

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTÓBAL DE
HUAMANGA**

FACULTAD DE INGENIERÍA DE MINAS, GEOLOGÍA Y CIVIL

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL



**Análisis Numérico de la Infiltración en Presas de
Enrocado con el Método de Elementos Finitos**

**TESIS PARA OBTENER EL TÍTULO PROFESIONAL DE
INGENIERO CIVIL**

PRESENTADO POR:

Hilmar Vargas Ñaupá

ASESOR:

Mg. Ing° Edward León Palacios

Ayacucho - Perú

2022



ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TESIS

ACTA N° 051-2022-FIMGC

En la ciudad de Ayacucho, en cumplimiento a la Resolución Decanal N° 199-2022-FIMGC-D, siendo los veintiocho días del mes de julio del 2022, a horas 9:30 a.m.; se reunieron los jurados del acto de sustentación, en el Auditorium virtual google meet del Campus Universitario de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga.

Siendo el Jurado de la sustentación de tesis compuesto por el presidente el Dr. Ing. Efraín Elías PORRAS FLORES, jurado el MSc. Ing. Jaime Leonardo BENDEZU PRADO, jurado asesor el Mg. Ing. Edward LEÓN PALACIOS y secretario del proceso el Mg. Ing. Christian LEZAMA CUELLAR, con el objetivo de recepcionar la sustentación de la tesis denominada “ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA INFILTRACIÓN EN PRESAS DE ENROCADO CON EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS”, sustentado por el señor Hilmar VARGAS ÑAUPA, Bachiller en Ciencias de la Ingeniería Civil.

El Jurado luego de haber recepcionado la sustentación de la tesis y realizado las preguntas, el sustentante al haber dado respuesta a las preguntas, y el Jurado haber deliberado; califica con la nota aprobatoria de 16 (Dieciséis).

En fe de lo cual, se firma la presente acta, por los miembros integrantes del proceso de sustentación.



UNIVERSIDAD NACIONAL DE
SAN CRISTÓBAL DE HUAMANGA
FACULTAD DE INGENIERÍA DE MINAS
GEOLOGÍA Y CIVIL
Dr. Efraín Elías Porras Flores
DECANO

Firmado digitalmente
por Dr. Ing. Efraín
Elías Porras Flores
Fecha: 2022.08.05
10:37:41 -09'00'

Dr. Ing. Efraín Elías PORRAS FLORES
Presidente

MSc. Ing. Jaime Leonardo BENDEZU PRADO
Jurado

Mg. Ing. Edward LEÓN PALACIOS
Jurado - Asesor

Firmado
digitalmente por
LEZAMA CUELLAR
CHRISTIAN

Mg. Ing. Christian LEZAMA CUELLAR
Secretario del Proceso

C.C.:
Bach. Hilmar VARGAS ÑAUPA
Jurados (3)
Archivo

Resumen

La presente investigación se basa en el análisis numérico de la infiltración en presas de enrocado empleando el método de elementos finitos, el modelo de la presa se obtuvo de los estudios y ensayos realizados en la presa de enrocado piedra hermosa ubicado en el Distrito de Huaytará, Provincia de Huaytará y Departamento de Huancavelica.

Para el desarrollo de la investigación se realizó el programa **INFIDAM** en el software **MATLAB** partiendo de la ecuación general de infiltración en 2D: $k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0$, empleando elementos triangulares para el enmallado se obtiene la matriz de rigidez global del modelo de la presa, en el que se plantea un sistema de ecuaciones lineales, donde la variable principal son las alturas piezométricas, la discretización geométrica utilizada es la malla triangular no estructurada, generadas por la triangulación de Delaunay.

Se realizó un total de 10 formas de discretización desde lo más tosco hasta un enmallado afinado del modelo, obteniéndose las alturas piezométricas en cada nodo del enmallado, en las que se observó la influencia de la forma de discretización en el cálculo de la infiltración, presentando cierta variación porcentual respecto al volumen total de la presa.

Palabras clave : Infiltración, análisis numérico en presas, elementos finitos.

Abstract

The present investigation is based on the numerical analysis of the infiltration in rockfill dams using the finite element method, the dam model was obtained from the studies and tests carried out in the beautiful stone rockfill dam located in the District of Huaytará, Province of Huaytará and Department of Huancavelica. For the development of the investigation, the program **INFIDAM** was carried out in the software **MATLAB** starting from the general 2D infiltration equation: $k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0$, using triangular elements for the mesh, the global stiffness matrix of the dam model is obtained, in which a system of linear equations is proposed, in which the main variable is the piezometric heights, the geometric discretization used is the unstructured triangular mesh, generated by the Delaunay triangulation. A total of 10 forms of discretization were made from the coarsest to a refined mesh of the model, obtaining the piezometric heights in each node of the mesh, in which the influence of the form of discretization in the calculation of infiltration was observed, presenting certain percentage variation with respect to the total volume of the dam.

keywords : Infiltration, numerical analysis in dams, finite elements.

Introducción

En todo el mundo, las presas de enrocado tienen un alto grado de aceptación que se deriva de su principal ventaja relacionada con el hecho que, la mayor parte del material que utiliza se lo encuentra disponible muy cerca del sitio de construcción, lo que redundará en un menor costo, porque se requiere acarrear muy pocos materiales desde largas distancias.

La información local y regional sobre metodologías para el análisis numérico de la infiltración en presas de enrocado son muy limitados, generalmente estas están consignadas en las referencias de los textos científicos fuera de la región, como el ICOLD y el SPANCOLD.

Del proyecto “Mejoramiento y ampliación del servicio de agua para el sistema de riego piedra hermosa en el distrito de huaytará - provincia de huaytará departamento de huancavelica”, se obtuvo los parámetros necesarios para realizar un adecuado análisis numérico de la presa. Si bien esta información fue obtenida del estudio de factibilidad de la presa, el procedimiento y análisis que se desarrolló en la presente tesis es útil para cualquier presa de enrocado de concreto que se quiera analizar.

El problema de la infiltración se ha resuelto mediante la utilización del método de elementos finitos. Para el dominio de la presa se considera un elemento finito triangular Q3 empleando la triangulación de delaunay, en el que el dominio está conformado por 7 capas o subdominios que conforman la presa de enrocado. Se consideró las condiciones de borde, las cuales nos permitieron resolver el sistema de ecuaciones lineales. Para facilitar los cálculos numéricos mencionados se desarrolló el programa INFIDAM, que permite el análisis numérico de la infiltración en una presa de enrocado.

A mis padres Victor y Florentina por ser los autores principales de mi vida, por sus consejos, su amor, dedicación, quienes siempre apostaron en la educación y en mi formación profesional.

A mis hermanos, a quienes respeto y admiro. Por brindarme su tiempo, un buen ejemplo y un hombro para poder descansar.

Con todo mi amor a mi querido hijo Johao Hendrick por ser el motor de mi vida.

Con todo cariño a María Guadalupe por su comprensión y apoyo incondicional.

Agradecimientos

Al Mg. Ing° Edward León Palacios, asesor de la presente tesis, por sus sugerencias, recomendaciones, apreciaciones y por brindarme la información necesaria para la formulación del presente trabajo de investigación.

A mis jurados el Ing. Jaime Leonardo Bendezu Prado y Ing. Abner Curi Vega, por todo el apoyo y consejos brindados durante la revisión de este trabajo.

Agradezco también a mi amigo Ing. Rocky Giban Ayala Bizarro, por sus apreciaciones, recomendaciones y observaciones en la elaboración de este trabajo de investigación.

A los docentes de la Escuela de Formación Profesional de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga por su contribución durante mi desarrollo académico y profesional.

Finalmente, a Dick, a Hedber, Royer, Samir, a mis amigos de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, a la comunidad de $\text{\LaTeX}$, a la comunidad de usuarios de MATLAB y todas las personas que contribuyeron en el desarrollo de este trabajo.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTÓBAL DE HUAMANGA

Ayacucho, Marzo de 2022

Hilmar Vargas Ñaupá

Índice General

Resumen	ii
Abstract	ii
Introducción	iii
Dedicatoria	iv
Agradecimientos.....	v
Índice General.....	vi
Índice de Figuras.....	x
Índice de Tablas	xii
Glosarios.....	xiii
Lista de Acrónimos.....	xiv
Símbolos.....	xv

Capítulo I

Planteamiento del Problema	1
1.1. Descripción del problema	1
1.2. Delimitación del problema.....	1
1.2.1. Espacial.....	2
1.2.2. Temporal.....	2
1.2.3. Temática y unidad de análisis.....	2
1.3. Formulación del problema.....	2
1.3.1. Problema general.....	3
1.3.2. Problemas específicos.....	3
1.4. Justificación e importancia.....	3
1.5. Limitaciones de la investigación.....	3
1.6. Objetivos.....	3
1.6.1. Objetivo general.....	4
1.6.2. Objetivos específicos.....	4

Capítulo II

Marco Teórico.....	5
2.1. Antecedentes.....	5
2.1.1. Investigaciones internacionales.....	5
2.1.2. Investigaciones nacionales.....	6
2.2. Bases teóricas	7
2.2.1. Ingeniería de presas.....	7
2.2.1.1. Presas	7
2.2.1.2. Funciones de una presas	7
2.2.1.3. Tipos de presa.....	8

2.2.1.4. Elementos de un embalse	9
2.2.1.5. Componentes del vaso de una presa	9
2.2.1.6. La presa de enrocado	10
2.2.1.7. Ventajas y desventajas de una presa de enrocado	11
2.2.1.8. Sección típica de una presa de enrocado	11
2.2.1.9. Materiales de una presa de enrocado	12
2.2.2. Infiltración en presas	14
2.2.2.1. Filtración a través de la presa	14
2.2.2.2. Fenómenos de la filtración	15
2.2.2.3. Ley de Darcy	15
2.2.2.4. Formulación matemática del problema de la infiltración	17
2.2.2.5. Ecuación de infiltración en 2D	19
2.2.3. Análisis numérico de la infiltración en presas de enrocado	20
2.2.3.1. Método de elementos finitos	20
2.2.3.2. Solución a la ecuación de infiltración con MEF	21
2.2.3.3. Discretización en elementos triangulares	21
2.2.3.4. Formulación paso a paso para el elemento Triangular para análisis de filtración	22
2.2.3.5. Condiciones iniciales y de contorno	29
2.2.3.6. Identificación de Condiciones de contorno en una presa	30
Capítulo III	
Método de la Investigación.	32
3.1. Enfoque	32
3.2. Alcance	32
3.3. Diseño de investigación	32
3.4. Población y muestra	32
3.4.1. Población	32
3.4.2. Muestra del estudio	33
3.5. Hipótesis	33
3.5.1. Hipótesis general	33
3.5.2. Hipótesis específicas	33
3.6. Operacionalización de variables	34
3.6.1. Variables	34
3.6.2. Indicadores	34
3.7. Técnicas e instrumentos	35
3.8. Técnicas estadísticas para el procesamiento de la información	35
3.9. Desarrollo del trabajo de tesis	35
3.9.1. Identificación de la zona de estudio	35

3.9.2. Descripción de la presa.....	36
3.9.2.1. Ubicación del eje de la presa.....	37
3.9.2.2. Curva Altura – Área - Volumen	39
3.9.2.3. Geometría.....	41
3.9.2.4. Pantalla de concreto.....	43
3.9.2.5. Estudios Básicos	44
3.9.2.6. Materiales y leyes constitutivas.....	50
3.9.3. Modelo numérico para el análisis de la infiltración en presa	50
3.9.4. Definición del dominio.....	51
3.9.5. Mallado y grados de libertad	52
3.9.5.1. Mallado	53
3.9.5.2. Grados de libertad	59
3.9.6. Condiciones de borde y coeficiente de permeabilidad	60
3.9.7. Matriz de rigidez	62
3.9.8. Vector de Flujo de fluido externo F	62
3.9.9. Sistema de ecuaciones lineales.....	62
3.9.10. Calculo de las alturas piezométricas	63
3.9.11. Calculo de la superficie libre-linea de flujo	63
Capítulo IV	
Resultados	65
4.1. Análisis de resultados	65
4.1.1. Hipótesis general	65
4.1.1.1. Matriz de rigidez de la estructura.....	65
4.1.2. Hipótesis específico 1	66
4.1.2.1. Alturas piezometricas	66
4.1.3. Hipótesis específico 2	69
4.1.4. Hipótesis específico 3	70
4.1.4.1. Velocidad de infiltración.....	71
Conclusiones	82
Conclusiones.....	82
Recomendaciones	83
Referencias bibliográficas	84
Ingeniería de Presas.....	84
Elementos Finitos.....	84
Otros.....	85
Anexo A	
Programas InfDam	86
A.1. Creación del mallado.....	86
A.2. Cálculo de la matriz de rigidez	87

A.3. Cálculo de la Infiltracion.....	88
Anexo B	
Resultados del análisis numerico detallado.	90
B.1. Matriz de rigidez	90
B.1.1. Matriz de rigidez global	90
B.2. Alturas piezometricas en cada nodo	92

Índice de Figuras

Figura 1	Tipos de presa de materiales sueltos..	8
Figura 2	Elementos de una obra de embalse	9
Figura 3	Componentes del vaso de una presa	10
Figura 4	Aliviadero en una presa de enrocado.	11
Figura 5	Sección típica de una presa de pantalla de hormigón.	12
Figura 6	Sección típica de una presa de pantalla de hormigón.	14
Figura 7	Permeámetro de carga constante. Esquema de la ley de Darcy.	16
Figura 8	Flujo de agua en un medio poroso.	18
Figura 9	Balance de agua en un elemento diferencial	18
Figura 10	Discretización de un medio continuo	20
Figura 11	Triangulación de Delaunay	22
Figura 12	Discretización de la presa en elementos triangulares.	22
Figura 13	Elemento triangular para el análisis 2d	23
Figura 14	Funciones de forma del elemento triangular	26
Figura 15	Condiciones de contorno en una presa	31
Figura 16	Ubicación y localización del proyecto.	36
Figura 17	Sección máxima de la presa Piedra Hermosa.	37
Figura 18	Ubicación del eje de la presa.	38
Figura 19	Curva altura - volumen de la presa Piedra Hermosa.	41
Figura 20	Forma del cuerpo de la presa.	43
Figura 21	Vista punto de interés microcuenca Piedra Hermosa	46
Figura 22	Dominio y condiciones de borde del modelo	51
Figura 23	Malla 01 del modelo	54
Figura 24	Malla 02 del modelo	54
Figura 25	Malla 03 del modelo	55
Figura 26	Malla 04 del modelo	55
Figura 27	Malla 05 del modelo	56
Figura 28	Malla 06 del modelo	56
Figura 29	Malla 07 del modelo	57
Figura 30	Malla 08 del modelo	57
Figura 31	Malla 09 del modelo	58
Figura 32	Malla 10 del modelo	58
Figura 33	Grados de libertad del modelo	59
Figura 34	Condiciones de borde del modelo	61
Figura 35	Alturas piezométricas del modelo 01 y 02.	67
Figura 36	Alturas piezométricas del modelo 03 y 04.	67
Figura 37	Alturas piezométricas del modelo 05 y 06.	68

Figura 38	Alturas piezometricas del modelo 07 y 08	68
Figura 39	Alturas piezometricas del modelo 09 y 10	69
Figura 40	Sección de máxima infiltrar	69
Figura 41	Resultados obtenidos de GEOESTUDIO2012.	70
Figura 42	Velocidades de infiltración del modelo 01	72
Figura 43	Velocidades de infiltración del modelo 02	73
Figura 44	Velocidades de infiltración del modelo 03.	74
Figura 45	Velocidades de infiltración del modelo 04.	75
Figura 46	Velocidades de infiltración del modelo 05.	76
Figura 47	Velocidades de infiltración del modelo 06.	77
Figura 48	Velocidades de infiltración del modelo 07.. . . .	78
Figura 49	Velocidades de infiltración del modelo 08.	79
Figura 50	Velocidades de infiltración del modelo 09.	80
Figura 51	Velocidades de infiltración del modelo 10.. . . .	81

Índice de Tablas

Tabla 1	<i>Operacionalización de variables.</i>	34
Tabla 2	<i>Coordenadas del eje de la presa.</i>	37
Tabla 3	<i>Resultado de las cargas primarias y secundarias sobre la presa.</i>	40
Tabla 4	<i>Características geométricas de la presa Piedra Hermosa.</i>	42
Tabla 5	<i>CFRD, espesor de la pantalla de hormigón. Practica actual ICOLD</i>	44
Tabla 6	<i>Criterios de diseño de espesores de pantalla de hormigón de diferentes presas construidas en el mundo.</i>	44
Tabla 7	<i>Red de BMs para replanteo de la presa</i>	45
Tabla 8	<i>Caudal de oferta total mensual (m³/s) en Micro Piedra Hermosa y derivación.</i>	46
Tabla 9	<i>Resumen de demanda de cultivos (L/s) sistema embalse Piedra Hermosa.</i>	47
Tabla 10	<i>Parámetros geotécnicos para el análisis de infiltración.</i>	50
Tabla 11	<i>Coordenadas que definen cada elemento del dominio de la presa</i>	52
Tabla 12	<i>Tipos de enmallado</i>	53
Tabla 13	<i>Matrices de rigidez obtenidas para cada modelo</i>	66
Tabla 14	<i>Estimación del caudal de infiltración</i>	70
Tabla 15	<i>Matrices de rigidez obtenidas para cada modelo</i>	82
Tabla B.1	<i>Alturas piezométricas en cada nodo</i>	93
Tabla B.2	<i>Alturas piezométricas en cada nodo</i>	94
Tabla B.3	<i>Alturas piezométricas en cada nodo</i>	95
Tabla B.4	<i>Alturas piezométricas en cada nodo</i>	96

Glosarios

Discretización consiste en transformar un dominio continuo en una cantidad finita de malla de nodos.

Dominio es el conjunto de valores de la variable independiente para la cual una función se define. En el análisis por elementos finitos, un dominio es un sistema continuo (región) sobre la cual gobiernan las leyes de la Física.

Medio continuo Se entiende por Medio Continuo un conjunto infinito de partículas que va a ser estudiado macroscópicamente, es decir, sin considerar las posibles discontinuidades existentes en el nivel microscópico. En consecuencia, se admite que no hay discontinuidades entre las partículas y que la descripción matemática de este medio y de sus propiedades se puede realizar mediante funciones continuas.

Periodo de retorno es una representación usada comúnmente para presentar un estimativo de la probabilidad de ocurrencia de un evento determinado en un periodo determinado.

Tundra se describe como la región biogeográfica polar, cuya vegetación es de bajo crecimiento más allá del límite norte de la zona arbolada.

Vida Util es la duración estimada que un estructura puede tener, cumpliendo correctamente con la función para el cual ha sido diseñado. Normalmente se calcula en años de duración.

Zahorra Zahorra es el material formado por áridos no triturados, suelos granulares, o una mezcla de ambos, cuya granulometría es de tipo continuo. Los materiales usados para su elaboración son áridos no triturados procedentes de graveras o depósitos naturales, o bien suelos granulares, o una mezcla de ambos.

Lista de Acrónimos

ANA	: Autoridad Nacional del Agua
CFRD	: Concrete Faced Rockfill Dam
CNEGP	: Comité Nacional Español de Grandes Presas
COPEGP	: Comité Peruano de Grandes Presas
ECRD	: Earth Core Rockfill Dam
GDL	: Grado de libertad
ICOLD	: Comité Internacional de Grandes Presas
MATLAB	: Laboratorio de Matrices
MDF	: Método de Diferencias Finitos
MEF	: Método de Elementos Finitos
MEN	: Método de Elementos Naturales
MSNM	: Metros sobre el Nivel del Mar
MVF	: Método de Volúmenes Finitos
NAMI	: Nivel de Agua Mínimo de Operación
NAMO	: Nivel de Agua Máximo de Operación
RAE	: Diccionario de la Lengua Española
RCC	: Concreto Compacto con Rodillo
SPANCOLD	: Comité Nacional Español de Grandes Presas
USACE	: Cuerpo de Ingenieros de Estados Unidos
USCOLD	: Comité de Estados Unidos sobre Grandes Presas

Símbolos

ν	Coeficiente de Poisson
$\mathbf{q}$	Deformación [cm]
$\mathbf{E}$	Empuje [tnf/m^2]
$\mathbf{e}$	Espesor [m]
ω_i	Frecuencias [1/s]
ϕ_1	Funciones de Forma [cm]
m_i	Masa Puntual del Nodo [s^2/m]
D	Matriz de Elasticidad
M	Matriz de Masa
K_e	Matriz de Rigidez del Elemento Finito
K_G	Matriz de Rigidez Condensado
K_{Presa}	Matriz de Rigidez General de la Presa
J	Matriz Jacobiana
γ	Peso Especifico [tn/m^3]
γ	Peso Especifico del Material [Tn/m^3]
P_T	Peso Total [tn]
λ_i	Valores Propios
$\mathbf{Q}$	Vector de Cargas Generadas

Capítulo I

Planteamiento del Problema

1.1 Descripción del problema

La infiltración en las presas de enrocado ha sido una de los problemas que afecta a la presa tanto en el cuerpo y la cimentación, produciendo efectos como la pérdida de agua, presiones internas que afectan la estabilidad del talud y erosión interna.

En la actualidad el cálculo de la infiltración se realizan mediante programas comerciales como Plaxis, Geoestudio, Slide, entre otros; los cuales nos muestran resultados directos una vez ingresado los datos necesarios para su cálculo, existiendo así una **caja negra**¹ que esconde el procedimiento y la forma de cálculo realizado. Por ello es importante tener criterio a la hora de analizar los resultados, ya que por su facilidad en el uso (ingreso de datos y cálculo), pueden tentar al profesional a pensar que el resultado de estos programas es verdadero y no susceptible al error.

En el presente estudio tiene como objetivo realizar el análisis numérico de la infiltración empleando el Método de Elementos Finitos, desde la introducción de datos, *Discretización del Dominio*, cálculo de las matrices de permeabilidad, solución del sistema de ecuaciones lineales y la obtención de los parámetros que permiten desarrollar el cálculo de la infiltración. Para esto se cuenta con los datos de la presa Piedra Hermosa ubicado en el departamento de Huancavelica, provincia de Huaytará y distrito de Huaytará. Para la validación de este estudio se realizara el modelamiento de la presa usando el software comercial de Geoestudio, haciendo una comparación con los resultados obtenidos de la investigación realizada.

1.2 Delimitación del problema.

En las siguientes secciones se establecen los límites espaciales, temporales y temáticos del presente trabajo de investigación.

¹es un elemento que se estudia desde el punto de vista de las entradas que recibe y las salidas o respuestas que produce, sin tener en cuenta su funcionamiento interno.

1.2.1 Espacial.

La investigación se realizará en presas de enrocado, tomando como muestra la presa Piedra Hermosas ubicada en la Región de Huancavelica, Provincia de Huaytará, Distrito de Huaytará.

1.2.2 Temporal.

El proyecto de Tesis se elaboró en el periodo de Marzo de 2021 a Mayo de 2022.

1.2.3 Temática y unidad de análisis.

La unidad del objeto de estudio de la investigación es el cálculo de la infiltración en presas de enrocado empleando el Método de Elementos Finitos.

1.3 Formulación del problema.

El fenómeno de infiltración ocurre en un *Medio continuo* denominado medio poroso que generalmente está conformado por el suelo (grava, arena, limo, arcilla, etc.) con porosidades muy diversas, tanto en el tamaño de los poros, como en sus orientaciones, diferentes conductividades hidráulicas, diferentes grados de heterogeneidad y anisotropía, además, suelen presentarse de forma aleatoria. Y en el caso específico de la presas la infiltración se produce a través del terraplén, la fundación y los estribos y pueden ocasionar graves consecuencias incluso hasta la falla total de la presa, debido a las subpresiones excesivas, inestabilidad del talud aguas abajo, sifonamiento, erosión interna (tubificación), erosión regresiva y el reventón originadas por el flujo de agua por infiltración. La principal fuerza impulsora de la infiltración es la gravedad, por ejemplo en un embalse, la fuerza impulsora es la altura total del campo de potencial entre los puntos de entrada y salida, que constituye una interacción entre el suelo y la percolación de agua por su interior a través de las presas de tierra, por el terreno de fundación debajo de la cimentación de presas de gravedad, presas de contrafuertes, presas en arco, estudio de aguas subterráneas, en muros de contención, etc. La falla de las presas por infiltración constituye una de las principales preocupaciones del estado, del proyectista, del constructor y de todas las personas que viven aguas abajo de la Presa. Serna (2017).

En los últimos tiempos el empleo del Método de Elementos Finitos ha cobrado importancia en el estudio de la infiltración en las presas debido al uso de softwar que facilitan el uso y la obtención de resultados, sin embargo no es posible ver el procedimiento de cálculo, tipo y forma de discretización, las funciones de forma, las matrices de rigidez, el sistema de ecuaciones que se plantearon y resolvieron para su solución. Todo este procedimiento es escondido en una caja negra que solo el software conoce y de esta manera generando una incertidumbre en el proyectista encargado de su cálculo.

De lo que se ha descrito se presentan las interrogantes de investigación:

1.3.1 Problema general.

¿Es posible realizar el análisis numérico de la infiltración en presas de enrocado empleando el Método de Elementos Finitos?

1.3.2 Problemas específicos.

- a) ¿Como calcular el sistema de ecuaciones lineales para determinar el flujo de agua debajo de la presa de enrocado?
- b) ¿Como influye la forma de discretización optado en el dominio de la presa, para el cálculo de la infiltración con el Método de Elementos Finitos?
- c) ¿Es posible calcular la velocidad de infiltración empleando el Método de Elementos Finitos en cualquier punto de la presa?

1.4 Justificación e importancia.

La investigación se justifica y es importante por las siguientes razones:

Las presas constituyen una de las obras de ingeniería de mayor importancia para el desarrollo de un país, en sus distintas finalidades: para regadío, abastecimiento, control de avenidas y producción de energía eléctrica, entre otros múltiples usos, como el almacenamiento de residuos mineros.

Una de las principales desventajas de las presas de material suelto consiste en la infiltración tanto en el cuerpo de la presa como en su cimentación. La infiltración produce distintos efectos como pérdida de agua, presiones internas con componentes opuestas al efecto estabilizador del peso, disminución de la cohesión y su resistencia al rozamiento y erosión interna progresiva (sifonamiento) de la presa o su cimentación. Por ello es importante conocer el desarrollo del cálculo de la infiltración empleando el Método de Elementos Finitos.

1.5 Limitaciones de la investigación.

Entre las principales limitaciones que se pudo evidenciar durante el desarrollo del estudio, encontramos las siguientes:

- Este proyecto de investigación tiene como alcance la determinación de las capacidades de la metodología de Elementos Finitos en el cálculo de la infiltración en las presas de enrocado.

1.6 Objetivos.

Los objetivos planteados en el plan de investigación se mencionan en los siguientes renglones:

1.6.1 Objetivo general.

Realizar el análisis numérico de la infiltración en presas de enrocado empleando el Método de Elementos Finitos.

1.6.2 Objetivos específicos.

- a) Calcular el sistema de ecuaciones lineales para determinar el flujo de agua debajo de la presa de enrocado.
- b) Determinar la influencia de la forma de discretización optado en el dominio de la presa, en el cálculo de la infiltración con el Método de Elementos Finitos.
- c) Calcular la velocidad de infiltración empleando el Método de Elementos Finitos en cualquier punto de la presa.

Capítulo II

Marco Teórico.

2.1 Antecedentes.

Uno de los problemas que más caracteriza a un embalse, son los problemas de filtración debido a la permeabilidad de los materiales en uso, llega un punto en que hacerlo totalmente impermeables resulta antieconómico, por lo que se permite un grado de filtración mínimo, teniendo controles periódicos (Barriga, 2007).

La bibliografía sobre el análisis numérico de la infiltración en presas de enrocado empleando el Método de Elementos Finitos se extrajo de Artículos, investigaciones nacionales e internacionales, así como también de los textos científicos como el Comité Internacional de Grandes Presas (ICOLD) y el Comité Nacional Español de Grandes Presas (SPANCOLD).

2.1.1 Investigaciones internacionales

Toro (2009) en su trabajo de investigación titulado “Evaluación de filtraciones en presas. modelación numérica de flujo en medios porosos saturados y no saturados.”, tiene por objeto evaluar filtraciones en presas, comparando los esquemas tradicionales de solución con las nuevas metodologías numéricas que permiten considerar el flujo en la zona saturada y no saturada. Desarrollando 3 modelos numéricos: MODFLOW, SEEP/W Y HYDRUS-2D, la primera considera la zona saturada y las dos últimas consideran la condición saturada y no saturada. Concluye que los caudales obtenidos con MODFLOW Y SEEP/W resultan ser bastante similares, salvo para algunos casos particulares donde pueden presentarse diferencias sustanciales, debido a que MODFLOW no es capaz de incorporar parte de la física del problema.

Reyna y Reyna (2012) en su artículo titulado “Modelos analíticos y numéricos para la determinación de infiltración en presas de material suelto. análisis de su uso y sensibilidad”, Tiene por objetivo el estudio de las infiltraciones, y de las presiones desarrolladas en presas de material suelto por medio de Métodos Analíticos y Métodos Numéricos en zona saturada y para régimen permanente. Tomando como casos de estudio las presas de La Barranquita y Cipión II. Estas presas se ubican al sur de la Provincia de Córdoba, y forman parte de las obras del Plan Nacional de Recursos Hídricos de la República Argentina. Concluye que la infiltración calculada mediante los métodos analíticos y el Método de Elementos Finitos se encuentran en el mismo orden, tanto en la presa La Barranquita así como en el Cipon II.

El ICOLD durante la mayor parte de su actividad ha mostrado constante interés por la investigación de estos temas tal es el caso que en 1969 se creó un Comité ICOLD para el intercambio de conocimientos y experiencias en ingeniería de presas, tiene por objetivo impulsar avances en la planificación, diseño, construcción, operación y mantenimiento de grandes presas y sus obras civiles asociadas, mediante el relevamiento y distribución de la información más relevante y analizando importantes cuestiones técnicas.

2.1.2 Investigaciones nacionales

Vilca (2009) en su trabajo de investigación titulado “Modelamiento numérico de infiltración en presas con el método de volúmenes finitos: caso presa cuchoquesera /ayacucho”, en este trabajo de investigación comprende el modelamiento numérico del fenómeno de infiltración en medios porosos, en particular en problemas de infiltración en presas, gobernada por la ecuación diferencial de flujo potencial (Ec. Laplace), en los límites de validez de la Ley de Darcy, donde la variable principal son las alturas piezométricas y el gradiente hidráulico, que son factores fundamentales para la ocurrencia del fenómeno. La técnica numérica principal en esta modelación es el Método de Volúmenes Finitos; sin embargo se aborda también la modelación con el Método de Elementos Finitos; la discretización geométrica utilizada es la malla triangular no estructurada, generadas por la triangulación de Delaunay. La validación de estos modelos se hace con los datos históricos de medición en piezómetros de la Presa Cuchoquesera en Ayacucho - Peru. Concluyendo que Tanto el método de elementos finitos como volúmenes finitos, son formulaciones numéricas de altísimo potencia para la solución de ecuaciones diferenciales.

J. G. Sanchez (2013) en su tesis titulada, “Hidromecánica computacional de la infiltración en presas con el método de elementos finitos”, en esta tesis nos presenta un de modelo matemático y el código GOSEEP a nivel de programación computacional desarrollado en MATLAB, como una herramienta de simulación para la caracterización de flujos de agua en los diferentes tipos de presas de tierra y concreto armado y estructuras similares, que permita determinar la cantidad de agua que se pierde por infiltración. Concluyendo que la solución directa obtenida mediante el Método de Elementos Finitos del problema de infiltración son los potenciales, a partir éste se obtienen las alturas de agua (presiones), velocidad de flujo y la pérdida de caudal por infiltración.

Lapa (2015) en su tesis titulada, “Reducción del gasto de filtración por inyección de impermeabilización en la presa carnicería pampa - Huamanguilla - Huanta - Ayacucho”, En este trabajo de investigación nos muestra un análisis del gasto de filtración en la presa Carnicería Pampa para diferentes medidas contra filtración mediante simulación con el software SEEP/W 2007 del GeoStudio, esto es, con el fin de compararlas el gasto de filtración antes y después de la inyección de impermeabilización del mortero de cemento en la cimentación del dentellon de presa. La simulación se hace con los datos obtenidos de los ensayos realizados de las pruebas de permeabilidad.

Serna (2017) en su tesis titulada, “Modelación y simulación numérica de infiltración en presas

de tierra con el método de elementos naturales”, En este trabajo de investigación contempla la moderación y simulación numérica del fenómeno de infiltración en presas de tierra con el Método de Elementos Naturales, que es uno de los métodos sin malla que recientemente ha sido utilizado como herramienta para solucionar ecuaciones diferenciales parciales y está basado en la interpolación por vecinos naturales a partir de la triangulación de Delaunay y de su estructura dual, la teselación de Dirichlet o diagrama de Voronoi. Para la simulación computacional se elaboró el programa NEAR en Matlab, que permite calcular la distribución de la infiltración y todas sus variables secundarias en todo el *Dominio* de la presa. Los resultados de la simulaciones varias muestran la robustez del Método de Elementos Finitos en cuanto a estabilidad y convergencia, con la ventaja de no ser sensible a la distribución de los nodos, ni a la regularidad de la triangulación, que conducen a resultados adecuados de problemas de flujo en medios porosos.

2.2 Bases teóricas

2.2.1 Ingeniería de presas

2.2.1.1 Presas

La RAE (2001) define a la presa como: *Muro grueso de piedra u otros materiales que se construye a través de un río, arroyo o canal, para detener el agua a fin de derivarla fuera del cauce*

2.2.1.2 Funciones de una presas

La construcción de una presa modifica la distribución cronológica del agua que escurre naturalmente por el curso de un río aguas abajo. Los objetivos de la construcción de una presa son:

- Abastecimiento de agua potable a poblaciones
- Satisfacción de demandas de agua para riego
- Generación de energía hidroeléctrica
- Transporte de cargas pesadas y voluminosas
- Control de inundaciones
- Aliento de prácticas recreativas y turismo.

La construcción de presas viene a ser una de las obras de ingeniería mas importantes de un país, en sus distintas finalidades: para regadío, abastecimiento, control de avenidas y producción de energía eléctrica (19 % del suministro mundial), entre otros múltiples usos, como el almacenamiento de residuos mineros. El crecimiento económico está directamente relacionado con la construcción de presas, existiendo más de 45,000 grandes presas en todo el mundo (aquellas cuya altura es superior a 15m o cuya capacidad de embalse supera los 3 millones de metros cúbicos). La escasez de recursos hídricos es una de las mayores necesidades a nivel mundial; más de mil millones de personas no disponen del agua mínima necesaria

(50L/persona/día), mientras que en Los países industrializados se consume entre 4 y 14 veces la cantidad citada Gonzales (2004)

2.2.1.3 Tipos de presa

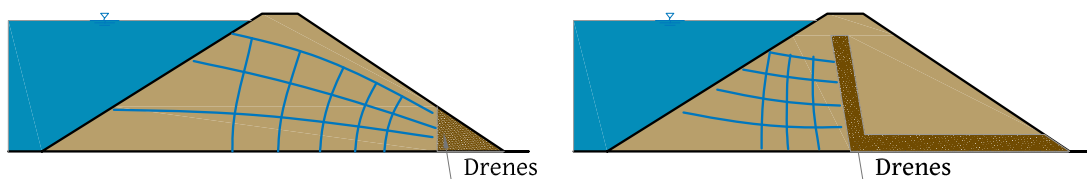
Según Gonzales (2004) las presas se clasifican en función de su material de construcción en dos grupos: presas de materiales sueltos y presas de concreto.

