

UNIVERSIDAD NACIONAL SAN CRISTÓBAL DE
HUAMANGA

FACULTAD DE INGENIERÍA DE MINAS, GEOLOGÍA Y
CIVIL

ESCUELA DE FORMACIÓN PROFESIONAL DE
INGENIERÍA CIVIL



TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:
INGENIERO CIVIL

**HIDROMECÁNICA COMPUTACIONAL DE LA INFILTRACIÓN EN
PRESAS CON EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS**

PRESENTADO POR:
GODOFREDO SÁNCHEZ JANAMPA

ASESOR:
ING. CRISTIAN CASTRO PÉREZ

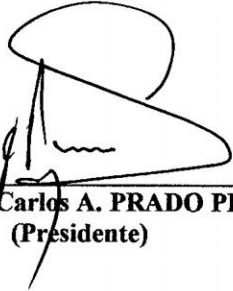
AYACUCHO - PERÚ

2013

**“HIDROMECAÁNICA COMPUTACIONAL DE LA INFILTRACIÓN EN
PRESAS CON EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS”**

RECOMENDADO : 10 DE SETIEMBRE DEL 2013

APROBADO : 16 DE DICIEMBRE DEL 2013



MSc. Ing. Carlos A. PRADO PRADO
(Presidente)



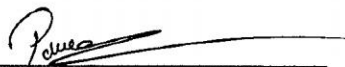
Ing. José E. ESTRADA CÁRDENAS
(Miembro)



Ing. Cristian CASTRO PÉREZ
(Miembro)



Ing. Edmundo CANCHARI GUTIÉRREZ
(Miembro)



Ing. Jennifer R. PILLACA DE LA CRUZ
(Secretaria Docente)

Según el acuerdo constatado en el Acta, levantada el 16 de diciembre del 2013, en la Sustentación de Tesis presentado por el Bachiller en Ciencias de la Ingeniería Civil Sr. Godofredo SÁNCHEZ JANAMPA, con la Tesis Titulado “HIDROMECÁNICA COMPUTACIONAL DE LA INFILTRACIÓN EN PRESAS CON EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS”, fue calificado con la nota de DIECISÉIS (16) por lo que se da la respectiva APROBACIÓN.



MSc. Ing. Carlos A. PRADO PRADO
(Presidente)



Ing. José E. ESTRADA CÁRDENAS
(Miembro)



Ing. Cristian CASTRO PÉREZ
(Miembro)



Ing. Edmundo CANCHARI GUTIÉRREZ
(Miembro)



Ing. Jennifer R. PILLACA DE LA CRUZ
(Secretaria Docente)

Presentación

La presente tesis tiene como objetivo principal la presentación de modelo matemático y el código *GOSEEP* a nivel de programación computacional desarrollado en *MATLAB*, como una herramienta de simulación para la caracterización de flujos de agua en los diferentes tipos de presas de tierra y concreto armado y estructuras similares, que permita determinar la cantidad de agua que se pierde por infiltración. Frente a otros modelos existentes, este facilita la resolución de casos prácticos que tienen lugar sobre dominios espaciales bidimensionales y permite de este modo la simulación de sistemas complejos. Por último, *GOSEEP* se halla dotado de una interfaz gráfica en entorno Windows, que permite la interacción del usuario tanto para la entrada de datos como para el pos proceso de resultados. Espero que su aplicación sirva a todos aquellos profesionales y estudiantes inmersos a la *Hidrogeología*.

GODOFREDO SÁNCHEZ JANAMPA

godofredozej@gmail.com

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL

UNIVERSIDAD NACIONAL SAN CRISTÓBAL DE HUAMANGA

AYACUCHO, 23 DE DICIEMBRE DE 2013

Dedicatoria

A mi familia, quienes me apoyaron de manera incondicional en mi formación académica y a todas aquellas personas que luchan día a día para sacar adelante nuestra sociedad

Agradecimientos

- A la *Universidad Nacional San Cristóbal de Huamanga*, alma mater y orgullo de Ayacucho, donde recibí mi formación académica
- A los docentes de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga Facultad de Ingeniería de Minas Geología y Civil, por los conocimientos transmitidos que contribuyeron de manera determinante en mi formación profesional
- A quienes más debo agradecer es a mi familia. En especial a mis padres, *Silvio Sánchez Oré* y *Magdalena Janampa Cacñahuaray*, por brindarme todo su apoyo incondicional en las más diversas formas
- Y un agradecimiento especial a *Rocío Gladys* y *Carlos Saúl Darikson*, que me acompañan, apoyan y caminan diariamente a mi lado
- Y a todas aquellas personas que de una u otra manera, colaboraron o participaron en la realización de esta investigación, hago extensivo mi más sincero agradecimiento

Resumen

La presa, en Ingeniería civil, se denomina a una estructura cuya función principal es elevar el nivel del agua creando un embalse aguas arriba de la estructura, en el proceso que el embalse alcanza la capacidad máxima se produce un fenómeno natural, el agua embalsada inicia a penetrar en el suelo fluyendo en todas las direcciones, a este comportamiento natural del agua se le denomina infiltración y es materia de investigación de la presente Tesis. La infiltración es un fenómeno importante en estructuras tipo presas, el agua no solamente genera un empuje lateral a la estructura, sino que dispone de la propiedad de penetrar en los poros de un medio continuo, por esta razón, las presas generalmente son construidos a base de material impermeable que retienen el agua, por consiguiente aumentando su nivel, mientras que la superficie (vaso) donde se forma el embalse a menudo es terreno en condición natural o con tratamientos con fines de impermeabilización puntuales, es ésta la que guarda características adecuadas donde se genera la infiltración. En la presente investigación se hizo el esfuerzo en deducir la ecuación gobernante del fenómeno de la infiltración en medio poroso, tomando en cuenta distintas condiciones de flujo y características del medio de infiltración heterogéneas en las tres direcciones del espacio, la ecuación así obtenida gobernante de la infiltración en medios porosos se resuelve sistemáticamente mediante el método de los elementos finitos, como aplicación práctica se analiza la presa de la *“Construcción Sistema de Riego Cuchucancho”*.

Índice general

Portada	I
Presentación	I
Dedicatoria	II
Agradecimientos	III
Resumen	IV
Índice general	V
Índice de figuras	XII
Índice de cuadros	XVII
1. Introducción	1
1.1. Motivación de la investigación	1
1.2. Planteamiento del problema	2
1.3. Justificación	4
1.4. Objetivos	5
1.4.1. Objetivos generales	5
1.4.2. Objetivos específicos	6
1.5. Organización del estudio	6
1.6. Metodología aplicada	7

2. Presas Generalidades	9
2.1. ¿Que es una Presa?	9
2.1.1. Clasificación de Presas y Embalses	10
2.1.1.1. De Acuerdo al Uso	10
2.1.1.2. Por sus Características Hidráulicas	10
2.1.1.3. Según los Materiales	11
2.1.2. Elementos de una presa	12
2.1.3. Componentes del Vaso de Una Presa	13
2.2. Organizaciones y Reglamentos	15
2.2.1. Comisión Internacional de Grandes Presas	15
2.2.2. Comité Peruano de Grandes Presas	16
2.2.3. Instrucción para Proyecto, Construcción y Explotación de Grandes Presas	16
2.2.4. Reglamento Técnico sobre Seguridad de Presas y Embalses	17
2.3. Cargas que Actúan Sobre Presas	17
2.3.1. Cargas Primarias	18
2.3.2. Cargas Secundarias	19
2.3.3. Cargas Excepcionales	19
2.4. Infiltración en Presas	20
3. Modelización Matemática de la Infiltración	23
3.1. El Medio de Infiltración	23
3.1.1. Relaciones de Masa y Volumen en el Suelo	24
3.1.2. Propiedades del medio poroso	25
3.1.3. Tratamiento del Medio Poroso Como un Medio Continuo	27
3.2. Flujo de Fluidos en Medios Porosos	28
3.2.1. Conservación de Energía	28
3.2.1.1. Altura Piezométrica	29
3.2.1.2. Gradiente Hidráulico	29
3.2.2. Ley de Darcy	30

3.2.3.	Principio de Continuidad	33
3.3.	Deducción de la Ecuación Gobernante	34
4.	Resolución Numérica	37
4.1.	Fundamentos Matemáticos Del Método de los Elementos Finitos . . .	37
4.1.1.	El Método de los Residuos Ponderados	38
4.1.1.1.	El Método de Galerkin (Bubnov - Galerkin)	40
4.1.2.	Métodos Variaciones	40
4.1.2.1.	Notación Variacional	41
4.1.2.2.	Principio de la Energía Potencial Mínima	42
4.1.2.3.	Principio del trabajo Virtual	43
4.2.	Implementación del Método de Elementos Finitos	44
4.2.1.	Discretización del Dominio	45
4.2.2.	Formulación Débil	45
4.2.3.	Modelo del Elemento finito	48
4.2.4.	Funciones de Interpolación	49
4.2.4.1.	Elemento Triangular	50
4.2.4.2.	Elemento Rectangular	51
4.2.5.	Matrices elementales y Vectores	52
4.2.6.	Condiciones de contorno	53
5.	Desarrollo de la Aplicación	54
5.1.	La "Receta" del Método de Elementos Finitos	54
5.2.	Cálculo por el Método de Elementos Finitos: Datos, Análisis y Re- sultados	58
5.2.1.	Datos	58
5.2.1.1.	Definición de la Geometría del Dominio de Cálculo	58
5.2.1.2.	Propiedades del Dominio de Cálculo	58
5.2.1.3.	Discretización del Dominio de Cálculo	59
5.2.1.4.	Condiciones de Contorno	62
5.2.1.5.	Otros Datos	64

5.2.2.	Resultados	65
5.2.2.1.	Variables Nodales	65
5.2.2.2.	Variables Secundarias	66
5.3.	Flujo General de un Programa de Elementos Finitos para Infiltración en Medios Porosos	72
5.3.1.	Entrada de Datos	72
5.3.2.	Tareas Preliminares	73
5.3.3.	Construcción de la Matriz de Rigidez	73
5.3.4.	Construcción del Término Independiente	73
5.3.5.	Aplicación de las Condiciones de Contorno	74
5.3.6.	Resolver el Sistema de Ecuaciones	74
5.3.7.	Salida de Resultados Nodales	74
5.3.8.	Elaboración y Salida de Resultados Elementales	74
6.	Caso de Estudio a un Proyecto Local	77
6.1.	Descripción del proyecto	77
6.2.	Condiciones geotécnicas	78
6.3.	Presa de la “Construcción Sistema de Riego Cuchucancha”	79
6.3.1.	Superficie de inundación	79
6.3.2.	Eje de la presa	81
6.3.3.	Sección elegida para el análisis	82
6.3.4.	Clasificación de la presa	83
6.4.	Modelización de la Infiltración	84
6.4.1.	Dominio de infiltración	84
6.4.1.1.	Matriz de descripción de la geometría	90
6.4.2.	Condiciones de contorno	92
6.4.3.	Discretización del medio continuo	94
6.4.4.	Resolución numérica	95
6.4.5.	Resultados	96
6.4.5.1.	Potencial	97

6.4.5.2.	Presiones	98
6.4.5.3.	Velocidad de infiltración	98
6.4.5.4.	Caudal filtrado	100
7.	Análisis y Discusión de Resultados	101
7.1.	Cómo garantizar la veracidad de los resultados obtenidos	101
7.1.1.	Generalidades	101
7.1.2.	El campo potencial	102
7.1.3.	Otros resultados(presión, velocidad de infiltración, caudal fil- trado)	103
7.1.4.	Validación del modelo	106
7.1.4.1.	Construcción del modelo	107
7.1.4.2.	Visualización de resultados	109
7.1.4.3.	Alturas piezométricas y líneas equipotenciales	111
7.1.4.4.	Altura de presiones	111
7.1.4.5.	Altura de presiones, velocidad de flujo y líneas de corriente	112
7.1.4.6.	Comparación de resultados	112
8.	Conclusiones, Recomendaciones e Investigaciones Futuras	115
8.1.	Conclusiones	115
8.1.1.	De la teoría	115
8.1.2.	De la Metodología	116
8.1.3.	Del Modelo	117
8.1.4.	De los resultados	118
8.2.	Recomendaciones	120
8.3.	Investigaciones futuras	121
	Bibliografía	122
A.	Guía de Usuario Programa GOSEEP	125
A.1.	Fase Preproceso	126

A.1.1.	Gestión de archivos	127
A.1.2.	Definir la geometría de la presa	127
A.1.3.	Discretización de la presa	129
A.1.3.1.	Malla inicial	129
A.1.3.2.	Refinar malla	130
A.1.4.	Propiedades de la regiones	131
A.1.5.	Condiciones de borde	132
A.2.	Fase solución	134
A.2.1.	Fase Postproceso	136
B.	Código Fuente Programa GOSEEP	140
C.	Estudios básicos de ingeniería	148
C.1.	Estudio de Mecánica de Suelos	148
C.1.1.	Ubicación de Calicatas	148
C.1.2.	Ensayos de Suelos en las Calicatas	149
C.1.3.	Descripción estratigráfica de las Calicatas	149
C.1.3.1.	Calicata N ^o 1	149
C.1.3.2.	Calicata N ^o 2	150
C.1.3.3.	Calicata N ^o 3	151
C.1.4.	Ensayo de Corte Directo	152
C.1.5.	Capacidad Portante del Terreno	153
C.1.5.1.	Calicata N ^o 1	154
C.1.5.2.	Calculo de la capacidad portante	154
C.2.	Estudio Geológico	155
C.2.1.	Descripción de la Roca	155
C.2.2.	Ensayo de Corte Directo	155
C.2.3.	Sistema de Valoración de la Masa Rocosa	157
C.2.3.1.	Resistencia de la Roca Inalterada	157
C.2.3.2.	Índice de Calidad de Roca (RQD)	158
C.2.3.3.	Espaciamiento de las Discontinuidades	159

C.2.3.4. Características de las Discontinuidades	159
C.2.3.5. Condiciones de flujo de Agua Subterránea	160
C.2.4. Propiedades Físico-Mecánica de la Roca	161
C.2.5. Capacidad Portante de la Roca	161
D. Fotografías	163
E. Planos	166

Índice de figuras

2.1. Embalse - vista en planta	13
2.2. Principales componentes del vaso de un embalse	14
2.3. Esquema de las principales cargas: perfil de una presa de gravedad, [Novak et al., 2001, página 32]	18
2.4. Determinación del dominio de infiltración	22
3.1. Volumen elemental representativo(VER): la figura ilustra el tamaño intermedio en relación a los tamaños de dominio de flujo y los poros .	24
3.2. Esquema de las tres fases del suelo	25
3.3. Ley de Bernoulli aplicado al flujo de agua en medio poroso	28
3.4. Experimento de Darcy de flujo en una columna saturada horizontal, adaptado de [Carpena and Rodríguez, 2005, página 145]	31
3.5. Flujo a través de un elemento de suelo	34
4.1. Desplazamientos virtuales. a)- compatibles con las condiciones de apoyo. b)- incompatibles con las condiciones de apoyo	42
4.2. Discretización del dominio irregular en elementos finitos	46
4.3. Elemento triangular, identificación del dominio del elemento y su con- torno	47
4.4. Elemento triangular de tres nodos	51
4.5. Cuadrilátero de cuatro nudos	52
5.1. Dominio de Infiltración en una Presa de Gravedad	55

5.2. Discretización del Dominio de infiltración con elementos triangulares de tres nodos	57
5.3. Dominio de infiltración de una presa de tierra de dos estratos - GOSEEP	58
5.4. Identificación de los tipos de suelo en el dominio de infiltración	59
5.5. Discretización en 40 elementos y 31 nodos - GOSEEP	60
5.6. Elementos de contorno generados con - GOSEEP	63
5.7. Nodos de contorno generados con - GOSEEP	64
5.8. Resultados directos de la solución del sistema de ecuaciones	65
5.9. Alturas piezométricas y líneas equipotenciales - GOSEEP	65
5.10. Alturas de presión - GOSEEP	67
5.11. Alturas de presión y velocidades del flujo - GOSEEP	68
5.12. Diagrama de flujo general del modelo numérico del MEF	75
5.13. Diagrama de flujo general del código <i>GOSEEP-V2013</i> en MATLAB .	76
6.1. Superficie de inundación de la presa - vaso de la presa (fuente: Expediente técnico Construcción Sistema de Riego Cuchucancha)	80
6.2. Eje de la presa y sus progresivas (fuente: Expediente Técnico Construcción Sistema de Riego Cuchucancha)	82
6.3. Sección transversal elegida para el análisis, progresiva 0 + 40 (fuente: Expediente Técnico Construcción Sistema de Riego Cuchucancha) . .	83
6.4. Sección de la Presa en la progresiva 0 + 40 y dominio de infiltración (fuente: Expediente Técnico Construcción Sistema de Riego Cuchucancha)	86
6.5. Lados de contorno, presa progresiva 0 + 40	94
6.6. Discretización del dominio de infiltración, presa progresiva 0 + 40 . .	95
6.7. Potenciales en el dominio de infiltración, presa progresiva 0 + 40, en metros	97
6.8. Alturas de agua sobre cada punto del dominio de infiltración, presa progresiva 0 + 40, en metros	98
6.9. Líneas equipotenciales y líneas de corriente, presa progresiva 0 + 40 .	99

6.10. Dirección y sentido de flujo, presa progresiva 0 + 40	99
6.11. Velocidad del flujo (líneas de corriente) y líneas equipotenciales acer- cada la presa progresiva 0 + 40	100
7.1. Variación - convergencia del potencial en función al número de sub- dominios, presa progresiva 0 + 40 <i>GOSEEP-V2013</i>	104
7.2. Discretización del medio continuo o superficie de infiltración con ele- mentos triangulares de tres nodos <i>GOSEEP-V2013</i>	104
7.3. Discretización del medio continuo - refinamiento de los elementos 01 <i>GOSEEP-V2013</i>	105
7.4. Discretización del medio continuo - refinamiento de los elementos 02 <i>GOSEEP-V2013</i>	105
7.5. Discretización del medio continuo - refinamiento de los elementos 03 <i>GOSEEP-V2013</i>	106
7.6. Modelo GeoStudio - SEEP/W (MEF)	107
7.7. Modelo <i>GOSEEP V2013</i> (MEF)	108
7.8. Condiciones de borde para ambos programas en MEF	108
7.9. Discretización en <i>1192 elementos y 651 nodos</i> con GeoStudio - SEE- P/W (MEF)	109
7.10. Discretización en <i>1196 elementos y 646 nodos</i> con <i>GOSEEP V2013</i> (MEF)	109
7.11. Reporte de resultados por nodo/GeoStudio - SEEP/W (MEF)	110
7.12. Reporte de resultados por elemento / <i>GOSEEP V2013</i> (MEF)	111
7.13. Alturas piezométricas con GeoStudio - SEEP/W (MEF)	111
7.14. Alturas piezométricas y con <i>GOSEEP V2013</i> (MEF)	112
7.15. Altura de presiones con GeoStudio - SEEP/W (MEF)	112
7.16. Altura de presiones con <i>GOSEEP V2013</i> (MEF)	113
7.17. Altura de presiones y velocidad de flujo con GeoStudio - SEEP/W (MEF)	113
7.18. Altura de presiones y velocidad de flujo con <i>GOSEEP V2013</i> (MEF)	114

7.19. Potencial H con los modelos GeoStudio-SEEP/W y GOSEEP-V2013	114
8.1. Elemento triangular con tres nodos	116
8.2. Discretización del dominio de infiltración <i>GOSEEP-V2013</i>	117
8.3. Variación - convergencia del potencial en función al número de subdominios <i>GOSEEP-V2013</i>	119
A.1. Ventana principal del programa “ <i>GOSEEP-V2013</i> ”	126
A.2. Matriz de descripción de la geometría de la presa - Coordenadas de la regiones <i>GOSEEP-V2013</i>	128
A.3. Vizualizando las regiones o subdominios de la presa <i>GOSEEP-V2013</i>	129
A.4. Generación de la malla inicial <i>GOSEEP-V2013</i>	130
A.5. Refinamiento del enmallado <i>GOSEEP-V2013</i>	131
A.6. Coeficientes de conductividad hidráulica para cada región <i>GOSEEP-V2013</i>	132
A.7. Nodos de contorno generados con <i>GOSEEP-V2013</i>	133
A.8. Lados de contorno generados con <i>GOSEEP-V2013</i>	133
A.9. Condiciones de borde tipo Dirichlet <i>GOSEEP-V2013</i>	134
A.10. Ejecutando la simulación <i>GOSEEP-V2013</i>	135
A.11. Alturas Piezométricas calculados con <i>GOSEEP-V2013</i>	136
A.12. Presiones calculados con <i>GOSEEP-V2013</i>	137
A.13. Líneas de corriente y equipotenciales <i>GOSEEP-V2013</i>	138
A.14. Redes de flujo <i>GOSEEP-V2013</i>	138
A.15. Alturas Piezométricas exportadas a excel <i>GOSEEP-V2013</i>	139
C.1. Perfil Estratigráfico de la calicata 1. Fuente: Proyecto “ <i>Construcción Sistema de Riego Cuchucancha</i> ”	150
C.2. Perfil Estratigráfico de la calicata 2. Fuente: Proyecto “ <i>Construcción Sistema de Riego Cuchucancha</i> ”	151
C.3. Perfil Estratigráfico de la calicata 3. Fuente: Proyecto “ <i>Construcción Sistema de Riego Cuchucancha</i> ”	152

C.4. Esfuerzo cortante Vs Esfuerzo normal. Fuente: Proyecto “ <i>Construcción Sistema de Riego Cuchucancha</i> ”	153
C.5. Esfuerzo cortante Vs Desplazamiento. Fuente: Proyecto “ <i>Construcción Sistema de Riego Cuchucancha</i> ”	156
C.6. Esfuerzo cortante Vs Esfuerzo normal. Fuente: Proyecto “ <i>Construcción Sistema de Riego Cuchucancha</i> ”	157
D.1. Vista lateral aguas abajo de la estructura de la presa, muestra el cuerpo de la presa y los contrafuertes. Fuente: Visita de campo	163
D.2. Disposición del encofrado aguas arriba de la presa, donde se muestra el cuerpo de la presa y sus contrafuertes. Fuente: Visita de campo . .	164
D.3. Refuerzo longitudinal y transversal en el cuerpo de la presa, se observa el proceso constructivo y la situación actual de la estructura. Fuente: Visita de campo	164
D.4. Vista lateral del vaso de la presa, actualmente la Presa aún no se encuentra culminado en su construcción. Fuente: Visita de campo . .	165
D.5. Inspección de la filtración en la fundación de la presa, se muestra el espesor y el espaciamiento de los contrafuertes. Fuente: Visita de campo	165

Índice de cuadros

2.1. Tipos de Presas según la Comisión Internacional de Grandes Presas	12
2.2. Selección de la presa: características de cada tipo	21
5.1. Propiedades del suelo	59
5.2. Identificación de las coordenadas de los nodos	60
5.2. Continuación de la tabla coordenadas de los nodos	61
5.3. Conectividad de los elementos	61
5.3. Continuación de la tabla Conectividad de los elementos	62
5.4. Lados de contorno donde existe condiciones de borde	63
5.5. Condiciones de borde asociados a potenciales conocidos	64
5.6. Alturas piezométricas en los nodos	66
5.7. Altura de presiones	67
5.7. Continuación de la tabla alturas de presión	68
5.8. Gradientes y Velocidades	69
5.8. Continuación de la tabla Velocidades y gradientes	70
5.8. Continuación de la tabla Velocidades y gradientes	71
6.1. Coordenadas sección de la presa progresiva 0+40 (fuente: Expediente Técnico Construcción Sistema de Riego Cuchucancha)	85
6.2. Coordenadas región 01	87
6.3. Coordenadas región 02	88
6.4. Coordenadas región 03	88
6.5. Coordenadas región 04	88

6.6. Coordenadas región 05	89
6.7. Coordenadas región 06	89
6.8. Matriz de descripción de la geometría para la sección de la progresiva 0 + 40 del eje de la presa	91
6.9. Matriz de descripción de la geometría requerido por <i>GOSEEP</i>	93
7.1. Convergencia del potencial de acuerdo al número de subdominios, presa progresiva 0 + 40, <i>GOSEEP-V2013</i>	103
7.2. Resultados del modelo GeoStudio-SEEP/W & <i>GOSEEP-V2013</i>	113
8.1. Convergencia del potencial de acuerdo al número de subdominios, presa progresiva 0 + 40 <i>GOSEEP-V2013</i>	120
C.1. Resistencia de la Roca Inalterada. Fuente: Proyecto “ <i>Construcción Sistema de Riego Cuchucancha</i> ”	158
C.2. Índice de Calidad de Roca (RQD). Fuente: Proyecto “ <i>Construcción Sistema de Riego Cuchucancha</i> ”	158
C.3. Espaciamiento de las Discontinuidades. Fuente: Proyecto “ <i>Construc- ción Sistema de Riego Cuchucancha</i> ”	159
C.4. Características de las Discontinuidades. Fuente: Proyecto “ <i>Construc- ción Sistema de Riego Cuchucancha</i> ”	160
C.5. Condiciones de flujo de Agua Subterránea. Fuente: Proyecto “ <i>Cons- trucción Sistema de Riego Cuchucancha</i> ”	160
C.6. Capacidad portante de la roca. Fuente: Proyecto “ <i>Construcción Sis- tema de Riego Cuchucancha</i> ”	162

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación de la investigación

Hasta hace una década atrás el análisis de flujo debajo de presas de concreto y el flujo de agua a través de las presas de tierra se realizaba por métodos aproximados, como la teoría de redes de flujo o métodos gráficos. El flujo de agua en presas de tierra constituye uno de los casos de mayor importancia, debido a la importancia que la presa tiene en sí, como estructura, por ello es necesario realizar un análisis riguroso de la infiltración en las presas de tierra, lo que no sucede en las presas de concreto armado que es relativamente más fácil el análisis de la infiltración. Hoy en día con la capacidad de ordenadores con que se cuenta se simplifica considerablemente los procesos de cálculo, el análisis de flujo se realizará resolviendo directamente la ecuación diferencial que gobierna el fenómeno físico, para este propósito se deben utilizar métodos numéricos, entre los más utilizados en los últimos tiempos son: El *Método de Diferencias Finitas* (MDF), *Método de Elementos Finitos* (MEF) y el *Método de Volúmenes Finitos* (MVF). El primero utiliza discretizaciones rectangulares en su aproximación, por tal motivo se adecúan deficientemente para este problema (las líneas de flujo son curvas), en cambio el análisis por el Método de Elementos Finitos se adecúa perfectamente a cualquier geometría porque utiliza polígonos de cualquier forma.

El en el presente trabajo de investigación se hace el análisis y modelización global del flujo en régimen estacionario en medios porosos en dos dimensiones, resolviendo las ecuaciones diferenciales gobernantes del fenómeno de infiltración y utilizando para la discretización espacial, el *Método de Elementos Finitos* en su totalidad, que nos permita analizar y realizar simulaciones dinámicas del flujo de infiltración en las presas y estructuras similares, teniendo en consideración un suelo *heterogéneo y anisotrópico*. Por lo tanto el presente trabajo de investigación será un aporte importante a nivel de modelización matemática y desarrollo de software que hace falta en nuestra región y el Perú en general. Además se resalta la importancia por la implementación computacional en MATLAB, se desarrollará un programa interactivo de *pre-procesamiento, solución y post-procesamiento*, como una herramienta de diseño, simulación y toma decisiones en el diseño de presas. Para tener aspectos relativos del problema se aplicará el modelo matemático propuesto en el análisis de infiltración del dique principal de la presa de gravedad “*Ingalla*” del Proyecto “*Construcción Sistema de Riego Cuchucancha*” y otras soluciones generales de alcance del modelo y del programa desarrollado serán presentados.

1.2. Planteamiento del problema

El problema de infiltración de un fluido en un medio poroso, es especialmente importante en ingeniería civil porque una de las acciones más dañinas y, en muchas ocasiones, determinante en la construcción de obras civiles (presas, muros, canales, tuberías, etc.) se debe al efecto perjudicial del agua, tanto por sus efectos químicos y corrosivos (disolución, reacciones químicas, etc.), como por su efecto degradante (ciclos de hielo y deshielo), como por las sobrecargas que ejerce sobre las estructuras debido a la presión hidrostática (empujes, sifonamiento, etc.).

La superficie freática del régimen de infiltración, es decir, la superficie libre, debe mantenerse alejada del paramento aguas abajo en una presa de tierra, para evitar altas presiones del agua en los poros que puedan promover la inestabilidad

del talud. En el caso extremo en que la línea de infiltración emerja en el paramento, ocurrirá ablandamiento local y erosión y se iniciará desprendimientos. Las presiones y velocidades de infiltración también deben controlarse para prevenir la erosión interna y la migración de partículas. Sin embargo, la descripción de la infiltración en condiciones de campo, se complica mucho en vista de que las condiciones iniciales y de contorno no son constantes y las propiedades del suelo pueden variar en espacio y tiempo.

Para mayor comprensión a continuación detallaremos los problemas a ser abordado y solucionado en el presente trabajo de investigación.

- a)- Los procesos de filtración, han sido tratados durante mucho tiempo desde el punto de vista de los medios porosos continuos y saturados. En estas condiciones, los modelos planteados resultan sencillos y basados exclusivamente en la permeabilidad del medio, este enfoque de solución es práctico para los problemas de estado simple donde el límite de la región de flujo está claramente definido y las condiciones del suelo no son demasiado complejas. Sin embargo, la comprensión con mayor detalle de las respuestas observadas, demanda la necesidad de inclusión de conceptos de la mecánica de los suelos no saturados por que la cantidad de flujo de agua en la zona no saturada puede ser considerable, y la línea freática no es una línea de flujo. El sistema completo de suelo debe ser tratado como un continuo que abarque el flujo en zonas saturadas y no-saturados, con condiciones de contorno diversos y geometrías con grados arbitrarias de heterogeneidad y anisotropía.
- b)- Especificar las condiciones de borde en los límites de un problema es uno de los componentes claves de un análisis numérico. Sin embargo, especificar las condiciones de borde es complejo y requiere una cuidadosa reflexión y planificación. Como por ejemplo a lo largo de una cara de filtración, puede requerir de un proceso iterativo o de cálculos paralelos, en caso contrario se obtendrá resultados erróneos, como sucedió en una tesis recientemente desarrollada en la UNSCH,

donde se impone la condición de borde de Dirichlet en la cara de contorno de salida de infiltración (aguas abajo) aproximadamente el 90 % de la altura del campo de potencial del embalse (aguas arriba) a lo largo de esta cara, lo que en nuestro criterio es un error y es inaceptable desde el punto de vista de la ingeniería ya que el tamaño de la cara de filtración no es conocido y debe determinarse a partir de la solución. Además, pueden cambiar las condiciones en los límites con el tiempo durante un análisis transitorio, que también puede añadir a la complejidad.

- c)- La “*PDE toolbox*” de Matlab incluye una interfaz gráfica de usuario (GUI) completa, que cubre todos los aspectos del proceso de solución de una Ecuación Diferencial Parcial (EDP). Sin embargo en el presente trabajo de investigación no se utilizará directamente el *pdetool*, ya que en cierta medida, presenta problemas en el ingreso de las coordenadas de los nodos del dominio, salvo que se cree una función desde donde de importe el archivo de datos y se dibuje en el *pdetool* con la configuración respectiva de la función, además para casos particulares y específicos se tiene que exportar los datos de la geometría y de la generación de mallas al Workspace de Matlab y consiguientemente guardar para luego importar, este hecho hace que un programa sea engorroso, aburrido y consuma mucho tiempo como se ha desarrollado en trabajos precedentes a esta tesis .

1.3. Justificación

En un contexto internacional, la utilización apropiada y oportuna de los recursos hidráulicos sigue siendo una de las contribuciones más vitales del ingeniero civil a la sociedad. El propósito principal de una presa puede definirse como el de proveer retención y almacenamiento de agua de una manera segura. Si los efectos de la sedimentación, Infiltración o limitaciones similares, dependientes del tiempo en su utilidad operacional, no se toman en cuenta, no hay periodo de diseño estructural nominal para las presas. El aprovechamiento y planeamiento de los recursos hidráulicos, disponible en una región puede obedecer a criterios políticos, sociales, técnicos

o económicos y puede describir una trayectoria caracterizado como un proceso estocástico que integra distintos componentes, institucionales, hidrológicos y climáticos. En estas condiciones la necesidad de entender los fenómenos físicos, especialmente del flujo de agua (infiltración), en medios porosos, particularmente en presas de tierra, y estructuras similares, para anticiparnos a los acontecimientos catastróficos nos ha motivado a desarrollar un esquema numérico completamente adaptativo para acelerar los cálculos mediante el Método de los Elementos Finitos (MEF) y la implementación computacional en MATLAB, que nos permita la simulación dinámica de la infiltración en régimen estacionario y transitorio, de manera que las presas representen una solución de diseño y un equilibrio óptimo entre las consideraciones técnicas locales y las economías en el momento de la construcción de acuerdo con su propósito principal, es decir irrigación, suministro de agua, generación hidroeléctrica, regulación de ríos, control de inundaciones, etc. Por lo anterior denominamos a nuestro trabajo con el título de "Hidromecánica computacional de la infiltración en presas con el método de elementos finitos", ya que la mecánica se define en general como parte de la física que estudia el equilibrio y el movimiento de los cuerpos y la mecánica de los fluidos es por consiguiente, el estudio del equilibrio y movimiento de los fluidos. Tales consideraciones y la preferencia de los fundamentos analíticos del fenómeno de infiltración, justifican la designación de Hidromecánica que en definitiva he adoptado.

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivos generales

Desarrollar un modelo matemático hidromecánico para simular el fenómeno de infiltración en régimen estacionario en presas y estructuras similares mediante el Método de Elementos Finitos (MEF).

1.4.2. Objetivos específicos

- a)- Desarrollar la modelación matemática del flujo de agua en medios porosos con una aproximación bidimensional, considerando el flujo en la zona saturada y no-saturada y calcular todos los parámetros hidrogeológicos
- b)- Disponer de un modelo integrado con condiciones de borde adecuados que permitan comprobar la concordancia de los resultados con las condiciones impuestas y mostrar gráficamente la distribución de equipotenciales (líneas de igual carga Hidráulica), líneas de flujo o de corriente, alturas de presión, velocidades, gradientes, así mismo todos los gráficos relacionados con la discretización y condiciones de borde
- c)- Implementación computacional del modelo matemático propuesto en *MATrix LABoratory* (MATLAB), distribuido por The MathWorks, Inc. Desarrollando un software interactivo completamente en el GUIDE (Graphical User Interfase Development Environment), que integra los tres fases de análisis del problema de infiltración en presas por el Método de Elementos Finitos a partir de solo interfaz de fácil manejo para la descripción de geometrías complicadas, generación de mallas, resolución de la ecuación discretizada y representación de resultados
- d)- Evaluar la aplicabilidad del modelo propuesto y comparar los resultados obtenidos para la Presa “*Ingalla*” del Proyecto “*Construcción Sistema de Riego Cuchucancho*”, con los resultados que proporcionan algunos software comerciales, así mismo comparar con los resultados de trabajos precedentes en esta universidad, considerando las formulaciones y particularidades propias en cada caso.

1.5. Organización del estudio

Se consideran los siguientes capítulos:

Capítulo 1: Introducción sobre la investigación.

Capítulo 2: Se aborda el estado de arte sobre las presas como estructuras de retención de agua, trata sobre la clasificación de las presas, tipos de presas en función a su utilidad, en función de los materiales utilizados, organismos internacionales, etc. Tipos de cargas, la infiltración.

Capítulo 3: Modelización matemática de la infiltración, éste capítulo trata sobre las leyes que rigen el fenómenos de la infiltración en medios porosos: la ley de la conservación de la energía, conservación de masa y la ley de Darcy. Los elementos componentes del suelo, deducción de la ecuación gobernante de la infiltración, simplificaciones, análisis en el plano.

capítulo 4: Resolución numérica de la ecuación gobernante del fenómeno de infiltración mediante el método de los elementos finitos.

Capítulo 5: Desarrollo de una aplicación (programa), para el análisis del fenómeno de infiltración en medios porosos desde MATLAB.

Capítulo 6: Caso de estudio a un proyecto local, análisis de la presa del proyecto *"Construcción Sistema de Riego Cuchucancho"*

Capítulo 7: Análisis y Discusión de Resultados.

Capítulo 8: Conclusiones, Recomendaciones e Investigaciones Futuras.

1.6. Metodología aplicada

Para alcanzar el objetivo del presente trabajo de investigación, se seguirá una línea y secuencia general de investigación como sigue:

- Descripción de las bases teóricas de la infiltración en presas (Investigación documental o bibliográfica).
- Formulación matemática de las ecuaciones en derivadas parciales del fenómeno de infiltración y la solución de estas ecuaciones por el Método de los Elementos Finitos (Investigación Descriptiva).

- Desarrollo del programa en MATLAB.
- Aplicación práctica del modelo al caso de estudio (Investigación Explicativa).

Capítulo 2

Presas Generalidades

2.1. ¿Que es una Presa?

Una presa, es una estructura hidráulica [Castillo, 2000, página 31] cuya finalidad es contener el agua en un cauce natural con el objeto de:

- Elevar el nivel para que pueda ser derivado mediante una conducción
- Depositar los excedentes de caudal para suministrarla en periodos de escasez o controlar las crecidas máximas de los caudales

Sea cual fuere la función de la presa, su sola construcción generará la formación de un embalse¹ aguas arriba desde su fundación, con esta finalidad, habitualmente se cierra la boca de un valle mediante la construcción de una estructura hidráulica - presa o dique² - almacenando el agua de un río o de un arroyo; de esta forma, la función implícita de la presa es elevar el nivel de agua con la consecuente formación de un embalse, esta agua embalsada se aprovecha, entre otros usos, para: abastecer de agua potable a poblaciones cercanas (previo tratamiento), producir energía eléctrica, irrigar campos de cultivo, controlar los caudales máximos producidos en épocas de avenida y dotar de agua para los distintos fines en épocas de estiaje mediante una adecuada regulación de los caudales.

¹Un embalse es un depósito de agua que se forma de manera artificial

²Muro artificial hecho para contener la fuerza de las aguas o del oleaje

2.1.1. Clasificación de Presas y Embalses

Es posible clasificar los embalses teniendo en cuenta su propósito principal: irrigación, suministro de agua, generación hidroeléctrica, regulación de ríos, control de inundaciones, etc.

Los tipos de presas son numerosos y su clasificación es definida, con frecuencia, en menor claridad, por tal razón se clasificará la presa tomando en cuenta: su utilización, el diseño hidráulico y los materiales utilizados en su construcción [Marín et al., , página 51-53].

2.1.1.1. De Acuerdo al Uso

Las presas se clasifican de acuerdo a la función a que están destinadas, en: presas de embalse y presas de derivación o retención. Las presas de embalse se construyen para almacenar agua en épocas de abundancia y utilizarla cuando el suministro sea deficiente, mientras que las presas de derivación se construyen con la finalidad de aumentar el nivel del agua que permita captarla y trasladarla mediante acequias, canales u otro sistema hasta el punto de su aprovechamiento. Las presas de retención se construyen con la finalidad de controlar las crecidas del río y disminuir el efecto de las avenidas.

2.1.1.2. Por sus Características Hidráulicas

Las presas se pueden clasificar como presas vertedero o no vertedero y se denominan presas de vertedero a aquellas que pueden verter el caudal excedente por la coronación, que son construidos con material resistente a la erosión por el paso del agua, generalmente el concreto. Las presas no vertedero son las que fueron consideradas para que no viertan el caudal excedente por su coronación, estas presas permite la utilización del material de construcción de tierra y escollera.

2.1.1.3. Según los Materiales

Es la clasificación más comúnmente empleada, se tiene: presas de tierra, presas de escollera, presas de gravedad de hormigón, presas arco de hormigón, presas de contrafuertes de hormigón. Las presas de tierra son las más extendidas debido a la disponibilidad del material en los alrededores de la zona de construcción y que no requiere de un estudio riguroso con fines de cimentación y la adaptabilidad a las condiciones topográficas naturales; las presas de escollera se construyen con rocas de distintos tamaños que aseguran la estabilidad y una pantalla impermeable en contacto con el agua retenida, la pantalla puede ser una capa de tierra impermeable, una losa de hormigón, una losa de hormigón asfáltico, planchas metálicas u otro dispositivo que aisle al agua retenida de la presa (escollera). Las presas que utilizan como material el hormigón, son soluciones definitivas ya que son impermeables, permiten verter el caudal excedente por su coronación, requieren con suelo con condiciones adecuadas para establecer la fundación.

Los clasificación de presas considerados según la “Comisión Internacional de Grandes Presas” [Novak et al., 2001, página 5] se muestra en la Tabla 2.1, el cual considera dos grandes grupos: las presas de relleno y las presas de concreto, como se observa la clasificación obedece solamente a consideraciones en el tipo de material utilizado para su construcción.

Según el manual “Instrucción para Proyecto, Construcción y Explotación de Grandes Presas”, se considera la clasificación tomando en cuenta los materiales utilizados en su construcción y las formas que pudiera adquirir la estructura. Se dispone de la siguiente clasificación:

A) Presas de fábrica

a) De gravedad

1) Macizas

2) Aligeradas (contrafuertes)

Cuadro 2.1: Tipos de Presas según la Comisión Internacional de Grandes Presas

Grupo	Tipo	Código ICOLD
Presas de Relleno	Relleno de tierra	TE
	De enrocado	ER
Presas de Concreto (Incluye presas en manpostería)	Gravedad	PG
	Arco	VA
	Contrafuerte	CB
	Arco Múltiple	MB

b) En arco (tipos bóveda y cúpula)

c) Mixtas: bóvedas y cúpulas múltiples, pantallas con contrafuertes, bóveda con estribo de gravedad

B) Presas de materiales sueltos

a) De tierra

b) De escollera

C) Presas de materiales mixtos

D) Presas de tipo especial

2.1.2. Elementos de una presa

Tal como se muestra en la Figura 2.1, todo proyecto en la que interviene la construcción de una presa se compone de cuatro elementos principales:

- **El embalse:** depósito de agua que se forma de manera artificial debido a la construcción de la presa
- **El vaso:** parte de la superficie del valle que se inunda y contiene el agua embalsada

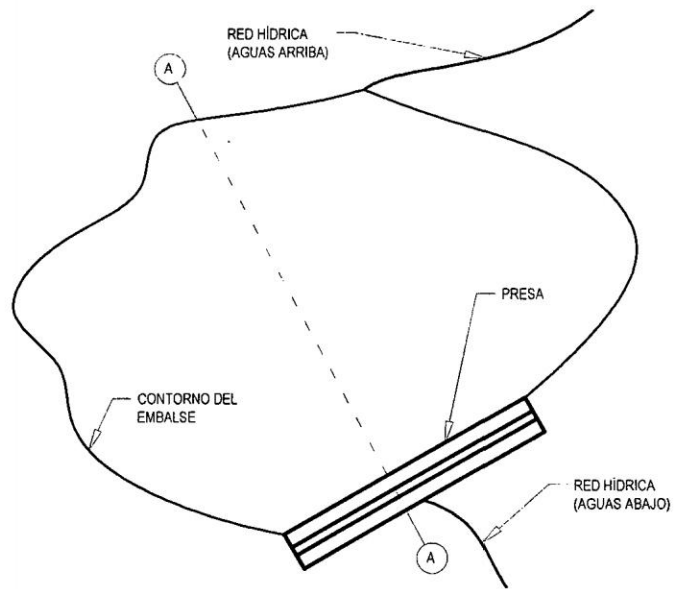


Figura 2.1: Embalse - vista en planta

- **La cerrada:** es el lugar, punto concreto del valle donde se fundará la presa; su elección obedece generalmente a condiciones topográficas y condiciones geológicas, estableciendo tácitamente el vaso y el embalse
- **La presa:** es la estructura encargada de soportar todas las cargas generadas como consecuencia de la elevación del nivel del agua - formación del embalse

2.1.3. Componentes del Vaso de Una Presa

Desde la Figura 2.1, teniendo en cuenta la *sección A*, ilustrada por la Figura 2.2, los componentes principales del vaso de una presa [Tenreiro et al., 2003, página 162] son las siguientes:

- **NAM (Nivel de Aguas Mínimas):** es el nivel de agua más bajo con el que puede operar el embalse
- **NAMO (Nivel de Aguas Máximas Ordinarias):** es el máximo nivel con el que puede operar el embalse, coincide con la cota del labio vertiente del aliviadero del embalse

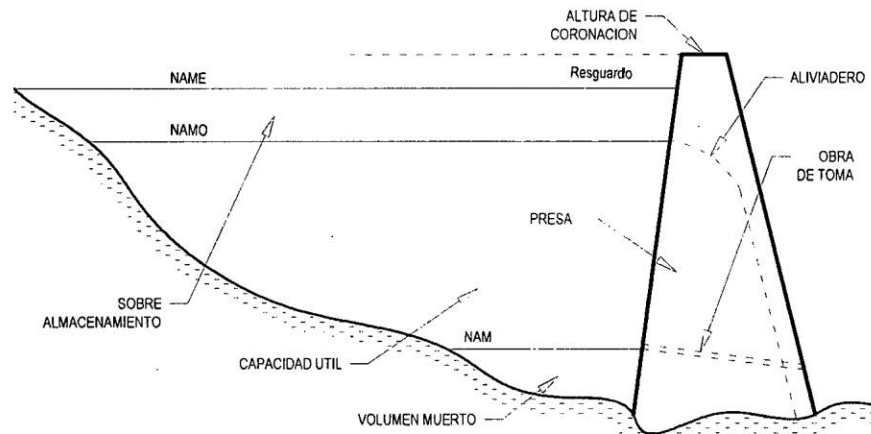


Figura 2.2: Principales componentes del vaso de un embalse

- **NAME** (Nivel de Aguas Máximas Extraordinarias): es el nivel más alto que debe alcanzar el agua bajo cualquier condición
- **Volumen muerto**: volumen de agua que se encuentra por debajo del nivel de aguas mínimas (NAM) y no es posible su aprovechamiento, su función principal es almacenar el acarreo de sólidos y material sedimentado durante la vida útil del proyecto
- **Capacidad útil**: volumen destinado a satisfacer las demandas de agua, se encuentra entre los niveles NAM y NAMO. Se determina la capacidad útil del embalse mediante un balance hídrico a lo largo del año, considerando las aportaciones, consumos y pérdidas de caudal
- **Super-almacenamiento**: es el volumen del embalse entre los niveles NAME y NAMO del vaso, utilizado para controlar el volumen generado por las máximas avenidas
- **Resguardo**: altura definida entre el nivel del NAME y la máxima altura del dique del embalse, denominada altura de coronación, cuya función es contener el oleaje producido por el viento teniendo en cuenta las condiciones más desfavorables

De igual manera, se tiene los elementos más importantes de la presa:

- **El aliviadero o vertedero:** estructura que permite descargar caudal excedente cuando la presa trabaja a capacidad máxima
- **Las tomas:** son estructuras hidráulicas utilizadas para extraer agua de la presa para un cierto uso
- **La descarga de fondo:** permite mantener el *caudal ecológico* aguas abajo de la presa

2.2. Organizaciones y Reglamentos

2.2.1. Comisión Internacional de Grandes Presas

“International Commission on Large Dams” conocido extendidamente mediante su acrónimo ICOLD³, es una “Organización No Gubernamental” - ONG internacional que provee un foro para el intercambio de conocimientos y experiencias en ingeniería de presas. Esta Organización dirige sus acciones a asegurar que las presas sean construidas de manera segura, económica y sin provocar efectos perjudiciales al medio ambiente.

