$$

CAUDAL MAXIMO HORARIO (Qmh) 16.96 Lt/seg

$$Q_{mh} = K_2 Q_{md}, \text{ tb': } K_2 = \frac{\left(275 - \frac{0.75}{1000} P_f \right)}{100}$$

$$K_2 = \frac{\left(275 - \frac{0.75}{1000} (2754) \right)}{100} = 2.73$$

2.7293465

$$Q_{mh} = 2.73 \times 6.22 = 16.96 \text{ Lt/s}$$

Apéndice G. RED DE AGUA POTABLE POKRAS

Cuadro G.1: Caudal de diseño en los nudos

Nudo	Área (m ²)	Peso (%)	PxA	Qnudo (lts)
1	3962.64	0.85	3368.24	0.36
2	7413.97	0.7	5189.78	0.55
3	9969.25	0.85	8473.86	0.91
4	9148.11	0.8	7318.49	0.78
5	9607.41	0.8	7685.93	0.82
6	7091.86	0.7	4964.3	0.53
7	5763.79	0.85	4899.22	0.52
8	6042.91	0.75	4532.18	0.48
9	6042.91	0.75	4532.18	0.48
10	7218.71	0.8	5774.97	0.62
11	4496.09	0.8	3596.87	0.38
12	4368.47	0.75	3276.35	0.35
13	9155.34	0.75	6866.5	0.73
14	4203.3	0.75	3152.48	0.34
15	5968.48	0.7	4177.94	0.45
16	4922.63	0.85	4184.23	0.45
17	4743.61	0.85	4032.06	0.43
18	4743.61	0.85	4032.06	0.43
19	5133.19	0.75	3849.89	0.41
20	5133.19	0.75	3849.89	0.41
21	5294.51	0.85	4500.34	0.48
22	3337.81	0.85	2837.14	0.3
23	5827.57	0.85	4953.43	0.53
24	3448.96	0.85	2931.62	0.31
25	2853.13	0.65	1854.54	0.2
26	3579.15	0.8	2863.32	0.31
27	3579.15	0.85	3042.28	0.32
28	3341.06	0.85	2839.9	0.3
29	3341.06	0.85	2839.9	0.3
30	4195.85	0.85	3566.48	0.38
31	2910.06	0.85	2473.55	0.26
32	3602.98	0.85	3062.53	0.33
33	2684.24	0.7	1878.97	0.2

(Sigue en la página siguiente)

Apéndice G. RED DE AGUA POTABLE POKRAS

Nudo	Área (m ²)	Peso (%)	PxA	Qnudo (lts)
34	7218.71	0.8	5774.97	0.62
35	5022.89	0.8	4018.31	0.43
36	4496.09	0.85	3821.68	0.41
37	3258.18	0.85	2769.45	0.3
38	4368.47	0.75	3276.35	0.35
39	2463.94	0.7	1724.76	0.18
	199953.244		158786.93	
Qmh	16.96	lts		
qu	0.00010681	lts/m2		

(Fin de la tabla)



Figura G.1: Levantamiento Topográfico en el Jr. Macetas



Figura G.2: Comprobación de la pendiente de la línea de la tubería, para que tenga el mínimo recubrimiento