A) Presas de materiales sueltos

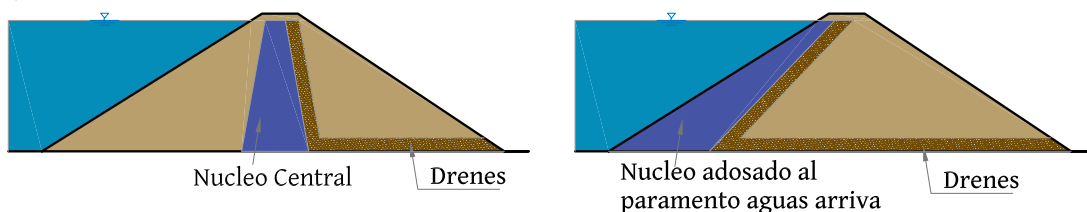
La principal característica de estas presas es el tipo de material utilizando para su construcción. En principio, la gran mayoría de materiales geológicos son aceptables, excepto los que se pueden alterar, disolver o evolucionar modificando sus propiedades. Los tipos más característicos de presas de materiales sueltos son:

1. Presa de sección homogénea.
2. Presas zonadas con núcleo impermeable de arcilla.
3. Presas de pantalla.
4. Presas de escollera.

a) Homogeneas



b) Zonadas



c) Con Pantalla

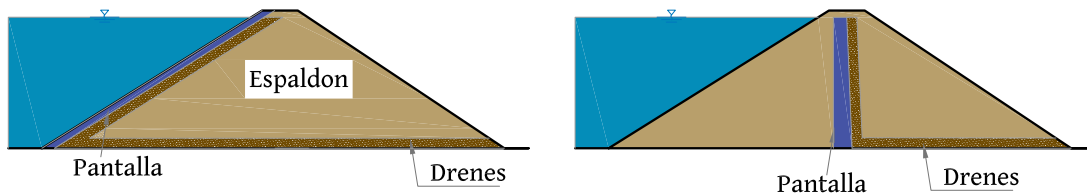


Figura 1 Tipos de presa de materiales sueltos.

Fuente: Adaptado de Gonzales (2004).

Las presas de sección homogénea son aquellas formadas por un mismo material que en su mayor parte son tierras de baja permeabilidad, además se pueden observar en la figura 1 que la mayoría de las presas de material homogénea tienen drenes para controlar las filtraciones a través de la presa.

B) Presas de concreto

Las presas de concreto, actualmente, pueden adoptar distinta geometría dependiendo del terreno de cimentación y la morfología de la cerrada. Los tipos más importantes son:

1. Presas de gravedad.
2. Presas de contrafuertes.
3. Presas arco-gravedad.
4. Presas arco-bóveda.
5. Presas de concreto compactado.

2.2.1.4 Elementos de un embalse

Todo proyecto en la que interviene la construcción de una presa se compone de cuatro elementos principales, tal como se muestra en la Figura 2:

- **El embalse:** depósito de agua que se forma de manera artificial debido a la construcción de la presa.
- **El vaso:** parte de la superficie del valle que se inunda y contiene el agua embalsada.
- **La cerrada:** es el lugar, punto concreto del valle donde se fundará la presa; su elección obedece generalmente a condiciones topográficas y condiciones geológicas, estableciendo tácitamente el vaso y el embalse.
- **La presa:** es la estructura encargada de soportar todas las cargas generadas como consecuencia de la elevación del nivel del agua - formación del embalse.

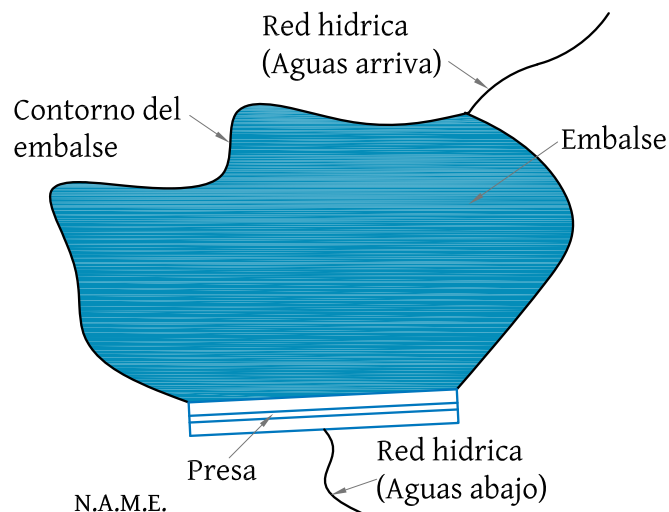


Figura 2 Elementos de una obra de embalse
Fuente: Obtenido de (J. G. Sanchez, 2013).

2.2.1.5 Componentes del vaso de una presa

Teniendo en cuenta la sección mostrada en la figura 3, los componentes principales del vaso de una presa son las siguientes:

- **NAM (Nivel de Aguas Mínimas):** es el nivel de agua más bajo con el que puede operar el embalse.

- **NAMO** (Nivel de Aguas Máximas Ordinarias): es el máximo nivel con que puede operar el embalse, coincide con la cota del labio vertiente del aliviadero del embalse.
- **NAME** (Nivel de Aguas Máximas Extraordinarias): es el nivel más alto que debe alcanzar el agua bajo cualquier condición
- **Volumen muerto**: volumen de agua que se encuentra por debajo del nivel de aguas mínimas (NAM) y no es posible su aprovechamiento, su función principal es almacenar el acarreo de sólidos y material sedimentado durante la vida útil del proyecto.
- **Capacidad útil**: volumen destinado a satisfacer las demandas de agua, se encuentra entre los niveles NAM y NAMO. Se determina la capacidad útil del embalse mediante un balance hídrico a lo largo del año, considerando las aportaciones, consumos y pérdidas de caudal.
- **Super-almacenamiento**: es el volumen del embalse entre los niveles NAME y NAMO del vaso, utilizado para controlar el volumen generado por las máximas avenidas.
- **Resguardo**: altura definida entre el nivel del NAME y la máxima altura del dique del embalse, denominada altura de coronación, cuya función es contener el oleaje producido por el viento teniendo en cuenta las condiciones más desfavorables

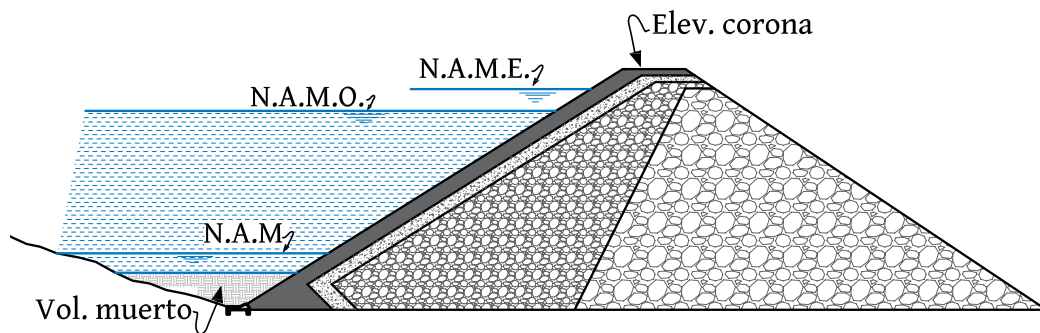


Figura 3 Componentes del vaso de una presa
Fuente: Elaboración propia.

De igual manera, se tiene los elementos más importantes de la presa:

- **El aliviadero o vertedero**: estructura que permite descargar caudal excedente cuando la presa trabaja a capacidad máxima.
- **Las tomas**: son estructuras hidráulicas utilizadas para extraer agua de la presa para un cierto uso.
- **La descarga de fondo**: permite mantener el caudal ecológico aguas abajo de la presa.

2.2.1.6 La presa de enrocado

Las presas de enrocado se definen como las presas conformadas por un terraplenado cuya estabilidad depende principalmente de la roca. Las presas de enrocado deben contener una zona impermeable, que usualmente es obtenida mediante una membrana impermeable en el talud aguas arriba, o mediante un núcleo impermeable de arcilla (ICOLD, 1986).

En el primer caso el tipo de presa generalmente utilizado es que se denomina del tipo Concrete Faced Rockfill Dam (CFRD), el cual será la unidad de análisis para este proyecto de tesis, que

consiste en una Presa de Enrocado con membrana impermeable de Hormigón; mientras que en el segundo caso, es del tipo Earth Core Rockfill Dam (ECRD) consistente en una presa de enrocado con núcleo impermeable de arcilla y filtros de transición que conforman parte de la presa. El término de presa de enrocado puede aplicarse cuando más del 50% del material de relleno puede clasificar como roca.

2.2.1.7 Ventajas y desventajas de una presa de enrocado

Entre las ventajas más destacables de este tipo de presas se mencionan: la alta productividad en la colocación en obra de los materiales; que se las puede construir prácticamente en cualquier tipo de cimentación; que son relativamente seguras ante cargas sísmicas; la posibilidad de incluir las ataguías y contra ataguías en el cuerpo de la presa, con lo que se logra disminuir el volumen de obra y las consiguientes ventajas ambientales.

Entre las principales desventajas se encuentran: que no se puede admitir el desbordamiento del agua por sobre las presas de tierra (en algunos casos con ciertas adecuaciones se puede permitir el paso del flujo); resulta indispensable la construcción de un aliviadero independiente, fuera del cuerpo de la presa, figuras 4 y, las dificultades para la compactación en zonas de alta pluviosidad, especialmente al tratarse de materiales finos.



Figura 4 Aliviadero en una presa de enrocado.

Fuente: Obtenido de Sandoval (2018).

2.2.1.8 Sección típica de una presa de enrocado

La sección típica de una presa de enrocado se plantea de tal forma que con la zonificación de los materiales en su interior garantice un relleno estable, sea capaz de resistir las cargas expuestas y que a su vez sea capaz de evacuar a través de él las filtraciones que puedan producirse (SPANCOLD, 2015).

El tipo de presa de enrocado con membrana impermeable (CFRD) consiste de tres componentes principales:

- Membrana Impermeable
- Zonas de transición entre el enrocado y la membrana
- Zona de enrocado

El enrocado compactado proporciona el soporte estructural, y la presa obtiene su impermeabilidad mediante una membrana de hormigón armado que se construye a lo largo de toda la cara frontal del talud aguas arriba, la cual se construye sobre una zona de transición de material granular, que a su vez descansa sobre el enrocado.

La presa de enrocado tiene los tres siguientes componentes principales:

A.Membrana Impermeable de hormigón armado en toda la cara del talud aguas arriba, con la función fundamental de impermeabilizar la presa y evitar las filtraciones de agua. Tiene la ventaja de que cuando baja el nivel del agua puede realizarse el control de su funcionamiento y eventuales reparaciones.

B.Cama de Transición entre el cuerpo del enrocado y la membrana impermeable, para actuar como cama uniforme de soporte y para efectuar la transmisión de la carga al enrocado. Esta zona también incluye un filtro colector de las filtraciones a través de la membrana impermeable.

C.El Enrocado Compactado, que constituye la mayor parte de la presa y proporciona el soporte para el empuje del agua embalsada. La roca compactada disminuye los asentamientos, incrementa el ángulo de fricción interna del cuerpo de la presa y también su resistencia al esfuerzo cortante. En la figura 5 se pueden observar las zonas mencionadas

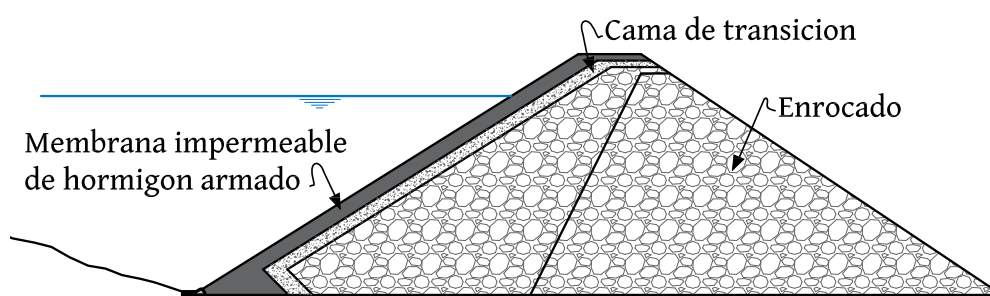


Figura 5 Sección típica de una presa de pantalla de hormigón
Fuente: Elaboración propia.

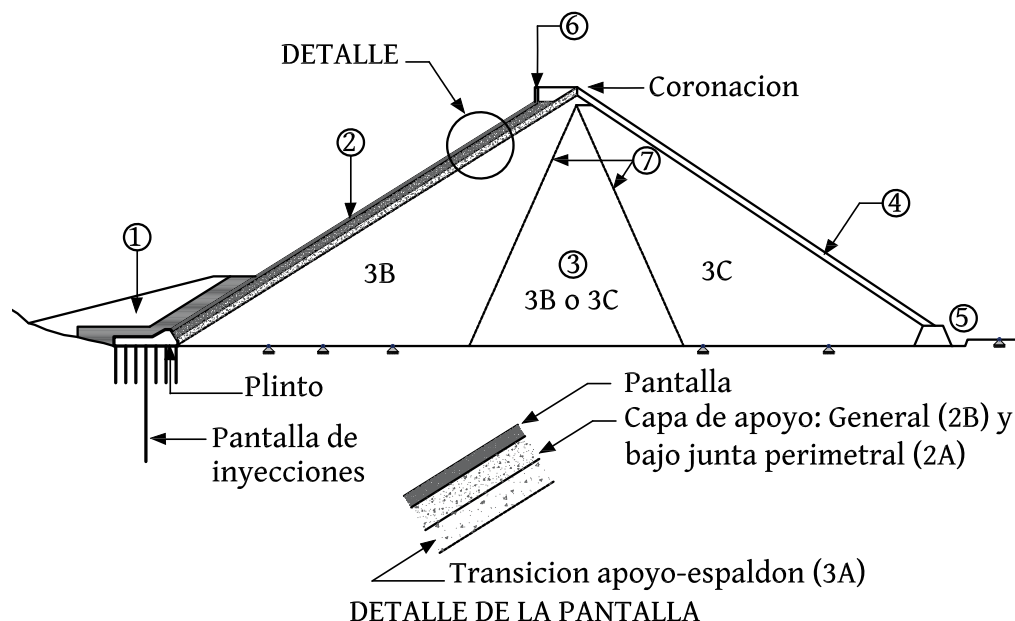
2.2.1.9 Materiales de una presa de enrocado

Los materiales empleados en una presa de enrocado se distribuye de acuerdo a la zonas planteadas, en la siguiente figura 6 se describen los materiales empleados para una presa de enrocado.

- La zona 1 es una protección del pie de la pantalla. Está formada por un material impermeable en contacto con la pantalla y un material granular grueso que sirve de protección externa.
- La zona 1A, formada por un material de naturaleza no cohesiva, está pensada, fundamentalmente, para proteger la junta perimetral losa-zócalo en las zonas de mayor

altura, que es donde se producen los mayores movimientos de aquella. En el caso de que en la junta se produzca algún tipo de fallo, los elementos que conforman esta zona pueden migrar sin dificultad arrastrados por el agua, produciendo un sellado natural del camino seguido por ella.

- La zona 1B se trata de una protección de la anterior, y está constituida por elementos de mayor tamaño.
- La zona 2, en la parte donde se une la pantalla al plinto perimetral, zona 2A, debe estar formada por un material filtro dren, que puede ser una *Zahorra* con granulometría similar a la utilizada para los áridos del hormigón. En el resto de la superficie externa del espaldón de aguas arriba se dispone la zona 2B que sirve de capa de apoyo de la pantalla y que debe tener carácter semipermeable.
- La zona 2B, que es la capa de apoyo de la pantalla, ha sido el elemento, especialmente su granulometría, que mayores cambios ha sufrido en los últimos años. Hoy en día se considera que la curva granulométrica de este elemento debe ser especialmente cuidada.
- El cuerpo de presa se divide en dos grandes zonas, denominadas normalmente 3B y 3C. En la zona 3B se colocan los materiales (escolleras o gravas) en capas compactadas de hasta de 1,0 m de espesor y en la zona 3C en capas de hasta 1,5 a 2,0 m de espesor. La zona triangular, situada en las inmediaciones del eje, es una zona de transición entre una y otra, y sus dimensiones e inclinación de taludes externos dependen de las granulometrías y forma de compactación de las zonas 3B y 3C.
- La zona 3A es un material de transición entre la zona 3B y la capa de apoyo de la pantalla, o zona 2. Se trata en la práctica del mismo material que el de la zona 3B, pero más seleccionado, de tamaño menor, y compactado en tongadas de hasta 40 cm.



1. Protección de pie de aguas arriba
2. Pantalla y capa de apoyo
3. Cuerpo de presa
4. Protección de aguas abajo
5. Repie drenante y cuneta
6. Pretil de coronación
7. Línea de separación entre el espaldón de aguas arriba, 3B y el de aguas abajo 3C

Figura 6 Sección típica de una presa de pantalla de hormigón

Fuente: Adaptado de (SPANCOLD, 2015).

2.2.2 Infiltración en presas

La infiltración se define como la penetración y el movimiento del agua a través de la superficie del suelo y hacia adentro del mismo, producido por las fuerzas gravitacionales y capilares. La capacidad de infiltración está dominada principalmente por la porosidad superficial. La diferencia entre el volumen de agua que precipita en una cuenca y el que escurre por su salida, recibe el nombre genérico de pérdidas. Las pérdidas están constituidas por la interceptación de la lluvia por la vegetación que cubre la cuenca, la acumulación o retención en depresiones del terreno, naturales o artificiales, la evaporación y la infiltración. Como en la práctica hidrológica es difícil separar estos cuatro componentes, y la porción más importante de éstas pérdidas está dada por la infiltración, es costumbre calcularlas conjuntamente bajo este nombre. Por ello, es importante remarcar el concepto de infiltración tal como se maneja en el libro y por tanto la definición inicial (Koolhaas, 2003).

2.2.2.1 Filtración a través de la presas

Uno de los problemas que más caracteriza a un embalse, son los problemas de filtración debido a la permeabilidad de los materiales en uso, llega un punto en que hacerlo totalmente impermeables resulta antieconómico, por lo que se permite un grado de filtración mínimo, teniendo controles

periódicos.

Uno de los principales problemas y cuidados que se deben tener presente en el diseño de las presas de tierra es la capacidad de infiltración que sucede dentro y por debajo del relleno de esta, por lo cual siempre se deberá llevar un cuidadoso control para así poder evitar y prevenir problemas con la erosión interna que permanece oculta, y a su vez, que se realiza una posible migración de materiales finos. Se debe tener en cuenta que variables como la gradiente hidráulica, la presión de poros y de infiltración, la velocidad de infiltración bajo y dentro de la presa deberán tener un restringido acceso solo a niveles aceptables para los materiales que se están empleando. Se debe tener en cuenta que toda filtración bajo una presa de tierra representa un peligro mucho mayor en comparación con las presas de concreto, esto debido principalmente a que las presas de tierra suelen construirse sobre un material suave (Taype, 2020).

2.2.2.2 Fenómenos de la filtración

Existen una serie de conceptos para diferenciar los diferentes tipos de ruptura Hidráulica, sin embargo no existe una frontera claramente divisoria entre uno y otro fenómeno.

La erosión interna ocurre cuando las fracciones del cuerpo de la presa o cimentación, son arrastradas hacia aguas abajo por flujo de la filtración.

Tubificación es la forma de erosión interna que se inicia con la erosión Regresiva, en una grieta o zona de alta permeabilidad, y el resultado es la formación de un “micro túnel” continuo llamado “tubo”, que va desde aguas arriba hacia aguas abajo del cuerpo o cimentación de la Presa.

La Erosión Regresiva implica la separación de las partículas de los suelos cuando la filtración sale por ejemplo al pie aguas abajo de la presa homogénea. Las fracciones arrastradas son sacadas por la filtración y el proceso trabaja gradualmente en dirección hacia aguas arriba del cuerpo de la presa o de su cimentación hasta que se forma un “tubo” continuo.

El Reventón se presenta cuando los gradientes de Salida en el pie de presa son altos. En suelos cohesivos esta condición se conoce como fractura hidráulica, y se manifiesta en forma de ebullición.

2.2.2.3 Ley de Darcy

El ingeniero Henry Darcy trabajó muchos años en el abastecimiento de agua a la ciudad francesa de Dijon. Se interesó en el flujo del agua a través de los medios porosos porque se utilizaban filtros de arena para depurar el agua y por la observación de pozos que contribuían al abastecimiento de la ciudad. En 1856 presentó un voluminoso informe sobre el tema, que incluía un pequeño apéndice describiendo sus experimentos y la obtención de la ley. Ese pequeño anexo puede

considerarse el nacimiento de la hidrogeología como ciencia, ha sido la base de todos los estudios físico-matemáticos posteriores sobre el flujo del agua subterránea (f. J. Sanchez, 2008).

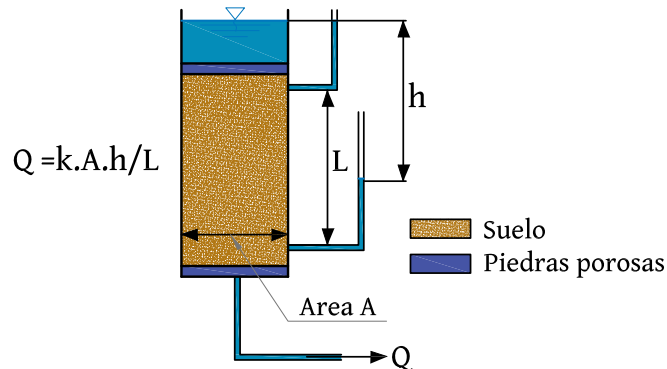


Figura 7 Permeámetro de carga constante. Esquema de la ley de Darcy
Fuente: Elaboración propia

En los laboratorios actuales se disponen de aparatos muy similares al que utilizó Darcy, y que se denominan permeámetros de carga constante.

Darcy repitió el experimento de la figura 7 con varios materiales porosos y cambiando las variables, y dedujo que el caudal que atravesaba el permeámetro era linealmente proporcional a la sección y al gradiente hidráulico. Y que la constante de proporcionalidad era característica de cada arena o material que llenaba el permeámetro, de esta manera se cumple que:

$$Q = K.A.\frac{h}{L} \quad (2.1)$$

Donde:

Q : Caudal en m^3/s .

K : Conductividad hidráulica en m/s .

A : Área de la sección transversal en m^2 .

h : Diferencia de potencial entre A y B en m .

L : Distancia entre A y B en m .

La ley de Darcy es válida para casi todos los fluidos que circulan lentamente a través de pequeños poros en el subsuelo; es decir, su validez se limita al régimen laminar.

A) Gradiente hidráulico

El gradiente hidráulico (i) se define como la pérdida de energía experimentada por unidad de longitud recorrida por el agua; es decir, representa la pérdida o cambio de potencial hidráulico por unidad de longitud, medida en el sentido del flujo de agua.

De acuerdo a la figura 7 el gradiente hidráulico viene a ser representada por:

$$i = -\frac{h}{L} \quad (2.2)$$

Donde:

i : Gradiente hidráulico (adimensional).

h : Diferencia de potencial entre A y B en m.

L : Distancia entre A y B en m.

El signo negativo es debido a que el gradiente representa la pérdida de energía del flujo en la dirección de avance.

B) Velocidad de infiltración

La expresión de la velocidad del agua subterránea deriva de la combinación de la ley de Darcy ecuación 2.1 y de la ecuación 2.2 del gradiente hidráulico:

$$v = K.i \quad (2.3)$$

Donde:

v : Velocidad de infiltración en m/s.

i : Gradiente hidráulico (adimensional).

K : Conductividad hidráulica en m/s.

C) Límites de validez de la ley de Darcy

La ley de Darcy puede no cumplirse por las siguientes razones:

- La constante de proporcionalidad K no es propia y característica del medio poroso, si no que también depende del fluido.
- Cuando la relación entre el caudal y el gradiente hidráulico no es lineal. Esto puede suceder en materiales de mayor granulometría como las gravas y rocas que tienen un tamaño como para que la ley de Darcy no sea aplicable, puesto que el flujo que se desarrolla en ellos no es laminar o lento.

2.2.2.4 Formulación matemática del problema de la infiltración

Las leyes de la física que controlan el flujo de fluidos en medios porosos (que también pueden describirse mediante ecuaciones diferenciales) están controladas por la ley de conservación de la masa o el principio de continuidad, es decir, el contenido de humedad no cambia. El volumen es bastante pequeño. Debido a que el caudal es una función de diferentes variables, generalmente se describe mediante ecuaciones diferenciales parciales, donde las coordenadas espaciales x , y , z y el tiempo t son variables independientes.

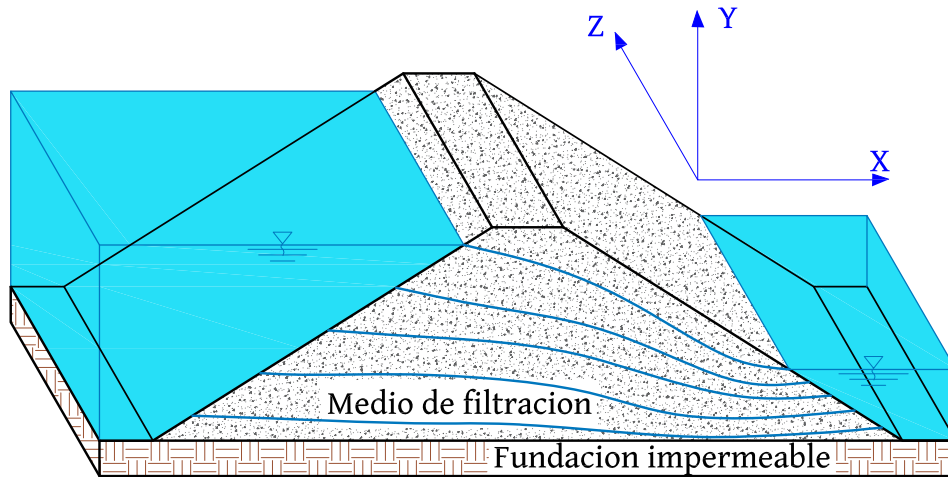


Figura 8 Flujo de agua en un medio poroso
Fuente: Obtenido de (Serna, 2017).

Para la obtención de las ecuaciones que gobiernan el flujo se considera la sección transversal de una presa como la mostrada en la Figura 8. Para deducir la formulación se tiene el caso tridimensional como un caso general, suponiendo un proceso transitorio.

si se considera una región de flujo, de la cual forma parte un paralelepípedo de dimensiones dx , dy , dz , como se muestra en la Figura 9, la velocidad con que el agua pasa por el elemento tiene sus tres componentes v_x , v_y , v_z y estas dependen únicamente de x , y , z , respectivamente y no del tiempo (Juarez & Rodriguez, 1974).

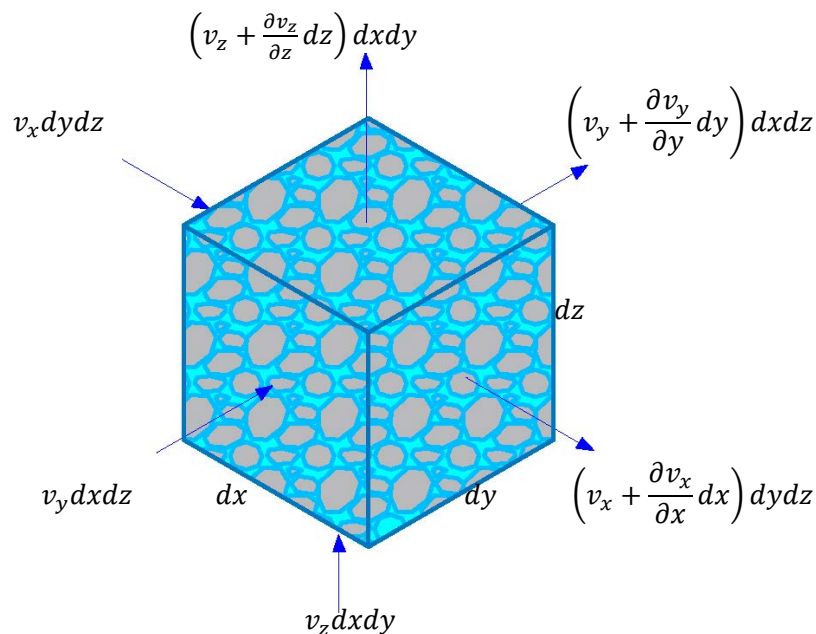


Figura 9 Balance de agua en un elemento diferencial
Fuente: Obtenido de (Juarez & Rodriguez, 1974).

Teniendo en cuenta que no existe algún fuente o sumidero que genera un caudal interno en la presa. El suelo por el cual fluye el agua tendrá sus vacíos saturados y que dicho elemento como

las partículas sólidas que forman la estructura del suelo son incompresibles en si mismas. Durante el flujo la cantidad de agua que entra sera la misma que salga.

$$Q_{entrada} = Q_{salida}$$

$$v_x dydz + v_y dx dz + v_z dx dy = (v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x} dx) dy dz + (v_y + \frac{\partial v_y}{\partial y} dy) dx dz + (v_z + \frac{\partial v_z}{\partial z} dz) dx dy \quad (2.4)$$

Reduciendo la ecuacion se tiene:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (2.5)$$

La expresión anterior es conocida como la Ecuacion de la Continuidad, las hipotesis sobre las que se fundamenta son las siguientes:

- El flujo es de régimen estable.
- El suelo esta saturado.
- El agua y las partículas sólidas son incompresibles en si mismas.
- El flujo no modifica la estructura del suelo en ninguna forma.

Suponiendo valida la expresión de Darcy, la velocidad de descarga se expresa como:

$$v = -k \frac{\partial h}{\partial l} \quad (2.6)$$

Aplicando la ecuacion 2.6 para cada dirección de coordenadas se tiene que:

$$\begin{aligned} v_x &= -k_x \frac{\partial h}{\partial x} \\ v_y &= -k_y \frac{\partial h}{\partial y} \\ v_z &= -k_z \frac{\partial h}{\partial z} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Remplazando las ecuaciones 2.7 en la ecuacion 2.5 se obtiene la ecuacion general que gobierna la infiltración en un elemento tridimensional.

$$k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad (2.8)$$

2.2.2.5 Ecuación de infiltración en 2D

Para la formulación de la ecuación de la infiltración es suficiente una aproximación bidimensional, porque el flujo a lo largo de la presa es muy pequeña en comparación con el flujo en la sección transversal. Por tal motivo en las presas de gravedad y de tierra es muy frecuente que el flujo en la dirección longitudinal se desprecie.

En la ecuación 2.8 se desprecia la componente longitudinal, de esta manera se obtiene la ecuación que gobierna los flujos de agua en medio poroso en dos dimensiones (2D):

$$k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0 \quad (2.9)$$

2.2.3 Análisis numérico de la infiltración en presas de enrocado

2.2.3.1 Método de elementos finitos

Según Frias (2004) el método de los elementos finitos es un método de aproximación de problemas continuos, de tal forma que :

- El continuo se divide en un número finito de partes, **“elementos”**, cuyo comportamiento se especifica mediante un número finito de parámetros asociados a ciertos puntos característicos denominados **“nodos”**. Estos nodos son los puntos de unión de cada elemento con sus adyacentes.
- La solución del sistema completo sigue las reglas de los problemas discretos. El sistema completo se forma por ensamblaje de los elementos.
- Las incógnitas del problema dejan de ser funciones matemáticas y pasan a ser el valor de estas funciones en los nodos.
- El comportamiento en el interior de cada elemento queda definido a partir del comportamiento de los nodos mediante las adecuadas funciones de interpolación ó funciones de forma.

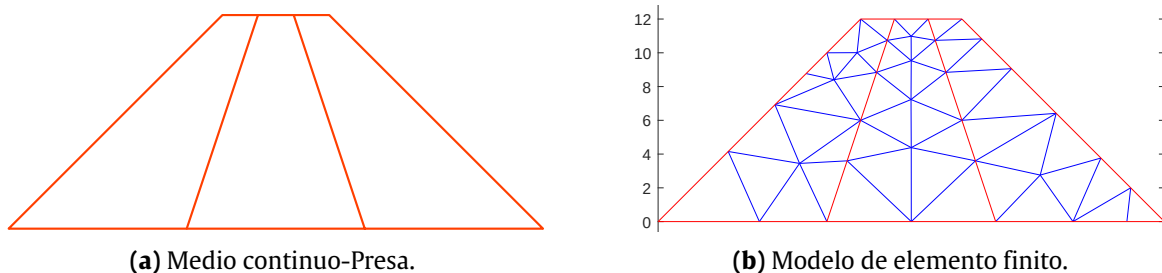


Figura 10 Discretización de un medio continuo

Fuente: Elaboración propia.

El Método de Elementos Finitos, por tanto, se basa en transformar un cuerpo de naturaleza continua en un modelo discreto aproximado como se muestra en la figura 10, esta transformación se denomina discretización del modelo. El conocimiento de lo que sucede en el interior de este modelo del cuerpo aproximado, se obtiene mediante la interpolación de los valores conocidos en los nodos. Es por tanto una aproximación de los valores de una función a partir del conocimiento de un número determinado y finito de puntos.

2.2.3.2 Solución a la ecuación de infiltración con MEF

Generalmente, el análisis Método de Elementos Finitos bidimensional y la discretización pueden dar buenos resultados cuando las cantidades primarias desconocidas varían principalmente en dos direcciones mientras se mantienen constantes en la tercera dirección.

La formulación presentada en esta sección se centra en el análisis de flujo de fluidos bidimensional. Sin embargo, la misma formulación es aplicable directamente a la torsión bidimensional y flujo de calor en estado estacionario (en ausencia de convección). En estado estacionario, la ecuación diferencial gobernante para estos problemas se puede escribir como:

$$k_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial X^2} + k_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial Y^2} = 0 \quad (2.10)$$

Donde:

$\phi(X,Y)$: Campo potencial m.

$k_x k_y$: Coeficientes de permeabilidad en las direcciones X e Y m/s.

El campo desconocido primario ϕ es función de (X, Y). La ecuación 2.10 se puede resolver modelando el problema con elementos finitos bidimensionales. Los elementos bidimensionales son elementos delgados en forma de placa (planos) de modo que dos coordenadas definen una posición en la superficie del elemento.

La función ϕ que aparece en la ecuación 2.10 viene dado aproximadamente por

$$\phi(X, Y) = h + \frac{p}{w} \quad (2.11)$$

Para el análisis de filtración bidimensional, donde h indica elevación (o altura del fluido), p representa la presión de poro y w es el peso específico del fluido (agua). El término de altura de velocidad $\frac{v^2}{2g}$ se ha omitido habitualmente de la ecuación anterior.

2.2.3.3 Discretización en elementos triangulares

A) Triangulación de Delaunay

Una triangulación de Delaunay, es una red de triángulos conexa y convexa que cumple la condición de Delaunay. Esta condición dice que la circunferencia circunscrita de cada triángulo de la red no debe contener ningún vértice de otro triángulo. Las triangulaciones de Delaunay tienen importante relevancia en el campo de la geometría computacional, especialmente en gráficos 3D por computadora.

Se le denomina así por el matemático ruso Borís Nikolaevich Delone quien lo ideó en 1934; el mismo Delone usó la forma francesa de su apellido, «Delaunay», como apreciación a sus antecesores franceses.

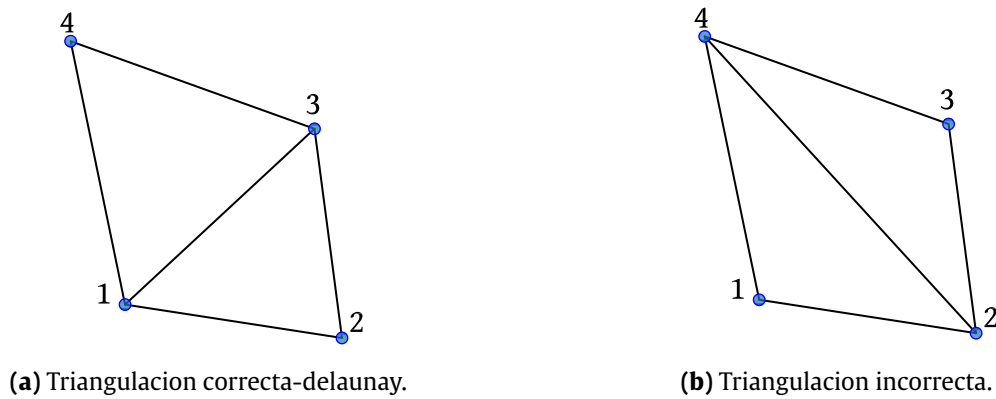


Figura 11 Triangulacion de delaunay
Fuente: Elaboración propia.

Con relación a la figura 11, la mejor triangulacion es aquella que cuyos triángulos se acercan lo más posible a ser equiláteros, por que maximiza el mínimo angulo.