Fue creada en 1928 y cuenta, a la fecha, con 95 países miembros y más de 7.000 miembros individuales, entre los que se cuentan ingenieros, geólogos y científicos de organizaciones públicas y privadas, firmas consultoras, universidades y empresas constructoras. El Perú integra el ICOLD desde el año 1980 mediante “Comité Peruano de Grandes Presas” - COPEGP.

³Parte del texto fue transcrito desde <http://www.cadp.org.ar/icold.html>, página del Comité Argentino de Grandes Presas

2.2.2. Comité Peruano de Grandes Presas

El “Comité Peruano de Grandes Presas” - COPEGP⁴, es una asociación civil de beneficio público de acuerdo a las leyes peruanas y constituye una rama de la “Comisión Internacional de Grandes Presas” - ICOLD. Sus objetivos se fundamentan en la necesidad de apoyar el correcto desarrollo de las presas, en base a la buena planificación, diseño, construcción, operación y mantenimiento.

2.2.3. Instrucción para Proyecto, Construcción y Explotación de Grandes Presas

El manual “Instrucción para Proyecto, Construcción y Explotación de Grandes Presas” [de Normas para Grandes Presas, 1967, página 4] fue elaborado por la *Comisión de Normas para Grandes Presas* y publicado el 31 de marzo de 1967 por el *Ministerio de Obras Públicas de España*; con la que se ha hecho posible el amplio desarrollo que la técnica de presas ha tenido en España en estas últimas décadas. Estas normas brindan [Vargas, 2010, página 13] a la Comunidad Técnica, un documento guía para uso en el campo del diseño de presas, conformando un elemento que organiza la documentación y recopila parámetros técnicos para el control en el proceso del diseño, considerando los aspectos de conservación ambiental y de seguridad, coherentes con las Especificaciones Técnicas Generales para Construcción de Presas, de reciente actualización. Dado que el Perú no dispone de una norma técnica específica para la construcción, mantenimiento y explotación de Presas, el presente documento es de referencia primordial para el planeamiento, construcción y evaluación de Presas en nuestra país.

⁴Texto transcrito desde <http://copegp.com/>, página web del Comité Peruano de grandes Presas

2.2.4. Reglamento Técnico sobre Seguridad de Presas y Embalses

• El “Reglamento Técnico sobre Seguridad de Presas y Embalses” [de Normas para Grandes Presas, 1996] publicada el 12 de marzo de 1996 por el *Ministerio de Obras Públicas de España*; es una actualización del Manual “Instrucción para Proyecto, Construcción y Explotación de Grandes Presas”, tomando en cuenta la tendencia mundial en la materia, el Reglamento Técnico sobre Seguridad de Presas y Embalses no establece soluciones técnicas concretas en cada una de las fases de desarrollo y utilización de las presas y embalses, que son responsabilidad específica del titular de la presa, sino que procede a fijar los criterios de seguridad que han de tenerse en cuenta para prevenir y limitar social y ambientalmente los riesgos potenciales que estas infraestructuras pueden representar.

El “Reglamento Técnico sobre Seguridad de Presas y Embalses” incluye en su ámbito de aplicación todas las fases de desarrollo y utilización de las presas y de los embalses, desde la fase de proyecto hasta la de su eventual puesta fuera de servicio, cubriendo de esta forma una brecha muy importante existente en nuestra legislación, y encomienda al titular de la presa la responsabilidad del estricto cumplimiento de las normas de seguridad en todas sus fases.

2.3. Cargas que Actúan Sobre Presas

La integridad estructural de una presa [Novak et al., 2001, página 31] debe mantenerse en las diversas circunstancias o eventos que probablemente surgirán durante su servicio. En el diseño de presas, tal como sucede en otras estructuras, se identifican todas las cargas actuantes y se analiza los esfuerzos generados considerando una acción conjunta de las cargas, para garantizar la estabilidad de la presa y su cimentación.

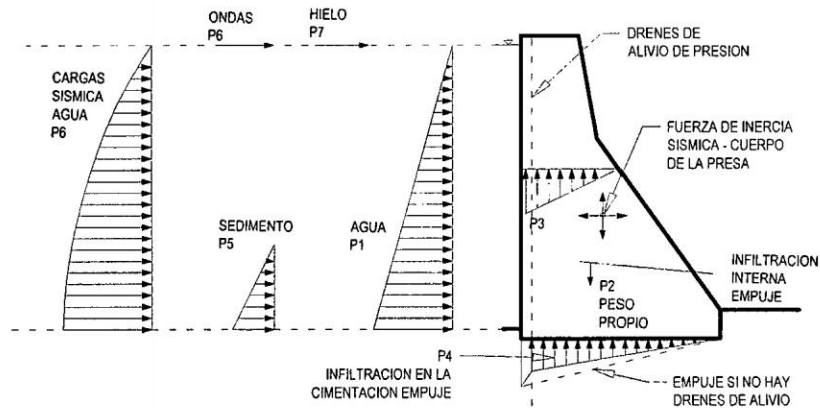


Figura 2.3: Esquema de las principales cargas: perfil de una presa de gravedad, [Novak et al., 2001, página 32]

Se clasifican las cargas actuantes individuales en: cargas primarias, cargas secundarias y cargas excepcionales, la disposición de todas las cargas en su conjunto está mostrado por la Figura 2.3.

2.3.1. Cargas Primarias

Aquellas cargas con mayor importancia y existen en todos los tipos de presas, tenemos:

- **Carga del agua:** generada debido a la elevación de altura de agua en el embalse, que es retenida por la presa, por tanto es una carga de distribución hidrostática de presión, en la Figura 2.3 queda identificada por P_1
- **Carga del peso propio:** es la carga considerada por el peso del material que conforma la presa, queda identificada, en este caso, por P_2
- **Carga de infiltración:** debido al contacto directo entre la presa y el agua del embalse [Castillo, 2000, página 54], ésta se filtra a través de sus huecos, grietas y poros y como consecuencia se producen los efectos siguientes:

1. Pérdida de agua por filtración

2. Posible arrastre de material fino por el agua filtrada
3. Presiones hidrostáticas en el interior de la presa que se añaden al sistema tensional debido a las fuerzas exteriores

en la Figura 2.3 queda representado por las cargas P_3 y P_4 , ésta carga representa el fenómeno de análisis de la presente investigación

2.3.2. Cargas Secundarias

- **Carga de sedimentación:** por los sedimentos acumulados en el fondo del embalse y en contacto con la presa, considerado como una carga hidrostática adicional, identificado P_5
- **Carga hidrodinámica de ondas:** carga transitoria, generada por la acción de las ondas contra la presa, P_6
- **Carga del hielo:** el empuje del hielo, desarrollado en condiciones climáticas extremas, P_7
- **Carga térmica (presas de concreto):** carga interna generada por la diferencia de temperatura asociadas con los cambios en las condiciones ambientales y con la hidratación y el enfriamiento del cemento
- **Efectos Interactivos:** son cargas internas, surgen de las rigideces relativas y las deformaciones diferenciales de una presa y su cimentación
- **Carga hidrostática sobre estribos:** es una carga interna de filtración en los estribos en una roca maciza

2.3.3. Cargas Excepcionales

- **Carga sísmica:** generado debido a las perturbaciones sísmicas, cargas horizontales y verticales se generan con respecto a la presa y al agua retenido en el embalse; para las fuerzas inerciales del agua se considera un empuje estático

equivalente simplificado, P_8 y genera otra fuerza de inercia sísmica en el cuerpo de la presa

- **Efectos tectónicos:** la saturación o las perturbaciones producidas por excavaciones profundas en rocas, pueden generar cargas como resultado de movimientos tectónicos lentos

2.4. Infiltración en Presas

Al fenómeno natural de la penetración del agua en el suelo se le denomina infiltración, es un proceso natural que se genera debido a la formación del embalse, donde el agua se encuentra en contacto directo con el lecho del embalse, que está formado, la mayor parte a base terreno natural y un porcentaje menor generalmente es tratado con la finalidad de aumentar su impermeabilidad. Dependiendo del material utilizado en la construcción y las características geotécnicas del suelo de fundación de la presa y el embalse, la superficie de infiltración adquirirá configuraciones particulares para cada presa; el flujo de agua por infiltración atravesará parte del cuerpo de la presa y por debajo de ésta, si la presa es homogénea, formada por materiales sueltos, que se construye sobre suelos que permitan la infiltración; por otra parte, si se dispone de una presa de gravedad (construida a base de concreto) éste material no permite el flujo de agua a través del cuerpo de la presa y como este tipo de presas generalmente para su fundación requieren terrenos muy resistentes, se fundan sobre el suelo formados por rocas que tampoco permiten la infiltración, o en su defecto, la infiltración es muy baja. Algunas recomendaciones [Novak et al., 2001] sobre la *evaluación del sitio de la presa* para toma la decisión definitiva sobre su construcción, toma en cuenta consideraciones regionales del tipo de suelo y geológicos, asociándolo a los tipos de presas, que se muestra en la Tabla 2.2.

En todos los tipos de presas y sea cual fuere las condiciones locales del sitio se distinguen las siguientes zonas:

- La zona del contacto del agua embalsada con la presa

Cuadro 2.2: Selección de la presa: características de cada tipo

Tipo	Notas y características
Relleno	
De relleno de tierra	Apropiada para cimentaciones en roca o para suelos valles anchos, puede aceptar asentamientos diferenciales limitados dado un núcleo relativamente ancho y plástico Requiere diversas clases de materiales, por ejemplo: para el núcleo, para la zona de los espaldones, para los filtros
De enrocado	internos, etc. Preferible en cimentaciones de roca, puede aceptar calidad variable y meteorización limitada. El enrocado es apropiado colocar en todo tipo de climas
Concreto	
De gravedad	Apropiada para valles anchos, siempre y cuando la excavación en la roca sea menor a 5m, Meteorización limitada de la roca es aceptable, hay que verificar discontinuidades en la roca respecto al deslizamiento. Esfuerzos de contacto moderados. Requiere llevar concreto al sitio de la obra
De contrafuerte	Como la presa de gravedad, pero con esfuerzos de contacto más altos, requiere una roca firme. Ahorro relativo del concreto con respecto a las presa de gravedad entre 30 % y 60 %
De Arco y bóveda	Apropiada para cañones angostos, sujeta a roca firme o uniforme con una resistencia alta y con deformación limitada en su cimentación y, de manera especial es los estribos. Carga alta en los estribos, El ahorro del concreto con respecto a las presas de gravedad está entre 50 % y 85 %

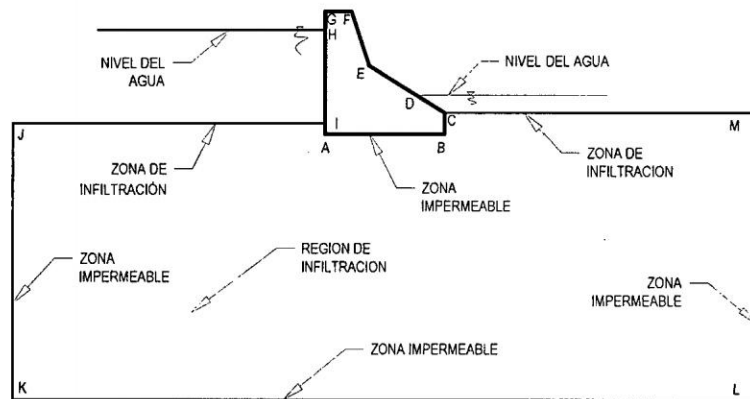


Figura 2.4: Determinación del dominio de infiltración

- Zona de contacto entre el vaso del embalse y el agua embalsada
- Zona de infiltración, el dominio completo donde sucede el fenómeno de infiltración

Para determinar la *zona de infiltración* o el dominio que abarca la infiltración en presas, como ejemplo ilustrativo, se parte desde la Figura 2.4 que muestra la sección "A" especificada en la Figura 2.1, en el corte se toma en cuenta el embalse, la presa y el suelo de fundación. El polígono ABCEFG determina el cuerpo de la presa, que en este caso se considera impermeable, dado estas características en este caso, la zona de contacto entre el agua embalsada y la presa determina una región impermeable; la zona de contacto entre el vaso del embalse y el agua embalsada está determinado por el segmento IJ y aguas abajo de la presa por el segmento CM, es justamente por la región de contacto entre el embalse y el vaso el agua inicia a penetrar en el suelo generando el fenómeno conocido como infiltración; la región donde se produce la infiltración está dado por el polígono JIABCMLK y representa el dominio completo y materia de análisis para el problema de infiltración en presas, teniendo en cuenta la configuración particular de la Figura 2.4.

Capítulo 3

Modelización Matemática de la Infiltración

3.1. El Medio de Infiltración

El movimiento del agua, la infiltración, se produce a través del espacio libre existente entre los elementos que forman el suelo o los materiales de las que está constituida la presa. Si desde el dominio completo de infiltración se toma un *Volumen Elemental Representativo (VER)*¹, tal como se muestra en la Figura 3.1, se observa que el dominio de infiltración está formado por elementos sólidos, parte del volumen está conformado por vacíos que puede contener aire o agua, conocido ambos como fluidos, que se encuentra presente en los “poros” del medio de infiltración; el medio donde se produce la infiltración no es un medio homogéneo y está formado por material sólido y los espacios libres o poros existentes entre éstos.

En el planteamiento matemático, los elementos sólidos que conforman el medio o el dominio de infiltración, son considerados completamente impermeables, el flujo de caudal por infiltración [Nield and Bejan, 2006, página 03] solamente ocurre por los espacios existentes formado por la unión de los elementos sólidos, mostrado por

¹Un *Volumen Elemental Representativo* es una muestra del dominio del campo de infiltración que expresa y contiene todas las propiedades de ésta

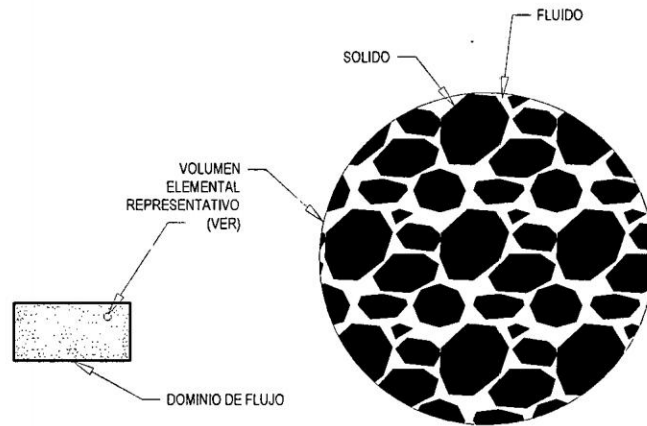


Figura 3.1: Volumen elemental representativo(VER): la figura ilustra el tamaño intermedio en relación a los tamaños de dominio de flujo y los poros

la Figura 3.1.

3.1.1. Relaciones de Masa y Volumen en el Suelo

Desde el punto de vista físico [Carpena and Rodríguez, 2005, página 99] el suelo es el resultado del equilibrio entre tres fases: sólida, líquida y gaseosa. Tomando una porción representativa del suelo y descomponiéndolo en sus elementos componentes o fases, se obtendría la ilustración mostrada en la Figura 3.2, donde:

- **Fase sólida:** en la mayoría de los suelos, que incluyen tanto partículas orgánicas como inorgánicas, constituyen entre el 35 % - 75 % del total del volumen del suelo, el resto del espacio es vacío o hueco, en forma de capilares, poros o fisuras que pueden ser llenados por aire o agua; se identifica con V_s el volumen de la fase sólida y con M_s la masa de la fase sólida
- **Fase líquida:** contenida en los poros del suelo, se identifica con V_a el volumen de la fase líquida y con M_a la masa de la fase líquida
- **Fase gaseosa:** contenida también en los poros del suelo, queda identificado el volumen y masa de la fase gaseosa por V_g y M_g respectivamente

Tanto *fase líquida* y la *fase gaseosa* se encuentran contenidos en los poros del suelo y a ambos se le da el nombre genérico de fluidos. En la Ecuación 3.1 V_p

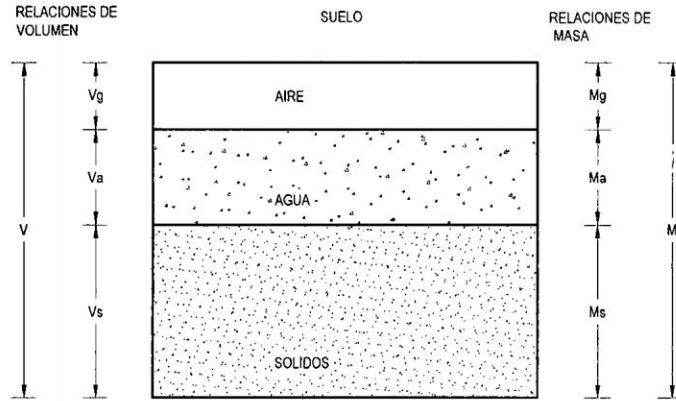


Figura 3.2: Esquema de las tres fases del suelo

representa el volumen de vacíos.

$$V_p = V_a + V_g \quad (3.1)$$

Los volúmenes de la fase sólida, fase líquida y fase gaseosa forman el volumen total de la porción representativa del suelo, Ecuación 3.2, en la que V representa el Volumen Total, mientras que los volúmenes de la fase gaseosa y la fase líquida, forman el volumen de los fluidos presentes en el suelo o medio poroso.

$$V = V_a + V_g + V_s \quad (3.2)$$

3.1.2. Propiedades del medio poroso

Las relaciones de masa y volumen entre las fases: sólida, líquida y gaseosa, dan lugar a unas definiciones que son útiles para caracterizar el estado físico de un suelo, y son:

- **Densidad específica (ρ_s):** expresa la relación entre la masa de la fracción sólida del suelo y el volumen que ésta ocupa en el sistema.

$$\rho_s = \frac{\text{Masa suelo seco}}{\text{Volumen sólidos}} = \frac{M_s}{V_s}$$

- **Densidad aparente (ρ_b):** expresa la relación entre la masa de la fracción sólida del suelo y el volumen total del suelo.

$$\rho_b = \frac{\text{Masa suelo seco}}{\text{Volumen total}} = \frac{M_s}{V} = \frac{M_s}{V_a + V_g + V_s}$$

- **Porosidad (η):** el volumen de poros (o vacío) de un suelo está constituido por el volumen de agua (V_a) más el volumen de aire (V_g) en un momento determinado. La porosidad se define como el volumen de poros en una unidad de volumen de suelo inalterado.

$$\eta = \frac{\text{Volumen de poros}}{\text{Volumen total}} = \frac{V_p}{V} = \frac{V_a + V_g}{V} = 1 - \frac{\rho_b}{\rho_s}$$

- **Índice de poros (e):** se define como la relación entre el volumen de poros (o vacío) y el volumen de sólidos en una unidad de volumen de suelo.

$$e = \frac{\text{Volumen de poros}}{\text{Volumen de sólidos}} = \frac{V_p}{V_s} = \frac{V_a + V_g}{V_s}$$

- **Contenido de agua (θ y θ_m):** puede ser expresado como la relación entre el volumen de agua y el volumen total del suelo (contenido volumétrico de agua θ), o la relación entre la masa de agua del suelo y la masa seca del suelo (contenido gravimétrico de agua, θ_m).

$$\theta_m = \frac{\text{Masa de agua}}{\text{Masa sólidos}} = \frac{M_a}{M_s} = \frac{\theta}{\rho_b}$$

$$\theta = \frac{\text{Volumen de agua}}{\text{Volumen total}} = \frac{V_a}{V} = \theta_m \rho_b$$

- **Rendimiento específico (S_y):** es la relación entre el agua que drena desde una muestra de suelo saturado debido a la acción de la gravedad con respecto al volumen total de la muestra.

$$S_y = \frac{\text{Volumen agua drenada}}{\text{Volumen total}} = \frac{V_{\text{drenado}}}{V}$$

3.1.3. Tratamiento del Medio Poroso Como un Medio Continuo

El medio de infiltración es discontinuo, constituido por la fase sólida [Municio, 1997, página 30] y los huecos dejados entre las mismas a través de los cuales se produce la circulación del agua, éste medio de infiltración será tratado como un *medio continuo*, y que se denominará en lo sucesivo *medio poroso*. Son por los *capilares, poros o fisuras* del suelo que fluye el agua infiltrada; y en relación a este fenómeno es posible encontrar bibliografía específica como *Flujo de fluido en medio poroso* o *fluid flow in porous media* en el idioma inglés.

Para que el medio de infiltración pueda considerarse *medio poroso*, debe cumplir las siguientes condiciones:

- Es una parte del espacio ocupado por materia heterogénea o multifase, siendo al menos una de las fases no sólida. La fase sólida se denominada *matriz sólida* y el espacio que no forma parte de ésta constituye el espacio de vacíos
- La matriz sólida debe estar constituida en el medio poroso y presente en cada *volumen elemental representativo*. La superficie específica de matriz sólida debe ser relativamente elevada y las aberturas que constituyen el espacio de vacíos debe ser relativamente estrecha
- Algunos de los poros que constituyen el *espacio de vacíos* deben estar interconectados; los poros interconectados que permiten la circulación del agua a través de ellos constituyen el espacio de vacíos

Otra consideración para considerar un medio poroso como un medio continuo, es dejar los detalles del proceso de infiltración a nivel microscópico y observarlo desde el nivel macroscópico, además, el Volumen Total Representativo debe contener las tres fases de las que se compone el suelo, mostrada en la Figura 3.2.

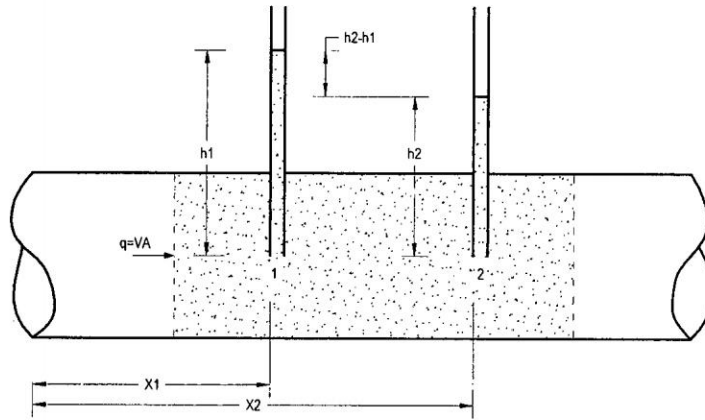


Figura 3.3: Ley de Bernoulli aplicado al flujo de agua en medio poroso

3.2. Flujo de Fluidos en Medios Porosos

Al plantear las ecuaciones que rigen el *Flujo de Fluidos en Medio Poroso*, se tiene en consideración: el principio de la conservación de la energía para definir la presión de poros existente en cada punto del dominio de infiltración, la resistencia natural del suelo al flujo del agua establecida por la *Ley de Darcy* en condiciones de flujo saturado y el principio de la continuidad o conservación de masa.

3.2.1. Conservación de Energía

La *Ley de Bernoulli* acondicionado para flujo de agua en medio poroso [Massey and Ward-Smith, 2006], deriva de la ecuación general de conservación de energía, desde la Figura 3.3, queda establecida la siguiente relación.

$$\Delta h = h_1 - h_2 \quad (3.3)$$

La energía total en cada punto, h_1 y h_2 está establecido por:

- **Carga de posición z :** es la altura topográfica, generalmente medido en metros sobre el nivel del mar, desde el nivel de referencia hasta el punto de contacto de agua y el suelo
- **Carga de presión P/γ :** es la altura de agua existente sobre el suelo

- **Carga de velocidad $V^2/2g$:** energía generado por la velocidad del flujo de agua en el suelo

Reemplazando los tres términos en la Ecuación 3.3, se obtiene:

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + \Delta h \quad (3.4)$$

Estudios realizados al respecto de la velocidad de infiltración en medios porosos establecen que ésta es muy pequeña, más aún, en la Ecuación 3.4 todavía se encuentra elevado a una potencia que hace que disminuya este valor, razón por la cual el término $V^2/2g$ se considera cero, finalmente la relación es:

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \Delta h \quad (3.5)$$

3.2.1.1. Altura Piezométrica

Altura piezométrica se le denomina a la relación $z + \frac{P}{\gamma}$, donde los términos z y P representan a la cota piezométrica y altura de agua respectivamente. Quedará representado por h .

$$h = z + \frac{P}{\gamma} \quad (3.6)$$

3.2.1.2. Gradiente Hidráulico

Es la relación de una variación diferencial de la altura piezométrica h , dh y la variación diferencial en la dirección x , dx . Desde la Figura 3.3 la relación entre dh y dx representa el gradiente hidráulico para el flujo de agua en medio poroso, el gradiente hidráulico para las direcciones x , y , z son: $i_x = \frac{dh}{dx}$, $i_y = \frac{dh}{dy}$, $i_z = \frac{dh}{dz}$ y en general representada por la Ecuación 3.7.

$$i = \frac{\partial h}{\partial s} \quad (3.7)$$

Donde h representa la diferencia de energía total entre dos puntos comparados ($h_{inicial} - h_{final}$) y s es el dominio, direcciones x,y,z .

3.2.2. Ley de Darcy

Antes de definir la *Ley de Darcy*, es necesario conocer la definición del flujo unitario o caudal específico. Si consideramos una sección de un medio poroso, de área total A_t y área de huecos o área de los poros A_h , es posible calcular el caudal Q de agua que circula a través de dicha sección, como.

$$Q = V_{md} * A_h = V_{md} * n * A_t \quad (3.8)$$

Siendo V_{md} la componente del vector velocidad en la dirección normal al plano de la sección considerada. El caudal que circula por unidad de área total del medio poroso, denominado caudal específico q , es:

$$q = \frac{Q}{A_t} = V_{md} * \frac{A_h}{A_t} = V_{md} * n \quad (3.9)$$

Siendo n el índice de poros. *Henri Darcy*, tras una serie de experimentos con columnas de arena [Carpena and Rodríguez, 2005, página 145], estableció en 1856 que el flujo del agua a través de un medio poroso saturado, como en medios de columnas de arena, es análogo al flujo en una tubería. La relación encontrada en sus experimentos fue que el flujo unitario ($q = Q/A$, de igual manera conocido por densidad de flujo) a través de la columna de arena saturada (todos sus poros llenos de agua) de sección A , Figura 3.4, era directamente proporcional a la diferencia entre las alturas de los depósitos de alimentación y recogida del agua Δh e inversamente proporcional a la longitud L de la columna.

La relación entre las variables observadas se conoce como la *Ley de Darcy* y es la ecuación fundamental en medio saturado.

$$q = \frac{V}{tA} = K_s * \frac{H_1 - H_2}{L} = -K_s * \frac{H_2 - H_1}{x_2 - x_1} = -K_s \frac{\Delta h}{L} \quad (3.10)$$

Generalizando:

$$q = -K_s \frac{\partial h}{\partial s} \quad (3.11)$$

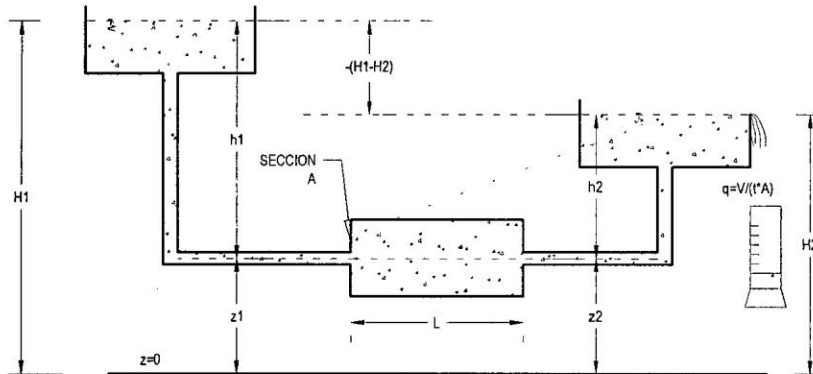


Figura 3.4: Experimento de Darcy de flujo en una columna saturada horizontal, adaptado de [Carpena and Rodríguez, 2005, página 145]

Donde K_s es la conductividad hidráulica, s es el medio donde se produce el fenómeno, h representa la diferencia de energía total, entre el punto de inicio y el punto final. El flujo unitario q se conoce también con el nombre de *velocidad de Darcy* y tienen unidades de velocidad. La ley es una relación para cuantificar la energía (diferencias de potenciales entre depósitos) que se requiere para mover agua a través del medio poroso. La energía se disipa a causa de la fricción entre el agua que se mueve y las paredes de los poros. La Ecuación 3.11 muestra la generalización de la Ley de Darcy, donde la constante K_s se denomina *conductividad hidráulica saturada* y tiene unidades de velocidad, su valor depende del tamaño de las partículas y de los poros del suelo y de la temperatura del fluido que fluye, es posible considerar la conductividad hidráulica K_s para las tres direcciones del espacio (x,y,z).

$$K_s = K = \begin{pmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_z \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

El valor de K_s dependerá de las propiedades del suelo, por ejemplo se considera constante en todas las direcciones cuando el medio es isótropo y homogéneo.

- **Medio homogéneo:** un medio homogéneo tiene las mismas propiedades en todos los puntos

- **Medio Isótropo:** un medio isótropo tiene las mismas propiedades en todas las direcciones

Cuando el medio no es considerado isótropo tampoco homogéneo, K_s varías de acuerdo a alguna función para cada una de las direcciones x,y,z. Si se expresa la Ecuación 3.11 para un medio no isótropo ni homogéneo, en las tres direcciones, se tiene:

$$q = \begin{pmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial h}{\partial x} \\ \frac{\partial h}{\partial y} \\ \frac{\partial h}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

El operador nabra ∇ para el sistema de coordenadas cartesianas está definido mediante:

$$\nabla = \hat{x} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{y} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{z} \frac{\partial}{\partial z} = \begin{pmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix}$$

Expresando en función del operador nabra y reemplazando las Ecuaciones 3.7 y 3.12 en la Ecuación 3.13 se obtiene la ecuación que rige la Ley de Darcy para flujo saturado.

$$q = K \nabla i \quad (3.14)$$

3.2.3. Principio de Continuidad

Se considera un elemento de suelo [Lambe and Whitman, 1969, página 274] mostrado en la Figura 3.5, el punto de entrada del flujo se corresponde con el punto x, y, z y el punto de salida del flujo se encuentra a una distancia dx, dy y dz para las tres direcciones x, y, z , respectivamente; distinguimos el gasto o caudal en el punto de inicio mediante q_i , con $i = x, y, z$ y el gasto de salida desde el elemento diferencial mediante q_s , siendo $s = x, y, z$, y además, teniendo en cuenta que por definición el caudal para una determinada sección es igual a su área transversal multiplicada por la velocidad en dicho punto, es posible plantear las relaciones fundamentales, para cada una de las direcciones consideradas. Iniciando con el flujo en la dirección x , el caudal que ingresa al elemento diferencial queda representado mediante $q_{x_i} = v_x dydz$, siendo v_x el componente de la velocidad en la dirección x y $dydz$ es la superficie del elemento diferencial perpendicular a v_x ; el caudal de salida en la misma dirección, se representará a una distancia dx respecto al punto x y está dado mediante $q_{x_s} = \left(v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x} dx \right) dydz$, luego, el gasto neto que entra en el elemento debido al flujo en la dirección x es dq_x y está dado mediante $dq_x = q_{x_s} - q_{x_i}$, reemplazando se obtiene $dq_x = \left(v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x} dx \right) dydz - v_x dydz$, simplificando, finalmente queda la siguiente relación: $dq_x = \frac{\partial v_x}{\partial x} dx dydz$; dado que v_x en medios porosos está expresado por la velocidad de darcy, la variación del caudal en esta dirección tomando en cuenta k_x constante en esta dirección, queda: $dq_x = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) dx dydz$, realizando los mismos pasos [Aysen, 2002, página 100] para cada una de las otras dos direcciones, se obtiene la relación de la variación del caudal en cada una de las direcciones para el elemento diferencial, las mismas que están representadas mediante:

$$dq_x = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) dx dydz$$

$$dq_y = \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) dx dydz$$

$$dq_z = \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) dx dydz$$

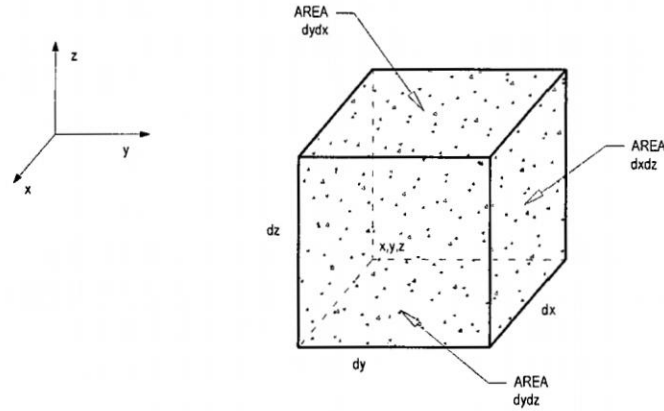


Figura 3.5: Flujo a través de un elemento de suelo

El flujo total está dado mediante [Lambe, 2004, página 291]: $dq = dq_x + dq_y + dq_z$ y reemplazando cada una de las expresiones se obtiene.

$$dq = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) dx dy dz + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) dx dy dz + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) dx dy dz$$

3.3. Deducción de la Ecuación Gobernante

Por otra parte, el volumen de agua en el elemento diferencial es(siendo S el grado de saturación y e la relación de vacíos) :

$$V_w = \frac{Se}{1+e} dx dy dz$$

y la velocidad de variación del volumen de agua es:

$$dq = \frac{\partial V_w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{Se}{1+e} dx dy dz \right)$$

Como $\frac{dx dy dz}{1+e}$ es igual al volumen de las partículas sólidas en el elemento y es una constante, entonces:

$$dq = \frac{dx dy dz}{1+e} \frac{\partial Se}{\partial t}$$

Igualando las dos expresiones dq se obtiene

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) dx dy dz + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) dx dy dz + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) dx dy dz = \frac{dx dy dz}{1+e} \frac{\partial S e}{\partial t}$$

que se reduce a

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = \frac{1}{1+e} \left(e \frac{\partial S}{\partial t} + S \frac{\partial e}{\partial t} \right) \quad (3.15)$$

La Ecuación 3.15 es la básica del flujo laminar en el suelo, considerando k_x , k_y y k_z constante para cada una de las direcciones x , y y z respectivamente. Es posible considerar la existencia de una fuente o sumidero en la formulación del flujo en medio poroso [Chaves and Dominguez, 2010, página 328], considerando este fenómeno la ecuación gobernante es la siguiente:

$$Q + \frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = \frac{1}{1+e} \left(e \frac{\partial S}{\partial t} + S \frac{\partial e}{\partial t} \right) \quad (3.16)$$

Donde Q , en este caso, es el volumen de agua generado por unidad de área. El volumen de agua se considera positivo si se trata de una fuente o negativo si se trata de un sumidero u extracción de agua.

Ordenando matricialmente la ecuación 3.16, se tiene:

$$Q + \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K_x & 0 & 0 \\ 0 & K_y & 0 \\ 0 & 0 & K_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial h}{\partial x} \\ \frac{\partial h}{\partial y} \\ \frac{\partial h}{\partial z} \end{pmatrix} = \frac{1}{1+e} \left(e \frac{\partial S}{\partial t} + S \frac{\partial e}{\partial t} \right)$$

Introduciendo el operador nabla ∇ :

$$Q + \nabla^T K \nabla h = \frac{1}{1+e} \left(e \frac{\partial S}{\partial t} + S \frac{\partial e}{\partial t} \right) \quad (3.17)$$

La ecuación 3.17 gobierna el flujo del agua en medio poroso en su representación general, deducido para condiciones de flujo transitorio o no estacionario, en un suelo o dominio de infiltración heterogéneo, anisotrópico y considerando el flujo en el espacio tridimensional.

Particularizando la Ecuación 3.17 para el caso de flujo en medios permeables, considerando flujo estacionario (que no depende del tiempo), tenemos:

$$Q + \nabla^T K \nabla h = 0 \quad (3.18)$$

$$Q + \frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = 0 \quad (3.19)$$

Además, si el material es isótropo, $K = k_x = k_y = k_z$, la Ecuación 3.18 se convierte en la *Ecuación de Poisson*.

$$Q + K \nabla^2 h = 0 \quad (3.20)$$

$$Q + k \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) = 0 \quad (3.21)$$

Mientras que si además, no existen fuentes (aportaciones de fluido) ni sumideros (extracción de caudal, bombeo) de fluido, la Ecuación 3.20 se transforma en la conocida *Ecuación de Laplace*.

$$K \nabla^2 h = 0 \quad (3.22)$$

$$k \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) = 0 \quad (3.23)$$

Por último, si se desea analizar el flujo en medio poroso en una, dos o tres dimensiones, simplemente considerar las direcciones requeridas. En la presente investigación se analizará el flujo en medio poroso considerando flujo laminar, en condición estacionario, se considerará la Ecuación 3.19, para su resolución aproximada mediante el método de los elementos finitos.

Capítulo 4

Resolución Numérica

4.1. Fundamentos Matemáticos Del Método de los Elementos Finitos

El Método de los Elementos Finitos (MEF) puede entenderse como un procedimiento para resolver numéricamente problemas planteados mediante ecuaciones diferenciales. La forma más elegante [Beltrán, 1999, página 8] de explicar los fundamentos matemáticos del *método de los elementos finitos* parte de la *Teoría de Espacios Normados* y utiliza los conceptos del *Análisis Funcional*.

Desde el punto de vista matemático, disponemos de tres alternativas [Beltrán, 1999, página 19] para entender el Método de los Elementos Finitos:

1. Por un lado, el MEF puede considerarse como un procedimiento de *Residuos Ponderados de tipo Galerkin*
2. Puede ser entendido como un medio de obtener una solución aproximada a un problema de campo formulado de manera débil
3. El MEF puede también interpretarse como un caso de aplicación del método de Ritz, es decir, como una forma aproximada de obtener la solución de problemas de campo que responden a un principio variacional

Sin embargo, no se debe perder de vista que la sistemática del MEF, fue previa a sus interpretaciones o justificaciones matemáticas.

4.1.1. El Método de los Residuos Ponderados

En la década de los cincuenta surge el método clásico de los residuos ponderados (pero anterior al MEF). En este método la ecuación original que se desea resolver de manera aproximada no se toma tal cual es, sino que se multiplica por alguna función de ponderación y se integra. A los efectos de la ponderación se puede tomar cualquier conjunto de funciones dadas globalmente, en el sentido de que se extienden a todo el dominio donde se busca la solución aproximada. Esto constituye el mayor defecto de este método.

Fue por eso que al método de los residuos ponderados se le hizo algunas modificaciones esenciales con relación a su forma original, que condujeron a la creación del método de los elementos finitos, en el cual las funciones de ponderación están definidas de forma local, es decir, en subdominios del dominio general.

Consideremos la ecuación diferencial:

$$Lu - f = 0 \quad \text{en } \Omega \quad (4.1)$$

Sujeta a condiciones de contorno sobre la frontera $\partial\Omega$ de la forma:

$$Mu - g = 0 \quad \text{en } \Omega \quad (4.2)$$

Siendo L y M operadores diferenciales. Reemplazando la solución exacta $u(x)$ por una solución aproximada $u_A(x)$ se genera un residuo R_Ω en el dominio y un residuo $R_{\partial\Omega}$ en el contorno, esto es:

$$\begin{aligned} R_\Omega(u_A) &= Lu_A - F \neq 0 \quad \text{en } \Omega \\ R_{\partial\Omega}(u_A) &= Mu_A - g \neq 0 \quad \text{en } \partial\Omega \end{aligned}$$

En el método de los residuos ponderados la idea central consiste en buscar una aproximación $u_A(x)$ de la solución $u(x)$ de la forma

$$u_A(x) = \varphi_0(x) + \sum_{i=1}^n a_i \varphi_i(x) \quad (4.3)$$

Los a_i son parámetros a determinar imponiendo las n condiciones:

$$\int_{\Omega} \psi_i R_{\Omega}(u_A) d\Omega + \int_{\partial\Omega} \psi_i R_{\partial\Omega}(u_A) ds = 0 \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (4.4)$$

Donde los ψ_i son llamadas *funciones de ponderación o de peso*. En otras palabras, se busca que el residuo ponderado por estas funciones sea igual a cero en algún sentido integral o lo que es lo mismo:

$$\int_{\Omega} Lu_A \psi_i d\Omega + \int_{\partial\Omega} (Mu_A - g) \psi_i ds = \int_{\Omega} F \psi_i d\Omega \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.5)$$

$$\int_{\Omega} Lu_A \psi_i d\Omega = \int_{\partial\Omega} (g - M\varphi_0) \psi_i ds + \int_{\Omega} F \psi_i d\Omega \quad (4.6)$$

El sistema de n ecuaciones con n incógnitas a_i puede ser resuelto si las funciones φ_i y los pesos ψ_i son linealmente independientes.

Desde el punto de vista de la ponderación, casi es posible utilizar cualquier conjunto de funciones linealmente independientes $\psi_i (i = 1, 2, \dots, n)$, dando un nombre diferente a cada método de acuerdo con la función escogida.

Las funciones más frecuentemente utilizadas se indica a continuación:

- El método por colocación por puntos
- El método por colocación por sub dominios
- El método de los mínimos cuadrados
- El método de Galerkin (Bubnov - Galerkin)

4.1.1.1. El Método de Galerkin (Bubnov - Galerkin)

En este caso, las funciones de ponderación (test) ψ_i se toman iguales a las funciones de prueba (funciones bases) φ_i . De esta manera se obtiene:

$$\int_{\Omega} R_{\Omega}(u_A)\varphi_i(x)d\Omega + \int_{\partial\Omega} R_{\partial\Omega}(u_A)\varphi_i(x)d\Omega = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n$$

es decir, el sistema de ecuaciones:

$$\int_{\Omega} R_{\Omega} \left[\varphi_0 + \sum_{j=1}^n a_j \varphi_j(x) \right] \varphi_i(x) d\Omega + \int_{\partial\Omega} R_{\partial\Omega} \left[\varphi_0 + \sum_{j=1}^n a_j \varphi_j(x) \right] \varphi_i(x) d\Omega = 0$$

Con $i = 1, 2, \dots, n$. El ingeniero ruso *B. G. Galerkin* introdujo su método en 1915, pero esencialmente el mismo concepto fue introducido por Bubnov en 1913. Es por eso que algunos autores, se refieren a este esquema como el método de Bubnov-Galerkin. Este método, es actualmente un caso especial del enfoque más general llamado el *método de los residuos ponderados*.