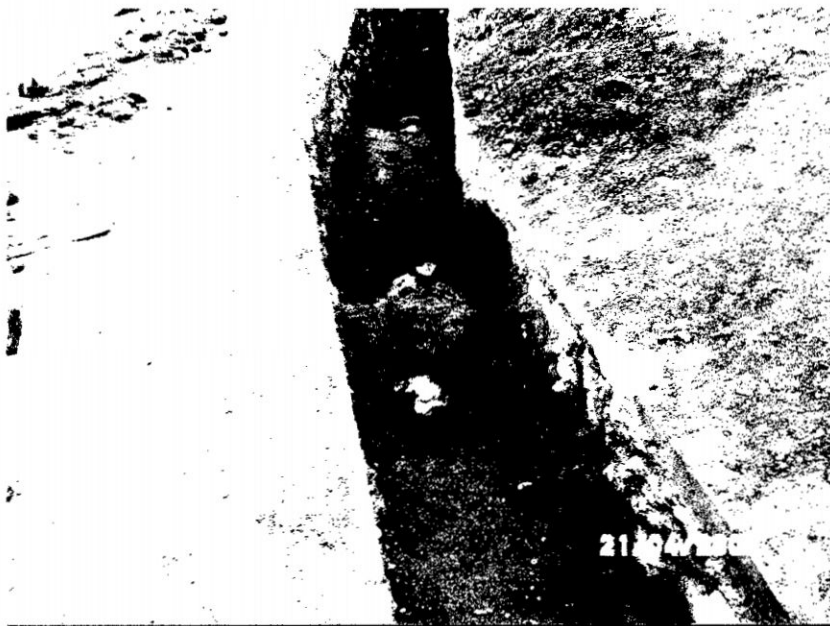


Figura G.3: Instalación de la red de tubería



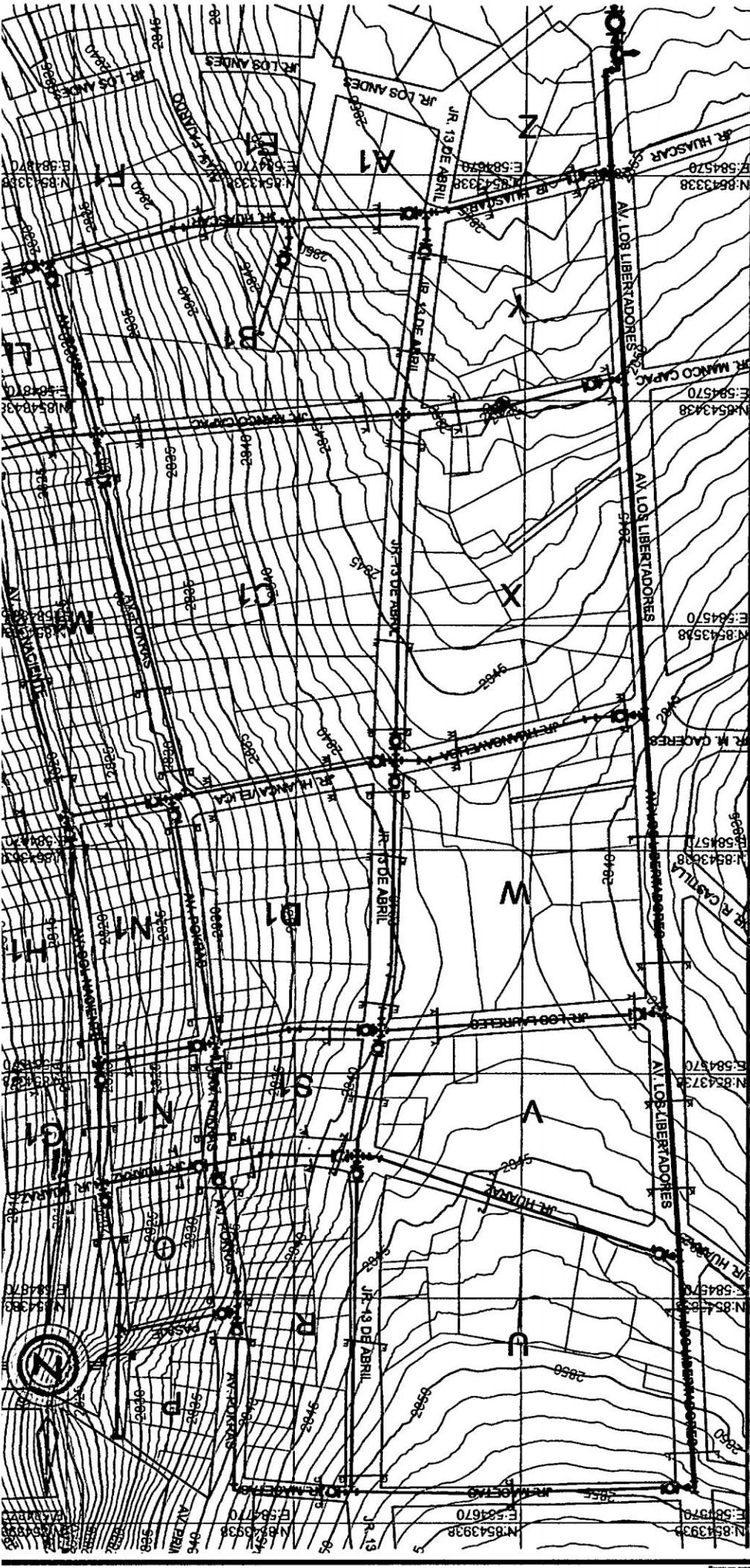
Figura G.4: Compactación manual de la red de tubería

Apéndice H

PLANOS

Los planos de la Red de Agua Potable Pokras son:

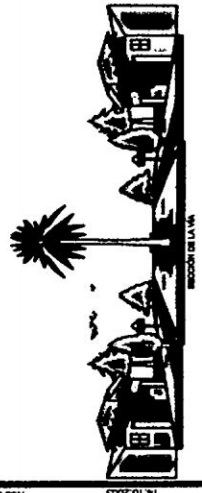
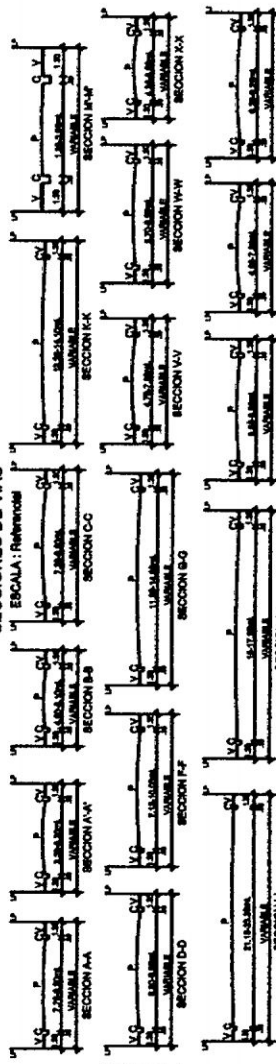
- Plano Topográfico.
- Plano de la Red de Agua Potable y Accesorios.



PLANO TOPOGRÁFICO DE LA RED DE AGUA POTABLE POKRAS

Esc: 1/2500

SECCIONES DE VIAS
ESCALA: Referencial



UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTÓBAL DE HUAMANGA
FACULTAD DE INGENIERÍA DE VÍAS, GEOLOGÍA Y CIVIL
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL

AP-01

TÍTULO DE TESIS: PLANTEAMIENTO DE RED DE TUBERÍAS DE AGUA POTABLE POR ENTUBO
HEMERO

TOPOGRAFICO DE LA RED DE AGUA POTABLE POKRAS

Ubicación: POKRAS, TUPAC CATARI, URUBI, URUBI

Proyecto: ASOCIACIÓN POKRAS
SERVIDIO DE AGUA POTABLE LOS POKRAS

Fecha: 2010