Este tipo de triangulacion es la que utilizaremos en la aplicación de la presente investigación, puesto que consideramos con mejor adaptabilidad en geometrías irregulares.

El medio poroso y saturado de la figura 12 se puede modelar empleando una variedad de elementos bidimensionales. En la figura se muestra un elemento triangular de deformación constante típico utilizado en la discretización. La formulación de elementos finitos para el elemento Triangular se elabora a continuación.

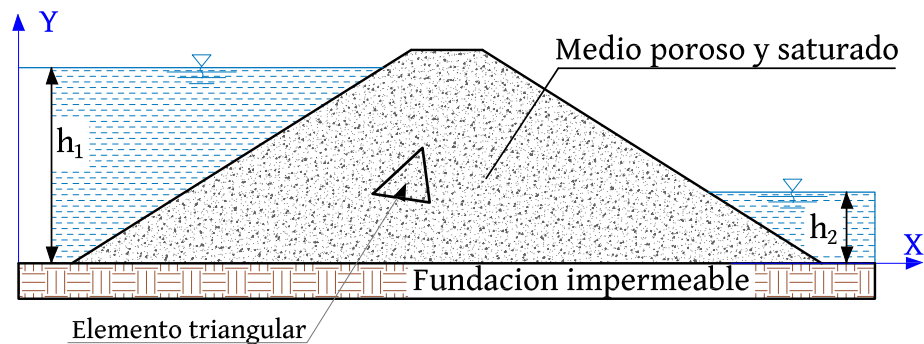


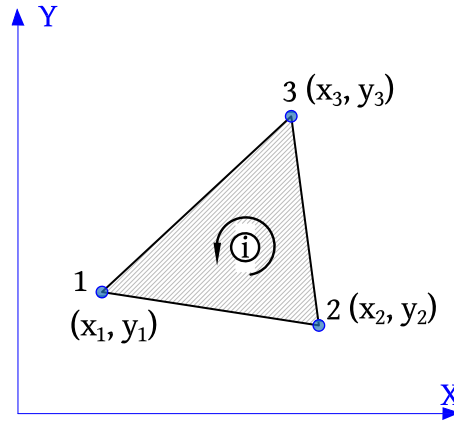
Figura 12 Discretizacion de la presa en elementos triangulares
Fuente: Elaboración propia

2.2.3.4 Formulación paso a paso para el elemento Triangular para análisis de filtración

A continuación se realiza una formulación paso a paso para la solución de la ecuacion de infiltración:

A) Paso 1: discretizamos y seleccionamos el tipo de elemento

En la figura13 se muestra un elemento I-ésimo típico de los medios discretizados.

**Figura 13** Elemento triangular para el análisis 2d

Fuente: Elaboración propia

El elemento tiene 3 nodos. Elija cualquier vértice como nodo 1, numere los 2 nodos restantes en el sentido contrario a las agujas del reloj, comenzando desde el nodo 1. En cada nodo, hay un potencial de fluido primario desconocido ϕ . Por lo tanto, el Grado de libertad nodal para el elemento triangular para el análisis de filtración son ϕ_1 , ϕ_2 y ϕ_3 en los nodos 1, 2 y 3, respectivamente. Dejemos que las coordenadas nodales en el plano X Y se definan como (X_1, Y_1) , (X_2, Y_2) y (X_3, Y_3) .

B) Paso 2: seleccionamos la función de aproximación

El campo continuo desconocido ϕ se puede expresar en términos de cantidades nodales $\phi_i, i = 1, 2, 3$. Por lo tanto, se pueden elegir tres términos de forma única para formar una función de aproximación. En muchas situaciones bidimensionales, el triángulo de Pascal se utiliza como base para elegir una función de aproximación de la forma

$$\phi(X, Y) = \sum_i \sum_j d_{ij} X^i Y^j \quad (2.12)$$

Aquí, d_{ij} representa un término constante.

El triángulo de Pascal se muestra en el siguiente arreglo 2.14 . Al seleccionar los primeros tres términos del triángulo de Pascal, la función de aproximación se puede construir como:

$$\phi(X, Y) = d_{00} + d_{10}X + d_{01}Y \quad (2.13)$$

$$\begin{array}{cccc} & & & 1 \\ & & X & Y \\ & X^2 & XY & Y^2 \\ X^3 & X^2Y & XY^2 & Y^3 \end{array} \quad (2.14)$$

donde d_{00} , d_{10} y d_{01} son constantes desconocidas. Haciendo un cambio de variable a las constantes para un manejo adecuado, se tiene:

$$d_{00} = d_0; d_{10} = d_1; d_{01} = d_2 \quad (2.15)$$

por conveniencia, la ecuación 2.13 se puede escribir como:

$$\phi(X, Y) = d_0 + d_1 X + d_2 Y \quad (2.16)$$

La aplicación de la ecuación anterior en los nodos 1, 2 y 3 da como resultado:

$$\begin{aligned} \phi_1(X, Y) &= d_0 + d_1 X_1 + d_2 Y_1 \\ \phi_2(X, Y) &= d_0 + d_1 X_2 + d_2 Y_2 \\ \phi_3(X, Y) &= d_0 + d_1 X_3 + d_2 Y_3 \end{aligned} \quad (2.17)$$

Llevando a una expresión matricial se tiene:

$$[p] \{d\} = \{q^e\} \quad (2.18)$$

Donde:

$$[p] = \begin{bmatrix} 1 & X_1 & Y_1 \\ 1 & X_2 & Y_2 \\ 1 & X_3 & Y_3 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

$$\{d\}^T = \begin{bmatrix} d_1 & d_2 & d_3 \end{bmatrix}$$

$$\{q^e\}^T = \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \phi_3 \end{bmatrix}$$

Despejando la matriz $\{d\}$

$$\begin{aligned} \{d\} &= [p]^{-1} \{q^e\} \\ \{d\} &= \frac{1}{|p|} \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.20)$$

donde $|p|$ es el determinante de $[p]$ y

$$\begin{aligned}
 a_1 &= X_3 - X_2 \\
 a_2 &= X_1 - X_3 \\
 a_3 &= X_2 - X_1 \\
 \\
 b_1 &= Y_2 - Y_3 \\
 b_2 &= Y_3 - Y_1 \\
 b_3 &= Y_1 - Y_2
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

$$\begin{aligned}
 c_1 &= X_2 Y_3 - Y_2 X_3 \\
 c_2 &= X_3 Y_1 - Y_3 X_1 \\
 c_3 &= X_1 Y_2 - Y_1 X_2
 \end{aligned}$$

La $|p|$ se puede obtener para ser:

$$|p| = c_1 + c_2 + c_3 \tag{2.22}$$

Ademas se puede probar que se cumple que:

$$|p| = 2A \tag{2.23}$$

Donde A representa el area del elemento triangular.

De las ecuaciones 2.20 y 2.23 se pueden obtener:

$$\begin{aligned}
 d_0 &= \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} \phi_1 c_1 & \phi_2 c_2 & \phi_3 c_3 \end{bmatrix} \\
 d_1 &= \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} \phi_1 b_1 & \phi_2 b_2 & \phi_3 b_3 \end{bmatrix} \\
 d_2 &= \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} \phi_1 a_1 & \phi_2 a_2 & \phi_3 a_3 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

Sustituyendo las ecuaciones anteriores en la Ec. 2.16 y recolectando los coeficientes de ϕ_1 , ϕ_2 y ϕ_3 , se puede derivar la siguiente ecuación.

$$\phi(X, Y) = N_1 \phi_1 + N_2 \phi_2 + N_3 \phi_3 \tag{2.25}$$

Donde:

$$\begin{aligned}
 N_1 &= \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} c_1 & b_1X & a_1Y \end{bmatrix} \\
 N_2 &= \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} c_2 & b_2X & a_2Y \end{bmatrix} \\
 N_3 &= \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} c_3 & b_3X & a_3Y \end{bmatrix} \\
 [N] &= \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & N_3 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.26}$$

N_1 , N_2 y N_3 representan las funciones de forma para el elemento triangular y $[N]$ viene a ser la agrupación en matriz de función de forma (N_i también se denominan coordenadas de área local).

Propiedades de las funciones de forma Las funciones de forma cumplen las siguientes propiedades

1. $N_i = 1$ en el i -ésimo nodo y $N_i = 0$ en los otros 2 nodos ($i = 1, 2, 3$).
2. $\sum_i N_i = 1$

Variaciones de N_i , $i = 1, 2, 3$, sobre un elemento se muestran en la Figura 14.

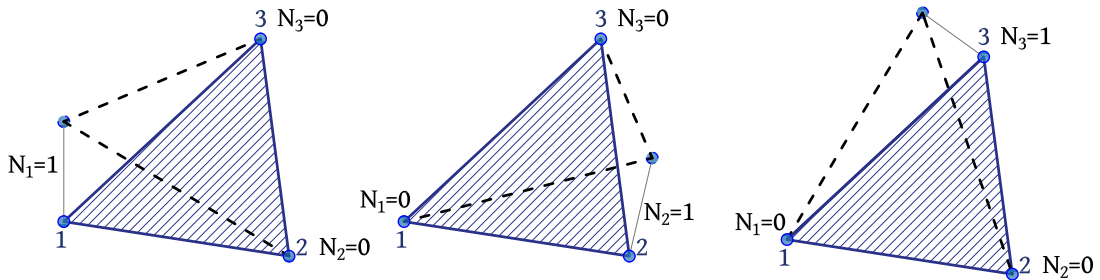


Figura 14 Funciones de forma del elemento triangular
Fuente: Elaboración propia

Al referirse a la segunda propiedad de las funciones de forma, se puede observar que en cualquier punto (X, Y) ,

$$N_1(X, Y) + N_2(X, Y) + N_3(X, Y) = 1 \tag{2.27}$$

C) Paso 3. Definir ley constitutiva y gradientes.

Gradiente de campo desconocido Sean ε_x y ε_y los gradientes (pendientes) de ϕ en las direcciones X e Y , respectivamente. Entonces:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x &= \frac{\partial \phi}{\partial X} \\
 \varepsilon_y &= \frac{\partial \phi}{\partial Y}
 \end{aligned} \tag{2.28}$$

De las Ecs. 2.16 y 2.28 , se puede ver fácilmente que

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= d_1 \\ \varepsilon_y &= d_2\end{aligned}\tag{2.29}$$

Por lo tanto, los gradientes son constantes sobre el elemento y, por lo tanto, un elemento triangular de 3 nodos se denomina elemento triángulo de deformación constante.

Sustituyendo la ecuación. 2.25 en la ecuación. 2.28 , se puede demostrar que

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \end{Bmatrix} = [B] \{q^e\}\tag{2.30}$$

Donde $[B]$ es una matriz de 2×2 :

$$[B] = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \end{bmatrix}\tag{2.31}$$

Relaciones constitutivas (ley de Darcy) Teniendo en cuenta que el flujo tiene lugar desde un potencial de fluido más alto a uno más bajo, las velocidades v_x , v_y del flujo de filtración en las direcciones X e Y están dadas, respectivamente, por:

$$\begin{aligned}v_x &= -k_x \frac{\partial \phi}{\partial x} = -\sigma_x \\ v_y &= -k_y \frac{\partial \phi}{\partial y} = -\sigma_y\end{aligned}\tag{2.32}$$

en la ecuacion se observa que:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= k_x \varepsilon_x \\ \sigma_y &= k_y \varepsilon_y\end{aligned}\tag{2.33}$$

Por lo tanto:

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} k_x \varepsilon_x \\ k_y \varepsilon_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_x & 0 \\ 0 & k_y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \end{Bmatrix} = [D] \{\varepsilon\}\tag{2.34}$$

Se puede escribir en forma de una matriz:

$$\{\sigma\} = [D] [B] \{q^e\}\tag{2.35}$$

Donde la matriz $[D]$ representa una matriz diagonal de 2×2 :

$$[D] = \begin{bmatrix} k_x & 0 \\ 0 & k_Y \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

D) Paso 4: derivar ecuaciones de elementos

Como se mencionó anteriormente, el método de la energía se aplica para derivar ecuaciones de elementos. La aplicación del método de la energía requiere que se defina un π_p funcional escalar. El π_p para el análisis de filtración viene dado por:

$$\pi_p = \frac{1}{2} \int_V \{\sigma\}^T \{\varepsilon\} dV - \{q^e\}^T \{f^e\} \quad (2.37)$$

Donde $\{f^e\}$ representa el vector de flujo de fluido nodal:

$$\{f^e\} = \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{Bmatrix} \quad (2.38)$$

Suponiendo un espesor unitario en la dirección Z, la ecuación 2.37 se puede escribir, en vista de las Ecs. 2.31 y 2.35, como:

$$\begin{aligned} \pi_p &= \frac{1}{2} \int_V \{q^e\}^T [B]^T [D] [B] \{q^e\} dV - \{q^e\}^T \{f^e\} \\ \pi_p &= \frac{1}{2} \{q^e\}^T [K^e] \{q^e\} - \{q^e\}^T \{f^e\} \end{aligned} \quad (2.39)$$

Donde:

$$[K^e] = \int_A [B]^T [D] [B] dA \quad (2.40)$$

La minimización de π_p da como resultado las ecuaciones de cada elemento

$$[K^e] \{q^e\} = \{f^e\} \quad (2.41)$$

Tenga en cuenta que $[B]$ y $[D]$ son matrices constantes. Por lo tanto, Eq. 2.40 se puede escribir como:

$$\begin{aligned}
[K^e] &= [B]^T [D] [B] \int_A dA \\
[K^e] &= A [B]^T [D] [B] \\
[K^e] &= A \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} b_1 & a_1 \\ b_2 & a_2 \\ b_3 & a_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x & 0 \\ 0 & k_y \end{bmatrix} \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \end{bmatrix} \\
[K^e] &= \frac{1}{4A} \begin{bmatrix} k_x b_1^2 + k_y a_1^2 & k_x b_1 b_2 + k_y a_1 a_2 & k_x b_1 b_3 + k_y a_1 a_3 \\ & k_x b_2^2 + k_y a_2^2 & k_x b_2 b_3 + k_y a_2 a_3 \\ Sym & & k_x b_3^2 + k_y a_3^2 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.42}$$

E) Pasos 5: ensamblar ecuaciones de elementos, aplicar condiciones de contorno, resolver las incógnitas primarias, calcular las incógnitas secundarias

Ensamblar ecuaciones de elementos dadas por la ecuación. 2.41 para todo el sistema, ecuación

$$[K] \{q\} = \{F\} \tag{2.43}$$

Donde:

$[K]$: representan la matriz de permeabilidad ensamblada

$\{q\}$: vector de altura potencial

$\{F\}$: vector de flujo de fluido aplicado externamente.

Después de aplicar condiciones de contorno se puede resolver para la incógnita $\{q\}$ en la ecuación 2.43

2.2.3.5 Condiciones iniciales y de contorno

Para obtener una solución única a la ecuación diferencial parcial para un proceso físico, necesita saber más sobre el estado físico del proceso. Esta información se obtiene a partir de las condiciones de contorno y las condiciones iniciales. Para problemas estacionarios, solo se requieren condiciones de contorno, mientras que para problemas transitorios, se deben especificar condiciones iniciales y de contorno. En este caso, solo se utilizarán las condiciones de contorno porque se está resolviendo el problema de la infiltración en estado estacionario.

Las condiciones de frontera incluyen matemáticamente la geometría de la frontera y el valor de la variable de estado o su derivada normal a la frontera. Físicamente, las condiciones de contorno de los modelos de aguas subterráneas generalmente se dividen en tres tipos. Faust y Mercer (1981):

A) Condición de contorno tipo Dirichlet

La condición de contorno tipo Dirichlet se da cuando las ecuaciones diferenciales ordinarias o derivadas parciales se especifica el valor de la solución requerida para el límite del dominio. El problema de encontrar soluciones a estas ecuaciones bajo tales condiciones se conoce como el problema de Dirichlet. En problemas de flujo en medios porosos, es un problema de imponer un valor potencial (altura piezométrica) en el contorno.

Para el caso del ejemplo de la presa el potencial es conocido en todo el contorno correspondiente a la interfase agua-suelo.

B) Condición de contorno tipo Neumann

Esto sucede cuando se especifica la derivada de la solución tomada en la frontera o contorno del dominio para una ecuación diferencial ordinaria o derivada parcial. Para el problema de infiltración en una presa, se trata de un problema de imponer valores de caudal a través del límite a lo largo de su dirección normal.

C) Condición de contorno tipo Cauchy

En matemáticas, las condiciones de contorno de Cauchy en ecuaciones diferenciales ordinarias o parciales imponen valores específicos sobre las soluciones de ecuaciones diferenciales tomadas de los límites de dominio y sobre las derivadas normales de los límites. Esto es lo mismo que aplicar dos tipos de condiciones: condiciones de contorno de Dirichlet y condiciones de contorno de Neumann

Si la energía potencial y el flujo a través del límite a lo largo de su dirección normal se aplican en combinación en cada punto del límite indicado, donde el flujo a través del contorno está relacionado con la derivada y el valor normales.

D) Condición de contorno mixto

Se da cuando la condición de Dirichlet se aplica sobre parte de la frontera y la de Neumann sobre el resto de la misma.

2.2.3.6 Identificación de Condiciones de contorno en una presa

Como veremos a continuación, la filtración de agua a través de una presa de escollera puede causar problemas de límites mixtos para las superficies libres.

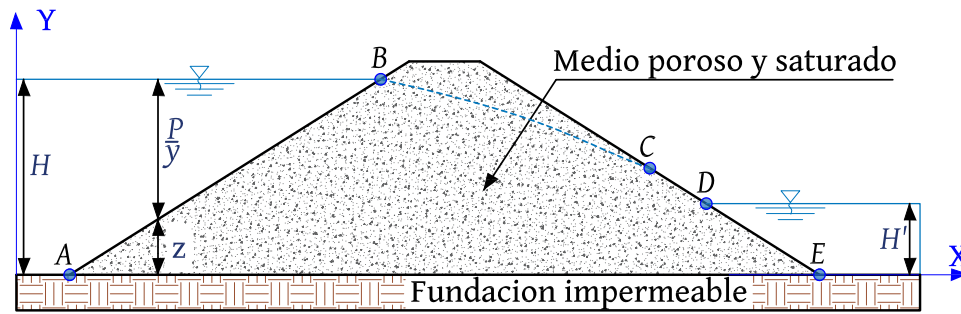


Figura 15 Condiciones de contorno en una presa
Fuente: Elaboración propia

Tramo AB. La altura piezométrica es constante e igual a la altura de agua sobre la base H . Se trata de una condición de tipo Dirichlet.

Tramo DE. Análogamente, la carga piezométrica es constante. También es una condición de tipo Dirichlet.

Tramo AE. Admitiendo que la base es impermeable, el caudal que circula a través de este tramo de frontera es nulo. Por tanto, se trata de una condición tipo Neumann.

Tramo BC. Se trata de una superficie libre, cuya situación se desconoce a priori. La presión en todos sus puntos debe ser nula (referida a la presión atmosférica) y no puede circular agua a través de la misma. Se trata de una condición tipo Cauchy.

Tramo CD. La carga piezométrica viene dada por la altura sobre el plano de referencia, ya que la presión es nula por encontrarse en contacto con la atmósfera. La condición es de tipo Dirichlet.

Capítulo III

Método de la Investigación

3.1 Enfoque

La investigación se basa en un enfoque **cuantitativa** centrada en un análisis numérico de los datos recopilados mediante los ensayos realizados en la presa piedra hermosa.

3.2 Alcance

El alcance de la investigación indicará los resultados que se obtendrá de ella y determinará el enfoque que se seguirá para obtener dichos resultados.

Este estudio es una investigación **correlacional**; porque su propósito es establecer el grado de relación o asociación no causal entre dos o más variables. Se caracteriza por medir primero las variables y luego estimar las correlaciones mediante la aplicación de pruebas de hipótesis y técnicas estadísticas relevantes.

3.3 Diseño de investigación

Este estudio es de tipo **no experimental** porque los eventos y variables han ocurrido, y este estudio observa variables y sus relaciones en su medio natural. Los estudios no experimentales se pueden definir como estudios realizados sin manipulación deliberada de variables, es decir, estudios en los que no alteramos deliberadamente las variables independientes para ver su efecto sobre otras variables.

3.4 Población y muestra

3.4.1 Población.

A) Unidad de muestreo

La unidad de muestreo que se va a emplear es la infiltración en la presa de enrocado.

B) Unidad de análisis.

La unidad de análisis del estudio es la determinación de las capacidades del método de elementos finitos para el cálculo de la infiltración en presas de enrocado.

C) Delimitación de la población

La población fue delimitada de acuerdo a la ubicación geográfica que es el cuerpo y la cimentación de la presa.

3.4.2 Muestra del estudio

La presa de enrocado esta ubicado en el Distrito de Huaytará, Provincia de Huaytará y Departamento de Huancavelica.

A) Método de selección de la muestra

Para la investigación se utilizará en método de selección no estadístico.

B) Tamaño de muestra

La presa de enrocado esta ubicado en el Distrito de Huaytará, Provincia de Huaytará y Departamento de Huancavelica.

3.5 Hipótesis**3.5.1 Hipótesis general**

Es posible realizar el análisis numérico de la infiltración en presas de enrocado empleando el Método de Elementos Finitos.

3.5.2 Hipótesis específicas

1. Si es posible calcular el sistema de ecuaciones lineales para determinar el flujo de agua debajo de la presa de enrocado.
2. La forma de discretización optado en el dominio de la presa si influye en el cálculo de la infiltración con el método de elementos finitos.
3. Es posible calcular la velocidad de infiltración empleando el método de Elementos Finitos en cualquier punto de la presa.

3.6 Operacionalización de variables

3.6.1 Variables

Las variables son datos que, cuando se presentan en forma tabular y como información, se evalúan descriptivamente, y luego se califican e interpretan en el análisis para integrarlos y resumirlos en las evaluaciones de resultados, y cuando se usan como premisa, permiten contrastar cada subhipótesis con la que están directamente relacionados, en esta investigación. (Caballero, 2014)

Básicamente, hay dos variables involucradas en cualquier proceso de investigación: la variable independiente y la variable dependiente.

Variables Dependientes. Son aquellas que dependen de la acción (intensidad o característica) de la variable independiente. Las variables dependientes para el presente proyecto de investigación son: Alturas piezométricas, presiones, velocidades, gradientes y otros parámetros hidrogeológicos.

Variables Independientes. Se identifica siempre una variable cuya magnitud o característica se relaciona con otra a la cual afecta. Las variables independientes del objeto de estudio son la Geometría de la presa, permeabilidad de los materiales del cuerpo de la presa, nivel de embalse, nivel freático aguas debajo de la presa y condiciones de borde.

3.6.2 Indicadores

Al referirnos a las variables sabemos que estos no son observables directamente. Por lo tanto, se deben buscar procedimientos que permitan la medición indirecta mediante manifestaciones externas, empíricas y observables. Tales expresiones son los indicadores. (Hernández, 2014).

El indicador asociada a la variable independiente. Método de Elementos Finitos, Coordenadas UTM, Coeficientes de Permeabilidad, Nivel de Embalse.

El indicador asociada a la variable dependiente. Infiltración, Alturas Piezométricas, Velocidades de Flujo.

Tabla 1 Operacionalización de variables

	VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES
INDEPEND.	Análisis Numérico empleando el Método de Elementos Finitos	Sistema de ecuaciones Lineales Discretización Dominios de cálculo	Matriz de rigidez Cantidad de nodos y mallas 1D, 2D y 3D
DEPEND.	Cálculo de la Infiltración en presas de enrocado	Flujo de agua Velocidad de infiltración Campo de presiones Permeabilidad del suelo	Caudal Velocidad de flujo Alturas de presión Coeficiente de permeabilidad

3.7 Técnicas e instrumentos

Para poder contrastar la hipótesis general y las hipótesis específicas se requerirá aplicar lo siguiente:

- a) **Técnica del análisis documental** Consiste en seleccionar ideas relevantes de fuentes bibliográficas especializadas, registros textuales, documentos oficiales e Internet para expresar su contenido y plasmarlas según las variables de campo de la tesis.
- b) **La técnica de la observación de campo** Se realizó la recolección de datos, muestreo y pruebas de campo para los respectivos análisis de laboratorio a fin de obtener los parámetros necesarios para captar las variables de la tesis.

Los coeficientes de elasticidad para los diferentes materiales utilizados en el modelamiento de la presa, se obtuvieron de los ensayos geotécnicos realizados en la zona de estudio.

3.8 Técnicas estadísticas para el procesamiento de la información.

Recolección de datos, procesamiento de datos y presentación de los resultados obtenidos.

3.9 Desarrollo del trabajo de tesis

Para llevar acabo esta investigación fue necesario desarrollar el procedimiento del calculo de Método de Elementos Finitos (MEF) aplicado a la solución de la ecuacion de infiltración, empleando distintas formas de enmallados de la presa piedra hermosa ubicado en la región de Huancavelica.

3.9.1 Identificación de la zona de estudio

La zona de estudio se encuentra ubicada en las siguientes coordenadas, Este 471,992.634 Norte 8,499,914.16. Políticamente está ubicada en la Región Huancavelica Provincia de Huaytara y distrito de Huaytara como se observa en la figura 16.

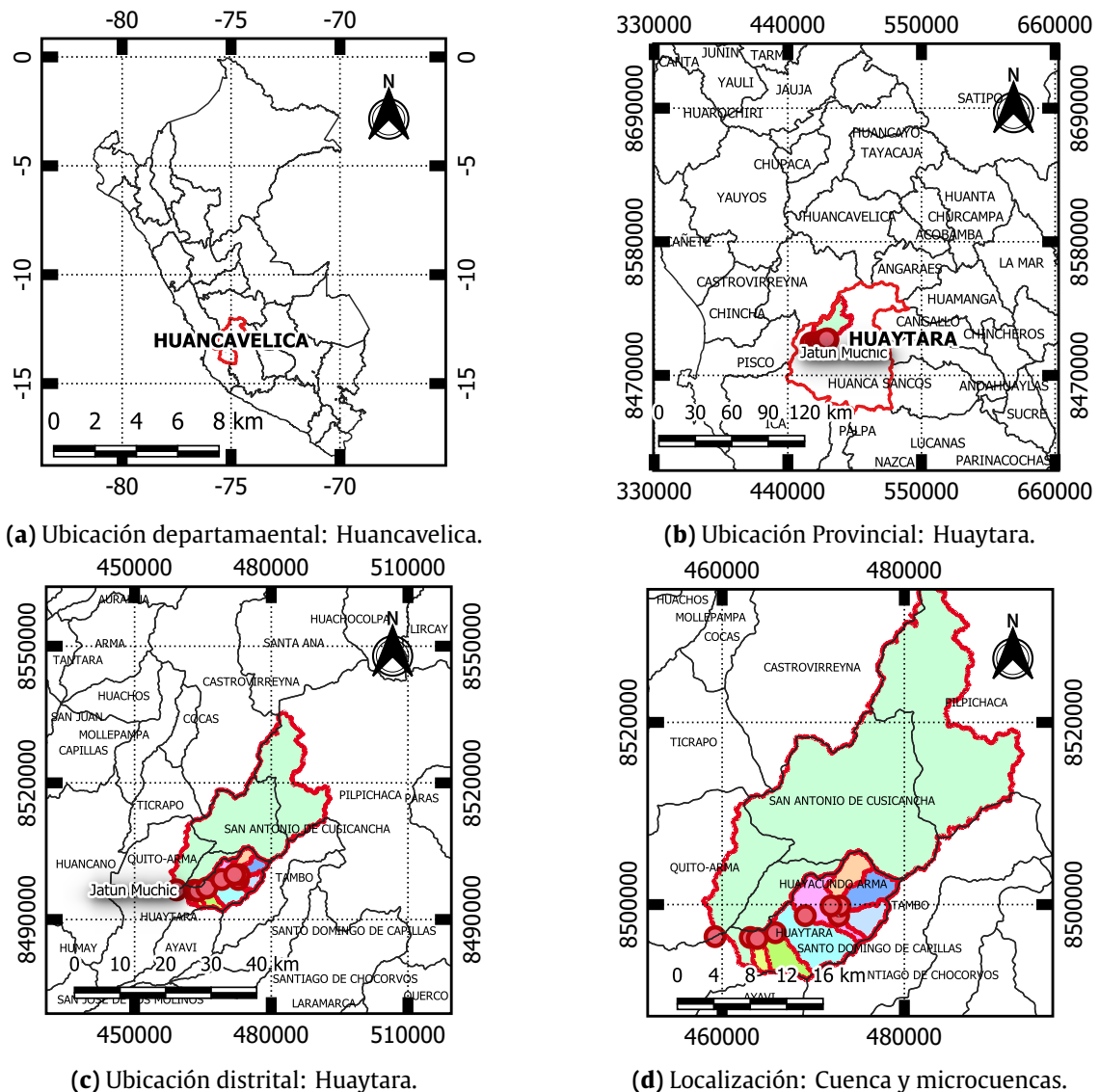


Figura 16 Ubicación y localización del proyecto.

Fuente: Elaboración propia.

3.9.2 Descripción de la presa.

La micro cuenca Piedra Hermosa tiene 14.914 km^2 de área y 19.867 km de perímetro. Este se ubica en la cabecera del complejo arqueológico de Incahuasi al sur este del distrito de San Antonio de Cusicanha, siendo afluente al río Sanquiniyoc y este al río Vizcacha, con un recorrido aproximado del cauce principal hacia el punto de interés de 6.973 km y cota máxima de 4295 msnm .

La pendiente del curso principal es 7.3% . La microcuenca Piedra Hermosa, aporta un caudal mínimo de 24 l/s (dato según aforo 2020.08.18), considerado como caudal base. A lo largo del cauce principal, la humedad de suelo, y el transporte de sólidos considerados de la erosión de la cuenca, favorecen para el desarrollo de matorrales y plantaciones propios de la zona.

Se plantea una pantalla de hormigón en el enrocamiento (CFRD), que alcanza una altura de 41.00 m . Sus principales características son: $H = 41.0 \text{ m}$; $L = 260.0 \text{ m}$; $L/H = 6.34$; $A/H^2 = 6.36$, tipo de material rocoso (según estudio geotécnico y geológico). Taludes aguas arriba $1.6(H) : 1.0(V)$ y aguas abajo $1.50(H) : 1.0(V)$ como se muestra en la figura 17. La aplicación de las especificaciones

de espesores, granulometría y número de pasadas, adición de agua y calidad del enrocamiento, y la zonificación 2B, 3A, 3B y 3C permiten aproximar como un medio continuo, y aplicar el método de elementos finitos para su modelamiento y diseño.

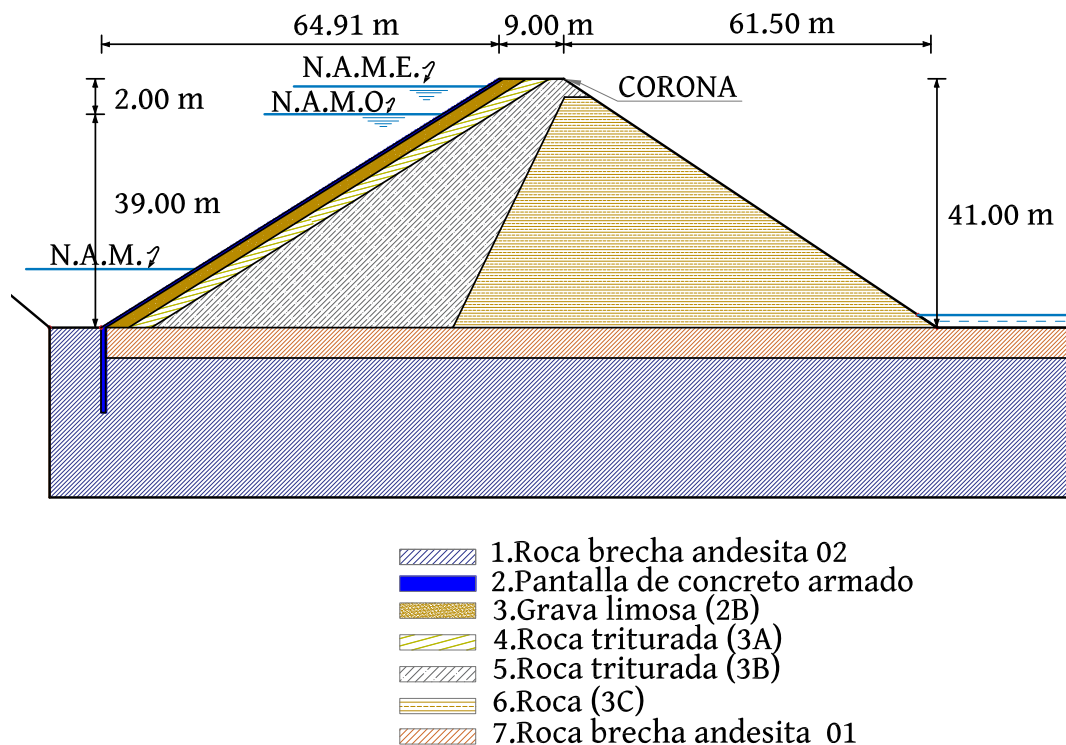


Figura 17 Sección máxima de la presa Piedra Hermosa
 Fuente: Elaboración propia

3.9.2.1 Ubicación del eje de la presa

El eje de la presa se establece en una ubicación en la cual el cuerpo de la presa refleje una eficiencia en cuanto a su volumen (Volumen de relleno) , ver figura 18.

Tabla 2 Coordenadas del eje de la presa.

Margen	Este	Norte
Margen izquierdo	472,055.131	8,499,772.915
Margen derecho	471,969.652	8,500,018.462

Fuente: Elaboración propia.



Figura 18 Ubicación del eje de la presa.
Fuente: Elaboración propia.

El Eje planteado presenta mejores condiciones de encajonamiento de la presa. Cabe precisar que sobre este se han establecido la Curva Altura – Área – Volumen y demás estudios geológicos y geotécnicos. Y la condición más importante es la ubicación del plinto en zona de buena calidad de roca, para empotrar y éste es el elemento importante de una presa CFRD.

3.9.2.2 Curva Altura – Área - Volumen

A partir del plano topográfico del vaso de almacenamiento proyectado y la ubicación del eje, se ha elaborado el cuadro Altura – Área – Volumen, el mismo que relaciona la variación de alturas de presa con el área del espejo de agua y la capacidad de almacenamiento. En la Tabla 3 se muestra la relación altura - área - volumen.

Tabla 3 Resultado de las cargas primarias y secundarias sobre la presa.

Cota(msnm)	h(m)	H acum(m)	Area(m2)	Vol(m3)	Vol acum(m3)
3799	0.00	0.00	531.05	-	-
3800	1.00	0.00	5,756.48	3,143.76	3,143.76
3801	1.00	1.00	7,989.08	6,872.78	10,016.54
3802	1.00	2.00	9,764.93	8,877.00	18,893.54
3803	1.00	3.00	12320.09	11,042.51	29,936.05
3804	1.00	4.00	14740.52	13,530.31	43,466.36
3805	1.00	5.00	19,061.66	16,901.09	60,367.46
3806	1.00	6.00	21107.35	20,084.51	80,451.96
3807	1.00	7.00	25064.11	23,085.72	103,537.69
3808	1.00	8.00	27121.37	26,092.74	129,630.43
3809	1.00	9.00	29,648.75	28,385.06	158,015.49
3810	1.00	10.00	32,077.95	30,863.35	188,878.84
3811	1.00	11.00	34,889.82	33,483.89	222,362.72
3812	1.00	12.00	37,710.16	36,299.99	258,662.71
3813	1.00	13.00	41,132.44	39,421.30	298,084.01
3814	1.00	14.00	44,311.74	42,722.09	340,806.10
3815	1.00	15.00	48,107.62	46,209.68	387,015.78
3816	1.00	16.00	51,852.49	49,980.06	436,995.84
3817	1.00	17.00	53,691.08	52,771.79	489,767.62
3818	1.00	18.00	61,057.27	57,374.18	547,141.80
3819	1.00	19.00	66,033.90	63,545.59	610,687.38
3820	1.00	20.00	70,167.75	68,097.83	678,785.21
3821	1.00	21.00	74,476.88	72,319.32	751,104.52
3822	1.00	22.00	79,388.89	76,932.89	828,037.41
3823	1.00	23.00	84,662.62	82,025.76	910,063.16
3824	1.00	24.00	89,137.56	86,900.09	996,963.25
3825	1.00	25.00	93,720.56	91,429.06	1,088,392.31
3826	1.00	26.00	98,096.92	95,908.74	1,184,301.05
3827	1.00	27.00	102,785.58	100,441.25	1,284,742.30
3828	1.00	28.00	107,535.45	105,160.52	1,389,902.82
3829	1.00	29.00	112,432.79	109,984.12	1,499,886.94
3830	1.00	30.00	117,624.04	115,028.42	1,614,915.35
3831	1.00	31.00	122,847.79	120,235.92	1,737,151.27
3832	1.00	32.00	128,218.20	125,533.00	1,860,684.26
3833	1.00	33.00	133,744.50	130,981.35	1,991,665.61
3834	1.00	34.00	139,044.99	136,394.75	2,128,060.36
3835	1.00	35.00	144,522.80	141,783.90	2,269,844.25
3836	1.00	36.00	150,195.93	147,359.07	2,417,203.32

En la figura siguiente se muestra las curvas Altura – Área y Altura Volumen.