4.1.2. Métodos Variaciones

El planteamiento de las ecuaciones de equilibrio de una estructura puede realizarse no solo por medio de la aplicación directa de las ecuaciones de equilibrio, una vía más expedita la proveen los llamados métodos variacionales [Chen, 2005, página 26] que, como se verá a continuación, tienen la ventaja de no requerir la partición de la estructura ni la formulación de ecuaciones de equilibrio de cuerpo libre. Por este motivo son de gran utilidad en la deducción de ecuaciones de estructuras complejas, como las discretizadas por el método de elementos finitos. A continuación se estudian dos principios variacionales: el de la energía potencial mínima y el trabajo virtual. El primero es válido sólo para el caso de estructuras lineales, mientras que el segundo es de validez general para sólidos con comportamiento lineal o no lineal.

4.1.2.1. Notación Variacional

El cálculo variacional es una rama de la matemática que busca la solución de los llamados problemas extremales, esto es, la búsqueda de puntos donde una función tiene una variación nula. Estos puntos pueden corresponder a tres clase de valores de la función: máximos, mínimos o puntos de ensilladura. Los primeros corresponden a valores de la función para los cuales, tanto la derecha como a la izquierda del punto de función presenta descenso; los segundos a lo contrario y los terceros a valores para los cuales se presenta descenso de la función por un lado y ascenso por el otro. Se dice que la función en el punto de valor nulo presenta un valor estacionario. Por tanto, el cálculo variacional (llamado también extremal o de valores extremos) consiste tanto en la búsqueda de los valores de las variables independientes asociados al valor estacionario de una función como al cálculo de este valor mismo.

Consideremos una función de variables independientes u_1, u_2, \dots, u_n . Se define la variación de la función $f(u_1, u_2, \dots, u_n)$ en un punto como un cambio posible o virtual de función que no es consecuencia cambio real en las variables independientes. Por ello se adopta la notación δf para significar que el cambio en la función no es real sino virtual y con ella la distingue del diferencial df . Esto quiere decir que, mientras el diferencial de una función df es el resultado de un cambio real en los valores de las variables independientes du_1, du_2, \dots, du_n , la variación de la función δf surge de un experimento matemático en que se varían artificialmente los valores de las variables independientes en las cantidades $\delta u_1, \delta u_2, \dots, \delta u_n$. Aunque el cálculo de ambas cantidades es similar:

$$df = \frac{\partial f}{\partial u_1} du_1 + \frac{\partial f}{\partial u_2} du_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial u_n} du_n$$

$$\delta f = \frac{\partial f}{\partial u_1} \delta u_1 + \frac{\partial f}{\partial u_2} \delta u_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial u_n} \delta u_n$$

Su interpretación es totalmente distinta, de acuerdo con lo dicho anteriormente.

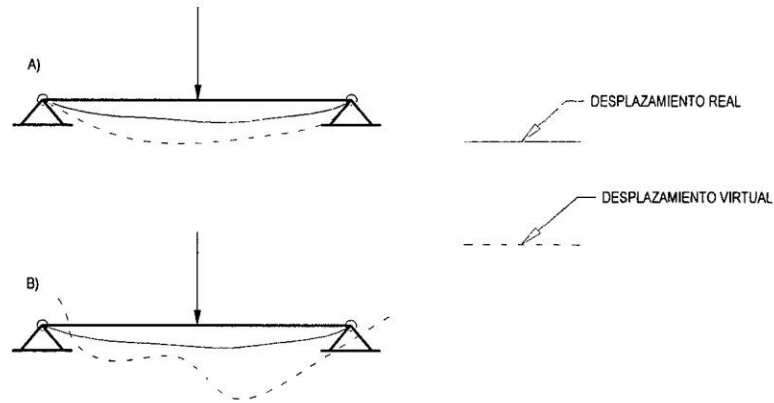


Figura 4.1: Desplazamientos virtuales. a)- compatibles con las condiciones de apoyo. b)- incompatibles con las condiciones de apoyo

4.1.2.2. Principio de la Energía Potencial Mínima

El principio de la Energía Potencial Mínima, establece: *De todas las posibles configuraciones compatibles de la estructura deformada, la correcta es aquella que hace estacionaria la energía potencial. Si el valor estacionario es un mínimo, entonces la estructura es estable. Si es un máximo, la estructura es inestable.*

Se comprende que este principio se plantee matemáticamente [Oñate, 2009, página 25] en términos del cálculo variacional, pues las diversas configuraciones posibles que me mencionan en el principio no son otra cosa que experimentos matemáticos virtuales que no aplican cambios en la energía potencial real de la estructura, la cual sólo es función de los desplazamientos reales que sufra. Por otra parte, la Figura 4.1 ilustra lo que se entiende por configuración de deformación compatible.

En general, una configuración compatible es la que preserva las condiciones de apoyo de la estructura y no presenta discontinuidades ni interrupciones. Como la energía potencial es función de los desplazamientos u_1, u_2, \dots, u_n , se tiene que éstos pueden obtenerse a partir de la ecuación:

$$\delta P = \frac{\partial P}{\partial u_1} \delta u_1 + \frac{\partial P}{\partial u_2} \delta u_2 + \dots + \frac{\partial P}{\partial u_n} \delta u_n = 0$$

La energía potencial como tal se define como la suma de la energía de deformación, que es la energía almacenada en los elementos estructurales deformados P_i , más la energía de las cargas externas P_e :

$$P = P_i + P_e$$

La validez del principio está limitada al caso de estructuras lineales, es decir, a aquellas para las cuales es válida la ley de Hooke sobre proporcionalidad entre tensiones y deformaciones.

4.1.2.3. Principio del trabajo Virtual

De manera semejante al principio de la energía potencial mínima, el principio del trabajo virtual se formula en términos variacionales. Sin embargo, su rango de aplicación es mayor, ya que es válido tanto para estructuras con comportamiento lineal como no lineal. El principio establece: *Si se somete un cuerpo deformable a desplazamientos virtuales arbitrarios compatibles, el trabajo de las fuerzas externas realizadas a través de tales desplazamientos es igual al trabajo de las tensiones internas a través de las deformaciones virtuales que ellos impliquen.*

Dado un sólido deformable [Zienkiewicz and Taylor, 2000, página 53] impedido hacer movimientos de sólido rígido, es decir, con un número de grados de libertad no positivo, el principio de los trabajos virtuales establece que si inventamos un campo de desplazamientos $u(x)$, llamado campo de desplazamientos virtual, compatible con los enlaces existentes que impiden el movimiento de sólido rígido se cumplirá que el trabajo virtual externo W_e y el trabajo virtual interno W_i serán iguales:

$$W_e = \sum_{i=1}^n F_i \delta i = W_i = \int_V \left(\sum_{i,j} \sigma_{i,j} \varepsilon_{i,j} \right) dV$$

Donde las deformaciones ε y tensiones σ en la ecuación anterior deben calcularse a partir del campo de desplazamientos virtual:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

$$\sigma_{ij} = f(\varepsilon_{kl})$$

4.2. Implementación del Método de Elementos Finitos

Considerar el problema de encontrar una solución $h(x, z)$ de la ecuación diferencial parcial de segundo orden, la misma que fue deducido y mostrado en la ecuación 3.19, la misma que seguidamente se transcribe:

$$Q + \frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = 0$$

Considerando el análisis del fenómeno de infiltración en medios porosos en dos dimensiones, dirección x horizontal y la dirección z vertical, la ecuación gobernante queda establecida mediante la relación 4.7, desde cuya ecuación se obtendrá el potencial h para cualquier punto (x, z) que pertenezca al dominio de infiltración.

$$Q + \frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = 0 \quad (4.7)$$

La ecuación de representación general para la modelización de problemas de campo (son llamados problemas de campo: flujo en medios porosos, transmisión de calor, torsión, etc.) está gobernado por la Ecuación

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) + a_{00}h - f = 0 \quad (4.8)$$

La Ecuación 4.7, es una ecuación diferencial parcial de segundo orden, donde k_x , k_z Q son conocidos, además las condiciones de frontera son especificadas, la forma de las condiciones de frontera surgirá cuando se establezca la formulación débil del problema. Seguidamente se desarrollará el modelo del método de los elementos finitos de la Ecuación 4.7, los pasos esenciales a seguir son:

1. Discretización del dominio en un conjunto de elementos finitos
2. Obtención de la formulación débil de la ecuación diferencial
3. Obtención de las funciones de interpolación en el elemento finito
4. Desarrollar el modelo del elemento finito, usando la formulación débil
5. Ensamble de los elementos finitos para obtener el sistema global de ecuaciones algebraicas
6. Imposición de las condiciones de frontera
7. Solución de las ecuaciones
8. Post - proceso de la solución

4.2.1. Discretización del Dominio

Trabajando en el plano $x - z$ existen varias formas geométricas simples que puede usarse como elemento finito; la elección del tipo de elemento, número de elementos y la densidad de elementos, depende de la forma del dominio, el problema analizado y el grado de exactitud deseado. La densidad de elementos debe ser tal, que regiones con grandes gradientes sean modeladas adecuadamente, es decir, elementos de mayor orden o mayor número de elementos deben usarse en regiones con grandes gradientes. En la Figura 4.2 se muestra la discretización del dominio con elementos finitos triangulares y cuadriláteros.

4.2.2. Formulación Débil

Es necesario un elemento finito típico arbitrario, parte del dominio, como el elemento triangular o elemento cuadrilátero mostrado en la Figura 4.2, para aplicar la formulación débil, se denotará el dominio donde sucede el fenómeno de infiltración por Ω y el dominio para el elemento típico arbitrario queda definido mediante Ω^e . El procedimiento consiste en multiplicar a la Ecuación 4.7 por una función de peso w ,

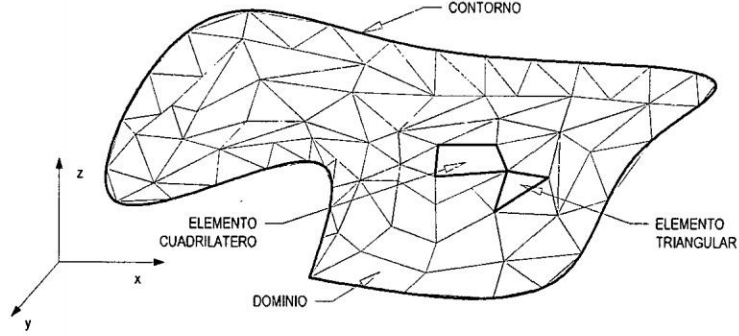


Figura 4.2: Discretización del dominio irregular en elementos finitos

la cual se asume que sea una vez diferenciable con respecto de x y z , luego integrar la ecuación resultante sobre todo el dominio del elemento Ω^e , es decir:

$$\int_{\Omega^e} w \left[-\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) + a_{00} h - f \right] dx dz = 0 \quad (4.9)$$

Haciendo $F_1 = k_x \frac{\partial h}{\partial x}$ y $F_2 = k_z \frac{\partial h}{\partial z}$, seguidamente se distribuye la diferenciación igualmente entre h y w , primero se determina las identidades.

$$\frac{\partial}{\partial x} (w F_1) = \frac{\partial w}{\partial x} F_1 + w \frac{\partial F_1}{\partial x} \quad \Leftrightarrow \quad -w \frac{\partial F_1}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} (w F_1) + \frac{\partial w}{\partial x} F_1 \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (w F_2) = \frac{\partial w}{\partial z} F_2 + w \frac{\partial F_2}{\partial z} \quad \Leftrightarrow \quad -w \frac{\partial F_2}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial z} (w F_2) + \frac{\partial w}{\partial z} F_2 \quad (4.11)$$

Luego, recordando el teorema de la divergencia, para convertir integrales de superficie en integrales de contorno

$$\int_{\Omega^e} \frac{\partial}{\partial x} (w F_1) dx dz = \oint_{\Gamma^e} w F_1 n_x ds \quad (4.12)$$

$$\int_{\Omega^e} \frac{\partial}{\partial z} (w F_2) dx dz = \oint_{\Gamma^e} w F_2 n_z ds \quad (4.13)$$

Donde n_x y n_z son los componentes - cosenos directores - de un vector unitario normal:

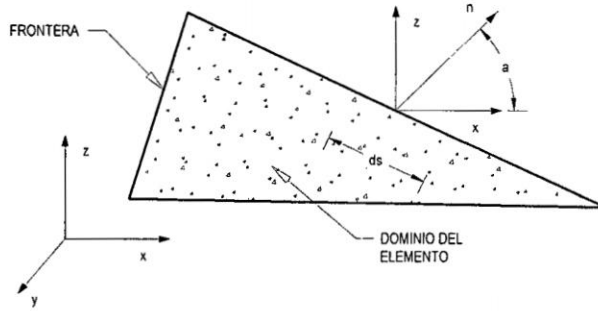


Figura 4.3: Elemento triangular, identificación del dominio del elemento y su contorno

$$\hat{n} = n_x i + n_z j = \cos\alpha i + \sin\alpha j \quad (4.14)$$

La frontera Γ^e y ds es la longitud de arco de un elemento de línea infinitesimal a lo largo de la frontera mostrado en la Figura 4.3. Usando las Ecuaciones, desde 4.10 hasta 4.13 y reemplazando en la Ecuación 4.9, se obtiene:

$$0 = \int_{\Omega^e} \left[\frac{\partial w}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial w}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) + a_{00} w h - w f \right] dx dz + \int_{\Gamma^e} w \left[n_x \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + n_z \left(k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) \right] ds \quad (4.15)$$

De la Ecuación 4.15, especificar h constituye de condición de frontera esencial, mientras que especificar el coeficiente de la función de peso constituye la frontera de condición natural.

$$q_n = n_x \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + n_z \left(k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) \quad (4.16)$$

El siguiente paso en la formulación es reemplazar La Ecuación 4.16 en la Ecuación 4.15 y se obtiene:

$$0 = \int_{\Omega^e} \left[\frac{\partial w}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial w}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) a_{00} w h - w f \right] dx dz + - \int_{\Gamma^e} w q_n ds \quad (4.17)$$

El funcional asociado a la ecuación diferencial 4.9, se obtiene y está dado por la Ecuación

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} \int_{\Omega^e} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) + a_{00} h^2 - hf \right] dx dz + \\ & - \int_{\Gamma^e} u f dx dz - \oint_{\Gamma^e} h q_n ds \end{aligned} \quad (4.18)$$

4.2.3. Modelo del Elemento finito

El potencial h es aproximada sobre un elemento típico de dominio Ω^e , mediante la expresión

$$h(x, z) = H^e(x, z) = \sum_{j=1}^n h_j^e \Psi_j^e(x, z) \quad (4.19)$$

Donde h_j^e es el valor de H^e en la j -ésimo nodo (x, z) del elemento e , y Ψ_j^e son las funciones de interpolación, con la siguiente propiedad:

$$\Psi_j^e(x_j, z_j) = \delta_{ij}$$

Sustituyendo la Ecuación 4.19 en la Ecuación que expresa la forma débil 4.17, se obtiene:

$$\begin{aligned} 0 = & \int_{\Omega^e} \left[\frac{\partial w}{\partial x} \left(k_x \sum_{j=1}^n h_j \frac{\partial \Psi_j}{\partial x} \right) + \frac{\partial w}{\partial z} \left(k_z \sum_{j=1}^n h_j \frac{\partial \Psi_j}{\partial z} \right) + a_{00} w \sum_{j=1}^n h_j \Psi_j - wf \right] dx dz \\ & - \oint_{\Gamma^e} w q_n ds \end{aligned} \quad (4.20)$$

La Ecuación 4.20 debe satisfacer para cualquier función w . Se necesita n ecuaciones algebraicas independientes para resolver en función de las n incógnitas h_1, h_2, \dots, h_n , se elige n funciones independientes para w : $\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_n$. Esta elección particular es natural cuando la función de peso es es tomada como una variación virtual, es decir $w = \delta h = \sum_{i=1}^n \delta u_i \Psi_i$, la i -ésima ecuación algebraica se obtiene sustituyendo $w = \Psi_i$ en la Ecuación 4.20

$$\begin{aligned}
0 = & \sum_{j=1}^n \left\{ \int_{\Omega^e} \left[\frac{\partial \Psi_j}{\partial x} \left(k_x \frac{\Psi_j}{\partial x} \right) + \frac{\partial \Psi_j}{\partial z} \left(k_z \frac{\Psi_j}{\partial z} \right) + a_{00} \Psi_i \Psi_j \right] dx dz \right\} h_j \\
& - \int_{\Omega^e} f \Psi_i dx dz - \oint_{\Gamma_i} \Psi_i q_n ds \quad (i = 1, 2, \dots, n)
\end{aligned} \tag{4.21}$$

o bien:

$$\sum_{j=1}^n K_{ij}^e h_j^e = f_i^e + Q_i^e \tag{4.22}$$

Donde:

$$\begin{aligned}
K_{ij}^e &= \int_{\Omega^e} \left[\frac{\partial \Psi_j}{\partial x} \left(k_x \frac{\Psi_j}{\partial x} \right) + \frac{\partial \Psi_j}{\partial z} \left(k_z \frac{\Psi_j}{\partial z} \right) + a_{00} \Psi_i \Psi_j \right] dx dz \\
f_i^e &= \int_{\Omega^e} f \Psi_i dx dz \\
Q_i^e &= \oint_{\Gamma_i} \Psi_i q_n ds
\end{aligned} \tag{4.23}$$

En forma matricial, se reduce a:

$$[K^e] \{h^e\} = \{f^e\} + \{Q^e\} \tag{4.24}$$

La Ecuación 4.24 representa el modelo de elemento finito [Carlos R. G., 2010, página 136] de la Ecuación 4.8

4.2.4. Funciones de Interpolación

La aproximación del campo potencial $H^e(x, z)$ de $h(x, z)$ sobre el dominio del elemento Ω^e debe satisfacer condiciones de acuerdo a la Ecuación 4.21, con la finalidad de garantizar convergencia de la solución aproximada a la solución real. Las condiciones que debe cumplir las funciones de interpolación son:

- H^e debe ser diferenciable, tal como requiere la ecuación 4.21, todos los términos en la representación de la forma débil deben ser valores distintos de cero

- Los polinomios usados para representar H^e deben ser completos, es decir, todos los términos comenzando con el constante hasta el de exponente mayor, deben ser incluidos en H^e
- Los términos en le polinomio deben ser linealmente independientes

Analizando los elementos de la Ecuación 4.23 y teniendo en cuenta que ningún componente debe anularse (todos los componentes den tomar valores distintos de cero), se observa que Ψ_i debe ser como mínimo una función lineal de x y z , el polinomio siguiente:

$$H^e(x, z) = c_1 + c_2x + c_3z \quad (4.25)$$

La Ecuación 4.25 contiene tres términos linealmente independientes y además es lineal en x y z . Es preciso escribir las constantes c_i en términos de los valores U^e , se debe identificar tres puntos o nodos en el elemento con dominio Ω^e .

Si se opta por el polinomio:

$$H^e(x, z) = c_1 + c_2x + c_3z + c_4xz \quad (4.26)$$

Contiene cuatro términos independientes y es lineal en x y z con un término bilineal en x y z , para obtener las constantes c_i , con $i = 1, 2, \dots, 4$ debe ser asociado a cuatro puntos o nodos.

4.2.4.1. Elemento Triangular

Como dominio elemental Ω^e se tomará un triángulo de tres nodos, el conjunto $\{1, x, z\}$ es linealmente independiente y completo. Reescribiendo la Ecuación 4.25 para satisfacer las condiciones:

$$H^e(x_i^e, z_i^e) = h_i^e \quad (i = 1, 2, 3) \quad (4.27)$$

Donde x_i^e, z_i^e ($i = 1, 2, 3$) son las coordenadas del sistema de referencia general de los tres vértices del domino elemental Ω^e , mediante este procedimiento

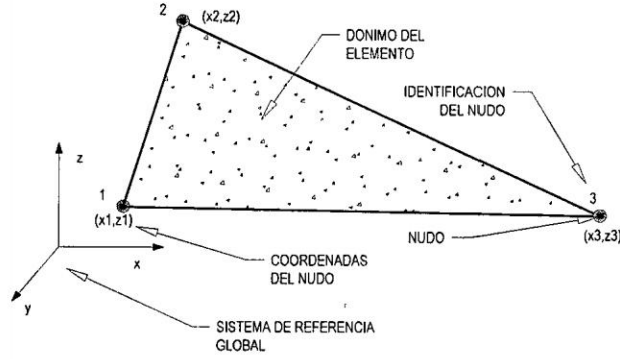


Figura 4.4: Elemento triangular de tres nodos

[Logan, 2011, página 692] se expresa las constantes c_i en términos de las variables nodales h_i^e , luego las funciones de forma para el elemento triangular lineal, mostrado en la Figura 4.4, son:

$$\Psi_i^e = \frac{1}{2A_e} (\alpha_i^e + \beta_i^e x + \gamma_i^e z) \quad (i = 1, 2, 3) \quad (4.28)$$

Donde A_e es el área del elemento triangular, $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ son constantes definidas por: $\alpha_i = x_j z_k - x_k z_j$, $\beta_i = z_i - z_k$, $\gamma_i = -(x_j - x_k)$, donde $i \neq j \neq k$ permutan en orden natural.

4.2.4.2. Elemento Rectangular

Cuando se considera una aproximación en la forma de la Ecuación 4.26, en el rectángulo elemental de lados a y b , como se muestra en la Figura 4.5. Para simplificar el cálculo, es usual elegir un sistema de coordenadas (\bar{x}, \bar{z}) , con origen en el nudo uno, de esta forma se tiene:

$$H^e(\bar{x}, \bar{z}) = c_1 + c_2 \bar{x} + c_3 \bar{z} + c_4 \bar{x} \bar{z} \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (4.29)$$

Relacionando las coordenadas de los nudos expresados en el sistema de orientación global con los potenciales en dichos nudos, se obtiene la expresión:

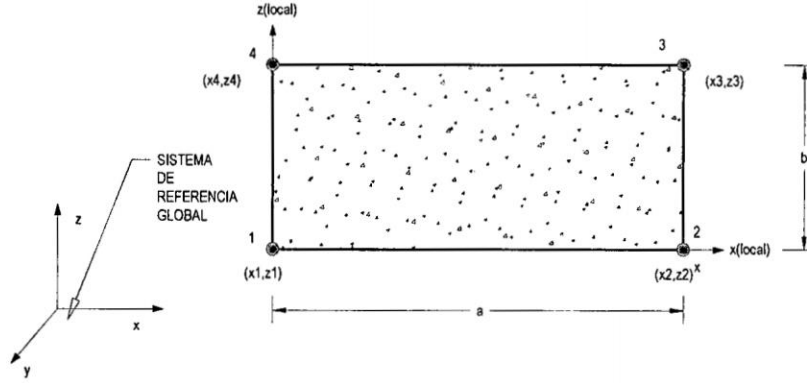


Figura 4.5: Cuadrilátero de cuatro nudos

$$H^e(\bar{x}, \bar{z}) = h_1^e \Psi_1 + h_2^e \Psi_2 + h_3^e \Psi_3 + h_4^e \Psi_4 = \sum_{i=1}^4 h_i^e \Psi_i \quad (4.30)$$

Donde:

$$\begin{aligned} \Psi_1^e &= \left(1 - \frac{\bar{x}}{a}\right) \left(1 - \frac{\bar{z}}{b}\right) & \Psi_2^e &= \frac{\bar{x}}{a} \left(1 - \frac{\bar{z}}{b}\right) \\ \Psi_3^e &= \frac{\bar{x}}{a} \frac{\bar{z}}{b} & \Psi_4^e &= \left(1 - \frac{\bar{x}}{a}\right) \frac{\bar{z}}{b} \end{aligned} \quad (4.31)$$

4.2.5. Matrices elementales y Vectores

La evaluación exacta de las matrices contenidas en la Ecuación 4.23, $[K^e]$ y $\{f^e\}$ requiere emplear técnicas de integración numérica, sin embargo, cuando k_{ij} , a_{00} y f son constantes, es posible evaluar las integrales en forma exacta, de igual manera, la la integral de contorno Q^e puede evaluarse siempre que q_n sea conocido.

Las matrices elementales [RAO, 2010, Capítulo 17] para un triángulo lineal se muestra seguidamente:

$$f_i^e = \frac{1}{3} \frac{f_e}{A_e} \quad (4.32)$$

Donde f_e es una fuente. La matriz $[K^e]$ se expresa mediante:

$$K_i^e = \frac{1}{4A_e} (k_x^e \beta_i^e \beta_j^e + k_z^e \gamma_i^e \gamma_j^e) \quad (4.33)$$

Siempre y cuando k_x , k_z y a_{00} son constantes. En la presente investigación se discretizará el dominio mediante elementos triangulares de tres nodos y las Ecuaciones 4.32 4.33 se usarán sistemáticamente.

4.2.6. Condiciones de contorno

Luego de haber evaluado $[K^e]$ y $\{f^e\}$ para cada elemento del dominio de infiltración, en concordancia de la Ecuación 4.24, se obtiene un sistema de ecuaciones lineales simultáneas, donde los valores por encontrar son las potenciales h para cada nudo considerado en el dominio de infiltración. Al resolver las ecuaciones es necesario establecer las condiciones de contorno de acuerdo al dominio de infiltración y la configuración de cada presa, las condiciones de contorno importantes [Municio, 1997, página 131] en el análisis de infiltración en medio poroso, son:

- **Problemas de frontera tipo Dirichlet:** aquél en el que se impone en valor de potencial en toda la frontera del dominio
- **Problemas de frontera tipo Neumann:** es aquel en el que se impone el valor del caudal que atraviesa la frontera en dirección normal a la misma
- **Problemas de frontera tipo Cauchy:** se impone de forma combinada el potencial y el caudal que atraviesa la frontera en dirección normal a la misma, en cada punto de la referida frontera
- **Problemas de frontera mixto:** cuando la condición de Dirichlet se aplica sobre parte de la frontera y la de Neumann sobre el resto

Capítulo 5

Desarrollo de la Aplicación

5.1. La “Receta” del Método de Elementos Finitos

La ecuación que gobierna el flujo en medios porosos está expresado mediante la relación 4.7, lo que seguidamente se reescribe:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = 0$$

El modelo para la solución de la Ecuación 4.7 usando el *Método de los Elementos Finitos* está expresado mediante la Ecuación 4.24, de igual manera, se reescribe nuevamente:

$$[K^e]\{h^e\} = \{f^e\} + \{Q^e\}$$

Donde la Ecuación 4.24 expresa un conjunto de ecuaciones lineales simultáneas, todos sus elementos son conocidos, excepto h (el potencial) que es la solución del sistema de ecuaciones. Para obtener h desde la ecuación 4.24 proceder de la siguiente manera:

1. Identificar el dominio Ω del medio poroso en que se genera la infiltración; el dominio de infiltración es la zona, el medio donde sucede el fenómeno de infiltración en el medio poroso, en las presas generalmente sucede en su cuerpo y o por debajo de su fundación dependiendo del tipo. La Figura 5.1 muestra

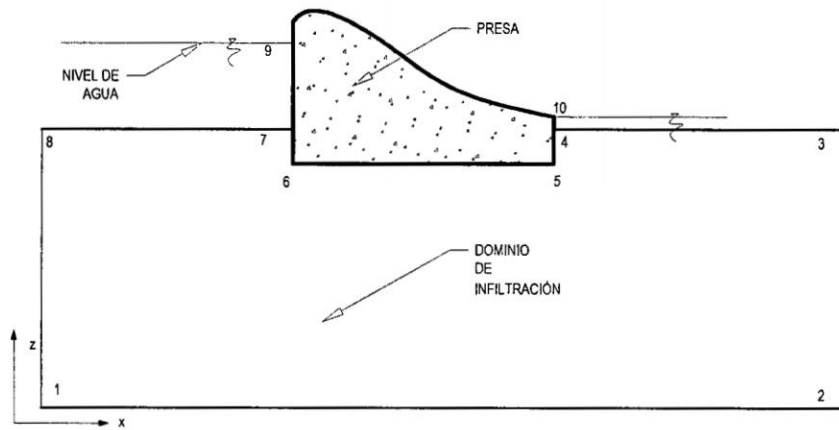


Figura 5.1: Dominio de Infiltración en una Presa de Gravedad

una sección transversal de una presa de concreto, el nivel de agua en el embalse formado por la presa está identificado por el punto 9 aguas arriba y el nivel de agua formada por la infiltración se encuentra aguas abajo hasta el nivel indicado por el punto 10, para estas condiciones el dominio de infiltración está dado por el polígono formado por los puntos 1, 2, . . . , 8; el cuerpo de la presa se considera impermeable.

2. Identificar las condiciones de contorno para el análisis de infiltración en medios porosos, en concordancia a lo descrito en la sección 4.2.6 de la página 53; teniendo en cuenta la Figura 5.1 es posible establecer regiones concretas: la región establecida por los puntos 7–8 y 3–4 se encuentran en contacto directo con el agua, por lo que desde dichas zonas se produce la infiltración, por otra parte, las región 10 – 4 – 5 – 6 – 7 – 9 es impermeable y no permite el flujo de agua a través del cuerpo de la presa.
3. Dividir el dominio de cálculo Ω en subdominios o elementos finitos, cuyo dominio de dichos elementos se identificará mediante Ω^e , tal y como muestra la Figura 5.2, donde la región de infiltración fue discretizado o dividido en elementos triangulares; los elementos o sub regiones con las que puede ser discretizado el dominio completo no se limita a elementos triangulares, pudiendo ser elementos cuadriláteros o elementos con nodos de orden superior. Una vez

haya sido discretizado el dominio de infiltración, es necesario identificar, respecto al sistema de orientación global, las coordenadas de los nudos que define cada sub dominio y debe quedar identificado de igual manera cada sub dominio, con una etiqueta única que la distinga entre todos los elementos finitos, el elemento triangular de tres nodos mostrado en la Figura 5.2 queda identificado de manera general por sus nodos i, j, k .

4. Para cada sub dominio Ω_i^e , con $i = 1, 2, 3, \dots, n$, siendo n el número de elementos en que fue dividido el dominio completo; evaluar $[K_i^e]$ y $\{f_i^e\}$. Para elementos triangulares de tres nodos, $[K_i^e]$ se obtiene mediante la Ecuación 4.33 y $\{f_i^e\}$ mediante la Ecuación 4.32, las mismas que se reescriben seguidamente:

$$f_i^e = \frac{1}{3} \frac{f_e}{A_e}$$

Donde f_e es el potencial en la región establecida.

$$K_i^e = \frac{1}{4A_e} (k_x^e \beta_i^e \beta_j^e + k_z^e \gamma_i^e \gamma_j^e)$$

Donde A_e es el área del elemento triangular Ω_i^e , $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ son constantes que dependen de las coordenadas de los nodos (x_i^e, z_i^e) expresado en el sistema de orientación global y están definidas mediante: $\alpha_i = x_j z_k - x_k z_j$, $\beta_i = z_i - z_k$, $\gamma_i = -(x_j - z_k)$, donde $i \neq j \neq k$ permutan en orden natural. Las expresiones desarrolladas para otros elementos distintos al triangular de tres nodos, se encuentran en las referencias bibliográficas.

5. La Ecuación 4.7 representa el equilibrio del problema físico, teniendo en cuenta el dominio total de infiltración, las propiedades del medio poroso y la existencia natural de las condiciones de contorno. Por esta razón, luego de evaluar las expresiones $[K_i^e]$ y $\{f_i^e\}$ para cada elemento es conveniente ensamblarla en una sola teniendo en cuenta los grados de libertad, que en este caso coincide con la identificación sistemática de los nodos, en este caso, se dispone de n elementos triangulares y m nodos, cada elemento y cada nodo dispone de una identificación única en el sistema discretizado, de manera natural elementos

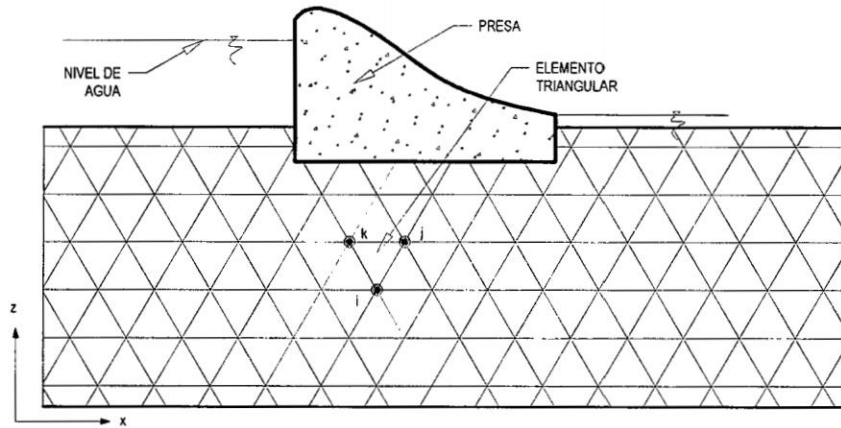


Figura 5.2: Discretización del Dominio de infiltración con elementos triangulares de tres nodos

adyacentes disponen de nodos comunes. Finalmente el orden de la matriz K (llamada matriz de rigidez del sistema) ensamblada será un valor igual al número de nodos existentes en el dominio de infiltración, mientras $\{f\}$ será un vector con m elementos que coincide con el número de nodos del sistema discretizado.

6. Finalmente se llega al sistema de ecuaciones lineales simultáneas:

$$[K]\{h\} = \{f\}$$

Su solución permite determinar el potencial h para todos los nodos del sistema discretizado, o que es lo mismo, el número de componentes de h es el número total de grados de libertad del problema.

7. Del sistema de ecuaciones definida mediante $[K]\{h\} = \{f\}$ son conocidos ciertos valores h definidas por la condición de contorno, en aquellas regiones donde el medio poroso o dominio de infiltración está en contacto directo con el agua, por tanto el potencial es conocido; entonces se dispone de un sistema de ecuaciones lineales simultáneas en que el número de incógnitas h es menor al número de ecuaciones disponibles y para ésta solución se requiere técnicas especiales.

5.2. Cálculo por el Método de Elementos Finitos: Datos, Análisis y Resultados

5.2.1. Datos

Los datos básicos requerido para llevar a cabo un cálculo por el Método de Elemento Finitos son los siguientes

5.2.1.1. Definición de la Geometría del Dominio de Cálculo

Dependerá de las condiciones particulares del tipo de suelo y el tipo de la presa en que se desee analizar el proceso de infiltración, para la presa mostrada en la Figura 5.3, el dominio de cálculo está definido por el polígono formado por los puntos 4, 5, 6, 1, 2, 3, 9, 8, 7, esta identificación generalmente se realiza sobre planos conteniendo tipos de suelo, resultados de estudios geológicos regionales.

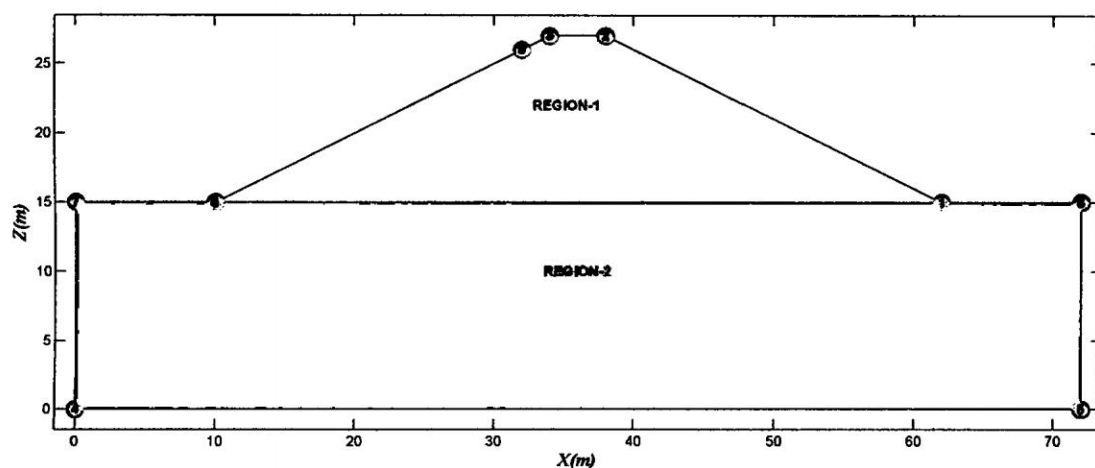


Figura 5.3: Dominio de infiltración de una presa de tierra de dos estratos - GOSEEP

5.2.1.2. Propiedades del Dominio de Cálculo

El suelo puede estar formado por distintos estratos por debajo de la base de la presa, es necesario identificarlas ya que cada tipo de suelo dispondrá de propiedades y comportamiento particulares frente a la infiltración, la propiedad más importante para el análisis de infiltración en medios porosos es su *permeabilidad*, en la presente

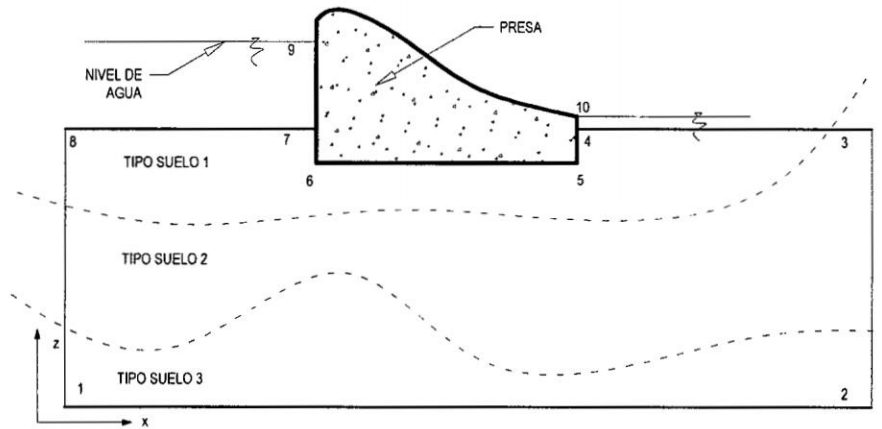


Figura 5.4: Identificación de los tipos de suelo en el dominio de infiltración

investigación se considera un suelo heterogéneo con propiedades distintas en cada dirección (k_x, k_z). La Figura 5.4 muestra la sección transversal de una presa, cuyo suelo por debajo de la presa está formado por tres estratos. Con fines de ilustración de la aplicación del modelo desarrollado se resolverá la presa de tierra de dos estratos mostrada en la Figura 5.3 y para realizar un cálculo sistemático es necesario ordenar las propiedades de cada región de acuerdo a la Tabla 5.1.

Cuadro 5.1: Propiedades del suelo

Region	K_x (m/s)	K_z (m/s)
1	0.00000115	0.00000117
2	0.00000116	0.00000118

5.2.1.3. Discretización del Dominio de Cálculo

El dominio de infiltración o el dominio de cálculo, para su solución, tal como se muestra en la Figura 5.5 es discretizado con elementos triangulares de tres nodos, en este punto es preciso identificar, asignando una etiqueta única a cada uno de los elementos y cada uno de los nodos contenidos por el medio de infiltración, además debe quedar definido el estrato que ocupa cada subdominio.

Utilizando el programa *GOSEEP*, desarrollado en el GUI de MATLAB, discretizamos el dominio del problema utilizando elementos triangulares bidimensionales (véase 5.5) de donde se obtiene las coordenadas de los nodos, conectividad de los elementos, así como los elementos y nodos de borde. El algoritmo utilizado por MATLAB, esta basado en la *Triangulación de Delaunay* y nosotros aprovechamos esta herramienta para crear un programa integrado en un solo interfaz sin utilizar el *pdetool*.

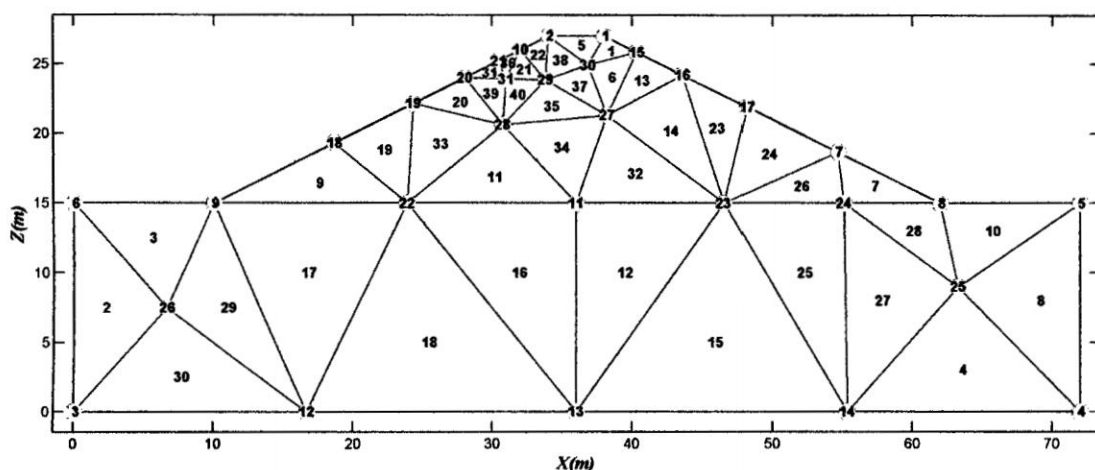


Figura 5.5: Discretización en 40 elementos y 31 nodos - GOSEEP

Para identificar los nudos se utilizarán números enteros desde 1 hasta m , con m igual al número de nudos dentro del dominio de infiltración, de acuerdo a la Tabla 5.2.

Cuadro 5.2: Identificación de las coordenadas de los nodos

Nodo	X (m)	Y (m)	Nodo	X (m)	Y (m)
1	38.0000	27.0000	17	48.19052	21.90474
2	34.0000	27.0000	18	18.66594	19.33297
3	0.0000	0.0000	19	24.32294	22.16147
4	72.0000	0.0000	20	28.01576	24.00788
5	72.0000	15.0000	21	30.42638	25.21319
6	0.0000	15.0000	22	23.90420	15.00000
7	54.6500	18.6750	23	46.56270	15.00000

Cuadro 5.2: Continuación de la tabla coordenadas de los nodos

Nodo	X (m)	Y (m)	Nodo	X (m)	Y (m)
8	62.0000	15.0000	24	55.09990	15.00000
9	10.0000	15.0000	25	63.28665	9.00000
10	32.0000	26.0000	26	6.66667	7.50000
11	36.0000	15.0000	27	38.20965	21.32508
12	16.6667	0.0000	28	30.74503	20.62899
13	36.0000	0.0000	29	33.79852	23.86315
14	55.3333	0.0000	30	36.83151	24.91855
15	40.3258	25.8371	31	30.95608	23.90709
16	43.5951	24.2024			

Para identificar los elementos, de igual manera que a los nudos, se utilizará números enteros, desde 1 hasta n , siendo n el número de elementos en que fue discretizado el dominio de infiltración, se organizará en correspondencia a la Tabla 5.3.

Cuadro 5.3: Conectividad de los elementos

Elemento	N_i	N_j	N_k	Region	Elemento	N_i	N_j	N_k	Region
1	15	1	30	1	21	29	10	31	1
2	6	3	26	2	22	2	10	29	1
3	9	6	26	2	23	17	16	23	1
4	14	4	25	2	24	7	17	23	1
5	1	2	30	1	25	23	14	24	2
6	27	15	30	1	26	7	23	24	1
7	8	7	24	1	27	24	14	25	2
8	4	5	25	2	28	8	24	25	2
9	18	9	22	1	29	12	9	26	2
10	5	8	25	2	30	3	12	26	2
11	22	11	28	1	31	21	20	31	1

Cuadro 5.3: Continuación de la tabla Conectividad de los elementos

Elemento	N_i	N_j	N_k	Region	Elemento	N_i	N_j	N_k	Region
12	11	13	23	2	32	11	23	27	1
13	16	15	27	1	33	19	22	28	1
14	23	16	27	1	34	11	27	28	1
15	13	14	23	2	35	28	27	29	1
16	13	11	22	2	36	10	21	31	1
17	9	12	22	2	37	29	27	30	1
18	12	13	22	2	38	2	29	30	1
19	19	18	22	1	39	20	28	31	1
20	20	19	28	1	40	28	29	31	1

Así, cada elemento queda identificado por su etiqueta, por los nodos que lo forma y el estrato o tipo de suelo al que pertenece.

5.2.1.4. Condiciones de Contorno

Identificar los contornos del dominio especificando que lados está en contacto directo con el agua embalsada y las regiones impermeables, teniendo en cuenta la Figura 5.6, los lados que están directamente en contacto con el agua son: 7 y 9. Es posible establecer condiciones de contorno tipo Neumann, Dirichlet, Cauchy o fronteras mixtos dependiendo de las particularidades de cada presa, Los nudos asociados a potenciales conocidos se organizarán de acuerdo a la Tabla 5.4.

A la izquierda de la Figura 5.6 se tiene una altura piezométrica constante e igual a la cota del nivel de agua en el embalse que en este caso es $H = 26m$ y es asignada a los lados 7, 9 y 4, a la derecha tenemos la cara de salida de la infiltración, *lado 6*, es decir, que por cualquier punto de este lado puede aflorar el agua como producto de la infiltración a través de la presa y para nuestro modelo *GOSEEP* se trata de una condición tipo *Dirichlet* con $H = z$. Además a la derecha tenemos una carga de potencial constante de $15m$ que se asignará a los nodos que se encuentran en los

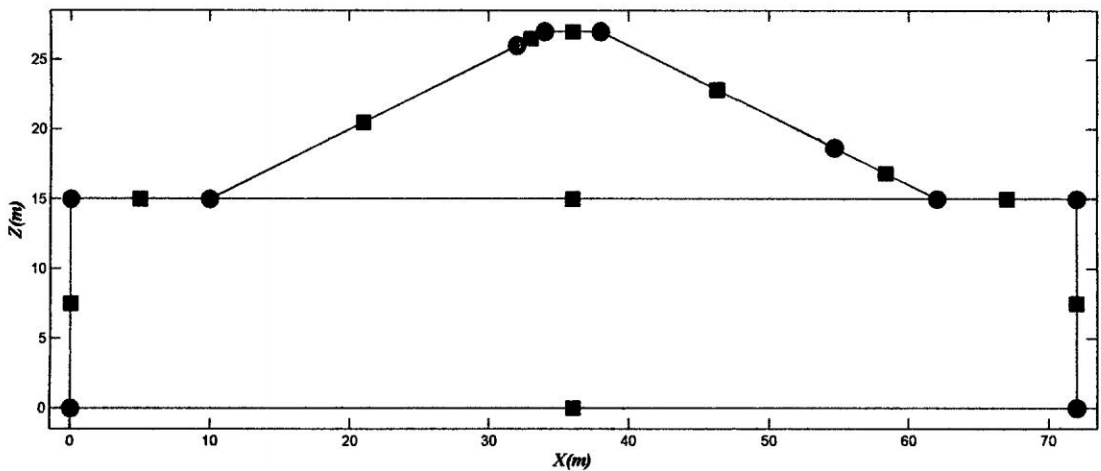


Figura 5.6: Elementos de contorno generados con - GOSEEP

lados 11 y 3.

Cuadro 5.4: Lados de contorno donde existe condiciones de borde

Lado	N_i	N_j	H_o
7	9	10	26
9	6	9	26
4	3	6	26
11	8	5	15
3	4	5	15
6	7	8	H=z

Una vez ingresado los lados de contorno donde existe condiciones de borde, el programa *GOSEEP* automáticamente asigna las cargas de potenciales a los nodos que se encuentran en este lado como se muestra en la Figura 5.7 y en el Cuadro 5.5.

En la Figura 5.7, se muestra todos los nodos de frontera seleccionados por el programa, pero cabe indicar que no todos estos nodos serán asignados con un valor conocido, dependerá de qué tipo de condiciones de borde han sido ingresados y partir de allí se ensamblará el vector de cargas, en este caso, generalmente alturas piezométricas.

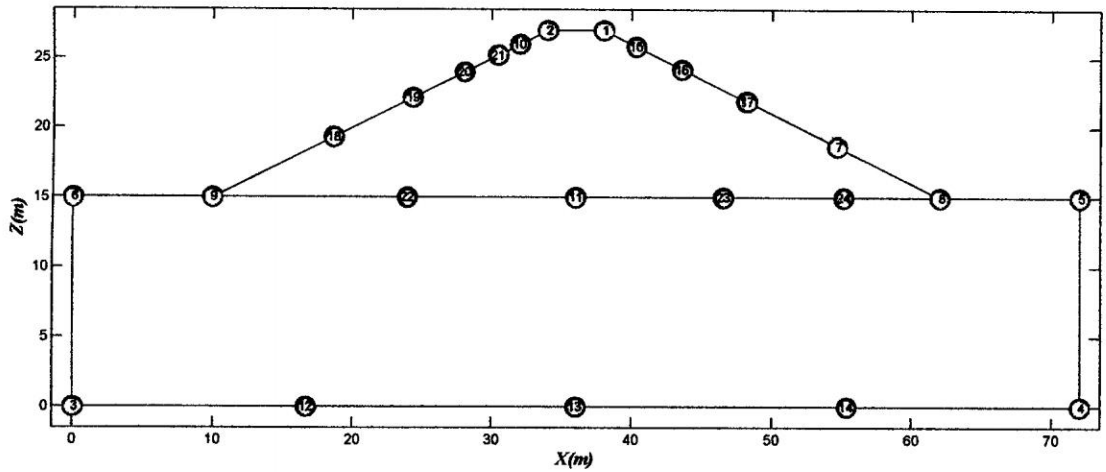


Figura 5.7: Nodos de contorno generados con - GOSEEP

Cuadro 5.5: Condiciones de borde asociados a potenciales conocidos

Nodo	Potencial H (m)
3	26
4	15
5	15
6	26
7	18.6750
8	15
9	26
10	26
18	26
19	26
20	26
21	26

5.2.1.5. Otros Datos

Los datos indicados en los items anteriores son los necesarios para el análisis de flujo de fluidos en medios porosos, en condición de flujo saturado y flujo estacionario, considerando propiedades distintas del medio de infiltración para cada dirección.

5.2.2. Resultados

Los resultados obtenidos al realizar los cálculos mediante el *Método de los Elementos Finitos*, del fenómeno de infiltración en medios porosos, son los siguientes.

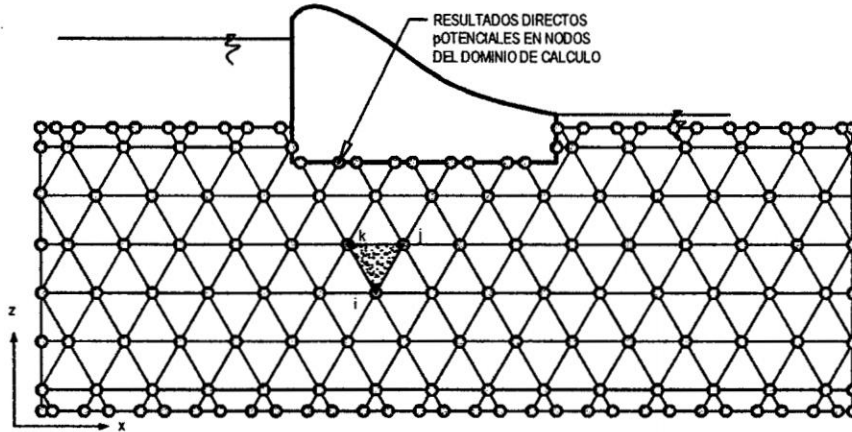


Figura 5.8: Resultados directos de la solución del sistema de ecuaciones

5.2.2.1. Variables Nodales

Al resolver el sistema de ecuaciones lineales simultáneas, representado por la ecuación $[K^e]\{h^e\} = \{f^e\} + \{Q^e\}$, se obtiene directamente los potenciales en cada punto o nodo que se encuentran dentro del dominio de cálculo y definen los subdominios, en este caso con elementos triangulares de tres nodos, Figura 5.9.

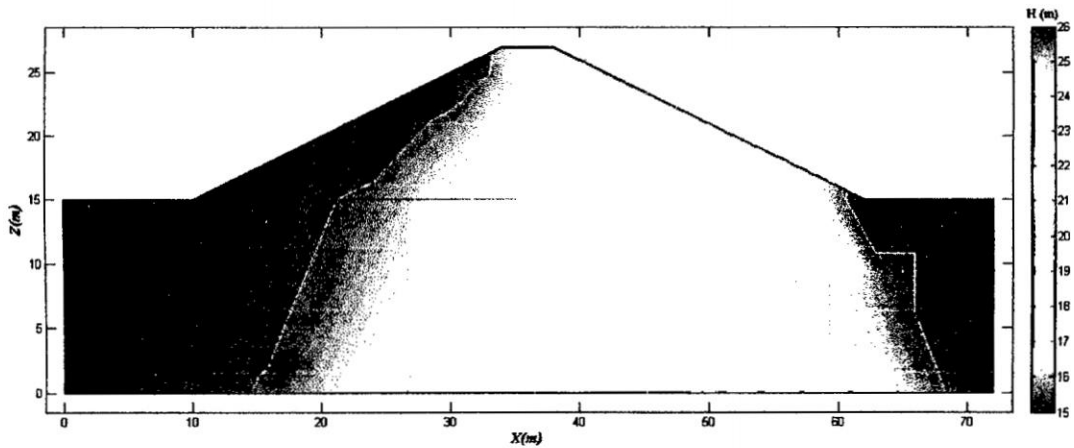


Figura 5.9: Alturas piezométricas y líneas equipotenciales - GOSEEP

Cuadro 5.6: Alturas piezométricas en los nodos

Nodo	X(m)	Z (m)	H(m)	Nodo	X(m)	Z (m)	H(m)
1	38.0000	27.0000	23.8683	17	48.1905	21.9047	20.9859
2	34.0000	27.0000	24.9137	18	18.6659	19.3330	26.0000
3	0.0000	0.0000	26.0000	19	24.3229	22.1615	26.0000
4	72.0000	0.0000	15.0000	20	28.0158	24.0079	26.0000
5	72.0000	15.0000	15.0000	21	30.4264	25.2132	26.0000
6	0.0000	15.0000	26.0000	22	23.9042	15.0000	25.1457
7	54.6500	18.6750	18.6750	23	46.5627	15.0000	20.7108
8	62.0000	15.0000	15.0000	24	55.0999	15.0000	18.1493
9	10.0000	15.0000	26.0000	25	63.2866	9.0000	15.9827
10	32.0000	26.0000	26.0000	26	6.6667	7.5000	25.8338
11	36.0000	15.0000	23.2518	27	38.2096	21.3251	23.3664
12	16.6667	0.0000	25.2102	28	30.7450	20.6290	24.9209
13	36.0000	0.0000	22.6918	29	33.7985	23.8631	24.7671
14	55.3333	0.0000	18.1076	30	36.8315	24.9185	24.0364
15	40.3258	25.8371	23.3070	31	30.9561	23.9071	25.5399
16	43.5951	24.2024	22.3753				

En todo problema cuya solución se aborde mediante el *Método de los Elementos Finitos*, la primera solución directa que se encuentra son los valores en los nodos de todos los subdominios en que es discretizado el medio continuo. Para problemas de infiltración en medios porosos el primer resultado es el potencial h , definida mediante la Ecuación 3.6.

5.2.2.2. Variables Secundarias

Desde los resultados nodales, las alturas piezométricas o potenciales H sobre cada nodo, se extienden los resultados a cada subdominio Ω_i^e , en este caso para obtener las presiones o alturas de agua, representada con P en la Ecuación 3.6, sobre cada nodo

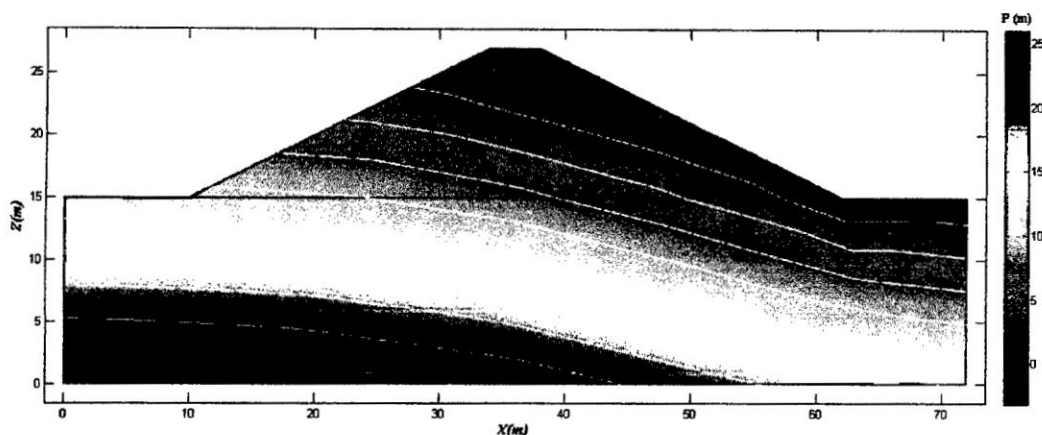


Figura 5.10: Alturas de presión - GOSEEP

del dominio de infiltración, así mismo los gradientes, las velocidades y los caudales. Para el flujo de agua en medios porosos la velocidad está dado mediante la Ley de Darcy, Ecuación 3.14 y el caudal equivalente simplemente se obtiene multiplicando directamente, a la velocidad de Darcy, por la superficie de cada sub dominio.

Cuadro 5.7: Altura de presiones

Nodo	X(m)	Z (m)	P(m)	Nodo	X(m)	Z (m)	P(m)
1	38.0000	27.0000	-3.1317	17	48.1905	21.9047	-0.9188
2	34.0000	27.0000	-2.0863	18	18.6659	19.3330	6.6670
3	0.0000	0.0000	26.0000	19	24.3229	22.1615	3.8385
4	72.0000	0.0000	15.0000	20	28.0158	24.0079	1.9921
5	72.0000	15.0000	0.0000	21	30.4264	25.2132	0.7868
6	0.0000	15.0000	11.0000	22	23.9042	15.0000	10.1457
7	54.6500	18.6750	0.0000	23	46.5627	15.0000	5.7108
8	62.0000	15.0000	0.0000	24	55.0999	15.0000	3.1493
9	10.0000	15.0000	11.0000	25	63.2866	9.0000	6.9827
10	32.0000	26.0000	0.0000	26	6.6667	7.5000	18.3338
11	36.0000	15.0000	8.2518	27	38.2096	21.3251	2.0413
12	16.6667	0.0000	25.2102	28	30.7450	20.6290	4.2919
13	36.0000	0.0000	22.6918	29	33.7985	23.8631	0.9039
14	55.3333	0.0000	18.1076	30	36.8315	24.9185	-0.8822

Cuadro 5.7: Continuación de la tabla alturas de presión

Nodo	X(m)	Z (m)	P(m)	Nodo	X(m)	Z (m)	P(m)
15	40.3258	25.8371	-2.5301	31	30.9561	23.9071	1.6328
16	43.5951	24.2024	-1.8271				

Las *velocidades de flujo y líneas de corriente*, Figura 5.11 muestra las *velocidades del flujo o infiltración* con pequeñas flechas que en tamaño varían según su valor en el elemento que representa, la dirección de estas marcan líneas de corriente del flujo.

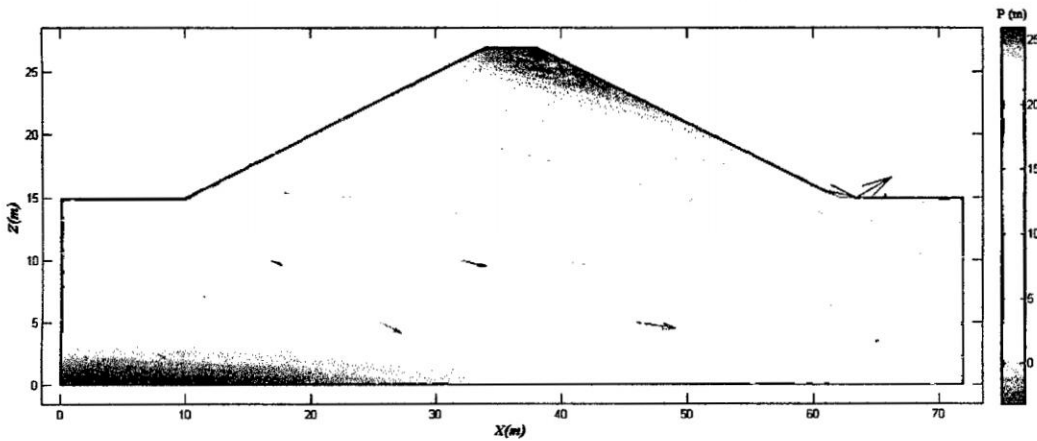


Figura 5.11: Alturas de presión y velocidades del flujo - GOSEEP

Cuadro 5.8: Gradientes y Velocidades

Elemento	N_i	N_j	N_k	Region	X_c	Z_c	$Grad_x$	$Grad_z$	$Grad$	V_x	V_z	V
1	15	1	30	1	38.3858	25.9185	-2.20E-01	4.27E-02	2.24E-01	2.53E-07	-5.00E-08	2.58E-07
2	6	3	26	2	2.2222	7.5000	-2.49E-02	0.00E+00	2.49E-02	2.89E-08	0.00E+00	2.89E-08
3	9	6	26	2	5.5556	12.5000	0.00E+00	2.22E-02	2.22E-02	0.00E+00	-2.61E-08	2.61E-08
4	14	4	25	2	63.5400	3.0000	-1.86E-01	-7.13E-02	2.00E-01	2.16E-07	8.42E-08	2.32E-07
5	1	2	30	1	36.2772	26.3062	-2.61E-01	6.60E-02	2.70E-01	3.01E-07	-7.72E-08	3.10E-07
6	27	15	30	1	38.4557	24.0269	-2.34E-01	9.67E-02	2.53E-01	2.69E-07	-1.13E-07	2.92E-07
7	8	7	24	1	57.2500	16.2250	-4.56E-01	8.72E-02	4.65E-01	5.25E-07	-1.02E-07	5.35E-07
8	4	5	25	2	69.0955	8.0000	-1.13E-01	0.00E+00	1.13E-01	1.31E-07	0.00E+00	1.31E-07
9	18	9	22	1	17.5234	16.4443	-6.14E-02	1.23E-01	1.37E-01	7.07E-08	-1.44E-07	1.60E-07
10	5	8	25	2	65.7622	13.0000	0.00E+00	-1.64E-01	1.64E-01	0.00E+00	1.93E-07	1.93E-07
11	22	11	28	1	30.2164	16.8763	-1.57E-01	1.50E-01	2.17E-01	1.80E-07	-1.76E-07	2.52E-07
12	11	13	23	2	39.5209	10.0000	-2.41E-01	3.73E-02	2.43E-01	2.79E-07	-4.40E-08	2.83E-07
13	16	15	27	1	40.7102	23.7882	-2.36E-01	9.76E-02	2.56E-01	2.72E-07	-1.14E-07	2.95E-07
14	23	16	27	1	42.7892	20.1758	-2.39E-01	1.04E-01	2.61E-01	2.75E-07	-1.21E-07	3.01E-07
15	13	14	23	2	45.9653	5.0000	-2.37E-01	3.49E-02	2.40E-01	2.75E-07	-4.12E-08	2.78E-07

(Continua en la página siguiente)

Cuadro 5.8: Continuación de la tabla Velocidades y gradientes

Elemento	N_i	N_j	N_k	Region	X_c	Z_c	$Grad_x$	$Grad_z$	$Grad$	V_x	V_z	V
16	13	11	22	2	31.9681	10.0000	-1.57E-01	3.73E-02	1.61E-01	1.82E-07	-4.40E-08	1.87E-07
17	9	12	22	2	16.8570	10.0000	-6.14E-02	2.53E-02	6.65E-02	7.13E-08	-2.99E-08	7.73E-08
18	12	13	22	2	25.5236	5.0000	-1.30E-01	5.86E-02	1.43E-01	1.51E-07	-6.91E-08	1.66E-07
19	19	18	22	1	22.2977	18.8315	-6.14E-02	1.23E-01	1.37E-01	7.07E-08	-1.44E-07	1.60E-07
20	20	19	28	1	27.6946	22.2661	-1.14E-01	2.27E-01	2.54E-01	1.31E-07	-2.66E-07	2.97E-07
21	29	10	31	1	32.2515	24.5901	-2.66E-01	3.53E-01	4.42E-01	3.06E-07	-4.13E-07	5.14E-07
22	2	10	29	1	33.2662	25.6210	-5.85E-01	8.43E-02	5.91E-01	6.73E-07	-9.87E-08	6.80E-07
23	17	16	23	1	46.1161	20.3691	-2.53E-01	9.94E-02	2.71E-01	2.91E-07	-1.16E-07	3.13E-07
24	7	17	23	1	49.8011	18.5266	-3.02E-01	1.11E-01	3.22E-01	3.48E-07	-1.30E-07	3.71E-07
25	23	14	24	2	52.3320	10.0000	-3.00E-01	-1.88E-03	3.00E-01	3.48E-07	2.22E-09	3.48E-07
26	7	23	24	1	52.1042	16.2250	-3.00E-01	1.06E-01	3.18E-01	3.45E-07	-1.24E-07	3.67E-07
27	24	14	25	2	57.9066	8.0000	-2.66E-01	-1.35E-03	2.66E-01	3.08E-07	1.59E-09	3.08E-07
28	8	24	25	2	60.1288	13.0000	-4.56E-01	-2.62E-01	5.26E-01	5.29E-07	3.09E-07	6.13E-07
29	12	9	26	2	11.1111	7.5000	-3.43E-02	3.74E-02	5.08E-02	3.98E-08	-4.41E-08	5.94E-08
30	3	12	26	2	7.7778	2.5000	-4.74E-02	2.00E-02	5.14E-02	5.50E-08	-2.36E-08	5.98E-08

(Continúa en la página siguiente)

Cuadro 5.8: Continuación de la tabla Velocidades y gradientes

Elemento	N_i	N_j	N_k	Region	X_c	Z_c	$Grad_x$	$Grad_z$	$Grad$	V_x	V_z	V
31	21	20	31	1	29.7994	24.3761	-1.46E-01	2.93E-01	3.27E-01	1.68E-07	-3.43E-07	3.82E-07
32	11	23	27	1	40.2574	17.1084	-2.41E-01	1.02E-01	2.61E-01	2.77E-07	-1.20E-07	3.01E-07
33	19	22	28	1	26.3241	19.2635	-1.38E-01	1.27E-01	1.88E-01	1.58E-07	-1.49E-07	2.17E-07
34	11	27	28	1	34.9849	18.9847	-2.17E-01	9.39E-02	2.36E-01	2.50E-07	-1.10E-07	2.73E-07
35	28	27	29	1	34.2511	21.9391	-2.23E-01	1.63E-01	2.77E-01	2.57E-07	-1.91E-07	3.20E-07
36	10	21	31	1	31.1275	25.0401	-1.46E-01	2.93E-01	3.27E-01	1.68E-07	-3.43E-07	3.82E-07
37	29	27	30	1	36.2799	23.3689	-2.70E-01	8.30E-02	2.82E-01	3.10E-07	-9.71E-08	3.25E-07
38	2	29	30	1	34.8767	25.2606	-2.63E-01	6.36E-02	2.71E-01	3.03E-07	-7.45E-08	3.12E-07
39	20	28	31	1	29.9056	22.8480	-1.50E-01	1.98E-01	2.49E-01	1.72E-07	-2.32E-07	2.89E-07
40	28	29	31	1	31.8332	22.7997	-2.69E-01	2.06E-01	3.39E-01	3.09E-07	-2.41E-07	3.92E-07

(Fin de la tabla)

5.3. Flujo General de un Programa de Elementos Finitos para Infiltración en Medios Porosos

Para obtener los resultados nodales y los extendidos sobre los dominios elementales Ω_i^e , desde los datos de ingreso mediante el método de los elementos finitos para problemas en general y en particular para problemas de infiltración en medios porosos, considerando un condición saturado del medio de infiltración y además considerando flujo permanente sobre el medio de infiltración.

Una propuesta para el flujo general de una programa mediante elementos finitos, para la resolución del problema de infiltración en medios porosos, es la siguiente:

- Entrada de Datos
- Tareas Preliminares
- Construcción de la Matriz de Rigidez
- Construcción del Término Independiente
- Aplicación de las Condiciones de Contorno
- Resolver el Sistema de Ecuaciones
- Elaboración y Salida de Resultados Elementales

5.3.1. Entrada de Datos

Todos los datos de ingreso se generan luego de haber definido el dominio de infiltración Ω , en ésta, identificar los tipos de suelo, discretizar el dominio de cálculo e establecer los subdominios y nodos que conforman cada subdominio, además debe quedar definido los nodos que pertenecen a una determinada condición de contorno, según que se detalló en la Sección 5.2 de la página 58.

Los datos de entrada para el problema de infiltración en medios porosos y su solución mediante de la ecuación gobernante mediante elementos finitos, son:

- El dominio de infiltración Ω y las regiones pertenecientes a cada tipo de suelo
- Los subdominios Ω_i^e
- Las coordenadas de los nodos que forma cada subdominio
- Las condiciones de contorno, especificar regiones o fronteras del dominio que se encuentran en contacto directo con el agua, regiones impermeables, etc.

5.3.2. Tareas Preliminares

Generalmente se verifica la correspondencia de los datos de ingreso: el número de nodos total, el número de elementos total, el número de nodos por cada subdominio, verificar que las coordenadas de los subdominios Ω_i^e se encuentren dentro del dominio Ω de infiltración, cuales sub dominios pertenecen a una determinada región de tipo de suelo, etc.

5.3.3. Construcción de la Matriz de Rigidez

Se dispone de los matrices de rigidez de cada subdominio k_i^e y la matriz de rigidez del sistema $[K]$ que se corresponde con el dominio total de infiltración; desde las matrices k_i^e se obtiene $[K]$ mediante ensamblaje de acuerdo a los grados de libertad de cada nodo.

5.3.4. Construcción del Término Independiente

El término independiente $\{f\}$ es un vector de orden n , siendo n el número de nodos. De igual manera que para las matrices de rigidez se dispone el vector potencial para cada subdominio $\{f_i^e\}$ desde el cual tomando en cuenta los grados de libertad de obtiene $\{f\}$.

5.3.5. Aplicación de las Condiciones de Contorno

Las condiciones de contorno son valores conocidos en el contorno del dominio de infiltración: por ejemplo, nodos con potencial conocido, que se encuentra sobre el contorno en contacto directo con el agua o nodos que no permiten el flujo del agua por ser considerado la región impermeable; son resultados conocidos desde el inicio, en consecuencia tomando estas consideraciones la ecuación $[K]\{h\} = \{f\}$ debe ser modificado para encontrar una solución. En la presente investigación se toma en cuenta solamente los nodos con potencial conocido y para la solución del sistema de ecuaciones se utiliza el Método de la Penalización.

5.3.6. Resolver el Sistema de Ecuaciones

El sistema de ecuaciones lineales simultáneas a resolver es la siguiente:

$$[K]\{h\} = \{f\}$$

Desde donde se obtienen las potenciales para cada nodo del dominio de cálculo.

5.3.7. Salida de Resultados Nodales

Al resolver el sistema de ecuaciones $[K]\{h\} = \{f\}$ se obtienen los potenciales $h(x, z)$ en los nodos considerados, a partir de este resultado es posible obtener la altura de agua sobre cada nodo.

5.3.8. Elaboración y Salida de Resultados Elementales

Los resultados elementales son la velocidad de filtración y su caudal generado, se obtienen recuperando los resultados nodales para cada subdominio elemental Ω_i^e y aplicando la ley de Darcy.

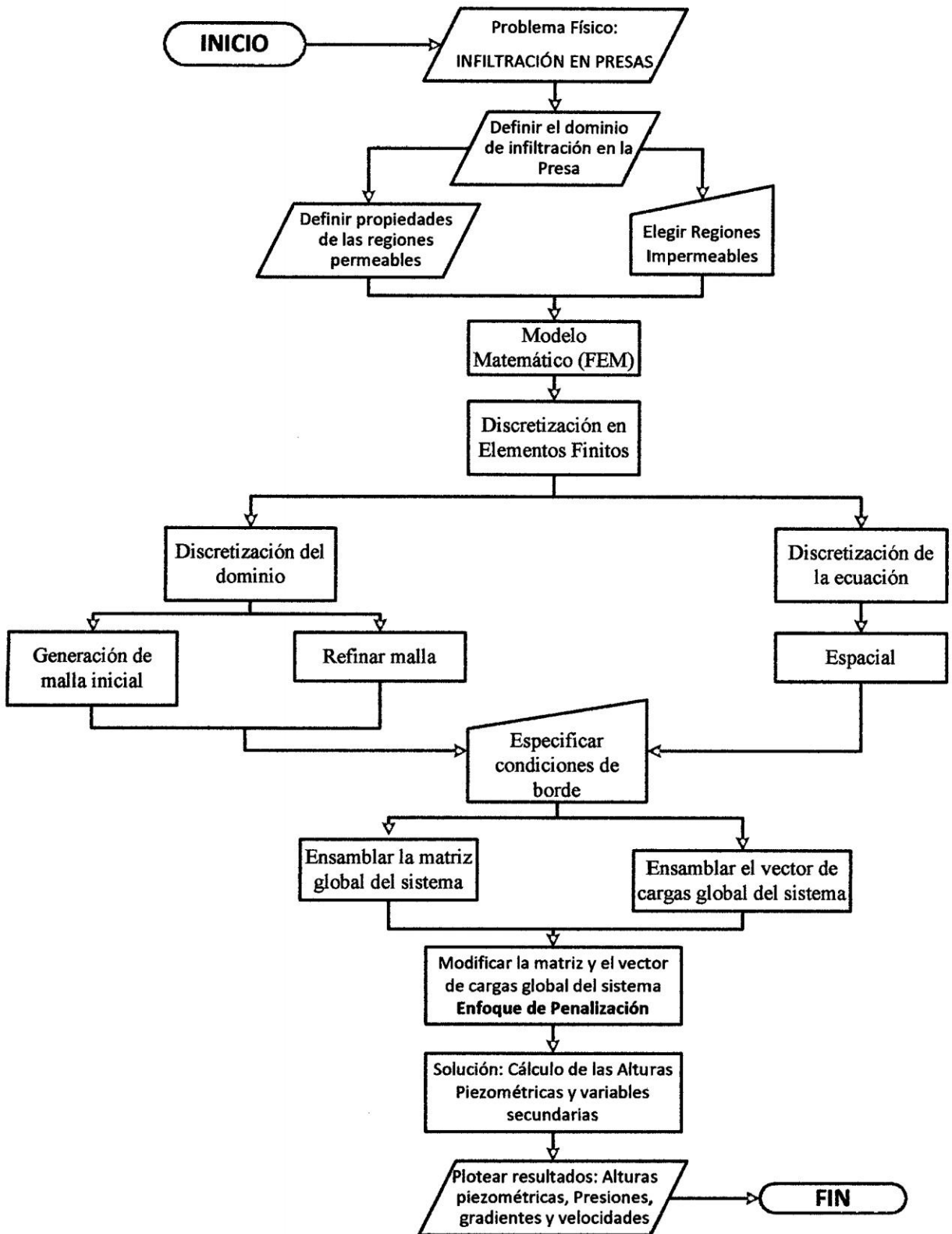


Figura 5.12: Diagrama de flujo general del modelo numérico del MEF

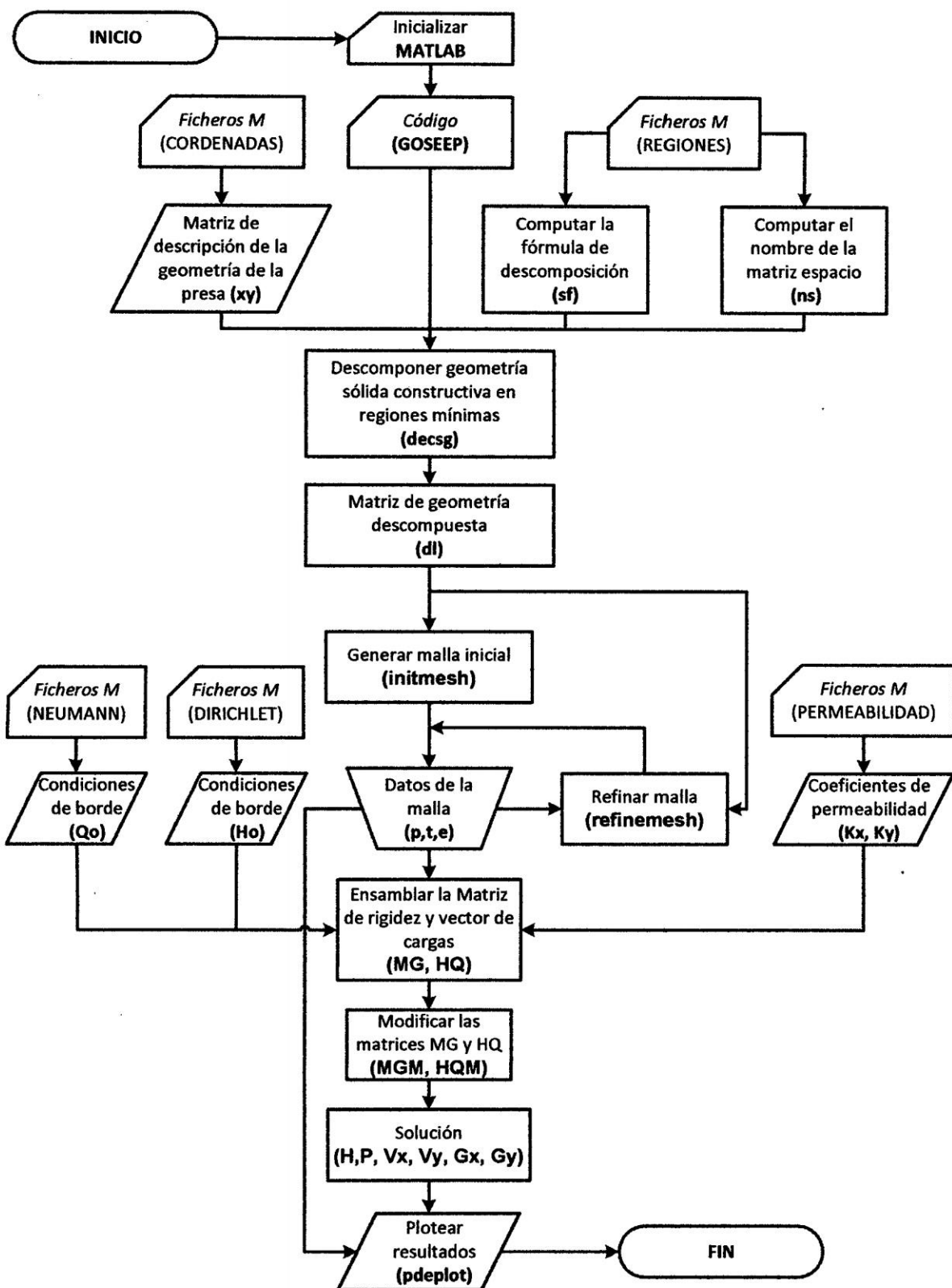


Figura 5.13: Diagrama de flujo general del código *GOSEEP-V2013* en MATLAB

Capítulo 6

Caso de Estudio a un Proyecto Local

6.1. Descripción del proyecto

La aplicación práctica en la presente *Tesis* es en el Proyecto “*Construcción Sistema de Riego Cuchucancha*”. El proyecto se fundamenta en el aprovechamiento hídrico de la *Micro Cuenca Ingalla* producto de la precipitación pluvial, se pretende irrigar una superficie total de 686 hectáreas, terrenos con aptitud para el riego; de las cuales 44 hectáreas se cultivan actualmente con riego complementario (deficiente) en una sola campaña al año, 446 hectáreas se cultivan en secano, 193 ha están en descanso; el proyecto considera disponer directamente a 311 hectáreas de terreno cultivable en campaña chica. La construcción actualmente tiene un avance físico del 60 % y a la fecha se encuentra paralizada a falta de presupuesto. De acuerdo al expediente técnico el proyecto establece la construcción de una presa con la finalidad de embalsar el recurso hídrico para su aprovechamiento netamente en la irrigación, el cuerpo de la presa será construida a base de concreto, de acuerdo a la clasificación se encuentra en el grupo de presas de concreto con contrafuertes (CB, código ICOLD); el fenómeno de infiltración producido en la fundación de esta estructura será materia de aplicación de la presente investigación.

El Proyecto “Construcción Sistema de Riego Cuchucancha”, se origina de la necesidad de las poblaciones de Cuchucancha y Chalco cuya agricultura es en un

95 % en secano, a pesar de tener bastas áreas de cultivo; en este contexto la Municipalidad Los Morochucos ha contemplado en su Plan de Desarrollo Concertado del presente año la ejecución del presente proyecto; por ello realiza gestiones ante diversas entidades y en especial ante la Municipalidad Provincial de Cangallo y el Gobierno Regional.

El proyecto y sus beneficiarios, políticamente pertenecen al distrito de Los Morochucos, provincia de Cangallo y departamento de Ayacucho.

6.2. Condiciones geotécnicas

Esta Información se toma del *Expediente Técnico* del proyecto “*Construcción Sistema de Riego Cuchucancho*”:

- La roca predominante en el eje de la presa corresponde a una Andesita de alta resistencia a la compresión 204.61 Mpa, con un ángulo de fricción de 31.76, con una cohesión de 2.167 Kg/cm², cuyas propiedades físicas son densidad 2.60 gr/cm³, absorción 0.64 %, porosidad 0.83 %, cuyas propiedades geomecánicas son las siguientes: Índice de Calidad de la Roca (RQD) 85, Valor de la clasificación geomecánica según Bieniaawski (RMR) 80, Índice de la Calidad de la Masa Rocosa (q) 30, de acuerdo a estos parámetros establecidos en laboratorio la roca ensayada esta considerada como Roca Buena.
- De acuerdo con las observaciones de campo se pudo determinar que en la zona del eje de la represa proyectada existe una capa compuesta por suelo orgánico de aproximadamente 1.50 metros de altura, seguida de una capa de areniscas compactas de óptima carga admisible con una altura de aproximadamente 0.60 metros, seguidamente se encuentra el material rocoso cuya clasificación y parámetros están determinados en la conclusión precedente.
- La zona del vaso de la represa descansa en una capa de suelo altamente orgánicos compuestos por limos de alta permeabilidad con una altura aproximada

de 0.25 metros, luego de esta capa se puede observar que existe un manto de brechas volcánicas pertenecientes a rocas ígneas de baja resistencia a la compresión en estado disgregado considerado roca blanda.

- La capa compuesta por la arenisca, el cual se encuentra en el eje de la represa en donde descansará el cimientado de la mencionada represa, cuenta con las propiedades siguientes: clasificación SUCS (SW), arenas bien graduadas con poco o casi nada de finos cuya gradación es como sigue: Gravas 42.40 %, Arenas 56.00 %, Finos 1.60 %, no presenta límite líquido, carece de límite plástico y por ende posee un índice de plasticidad nulo, en conclusión la muestra es no plástica, peso específico natural de 1.57 gr/cc, ángulo de fricción 31.37, no presenta cohesión y una capacidad portante de terreno 3.482 Kg/cm².

6.3. Presa de la “Construcción Sistema de Riego Cuchucancho”

6.3.1. Superficie de inundación

Esta información se obtiene desde los planos de construcción contenidos por el Expediente Técnico del proyecto “*Construcción Sistema de Riego Cuchucancho*”, en correspondencia a la superficie de inundación del vaso de la presa que contendrá finalmente el embalse; Figura 6.1, la superficie de inundación máxima aguas arriba de la presa, cuando el sistema trabaje a capacidad normal, es de 126,907.152m², el contorno del embalse aguas arriba más alejado desde la presa se encuentra a una distancia de 522.4m.

Estos datos, la superficie máxima de inundación y el extremo más alejado del contorno del embalse aguas arriba de la presa son muy importantes en el análisis del fenómeno de infiltración en medios porosos, en este caso particular la infiltración por debajo de la fundación de la presa, por las razones siguientes:

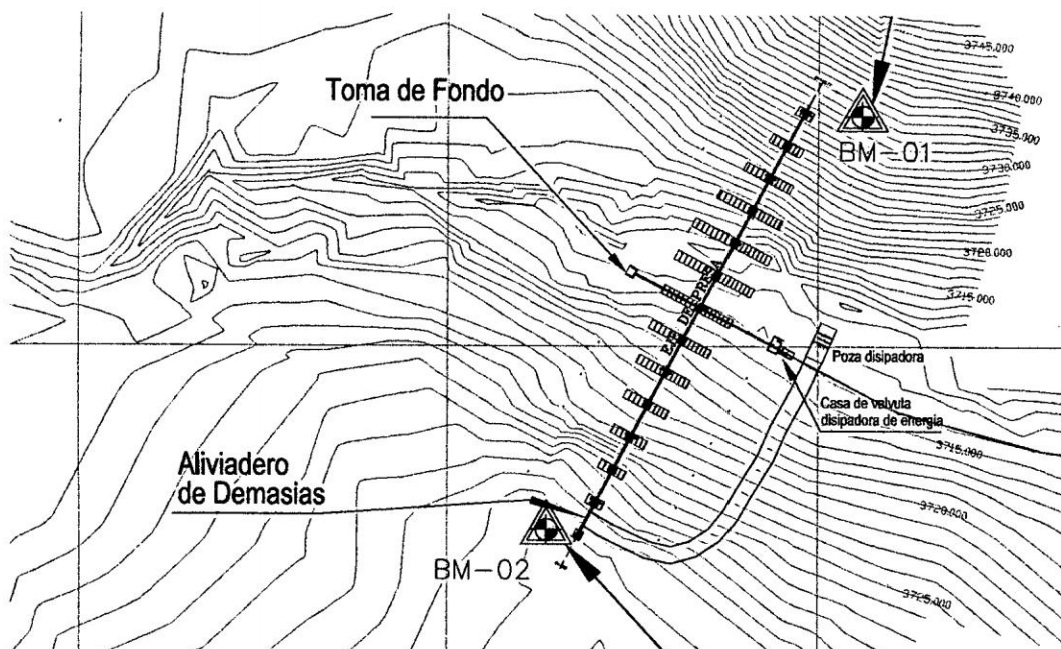


Figura 6.1: Superficie de inundación de la presa - vaso de la presa (fuente: Expediente técnico Construcción Sistema de Riego Cuchucancha)

- La presa eleva el nivel natural del agua sobre la red hídrica creando un embalse aguas arriba de ésta, el volumen contenido por el embalse queda depositada en el vaso de la presa formando una superficie de inundación donde estará contenido todo el volumen de agua retenido, esta información es fundamental debido a que determina la superficie de infiltración en el sistema, en un análisis completo, en tres dimensiones, es necesario definir el contorno del embalse que indica los límites del dominio de infiltración.
- Por otra parte, es necesario definir el extremo más alejado del contorno del embalse aguas arriba de la presa, cuando es preciso analizar el fenómeno de infiltración en medios porosos en una sección transversal específica de la presa, de esta manera queda definido de manera natural el extremo más alejado del dominio de infiltración.

6.3.2. Eje de la presa

La presa como tal, queda definido por la estructura encargada de elevar el nivel de agua y como consecuencia retener el embalse formado, por tanto es una estructura capaz de soportar el empuje lateral del agua en todas las posibles condiciones de servicio y además, casi siempre está construido en su totalidad o en un porcentaje adecuado por material impermeable, que es la encargada de retener el agua.

La presa del proyecto “Construcción Sistema de Riego Cuchucancha”, cuyo eje del mismo está mostrado por la Figura 6.2, está construido a base de concreto, disponiendo de una longitud total de $149.77m$ y altura variable en correspondencia a la condición natural de la fundación (la cerrada), alcanzando una cota de coronación de $3501.00msnm$ y alcanza una altura total de la presa de 18.

Definir adecuadamente las secciones transversales de la presa y el embalse es muy importante, debido a:

- Las secciones transversales, perpendicular al eje de la presa, brindan una información detallada de las dimensiones de la sección transversal de la presa: dimensiones de la base, la altura, el espesor, etc. la altura máxima de la presa y las alturas establecidas para los niveles del embalse: Nivel de aguas mínimas, nivel de aguas máximas ordinarias, nivel de aguas máximas extraordinarias.
- Muestra de igual manera la variación topográfica del vaso en correspondencia a la sección analizada, las alturas de agua sobre el fondo del vaso son considerados como alturas de presión de agua en el proceso de análisis del fenómeno de infiltración en medios porosos.