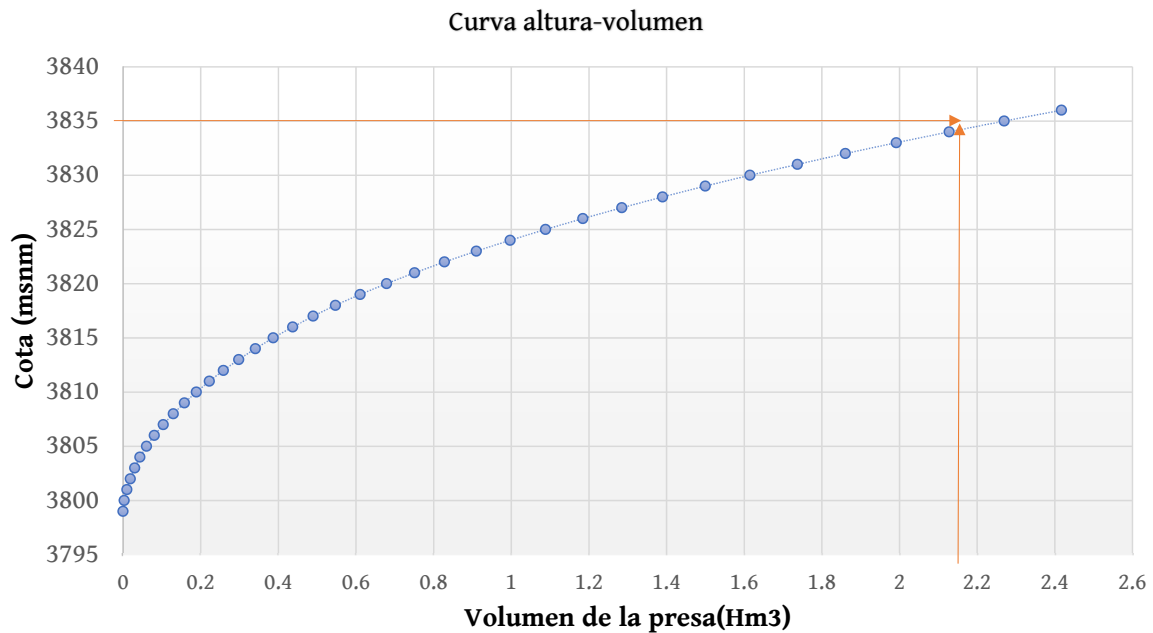


Figura 19 Curva altura - volumen de la presa Piedra Hermosa
Fuente: Elaboración propia.

3.9.2.3 Geometría

Es una presa de enrocado, con una longitud de coronación de 260.0m, cota de corona igual a 3836.0msnm y altura máxima de 41.0m.

A) Altura y ancho de coronación

Se determinó el nivel de coronación, la cual se obtiene añadiendo al nivel máximo de operación del embalse (NAMO), la sobre elevación necesaria del aliviadero para el tránsito de la venida de diseño, más la altura de oleaje y altura de resguardo o seguridad.

La sobre elevación del aliviadero o carga de agua determinada que se presentaría en la presa, alcanza una altura sobre el NAMO de 2.00 m como se muestra en la figura 17.

El ancho de la corona de una presa depende de varias consideraciones, como son:

- Naturaleza de los materiales del terraplén y distancia mínima permisible de percolación a través del terraplén al nivel normal de embalse.
- Altura e importancia de la estructura.
- Requerimiento de ancho para proveer masa al terraplén para resistir a los efectos sísmicos.
- Practicidad de construcción.

El ancho de corona adoptado es de 9.0 m, dimensión que deviene en primera instancia por el tipo de material que conforma el cuerpo de la presa (material rocoso) y en segunda instancia por la aplicación de instructivos y normas técnicas que están en función de la altura de presa, entendiéndose por tal a la distancia desde su corona hasta su cimentación excluyendo el empotramiento y la pantalla o cortina no estructural. La altura de presa a su vez está ligada a la capacidad total de embalse.

En la tabla 4 se detalla las dimensiones de la presa mostradas en la figura 19.

Tabla 4 Características geométricas de la presa Piedra Hermosa.

Parámetro	Valor
Nivel de corona	3836.00 msnm
Nivel de aguas maximas extraordinarias (NAME)	3834.50 msnm
Nivel de aguas máximas ordinaria (NAMO)	3834.00 msnm
Nivel de aguas mínimas de operación (NAMINO)	3805.00 msnm
Nivel de terreno	3800.00 msnm
Nivel de de fundacion	3795.00 msnm
Altura por oleaje y resguardo (por encima del NAME)	1.50
Altura total de seguridad	2.00 m
Altura de carga vertedero	0.50 m
Altura de operación	29.00 m
Altura muerta	5.00 m
Altura total	41.00 m
Volumen útil	2,070,000.00m ³
Volumen de sedimentos	60,000.00m ³
Volumen total	2,130,000.00m ³
Ancho de coronación	9.00 m

Fuente: Elaboración propia.

La sección de la presa Piedra Hermosa, se proyecta con talud aguas arriba de 1.6/1.0, (h/v) y aguas abajo con talud 1.5/1.0, (h/v), corona de ancho 9.0 m, de altura máxima 41.00 m, medida desde la cimentación hasta la corona (ver figura 17).

Sobre el nivel de la corona se proyecta un muro de concreto a todo lo largo de la presa, de 0.50 m de altura por 0.30 m de espesor, como un sardinel de protección.

B) Forma del Cuerpo de presa

La Presa diseñada está provista de un vertedero de alivio de avenidas máximas, como se muestra en la figura 20, con capacidad para evacuar la avenida máxima milenaria, que generaría un caudal máximo de 19.50m³/s a la entrada en la presa y de acuerdo al tránsito hidráulico realizado un caudal máximo de salida por el aliviadero de 6.50m³/s. El vertedero corresponde a una longitud de 12 m, y presenta capacidad de respuesta para el alivio de las avenidas.

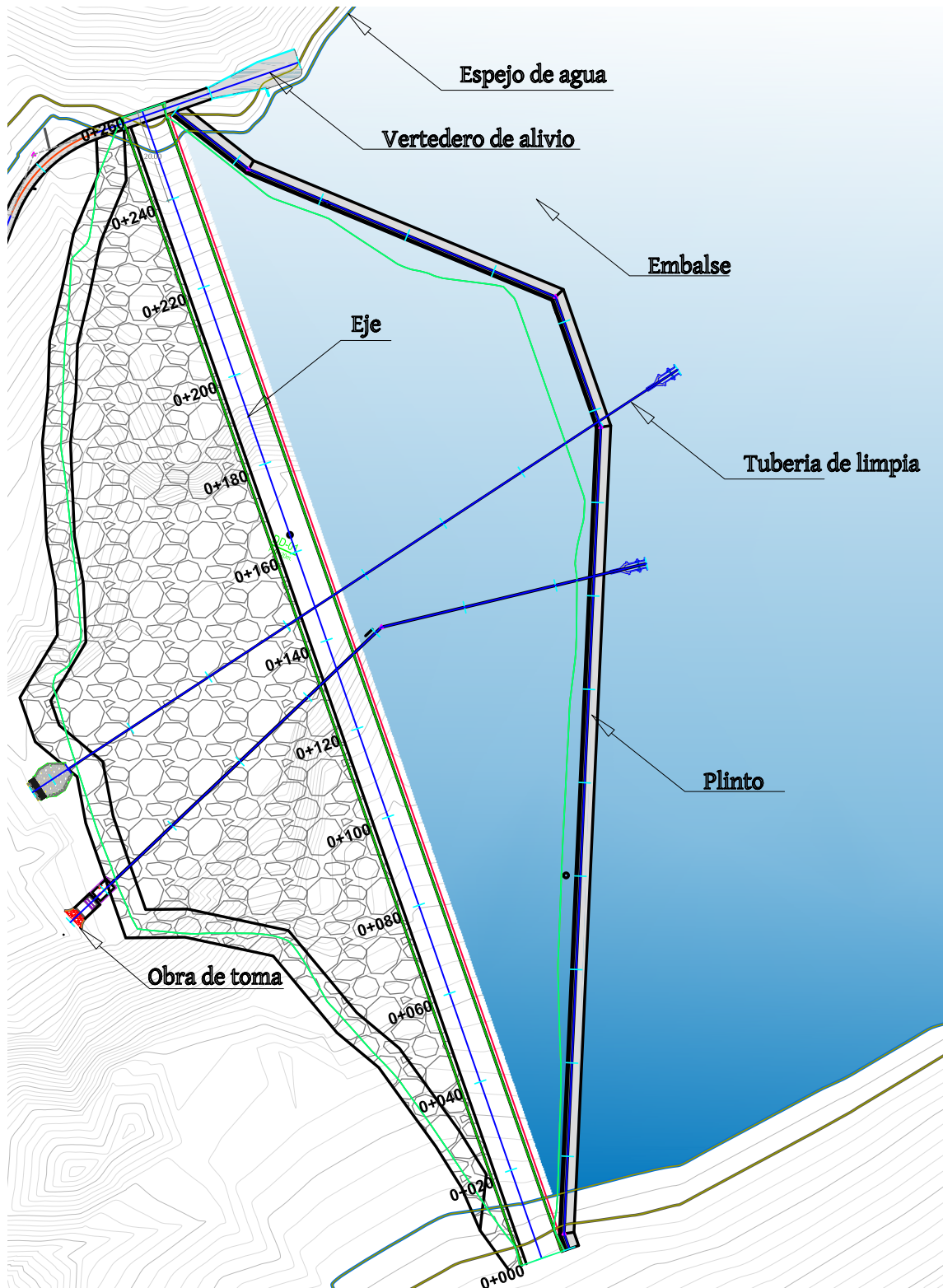


Figura 20 Forma del cuerpo de la presa.
Fuente: Elaboración propia.

3.9.2.4 Pantalla de concreto

El diseño de la pantalla de hormigón está íntimamente ligada a la deformada del enrocamiento, en teoría aplicando la deformación a la pantalla se pueden obtener los elementos mecánicos (momento flexionante, cortante y carga axial). Para el pre-dimensionamiento se utilizó fórmulas

empíricas, en la actualidad la más usada es:

$$e = 0.30 + kH \quad (3.1)$$

En donde k es un factor que varía entre 0.002 y 0.004.

Por otro lado, el ICOLD recomienda espesores de diseño según la altura de la pantalla de hormigón, como se puede observar en la siguiente tabla 5.

Tabla 5 CFRD, espesor de la pantalla de hormigón. Practica actual ICOLD

Altura de agua (m)	Espesor de la pantalla(m)
>100	$0.30+0.002H - 0.30+0.004H$
50 - 100	0.30
<50	0.25

En la actualidad el espesor de la pantalla tiende a disminuir, dando resultados satisfactorios. En la siguiente tabla 6 se presenta algunos criterios utilizados para definir el espesor de la pantalla de hormigón reforzado.

Tabla 6 Criterios de diseño de espesores de pantalla de hormigón de diferentes presas construidas en el mundo

Nº	Criterios de diseño	Presa	Altura (m)	País	Año
1	$e=0.30+0.005H$	Lemolo-1	36	EEUU	1954
2	$e=0.30+0.00735H$	Paradela	110	Portugal	1958
3	$e=0.30+0.002H$	Cethana	110	Australia	1971
4	$e=0.30+0.003H$	Foz do Areira	160	Brasil	1980
5	$e=0.30+0.003H$	Mazar	166	Ecuador	2010

Para la presa se tomó la expresión $e = 0.30 + 0.003H$, donde $H = 41m$

Donde el espesor de la pantalla de hormigón es: $e = 0.40m$

Siendo la presa baja (de poca altura) se utilizará un espesor constante de $0.40m$, en lo cual se armará a doble malla de acero, pues éstos tienen mejor comportamiento estructural a cambios o deformaciones

3.9.2.5 Estudios Básicos

A) Estudio Topográfico

Se ha realizado el levantamiento topográfico de toda la zona de emplazamiento del embalse del proyecto. Dicho levantamiento se ha realizado, tomando en consideración la ubicación del eje inicial del Perfil y la posibilidad de otros ejes alternativos que presente mejores condiciones de altitud-capacidad de embalse dentro de la cuenca. Se han establecido una red de BMs los cuales se muestran las que corresponden a la presa en la tabla 7.

Tabla 7 Red de BMs para replanteo de la presa

Nombre	Este(m)	Norte(m)	Cota(m)	Descripcion
BM-1	471942.401	8499911.327	3812.269	Replanteo
BM-2	472892.293	8499814.802	3848.470	Replanteo
BM-9	471900.270	8499785.078	3818.319	Replanteo
HUA-06030	472048.748	8499709.313	3852.685	Replanteo

B) Estudios Hidrológicos

Principales características de la cuenca Piedra Hermosa El área de influencia de la cuenca en el sistema de riego proyectado, ha sido definida considerando la totalidad de la cuenca hidrográfica hasta el punto de captación: cuenca Unión Muchic, con un área aproximada de 677.946km^2 , en el cual durante los estudios de diagnóstico y trabajos de campo se ha considerado siete microcuencas de los cursos y cuerpos de agua que influyen directamente al sistema de riego y drenan al río principal: microcuenca Piedra Hermosa, microcuenca de Derivación/Trasvase, microcuenca Tropasayachima, microcuenca Tiusa, microcuenca San Juan de Palahua, microcuenca Chocorvo Chuquimarán y microcuenca Quito Chuquimarán.

Las áreas de intervención riego, se ubican a lo largo del cauce principal del río Vizcacha, encontrándose presencia de fuentes importantes que afloran y ofertan en distintas partes. La cuenca general pertenece a la vertiente del pacífico, con características peculiares a este tipo de cuencas.

En el ámbito del proyecto, también se evidencia, cambios importantes de climas, debido al alcance y diferencia significativa altitudinal entre el inicio y final del sistema. Debido a estos cambios de las variables meteorológicas en el ámbito del proyecto, se ha considerado adecuado emplear técnicas distribuidas.

Microcuenca Piedra Hermosa La microcuenca Piedra Hermosa tiene 14.914 km^2 de área y 19.867km de perímetro. Este se ubica en la cabecera del complejo arqueológico de Incahuasi al sur este del distrito de San Atonio de Cusicancha, siendo afluente al río Sanquiniyoc y este al río Vizcacha, con un recorrido aproximado del cauce principal hacia el punto de interés de 6.973 km y cota máxima de 4295 msnm .

La pendiente del curso principal es 7.3% . La microcuenca Piedra Hermosa, aporta un caudal mínimo de 24 l/s (dato según aforo 2020.08.18), considerado como caudal base. A lo largo del cauce principal, la humedad de suelo, y el transporte de sólidos considerados de la erosión de la cuenca, favorecen para el desarrollo de matorrales y plantaciones propios de la zona. En la parte alta se aprecia arrastre de sedimentos.

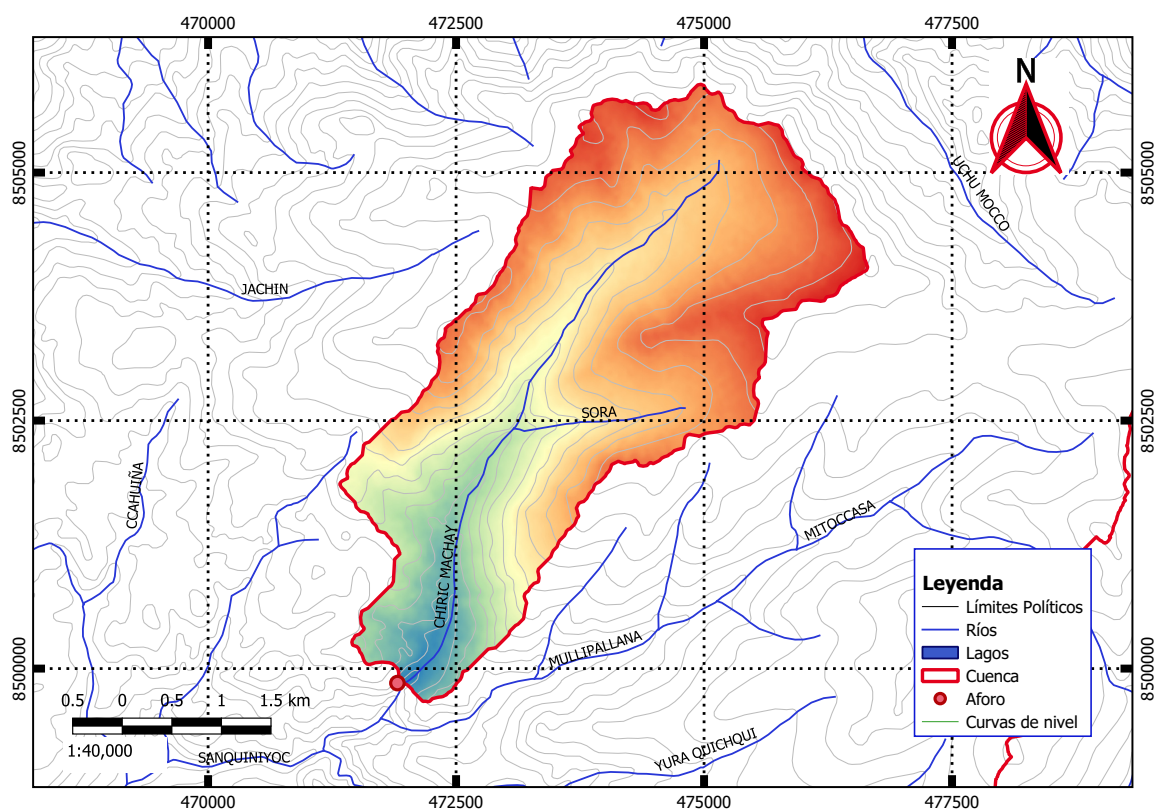


Figura 21 Vista punto de interés microcuenca Piedra Hermosa

Fuente: Elaboración propia

Oferta El resultado de oferta total de caudal en el sistema Piedra Hermosa con derivación, se muestran en la tabla 8 y es generado a partir de la contribución de caudales en la microcuenca Presa Piedra Hermosa y la microcuenca de Derivación/Trasvase, con la finalidad de incrementar la oferta de agua y satisfacer las necesidades hídricas en el sistema Piedra Hermosa.

Tabla 8 Caudal de oferta total mensual (m^3/s) en Micro Piedra Hermosa y derivación.

Desc.	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Set	Oct	Nov	Dic
Prom.	0.665	1.005	1.083	0.24	0.042	0.038	0.038	0.047	0.076	0.086	0.094	0.324
Max	1.864	1.846	1.654	0.509	0.093	0.038	0.038	0.365	1.395	1.247	0.365	0.755
Min.	0.174	0.337	0.455	0.078	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.099	0.038
P=75%	0.394	0.735	0.915	0.131	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.039	0.18
Vol.	403.37	683.52	1070.72	132.07	0	0	0	0	0	0	0.33	211.7

En el cuadro 8 se muestra el resumen estadístico de la persistencia de caudales, así mismo se muestra el volumen total de oferta mensuales en m^3/mes , en el sistema de Piedra Hermosa con la derivación.

Demanda La principal demanda la constituye la demanda agrícola, no existiendo derechos de uso de agua aguas arriba del eje planteado. En tal sentido, según el estudio agronómico se ha tomado las demandas medias de la cedula de cultivo la misma que está constituida por Cultivos perennes, cultivos de verano e invierno.

Tabla 9 Resumen de demanda de cultivos (L/s) sistema embalse Piedra Hermosa

Anual	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Set	Oct	Nov	Dic
Hm3	238.86	163.25	125.75	135.45	58.21	37.09	53.26	77.06	101.69	56.64	175.25	205.03

C) Estudios geofísicos

Los perfiles sísmicos inferidos a partir de la ejecución de los ensayos, muestran la existencia de cuatro estratos.

- El primer estrato esta constituido por cobertura natural, que varían entre 641 m/s y 1122 m/s.
- El segundo estrato esta constituido por roca con grado de fracturamiento alto, que varía con velocidades de 1122 m/s y 2086 m/s.
- El tercer estrato estaría constituido por roca con grado de fracturamiento medio, que varía con velocidades de 2086 m/s y 2808 m/s.
- El Cuarto estrato estaría constituido por roca con grado de fracturamiento bajo que varía con velocidades de 2808 m/s a mas.

D) Conclusiones geotécnicas del área del vaso

Todas las formaciones geológicas mencionadas constituyen la columna estratigráfica general de la zona de estudio, cuyo comportamiento en conjunto presenta características de impermeabilidad, estanqueidad y estabilidad en toda el área del vaso y cierre de la futura presa.

- Según las exploraciones a través de las calicatas estaciones geomecánicas, se concluye que toda el área de embalse y cierre de la presa, afloran las rocas tipo Brecha Dacitica sedimentaria de buena condición Geomecánica.
- Según la descripción de los ensayos de refracción sísmica, MASW y tomo grafía se concluye que la presa estará apoyada sobre el segundo estrato o capa.
- Según los sondajes diamantinos y los ensayos de permeabilidad Lefranc y luego de 0.5 lt/m/min a 10 bares. El valor de permeabilidad indica pocas fracturas siendo un material casi impermeable. Viendo que casi todos los ensayos caso son uniformes requerirá de un tratamiento especial a través de inyecciones.

Referente a las inyecciones para mejorar la impermeabilidad de la roca en el sitio del emplazamiento de la presa, las rocas fisurada será sometido a un proceso de inyectado, que consistirá en rellenar con lechada de cemento las aberturas de las rocas fracturadas diaclasadas. Se debe de aplicar una precisión aproximada entre 5 kg y 10 kg/cm². Estos trabajos estarán sujetos a los métodos de inyección en roca, para ello se utilizarán equipos de perforación e inyección apropiados para este tipo de trabajo.

Del mismo modo aquellos puntos que requieran excavación y rellenado de concreto, deberán esta complemente definidos, antes de iniciar los trabajos.

E) Principales conclusiones sobre el estudio geotécnico en el Eje y Vaso de presa

- El área de estudio que comprende el emplazamiento de la infraestructura (Presa Piedra Hermosa), se ubica en el distrito de Huaytara de la Provincia de Huaytara del departamento de Huancavelica.
- Las zonas de estudio (Presa Piedra Hermosa) se halla emplazado en una geografía de *Tundra* seca puna y cubierta de vegetación propia de la sierra.
- La geología donde se emplazarán las obras de la Presa Piedra Hermosa, está compuesta en la boquilla de cierre y que comprende el flanco izquierdo y derecho por afloramientos rocosos del tipo Brecha dacítica algo alteradas, el vaso está representado por materiales aluviales y residuales: su composición presenta poca margen de variación del grano medio a fino, se encuentran bien húmedo a poco saturado por sectores.
- En el área de la cuenca de aporte del embalse, involucra principalmente a las unidades lito estratigráficas de la Formación Sacsacero perteneciente al Cenozoico, en las exploraciones hechas en la zona de la cerrada de la Presa Piedra Hermosa se ha podido identificar rocas básicamente sedimentarias como son las Brecha dacítica sedimentaria a mayor profundidad según análisis de los ensayos de Refracción Sísmica.
- De acuerdo a los resultados obtenidos, tanto en el cálculo de la capacidad de carga admisible por el eje de la Presa Piedra Hermosa, se concluye lo siguiente:
- La capacidad portante de la roca de cimentación de la presa Geshga es igual a 7.081 kg/cm² para una profundidad mínima de cimentación de 2 m. Sobre las rocas sanas e inalteradas.
- Las rocas que afloran en la zona del represamiento de la futura Presa Piedra Hermosa se encuentran en una posición que da estabilidad al futuro embalse como los alrededores del mismo que en general se consideran competentes y adecuadas para un represamiento.
- Del análisis geodinámico interno, se concluye que el riesgo de reactivación estructural local es de bajo grado y que existe una baja probabilidad de acontecer durante la vida útil del proyecto.
- Del análisis sísmico regional, se concluye que la ocurrencia de sismos en la zona es de bajo grado en términos de frecuencia y magnitud.
- A lo largo del eje de la Presa Piedra Hermosa que comprende el cuerpo principal de la Presa y los estribos de la misma se realizará la impermeabilización a través de un material seleccionado de cantera, lo que garantizará la estanquidad de las aguas durante el represamiento.
- Durante el proceso constructivo de la Presa se recomienda validar los parámetros de diseño dados en el presente estudio; referidos básicamente a capacidad portante; permeabilidad primaria y secundaria de los suelos y rocas de cimentación; con la finalidad de validar y/o reajustar el Proyecto de la Presa.
- Para represar el área de estudio en las condiciones actuales, se recomienda hacer limpieza del perímetro del sector del eje de la Presa, hasta una profundidad donde aparezca la roca sana e inalterada.

- Se recomienda excavar en profundidad toda el área que involucra el apoyo de la cimentación, preferentemente sin el uso de explosivos o con explosivos de bajo poder. Lados derecho e izquierdo y para el eje de la Presa la profundidad de cimentación mínima recomendada igual a 2m.
- Se recomienda que durante todo el proceso de relleno de la Presa se cuente con la presencia continua de profesionales, tanto el supervisor como el residente de Obra, estos deberán tener como mínimo 2 trabajos similares a la Presa en cuestión.
- Aparte de la Residencia debe tenerse en Obra un Ing. Geotécnico con experiencia en construcción de Presa.
- Igualmente, la supervisión y residencia de obra, deberán estar constituidos por Ings. Con la suficiente experiencia en construcción de Presas.
- Las filtraciones de agua ocurren entre el contacto Suelo – Roca y además por la im-permeabilidad de los suelos existentes; lo que puede originar pequeñas filtraciones de agua a través de la cimentación con cargas importantes de agua si es que no se toman las medidas del caso; tales como inyecciones de impermeabilización tanto en el eje de la represa y el cuerpo en la cimentación.
- La principal restricción que podría tener la cimentación del Presa Piedra Hermosa, que está constituido por el macizo rocoso de matriz de rocas Brecha dacítica sedimentaria fracturadas podrían presentarse un alto grado de permeabilidad secundaria (mayor de 10^{-4} cm/s). Determinada por la filtración de las fisuras grietas y fracturas del macizo rocoso que presenta filtraciones de guas que deben de ser tratadas adecuadamente con las medidas correctivas del caso. Permeabilidad considerada es el resultado del análisis empírico en función de la caracterización del macizo rocoso teniendo en cuenta la abertura, el espaciado, el relleno de las discontinuidades y la orientación de las familias de estas.
- Los valores de permeabilidad del terreno de la cimentación se encuentran en términos generales entre 10^{-4} cm/s. calculados a partir del ensayo Lefranc y Lugeon, valor distante del mínimo requerido de 10^{-6} cm/s con el cual es posible asegurar la estanqueidad de la zona de cierre; por lo que se concluye inicialmente que dadas las actuales condiciones es necesario recomendar y proyectar el sellado del terreno de cimentación mediante la utilización de inyecciones de impermeabilización.
- Esta situación debe ser tomada en cuenta, con la finalidad de entender que el proyecto de impermeabilización presentado constituye una primera aproximación y que debe ser complementado o afinado en función de las pruebas de inyección complementarias que se realicen en la fase de ejecución de Obra.
- La observación del comportamiento de la Presa una vez terminada la construcción se efectuará en base a hitos a instalar en la losa de concreto armado de talud aguas arriba y cuatro hitos (BM's o bench marks), que se instalaran en el coronamiento, registrando sus coordenadas y cuotas, de modo que puedan realizarse nivelaciones de control periódicamente. Por otra parte, las filtraciones a través de la presa, deberán medirse

afectados aforos periódicos en las cámaras de control a instalarse aguas abajo, en puntos de salida del drenaje colector.

- Las conclusiones y recomendaciones incluidas en este informe, así como la descripción generalizada del perfil del suelo que se presenta, están basados en el programa de exploración de campo descrito en la sección respectiva. De acuerdo a la práctica usual de Ingeniería de Suelos, dicho programa se considera adecuado, tanto en el número de sondajes como en la profundidad de estos, para la ubicación del terreno estudiado, su extensión y el tipo de estructura de la que se trata. Sin embargo, por la naturaleza misma de los suelos encontrados, en los que siendo necesario generalizar la información obtenida en los sondeos a toda el área del proyecto, no siempre es posible tener seguridad total acerca de la información obtenida. Por lo tanto, se recomienda, que en el caso poco probable que durante la construcción se observan suelos con características diferentes a las indicadas en este informe, se notifique de inmediato al proyectista para efectuar las correcciones necesarias.

3.9.2.6 Materiales y leyes constitutivas

El modelamiento toma en cuenta los principios de flujo a través de medios porosos (continuos) y que están gobernados principalmente por la Ley de Darcy y la ecuación de continuidad. Los problemas de filtración en régimen laminar y permanente se obtienen resolviendo la ecuación de Laplace, que se resuelve aplicando, en este caso, el MEF.

Para el modelamiento de filtración de la presa se sigue un modelo constitutivo de Mohr-Coulomb, con las características recogidas en la tabla 10 que se muestra a continuación, junto con el resto de propiedades del concreto y del terreno que constituye la presa.

Tabla 10 *Parámetros geotécnicos para el análisis de infiltración*

Material	Densid. (kN/M^3)	Ang. Fric. (sexag.)	Cohesion (kN/m^2)	Mod. de Elast. (Mpa)	Poisson	Permeab. (m/s)
1.Pant. de C.A.	24.0	55.0	1100	25000	0.15	1×10^{-9}
2.Grava limosa (2B)	20.0	28.0	1100	52.8	0.35	2×10^{-3}
3.Roca triturada (3A)	23.0	40.0	1100	81.1	0.30	1×10^{-4}
4.Roca triturada (3B)	23.0	42.0	1100	135.1	0.30	3×10^{-3}
5.Roca (3C)	21.0	52.0	1100	168.4	0.25	7×10^{-3}
6. Brecha andesita 01	24.5	24.3	376	3000	0.28	1×10^{-6}
7. Brecha andesita 02	25.0	24.7	1083	3000	0.25	8.03×10^{-8}

3.9.3 Modelo numérico para el análisis de la infiltración en presa

Se desarrollo el procedimiento del análisis de la infiltración en presa de enrocado, en el que se considero un modelo de presa con las características geométricas del diseño, las zonas que conforman la estructura y asignando sus propiedades particulares obtenidos de los estudios

realizados en campo.

El procedimiento de análisis se desarrollo empleando el MEF el cual nos permitió calcular un sistema de ecuaciones lineales para la obtención de los potenciales en cada nodo del enmallado de la presa. Para el modelo se utilizo la sección transversal representado en un plano 2D, ya que el flujo a lo largo de la presa es muy pequeña en comparación con el flujo en la sección transversal. El proceso de análisis por el método de elementos finitos se realizo en tres pasos, los cuales son comunes en cualquier tipo de análisis que se realiza, estos tres pasos para el análisis de la infiltración son:

- **Pre-proceso.** Se realizó con el software MATLAB, consta en la creación de la geometría, la representación del dominio, así como la creación del mallado. Además, se definen las características de materiales de cada zona planteada. También corresponde a este módulo la asignación de demandas en cada nodo que corresponde.
- **Solución.** Al igual que el módulo 1, se realizó con la programación en MATLAB y es la parte donde se efectuó todo el cálculo para generar los resultados requeridos en esta tesis.
- **Post-proceso.** Una vez realizada la solución, se obtienen los resultados deseados, como Caudales, velocidades, Presiones en los nodos, perdidas de carga; estos resultados serán expuestos a través del software MATLAB.

3.9.4 Definición del dominio

El dominio viene a ser el espacio geométrico donde se analizó el sistema, para este caso el modelo geométrico está compuesto por la presa, compuesto por 7 zonas de distintos materiales, planteadas en el diseño de la presa.

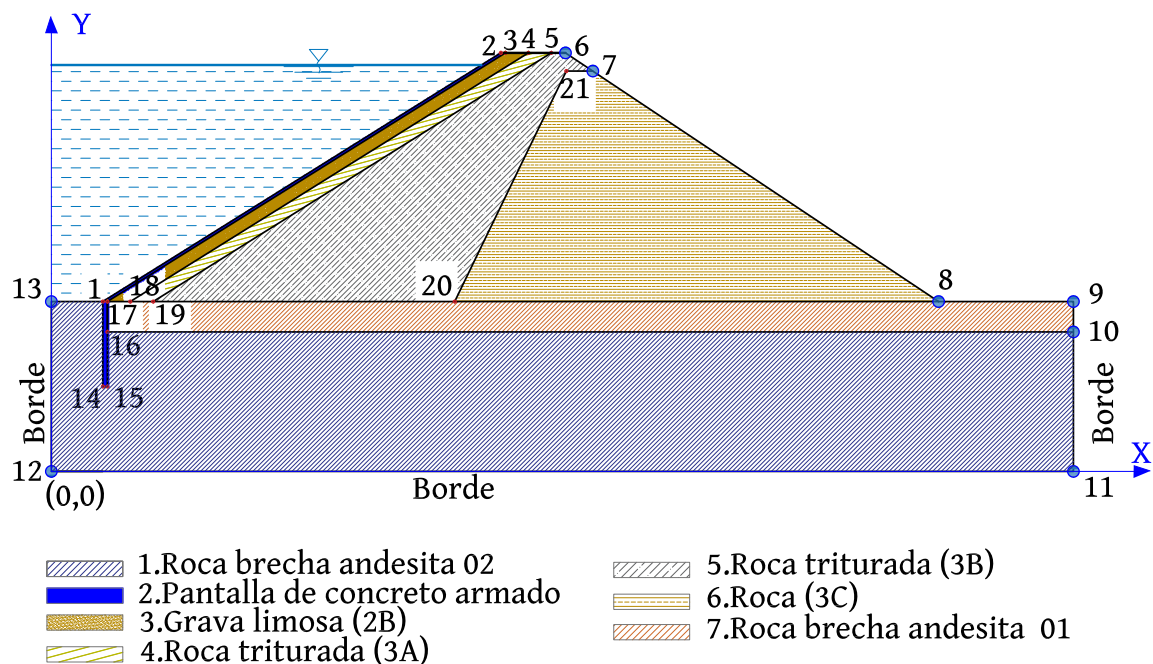


Figura 22 Dominio y condiciones de borde del modelo

Fuente: Elaboración propia.

Las coordenadas que definen el dominio de los elementos de la presa consta de 8 nodos las cuales se muestra en la siguiente tabla 11

Tabla 11 *Coordenadas que definen cada elemento del dominio de la presa*

1.Pantalla de concreto								
X :	10.00	72.40	75.60	76.35	10.75	10.75	10.75	10.00
Y :	28.00	67.00	69.00	69.00	28.00	23.00	14.00	14.00
2.Grava Limosa (2B)								
X :	10.75	12.64	14.53	47.33	80.13	78.24	76.35	43.55
Y :	28.00	28.00	28.00	48.50	69.00	69.00	69.00	48.50
3.Roca Triturada (3A)								
X :	14.53	16.42	18.30	51.10	83.70	82.02	80.13	47.33
Y :	28.00	28.00	28.00	48.50	69.00	69.00	69.00	48.50
4.Roca Triturada (3B)								
X :	18.30	40.00	68.00	86.60	91.10	86.60	83.70	51.10
Y :	28.00	28.00	28.00	66.00	66.00	69.00	69.00	48.50
5.Roca (3C)								
X :	68.00	80.00	90.00	100.00	148.10	146.60	91.10	86.60
Y :	28.00	28.00	28.00	28.00	28.00	29.00	66.00	66.00
6.Roca Brecha andesita 01								
X :	10.75	14.75	18.30	68.00	148.10	160.00	160.00	10.75
Y :	28.00	28.00	28.00	28.00	28.00	28.00	23.00	23.00
7.Roca Brecha andesita 02								
X :	0.00	10.00	10.00	10.75	10.75	160.00	160.00	0.00
Y :	28.00	28.00	14.00	14.00	23.00	23.00	0.00	0.00

3.9.5 Mallado y grados de libertad

Una vez que se define un dominio, se divide en una serie de elementos conectados por nodos. Es en estos nodos donde las incógnitas del sistema se harán realidad, por lo que los resultados se calculan en estos puntos. Se pueden definir como puntos en el espacio donde se cree que existen grados de libertad.