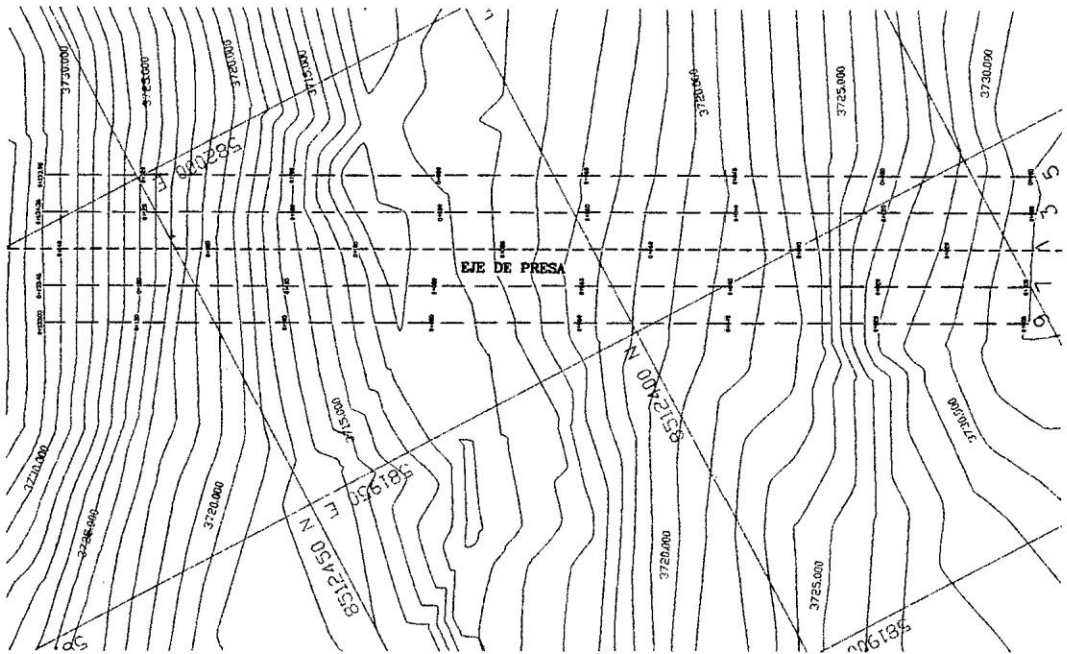


Figura 6.2: Eje de la presa y sus progresivas (fuente: Expediente Técnico Construcción Sistema de Riego Cuchucancha)

6.3.3. Sección elegida para el análisis

El análisis de la infiltración por debajo o en la fundación de la presa se realiza en el plano, por lo que es necesario elegir una sección transversal perpendicular a la dirección longitudinal de la presa, la sección elegida se encuentra en la progresiva 0 + 40 y para su elección se tuvieron las consideraciones siguientes:

- Mayor altura de contacto entre el embalse y la presa, la sección transversal correspondiente a la progresiva 0 + 40 soporta las mayores presiones debido al embalse, por tanto representa la sección con mayor potencial h .
- La sección de la presa que se encuentra en la progresiva 0 + 40 es la de mayor altura, medido desde la base hasta su coronación, en comparación con las dimensiones del resto de las secciones transversales.

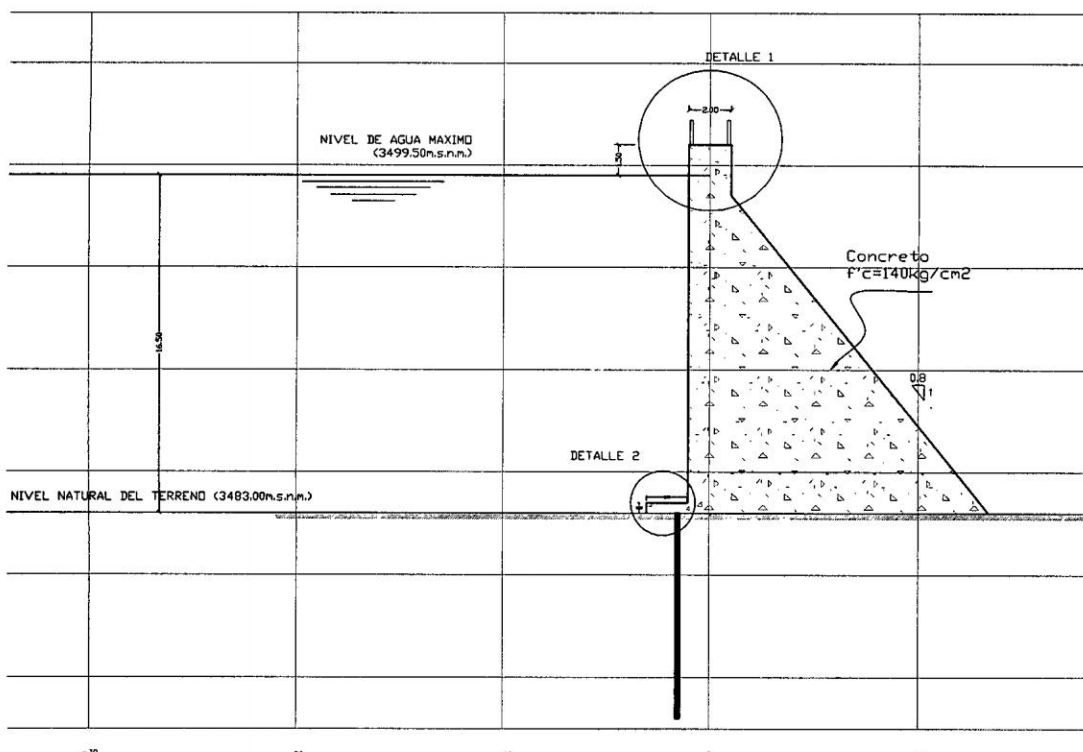


Figura 6.3: Sección transversal elegida para el análisis, progresiva 0 + 40 (fuente: Expediente Técnico Construcción Sistema de Riego Cuchucancha)

- Debido que se encuentra en la parte más baja de la cerrada, el dentellón considerado en la fundación y a lo largo del eje de la presa, alcanza la profundidad máxima.
- La Superficie de inundación para la sección transversal analizada inicia desde el límite o extremo más alejado del contorno de la presa.

La sección transversal elegida, de la presa “Construcción Sistema de Riego Cuchucancha” queda mostrado por la Figura 6.3, donde se detallan las dimensiones de la estructura y el suelo de fundación.

6.3.4. Clasificación de la presa

La presa de la “Construcción Sistema de Riego Cuchucancha” se clasifica de acuerdo a los siguientes criterios, como:

- De acuerdo al uso: definido como una presa de embalse.

- Por sus características hidráulicas: es una presa vertedero - construido abase de concreto y deja verter el agua excedente por su coronación.
- Por los materiales utilizados: presa de hormigón.
- De acuerdo a la Comisión Internacional de Grandes Presas: se encuentra clasificado en el grupo de presas de concreto, tipo - Contrafuerte, Código ICOLD es CB.
- Según el manual "Instrucciones para Proyectos, Construcción y Explotación de Grandes Presas", se encuentra clasificado como una presa de fábrica, del tipo de gravedad aligeradas (contrafuertes).

6.4. Modelización de la Infiltración

6.4.1. Dominio de infiltración

Identificado la sección transversal de la presa del proyecto "Construcción Sistema de Riego Cuchucancha", correspondiente a la progresiva progresiva 0 + 40, se aísla dicha sección de la presa con el embalse aguas arriba tomando en cuenta la superficie del vaso del embalse y aguas abajo una distancia igual a la del embalse.

Cuadro 6.1: Coordenadas sección de la presa progresiva 0 + 40 (fuente: Expediente Técnico Construcción Sistema de Riego Cuchucancha)

Nudo	x(m)	z(m)
1	0	0
2	416.4	0
3	416.4	150
4	216.4	150
5	202	150
6	202	140
7	201	140
8	201	150
9	200	150
10	0	150
11	200	150.5
12	202	150.5
13	202	168
14	204	168
15	204	165.5
16	0	147.9
17	201	147.9
18	201	148.5
19	0	148.5
20	202	147.9
21	416.4	147.9
22	416.4	148.5
23	202	148.5

La Tabla 6.1 muestra las coordenadas que definen la superficie de infiltración y la sección transversal de la presa, la Figura 6.4 representa la presa correspondiente

a la progresiva 0 + 40 del eje longitudinal de la presa, donde es posible distinguir los nudos considerados que definen el dominio de infiltración, la sección transversal de la presa, alturas de agua en el embalse y aguas abajo de la presa en condiciones actuales y el dentellón considerado; el origen de coordenadas está considerado en el nudo uno, tanto para la identificación de las coordenadas de los nudos y el potencial; la Figura 6.4 define cuatro tipos de regiones y son:

- La región uno (R1) está formado por el cuerpo de la presa y el dentellón y son considerados impermeables.
- La región dos (R2) y la región cuatro (R4) representan, está formado por tierras orgánicas, en concordancia al estudio de geotécnico realizado para el proyecto.
- La región tres (R3) y la región cinco (R5) están formados por areniscas compactas.
- La región seis (R6), está formado por roca del tipo andesita.

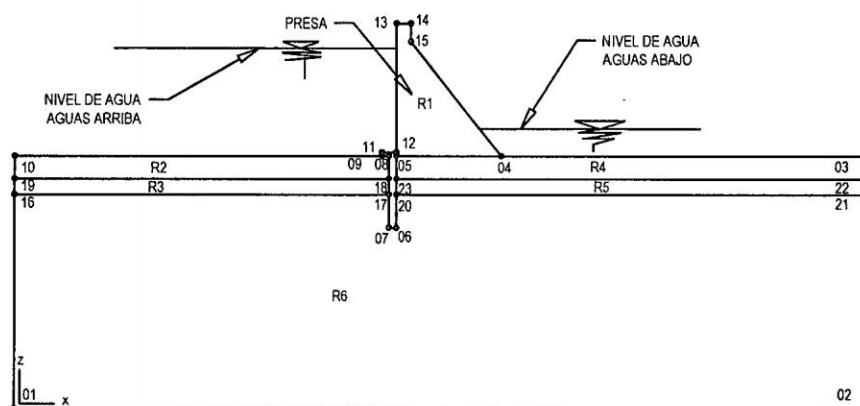


Figura 6.4: Sección de la Presa en la progresiva 0 + 40 y dominio de infiltración (fuente: Expediente Técnico Construcción Sistema de Riego Cuchucancha)

Para una adecuada definición del dominio de infiltración y los distintos tipos de suelo del que está compuesto y las regiones impermeables, como lo es el cuerpo de la presa en este caso, es necesario definir regiones en cada caso, para la sección de la

progresiva 0+40 se distinguen las siguientes regiones y se especifican las coordenadas, tomando en cuenta el origen del sistema el nudo uno, las mismas quedan establecidas en las Tablas 6.2 y 6.7.

Cuadro 6.2: Coordenadas región 01

Nro	Nudo	x(m)	z(m)
1	15	204	165.5
2	14	204	168
3	13	202	168
4	12	202	150.5
5	11	200	150.5
6	9	200	150
7	8	201	150
8	18	201	148.5
9	17	201	147.9
10	7	201	140
11	6	202	140
12	20	202	147.9
13	23	202	148.5
14	5	202	150
15	4	216.4	150

Por razones de formato y para ser leído por MATLAB es conveniente ordenar la información de cada región en una única matriz, de la siguiente manera:

- El dominio de infiltración: donde sucede el fenómeno de la infiltración en medio poroso, está formado por el polígono definido por los nudos 1, 2, 3, ..., 10, de la sección mostrado en la Figura 6.4.
- El cuerpo de la presa: debido que el material de construcción utilizado en el cuerpo de la presa es el concreto, es considerado un material impermeable que

Cuadro 6.3: Coordenadas región 02

Nro	Nudo	x(m)	z(m)
1	19	0	148.5
2	18	201	148.5
3	8	201	150
4	9	200	150
5	10	0	150

Cuadro 6.4: Coordenadas región 03

Nro	Nudo	x(m)	z(m)
1	16	0	147.9
2	17	201	147.9
3	18	201	148.5
4	19	0	148.5

Cuadro 6.5: Coordenadas región 04

Nro	Nudo	x(m)	z(m)
1	23	202	148.5
2	22	416.4	148.5
3	3	416.4	150
4	4	216.4	150
5	5	202	150

Cuadro 6.6: Coordenadas región 05

Nro	Nudo	x(m)	z(m)
1	20	202	147.9
2	21	416.4	147.9
3	22	416.4	148.5
4	23	202	148.5

Cuadro 6.7: Coordenadas región 06

Nro	Nudo	x(m)	z(m)
1	1	0	0
2	2	416.4	0
3	21	416.4	147.9
4	20	202	147.9
5	6	202	140
6	7	201	140
7	17	201	147.9
8	16	0	147.9

no deja atravesar el agua en su cuerpo, para la sección de progresiva 0 + 40 el cuerpo de la presa está formado por los nudos 5, 6, 9, 10, . . . , 15.

- El dentellón: que está formado por un material impermeable, en este caso es de concreto, definiendo otra sección el polígono formado por los nudos 6, 7, 8, 9.

La Tabla 6.8 muestra las coordenadas de las regiones consideradas en la sección transversal correspondiente a la progresiva 0 + 40 de eje de la presa, donde:

- La columna uno, define la región uno.
- La columna dos, define la región dos.
- La fila uno, indica el tipo de sólido por la que están formados las regiones.
- La fila dos representa el número de nodos que define cada región.
- Desde la fila tres las coordenadas para cada región son $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ seguido de $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$, esto es para los polígonos y rectángulos solamente, en el ítem 6.4.1.1 puede encontrar mayor detalle al respecto.

6.4.1.1. Matriz de descripción de la geometría

La construcción o configuración inicial de la *matriz de descripción de la geometría* es uno de los aspectos más importantes para la solución del problema de infiltración en las diferentes presas y estructuras similares. La matriz de descripción de la geometría *gd*, que describe el modelo *CSG* se dibuja mediante la aplicación *PDE*. La matriz de descripción de la geometría se ordena de acuerdo al tipo de sólido y cada columna corresponde a un objeto en el modelo *CSG*. Cuatro tipos de objetos sólidos son compatibles. El tipo de objeto se especifica en la *fila 1*:

- Para el *círculo sólido*, la primera fila contiene 1, la segunda y tercera fila contienen el centro de coordenadas $x - y$, respectivamente y la cuarta fila contiene el radio del círculo.

Cuadro 6.8: Matriz de descripción de la geometría para la sección de la progresiva 0 + 40 del eje de la presa

R1	R2	R3	R4	R5	R6
2	2	2	2	2	2
15	5	4	5	4	8
204	0	0	202	202	0
204	201	201	416.4	416.4	416.4
202	201	201	416.4	416.4	416.4
202	200	0	216.4	202	202
200	0	147.9	202	147.9	202
200	148.5	147.9	148.5	147.9	201
201	148.5	148.5	148.5	148.5	201
201	150	148.5	150	148.5	0
201	150	0	150	0	0
201	150	0	150	0	0
202	0	0	0	0	147.9
202	0	0	0	0	147.9
202	0	0	0	0	140
202	0	0	0	0	140
216.4	0	0	0	0	147.9
165.5	0	0	0	0	147.9
168	0	0	0	0	0
168	0	0	0	0	0
150.5	0	0	0	0	0
150.5	0	0	0	0	0
150	0	0	0	0	0
150	0	0	0	0	0
148.5	0	0	0	0	0
147.9	0	0	0	0	0
140	0	0	0	0	0
140	0	0	0	0	0
147.9	0	0	0	0	0
148.5	0	0	0	0	0
150	0	0	0	0	0
150	0	0	0	0	0

- Para un *polígono sólido*, la primera fila contiene 2, la segunda fila el número n de segmentos de línea en el límite del polígono. Las siguientes n filas contienen las coordenadas x de los puntos de inicio de los bordes y las siguientes n filas contienen las coordenadas y de los puntos de inicio de los bordes, véase el Cuadro 6.8.
- Para un *rectángulo sólido*, la primera fila contiene 3. El formato es idéntico

al formato del polígono.

- Para una *elipse sólida*, la primera fila contiene 4, la segunda y tercera fila contiene las coordenadas del centro $x - y$ respectivamente. La cuarta y quinta fila contienen los semiejes de la elipse. El ángulo de giro (en radianes) de la elipse se almacena en la fila seis.

El código *GOSEEP* trabaja de manera automática con el *Polígono Sólido*, por lo que en la construcción de la *matriz de descripción de la geometría* del dominio de infiltración de la presa no es necesario rellenar la fila uno contenido por 2, ya que este proceso lo hace el programa internamente. Simplificando este paso el Cuadro 6.8 se transforma en el Cuadro 6.9, y reduce la tarea de configurar esta matriz como dato de ingreso al programa y hace que su uso sea fácil inclusive para las personas que no están familiarizados con el *MATLAB* y esto lo hace mas versátil el programa desarrollado.

6.4.2. Condiciones de contorno

Para establecer una solución única al conjunto de ecuaciones lineales simultáneas que genera la solución al problema de infiltración en medios porosos mediante el Método de los Elementos Finitos, es necesario especificar los contornos del dominio de infiltración donde el flujo y el potencial son conocidos, para la sección de la presa correspondiente a la progresiva 0 + 40, se distinguen las siguientes zonas:

- Potencial conocido aguas arriba de la presa o en el embalse, definido mediante el segmento formado por los puntos 09 y 10, Figura 6.4, en dicho segmento se dispone una altura de agua de 18m como máximo; de todos los nudos considerado en este segmento, en la discretización del dominio de infiltración, el potencial es conocido.
- Potencial conocido aguas abajo de la presa, definido mediante el segmento formado por los puntos 03 y 04, Figura 6.4, el potencial es conocido debido que la formulación del fenómeno de infiltración en medio poroso, en la presente

Cuadro 6.9: Matriz de descripción de la geometría requerido por *GOSEEP*

Region 1	Region 2	Region 3	Region 4	Region 5	Region 6
15	5	4	5	4	8
204	0	0	202	202	0
204	201	201	416.4	416.4	416.4
202	201	201	416.4	416.4	416.4
202	200	0	216.4	202	202
200	0	147.9	202	147.9	202
200	148.5	147.9	148.5	147.9	201
201	148.5	148.5	148.5	148.5	201
201	150	148.5	150	148.5	0
201	150	0	150	0	0
201	150	0	150	0	0
202	0	0	0	0	147.9
202	0	0	0	0	147.9
202	0	0	0	0	140
202	0	0	0	0	140
216.4	0	0	0	0	147.9
165.5	0	0	0	0	147.9
168	0	0	0	0	0
168	0	0	0	0	0
150.5	0	0	0	0	0
150.5	0	0	0	0	0
150	0	0	0	0	0
150	0	0	0	0	0
148.5	0	0	0	0	0
147.9	0	0	0	0	0
140	0	0	0	0	0
140	0	0	0	0	0
147.9	0	0	0	0	0
148.5	0	0	0	0	0
150	0	0	0	0	0
150	0	0	0	0	0

investigación se realiza suponiendo flujo estacionario, cuando los poros del medio continuo (suelo) se encuentran saturados y alcanzaron el equilibrio en la infiltración, la misma queda representada mediante la Figura 6.4.

- Las zonas impermeables, para la sección 0 + 40 queda establecido mediante los segmentos formado por los puntos 04, 05, 06, 07, 08 y 09, debido a que el cuerpo de la presa, considerado impermeable, se encuentra en contacto directo con el agua y el dominio de infiltración; en las zonas anteriormente definidas

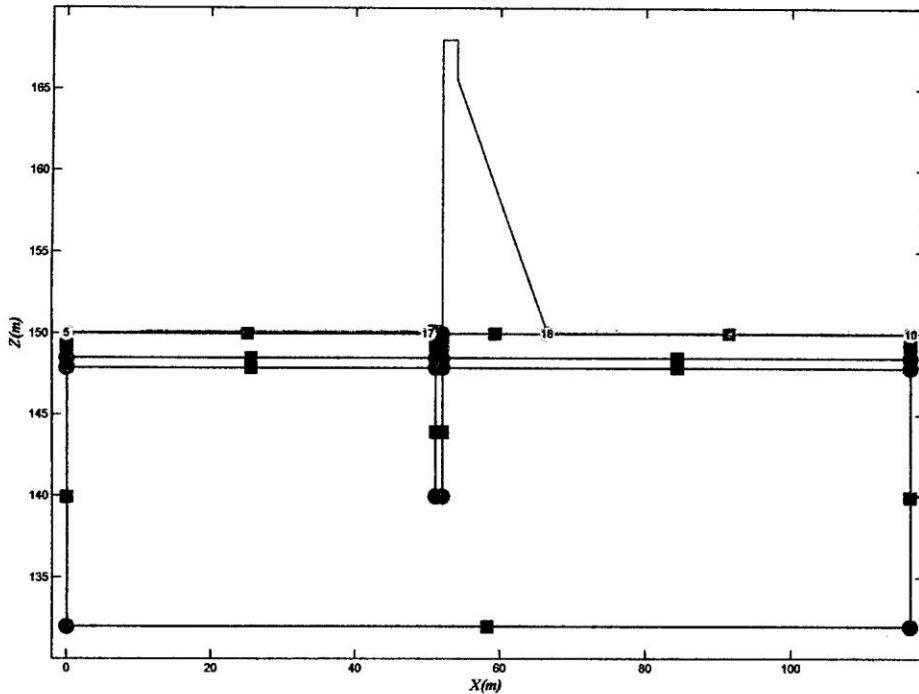


Figura 6.5: Lados de contorno, presa progresiva 0 + 40

no existe infiltración, es el límite hasta donde se permite la infiltración en el medio poroso.

La forma de establecer las condiciones de contorno en la aplicación realizado en la presente investigación, es simplemente eligiendo gráficamente los lados y nodos de contorno donde existe estas condiciones, desde el interfaz principal del programa se ingresa de manera interactiva los datos de condiciones de borde tipo Dirichlet o Neumann tal como se muestra en la Figura 6.5.

6.4.3. Discretización del medio continuo

Definido el dominio de infiltración y las condiciones de contorno, en concordancia a la receta del método de los elementos finitos se procede a discretizar el dominio completo en subdominios, en este caso en subdominios triangulares de tres nodos o nudos, cada subdominio queda completamente identificado en el sistema de referencia global e relaciona sistemáticamente los nudos locales (i, j, k) con los correspondientes nodos globales, el dominio discretizado se muestra en al Figura 6.6.

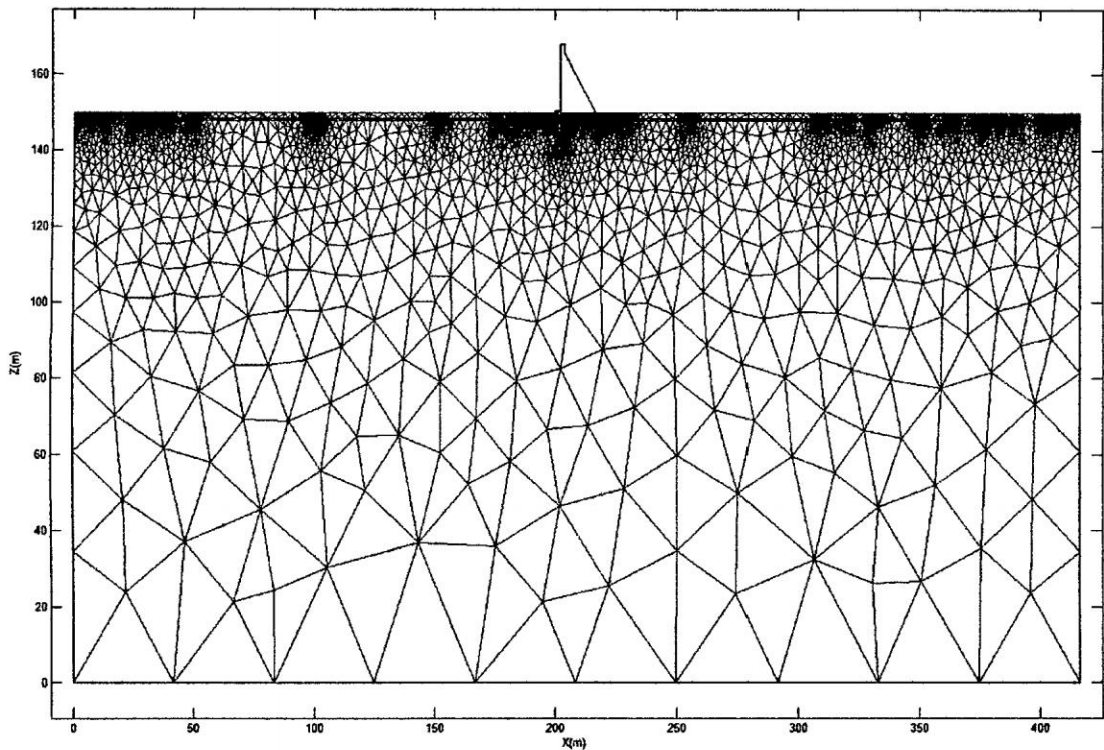


Figura 6.6: Discretización del dominio de infiltración, presa progresiva 0 + 40

6.4.4. Resolución numérica

La ecuación que gobierna el flujo en medios porosos está expresado mediante la relación 4.7, lo que seguidamente se reescribe:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = 0$$

La resolución de la ecuación que gobierna el fenómeno de la infiltración en medios porosos se realiza mediante el método de los elementos finitos, previa definición del dominio de infiltración, identificado las condiciones de contorno y discretizado en subdominios la superficie de infiltración.

El siguiente código en *MATLAB* muestra la función encargada de formar la matriz de rigidez ensamblado del sistema, el código fuente completo de la aplicación se encuentra en la sección Anexo B, de la página 140.

Listing 6.1: Obtención de la matriz de rigidez global

```

1  function [MG]=MGlobal()
2  global p t e KXY MG
3  pm=p';cm=t';em=e';X=pm(:,1);Z=pm(:,2);
4  ne=length(cm);nn=length(pm);pm=[X Z];
5  MG=zeros(nn,nn);
6  for i=1:ne
7      nk=cm(i,4);
8      [A,bi,bj,bk,di,dj,dk]=Elemento(cm,X,Z,i);
9      kx=KXY(nk,1);kz=KXY(nk,2);
10     D=[kx,0;0,kz];B=[bi,bj,bk;di,dj,dk];Bt=B';
11     Ke=Bt*D*B/(4*A);V=[cm(i,1);cm(i,2);cm(i,3)];
12     for j=1:3
13         for w=1:3
14             MG(V(j),V(w))=MG(V(j),V(w))+Ke(j,w);
15         end
16     end
17 end
18 function [A,bi,bj,bk,di,dj,dk]=Elemento(cm,X,Z,i);
19 bi=Z(cm(i,2))-Z(cm(i,3));
20 bj=Z(cm(i,3))-Z(cm(i,1));
21 bk=Z(cm(i,1))-Z(cm(i,2));
22 di=X(cm(i,3))-X(cm(i,2));
23 dj=X(cm(i,1))-X(cm(i,3));
24 dk=X(cm(i,2))-X(cm(i,1));
25 Det=[X(cm(i,1)),Z(cm(i,1)),1;X(cm(i,2)),Z(cm(i,2)),1;X(cm(i,3)),Z(cm(i,3))←
      ,1];
26 A=det(Det)/2;

```

6.4.5. Resultados

El resultado directo que se obtiene al analizar el fenómeno de infiltración en medios porosos mediante el método de los elementos finitos es el potencial en cada nudo considerado dentro del dominio de infiltración, a partir de éste resultado se

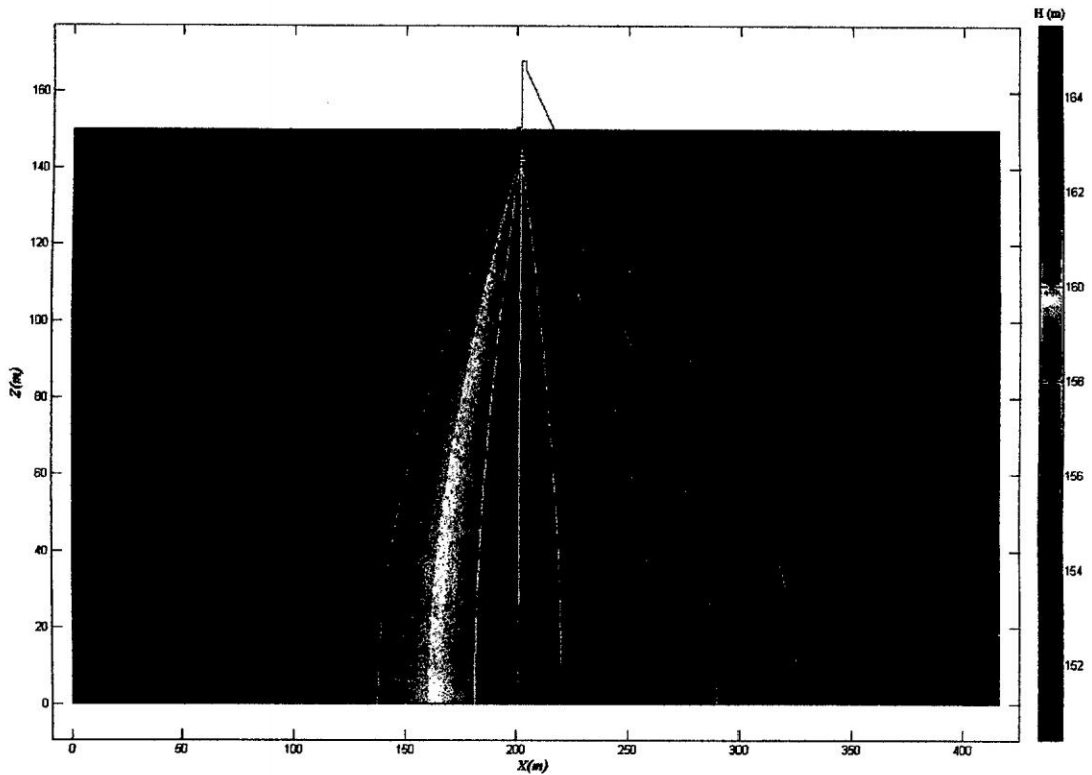


Figura 6.7: Potenciales en el dominio de infiltración, presa progresiva 0 + 40, en metros generan: alturas de aguas sobre cada nodo (presiones), velocidad de flujo y el caudal filtrado para cada subdominio.

6.4.5.1. Potencial

El primer resultado directo obtenido luego de resolver las ecuaciones lineales simultáneas son los potenciales, los resultados que se obtienen son en cada uno de los nudos de los subdominios. Dado que el método de los elementos finitos es un método numérico para la resolución de ecuaciones diferenciales, debido a su naturaleza numérica del método de solución, los resultados son aproximados.

La Figura 6.7 representa la variación del potencial extendido a cada punto del dominio de infiltración a partir de los potenciales de cada nodo.

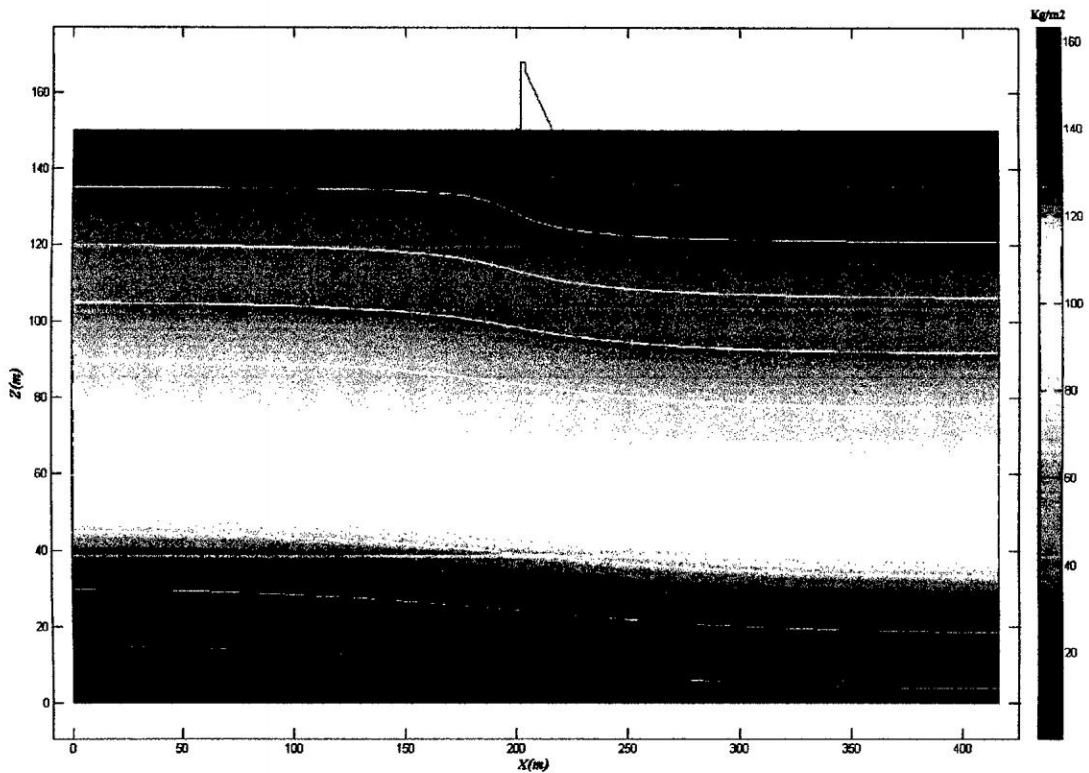


Figura 6.8: Alturas de agua sobre cada punto del dominio de infiltración, presa progresiva 0 + 40, en metros

6.4.5.2. Presiones

Las alturas de agua para cada nudo considerado en el dominio de infiltración se obtiene mediante la ecuación 3.6, $h = z + \frac{P}{\gamma}$, siendo h el potencial, luego de tener los valores de las alturas de agua en cada nudo del dominio estos valores se extienden a los elementos, cuyos resultados se muestra en la Tabla 6.8.

6.4.5.3. Velocidad de infiltración

La velocidad de infiltración en medios porosos está expresado mediante la velocidad de Darcy, queda expresado en el centroide de cada sub dominio, indicando la dirección y el sentido de la velocidad, tal como se muestra en la Figura 6.11.

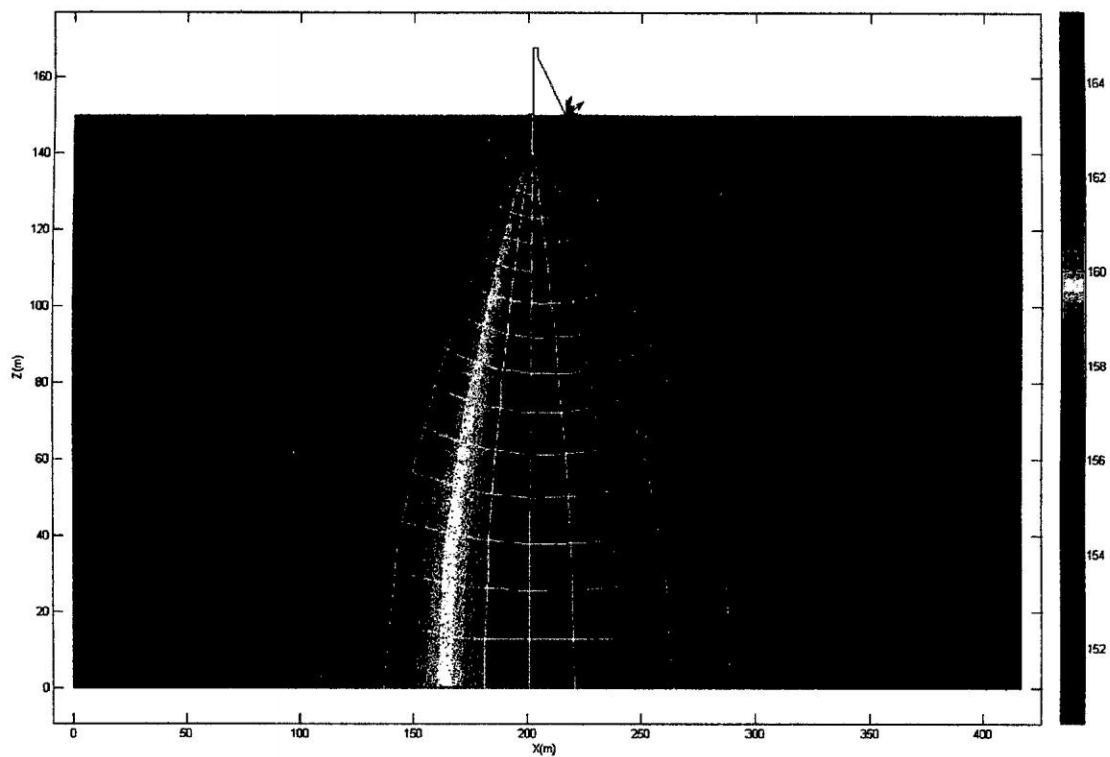


Figura 6.9: Líneas equipotenciales y líneas de corriente, presa progresiva 0 + 40

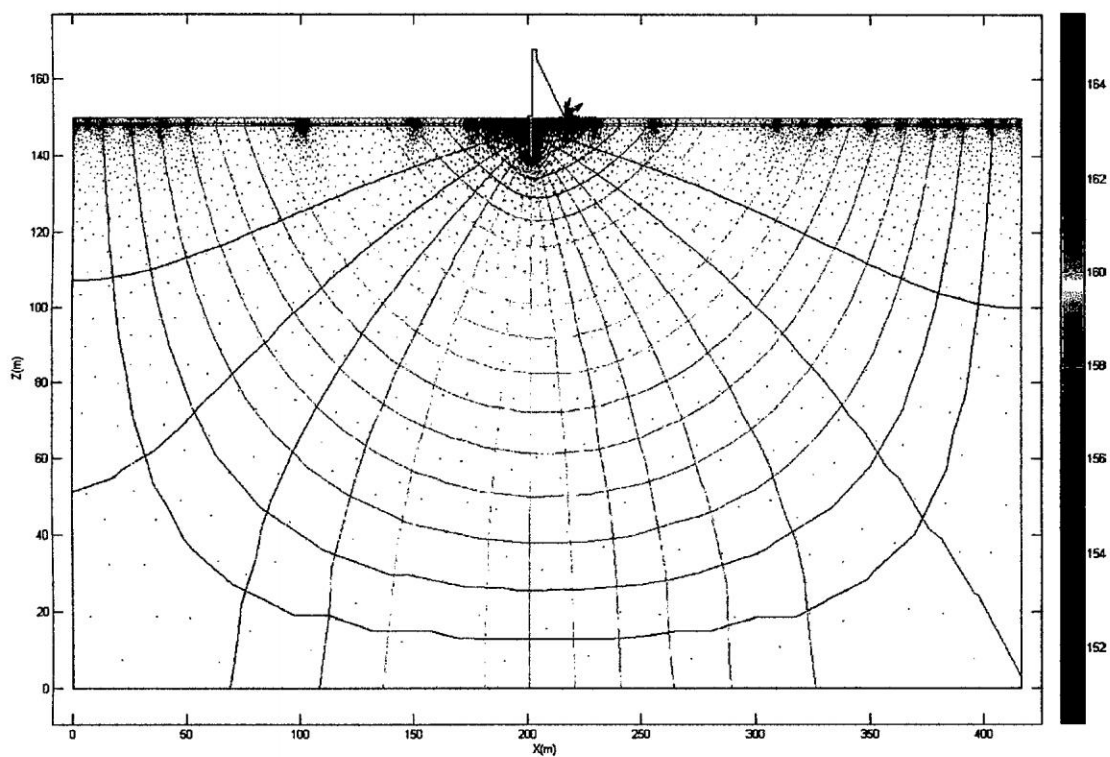


Figura 6.10: Dirección y sentido de flujo, presa progresiva 0 + 40

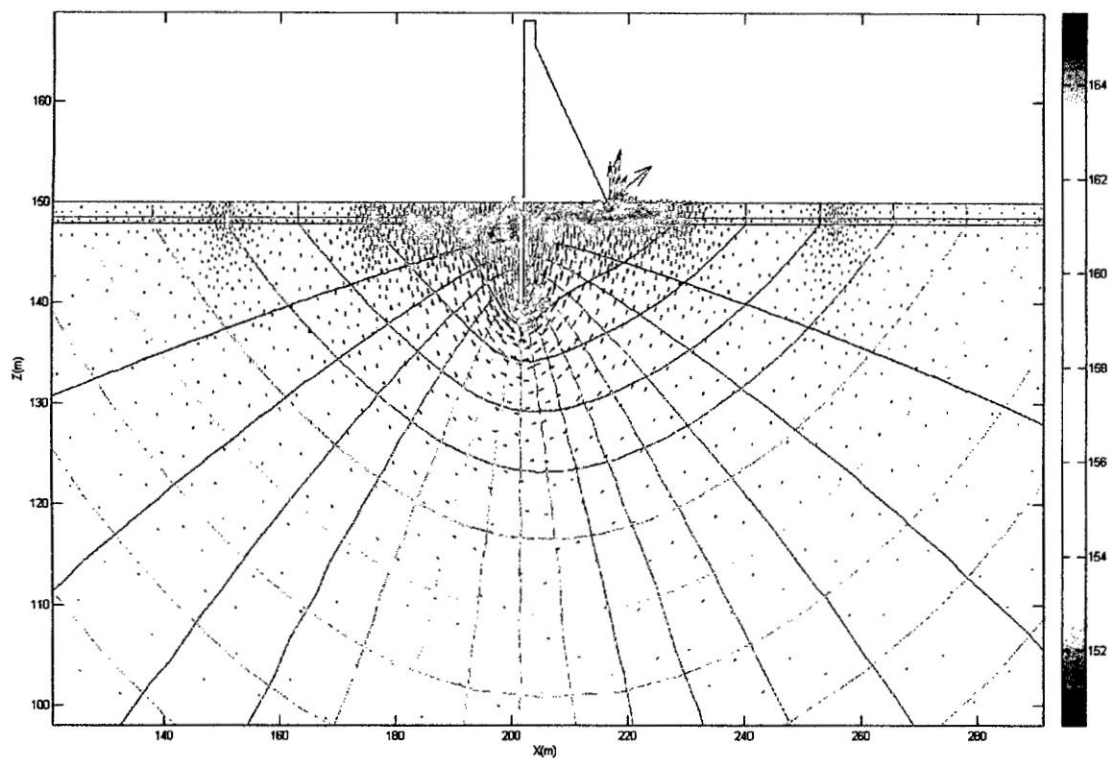


Figura 6.11: Velocidad del flujo (líneas de corriente) y líneas equipotenciales acercada la presa progresiva 0 + 40

6.4.5.4. Caudal filtrado

Es simplemente el módulo de la velocidad de infiltración multiplicado por la superficie de cada subdominio de infiltración; en general los resultados del caudal filtrado se consultan para una serie de elementos o subdominios donde es necesario conocer la pérdida de volumen de agua por filtración.

Capítulo 7

Análisis y Discusión de Resultados

7.1. Cómo garantizar la veracidad de los resultados obtenidos

7.1.1. Generalidades

El método de los elementos finitos queda definido como una metodología mediante el cual se encuentra la solución de las ecuaciones diferenciales parciales, desde este punto de vista es un método que cumple la misma función que los conocidos métodos de las diferencias finitas, volúmenes finitos, elementos de contorno y otros métodos cuya finalidad es encontrar la solución de ecuaciones basadas en diferenciales parciales; es necesario conocer el modelo matemático que rige un determinado fenómeno físico, a partir del cual las respuestas pueden ser obtenidos para diferentes escenarios.

Pocos modelos matemáticos gobernantes de fenómenos físicos pueden ser resueltos de forma explícita, es decir, encontrar una función que sea una solución general del modelo considerado; por otra parte, el método de los elementos finitos es un método numérico para “*aproximar*” el campo de las soluciones de las ecuaciones diferenciales parciales, mediante este método no es posible encontrar una función integral como resultado; solamente se obtiene los resultados requeridos en puntos

concretos dentro del dominio de análisis.

Partiendo desde el punto de vista que el método de los elementos finitos es un método aproximado para dar solución a ecuaciones diferenciales parciales, desde ya se dispone de un gran inconveniente: ¿cuándo se obtiene una respuesta adecuada o correcta?, ¿qué influye para encontrar una solución adecuada?, ¿cómo se tiene la certeza que una solución mediante FEM se aproxima a la solución verdadera?; de acuerdo a la bibliografía consultada, la convergencia de los resultados está directamente relacionado con el número de elementos con la cual es discretizado el dominio de análisis y el tipo de elemento finito utilizado, en la presente investigación se hace uso únicamente del elemento triangular de tres nudos, en este contexto, el grado de veracidad del campo de los resultados dependerá únicamente de la discretización del dominio de infiltración.

7.1.2. El campo potencial

Es por ésta razón, el interés de mostrar la variación del campo potencial, que es el resultado directo de la solución mediante el método de los elemento finitos en función al número de elementos que es discretizado el dominio de infiltración, en estas condiciones en la Tabla 7.1 se observa la convergencia del campo potencial de acuerdo al número de subdominios con el que es discretizado el dominio de infiltración, en este caso, cuando es analizado teniendo en cuenta 120 elementos o subdominios los resultados convergen al resultado real. Los resultados mostrados en la Tabla 7.1 no toman en cuenta los valores establecidos para las condiciones de contorno, ya que si se consultara los resultados de todos los nudos siempre se obtendría un potencial igual a $168.00m$, debido que en la resolución del sistema de ecuaciones los valores conocidos (dado por las condiciones de contorno) son truncados a valores predeterminados.

La Figura 7.1 muestra la convergencia del campo potencial en el dominio de

Cuadro 7.1: Convergencia del potencial de acuerdo al número de subdominios, presa progresiva 0 + 40, *GOSEEP-V2013*

Sub Dominios	Potencial (m)
10	64.3445
20	92.432
30	106.563
50	128.12
75	136.83
100	157.38
120	167.43
140	167.54
160	167.54
200	167.54

infiltración, para la sección transversal 0 + 40 de la presa, es suficiente discretizar con 120 elementos triangulares de tres nodos para obtener resultados adecuados, discretizando con un número mayor de elementos no se encuentra variación apreciable del máximo potencial en todo el dominio de infiltración.

La Tabla 7.1 muestra la convergencia del campo potencial en función al número de elementos finitos, esta convergencia garantiza la conformidad de los resultados del campo potencial. La disposición de los elementos triangulares de tres nudos en el dominio de infiltración queda establecida desde la Figura 7.2 hasta la Figura 7.5.

7.1.3. Otros resultados (presión, velocidad de infiltración, caudal filtrado)

Luego de quedar garantizado la convergencia del campo potencial, por ser el resultado directo del método de los elementos finitos, a partir de éste se obtiene los resultados siguientes:

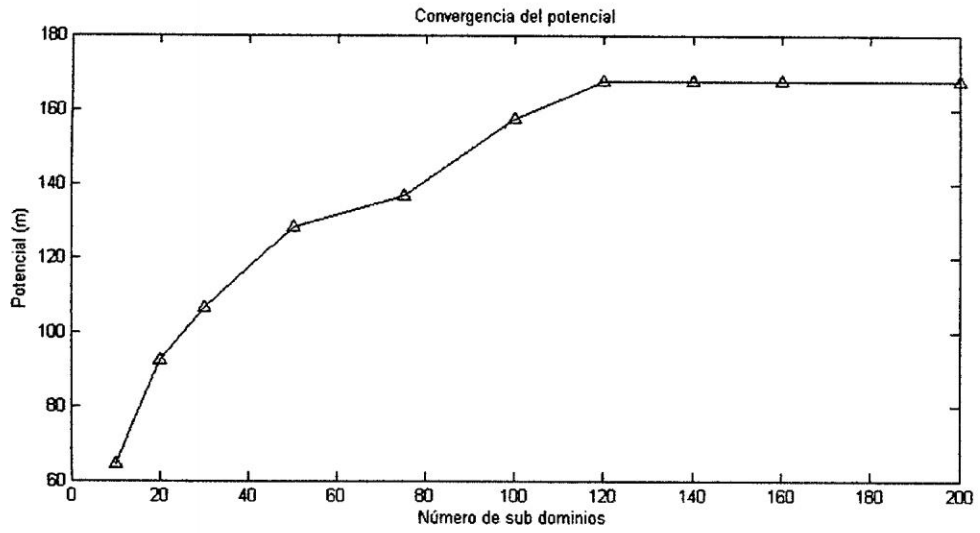


Figura 7.1: Variación - convergencia del potencial en función al número de subdominios, presa progresiva 0 + 40 *GOSEEP-V2013*

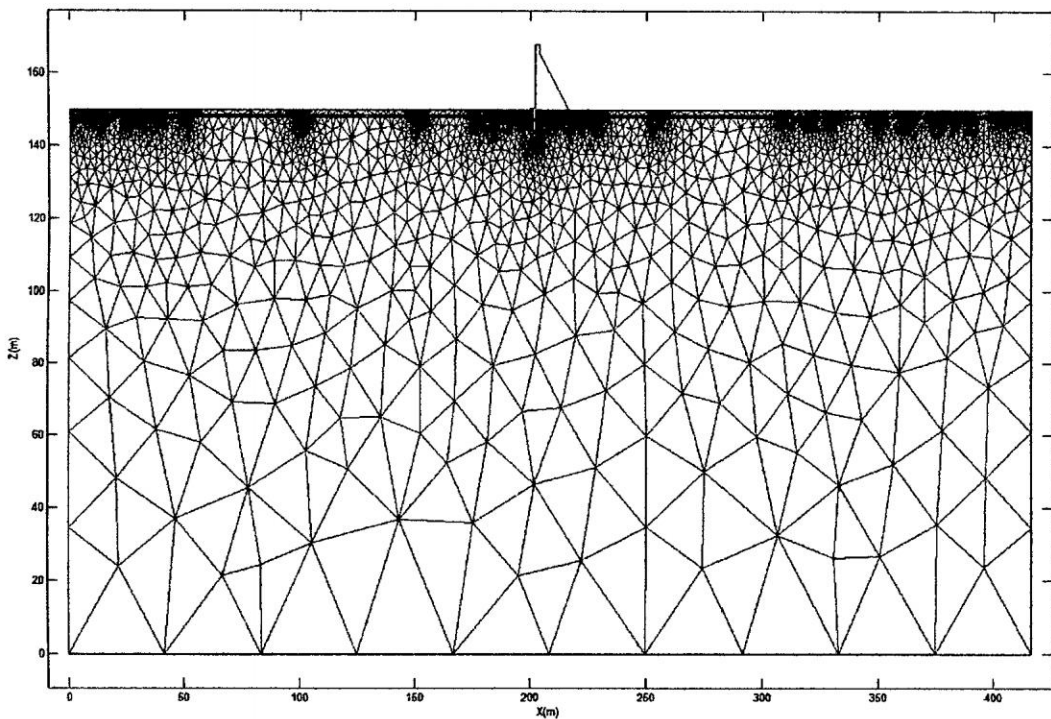


Figura 7.2: Discretización del medio continuo o superficie de infiltración con elementos triangulares de tres nodos *GOSEEP-V2013*

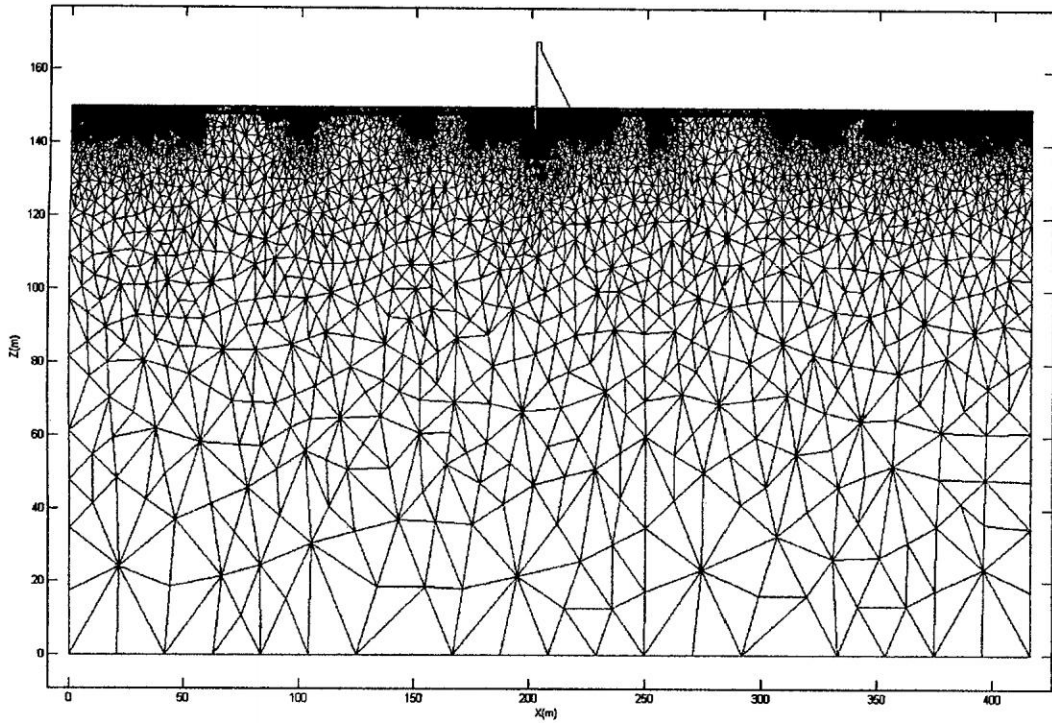


Figura 7.3: Discretización del medio continuo - refinamiento de los elementos 01

GOSEEP-V2013

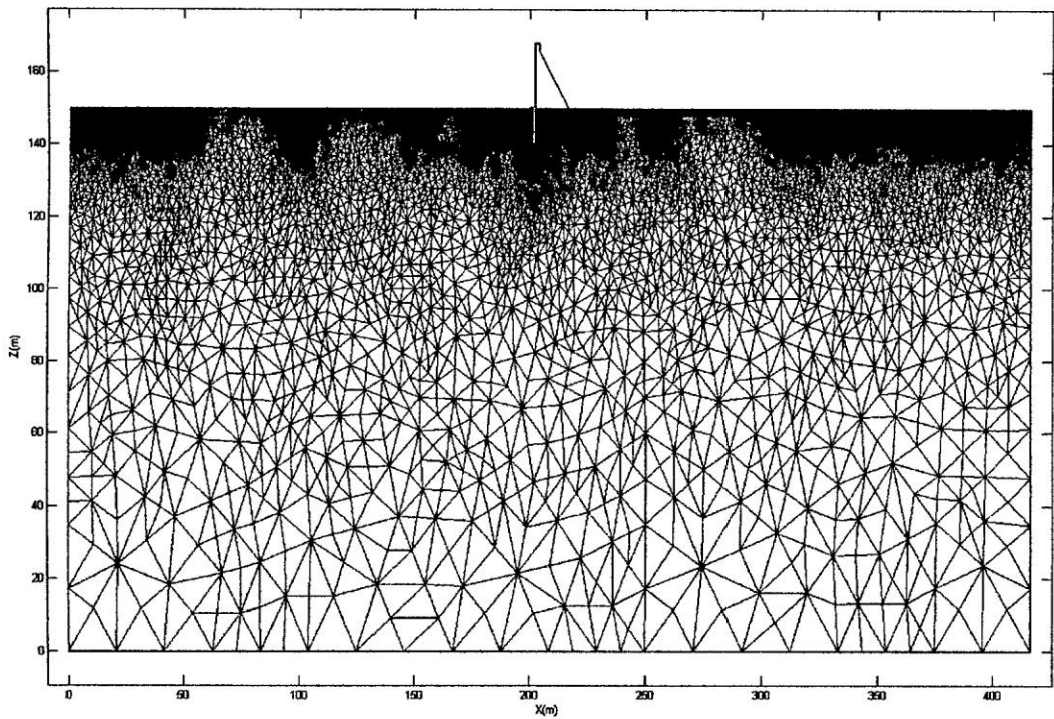


Figura 7.4: Discretización del medio continuo - refinamiento de los elementos 02

GOSEEP-V2013

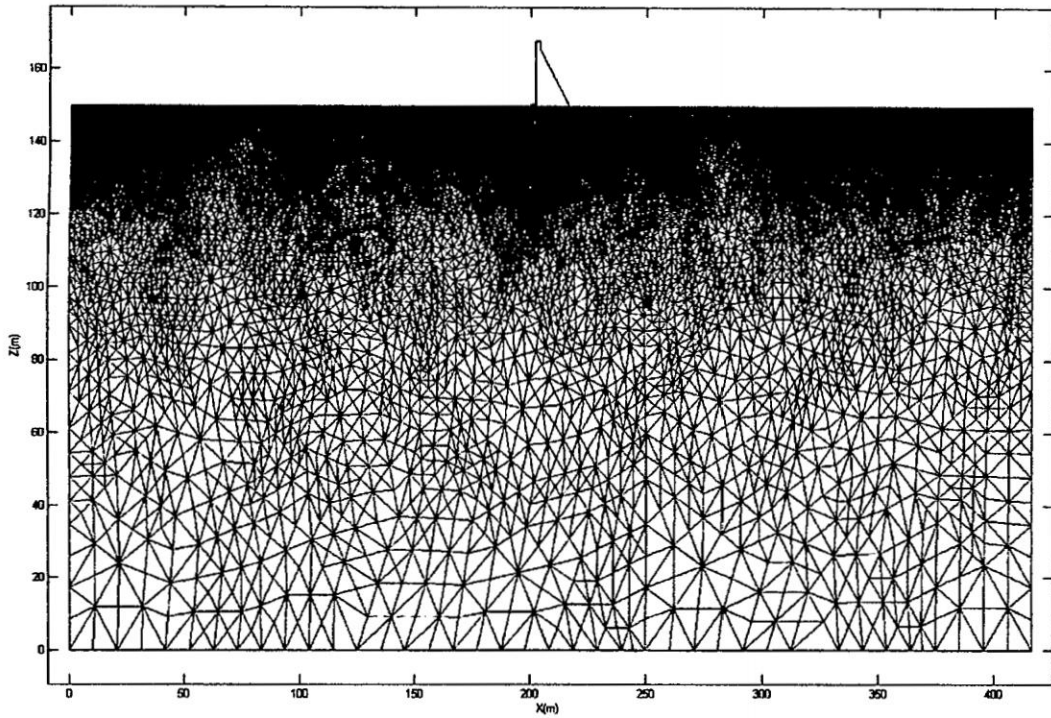


Figura 7.5: Discretización del medio continuo - refinamiento de los elementos 03
GOSEEP-V2013

- La presión o altura de agua
- Velocidad de infiltración
- Caudal filtrado

La altura de agua (presión) es obtenido sobre cada nodo de los elementos finitos, la velocidad de filtración queda definido para cada elemento finito en el dominio de infiltración y el caudal filtrado de igual manera, para cada elemento, tal como queda establecido en la sección 6.4 de la página 84.

7.1.4. Validación del modelo

Para validar el modelo desarrollado en esta tesis, modelaremos una presa de tierra típica de material suelto de dos estratos, el mismo que se resolverá con el el programa *GeoStudio 2012 - SEEP/W*¹. *SEEP/W* es uno de los sub programas

¹GeoStudio 2012, es un programa comercial de Copyright ©2008 by GEO-SLOPE International, Ltd.

de *GeoStudio 2012* que modela el flujo de agua en medios porosos con el *Método de Elementos Finitos MEF* utilizando el enfoque de residuos ponderados. En adelante utilizaremos este programa con el objeto de comparar los resultados de la tesis y los resultados de este programa comercial ya que ambos modelos están basados en el Método de Elemento Finitos.

7.1.4.1. Construcción del modelo

El problema a resolver es presentado en la Figura 7.8, se tiene una presa de material suelto de dos estratos con ($k_1 = k_x = k_z = 1.15 \times 10^{-6} m/s$) para la región 1 y ($k_2 = k_x = k_z = 1.18 \times 10^{-6} m/s$) para la región 2, con una altura total de $27m$, con base de $72m$ y el nivel de agua de $26m$ en el embalse. Para este caso se pretende determinar en cualquier de los (*nodos y elementos del enmallado*), la altura piezométrica, las presiones, la velocidad del flujo, gradiente hidráulico, líneas equipotenciales y líneas de corriente.

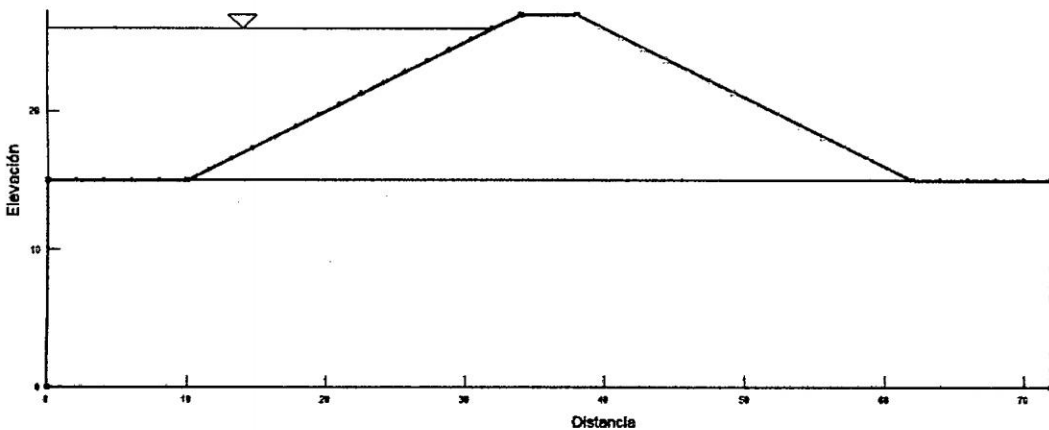


Figura 7.6: Modelo GeoStudio - SEEP/W (MEF)

Condiciones de borde

A partir de la Figura 7.8, podemos determinar que AB y BC es una condición de borde tipo *Dirichlet* con una altura piezométrica constante e igual a la cota del nivel de agua en la presa que en este caso es $H = 26m$, así mismo en el lado FG se sabe que el agua alcanza el nivel superior aflorando por esta línea por lo es

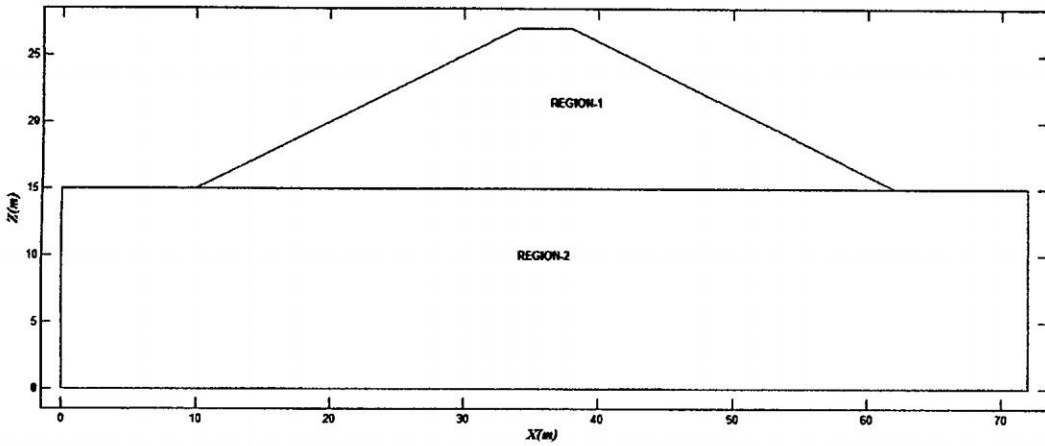


Figura 7.7: Modelo GOSEEP V2013 (MEF)

una condición tipo *Dirichlet* y corresponde a una altura de $H = 15m$, DF es la cara del potencial de infiltración, quiere decir que por cualquier punto de este lado puede aflorar el agua como producto de la infiltración a través de la presa y para el modelo desarrollado se trata de una condición tipo *Dirichlet* con $H = z$, JI es la base en contacto con la fundación impermeable donde la velocidad en la dirección del eje z es cero es decir $V_z = 0$; con respecto a esta última condición cabe señalar que el programa *GeoStudio 2012 - SEEP/W* no considera dentro de su formulación, mientras en nuestro programa *GOSEEP V2013* se ha incluido y se trata de una condición de contorno tipo *Neumann*.

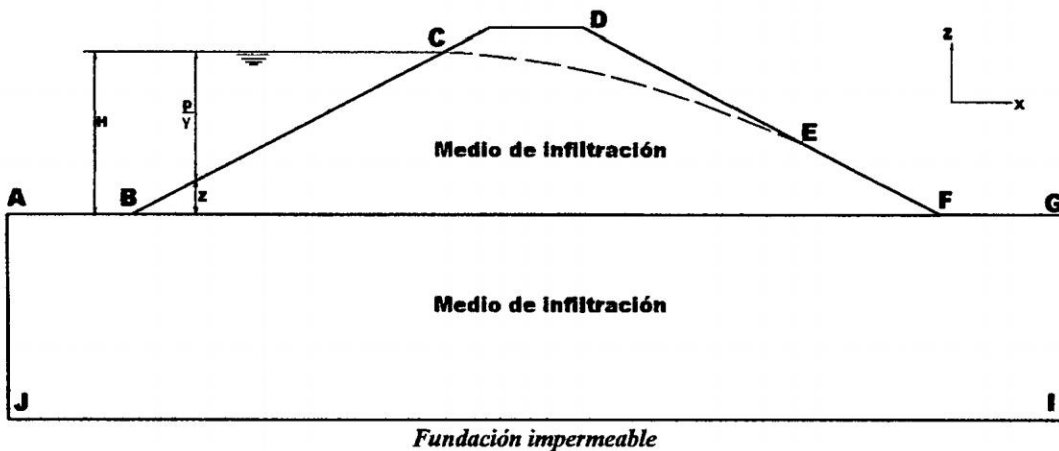


Figura 7.8: Condiciones de borde para ambos programas en MEF

Discretización geométrica

La discretización se hace con mallas triangulares para ambos modelos (*triangulación de Delaunay*). La discretización resulta similar en cualquier de los casos, para la malla generada con el programa *Geostudio2012-SEEP/W* resultan 1192 elementos triangulares y 651 nodos y con el programa *GOSEEP V2013* resulta 1196 elementos y 646 nodos, estas discretizaciones presentamos en las Figuras 7.9 y 7.10.

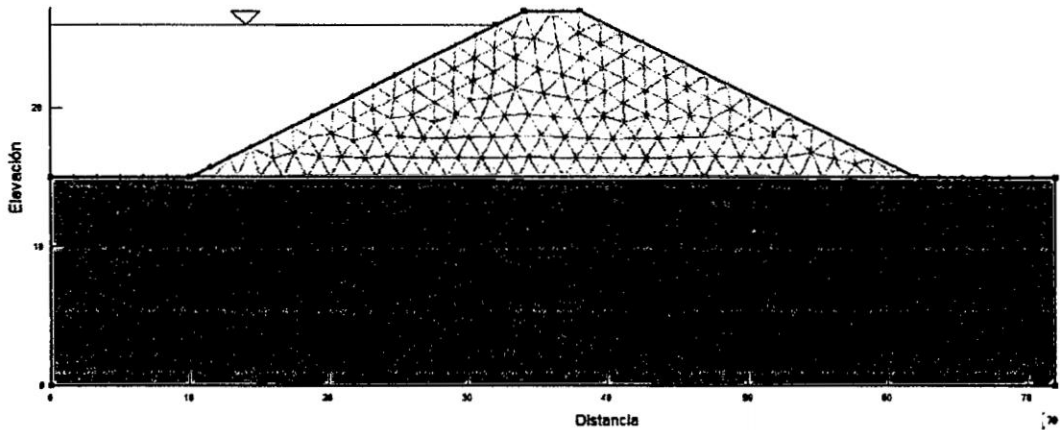


Figura 7.9: Discretización en 1192 elementos y 651 nodos con GeoStudio - SEEP/W (MEF)

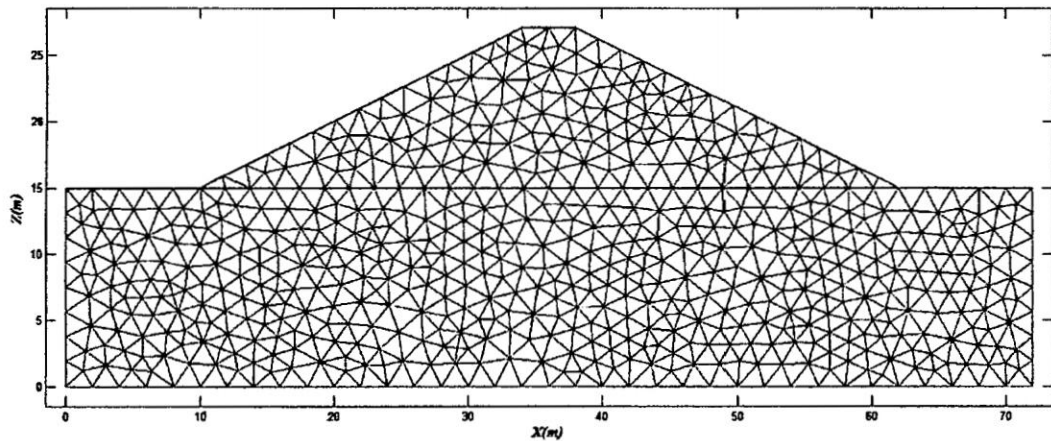


Figura 7.10: Discretización en 1196 elementos y 646 nodos con GOSEEP V2013 (MEF)

7.1.4.2. Visualización de resultados

Una vez generada la malla dentro del dominio se opta por asignar las condiciones de borde, de acuerdo a la Figura 7.8 las condiciones de borde es respecto al nivel

de agua en la presa $H = 26m$ y $H = 15m$ al pie del talud de la presa tal como lo definimos anteriormente. A partir de esto se ejecutan los programas que resuelven según los modelos adoptados, es decir el modelo con **MEF** (*GeoStudio 2012 - SEEP/W*) y el modelo con **MEF** (*GOSEEP V2013*), para el fenómeno infiltración en medios porosos.

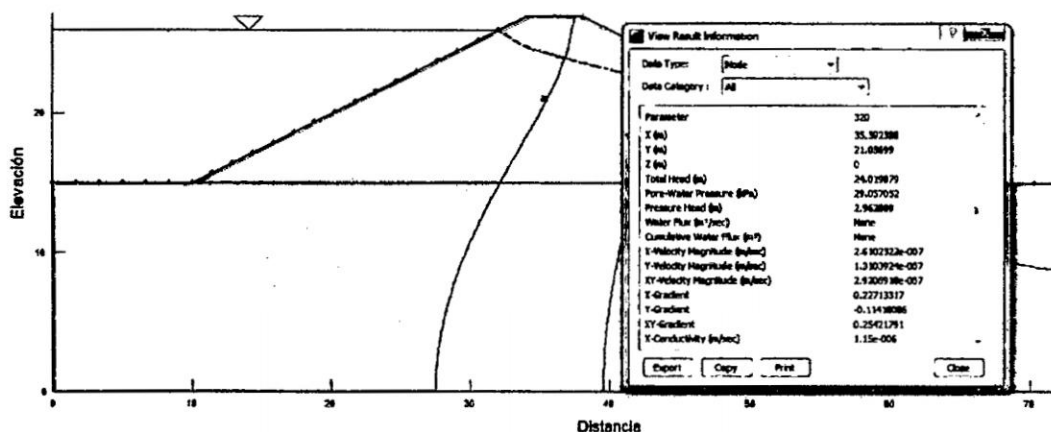


Figura 7.11: Reporte de resultados por nodo/GeoStudio - SEEP/W (MEF)

Con respecto a la Figura 7.11, el reporte de resultados en el programa *GeoStudio - SEEP/W* se da por elemento y por nodos, desde allí se puede exportar, imprimir o simplemente analizar. Una muestra de la forma como se obtiene estos resultados representa la Figura 7.11, donde se puede ver las coordenadas x , y , *Altura piezométrica (m)*, *altura de presión (m)*, *velocidad de infiltración (m/s)*, *gradiente hidráulico (m/m)*, *conductividad hidráulica $K(m/s)$* .

En el caso del programa *GOSEEP V2013*, los reportes se muestran en tablas clasificados en excel por nodo y por elemento, estos reportes podemos ver en la Figura 7.12. Los reportes por nodo engloba la *numeración del nodo*, *las coordenadas x , z* , *Altura piezométrica (m)* y *altura de presión (m)*; mientras los reportes por elemento muestra la *numeración del elemento*, *los tres nodo que conforma el elemento numerado*, *gradiente hidráulico en x , z y promedio*, *la velocidad en x , z y promedio*.

A continuación veremos cada uno de estos resultados y la solución que representan.

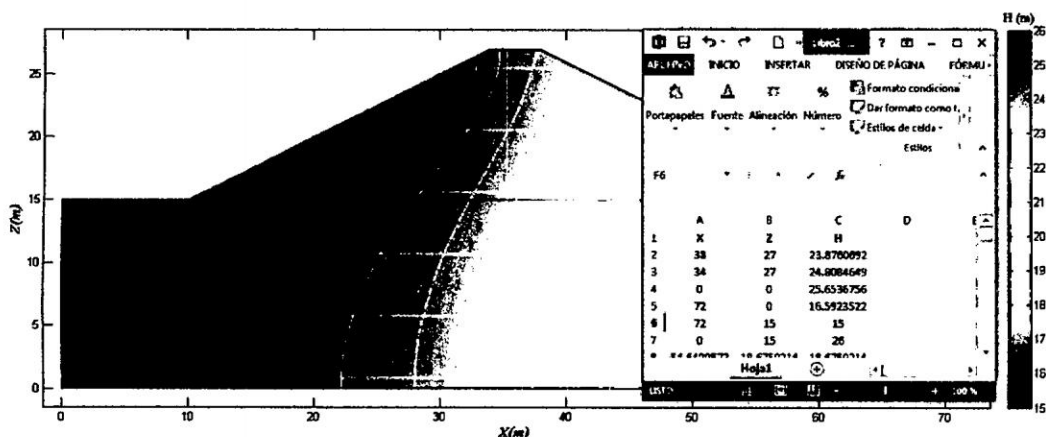


Figura 7.12: Reporte de resultados por elemento /GOSEEP V2013 (MEF)

7.1.4.3. Alturas piezométricas y líneas equipotenciales

La Figura 7.13 representa las *altura piezométricas* en escala de colores y valores impresos en él, del modelo de elementos finitos (*GeoStudio-SEEP/W*), mientras las Figura 7.14 para el modelo de elementos finitos (*GOSEEP V2013*).

En estas Figuras se dibujan las *líneas equipotenciales* (líneas negras y líneas blancas) que dan el limite a cada cambio de color o gradiente de color según la variación de la altura piezométrica, como una solución de $\{h\} = [K]^{-1}\{f\}$.

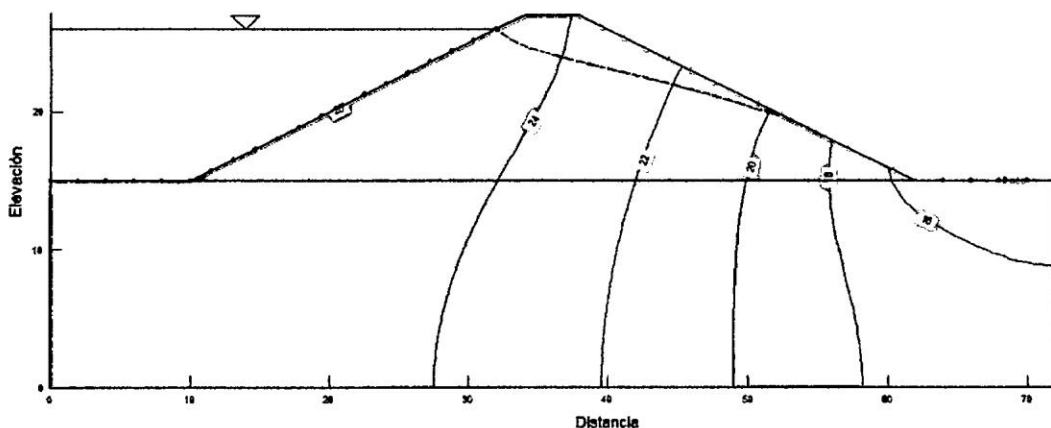


Figura 7.13: Alturas piezométricas con GeoStudio - SEEP/W (MEF)

7.1.4.4. Altura de presiones

La *altura de presiones* también se representa de modo similar que las alturas piezométricas, Figuras 7.15 y 7.16. Estas gráficas representan la solución de $P =$

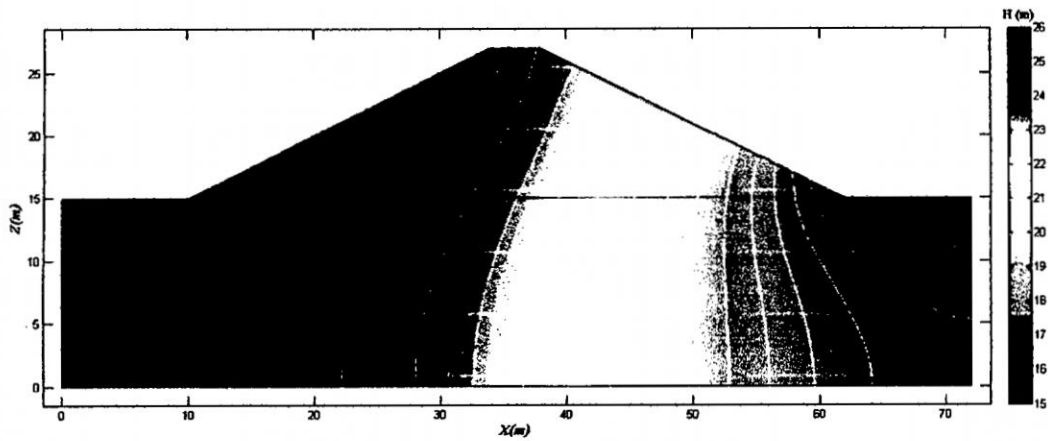


Figura 7.14: Alturas piezométricas y con GOSEEP V2013 (MEF)

$$\mu_w = (h - z).$$

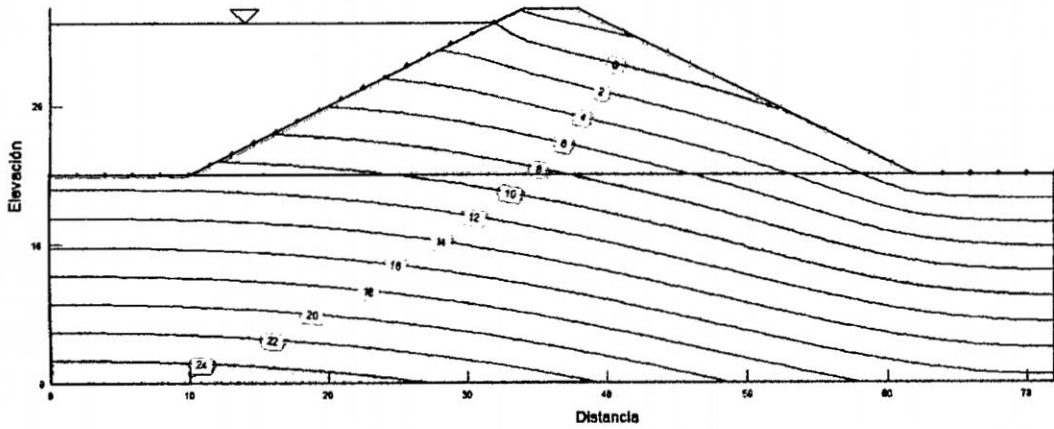


Figura 7.15: Altura de presiones con GeoStudio - SEEP/W (MEF)

7.1.4.5. Altura de presiones, velocidad de flujo y líneas de corriente

Las figuras 7.17 y 7.18 muestran las *velocidades del flujo o infiltración* con pequeñas flechas que en tamaño varían según su valor en el elemento que representa, la dirección de estas marcan *líneas de corriente* del flujo.

7.1.4.6. Comparación de resultados

Finalmente se hace la comparación de los resultados de los modelos *GeoStudio-SEEP/W* y *GOSEEP-V2013*, ambos basados en el Método de Elementos Finitos. Por razones de conclusion y análisis de resultados presentamos una comparación de

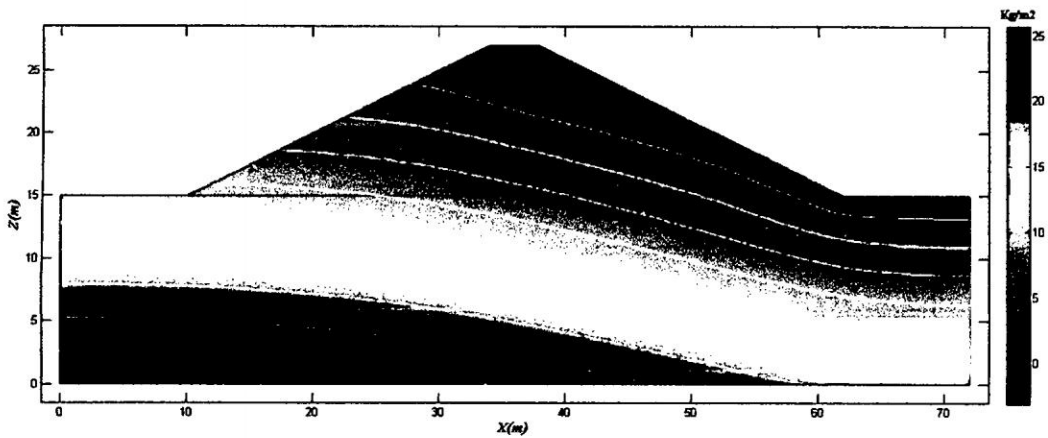


Figura 7.16: Altura de presiones con GOSEEP V2013 (MEF)

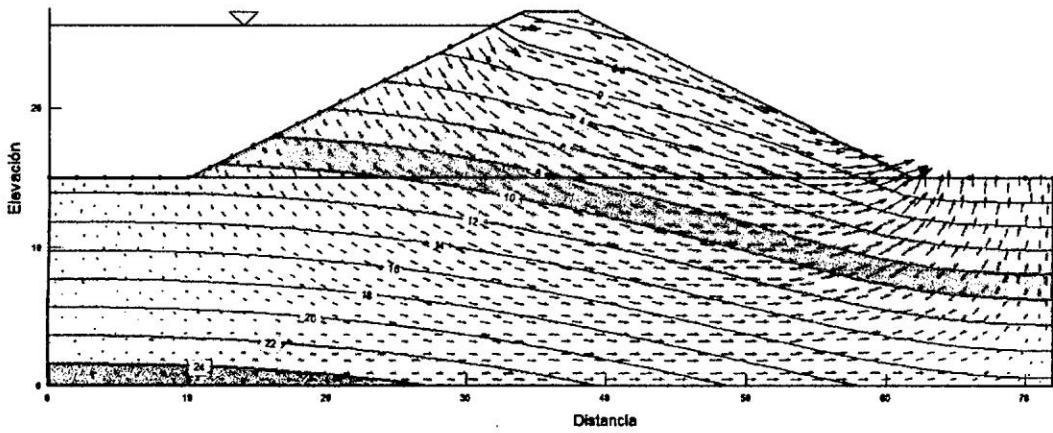


Figura 7.17: Altura de presiones y velocidad de flujo con GeoStudio - SEEP/W (MEF)

los valores nodales del potencial H en cuatro nodos que no varían con el refinamiento de la malla, en cualquier modelo o software siempre se considerará un nodo por esta razón se escogió estos nodos para la comparación y se resume en el Cuadro 7.2 y en la Figura 7.19 se ilustra gráficamente.

Cuadro 7.2: Resultados del modelo GeoStudio-SEEP/W & GOSEEP-V2013

X(m)	Z(m)	Geostudio2012-SEEP/W	GOSEEP v2013
72.00	0.00	16.60	16.59
38.00	27.00	23.89	23.88
34.00	27.00	24.83	24.81
0.00	0.00	25.65	25.65

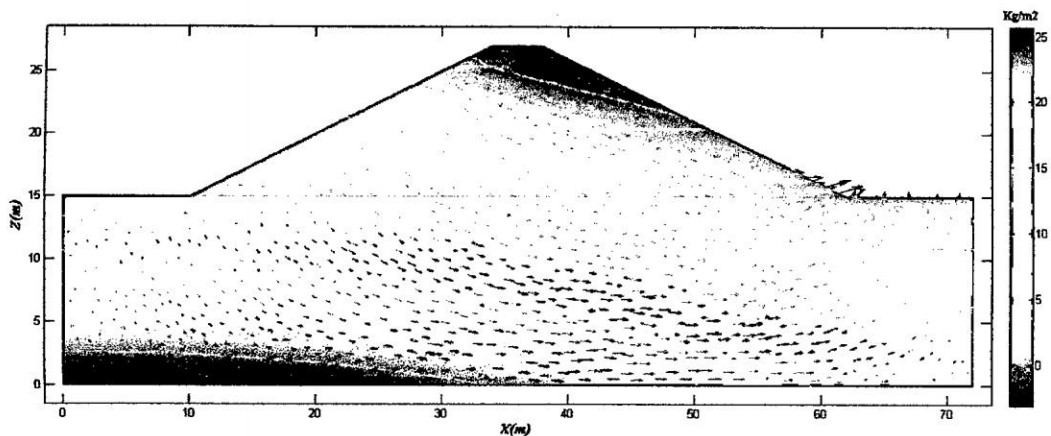


Figura 7.18: Altura de presiones y velocidad de flujo con GOSEEP V2013 (MEF)

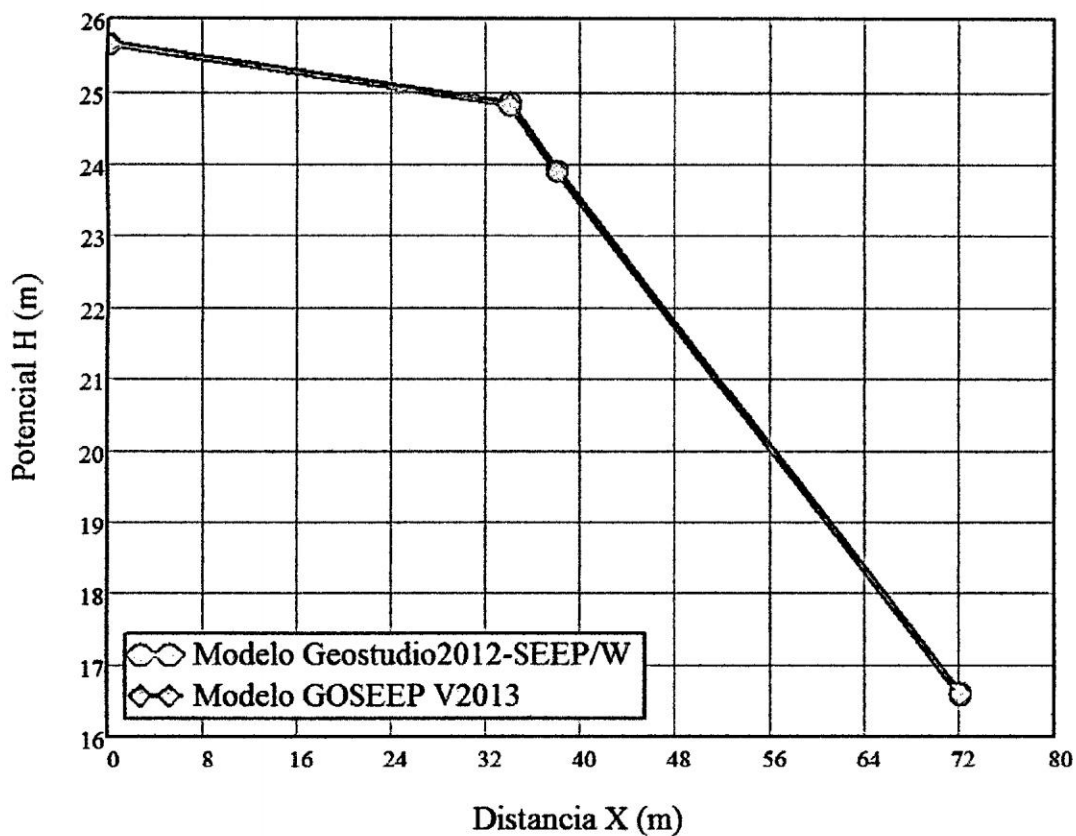


Figura 7.19: Potencial H con los modelos GeoStudio-SEEP/W y GOSEEP-V2013

Capítulo 8

Conclusiones, Recomendaciones e Investigaciones Futuras

8.1. Conclusiones

8.1.1. De la teoría

1. El fenómeno de infiltración en medios porosos está regido por tres leyes de la mecánica de fluidos: conservación de masa, conservación de energía y la ley de Darcy. En la presente investigación se analizó el flujo en medio poroso considerando flujo laminar, en condición estacionario, si considerar fuentes ni sumideros, considerando el suelo homogéneo en cada dirección y en una sección transversal, en el plano $x - z$.
2. En las regiones donde la permeabilidad es casi cero, la magnitud de la velocidad del flujo del agua es muy pequeña, por tanto las suposiciones establecidas en la *Ley de Darcy* que describe el movimiento del agua sobre un medio poroso es *correcta*.
3. El fenómeno de infiltración que se produce por debajo y a través del cuerpo de la presa pertenecen a problemas de campo escalar.
4. La ecuación de *Flujo Potencial* para el fenómeno de infiltración en medios

porosos es aplicable solamente en los límites de validez de la *LEY DE DARCY (Flujo laminar)*.