El conjunto de estos puntos o nodos en el espacio es lo que conocemos como una "malla". Para la materialización de la malla se utiliza la herramienta **initmesh** del software matlab, la cual está implementada para el desarrollo del programa **INFIDAM**, y puede ser utilizada para crear una malla cuyos elementos son triángulos.

La función **initmesh** es una función heredada del software MATLAB el cual tiene la función de crear una malla 2D a partir de una geometría 2D, esta función utiliza un algoritmo de triangulación de delaunay.

3.9.5.1 Mallado

Para el desarrollo de esta investigación se realizaron un total de 10 tipos de enmallados los cuales nos permitió determinar la influencia del tipo de enmallado en el cálculo de la infiltración de la presa de enrocado.

Para la obtención de distintos tipos de enmallado se utiliza las herramientas de control **Hgrad** y **Hmax**, son parámetros que emplea la herramienta initmesh para el control y generación de distintos tipos de enmallado.

Hgrad: Indica la tasa de crecimiento de malla, especificada como el par separado por comas que consta de 'Hgrad' y un número estrictamente mayor que 1 y menor que 2.

Hmax: Indica la longitud máxima de borde de malla de destino, especificada como el par separado por comas que consta de 'Hmax' y un número real positivo. Hmax es un límite superior aproximado en las longitudes de borde de malla. initmesh estima el valor predeterminado de Hmax de acuerdo a las dimensiones generales de la geometría. Los Hmax valores pequeños nos permiten crear mallas más finas, pero la generación de mallas puede llevar mucho tiempo en este caso. Se tiene en cuenta que initmesh puede llevar más tiempo en responder a la interrupción.

Tabla 12 Tipos de enmallado

Tipo	Hgrad	Hmax	N°de Nodos	N°de Elementos
Modelo 01	1.9	10	717	1310
Modelo 02	1.9	7	807	1478
Modelo 03	1.8	7	838	1537
Modelo 04	1.9	6	881	1619
Modelo 05	1.5	15	952	1757
Modelo 06	1.5	8	992	1830
Modelo 07	1.5	6	1096	2026
Modelo 08	1.5	4	1444	2701
Modelo 09	1.2	4	2346	4462
Modelo 10	1.2	3	2804	5360

Después de definir los tipos de enmallado se procede a discretizar cada uno de ellos.

A) Malla 01

La malla 01 del modelo (ver figura 23) consta de 717 nodos y 1310 elementos.

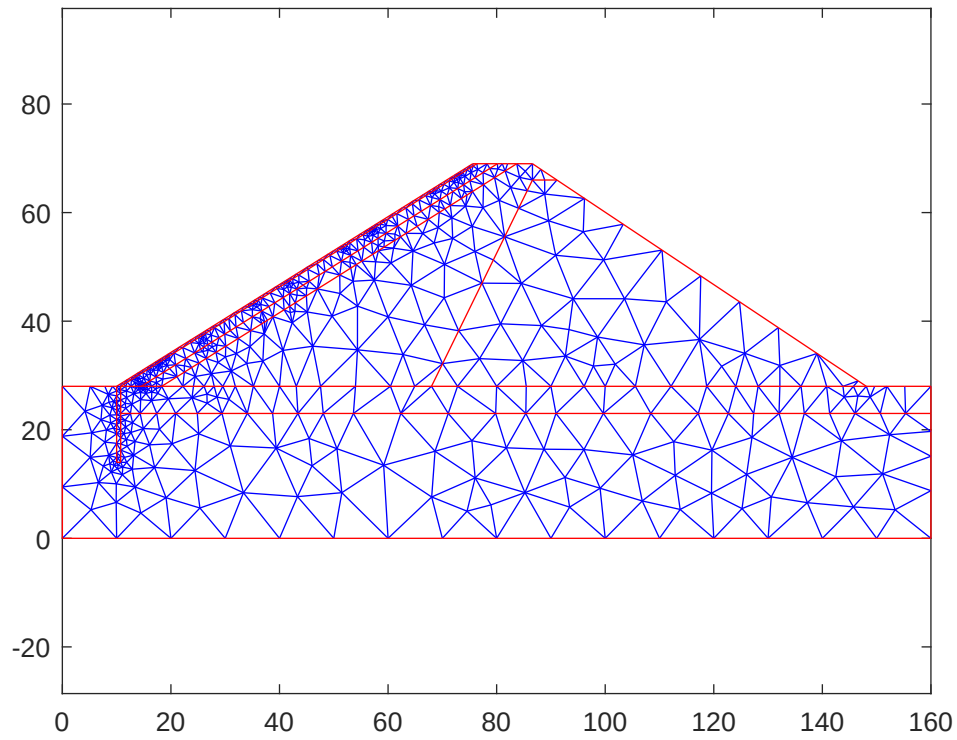


Figura 23 Malla 01 del modelo
Fuente: Obtenido del programa Matlab.

B) Malla 02

La malla 02 del modelo (ver figura 24) consta de 807 nodos y 1478 elementos.

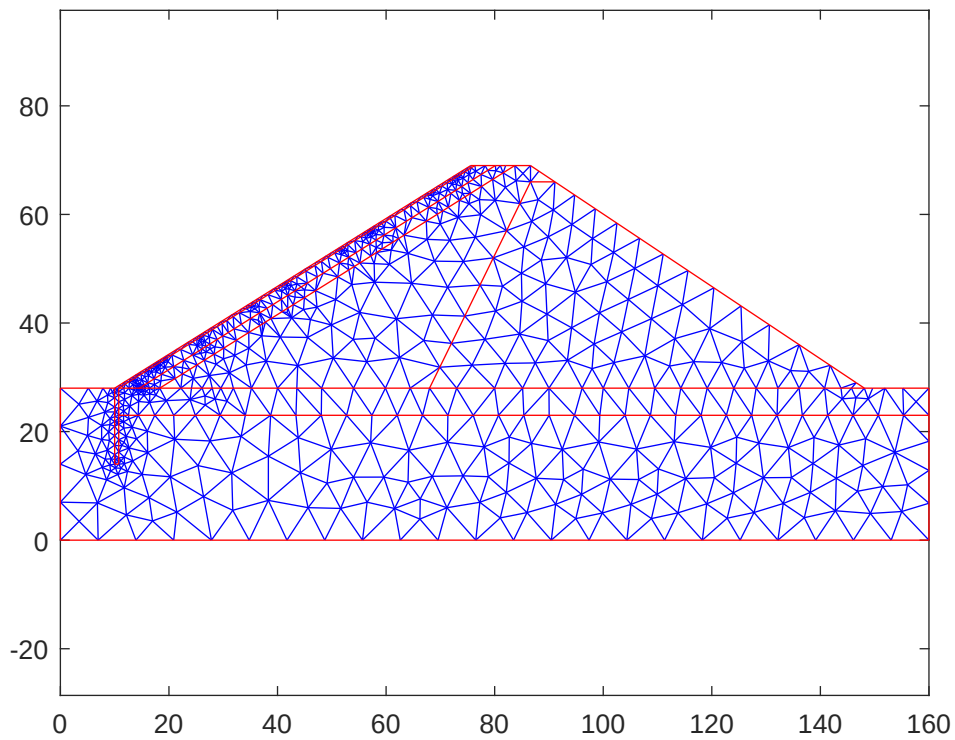


Figura 24 Malla 02 del modelo
Fuente: Obtenido del programa Matlab.

C) Malla 03

La malla 03 del modelo (ver figura 25) consta de 838 nodos y 1537 elementos.

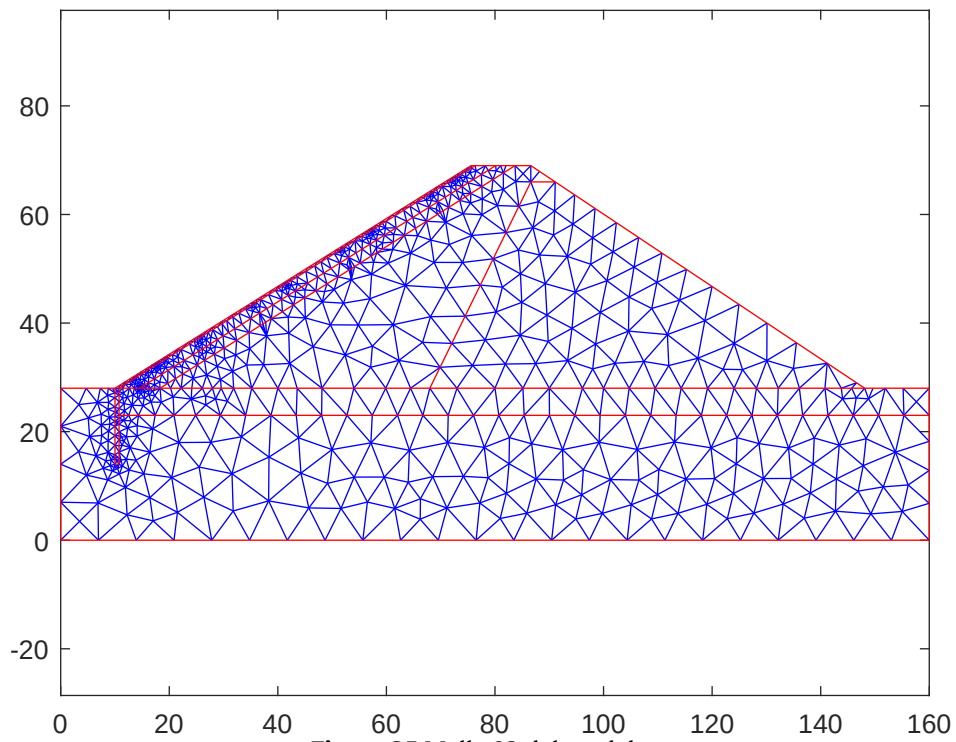


Figura 25 Malla 03 del modelo

Fuente: Obtenido del programa Matlab.

D) Malla 04

La malla 04 del modelo (ver figura 26) consta de 881 nodos y 1619 elementos.

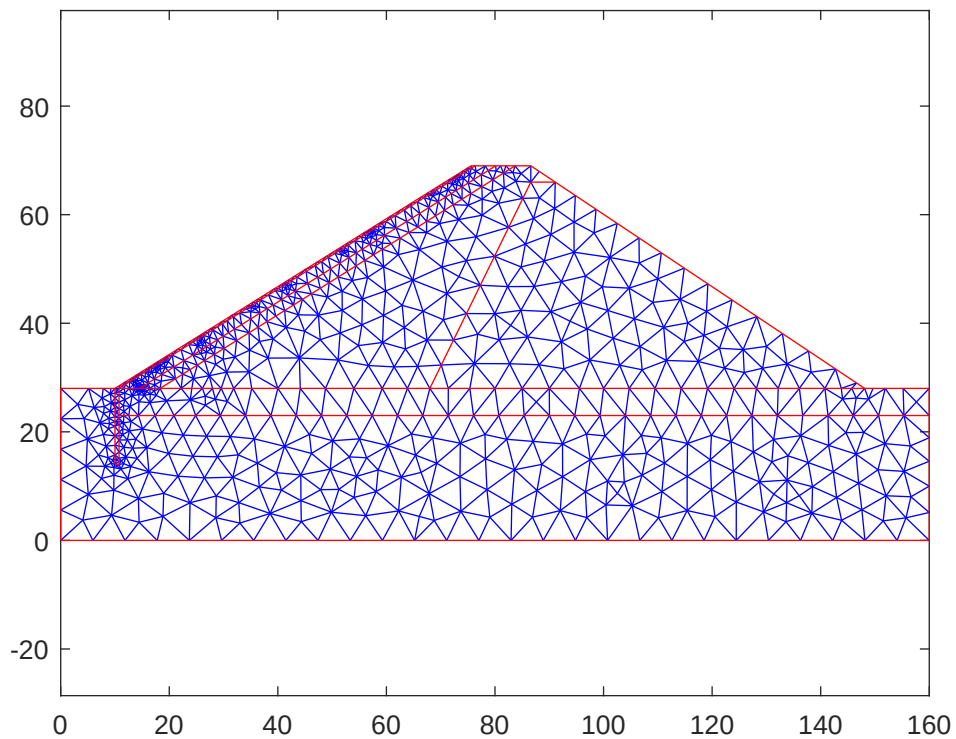


Figura 26 Malla 04 del modelo

Fuente: Obtenido del programa Matlab.

E) Malla 05

La malla 05 del modelo (ver figura 27) consta de 952 nodos y 1757 elementos.

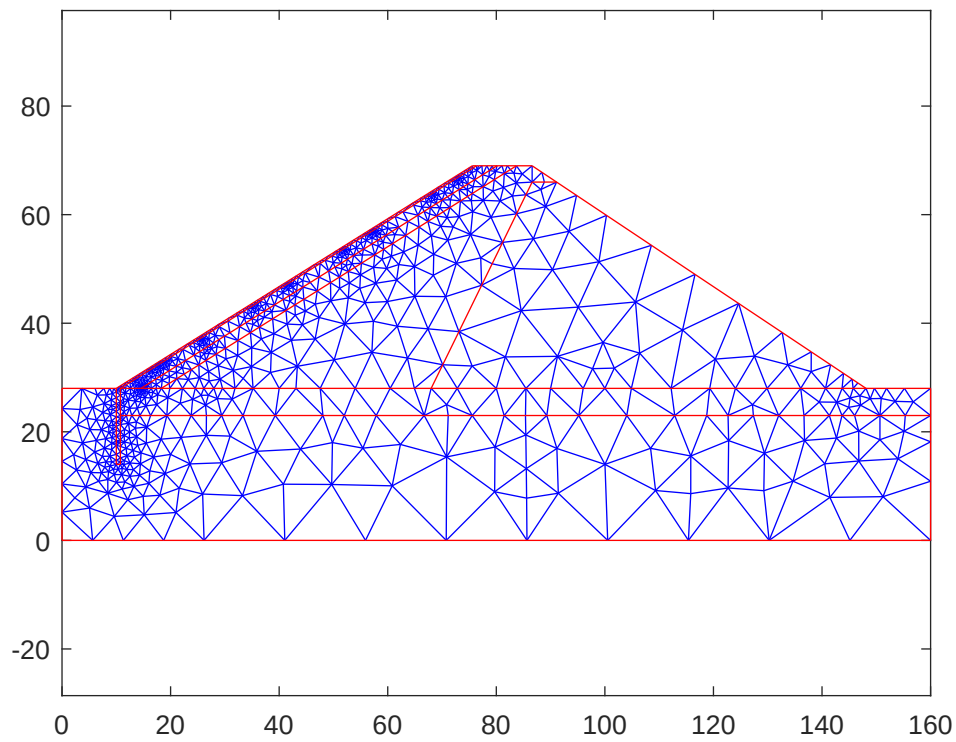


Figura 27 Malla 05 del modelo
Fuente: Obtenido del programa Matlab.

F) Malla 06

La malla 06 del modelo (ver figura 28) consta de 992 nodos y 1830 elementos.

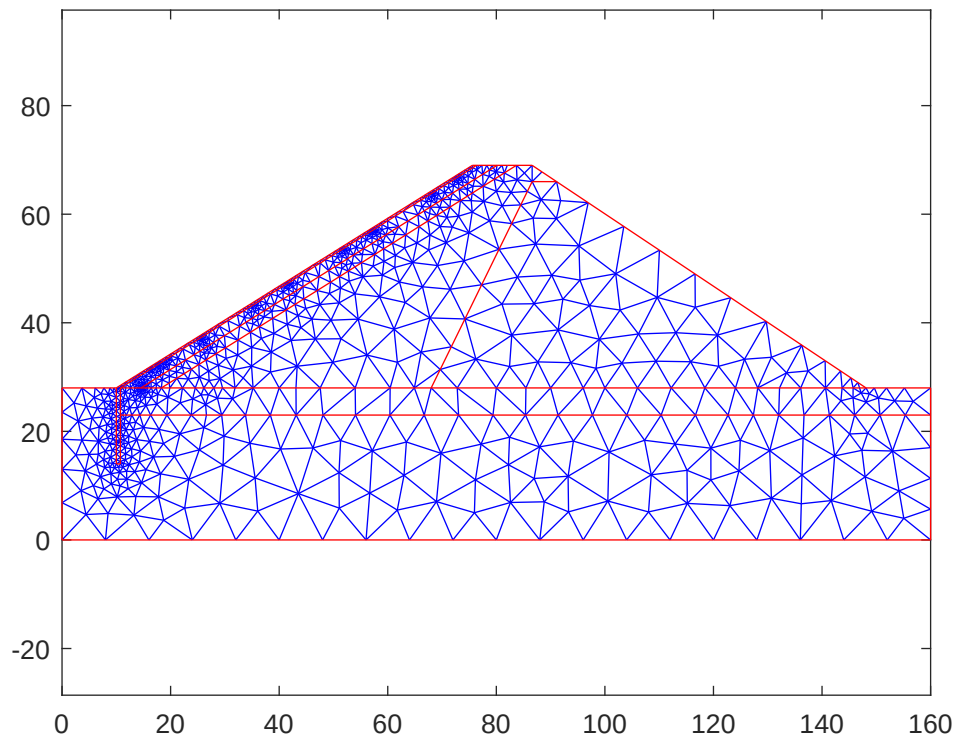


Figura 28 Malla 06 del modelo
Fuente: Obtenido del programa Matlab.

G) Malla 07

La malla 07 del modelo (ver figura 29) consta de 1096 nodos y 2026 elementos.

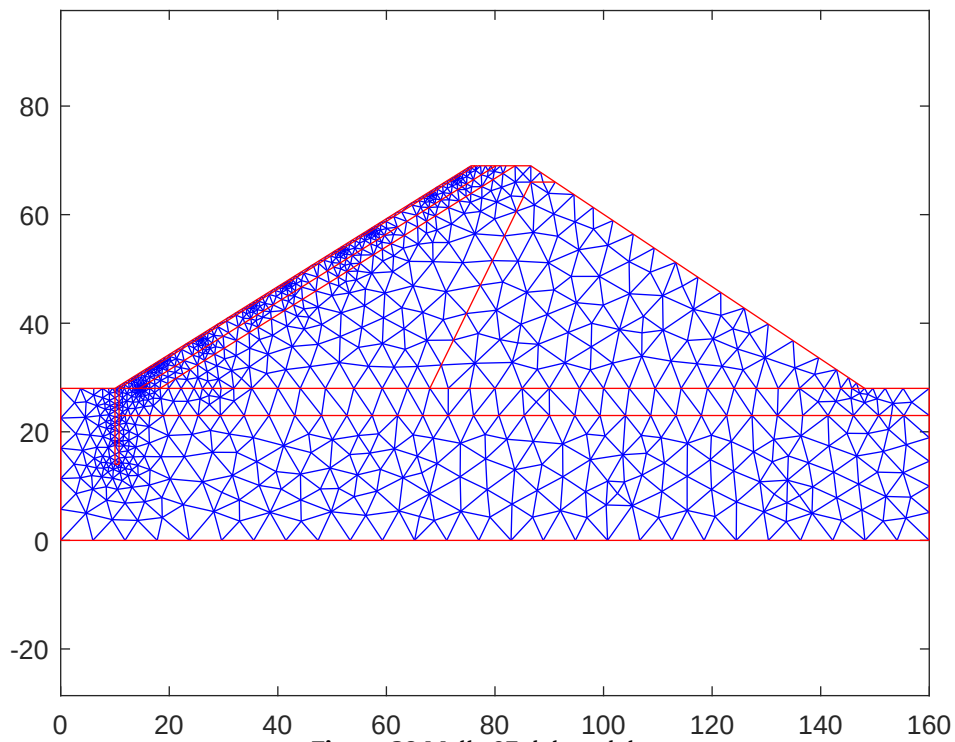


Figura 29 Malla 07 del modelo

Fuente: Obtenido del programa Matlab.

H) Malla 08

La malla 08 del modelo (ver figura 30) consta de 1444 nodos y 2701 elementos.

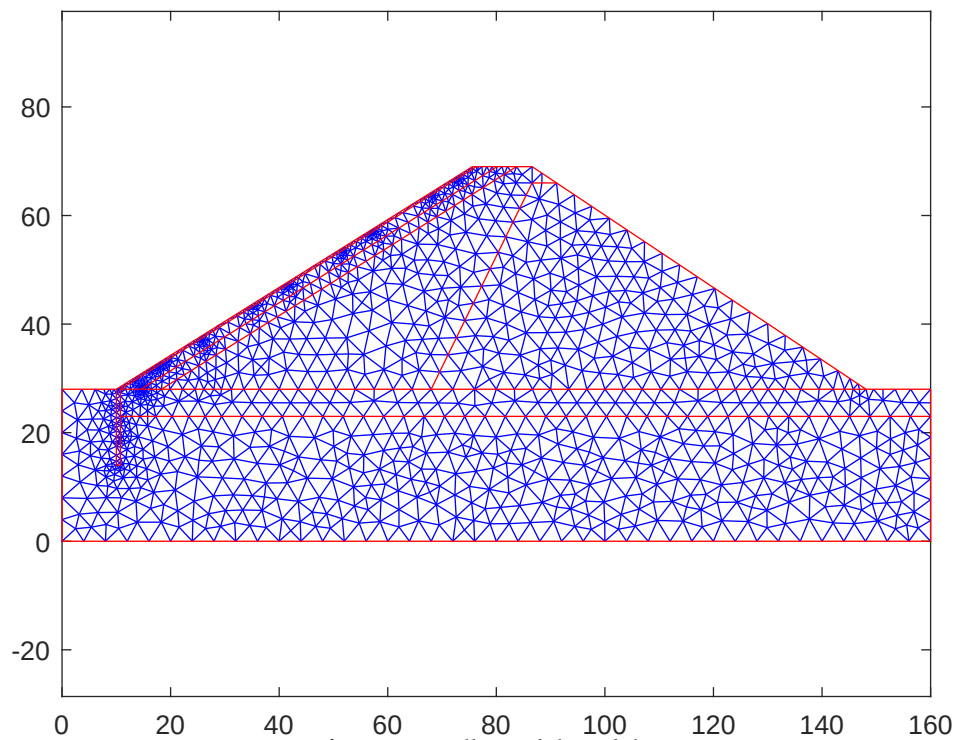


Figura 30 Malla 08 del modelo

Fuente: Obtenido del programa Matlab.

I) Malla 09

La malla 09 del modelo (ver figura 31) consta de 2346 nodos y 4462 elementos.

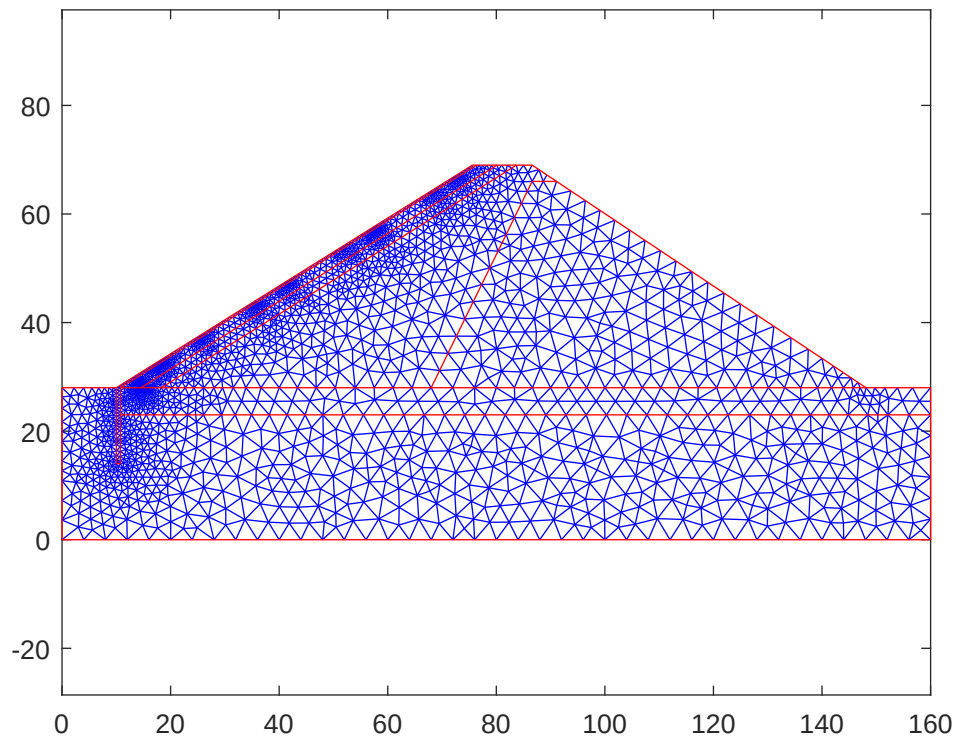


Figura 31 Malla 09 del modelo
Fuente: Obtenido del programa Matlab.

J) Malla 10

La malla 10 del modelo (ver figura 32) consta de 2804 nodos y 5360 elementos.

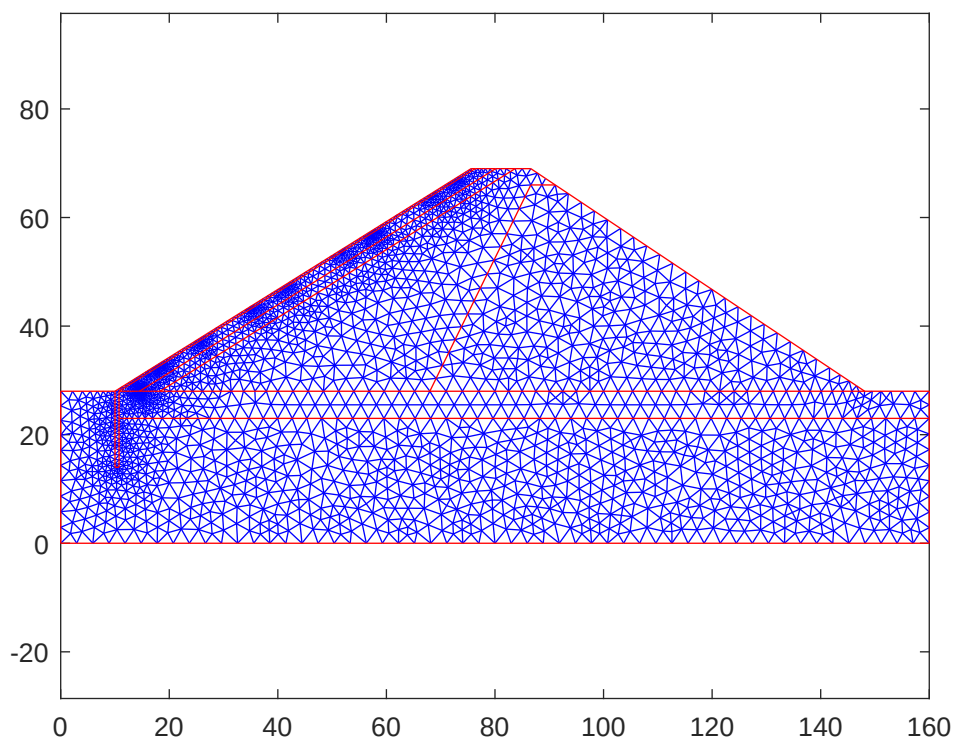


Figura 32 Malla 10 del modelo
Fuente: Obtenido del programa Matlab.

3.9.5.2 Grados de libertad

Los grados de libertad asignados a cada nodo vienen a ser las presiones o cargas hidraulicas, los cuales calcularemos mediante un sistema de ecuaciones lineales planteadas a partir del MEF, como se observa en la figura 33.

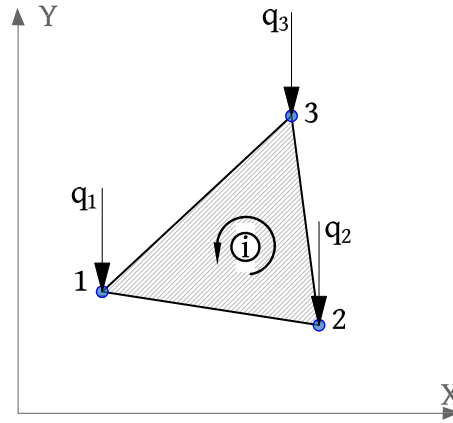


Figura 33 Grados de libertad del modelo
Fuente: Elaboración propia.

La enumeración de grados de libertad siempre se realiza en el sentido contrario a las agujas del reloj. Los grados de libertad para cada tipo de enmallado viene a ser la misma cantidad de nodos del enmallado.

A) Argumentos de salida del enmallado

Los argumentos de salida del enmallado realizado con la herramienta *initmesh* del software MATLAB son las matrices *p*, *e* y *t*

```
[p, e, t] = initmesh(dl,'Hgrad',1.9,'Hmax',10);
```

Matriz p-Puntos de malla: La matriz *p* muestra las coordenadas de cada nodo en orden ascendente del 1 hasta el numero de nodos del enmallado, por lo que la dimencion de la matriz es de 2xNumero de nodos de la malla. Esta matriz es de suma importancia para la extracción de coordenadas de cada nodo que forman parte de un elemento finito, la siguiente matriz representa los puntos de la malla 01.

$$[p] = \begin{bmatrix} 160.00 & 0 & 0 & 10.00 & 72.40 & \dots & 10.7500 & 14.2937 & 10.0000 \\ 0 & 0 & 28.00 & 28.00 & 67.00 & \dots & 19.2329 & 28.0000 & 24.9375 \end{bmatrix}_{2 \times 717}$$

Matriz e-Bordes de malla: La matriz *e* es una matriz de 7xNumero de bordes del limite de malla, Esta matriz indica el numero de nodos que conforma el borde limite de la malla mas los ID del borde geometrico que contiene el borde de la malla, la siguiente matriz representa los bordes de

la malla 01.

$$[e] = \begin{bmatrix} 1 & 112.00 & 113.00 & 114.00 & 115.00 & \dots & 714.00 & 715.00 & 716.00 & 717.00 \\ 112.00 & 113.00 & 114.00 & 115.00 & 116.00 & \dots & 208.00 & 228.00 & 10.00 & 714.00 \\ 0 & 0.0625 & 0.125 & 0.1875 & 0.25 & \dots & 0.8125 & 0.5814 & 0.8750 & 0.7813 \\ 0.0625 & 0.125 & 0.1875 & 0.25 & 0.3125 & \dots & 0.875 & 0.6629 & 1.00 & 0.8125 \\ 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & \dots & 35.00 & 37.00 & 24.00 & 35.00 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1.00 & 2.00 & 3.00 & 1.00 \\ 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & \dots & 2.00 & 1.00 & 7.00 & 2.00 \end{bmatrix}_{7 \times 424}$$

Matriz t-Elementos de malla: La matriz t es una matriz de $4 \times \text{Numero de elementos de la malla}$, Esta matriz indica los nodos da cada elemento triangular y ademas la ultima fila refiere a la región a la cual pertenece dicho elemento, la siguiente matriz representa los elementos de la malla 01.

$$[t] = \begin{bmatrix} 136 & 236 & 414 & 429 & 436 & \dots & 10 & 709 & 61 & 685 \\ 70 & 220 & 92 & 105 & 135 & \dots & 709 & 710 & 685 & 714 \\ 637 & 549 & 535 & 535 & 637 & \dots & 716 & 716 & 717 & 717 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & \dots & 3 & 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}_{4 \times 1310}$$

3.9.6 Condiciones de borde y coeficiente de permeabilidad

Las condiciones de contorno para el modelo de la presa de enrocado se identifica de la siguiente manera, de acuerdo a la figura 34:

Tramo AB. La carga piezométrica es constante e igual a la altura de agua sobre la base(39.00m).

$$P = 39.00 \text{ m}(\text{Condicion de Dirichlet})$$

Tramo BC. La carga piezométrica es constante e igual a la altura de agua sobre la base(39.00m). Se trata de una condición de tipo Dirichlet.

$$P = 39.00 \text{ m}(\text{Condicion de Dirichlet})$$

Tramo GH. La carga piezométrica es constante e igual a la altura de agua sobre la base(0.50m). Se trata de una condición de tipo Dirichlet.

$$P = 0.50 \text{ m}(\text{Condicion de Dirichlet})$$

Tramo HI. La carga piezométrica es constante e igual a la altura de agua sobre la base(0.50m). Se trata de una condición de tipo Dirichlet.

$$P = 0.50 \text{ m (Condicion de Dirichlet)}$$

Tramo DE. Admitiendo que la base es impermeable, el caudal que circula a través de este tramo de frontera es nulo. Por tanto, se trata de una condición tipo Neumann.

$$\frac{\partial P}{\partial n} = 0 \text{ (Condicion de Neumann)}$$

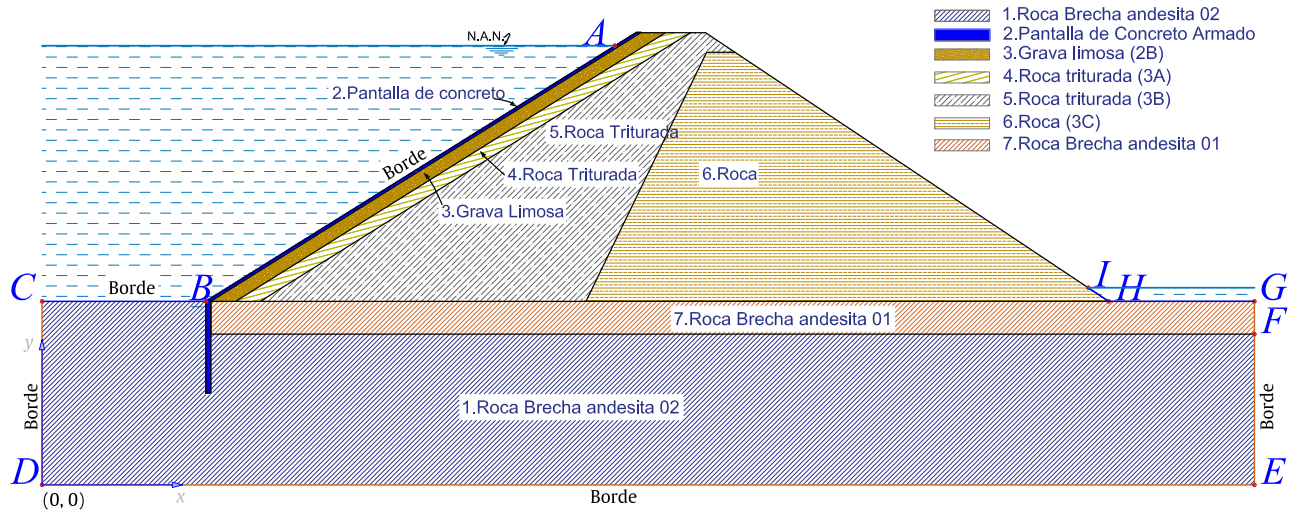


Figura 34 Condiciones de borde del modelo
Fuente: Elaboración propia.

Las condiciones de borde asignados en la malla 01 se ingresa al programa INFIDAM, a través de una matriz, en la que se asigna a cada nodo la carga piezometrica en el perímetro conocido de la siguiente manera.

$$[q_0]^T = \begin{bmatrix} 3 & 154 & 155 & 156 & 4 & \dots & 5 & 20 & 21 & 169 & 170 & 171 & 31 \\ 39 & 39 & 39 & 39 & 39 & \dots & 39 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}_{2 \times 78}$$

Los coeficientes de permeabilidad asignado a cada material de la presa se obtienen de los estudios realizados para la ejecución de la presa, el cual se muestra en la siguiente matriz de permeabilidad.

$$K_{xx} = \begin{bmatrix} 8.03 \times 10^{-8} & 1 \times 10^{-9} & 2 \times 10^{-3} & 1 \times 10^{-4} & 3 \times 10^{-3} & 7 \times 10^{-3} & 1 \times 10^{-6} \end{bmatrix}$$

$$K_{yy} = \begin{bmatrix} 8.03 \times 10^{-8} & 1 \times 10^{-9} & 2 \times 10^{-3} & 1 \times 10^{-4} & 3 \times 10^{-3} & 7 \times 10^{-3} & 1 \times 10^{-6} \end{bmatrix}$$

Los coeficientes de permeabilidad para estos materiales es el mismo para ambas direcciones **X** e

Y.

3.9.7 Matriz de rigidez

Para obtener la matriz de rigidez de cada elemento se emplea la ecuación 2.42, para luego ensamblar una matriz global del modelo planteado de la presa.

$$[K^e] = A [B]^T [D] [B] \quad (3.2)$$

A partir de este planteamiento se obtiene la siguiente ecuación dependiente solo de las coordenadas y coeficiente de permeabilidad de cada elemento.

$$[K^e] = \frac{1}{4A} \begin{bmatrix} k_x b_1^2 + k_y a_1^2 & k_x b_1 b_2 + k_y a_1 a_2 & k_x b_1 b_3 + k_y a_1 a_3 \\ & k_x b_2^2 + k_y a_2^2 & k_x b_2 b_3 + k_y a_2 a_3 \\ Sym & & k_x b_3^2 + k_y a_3^2 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

una vez obtenida la matriz de rigidez de cada elemento se procede a ensamblar la matriz global del modelo planteado.

3.9.8 Vector de Flujo de fluido externo F

El flujo de fluido externo en el modelo planteado no existe ya que no se encuentra en campo ningún afluente o efluente que afecte el flujo de fluido en la presa. Por lo tanto el vector planteado en la ecuación 3.6 representa un vector de ceros de dimensión igual al número de nodos del mallado.

$$[F] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{N_{\text{nodos}}} \quad (3.4)$$

3.9.9 Sistema de ecuaciones lineales

La ecuación 3.5 representa el equilibrio del problema físico, teniendo en cuenta el dominio total de infiltración, las propiedades del medio poroso y la existencia natural de las condiciones de contorno. Por esta razón, luego de evaluar las expresiones $[K_i^e]$ y $[F_i^e]$ para cada elemento es conveniente ensamblarla en una sola teniendo en cuenta los grados de libertad, que en este caso coincide con la identificación sistemática de los nodos, el cual, se dispone de m elementos

triangulares y n nodos, cada elemento y cada nodo dispone de una identificación única en el sistema discretizado, de manera natural los elementos adyacentes disponen de nodos comunes. Finalmente el orden de la matriz K (llamada matriz de rigidez del sistema) ensamblada será un valor igual al número de nodos existentes en el dominio de infiltración, mientras F será un vector con m elementos que coincide con el número de nodos del sistema discretizado.

Finalmente se llega al sistema de ecuaciones lineales simultáneas:

$$[K]_{n \times n} \{q\}_{1 \times n} = \{F\}_{1 \times n} \quad (3.5)$$

Donde:

n : Es el numero de nodos del modelo discretizado.

$[K]$: Es la matriz de rigidez del modelo discretizado.

$\{q\}$: Es el vector de alturas piezometricas a calcular.

$\{F\}$: Es el vector de cargas externas, para nuestro modelo viene a ser un vector de ceros .

Su solución permite determinar las alturas piezometricas h para todos los nodos del sistema discretizado, o que es lo mismo, el número de componentes de h es el número total de grados de libertad del problema.

Del sistema de ecuaciones definida mediante la ecuacion 3.6 son conocidos ciertos valores h definidas por la condición de contorno, en aquellas regiones donde el medio poroso o dominio de infiltración está en contacto directo con el agua, por tanto el potencial es conocido; entonces se dispone de un sistema de ecuaciones lineales simultáneas en que el número de incógnitas h es menor al número de ecuaciones disponibles y para ésta solución se emplea el método de penalización.

El método de penalización consiste en tomar un valor numérico constante el cual penaliza a la matriz de rigidez y la matriz de flujo. Este método fuerza a que las variables en los nodos que pertenecen a las condiciones de contorno sean iguales al valor asignado.

3.9.10 Calculo de las alturas piezométricas

Una vez obtenido la matriz de rigidez global y el vector de flujo de fluido externo penalizados se procede a dividir en forma matricial para obtener las alturas piezometricas en cada nodo del enmallado, de la siguiente manera:

$$\{q\} = [K] \setminus \{F\} \quad (3.6)$$

3.9.11 Calculo de la superficie libre-linea de flujo

La ubicación de la superficie libre es de suma importancia en el caso de presas. Para problemas de medios homogéneos, aunque existe alguna solución aproximada como la de Casagrande, la ubicación exacta de la superficie libre para medios heterogéneos o zonificados sigue siendo un

desafío. El límite superior debe satisfacer dos restricciones: (1) La superficie es un límite sin flujo y (2) La altura en cada punto del límite debe ser igual a su elevación.

Para obtener la zona de infiltración se realiza una comparación entre la cota y el potencial obtenido en cada nodo, por lo que se tiene:

$$Y_i \geq q_i \rightarrow \text{Por encima de la linea de Flujo} \quad (3.7)$$

$$Y_i < q_i \rightarrow \text{Dentro de la zona de infiltracin} \quad (3.8)$$

Capítulo IV

Resultados

4.1 Análisis de resultados

Todos los datos referidos a la presa Piedra Hermosa se han obtenido del expediente técnico formulado para la ejecución de la presa, las cuales se han ordenado, clasificado y configurado para la simulación numérica de la infiltración. Los resultados obtenidos en el presente trabajo de investigación son los resultados obtenidos a través del desarrollo de la metodología de MEF desarrollado a través del programa **INFIDAM**, elaborado en el software **MATLAB**, los resultados fueron comparados con el software **GEOESTUDIO2012** para su validación.

4.1.1 Hipótesis general

Como primer resultado se tiene la creación del programa “**INFIDAM**” en el software **MATLAB** (ver anexo A), ya que se demostró en el capítulo III la gran cantidad de procesamiento computacional que requiere el MEF para obtener los resultados del análisis numérico de infiltración en una presa de enrocado. Este programa nos permite calcular las alturas piezométricas en cada nodo de la discretización.

4.1.1.1 Matriz de rigidez de la estructura

Las matrices de rigidez obtenidas representan las propiedades de rigidez que gobierna el comportamiento interno de la estructura idealizada, frente a las condiciones dadas para la infiltración, en el siguiente cuadro 13 se muestra las dimensiones de las matrices obtenidas para cada modelo planteado.

Tabla 13 Matrices de rigidez obtenidas para cada modelo

Tipo	Matriz de rigidez	Dimencion	N° de Elementos
Modelo 01	$[K_{01}]$	717x717	1310
Modelo 02	$[K_{02}]$	807x717	1478
Modelo 03	$[K_{03}]$	838x838	1537
Modelo 04	$[K_{04}]$	881x881	1619
Modelo 05	$[K_{05}]$	952x952	1757
Modelo 06	$[K_{06}]$	992x992	1830
Modelo 07	$[K_{07}]$	1096x1096	2026
Modelo 08	$[K_{08}]$	1444x1444	2701
Modelo 09	$[K_{09}]$	2346x2346	4462
Modelo 10	$[K_{10}]$	2804x2804	5360

4.1.2 Hipótesis específico 1

El calculo del sistema de ecuaciones lineales se realizo a partir del planteamiento del método de elementos finitos donde se obtiene la ecuacion matricial 3.6 , en el que la variable a calcular son las alturas piezometricas.

La solución al sistema de ecuaciones dadas se realizo a través del **método de penalización** en el que se tomo el valor de la constante $C = 10^4$ el cual se le suma a cada uno de los elementos de la diagonal de la matriz de rigidez, así como también al vector de cargas externas $F_r = F_r + q_r * C$ donde r viene a ser los nodos donde existe las condiciones de borde.

4.1.2.1 Alturas piezometricas

Al resolver la ecuacion 3.6 se obtiene las alturas piezometricas las cuales nos permite calcular las velocidades de infiltración en cada elemento del modelo planteado, así como también nos permite dibujar y diferenciar las lineas equipotenciales.

El la siguiente figura 35 se muestra las alturas piezometricas del modelo 01 y 02 dibujadas mediante un mapa de colores.

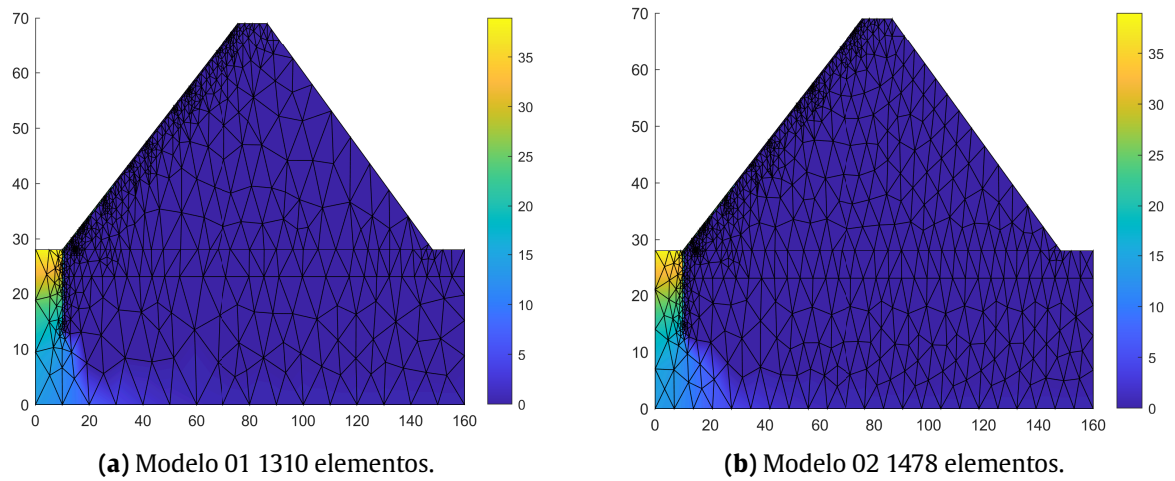


Figura 35 Alturas piezometricas del modelo 01 y 02.

Fuente: Obtenido del programa Matlab.

En la siguiente figura 36 se muestra las alturas piezometricas del modelo 03 y 04 dibujadas mediante un mapa de colores.

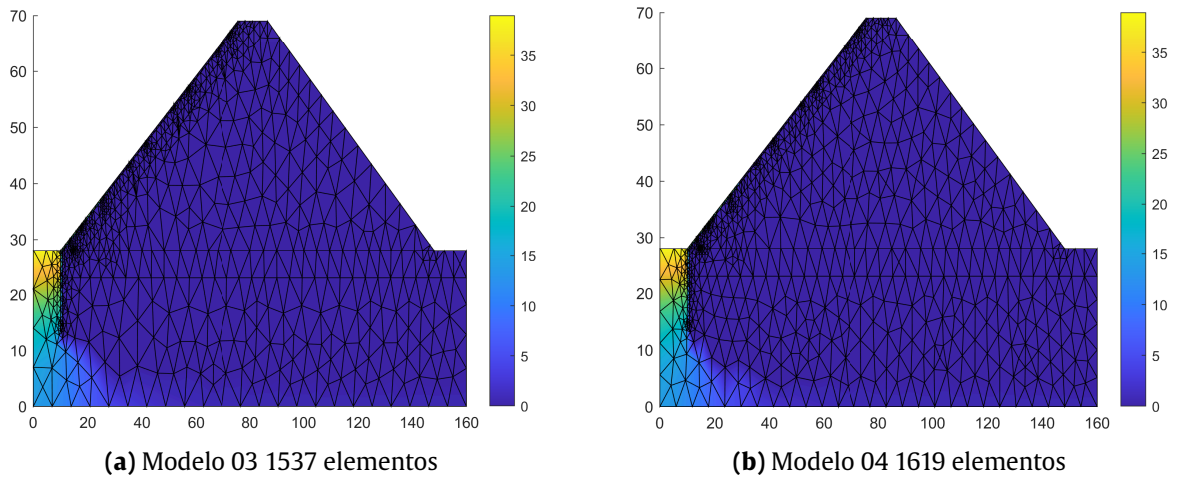
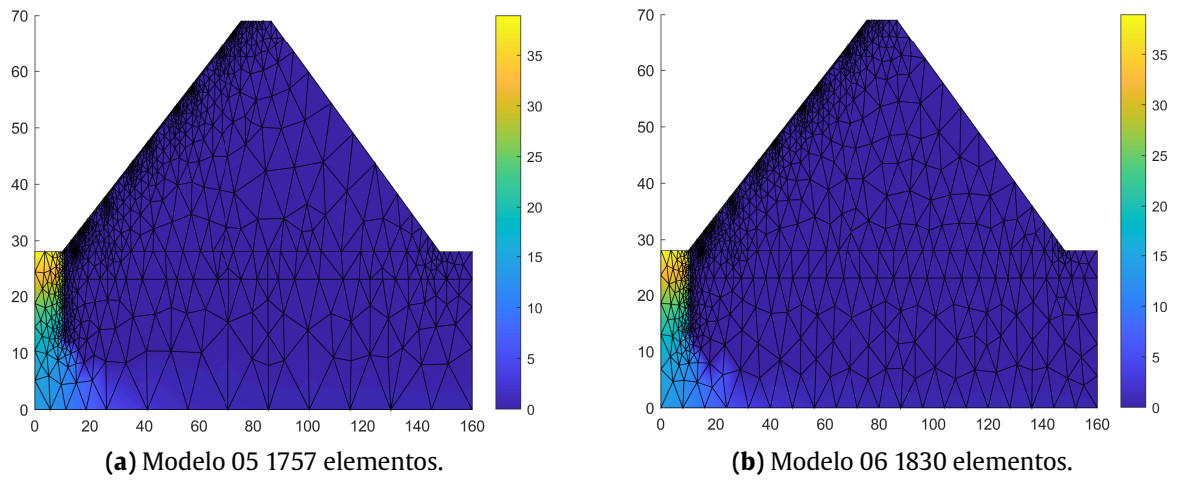


Figura 36 Alturas piezometricas del modelo 03 y 04

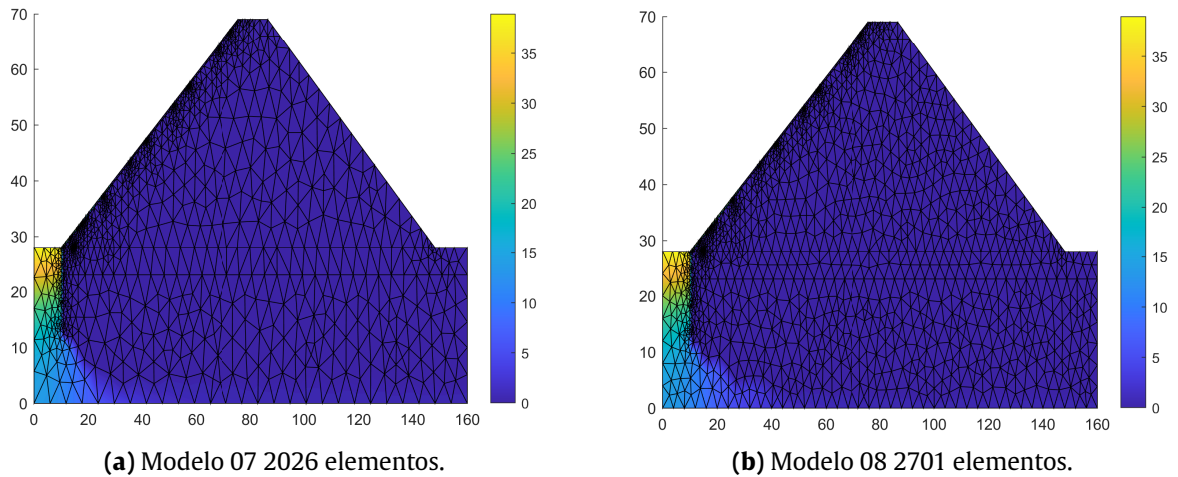
Fuente: Obtenido del programa Matlab.

En la siguiente figura 37 se muestra las alturas piezometricas del modelo 05 y 06 dibujadas mediante un mapa de colores.

**Figura 37** Alturas piezometricas del modelo 05 y 06

Fuente: Obtenido del programa Matlab.

El la siguiente figura 38 se muestra las alturas piezometricas del modelo 07 y 08 dibujadas mediante un mapa de colores.

**Figura 38** Alturas piezometricas del modelo 07 y 08

Fuente: Obtenido del programa Matlab.

El la siguiente figura 39 se muestra las alturas piezometricas del modelo 09 y 10 dibujadas mediante un mapa de colores.

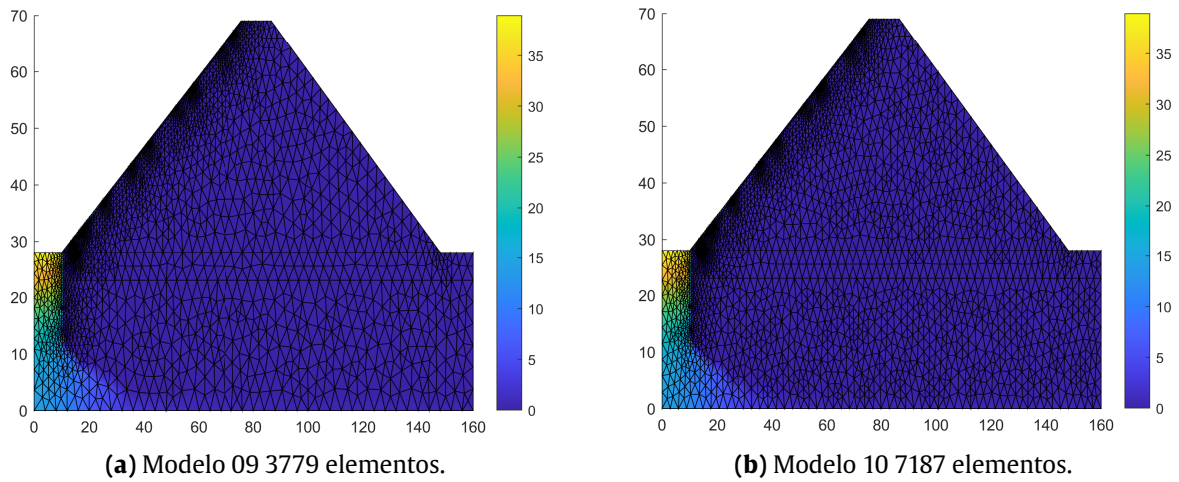


Figura 39 Alturas piezometricas del modelo 09 y 10

Fuente: Obtenido del programa Matlab.

4.1.3 Hipótesis específico 2

Para calcular el caudal de infiltración en los modelos planteados, se toman los valores de velocidad en cada elemento para luego multiplicar por el área unitaria del mismo elemento el cual atraviesa, tanto en las direcciones X e Y, para este calculo se toma una sección de la presa por el cual ocurre la infiltración máxima. En la siguiente figura 40 se muestra la sección en la que se realiza el control de la infiltración.

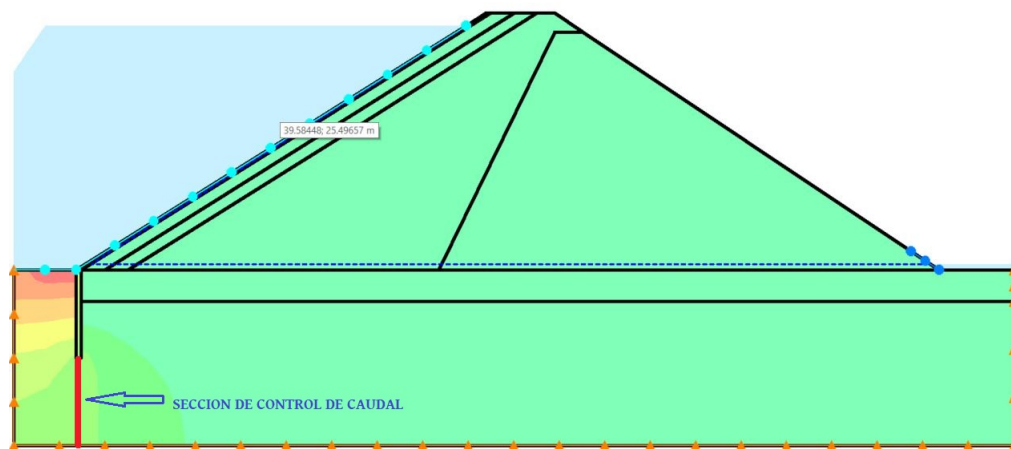


Figura 40 Sección de máxima infiltrar

Fuente: Modificado de GEOESTUDIO2012

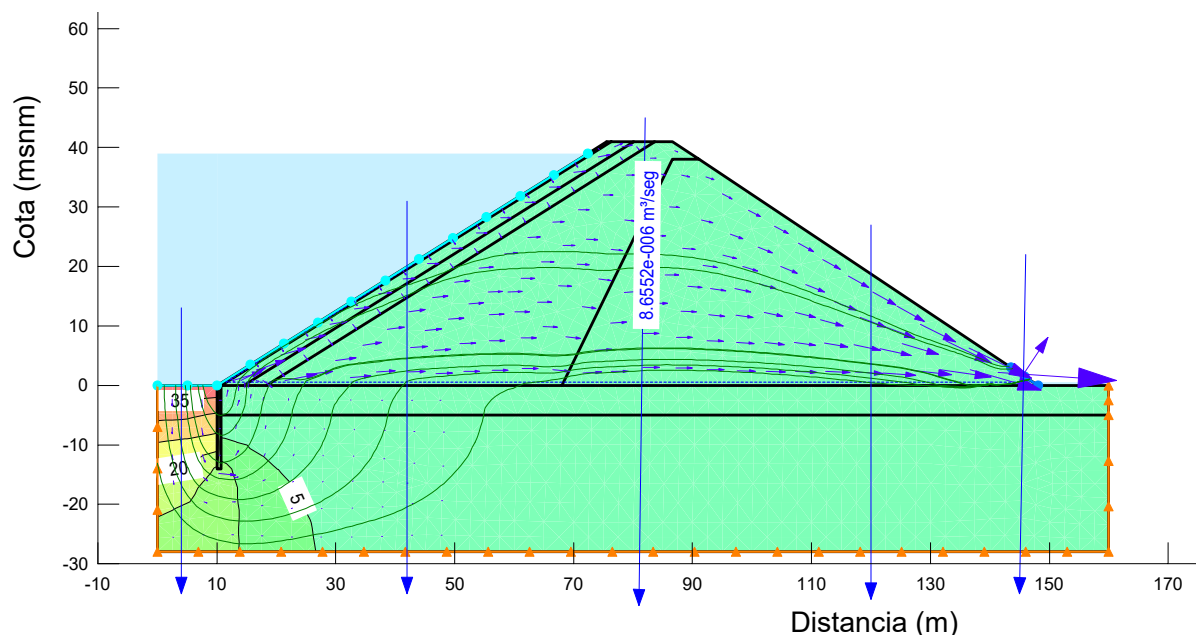
En la siguiente tabla 13 se muestran los resultados obtenidos de las 10 formas de discretización, además del resultado obtenido usando el software GEOESTUDIO2012. Se concluye que la forma de discretización del modelo de la presa sí influye en el cálculo de la infiltración, podría decirse que a mayor afinamiento de la malla, mayor será la precisión en el cálculo de la infiltración.

Tabla 14 Estimación del caudal de infiltración

Modelo	Caudal (m ³ /s/m)	Caudal (lps/m)	Long. De presa (m)	Caudal (lps)	Volumen anual (m ³)	% infiltración
Modelo 01	4.52E-06	0.0045	260.00	1.1740	36515.2083	1.71%
modelo 02	4.44E-06	0.0044	260.00	1.1546	35911.8894	1.69%
Modelo 03	5.51E-06	0.0055	260.00	1.4313	44520.0053	2.09%
Modelo 04	5.23E-06	0.0052	260.00	1.3593	42280.1522	1.98%
Modelo 05	6.51E-06	0.0065	260.00	1.6930	52658.2334	2.47%
Modelo 06	5.33E-06	0.0053	260.00	1.3870	43141.6629	2.03%
Modelo 07	5.99E-06	0.0060	260.00	1.5575	48445.1160	2.27%
Modelo 08	8.08E-06	0.0081	260.00	2.1010	65348.7228	3.07%
Modelo 09	8.56E-06	0.0086	260.00	2.2266	69255.9542	3.25%
Modelo 10	9.18E-06	0.0092	260.00	2.3872	74250.3657	3.49%
Geoestudio	8.66E-06	0.0087	260.00	2.2504	69994.9486	3.29%
Volumen total de presa 2 130 000 m³						

La infiltración obtenida haciendo uso del software GEOESTUDIO2012 es de 3.29% el cual tomaremos como base de comparación de los resultados obtenidos.

Resultados obtenidos con Geostudio2012 En la siguiente figura 41 se muestra las cargas potenciales obtenidas, además de las líneas equipotenciales y las líneas de flujo.

**Figura 41** Resultados obtenidos de GEOESTUDIO2012.

Fuente: Extraído de geostudio2012

4.1.4 Hipótesis específico 3

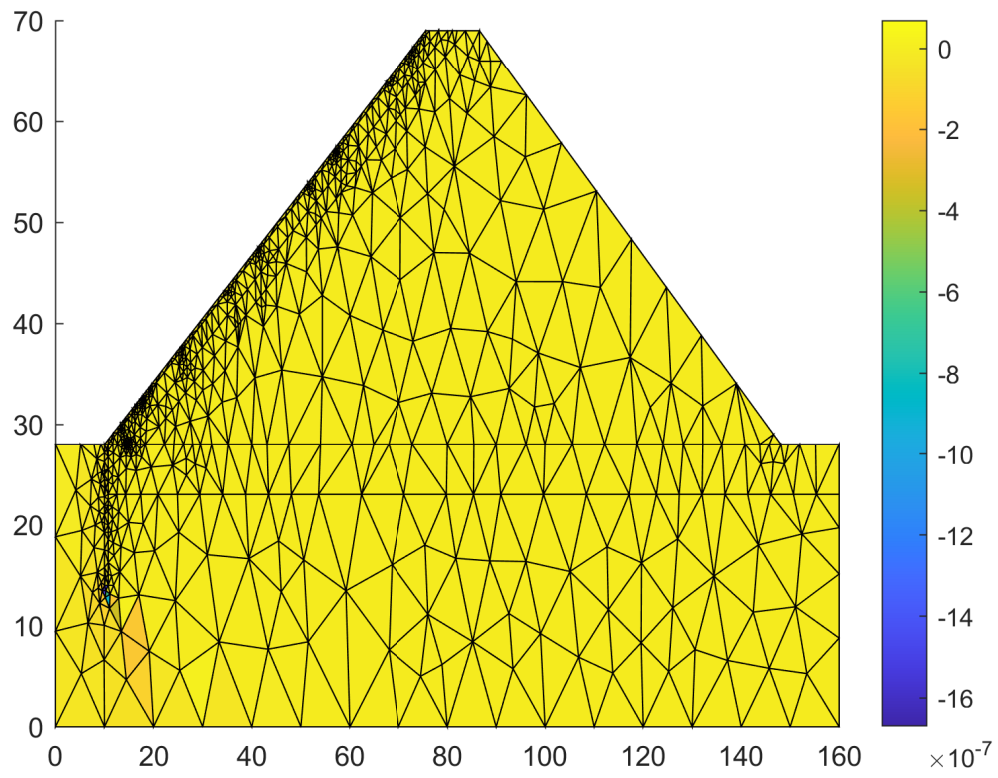
El cálculo de la velocidad en cada elemento del enmallado se obtiene a partir de las alturas piezométricas de cada nodo del elemento, se entiende que la velocidad de infiltración es constante

en toda la superficie de un elemento dado, de esta forma variando en magnitud y dirección a medida que va cambiando el elemento en el modelo.

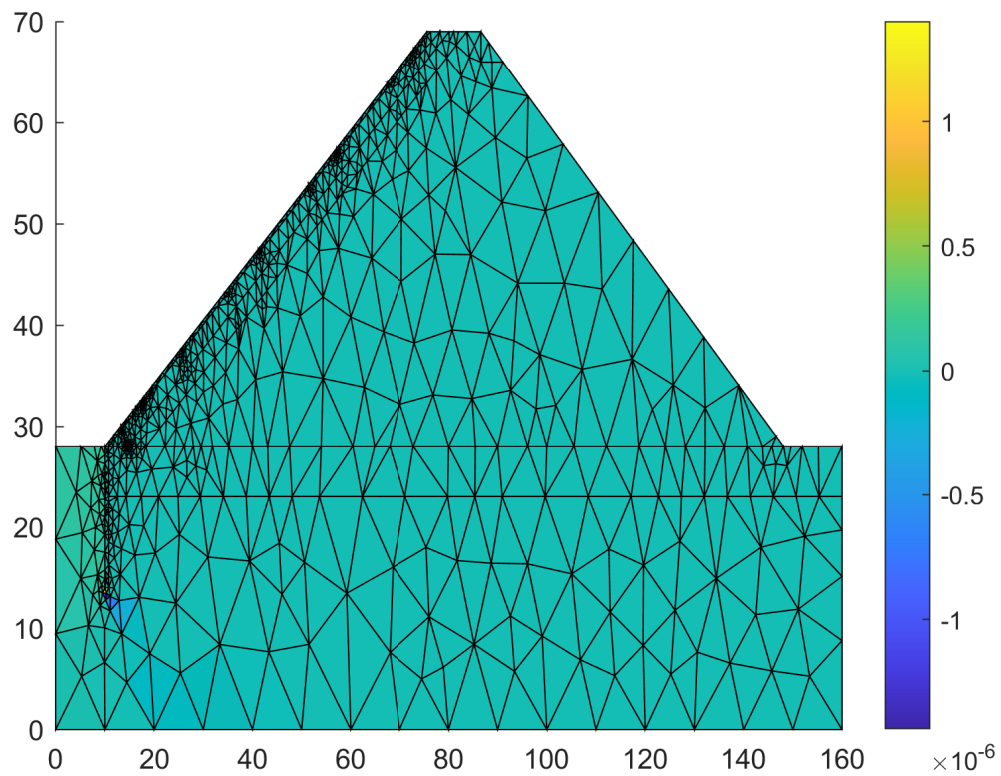
4.1.4.1 Velocidad de infiltración

Una vez obtenida las alturas piezometricas en cada nodo se puede calcular las velocidades de infiltración en cada elemento triangular empleando la ecuacion 2.35 mostrado en el capitulo II.

El la siguiente figura 42 se muestran las velocidades de infiltración del modelo 01 dibujadas mediante un mapa de colores.



(a) Velocidad en la dirección X del modelo 01.



(b) Velocidad en la dirección Y del modelo 01.

Figura 42 Velocidades de infiltración del modelo 01

Fuente: Obtenido del programa Matlab.

En la siguiente figura 43 se muestran las velocidades de infiltración del modelo 02 dibujadas mediante un mapa de colores.

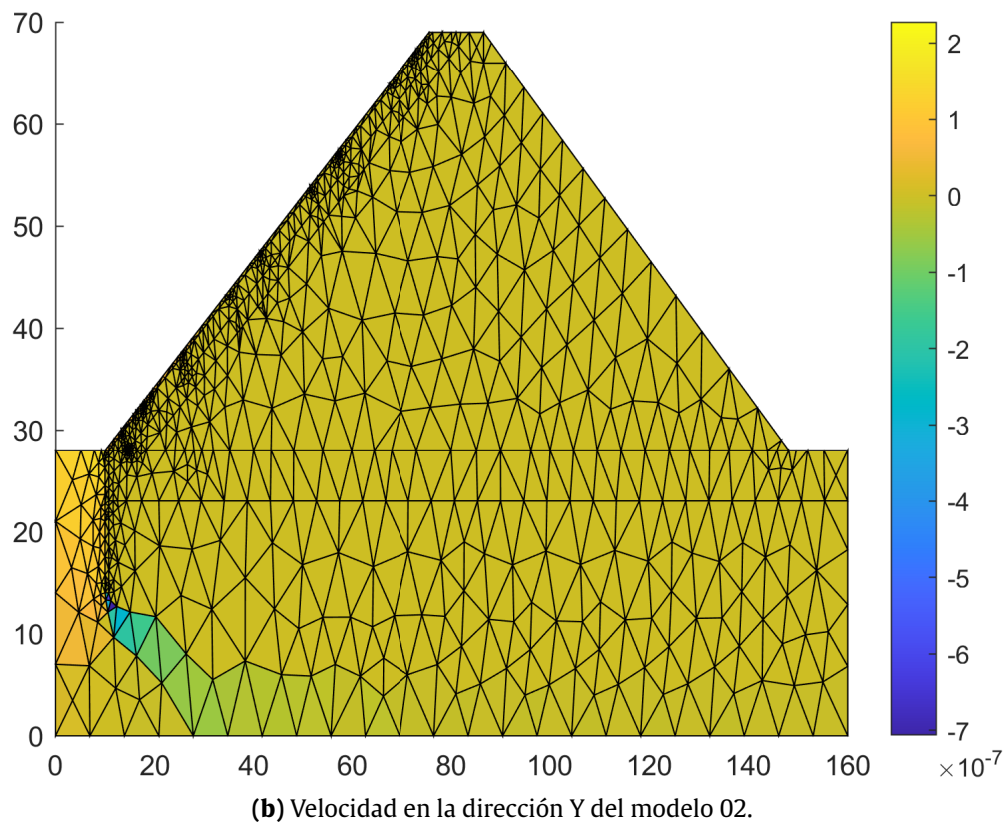
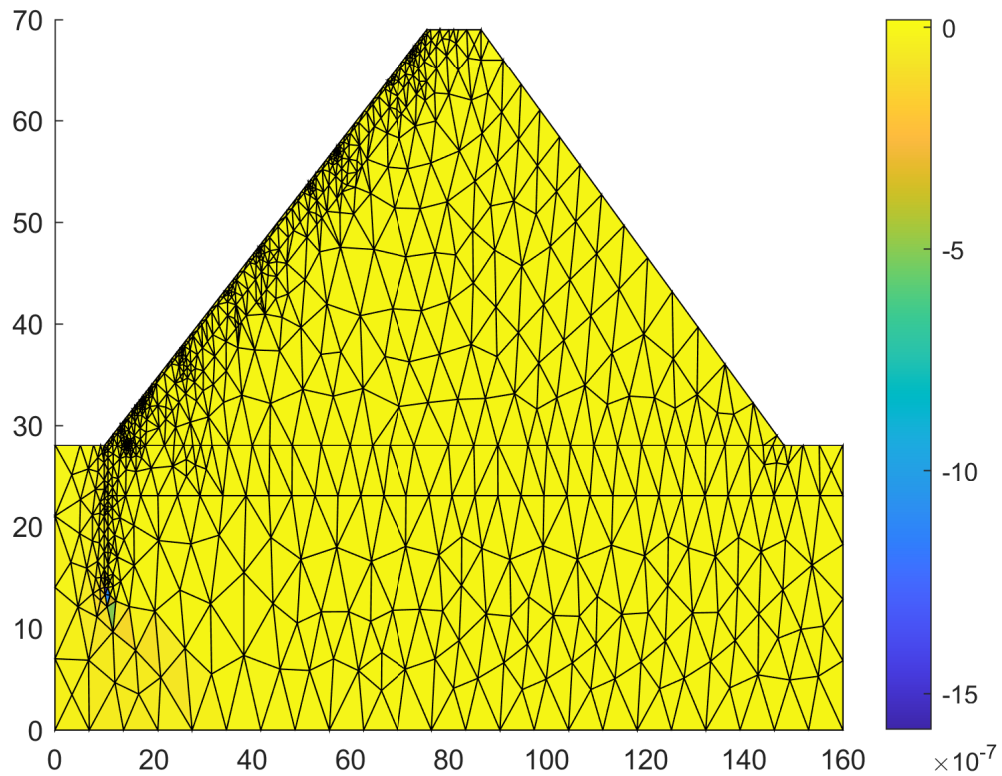
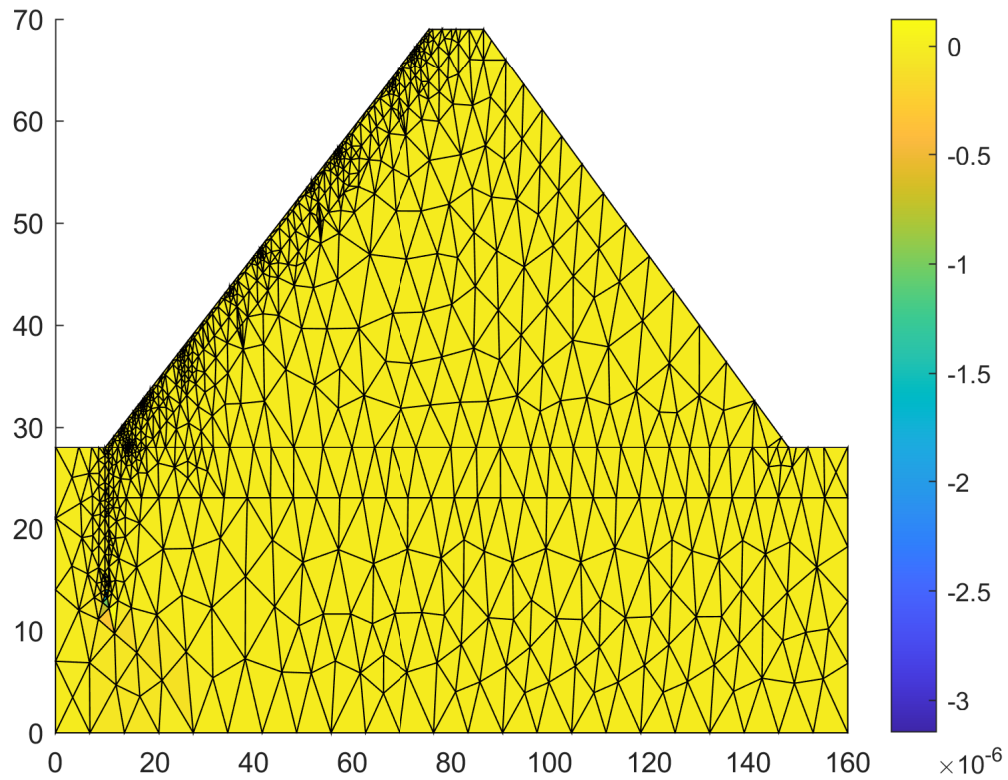


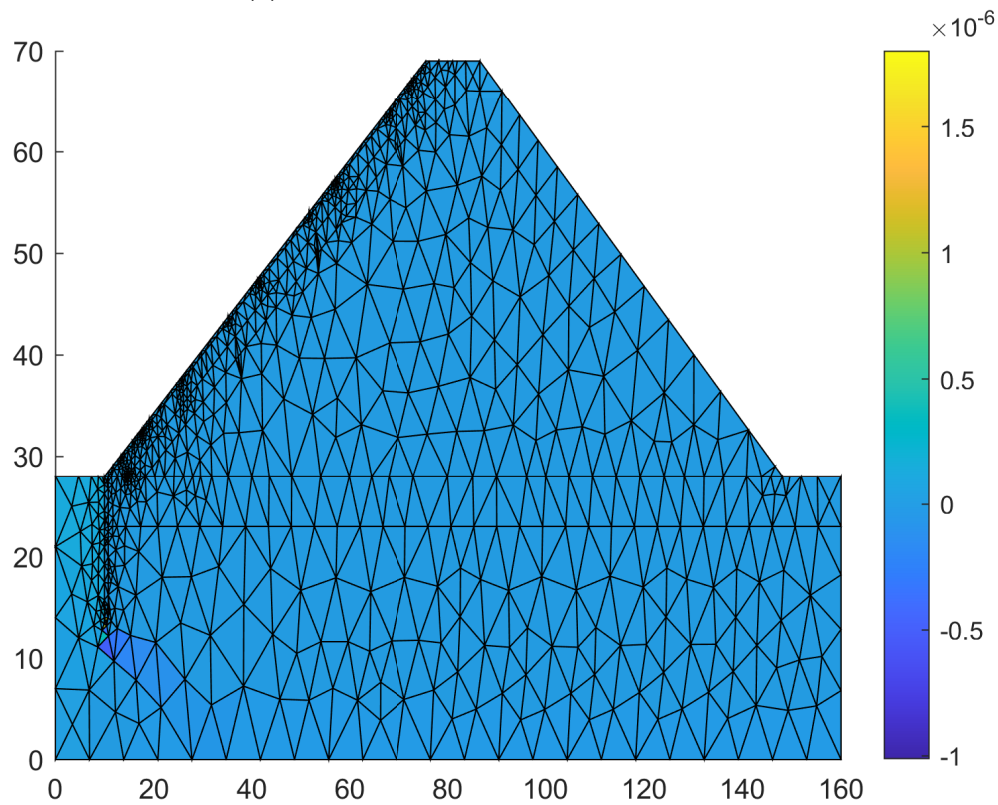
Figura 43 Velocidades de infiltración del modelo 02

Fuente: Obtenido del programa Matlab.