5. Las condiciones de contorno son valores conocidos en los contornos del dominio de infiltración, estos valores conocidos pueden ser los potenciales las regiones impermeables.

8.1.2. De la Metodología

1. El método de los elementos finitos (MEF) es una herramienta muy eficaz y poderosa para la solución de ecuaciones diferenciales parciales de cualquier orden.
2. La solución directa obtenida mediante el método de los elementos finitos del problema de infiltración mediante el método de los elementos finitos son los potenciales, a partir éste se obtienen las alturas de agua (presiones), velocidad de flujo y la pérdida de caudal por infiltración.
3. La discretización del medio continuo, dominio de infiltración, se realiza mediante elementos triangulares de tres nudos, donde cada elemento o sub región queda identificado mediante tres puntos o nudos.

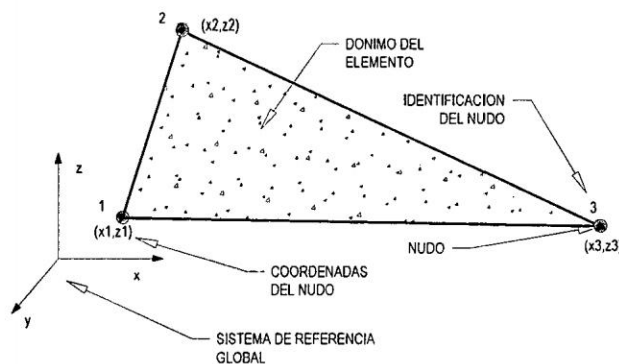


Figura 8.1: Elemento triangular con tres nudos

4. El método de los elementos finitos es un método general para la resolución

numérica aproximada de ecuaciones diferenciales parciales. la convergencia de los resultados está directamente relacionado con el número de elementos con la cual es discretizado el dominio de análisis y el tipo de elemento finito utilizado, en la presente investigación se hace uso únicamente del elemento triangular de tres nudos, en este contexto, el grado de veracidad del campo de los resultados depende únicamente de la discretización del dominio de infiltración.

5. Para el análisis mediante el Método de los Elementos Finitos, es necesario discretizar el medio continuo en subdominios.

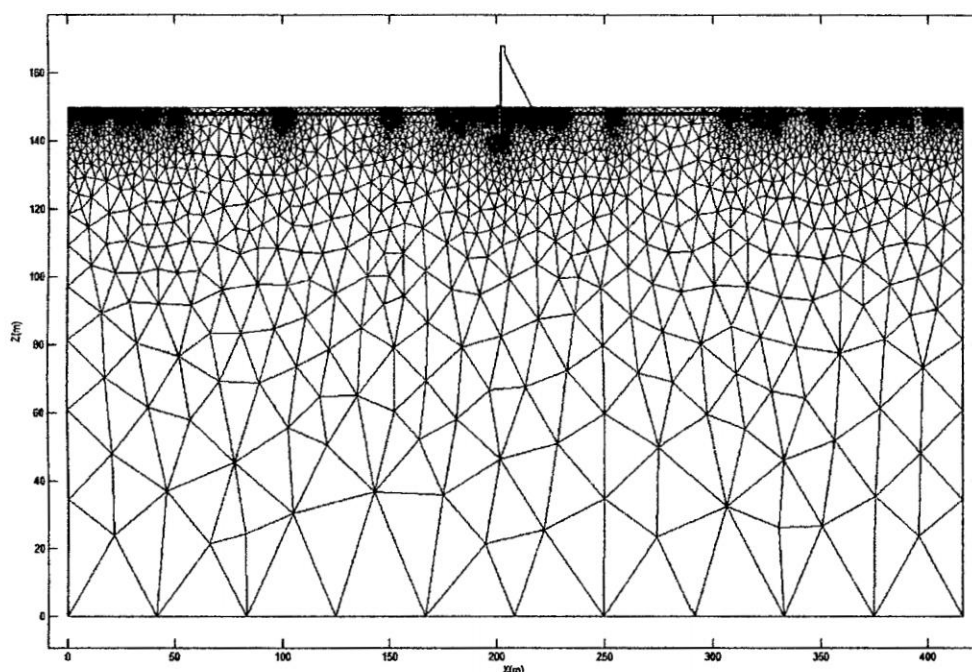


Figura 8.2: Discretización del dominio de infiltración *GOSEEP-V2013*

8.1.3. Del Modelo

1. Las *condiciones de frontera* que se imponen en el modelo, son las que en realidad determinan la solución del problema, la convergencia y precisión de los resultados depende las *funciones de forma* y el tipo de elemento adoptado.
2. El uso de las mallas no estructuradas (triángulo bilineal de 3 nodos) para la discretización del dominio de infiltración en las presas es la mas adecuada ya que se adapta muy bien a geometrías complejas.

3. Mediante el programa *GOSEEP V2013* se hace el *pre-proceso* del modelo numérico (preparación del modelo), la *solución* del problema y el *post-proceso* del modelo numérico (visualización de los resultados).
4. El modelo matemático, la ecuación gobernante del fenómeno de infiltración en medios porosos, queda definido mediante la ecuación:

$$Q + \nabla^T K \nabla h = \frac{1}{1 + e} \left(e \frac{\partial S}{\partial t} + S \frac{\partial e}{\partial t} \right)$$

La ecuación 3.17 gobierna el flujo de agua en medios porosos en su representación general, deducido para condiciones de flujo transitorio o no estacionario, en un suelo o dominio de infiltración heterogéneo, anisotrópico y considerando el flujo en el espacio tridimensional.

5. Para un flujo estacionario en el medio de infiltración, condiciones del suelo homogéneos, cuando no existe fuentes (aportaciones de fluido) ni sumideros (extracción de caudal, bombeo) de fluido, la Ecuación 3.20 se transforma en la conocida *Ecuación de Laplace*.

$$k \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) = 0$$

6. El modelo para la solución de la Ecuación 4.7 mediante el *Método de los Elementos Finitos* está expresado mediante la Ecuación 4.24, la misma que se reescribe nuevamente:

$$[K^e]\{h^e\} = \{f^e\} + \{Q^e\}$$

8.1.4. De los resultados

1. La aplicación del modelo numérico a un proyecto local del analiza de infiltración en la Presa *Ingalla* no s indica que los resultados son adecuados y favorables.
2. De los resultados se observa que las líneas equipotenciales y las líneas de corriente obtenido con el modelo matemático y teórico propuesto son represen-

tados apropiadamente dentro del dominio de infiltración en las regiones con permeabilidad diferente de cero $k \neq 0$.

3. El código *GOSEEP V2013* modeliza correctamente la distribución de velocidades, gradientes y presiones tanto para las presas de material suelo como para las presas de concreto armado.
4. Las condiciones de contorno son valores conocidos en los contornos del dominio de infiltración, estos valores para el caso de las presas son la altura de agua en el embalse que es una condición de de borde tipo Dirichlet.
5. El método de los elementos finitos es un método para la solución de ecuaciones diferenciales parciales, la calidad del resultado depende del nivel de discretización del dominio que define el problema, para discretizaciones con número de subdominios bajos pueda no lograrse un resultado adecuado, mientras con un número mayor de subdominios es posible encontrar resultados adecuados, pero a cambio se requerirá mayores capacidades en recursos en la computadora. En tabla 7.1 se muestra la convergencia del campo potencial en relación al número de subdominios triangulares en que fue discretizado el dominio completo.

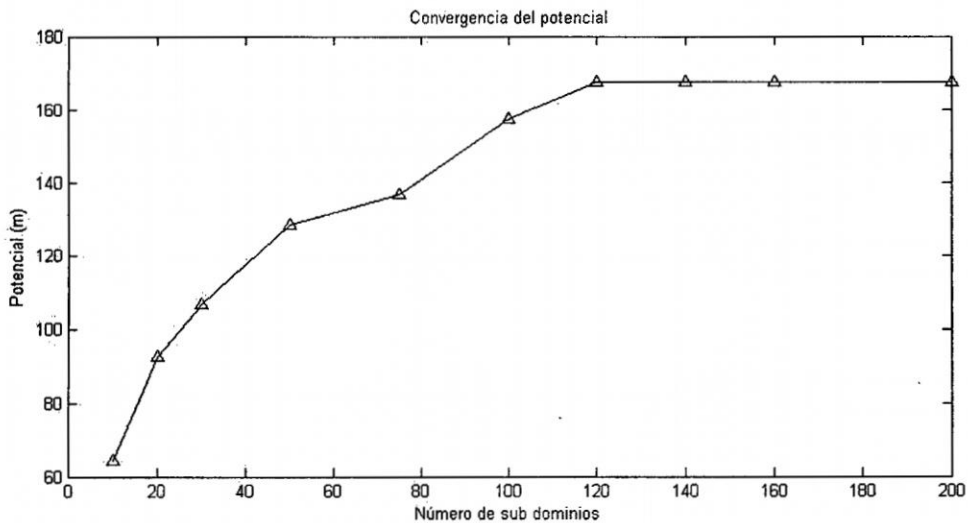


Figura 8.3: Variación - convergencia del potencial en función al número de subdominios

GOSEEP-V2013

Cuadro 8.1: Convergencia del potencial de acuerdo al número de subdominios, presa progresiva 0 + 40 *GOSEEP-V2013*

Sub Dominios	Potencial
10	64.3445
20	92.432
30	106.563
50	128.12
75	136.83
100	157.38
120	167.43
140	167.54
160	167.54
200	167.54

6. Los resultados de los modelos *GeoStudio2012-SEEP/W* y *GOSEEP-V2013* son similares como se muestra en el Cuadro 7.2 y la Figura 7.19, lo cual indica que el modelo matemático desarrollado utilizando como técnica numérica el Método de Elementos Finitos para la solución de la ecuación diferencial que gobierna el fenómeno de infiltración y el programa computacional implementado es valido y aplicable al análisis de infiltración en la presas de tierra, concreto armado y estructuras similares.

8.2. Recomendaciones

1. El tipo elemento elegido y la generación de la malla debe concordar con las necesidades de cálculo para la simulación del fenómeno de infiltración.
2. Incentivar desde la UNSCH, el desarrollo de modelos matemáticos, especialmente usando las ultimas técnicas numéricas y aplicar a los diferentes proyectos reales en nuestra region y el Perú general.

3. Tener cuidado cuando el terreno está compuesto por gravas y arenas (como es el caso de las presas de escollera) la relación entre gradiente hidráulico y caudal (*Ley de Darcy lineal*) puede dejar de tener validez.
4. Mediante el método de los elementos finitos, por ser un método aproximado, en un primer análisis rara vez se obtendrá el resultado adecuado, es necesario probar la convergencia de los resultados mediante cuadros o gráficos en función al número de subdominios y al potencial máximo encontrado en cada caso, Figura 7.1, los resultados adecuados serán aquellos donde no haya variación de los potenciales, realizando el análisis con variación en el número de subdominios.

8.3. Investigaciones futuras

1. Análisis *tridimensional* de la infiltración en las presas y estructuras similares.
2. Desarrollar de un modelo de simulación del fenómeno de infiltración en *régimen transitorio* considerando fuentes y/o sumideros, además de incluir condiciones de borde Tipo *Dirichlet*, *Neumann*, *Cauchy* y condiciones *mixtas*, es decir un modelo global de análisis de infiltración en presas de tierra y concreto armado.
3. Desarrollar un modelo matemático de elementos finitos o redes neuronales para determinar la superficie libre de infiltración en las presas de materiales sueltos.
4. Incluir el análisis de esfuerzos efectivos y la estabilidad de la presa para determinar la posible falla de la presa a consecuencia del fenómeno de infiltración.

Bibliografía

- [Aysen, 2002] Aysen, A. (2002). *Soil Mechanics: Basic Concepts and Engineering Applications*. Taylor & Francis.
- [Beltrán, 1999] Beltrán, F. (1999). *Teoría General del Método de los Elementos Finitos*. Departamento de Mecánica Estructural y Construcciones Industriales - ETS Ingenieros Industriales Madrid.
- [Carlos R. G., 2010] Carlos R. G., V. R. M. (2010). *Método del elemento finito: fundamentos y aplicaciones con ANSYS*. Área : ingeniería civil. Limusa.
- [Carpena and Rodríguez, 2005] Carpena, R. M. and Rodríguez, A. R. (2005). *Hidrología Agroforestal (Spanish Edition)*. Mundiprensa.
- [Castillo, 2000] Castillo, E. V. C. D. (2000). *Tratado Basico de Presas (Coleccion Señor) (Spanish Edition)*, volume 1. Colegio de Ingenieros de Caminos Canales y Puentes.
- [Chaves and Dominguez, 2010] Chaves, E. W. V. and Dominguez, R. (2010). *Mecánica Computacional en la Ingeniería con Aplicaciones en MatLab*. Universida Castilla - La Mancha.
- [Chen, 2005] Chen, Z. (2005). *Finite Element Methods and Their Applications (Scientific Computation)*. Springer.
- [de Normas para Grandes Presas, 1967] de Normas para Grandes Presas, C. (1967). *Instrucción para Proyecto, Construcción y Explotación de Grandes Presas*. Ministerio de Obras Públicas España.

- [de Normas para Grandes Presas, 1996] de Normas para Grandes Presas, C. (1996). *Reglamento Técnico sobre Seguridad de Presas y Embalses*. Ministerio de Obras Públicas España.
- [Lambe, 2004] Lambe, T. W. (2004). *Mecánica de suelos/ Soil Mechanics (Spanish Edition)*. Editorial Limusa S.A. De C.V.
- [Lambe and Whitman, 1969] Lambe, T. W. and Whitman, R. V. (1969). *Soil Mechanics (Series in Soil Engineering)*. Wiley.
- [Logan, 2011] Logan, D. L. (2011). *A First Course in the Finite Element Method*. CL Engineering.
- [Marín et al.,] Marín, E. M., Akerman, P. B., and Gonzalez, I. M. *Diseño de Pequeñas Presas*. Tercera edition.
- [Massey and Ward-Smith, 2006] Massey, B. and Ward-Smith, J. (2006). *Mechanics of Fluids, Eighth Edition*. CRC Press.
- [Municio, 1997] Municio, M. A. T. (1997). *Presas de Escollera Sometidas a Sobrevertido. Estudio del Movimiento del Agua a Través de la Escollera y de la Estabilidad Frente al Deslizamiento en Masa*. PhD thesis, Universidad Politécnica de Madrid.
- [Nield and Bejan, 2006] Nield, D. A. and Bejan, A. (2006). *Convection in Porous Media*. Springer.
- [Novak et al., 2001] Novak, P., Moffat, A. I. B., and Nalluri, C. (2001). *Estructuras Hidráulicas - Segunda Edición: Edición (Spanish Edition)*. MC Graw Hill.
- [Oñate, 2009] Oñate, E. (2009). *Structural Analysis with the Finite Element Method. Linear Statics: Volume 1: Basis and Solids (Lecture Notes on Numerical Methods in Engineering and Sciences) (v. 1)*. Springer.
- [RAO, 2010] RAO, S. S. (2010). *The Finite Element Method in Engineering, Fifth Edition*. Butterworth-Heinemann.

- [Tenreiro et al., 2003] Tenreiro, R. D.-R., Téllez, F. A., García, A. I. G., Álvarez, V. M., Gerrero, I. C., Vázquez, E. G., and de los Santos Alfonso, R. (2003). *Pequeños Embalses de uso Agrícola (Spanish Edition)*. Mundi-Prensa.
- [Vargas, 2010] Vargas, J. I. C. (2010). *Aplicación del Programa ANSYS para los Análisis de Estabilidad y Estados de Esfuerzos en Presas de Gravedad de Concreto*. Universidad Nacional San Cristóbal de Huamanga.
- [Zienkiewicz and Taylor, 2000] Zienkiewicz, O. C. and Taylor, R. L. (2000). *Finite Element Method: Volume 1, Fifth Edition*. Butterworth-Heinemann.

Apéndice A

Guía de Usuario Programa GOSEEP

El programa *GOSEEP* que aquí se presenta tiene como objetivo introducir a los profesionales de ingeniería civil y ramas afines en la utilización práctica del *MEF* y *MATLAB* explicando, al mismo tiempo, los detalles de cada una de las etapas del cálculo. Aunque el problema que específicamente resuelve el programa es el análisis de problemas de campo (*filtración en medios porosos*), muchos de los conceptos que aparecen son totalmente generales y extrapolables a la solución de otros problemas por el MEF en diversos campos de la física y la ingeniería.

GOSEEP es el resultado de la presente investigación desarrollado en la Universidad Nacional San Cristóbal de Huamanga y esta organizado en tres bloques bien diferenciados de *Preproceso*, *Proceso* y *Postproceso* que engloban las tres etapas básicas del análisis de infiltración por el MEF. Así, en el bloque de *Preproceso* se definen de forma gráfica y sencilla la geometría de la presa ingresando las coordenadas del dominio, se asignan las condiciones de borde y se ingresa todos los datos para el análisis por el MEF. En el bloque de *Proceso* se soluciona el problema de infiltración en medios porosos, obteniendo las *alturas piezométricas*. Finalmente el bloque de *Postproceso* permite calcular todas las variables secundarias y visualizar gráficamente los resultados más representativos del análisis. La creación de nuevos problemas es ilimitada, pudiendo incluirse dominios de análisis de interés práctico.

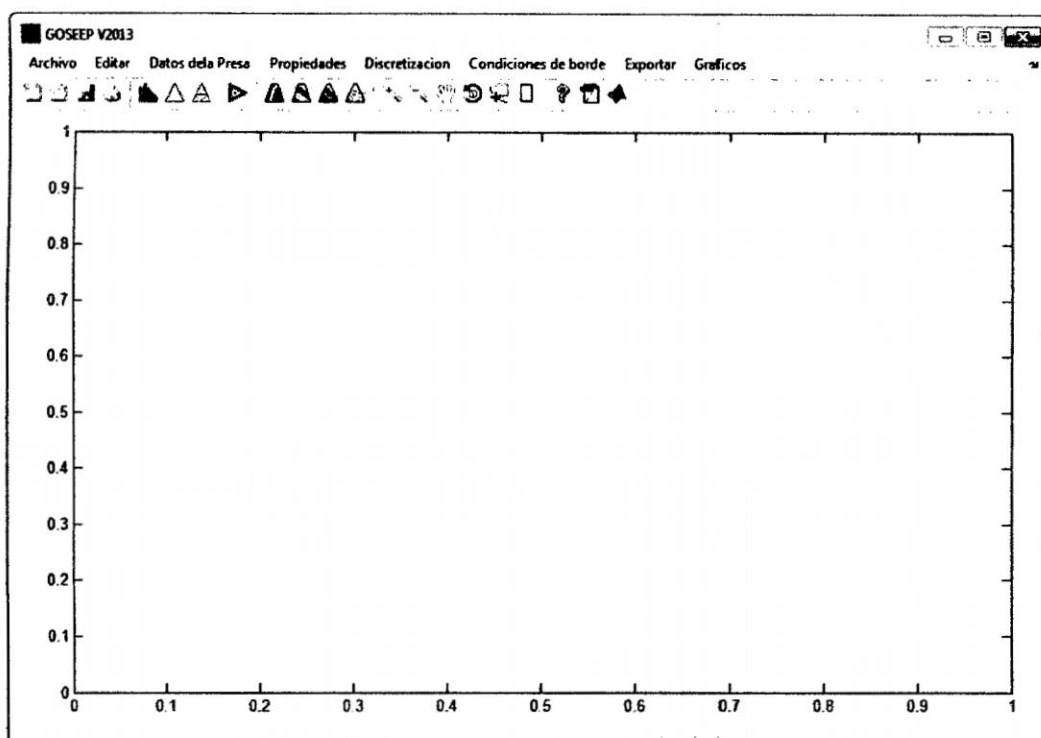


Figura A.1: Ventana principal del programa “*GOSEEP-V2013*”

La aplicación “*GOSEEP*” cuenta con una interfaz basado en *menús*, *submenús* y *barra de herramientas*, Figura A.1; el usuario dispone desde una única interfaz para: el ingreso de los datos, *Preproceso*, *proceso* y *Postproceso* del *problema de Infiltración en Medios Porosos* en general y al análisis de la infiltración en presas particularmente. Espero sinceramente que *GOSEEP* sea útil tanto para estudiantes que se inician en el estudio de la teoría y aplicaciones del MEF, como para profesionales que aplican cotidianamente el MEF para solución de problemas prácticos.

A.1. Fase Preproceso

Esta esta de análisis permite introducir los datos que definen la presa a analizar, es decir, la geometría, las propiedades hidrogeológicas de los materiales, la generación de la malla, las condiciones de contorno y las cargas que solicitan a la misma.

A.1.1. Gestión de archivos

Desde el menú archivo, que se encuentra en la esquina superior derecho de la ventana principal, Figura A.1; se accede a los sub - menús encargados de gestionar los datos para el análisis y los resultados obtenidos, se dispone de las siguientes opciones:

- Sub Menú **Nuevo**: Crea un entorno vacío para el análisis del fenómeno de infiltración en medio poroso.
- Sub Menú **Abrir**: Carga una base de datos para el análisis de Infiltración en medio Poroso que haya sido guardado previamente.
- Sub Menú **Guardar**: Salva la base de datos en el entorno de trabajo actual, si el entorno de trabajo aún no está asignado pide un nombre para guardar la base de datos y hace de éste el entorno de trabajo actual.
- Sub Menú **Guardar como . . .**: Salva el entorno de trabajo actual en una base de datos con un nombre específico y además, hace de éste el entorno de trabajo actual.
- Sub Menú **Cerrar**: Abandona la aplicación.

A.1.2. Definir la geometría de la presa

Como se mencionó anteriormente el código *GOSEEP* trabaja de manera automática con el *polígono solido*, las coordenadas de las regiones se ordenan convenientemente en el formato establecido y se guardan como base de datos en un block de notas de donde serán importados fácilmente al programa véase A.2

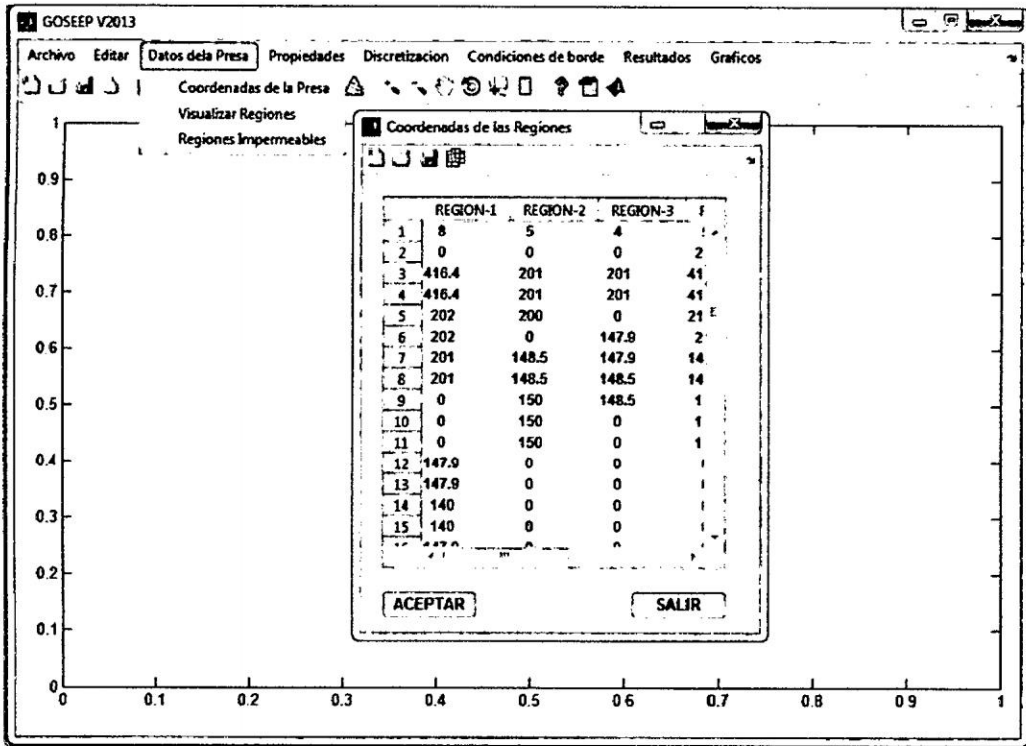


Figura A.2: Matriz de descripción de la geometría de la presa - Coordenadas de la regiones *GOSEEP-V2013*

Luego de importar las coordenadas se debe visualizar las regiones, para ver que regiones son impermeables y que regiones no, a partir de esto se elige las regiones como medios de infiltración en el modelo.

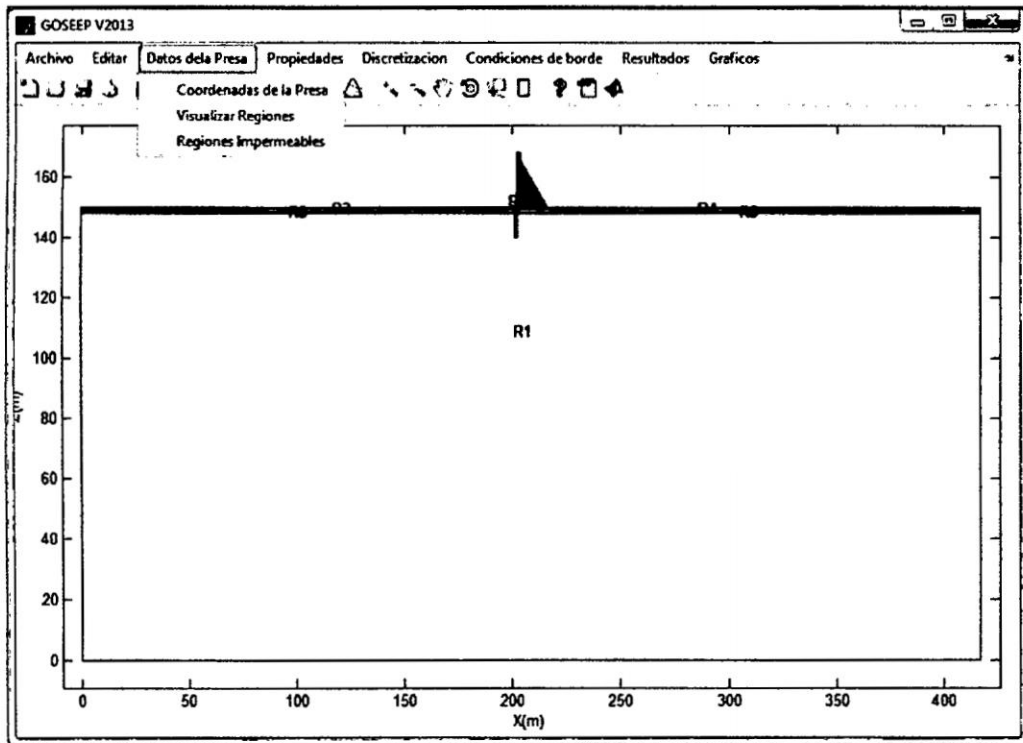



Figura A.3: Visualizando las regiones o subdominios de la presa *GOSEEP-V2013*

A.1.3. Discretización de la presa

A.1.3.1. Malla inicial

Generar la malla triangular inicial mediante el *menú Discretización*, *submenú Malla Inicial* ó través del botón  de la barra de herramientas. El programa *GOSEEP*, utiliza los parámetros por defecto del algoritmo de generación de la malla de *Matlab*, que producen buenos resultados como se muestra en la Figura A.4.

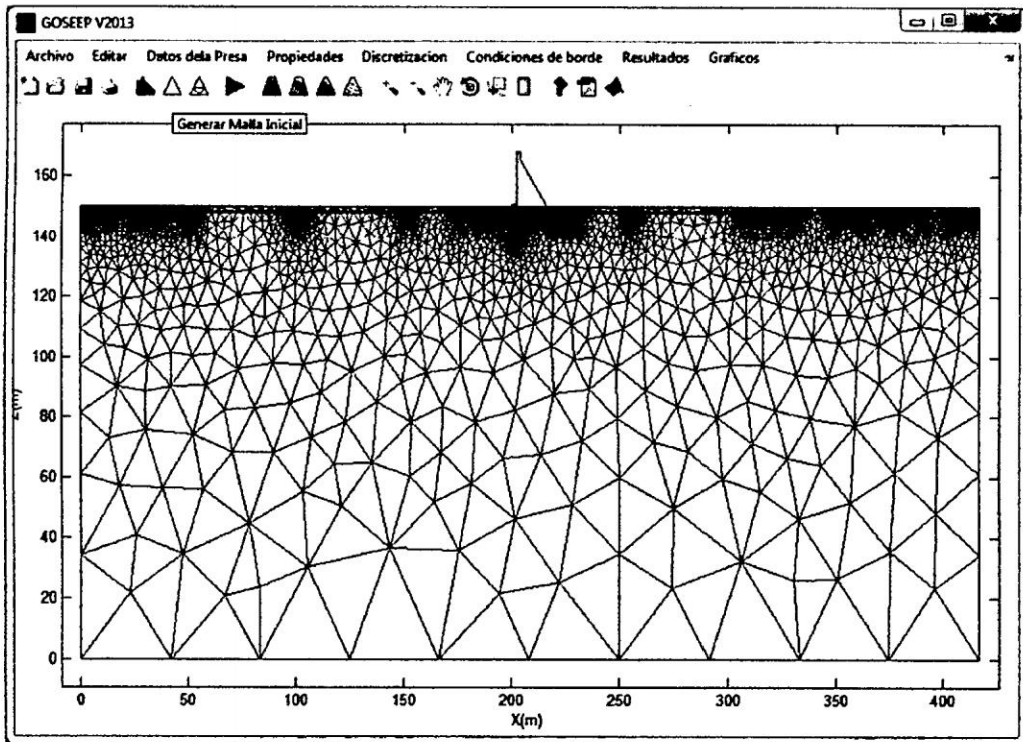



Figura A.4: Generación de la malla inicial *GOSEEP-V2013*

A.1.3.2. Refinar malla

Si es necesario, se debe refinar la malla, dependiendo de cada problema o el interés perseguido por cada proyectista. En cada refinamiento, el número de triángulos aumenta en un factor cuatro. Cuanto más fina sea la malla mayor será el tiempo requerido para calcular la solución. Es importante tomar en cuenta que una malla no se puede refinar indefinidamente, si se refina demasiado el cálculo puede demorar demasiado o pueden aparecer oscilaciones espurias. *Esto marca un compromiso de rapidez y precisión.* En la Figura A.5 se muestra un primer refinamiento obtenido al dar *clic* en el icono , o traves del *menú* **Discretización** y *submenú* **Refinar malla**.

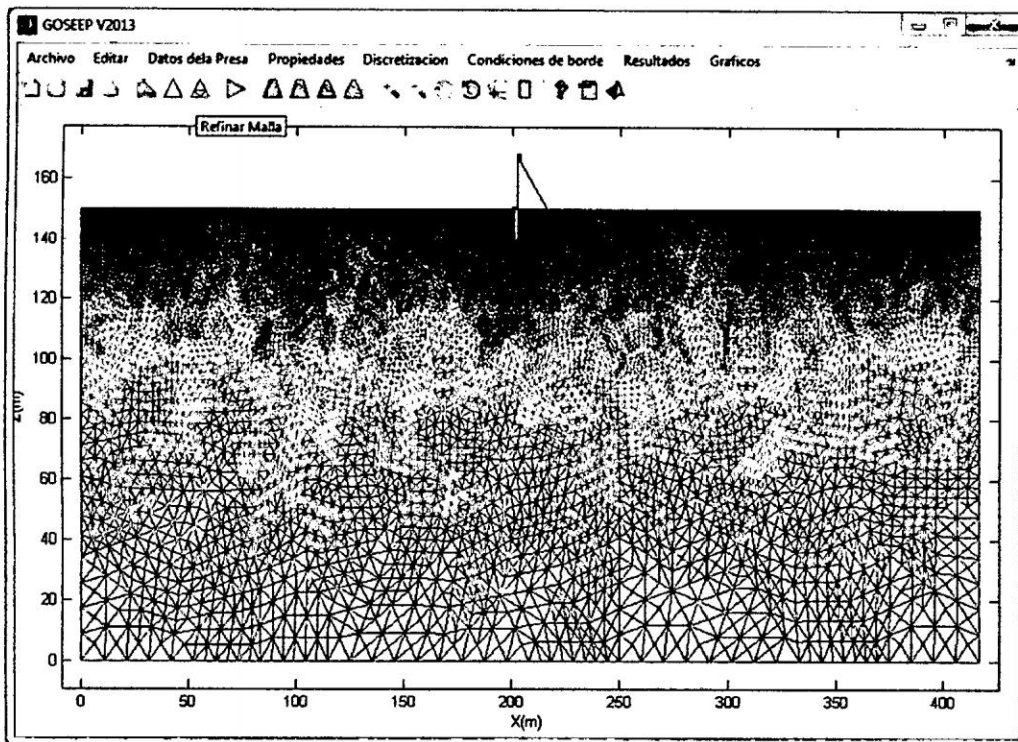


Figura A.5: Refinamiento del enmallado *GOSEEP-V2013*

A.1.4. Propiedades de la regiones

Seleccionar el *menú Propiedades* e ingresar las propiedades de las regiones (véase la Figura A.6), es decir los coeficientes de *Conductividad Hidráulica*, que representa la mayor o menor facilidad con que el medio deja pasar el agua a través del medio de filtración por unidad de área transversal a la dirección del flujo. En esta investigación solamente se trabaja con la *conductividad hidráulica darciana o lineal*. Para *suelos isotrópicos*, la conductividad hidráulica es la misma para cualquier dirección de flujo, en este caso la conductividad hidráulica horizontal es igual a la vertical, es decir $K_h = K_v$. Sin embargo para *suelos anisotrópicos* la conductividad hidráulica cambia según la dirección de flujo, donde la conductividad hidráulica horizontal es diferente a la vertical, es decir $K_h \neq K_v$. Con el programa *GOSEEP* se puede modelar problemas de infiltración bajo estas dos situaciones. Con respecto al peso específico cabe mencionar que el programa asume por defecto un valor de 1.0Kg/m^3 , ya que se trata del agua obviamente.

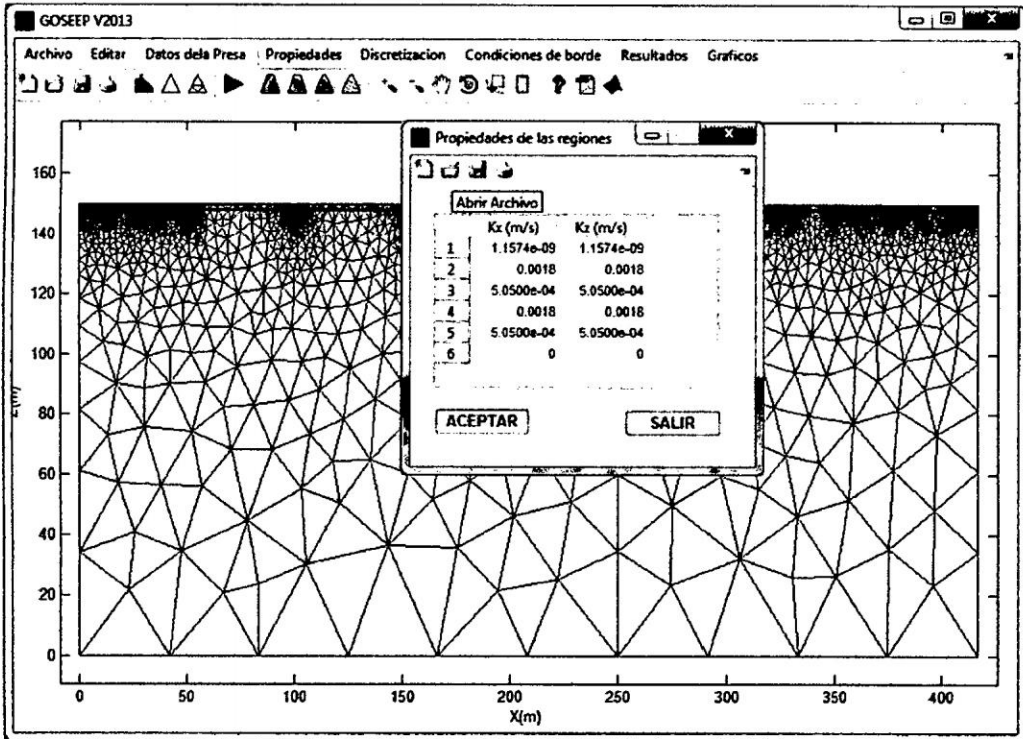


Figura A.6: Coeficientes de conductividad hidráulica para cada región *GOSEEP-V2013*

A.1.5. Condiciones de borde

Las condiciones de borde considerando en el programa *GOSEEP* son las condiciones de borde tipo *Dirichlet* y *Neumann*. Antes de ingresar las condiciones de borde el modelador tendrá que visualizar los *lados* y *nodos* de *contorno* y tener muy claro en que *lados* y *nodos* se encuentra estas condiciones.

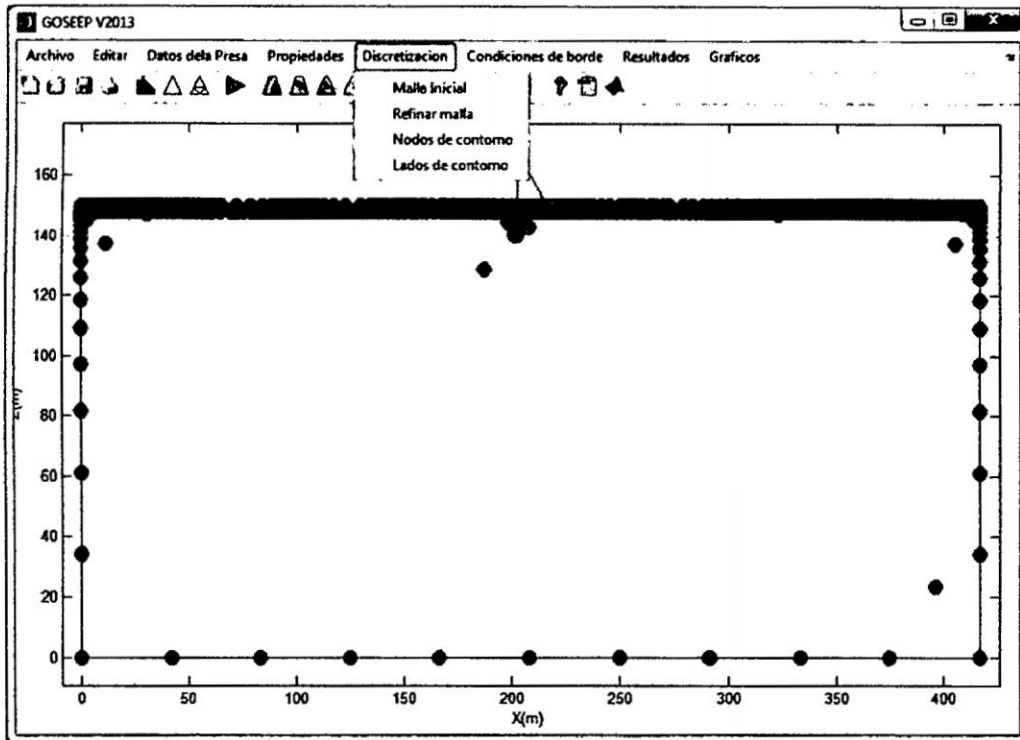


Figura A.7: Nodos de contorno generados con *GOSEEP-V2013*

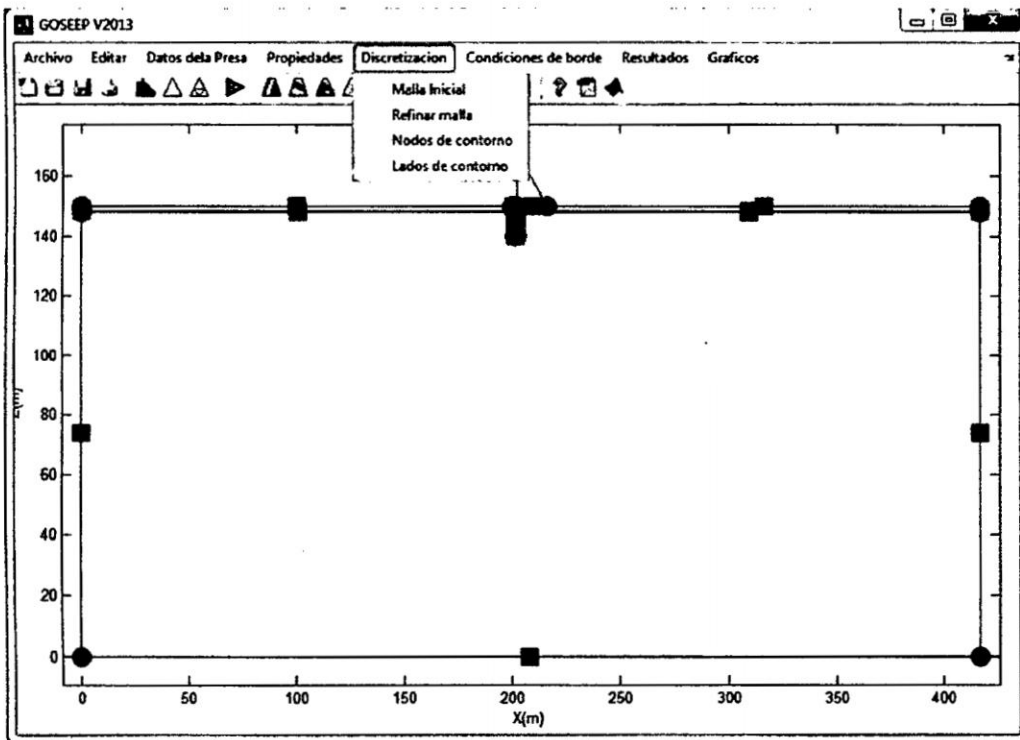


Figura A.8: Lados de contorno generados con *GOSEEP-V2013*

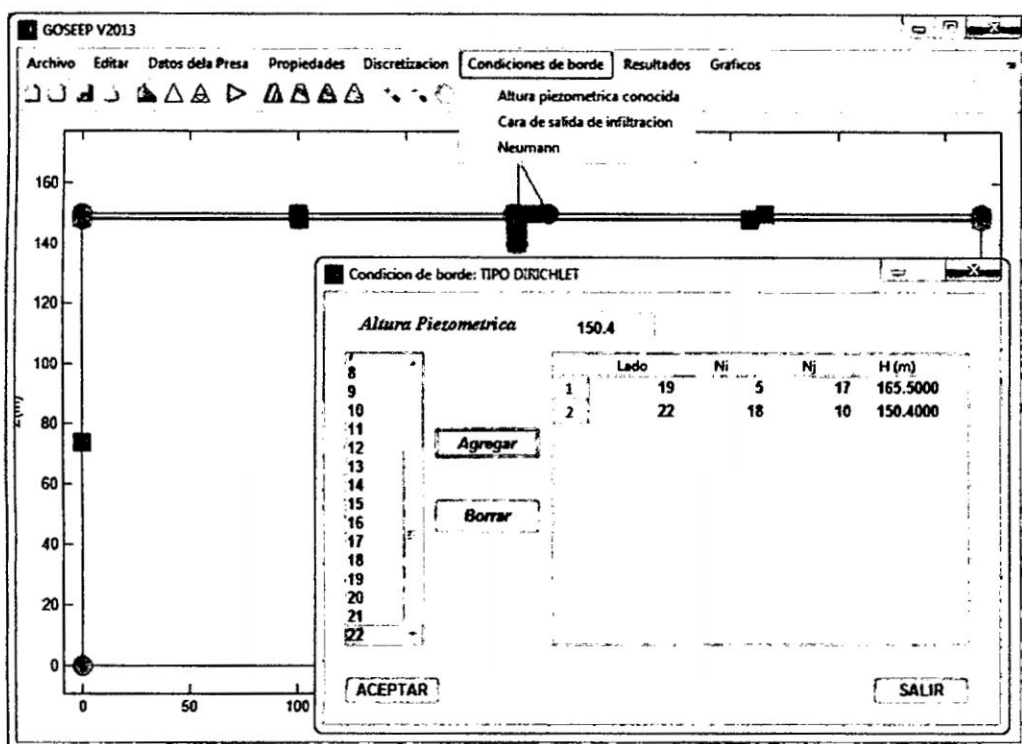


Figura A.9: Condiciones de borde tipo Dirichlet *GOSEEP-V2013*

A.2. Fase solución

Luego de haber definido y discretizado el dominio de infiltración y las condiciones de contorno, el análisis del fenómeno de infiltración se realiza desde la barra de herramientas *menú ejecutar*, mostrado en la figura A.10.