En la siguiente figura 44 se muestran las velocidades de infiltración del modelo 03 dibujadas mediante un mapa de colores.



(a) Velocidad en la dirección X del modelo 03.



(b) Velocidad en la dirección Y del modelo 03.

Figura 44 Velocidades de infiltración del modelo 03.
Fuente: Obtenido del programa Matlab.

En la siguiente figura 45 se muestran las velocidades de infiltración del modelo 04 dibujadas mediante un mapa de colores.

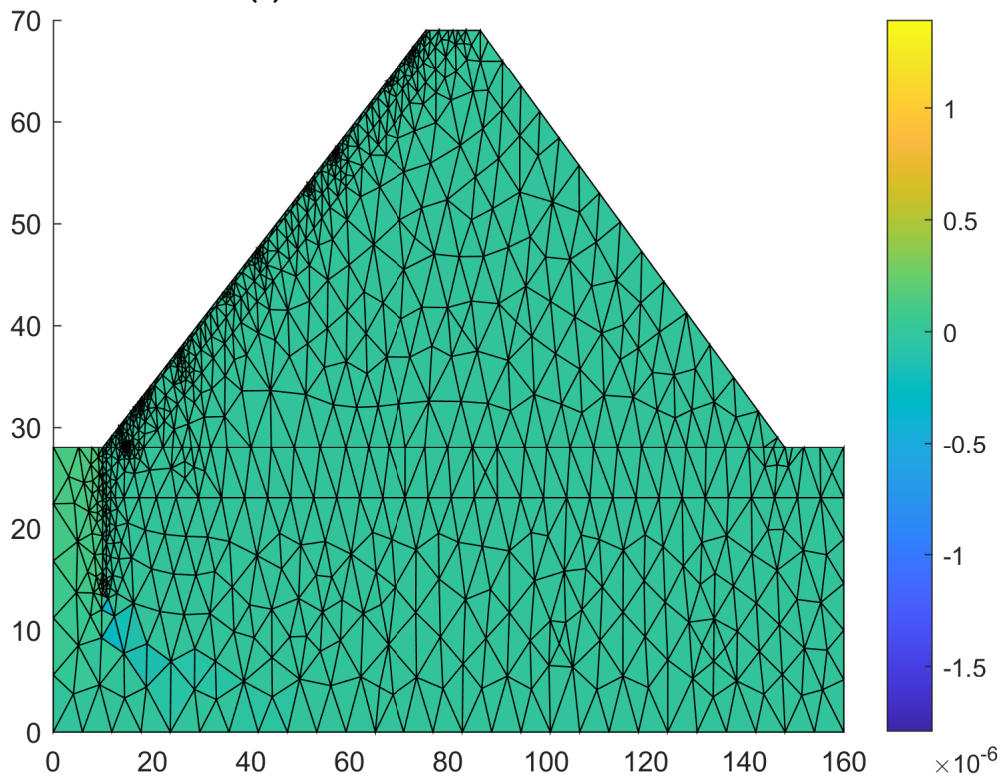
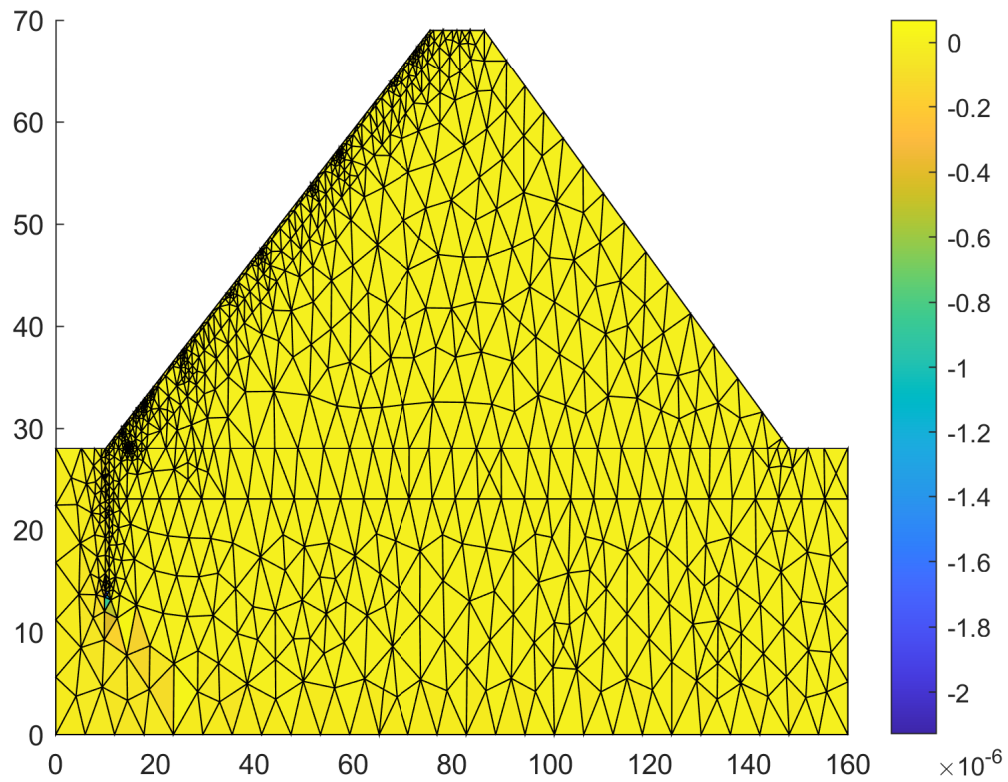
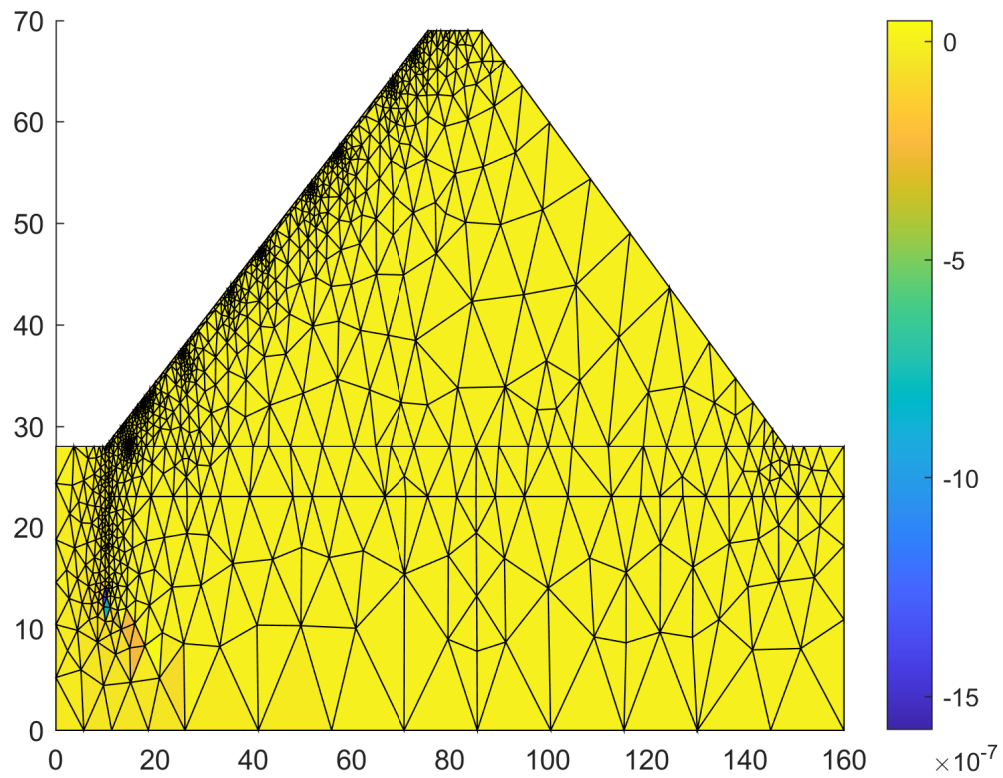


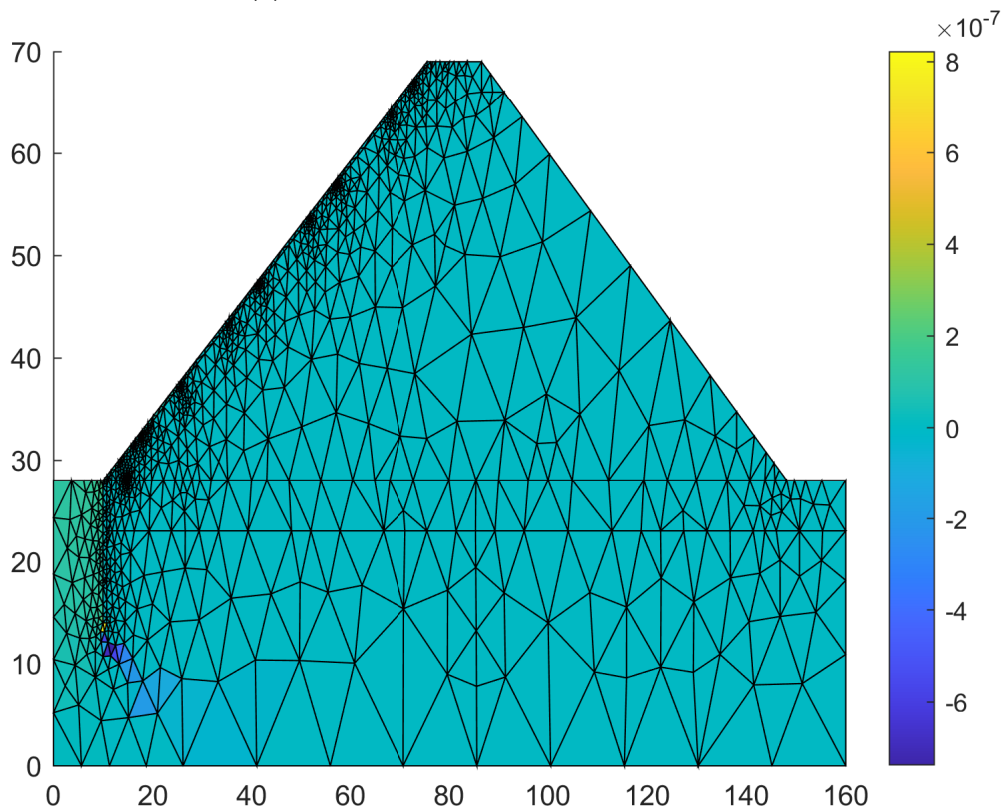
Figura 45 Velocidades de infiltración del modelo 04.

Fuente: Obtenido del programa Matlab.

En la siguiente figura 46 se muestran las velocidades de infiltración del modelo 05 dibujadas mediante un mapa de colores.



(a) Velocidad en la dirección X del modelo 05.

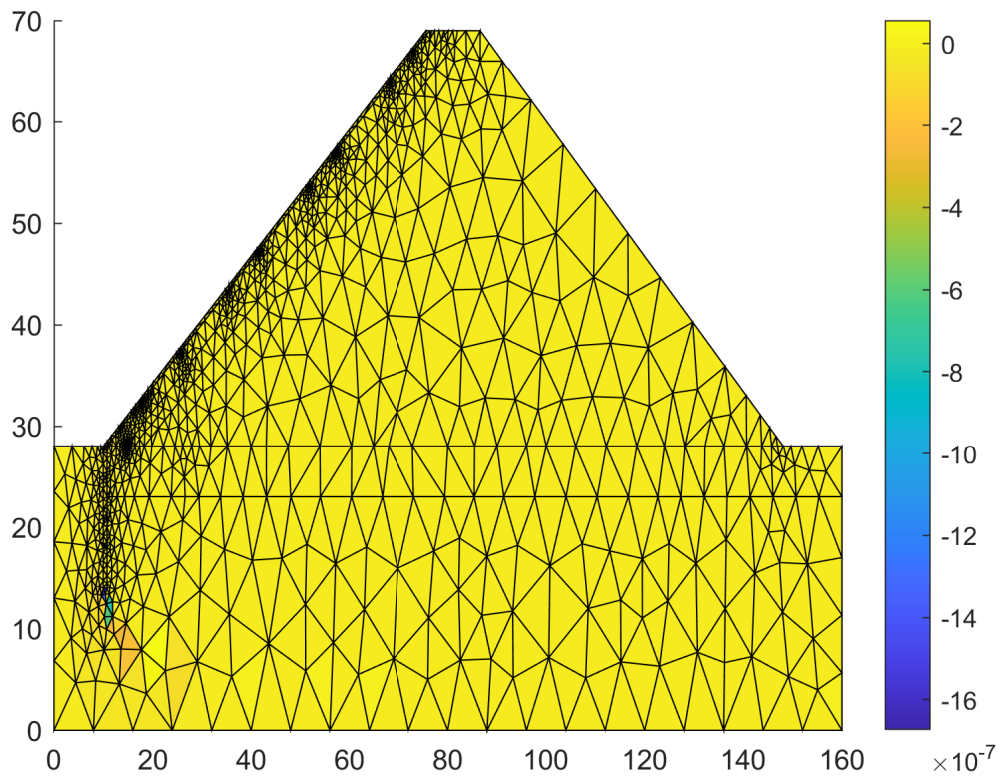


(b) Velocidad en la dirección Y del modelo 05.

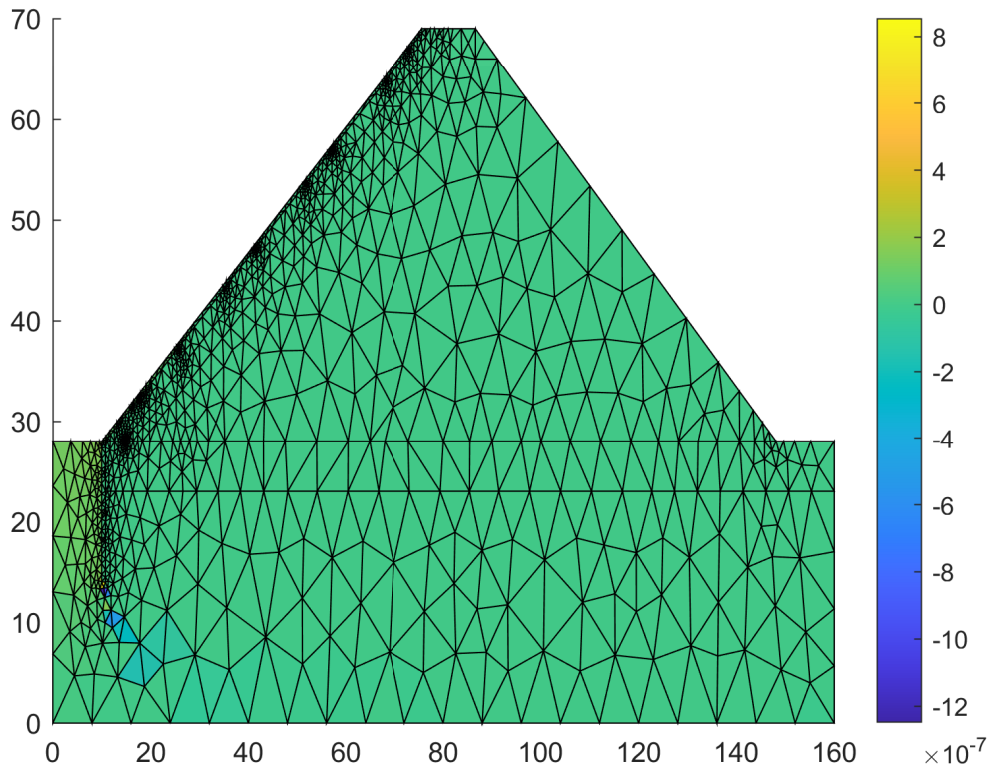
Figura 46 Velocidades de infiltración del modelo 05.

Fuente: Obtenido del programa Matlab.

En la siguiente figura 47 se muestran las velocidades de infiltración del modelo 06 dibujadas mediante un mapa de colores.



(a) Velocidad en la dirección X del modelo 06.

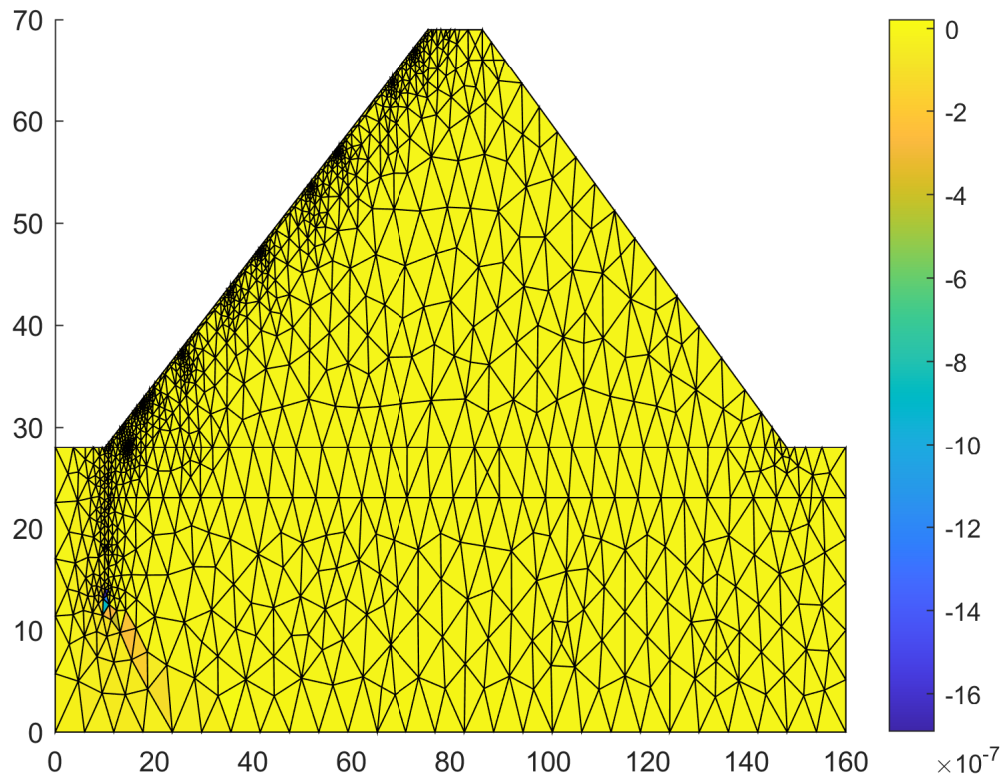


(b) Velocidad en la dirección Y del modelo 06.

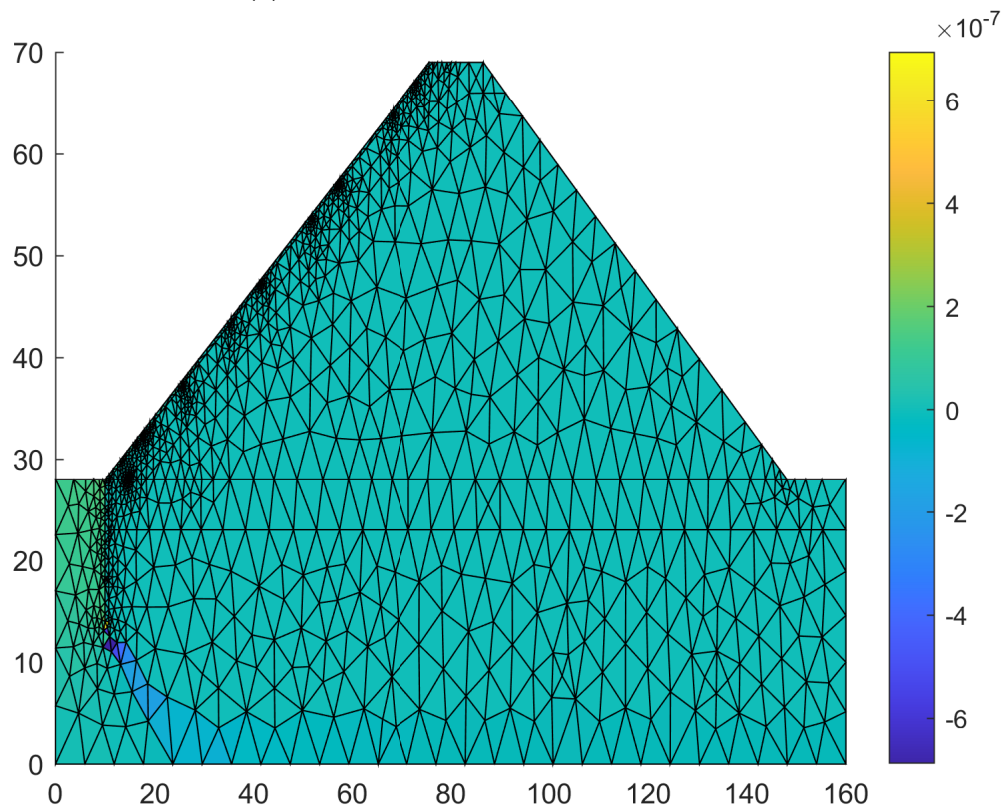
Figura 47 Velocidades de infiltración del modelo 06.

Fuente: Obtenido del programa Matlab.

En la siguiente figura 48 se muestran las velocidades de infiltración del modelo 07 dibujadas mediante un mapa de colores.



(a) Velocidad en la dirección X del modelo 07.

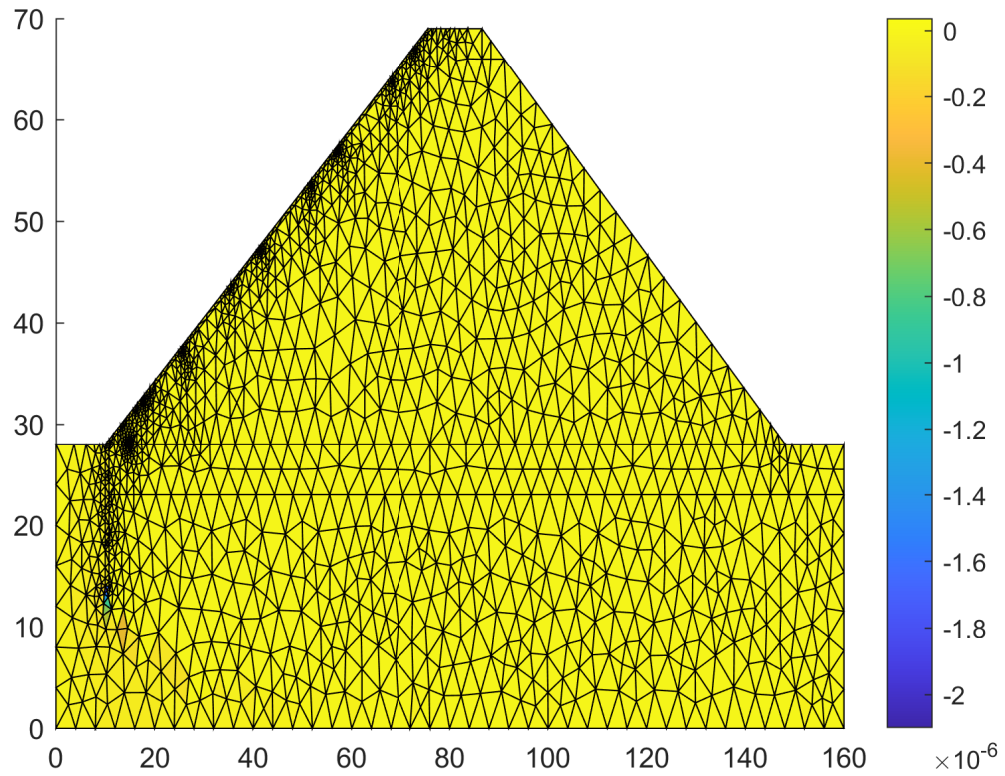


(b) Velocidad en la dirección Y del modelo 07.

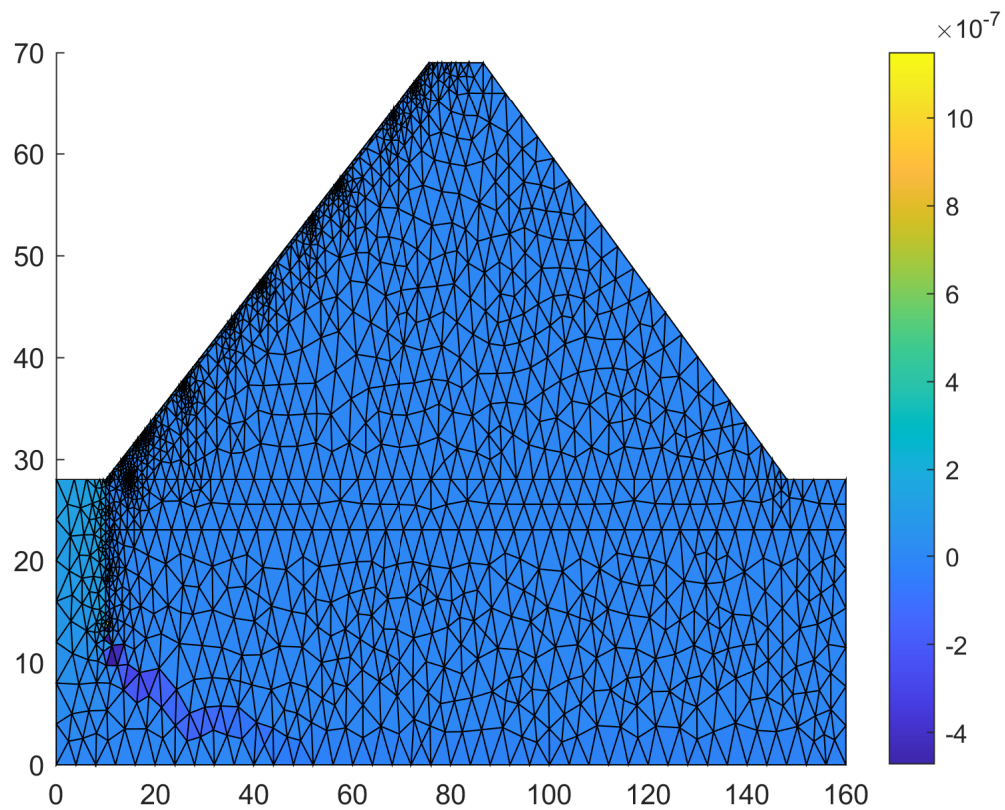
Figura 48 Velocidades de infiltración del modelo 07.

Fuente: Obtenido del programa Matlab.

En la siguiente figura 49 se muestran las velocidades de infiltración del modelo 08 dibujadas mediante un mapa de colores.



(a) Velocidad en la dirección X del modelo 08.

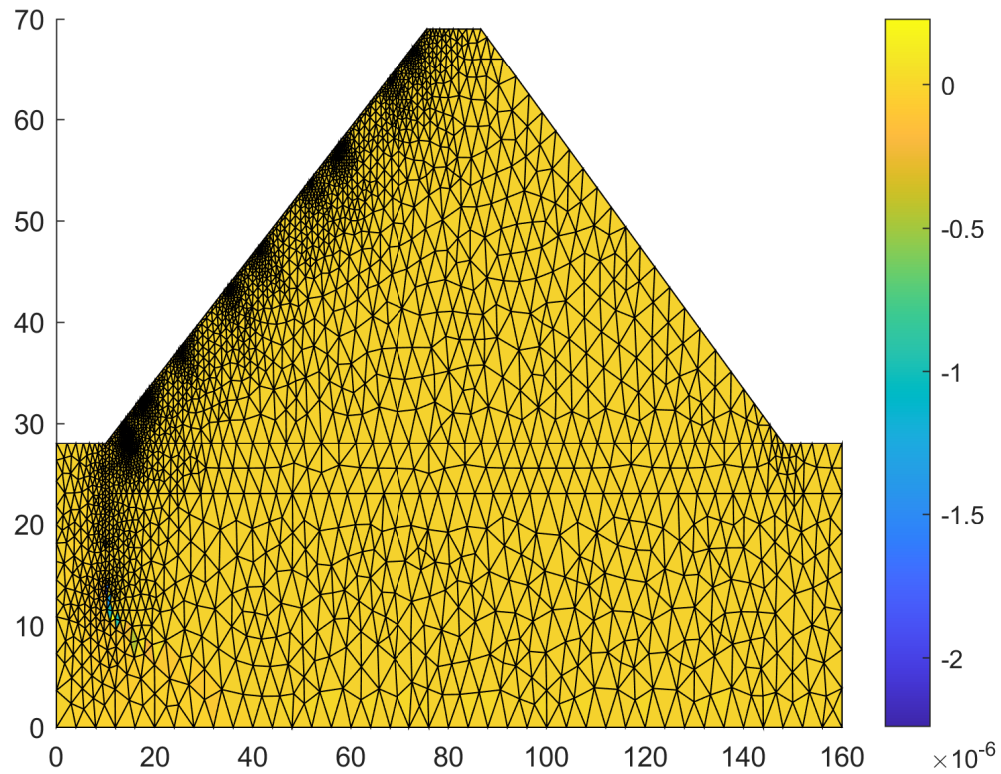


(b) Velocidad en la dirección Y del modelo 08.

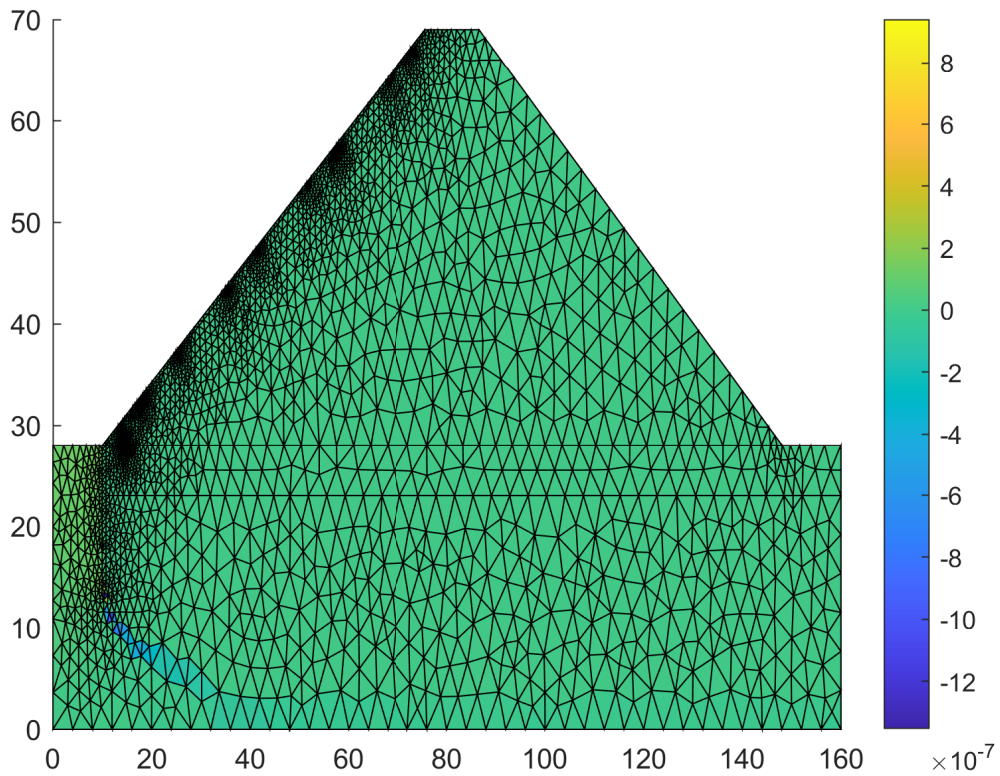
Figura 49 Velocidades de infiltración del modelo 08.

Fuente: Obtenido del programa Matlab.

En la siguiente figura 50 se muestran las velocidades de infiltración del modelo 09 dibujadas mediante un mapa de colores.



(a) Velocidad en la dirección X del modelo 09.

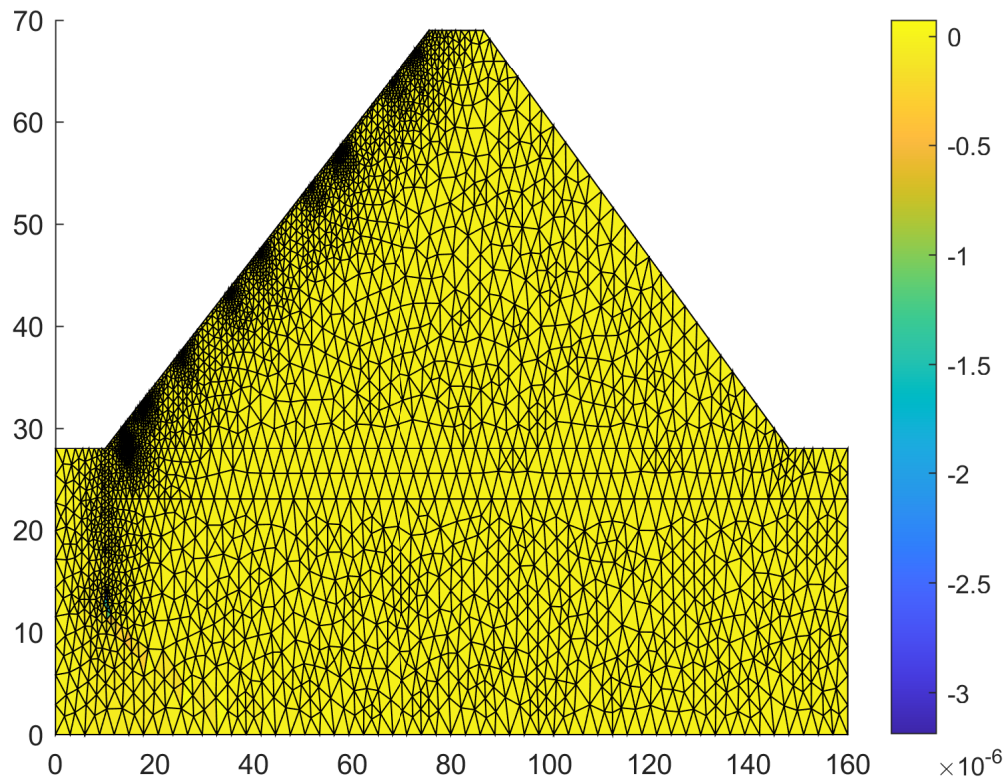


(b) Velocidad en la dirección Y del modelo 09.

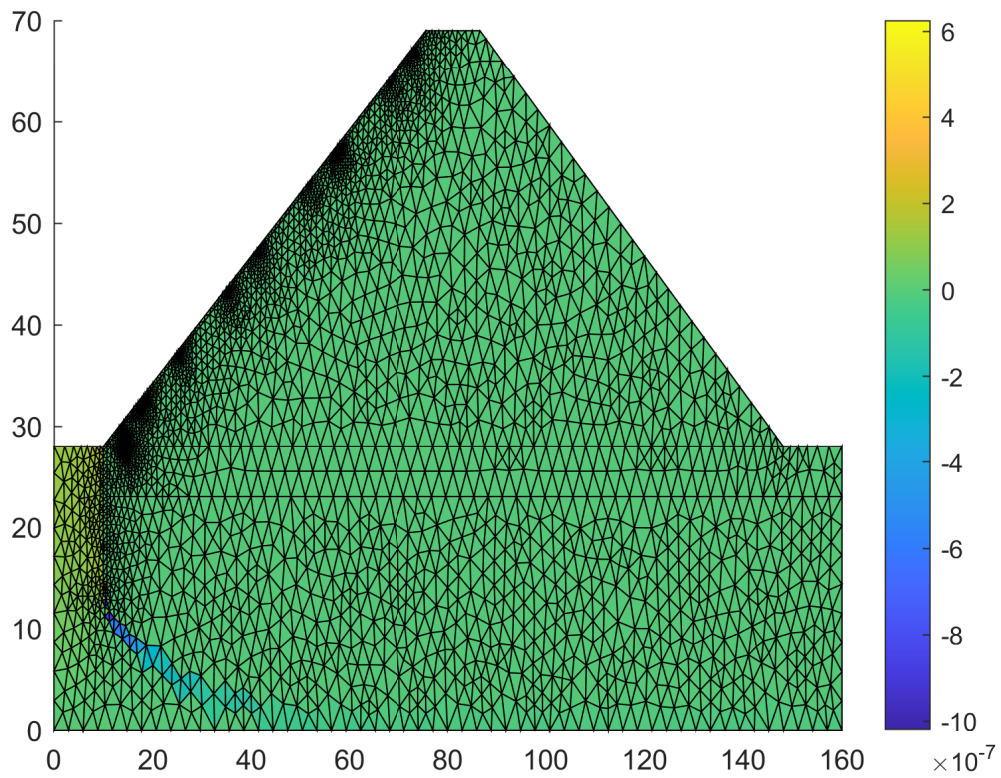
Figura 50 Velocidades de infiltración del modelo 09.

Fuente: Obtenido del programa Matlab.

En la siguiente figura 51 se muestran las velocidades de infiltración del modelo 10 dibujadas mediante un mapa de colores.



(a) Velocidad en la dirección X del modelo 10.



(b) Velocidad en la dirección Y del modelo 10.

Figura 51 Velocidades de infiltración del modelo 10.

Fuente: Obtenido del programa Matlab.

Conclusiones

Conclusiones

De acuerdo con los objetivos establecidos en el primer capítulo y las variables de diseño analizadas en el tercer capítulo, la investigación llevada a cabo y el posterior análisis de resultados se concluye:

1. Se ha conseguido realizar el análisis numérico de la infiltración en presas de enrocado empleando el método de elementos finitos, utilizando el programa **INFIDAM** elaborado en el software MATLAB. Para el cálculo de las alturas piezométricas las cuales nos permitió calcular las velocidades y caudales de infiltración.
2. Se plantearon y calcularon el sistema de ecuaciones lineales para obtener las alturas piezométricas en cada nodo del enmallado, en las diez formas de discretización que se plantearon. Las dimensiones del sistema de ecuaciones en cada tipo de enmallado varían de acuerdo al número de nodos del enmallado, así en el modelo 01 el sistema de ecuaciones consta de 717 dimensiones, de las cuales existen variables conocidas determinadas por las condiciones de borde, quedando un sistema de ecuaciones con menor cantidad de variables a la de su dimensión, por la que se empleó el método de penalización para la solución del sistema de ecuaciones lineales.
3. Se realizó 10 formas de discretización de la sección de la presa las cuales fueron analizadas empleando el método de elementos finitos en las que se obtuvo el volumen de infiltración anual en cada uno de ellos, presentando una variación porcentual respecto al volumen total de la presa, como se muestra en la siguiente tabla 15.

Tabla 15 Matrices de rigidez obtenidas para cada modelo

Tipo	Caudal(lps)	Vol. anual (m^3)	% infiltración
Modelo 01	1.17	36515.21	1.71%
Modelo 02	1.15	35911.89	1.69%
Modelo 03	1.43	44520.01	2.09%
Modelo 04	1.36	42280.15	1.98%
Modelo 05	1.69	52658.23	2.47%
Modelo 06	1.39	43141.66	2.03%
Modelo 07	1.56	48445.12	2.27%
Modelo 08	2.10	65348.72	3.07%
Modelo 09	2.23	69255.95	3.25%
Modelo 10	2.39	74250.37	3.49%
GEOESTUDIO	2.25	69994.95	3.29%

4. Las velocidades de infiltración se obtuvo a partir de las alturas piezométricas, determinándose la magnitud y dirección en cada elemento del enmallado. En la presa de enrocado las velocidades de infiltración se presenta por debajo de las inyecciones en mayor magnitud, ya que la presa presenta una pantalla de concreto como protección que no permite la infiltración.

Recomendaciones

1. Se recomienda realizar el análisis numérico de la infiltración en presas de enrocado en el programa **INFIDAM** para identificar cual es la zona por donde ocurre la mayor infiltración, para si tener mayor perspectiva en el diseño de una presa de enrocado con respecto al fenómeno de la infiltración.
2. Las condiciones de borde determina el comportamiento de la presa así como el flujo de la infiltración a través de la estructura, por ello se recomienda una correcta identificación e ingreso de datos hacia el programa para obtener un buen resultado.
3. Para la discretización del dominio se recomienda que la geometría de los subdominios se encuentre definida por la misma cantidad de nodos.
4. Para identificar las zonas de mayor velocidad de infiltración se recomienda una discretización mas afinada en el modelo, teniendo en cuenta que a mayor afinamiento se tendrá un mayor tiempo en el procesamiento computacional.

Trabajos futuros

1. Analizar la infiltración empleando el método de elementos finitos en otro tipo de presas.

Referencias bibliográficas

Ingeniería de Presas

- Comite Nacional Español de grandes presas. (2015). Criterios para proyectos de presas y sus obras anejas. presas de materiales sueltos.
- International Commission on Large Dams. (1986). Earthquake analysis for dams. Bulletin 52.
- Juarez, E. & Rodriguez, A. (1974). *Mecanica de suelos. Flujo de agua en suelos*.
- Koolhaas, M. (2003). *Embalses agricolas Diseño y construccion*.
- Lapa, N. R. (2015). *Reduccion del gasto de filtracion por inyeccion de impermeabilizacion en la presa Carniceria Pampa, Huamanguilla, Huanta , Ayacucho* (1a ed.). Universidad Nacional de San Cristobal De Huamanga.
- Sanchez, f. J. (2008). *Flujo en medios porosos: Ley de Darcy*.
- Sandoval, W. R. (2018). *Diseño de Obras Hidrotécnicas*.
- Taype, R. (2020). *Apuntes estructuras hidraulicas. Universidad Nacional del Altiplano*.

Elementos Finitos

- Barriga, G. H. (2007). *Embalse Bramadero Proyecto de Abastecimiento de Agua a La Mina La Zanja y Labores Agropecuarias* (1a ed.). Universidad Ricardo Palma.
- Frias, E. (2004). *Aportaciones al estudio de las maquinas eléctricas de flujo axial mediante la aplicación del método de los elementos finitos*.
- Gonzales, d. V. L. (2004). *Ingeniería Geológica*. Madrid: Pearson Education.
- Reyna, E. E. & Reyna, M. S. (2012). *Modelos analíticos y numéricos para la determinación de infiltración en presas de material suelto. análisis de su uso y sensibilidad* (1a ed.). Asociacion Argentina de Mecanica Computacional.
- Sanchez, J. G. (2013). *Hidromecánica computacional de la infiltración en presas con el método de elementos finitos* (1a ed.). Universidad Nacional de San Cristobal De Huamanga.
- Serna, C. G. J. (2017). *Modelación y simulación numérica de infiltración en presas de tierra con el método de elementos naturales* (1a ed.). Universidad Nacional de San Cristobal De Huamanga.
- Toro, M. A. (2009). *Evaluación de filtraciones en presas. modelación numérica de flujo en medios porosos saturados y no saturados* (1a ed.). Universidad de Chile.
- Vilca, I. A. (2009). *Modelamiento numérico de infiltración en presas con el método de volúmenes finitos: caso presa Cuchoquesera / Ayacucho* (1a ed.). Universidad Nacional de San Cristobal De Huamanga.

Otros

Caballero, R. A. (2014). *Metodología integral innovadora para planes y tesis*. Mexico: Cengage Learning.

Faust, C. R. & Mercer, J. W. (1981). *Ground-Water Modelling*. Ohio: National Water Well Association Worthington.

Real Academia Española. (2001). *Diccionario de la lengua española* (22.a ed.). Madrid, España.

Anexo A

Programas InfiDam

A.1 Creación del mallado

Código Fuente 1: Preproceso de creación y discretización del dominio

```
1 clear,clc,close all
2 thermalmodel = createpde('thermal','transient');
3
4 % Dominio 1
5 bound1 = [ 10 28; 72.40 67; 75.60 69; 76.35 69; 10.75 28; 10.75 23;
6           10.75 14; 10 14];
7 bound1=[bound1;bound1(1,:)];
8 Geom1 = [3 % indicate a polygon
9           size(bound1,1)-1 % Number of line segments
10          bound1(1:end-1,1) % x-coordinates
11          bound1(1:end-1,2)]; % y-coordinates
12
13 % Dominio 2
14 bound2 = [10.75 28; 12.64 28; 14.53 28; 47.33 48.50; 80.13 69; 78.24 69;
15           76.35 69; 43.55 48.50];
16 bound2=[bound2;bound2(2,:)];
17 Geom2 = [2 % indicate a polygon
18           size(bound2,1)-1 % Number of line segments
19           bound2(1:end-1,1) % x-coordinates
20           bound2(1:end-1,2)]; % y-coordinates
21
22 % Dominio 3
23 bound3 = [14.53 28; 16.42 28; 18.3 28; 51.10 48.50; 83.70 69; 82.02 69;
24           80.13 69; 47.33 48.50];
25 bound3=[bound3;bound3(2,:)];
26 Geom3 = [2 % indicate a polygon
27           size(bound3,1)-1 % Number of line segments
28           bound3(1:end-1,1) % x-coordinates
29           bound3(1:end-1,2)]; % y-coordinates
30
31 % Dominio 4
32 bound4 = [18.30 28; 40 28; 68 28; 86.60 66; 91.10 66; 86.60 69; 83.70 69;
33           51.10 48.50];
34 bound4=[bound4;bound4(2,:)];
35 Geom4 = [2 % indicate a polygon
36           size(bound4,1)-1 % Number of line segments
37           bound4(1:end-1,1) % x-coordinates
38           bound4(1:end-1,2)]; % y-coordinates
39
40 % Dominio 5
41 bound5 = [68 28; 80 28; 90 28; 100 28; 148.10 28; 146.60 29.00;91.10 66;
42           86.60 66];
43 bound5=[bound5;bound5(2,:)];
```

```

44 Geom5 = [2                                % indicate a polygon
45         size(bound5,1)-1                  % Number of line segments
46         bound5(1:end-1,1)                 % x-coordinates
47         bound5(1:end-1,2)];               % y-coordinates
48
49 % Dominio 6
50 bound6 = [10.75 28; 14.75 28; 18.30 28; 68 28; 148.10 28; 160 28; 160 23;
51           10.75 23];
52 bound6=[bound6;bound6(2,:)];
53 Geom6 = [2                                % indicate a polygon
54         size(bound6,1)-1                  % Number of line segments
55         bound6(1:end-1,1)                 % x-coordinates
56         bound6(1:end-1,2)];               % y-coordinates
57
58 % Dominio 7
59 bound7 = [0 28; 10 28; 10 14; 10.75 14; 10.75 23; 160 23; 160 0; 0 0];
60 bound7=[bound7;bound7(2,:)];
61 Geom7 = [2                                % indicate a polygon
62         size(bound7,1)-1                  % Number of line segments
63         bound7(1:end-1,1)                 % x-coordinates
64         bound7(1:end-1,2)];               % y-coordinates
65
66 D1 = Geom1;
67 D2 = Geom2;
68 D3 = Geom3;
69 D4 = Geom4;
70 D5 = Geom5;
71 D6 = Geom6;
72 D7 = Geom7;
73
74 gd = [D1 D2 D3 D4 D5 D6 D7];
75 sf = 'D1+D2+D3+D4+D5+D6+D7';
76 ns = char('D1','D2','D3','D4','D5','D6','D7');
77 ns = ns';
78 dl = decsg(gd,sf,ns);
79 [p,e,t] = initmesh(dl,'Hgrad',1.9,'Hmax',10);
80 pdemesh(p,e,t,'ElementLabels','on')

```

A.2 Cálculo de la matriz de rigidez

Código Fuente 2: Calculo de la matriz de rigidez

```

1 function K = Kdom(x,y,t,Kxx,Kyy)
2     x=x';
3     y=y';
4
5     d=t(4,:);
6     c=t(1:3,:);
7
8     [ne,~]=size(c); %Numero de elementos
9     % Matriz de rigidez
10    ngd=length(x);
11    K=zeros(ngd);
12    for i=1:ne
13        CE=[x(c(i,:)) y(c(i,:))]; % Cordenada de cada elemento.
14        % Parametros a calcular.
15        a1=CE(3,1)-CE(2,1);

```

```

16     a2=CE(1,1)-CE(3,1);
17     a3=CE(2,1)-CE(1,1);
18     b1=CE(2,2)-CE(3,2);
19     b2=CE(3,2)-CE(1,2);
20     b3=CE(1,2)-CE(2,2);
21
22     m1=CE(2,1)*CE(3,2)-CE(2,2)*CE(3,1); %Area de cada elemento
23     m2=CE(3,1)*CE(1,2)-CE(3,2)*CE(1,1);
24     m3=CE(1,1)*CE(2,2)-CE(1,2)*CE(2,1);
25     A=(m1+m2+m3)/2; %Area de cada elemento
26
27     % Elementos de matriz de rigidez de cada elemento.
28     k11=Kxx(d(i))*b1^2 +Kyy(d(i))*a1^2;
29     k12=Kxx(d(i))*b1*b2 +Kyy(d(i))*a1*a2;
30     k13=Kxx(d(i))*b1*b3 +Kyy(d(i))*a1*a3;
31     k22=Kxx(d(i))*b2^2 +Kyy(d(i))*a2^2;
32     k23=Kxx(d(i))*b2*b3 +Kyy(d(i))*a2*a3;
33     k33=Kxx(d(i))*b3^2 +Kyy(d(i))*a3^2;
34
35     % Ensamblaje de matriz de rigidez de cada elemento.
36     ke=[k11 k12 k13
37         k12 k22 k23
38         k13 k23 k33]*0.25/A;
39     % Ensamblaje de matriz de rigidez global.
40     K(c(i,:),c(i,:))=K(c(i,:),c(i,:))+ke;
41 end
42 end

```

A.3 Cálculo de la Infiltración

Código Fuente 3: Calculo de la matriz de rigidez

```

1 %Proceso de calculo de la infiltracion
2 %=====
3 %[m/s] Coeficiente de permeabilidad
4 Kxx=[8.03*10^-8 1*10^-9 2*10^-3 1*10^-4 3*10^-3 7*10^-3 1*10^-6];
5 Kyy=[8.03*10^-8 1*10^-9 2*10^-3 1*10^-4 3*10^-3 7*10^-3 1*10^-6];
6
7 K=Kdom(x,y,t,Kxx,Kyy)
8
9 %Condiciones de borde (nudo valor)
10
11 qo=[3      39;154  39;155  39;156  39;4      39;432  39;129  39;431  39
12 537      39;109  39;550  39;446  39;310  39;546  39;554  39;553  39;429  39
13 535      39;92   39;286  39;287  39;543  39;288  39;544  39;289  39;290  39
14 291      39;292  39;56   39;232  39;233  39;234  39;235  39;442  39;236  39
15 549      39;443  39;454  39;237  39;238  39;239  39;240  39;37   39;179  39
16 180      39;181  39;182  39;435  39;183  39;548  39;436  39;637  39;540  39
17 184      39;185  39;186  39;187  39;47   39;209  39;210  39;211  39;212  39
18 439      39;213  39;440  39;452  39;214  39;441  39;215  39;216  39;217  39
19 5        39;20   0.5;21  0.5;169  0.5;170  0.5;171  0.5;31  0.5];
20
21
22 [~,nN]=size(x) %Numero de nodos
23 [~,nE]=size(t) %Numero de elementos
24
25 F=zeros(1,nN);

```

```

26
27 %CALCULO DE ECUACIONES DIFERENCIALES POR METODO DE LA PENALIZACION
28 r=qo(:,1); %nudos a restringir
29 C=10^4; %Valor numerico alto
30 Kp=K;
31 for i=1:length(r)
32     Kp(r(i,:),r(i,:))=Kp(r(i,:),r(i,:))+C;
33 end
34 Kp;
35 Fp=F;
36 Fp(r)=qo(:,2)*C %Penalizacion de la matriz de flujo.
37 Q=Kp\Fp' %Matriz de alturas piezometricas
38
39 %CALCULO DE LA ZONA DE INFILTRACION - LINEA DE FLUJO
40 for i=1:nN
41     if y(i)>Q(i)
42         Qv(i,1)=0; %Fuera
43     else
44         Qv(i,1)=Q(i); %Dentro
45     end
46 end
47 Qv
48
49 figure
50 for i=1:nE
51     XE=x(t(1:3,i));
52     YE=y(t(1:3,i));
53     Qi=Qv(t(1:3,i));
54     patch(XE,YE,Qi,'FaceColor','interp')
55 end
56 colorbar
57
58
59
60 %Velocidades
61
62 V=Vdom(x,y,t,Kxx,Kyy,Qv)
63 Qi=[V(2,414) V(2,414) V(2,414)]'
64 figure
65 for i=1:nE
66     XE=x(t(1:3,i));
67     YE=y(t(1:3,i));
68     Qi=[V(2,i) V(2,i) V(2,i)]';
69     patch(XE,YE,Qi,'FaceColor','interp')
70     %quiver(XE,YE,Qi,Qi,0)
71 end
72 colorbar
73
74 figure
75 for i=1:nE
76     XE=x(t(1:3,i));
77     YE=y(t(1:3,i));
78     Qi=[V(1,i) V(1,i) V(1,i)]';
79     patch(XE,YE,Qi,'FaceColor','interp')
80     %quiver(XE,YE,Qi,Qi,0)
81 end
82 colorbar

```

Anexo B

Resultados del análisis numerico detallado

B.1 Matriz de rigidez

B.1.1 Matriz de rigidez global

Calculado las matrices de rigidez de cada elemento finito para la presa, se tiene que ensamblar todo en una sola matriz general dependiente de los grados de libertad, a continuación se mostrará esta matriz de rigidez general para el modelo 01.

$K_{presa} = 10^5 \times$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	...	717	
0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	...	0.00	1	
0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	...	0.00	2	
0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	...	0.00	3	
0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	...	0.00	4	
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	...	0.00	5	
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	...	0.00	6	
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	73.46	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	...	0.00	7	
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	383.59	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	...	0.00	8	
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	346.75	0.00	0.00	0.00	-40.98	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	...	0.00	9	
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	434.50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.95	0.00	0.00	...	0.00	10	
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	410.38	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	...	0.00	11	
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	77.40	-6.32	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	...	0.00	12	
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-40.98	0.00	0.00	-6.32	431.08	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	...	0.00	13	
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	22.06	-6.21	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	...	0.00	14	
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-6.21	461.22	7.07	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	...	0.00	15	
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	7.07	532.40	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	6.31	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	...	0.00	16	
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	573.95	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	...	0.00	17	
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	113.57	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	...	0.00	18	
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1466.43	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	...	0.00	19	
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2462.94	-306.61	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	...	0.00	20	
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-306.61	260.53	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	...	0.00	21	
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	6.31	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1685.69	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	...	0.00	22	
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	946.38	0.00	0.00	0.00	0.00	...	0.00	23	
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	346.52	0.00	0.00	0.00	...	0.00	24	
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.95	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	21.84	0.00	0.00	...	0.00	25	
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	19.83	0.00	0.00	...	0.00	26	
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	643.94	0.00	...	0.00	27	
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1276.62	...	0.00	28	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	...	1238.12	717	

B.2 Alturas piezometricas en cada nodo

Para la malla 01 se obtiene los siguientes resultados:

Tabla B.1 Alturas piezometricas en cada nodo

Nodo	Alt. Piez.	Nodo	Alt. Piez.	Nodo	Alt. Piez.	Nodo	Alt. Piez.	Nodo	Alt. Piez.
1	0.50	41	0	81	0	121	0.9978	161	0
2	13.88	42	0	82	0	122	1.4367	162	0
3	39.00	43	0	83	0	123	2.3491	163	0
4	39.00	44	0	84	0	124	4.0381	164	0
5	0.00	45	0	85	0	125	7.184	165	0
6	0.00	46	31.9247	86	0	126	11.6946	166	0
7	0.00	47	0	87	0	127	16.2198	167	0
8	0.00	48	0	88	0	128	25.2854	168	0
9	0.00	49	0	89	0	129	39	169	0
10	0.00	50	0	90	0	130	0	170	0
11	0.00	51	0	91	0	131	0	171	0
12	0.00	52	0	92	39	132	0	172	21.6667
13	0.00	53	0	93	0	133	0	173	0
14	0.00	54	0	94	0	134	0	174	0
15	0.00	55	0	95	0	135	0	175	0
16	0.00	56	39	96	0	136	0	176	0
17	0.00	57	0	97	0	137	0	177	0
18	0.00	58	0	98	0	138	0	178	29.1417
19	0.00	59	0	99	0	139	0	179	0
20	0.00	60	0	100	0	140	0	180	0
21	0.00	61	0	101	0	141	0	181	0
22	0.00	62	0	102	0	142	0	182	0
23	0.00	63	0	103	0	143	0	183	0
24	0.00	64	0	104	0	144	0	184	0
25	0.00	65	0	105	0	145	0	185	0
26	0.00	66	0	106	0	146	0	186	0
27	0.00	67	0	107	0	147	0	187	0
28	0.00	68	0	108	0	148	0	188	0
29	0.00	69	0	109	39	149	0	189	0
30	0.00	70	0	110	0	150	0	190	0
31	0.00	71	0	111	0	151	0	191	0
32	14.83	72	0	112	0.5032	152	0	192	0
33	0.00	73	0	113	0.5049	153	0	193	0
34	0.00	74	0	114	0.5078	154	39	194	0
35	0.00	75	0	115	0.5128	155	39	195	0
36	26.58	76	0	116	0.5214	156	39	196	0
37	0.00	77	0	117	0.5378	157	0	197	0
38	0.00	78	0	118	0.569	158	0	198	0
39	0.00	79	0	119	0.6283	159	0	199	0
40	0.00	80	0	120	0.7502	160	0	200	0

Tabla B.2 Alturas piezometricas en cada nodo

Nodo	Alt. Piez.	Nodo	Alt. Piez.	Nodo	Alt. Piez.	Nodo	Alt. Piez.	Nodo	Alt. Piez.
201	0	241	0	281	0	321	0	361	0
202	0	242	0	282	0	322	0	362	0
203	0	243	0	283	0	323	0	363	0
204	0	244	0	284	0	324	0	364	0
205	0	245	0	285	0	325	0	365	0
206	0	246	0	286	39	326	0	366	0
207	0	247	0	287	39	327	0	367	0
208	35.0548	248	0	288	39	328	0	368	0
209	0	249	0	289	39	329	0	369	0
210	0	250	0	290	39	330	0	370	0
211	0	251	0	291	39	331	0	371	0
212	0	252	0	292	39	332	0	372	0
213	0	253	0	293	0	333	0	373	0
214	0	254	0	294	0	334	0	374	36.1591
215	0	255	0	295	0	335	0	375	0
216	0	256	0	296	0	336	0	376	0
217	0	257	0	297	0	337	0	377	0
218	0	258	0	298	0	338	0	378	0
219	0	259	0	299	0	339	0	379	0
220	0	260	0	300	0	340	0	380	0
221	0	261	0	301	0	341	0	381	0
222	0	262	0	302	0	342	0	382	0
223	0	263	0	303	0	343	0	383	0
224	0	264	0	304	0	344	12.0885	384	0
225	0	265	0	305	0	345	0	385	0
226	0	266	0	306	0	346	0	386	0
227	0	267	0	307	0	347	0	387	0
228	0	268	0	308	0	348	0	388	0
229	0	269	0	309	0	349	0	389	0
230	0	270	0	310	39	350	20.0698	390	0
231	0	271	0	311	0	351	31.7485	391	0
232	39	272	0	312	0	352	0	392	0
233	39	273	0	313	0	353	0	393	0
234	39	274	0	314	0	354	0	394	0
235	0	275	0	315	0	355	0	395	0
236	0	276	0	316	0	356	0	396	0
237	0	277	0	317	0	357	0	397	0
238	0	278	0	318	0	358	0	398	0
239	0	279	0	319	0	359	0	399	0
240	0	280	0	320	0	360	0	400	0

Tabla B.3 Alturas piezometricas en cada nodo

Nodo	Alt. Piez.	Nodo	Alt. Piez.	Nodo	Alt. Piez.	Nodo	Alt. Piez.	Nodo	Alt. Piez.
401	0	441	0	481	0	521	0	561	0
402	0	442	0	482	15.2469	522	0	562	0
403	0	443	0	483	0	523	0	563	0
404	0	444	0	484	0	524	0	564	0
405	0	445	0	485	0	525	0	565	0
406	0	446	39	486	25.6848	526	0	566	0
407	0	447	0	487	0	527	0	567	0
408	0	448	0	488	0	528	0	568	0
409	0	449	0	489	0	529	0	569	0
410	0	450	0	490	32.882	530	0	570	0
411	0	451	0	491	0	531	24.1341	571	0
412	0	452	0	492	0	532	0	572	0
413	0	453	0	493	0	533	0	573	0
414	0	454	0	494	0	534	0	574	0
415	0	455	0	495	0	535	39	575	0
416	36.8456	456	0	496	0	536	0	576	0
417	0	457	0	497	0	537	39	577	0
418	0	458	0	498	0	538	19.0394	578	0
419	0	459	0	499	0	539	27.8434	579	0
420	0	460	0	500	0	540	0	580	9.6119
421	0	461	0	501	18.8504	541	0	581	0
422	30.5069	462	0	502	0	542	0	582	0
423	0	463	0	503	0	543	39	583	0
424	0	464	0	504	0	544	39	584	0
425	0	465	0	505	0	545	0	585	0
426	0	466	0	506	0	546	39	586	0
427	0	467	0	507	0	547	0	587	12.7426
428	0	468	0	508	0	548	0	588	16.9908
429	39	469	0	509	0	549	0	589	0
430	0	470	0	510	0	550	39	590	28.7942
431	39	471	0	511	0	551	0	591	0
432	39	472	0	512	0	552	0	592	0
433	0	473	0	513	0	553	39	593	0
434	0	474	0	514	0	554	39	594	22.6388
435	0	475	0	515	0	555	0	595	0
436	0	476	0	516	0	556	0	596	0
437	0	477	13.7837	517	0	557	0	597	0
438	0	478	0	518	0	558	0	598	33.4818
439	0	479	0	519	0	559	0	599	0
440	0	480	0	520	0	560	0	600	0

Tabla B.4 Alturas piezometricas en cada nodo

Nodo	Alt. Piez.	Nodo	Alt. Piez.	Nodo	Alt. Piez.
601	0	641	0	681	0
602	0	642	0	682	31.5511
603	0	643	0	683	0
604	0	644	0	684	0
605	0	645	0	685	0
606	0	646	0	686	0
607	0	647	0	687	0
608	0	648	0	688	0
609	0	649	9.9135	689	0
610	0	650	0	690	0
611	0	651	0	691	0
612	0	652	0	692	11.8384
613	0	653	0	693	14.8737
614	0	654	0	694	25.8137
615	0	655	0	695	0
616	0	656	14.5703	696	0
617	0	657	25.7268	697	0
618	0	658	29.5751	698	0
619	0	659	0	699	0
620	0	660	33.4352	700	13.2688
621	0	661	0	701	16.5676
622	0	662	0	702	0
623	0	663	0	703	0
624	0	664	0	704	0
625	0	665	0	705	0
626	0	666	0	706	0
627	0	667	0	707	0
628	0	668	0	708	0
629	0	669	0	709	0
630	0	670	0	710	0
631	0	671	0	711	25.3539
632	0	672	0	712	0
633	0	673	0	713	0
634	0	674	0	714	33.4225
635	0	675	0	715	0
636	17.4237	676	0	716	0
637	0	677	0	717	32.6608
638	0	678	0		
639	0	679	16.3887		
640	0	680	27.3634		

**UNSCH**FACULTAD DE
INGENIERÍA
DE MINAS, GEOLOGÍA Y CIVIL**“Año del Fortalecimiento de la Soberanía Nacional”**

CONSTANCIA DE ORIGINALIDAD DE TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

CONSTANCIA N° 048-2022-FIMGC

El que suscribe; responsable verificador de originalidad de trabajos de tesis de pregrado en segunda instancia para las **Escuelas Profesionales** de la **Facultad de Ingeniería de Minas, Geología y Civil**; en cumplimiento a la Resolución de Consejo Universitario N° 039-2021-UNSCH-CU, Reglamento de Originalidad de Trabajos de Investigación de la UNSCH y Resolución Decanal N° 158-2021-FIMGC-UNSCH-D, deja constancia que Sr./Srta.

Apellidos y Nombres : VARGAS ÑAUPA, Hilmar
Escuela Profesional : INGENIERÍA CIVIL
Título de la Tesis : Análisis Numérico de la Infiltración en Presas de Enrocado con el Método de Elementos Finitos
Evaluación de la Originalidad : 28 % Índice de Similitud
Identificador de la entrega : 1872751241

Por tanto, según los Artículos 12, 13 y 17 del Reglamento de Originalidad de Trabajos de Investigación, es **PROCEDENTE** otorgar la **Constancia de Originalidad** para los fines que crea conveniente.

Ayacucho, 22 de julio del 2022

Firmado digitalmente
por LEZAMA CUELLAR
CHRISTIAN

Mg. Ing. Christian LEZAMA CUELLAR
Verificador de Originalidad de Trabajos de Tesis de Pregrado
de la FIMGC

(X) Con depósito para Sustentación y Tramite de Titulo

Análisis Numérico de la Infiltración en Presas de Enrocado con el Método de Elementos Finitos

por Hilmar Vargas Ñaupa

Fecha de entrega: 19-jul-2022 04:48p.m. (UTC-0500)

Identificador de la entrega: 1872751241

Nombre del archivo: Tesis_Hilmar_Vargas_aupa_EPIC_ok.pdf (27.57M)

Total de palabras: 28625

Total de caracteres: 140020

Análisis Numérico de la Infiltración en Presas de Enrocado con el Método de Elementos Finitos

INFORME DE ORIGINALIDAD

28%

INDICE DE SIMILITUD

27%

FUENTES DE INTERNET

2%

PUBLICACIONES

14%

TRABAJOS DEL
ESTUDIANTE

FUENTES PRIMARIAS

1	repositorio.unsch.edu.pe	9%
	Fuente de Internet	
2	Submitted to Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga	5%
	Trabajo del estudiante	
3	vsip.info	3%
	Fuente de Internet	
4	www.scribd.com	1%
	Fuente de Internet	
5	idoc.pub	1%
	Fuente de Internet	
6	docplayer.es	1%
	Fuente de Internet	
7	es.wikipedia.org	1%
	Fuente de Internet	
8	repositorio.upao.edu.pe	1%
	Fuente de Internet	

9	1library.co Fuente de Internet	<1 %
10	venus.santafe-conicet.gov.ar Fuente de Internet	<1 %
11	cict.umcc.cu Fuente de Internet	<1 %
12	hdl.handle.net Fuente de Internet	<1 %
13	es.scribd.com Fuente de Internet	<1 %
14	repositorio.uis.edu.co Fuente de Internet	<1 %
15	alicia.concytec.gob.pe Fuente de Internet	<1 %
16	hidrologia.usal.es Fuente de Internet	<1 %
17	repositorio.uss.edu.pe Fuente de Internet	<1 %
18	repositorio.urp.edu.pe Fuente de Internet	<1 %
19	Submitted to unap Trabajo del estudiante	<1 %
20	es.slideshare.net Fuente de Internet	<1 %

21	Submitted to Universidad Continental Trabajo del estudiante	<1 %
22	repositorio.ana.gob.pe Fuente de Internet	<1 %
23	repositorio.unap.edu.pe Fuente de Internet	<1 %
24	archive.org Fuente de Internet	<1 %
25	Submitted to Universidad Privada Antenor Orrego Trabajo del estudiante	<1 %
26	www.slideshare.net Fuente de Internet	<1 %
27	www.coursehero.com Fuente de Internet	<1 %
28	Submitted to Atlantic International University Trabajo del estudiante	<1 %
29	www.researchgate.net Fuente de Internet	<1 %
30	cybertesis.uni.edu.pe Fuente de Internet	<1 %
31	pt.scribd.com Fuente de Internet	<1 %
32	Submitted to Curtin University of Technology Trabajo del estudiante	<1 %

Excluir citas Activo

Excluir bibliografía Activo

Excluir coincidencias < 30 words