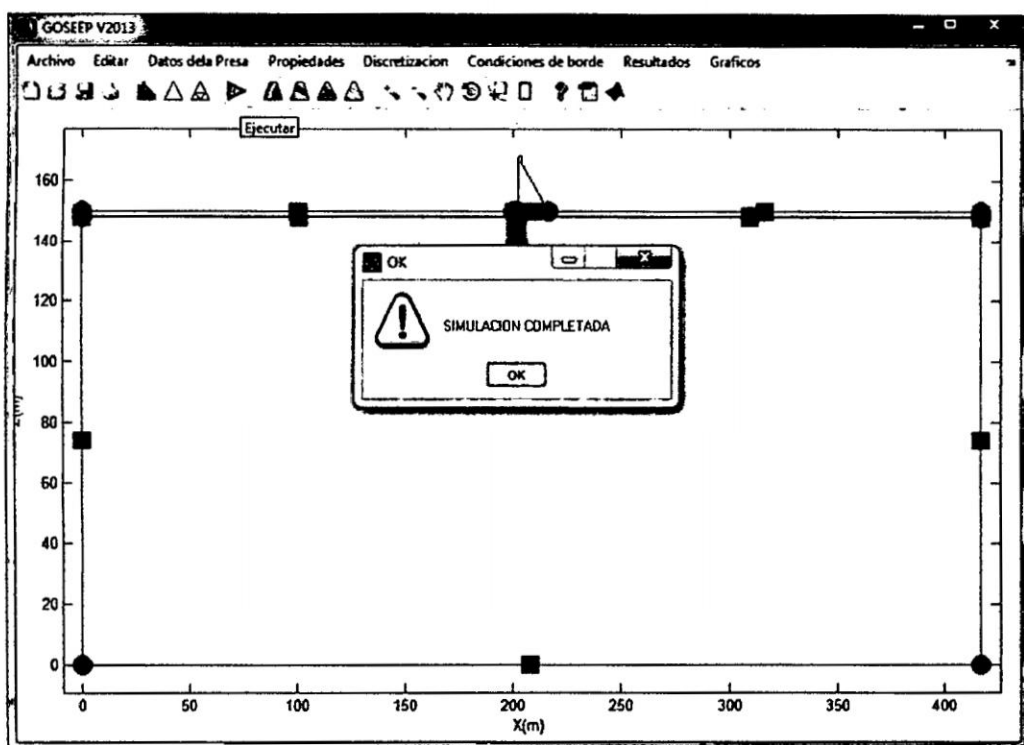


Figura A.10: Ejecutando la simulación *GOSEEP-V2013*

La primera variable directa que se calcula son las *alturas piezométrica*, una vez calculado estos valores se puede calcular todas las variables secundarias.

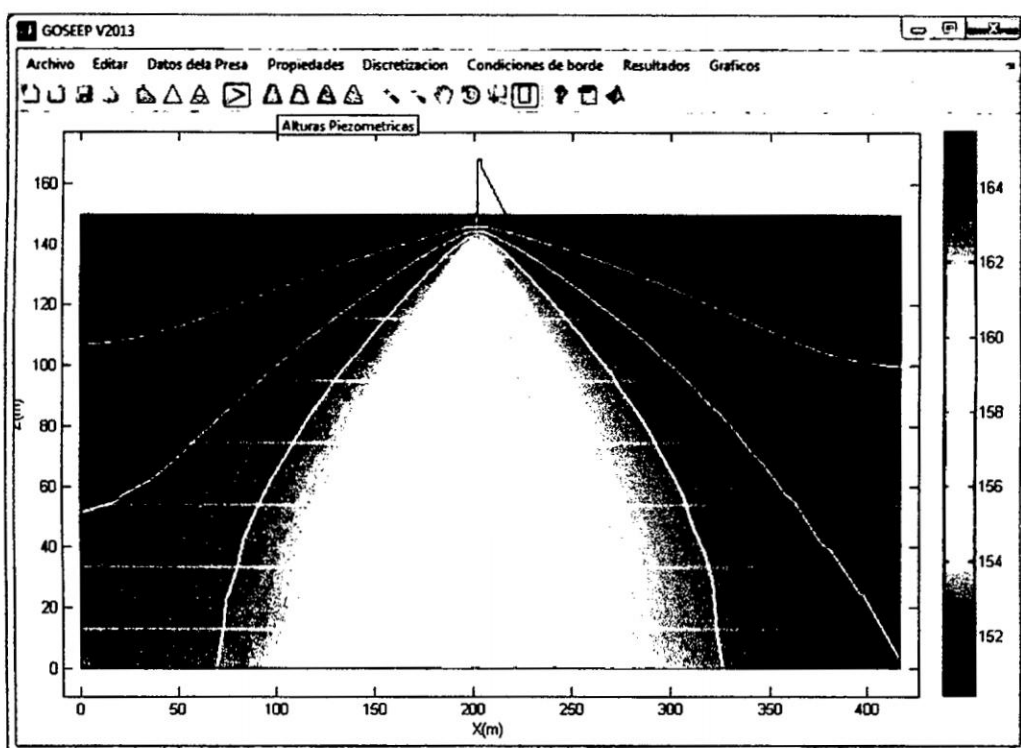


Figura A.11: Alturas Piezométricas calculados con *GOSEEP-V2013*

A.2.1. Fase Postproceso

Los resultados a nivel de cada nudo considerado y a nivel de cada elemento, se acceden desde el *menú resultados*, la cota piezométrica (potencial) sobre cada nodo del dominio de infiltración se muestra en la Figura A.11. Los resultados implementados en el programa *GOSEEP* se encuentran desde el *menú Exportar y Gráficos* y son:

- Sub menú **Potencial**: es la cota piezométrica en cada punto del dominio de infiltración donde se considera un nudo, representa la solución directa del sistema de ecuaciones lineales simultáneas formadas mediante la discretización por elementos finitos.
- Sub menú **Presiones**: representa la altura de agua sobre cada nodo considerado del dominio de infiltración.
- Sub menú **Velocidad**: es la velocidad y dirección de flujo de la infiltración,

representado en el centro de cada sub - dominio.

- sub menú **Caudal**: el caudal infiltrado disponible en cada sub - dominio.

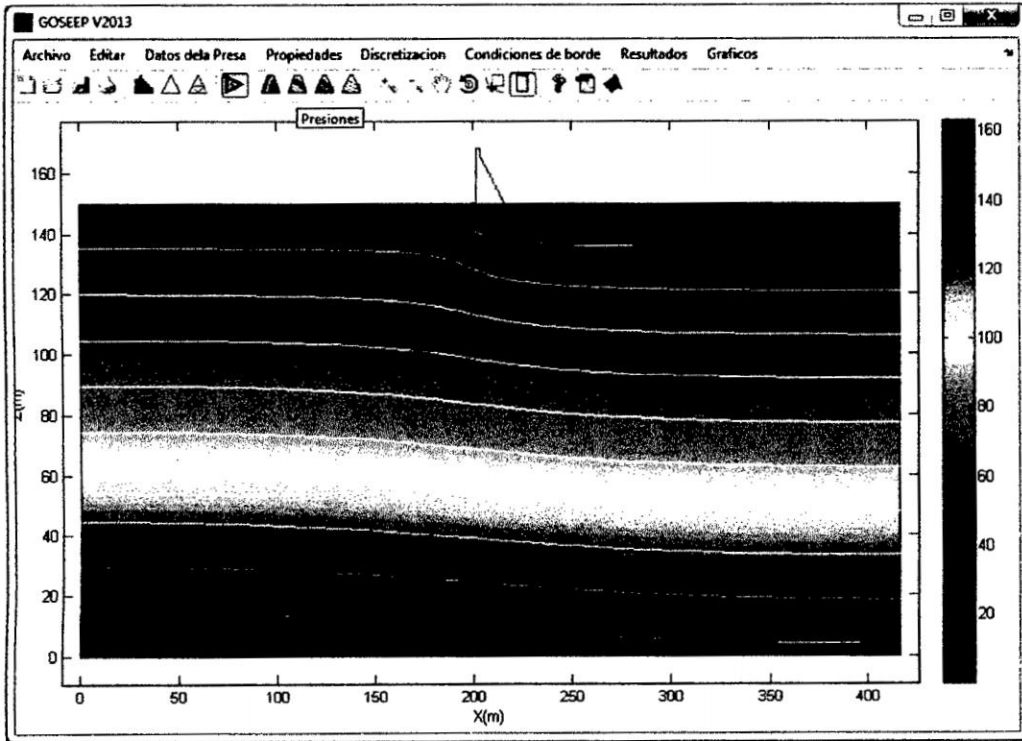


Figura A.12: Presiones calculados con *GOSEEP-V2013*

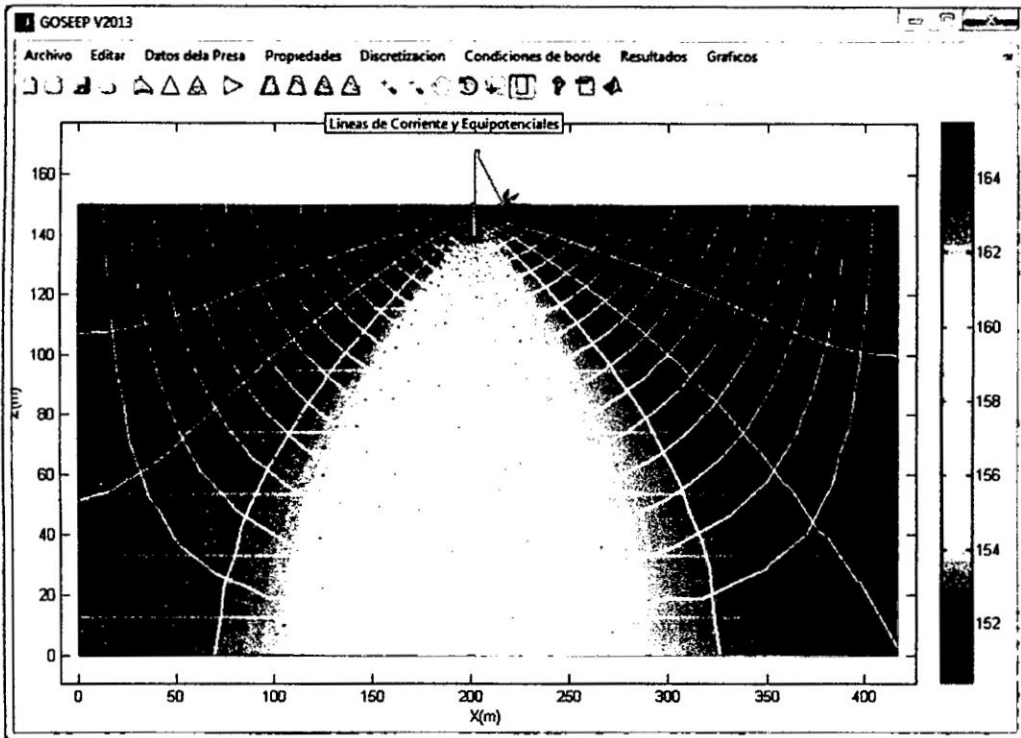


Figura A.13: Líneas de corriente y equipotenciales *GOSEEP-V2013*

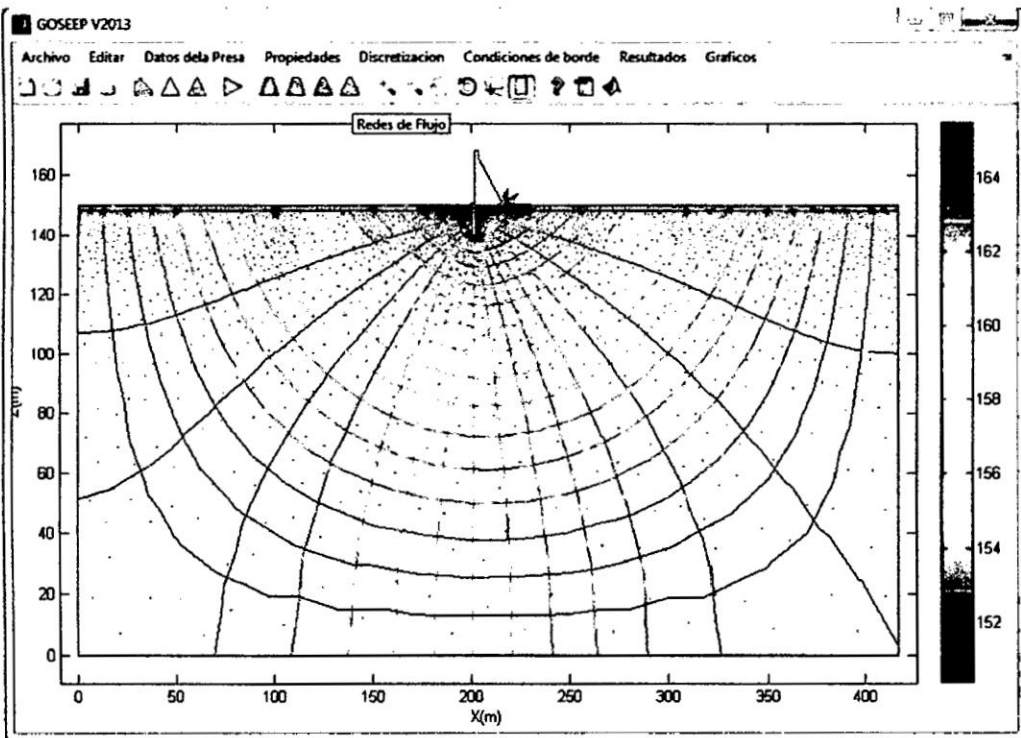


Figura A.14: Redes de flujo *GOSEEP-V2013*

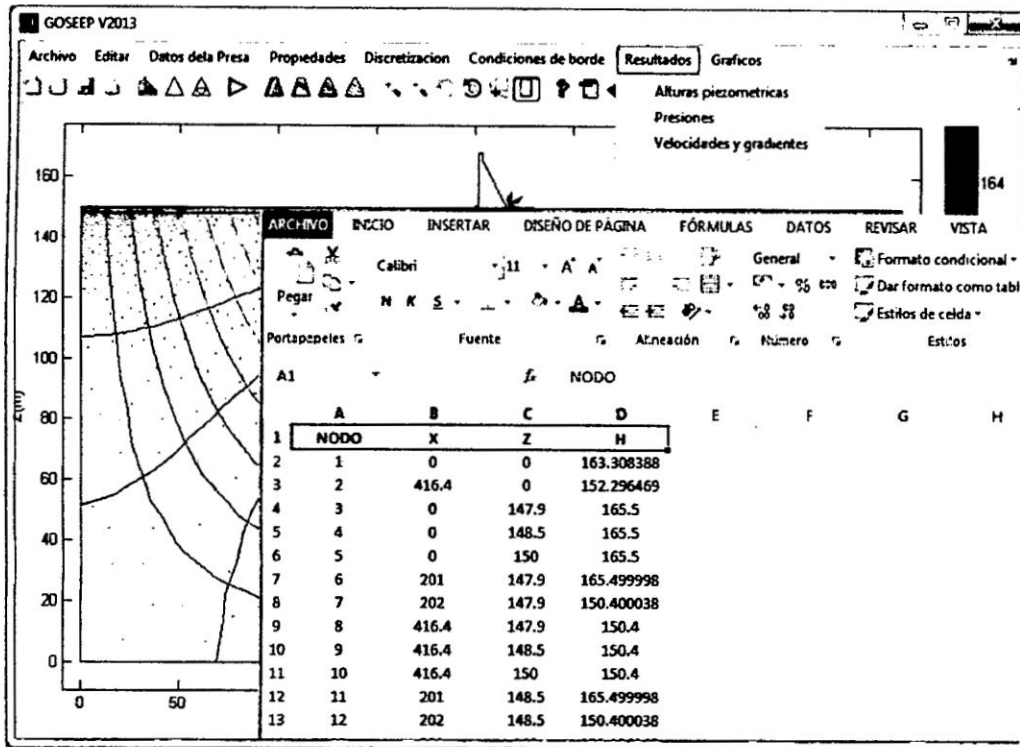


Figura A.15: Alturas Piezométricas exportadas a excel *GOSEEP-V2013*

Apéndice B

Código Fuente Programa GOSEEP

Listing B.1: Código fuente programa GOSEEP

```
1 function varargout = GOSEEP(varargin)
2 %=====
3 %                               GOSEEP_V2013
4 % HIDROMECAÁNICA COMPUTACIONAL DE LA INFILTRACIÓN EN PRESAS CON
5 %                               EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS
6
7 %       Tesis para optar el título de Ingeniero Civil
8 % AUTOR:
9 %       SÁNCHEZ JANAMPA GODOFREDO
10 %=====
11 gui_Singleton = 1;
12 gui_State = struct('gui_Name',       mfilename, ...
13                   'gui_Singleton',   gui_Singleton, ...
14                   'gui_OpeningFcn',  @GOSEEP_OpeningFcn, ...
15                   'gui_OutputFcn',   @GOSEEP_OutputFcn, ...
16                   'gui_LayoutFcn',   [], ...
17                   'gui_Callback',    []);
18 if nargin && ischar(varargin{1})
19     gui_State.gui_Callback = str2func(varargin{1});
20 end
21 if nargin
22     [varargout{1:nargout}] = gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
23 else
24     gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
25 end
26 function GOSEEP_OpeningFcn(hObject, eventdata, handles, varargin)
27 box on
28 handles.output = hObject;
29 guidata(hObject, handles);
30 function varargout = GOSEEP_OutputFcn(hObject, eventdata, handles)
31 varargout{1} = handles.output;
32 function Datos_Presa_Callback(hObject, eventdata, handles)
33 function Propiedades_Regiones_Callback(hObject, eventdata, handles)
34 PERMEABILIDAD;
```

```

35 function Discretizando_Callback(hObject, eventdata, handles)
36 function Coordinadas_Presa_Callback(hObject, eventdata, handles)
37 COORDENADAS;
38 function Menu_Arvhivo_Callback(hObject, eventdata, handles)
39 function Menu_Editar_Callback(hObject, eventdata, handles)
40 %===== FASE PRE-PROCESO =====
41 function malla_inicial_Callback(hObject, eventdata, handles)
42 GMalla_ClickedCallback(hObject, eventdata, handles);
43 function GMalla_ClickedCallback(hObject, eventdata, handles)
44 global XY sf ns p t e
45 dsgsg();
46 dl=decsg(XY,sf,ns);[p,e,t]=initmesh(dl);
47 set(handles.axes1,'NextPlot','replace');
48 pdemesh(p,e,t);
49 set(handles.axes1,'NextPlot','add');
50 col='r';graf1(col);ejes();
51 function refinar_malla_Callback(hObject, eventdata, handles)
52 RMalla_ClickedCallback(hObject, eventdata, handles);
53 function RMalla_ClickedCallback(hObject, eventdata, handles)
54 global XY sf ns p t e
55 dsgsg();dl=decsg(XY,sf,ns);
56 [p,e,t]=refinemesh(dl,p,e,t,'longest');
57 set(handles.axes1,'NextPlot','replace');
58 pdemesh(p,e,t);
59 set(handles.axes1,'NextPlot','add');
60 col='r';graf1(col);ejes();
61 function Ver_Regiones_Callback(hObject, eventdata, handles)
62 SRegiones_ClickedCallback(hObject, eventdata, handles);
63 function SRegiones_ClickedCallback(hObject, eventdata, handles)
64 global XY NM
65 set(handles.axes1,'NextPlot','replace');
66 cla;hold on;
67 cL=[0.8000 0.8000 0.8000;0.6039 0.6039 0.3961
68 0.8196 0.6588 0.6235;0.6039 0.6039 0.3961
69 0.8196 0.6588 0.6235;0.6353 0.5098 0.1255];
70 for I=1:NM
71     cL=cL(I,:);
72     NC=XY(2,I);
73     X=XY(3:NC+2,I);
74     Y=XY(NC+3:2*NC+2,I);
75     mapshow(X,Y,'DisplayType','polygon','FaceColor',cL,'LineStyle','none');
76 end
77 col='k';graf1(col);graf2();ejes();
78 colorbar('off');
79 function graf1(col)
80 global XY NM
81 for I=1:NM
82     [NC,X,Y]=coord(XY,I);
83     plot([X;X(1)],[Y;Y(1)],'Color',col);
84 end
85 function graf2()
86 global XY NM
87 for I=1:NM
88     [NC,X,Y]=coord(XY,I);xr=sum(X)/NC;yr=sum(Y)/NC;
89     text(xr,yr,strcat('R',int2str(I)),'color','k','FontSize',10,...
90         'FontWeight','bold','HorizontalAlignment','center','↵
          VerticalAlignment','Middle');

```

```

91 end
92 function [NC,X,Y]=coord(XY,I)
93 NC=XY(2,I);X=XY(3:NC+2,I);Y=XY(NC+3:2*NC+2,I);
94 function ejes()
95 global xmin xmax ymin ymax
96 axis([xmin xmax ymin ymax]);
97 xlabel('X(m)');ylabel('Z(m)');box 'on';
98 function Permeabilidad_Regiones_Callback(hObject, eventdata, handles)
99 REGIONES;
100 function dsqsg()
101 global per NM sf ns
102 for J=1:NM
103     eq=isequal(char(per(J,2)),'Permeable');
104     if J==1
105         fm=cellstr(strcat('P',num2str(J)));
106         ns=double(strcat('P',num2str(J)))';
107     else
108         if eq==1
109             fm=cellstr(strcat(fm,'+P',num2str(J)));
110         else
111             fm=cellstr(strcat(fm,'-P',num2str(J)));
112         end
113         ns=[ns,double(strcat('P',num2str(J)))'];
114     end
115 end
116 sf=char(fm);
117 function Resultados_Simulacion_Callback(hObject, eventdata, handles)
118 function nodos_contorno_Callback(hObject, eventdata, handles)
119 global XY p t e edg
120 edg=borde(e);dl=decsq(XY);
121 set(handles.axes1,'NextPlot','Replace');
122 pdegplot(dl);
123 set(handles.axes1,'NextPlot','Add');
124 grafcontorno();ejes();
125 function edg=borde(e)
126 edg=[];ed=pdesde(e);ed=[e(1,:),e(2,:),ed]';
127 ed=sort(ed);nb=length(ed);edg(1)=ed(1);k=1;
128 for I=2:nb
129     b1=ed(I-1);b2=ed(I);
130     if b2~=b1
131         k=k+1;edg(k)=b2;
132     end
133 end
134 function grafcontorno()
135 global edg p
136 plot(p(1,edg),p(2,edg),'o','LineWidth',1,'MarkerEdgeColor','g',...
137     'MarkerFaceColor','g','MarkerSize',10);
138 text(p(1,edg),p(2,edg),strcat(num2str(edg)),'color','k',...
139     'HorizontalAlignment','center','VerticalAlignment','Middle','FontSize'←
140     ,5);
141 function lados_contorno_Callback(hObject, eventdata, handles)
142 global XY p t e
143 dl=decsq(XY);
144 NL=max(e(5,:));
145 LD=LContorno(p,e);
146 set(handles.axes1,'NextPlot','Replace');
147 pdegplot(dl);

```

```

147 set(handles.axes1,'NextPlot','Add');
148 for I=1:NL
149     n1=LD(I,2);n2=LD(I,3);x1=p(1,n1);y1=p(2,n1);
150     x2=p(1,n2);y2=p(2,n2);xc=(x1+x2)/2;yc=(y1+y2)/2;
151     line([x1,x2],[y1 y2],'LineStyle','-');
152     plot(xc,yc,'rs','LineWidth',1,'MarkerEdgeColor','r','MarkerFaceColor'←
        'r','MarkerSize',12);
153     text(xc,yc,int2str(I),'color','k','HorizontalAlignment','center',...
154         'VerticalAlignment','Middle','FontSize',9);
155     plot(x1,y1,'o','LineWidth',1,'MarkerEdgeColor','g','MarkerFaceColor',...
156         'g','MarkerSize',12);
157     text(x1,y1,int2str(n1),'color','k','HorizontalAlignment','center',...
158         'VerticalAlignment','Middle','FontSize',9);
159     plot(x2,y2,'o','LineWidth',1,'MarkerEdgeColor','g','MarkerFaceColor',...
160         'g','MarkerSize',12);
161     text(x2,y2,int2str(n2),'color','k','HorizontalAlignment','center',...
162         'VerticalAlignment','Middle','FontSize',9);
163 end
164 ejes();
165 function LD=LContorno(p,e)
166 NL=max(e(5,:));
167 for I=1:NL
168     pos=find(e(5,)==I);nb=e(:,pos);nd=[nb(1,:),nb(2,:)];
169     xy=[nd',p(1,nd)',p(2,nd)'];xy=sortrows(xy,2);
170     xy=sortrows(xy,3);[m,n]=size(xy);n1=xy(1,1);
171     n2=xy(m,1);LD(I,1)=I;LD(I,2)=n1;LD(I,3)=n2;
172 end
173 function Potencial_Conocido_Callback(hObject, eventdata, handles)
174 global p t e LD
175 LD=LContorno(p,e);DIRICHLET;
176 function Flujo_en_un_contorno_Callback(hObject, eventdata, handles)
177 global p t e LD
178 LD=LContorno(p,e);NEUMANN;
179 function ejecutar_ClickedCallback(hObject, eventdata, handles)
180 SOLUCION();
181 SOLUCION();
182 %===== FASE SOLUCION =====
183 function SOLUCION()
184 global p t e CBH CBF H P V HQ KXY FN
185 if isempty(CBH) | isnan(CBH)
186     error('Ingreso condiciones de borde','ERROR');
187     return
188 end
189 [m,nn]=size(p);HQ=zeros(nn,2);[MG]=MGglobal();
190 HQ=BCFDirichlet(HQ);HQ=BCHDirichlet(HQ);
191 if (~isempty(CBH) | ~isnan(CBN))
192     FN=FNEUMANN();
193 end
194 for i=1:nn
195     HQ(i,2)=HQ(i,2)+FN(i,2);
196 end
197 MGM=Modificar(MG,HQ);H=MGM\HQ(:,2);
198 [P,V]=VSecundarias();
199 warndlg('SIMULACION COMPLETADA','OK');
200 function [MG]=MGglobal()
201 global p t e KXY MG
202 pm=p';cm=t';em=e';X=pm(:,1);Z=pm(:,2);

```

```

203 ne=length(cm);nn=length(pm);pm=[X Z];
204 MG=zeros(nn,nn);
205 for i=1:ne
206     nk=cm(i,4);
207     [A,bi,bj,bk,di,dj,dk]=Elemento(cm,X,Z,i);
208     kx=KXY(nk,1);kz=KXY(nk,2);
209     D=[kx,0;0,kz];B=[bi,bj,bk;di,dj,dk];Bt=B';
210     Ke=Bt*D*B/(4*A);V=[cm(i,1);cm(i,2);cm(i,3)];
211     for j=1:3
212         for w=1:3
213             MG(V(j),V(w))=MG(V(j),V(w))+Ke(j,w);
214         end
215     end
216 end
217 function [A,bi,bj,bk,di,dj,dk]=Elemento(cm,X,Z,i);
218 bi=Z(cm(i,2))-Z(cm(i,3));
219 bj=Z(cm(i,3))-Z(cm(i,1));
220 bk=Z(cm(i,1))-Z(cm(i,2));
221 di=X(cm(i,3))-X(cm(i,2));
222 dj=X(cm(i,1))-X(cm(i,3));
223 dk=X(cm(i,2))-X(cm(i,1));
224 Det=[X(cm(i,1)),Z(cm(i,1)),1;X(cm(i,2)),Z(cm(i,2)),1;X(cm(i,3)),Z(cm(i,3))←
    ,1];
225 A=det(Det)/2;
226 function MGM=Modificar(MG,HQ)
227 ng=find(HQ(:,1)~=0);MGM=MG;MGM(ng,:)=0;nw=length(ng);
228 for I=1:nw
229     nb=ng(I,1);MGM(nb,nb)=1;
230 end
231 function HQ=BCHDirichlet(HQ)
232 global CBH
233 MCB=CBH;
234 cbh=1;
235 HQ=Dirichlet(HQ,MCB,cbh);
236 function HQ=BCFDirichlet(HQ)
237 global CBF
238 MCB=CBF;
239 cbh=2;
240 HQ=Dirichlet(HQ,MCB,cbh);
241 function HQ=Dirichlet(HQ,MCB,cbh)
242 global p t e
243 [ncb m]=size(MCB);
244 edg=borde(e);
245 bn=length(edg);
246 tol=0.0000000001;
247 for I=1:ncb
248     n1=MCB(I,2);n2=MCB(I,3);h=MCB(I,4);
249     x1=p(1,n1);y1=p(2,n1);x2=p(1,n2);y2=p(2,n2);
250     for J=1:bn
251         nb=edg(J);x=p(1,nb);y=p(2,nb);
252         [xi,yi,xh,p1]=LINEAL(x1,y1,x2,y2,x,y,h);
253         cy=abs(yi-y);cx=abs(xi-x);
254         if cbh==1;
255             yh=h;
256         else
257             yh=y;
258         end

```

```

259     if x1==x2
260         if cx<=tol && y>=min([y1 y2]) && y<=max([y1 y2])
261             HQ(nb,1)=nb;HQ(nb,2)=yh;
262         end
263     else
264         if p1==0
265             if cy<=tol && x>=min([x1 x2]) && x<=max([x1 x2])
266                 HQ(nb,1)=nb;HQ(nb,2)=yh;
267             end
268         elseif p1<0
269             if cy<=tol && x>=xh && x<=max([x1 x2])
270                 HQ(nb,1)=nb;HQ(nb,2)=yh;
271             end
272         elseif p1>0
273             if cy<=tol && x>=min([x1 x2]) && x<=xh
274                 HQ(nb,1)=nb;HQ(nb,2)=yh;
275             end
276         end
277     end
278 end
279 end
280 function [xi,yi,xh,p1]=LINEAL(x1,y1,x2,y2,x,y,h)
281 p1=(y2-y1)/(x2-x1);p2=(x2-x1)/(y2-y1);
282 yi=p1*(x-x1)+y1;xi=p2*(y-y1)+x1;
283 xh=p2*(h-y1)+x1;
284 if x1==x2
285     xi=x1;
286 end
287 if y1==y2
288     yi=y1;
289 end
290 function FN=FNEUMANN()
291 global CBN e p
292 np=length(p);
293 FN=zeros(np,2);
294 [nb m]=size(CBN);
295 for w=1:nb
296     I=CBN(w,1);q=CBN(w,4);
297     pos=find(e(5,:)==I);
298     nb=e(:,pos);nd=nb(1:2,:);
299     nc=length(nd);
300     for J=1:nc
301         i=nd(1,J);j=nd(2,J);
302         x1=p(1,i);y1=p(2,i);
303         x2=p(1,j);y2=p(2,j);
304         l12=sqrt((x2-x1)^2+(y2-y1)^2);
305         FN(i,1)=i;FN(j,1)=j;
306         FN(i,2)=-q*l12/2+FN(i,2);
307         FN(j,2)=-q*l12/2+FN(j,2);
308     end
309 end
310 %===== FASE POS-PROCESO =====
311 function [P,V]=VSecundarias()
312 global H p t e KXY
313 P=1*(H-p(2,:));ne=length(t);V=[];
314 for I=1:ne
315     ni=t(1,I);nj=t(2,I);nk=t(3,I);np=t(4,I);

```

```

316     xi=p(1,ni);zi=p(2,ni);xj=p(1,nj);
317     zj=p(2,nj);xk=p(1,nk);zk=p(2,nk);
318     hi=H(ni);hj=H(nj);hk=H(nk);
319     det=(xi*zj-xj*zi)+(xk*zi-xi*zk)+(xj*zk-xk*zj);
320     b=((zj-zk)*hi+(zk-zi)*hj+(zi-zj)*hk)/det;
321     c=((xk-xj)*hi+(xi-xk)*hj+(xj-xi)*hk)/det;
322     kx=KXY(np,1);kz=KXY(np,2);
323     V(I,1)=(xi+xj+xk)/3;V(I,2)=(zi+zj+zk)/3;
324     V(I,3)=b; V(I,4)=c;V(I,5)=sqrt(b^2+c^2);
325     V(I,6)=-kx*b;V(I,7)=-kz*c;
326     V(I,8)=sqrt((kx*b)^2+(kz*c)^2);
327 end
328 function Graficos_Resultados_Callback(hObject, eventdata, handles)
329 function Graficando_H_Callback(hObject, eventdata, handles)
330 Hpiezometricas_ClickedCallback(hObject, eventdata, handles);
331 function Hpiezometricas_ClickedCallback(hObject, eventdata, handles)
332 global XY H p t e P
333 dl=decsg(XY);
334 set(handles.axes1,'NextPlot','Replace');
335 pdegplot(dl);
336 set(handles.axes1,'NextPlot','Add');
337 pdeplot(p,[],t,'xydata',H,'xystyle','off','contour','on','colormap','white',←
    'levels',15);
338 set(handles.axes1,'NextPlot','Add');
339 pdeplot(p,e,t,'xydata',H,'colormap','jet','xystyle','interp','contour','off'←
    , 'mesh','off','levels',15);
340 ejes();
341 set(gcf,'Renderer','zbuffer')
342 function Graficando_P_Callback(hObject, eventdata, handles)
343 GPresiones_ClickedCallback(hObject, eventdata, handles);
344 function GPresiones_ClickedCallback(hObject, eventdata, handles)
345 global XY P p t e H
346 dl=decsg(XY);
347 set(handles.axes1,'NextPlot','Replace');
348 pdegplot(dl);
349 set(handles.axes1,'NextPlot','Add');
350 pdeplot(p,[],t,'xydata',P,'xystyle','off','contour','on','colormap','white')←
    ;
351 set(handles.axes1,'NextPlot','Add');
352 set(handles.axes1,'NextPlot','Add');
353 pdeplot(p,e,t,'xydata',P,'colormap','jet','xystyle','interp','contour','off'←
    , 'mesh','off');
354 ejes();
355 set(gcf,'Renderer','zbuffer');
356 function Graficando_V_Callback(hObject, eventdata, handles)
357 GVelocidades_ClickedCallback(hObject, eventdata, handles);
358 function GVelocidades_ClickedCallback(hObject, eventdata, handles)
359 global XY V P p t e H Vh
360 xc=V(:,1); zc=V(:,2);vx=V(:,6);vz=V(:,7);dl=decsg(XY);
361 set(handles.axes1,'NextPlot','Replace');
362 pdegplot(dl);
363 set(handles.axes1,'NextPlot','Add');
364 cl='white';
365 set(handles.axes1,'NextPlot','Add');
366 pdeplot(p,[],t,'xydata',H,'xystyle','off','contour','on','colormap',cl,'←
    levels',15);
367 set(handles.axes1,'NextPlot','Add');

```

```

368 pdeplot(p,e,t,'xydata',H,'colormap','jet','xystyle','interp','contour','off'←
    , 'mesh','off','levels',15);
369 set(handles.axes1,'NextPlot','Add');
370 quiver(xc,zc,vx,vz,'color','b','LineStyle','-','LineWidth',1,'AutoScale','on←
    ','AutoScaleFactor',2);
371 ejes();
372 set(gcf,'Renderer','zbuffer');
373 function GFlujo_ClickedCallback(hObject, eventdata, handles)
374 global XY V P p t e H Vh
375 xc=V(:,1); zc=V(:,2);vx=V(:,6);vz=V(:,7);dl=decsg(XY);
376 set(handles.axes1,'NextPlot','Replace');
377 pdegplot(dl);
378 set(handles.axes1,'NextPlot','Add');
379 cl='jet';
380 set(handles.axes1,'NextPlot','Add');
381 pdeplot(p,[],t,'xydata',H,'xystyle','off','contour','on','colormap',cl,'←
    levels',15);
382 set(handles.axes1,'NextPlot','Add');
383 quiver(xc,zc,vx,vz,'color','b','LineStyle','-','LineWidth',1,'AutoScale','on←
    ','AutoScaleFactor',2);
384 ejes();
385 set(gcf,'Renderer','zbuffer');
386 function Condiciones_Borde_Callback(hObject, eventdata, handles)
387 function Cara_Infiltracion_Callback(hObject, eventdata, handles)
388 global p t e LD
389 LD=LContorno(p,e);DIRICHLET2;
390 function Alturas_Piezometricas_Callback(hObject, eventdata, handles)
391 global p t e H
392 RE=[p',H];opc=1;Exportar(RE,opc);
393 function Resultados_Presiones_Callback(hObject, eventdata, handles)
394 global p t e P
395 RE=[p',P];opc=2;Exportar(RE,opc);
396 function Velocidades_Gradientes_Callback(hObject, eventdata, handles)
397 global p t e
398 RE=[t',V];opc=3;Exportar(RE,opc);
399 function Exportar(RE,opc)
400 [numrows,n] = size(RE);
401 e = actxserver('excel.application');
402 e.Visible = 1;
403 eWkbk = e.Workbooks;
404 eFile = eWkbk.Add;
405 if opc==3
406     ExcelRange = Range(e,'A1:B1:C1:D1:E1:F1:G1:H1:I1:J1:K1:L1');
407     set(ExcelRange,'Value',{'Ni','Nj','Nk','SD','Xc','Zc','GradX','GradY'←
        ,...
        'GradZ','Vx','Vz','V' });
408     dat_range = Range(e,['A2:L' num2str(numrows+1)]);
409 else
410     ExcelRange = Range(e,'A1:B1:C1');
411     if opc==1
412         set(ExcelRange,'Value',{'X','Z','H'});
413     else
414         set(ExcelRange,'Value',{'X','Z','P'});
415     end
416     dat_range = Range(e,['A2:C' num2str(numrows+1)]);
417 end
418 end
419 set(dat_range,'Value', RE);

```

Apéndice C

Estudios básicos de ingeniería

C.1. Estudio de Mecánica de Suelos

A través de este estudio se han aproximado determinar, mediante observaciones de campo, mapeo de calicatas y pruebas de laboratorio, las condiciones físicas y geotécnicas del terreno, así como su comportamiento para fines de cimentación, en base a ellas, proponer las recomendaciones técnicas pertinentes para la buena ejecución de la obra.

C.1.1. Ubicación de Calicatas

Un trabajo fundamental en la investigación de suelos es la apertura de calicatas, ya que permiten conocer la calidad del material en donde se cimentará la represa a través de los análisis de las muestras tomadas en cada una de ellas.

Se han excavado 3 calicatas ubicadas a lo largo del eje de la presa con una profundidad promedio de 2.00 metros, tal como lo señalan las exigencias técnicas de reglamento.

Dos de ellas se ubican en el eje de la represa y uno esta ubicado en el vaso cada una de estas presenta diferente estratigrafía compuesta por diversos materiales.

C.1.2. Ensayos de Suelos en las Calicatas

Las muestras de suelos ya en laboratorio, fueron clasificadas y seleccionadas siguiendo procedimientos y normas descritas en la ASTM D – 2488/2004.

- Análisis Granulométrico por tamizado *ASTMC* – 132.
- Limite Líquido *ASTMD* – 4318.
- Limite Plástico *ASTMD* – 4318.
- Material que pasa por tamiz *N200ASTMC* – 117.
- Clasificación *SUCS*.
- Perfiles Estratigráficos.
- Peso específico.

C.1.3. Descripción estratigráfica de las Calicatas

C.1.3.1. Calicata N^o 1

Ubicada en el margen derecho del eje de la represa, con una altura de 1.20 mt. no presenta napa freática esta compuesta por una diversas clases de materiales que varían desde suelos orgánicos o turbas hasta arenas limosas que no presenta plasticidad,

Estrato 1

Suelo constituido por material orgánico o turba organiza de color negruzco ya que poseen componentes de alto valor orgánico se usa comúnmente para tierra de cultivo esta con una potencia de 0.50 mt.

Clasificación SUCS: PT

Turbas orgánicas suelos altamente orgánicos

Estrato 2

Estrato color rojizo de potencia aproximada de 0.60 mt. Constituido por material semicompacto de tendencia limosa con presencia escasa de arcilla no presenta plasticidad no presenta gravas, material características típica de areniscas.

Clasificación SUCS: SW

Arenas bien graduadas con poco o casi nada de finos presentan buena gradación, presencia escasa de gravas finos compuestos por limos y en poco porcentaje arcillas, no presenta límite líquido tampoco límite plástico su índice de plasticidad es nulo las características físicas de la arena es la siguiente: gradación gravas 42.40 %, arenas 56.00 %, finos 1.60 %, ángulo de fricción (ϕ) 31.67°, no presenta cohesión, peso específico natural 1.57 gr/cc.

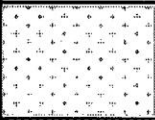
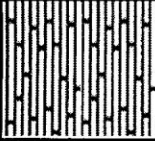
ALTURA (mt)	CLASIFICACIÓN	MATERIAL	GRADACIÓN			LIMITES		I.P.	DESCRIPCION
			GRAVA(%)	ARENA(%)	FINOS(%)	LIQUIDO	PLASTICO		
-0.10 -0.20 -0.30 -0.40 -0.50	PT		19.38	70.63	10.00	NL	NP	0.00	Suelo altamente orgánico, tendencia tierra de cultivo
-0.60 -0.70 -0.80 -0.90 -1.00 -1.10	SW		42.40	56.00	1.60	NL	NP	0.00	Arenas bien graduadas con poco o casi nada de finos no presentan plasticidad alta mente permeable
-1.20 -1.30 -1.40 -1.50	ANDESITA	ROCA							Roca compacta de alta resistencia a la acompresión

Figura C.1: Perfil Estratigráfico de la calicata 1. Fuente: Proyecto “*Construcción Sistema de Riego Cuchucancha*”

C.1.3.2. Calicata N° 2

Situada en la margen izquierda del eje de la represa con una profundidad e 2.60 mt. Antes de tocar el macizo rocoso presenta nivel freático con una altura de 0.16 mt. Esta compuesta por un solo estrato el cual tiene tendencia a suelo orgánico en toda la altura de la calicata.

Estrato 1

Correspondiente a un suelo de color negruzco presencia alta de material orgánico, raíces con una altura de 2.60 mt, alta permeabilidad, no existe presencia de gravas, no presenta plasticidad.

Clasificación SUCS: PT

Turbas orgánicas suelos altamente orgánicos

ALTURA (mt)	CLASIFICACIÓN	MATERIAL	GRADACIÓN			LÍMITES		I.P.	DESCRIPCIÓN
			GRAVA(%)	ARENA(%)	FINOS(%)	LIQUIDO	PLASTICO		
-0.20	PT		19.38	70.63	10.00	NL	NP	0.00	Suelo altamente orgánico, tendencia tierra de cultivo
-0.40									
-0.60									
-0.80									
-1.00									
-1.20									
-1.40									
-1.60									
-1.80									
-2.00									
-2.20									
-2.40									
-2.60									
-2.80	ANDESITA	ROCA							Roca compacta alta resistencia a la compresión
-3.00									
-3.20									
-3.40									
-3.60									

Figura C.2: Perfil Estratigráfico de la calicata 2. Fuente: Proyecto “*Construcción Sistema de Riego Cuchucancha*”

C.1.3.3. Calicata N° 3

Ubicado en el vaso de la represa aproximadamente en el flanco derecho con respecto a la dirección de agua posee una altura de 1.50 mt. Esta compuesto por un solo estrato de 0.40 mt. De altura el cual corresponde a suelo orgánico por debajo de esta se encuentra roca disgregada y blanda de color beige, no presenta napa freática.

Estrato 1

Corresponde a un suelo color negrusco con alto porcentaje de material orgánico: raíces, etc. Con una altura aproximada de 0.40 mt. No presenta plasticidad.

Clasificación SUCS: PT

Turbas orgánicas suelos altamente orgánicos

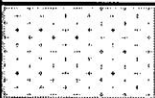
ALTURA (mt.)	CLASIFICACIÓN	MATERIAL	GRADACIÓN			LÍMITES		I.P.	DESCRIPCIÓN
			GRAVA(%)	ARENA(%)	FINOS(%)	LIQUIDO	PLASTICO		
-0.10 -0.20 -0.30 -0.40	PT		19.38	70.63	10.00	NL	NP	0.00	Suelo altamente orgánico, tendencia tierra de cultivo
-0.50 -0.60 -0.70 -0.80 -0.90 -1.00	BRECHAS VOLCANICAS	ROCA							Roca suelta de baja dureza, disgregada y disuelta

Figura C.3: Perfil Estratigráfico de la calicata 3. Fuente: Proyecto “*Construcción Sistema de Riego Cuchucancha*”

C.1.4. Ensayo de Corte Directo

La finalidad de los ensayos de corte, es determinar la resistencia de una muestra de suelo, sometida a fatigas y/o deformaciones que simulen las que existen o existirán en terreno producto de la aplicación de una carga.

Para conocer una de estas resistencias en laboratorio se usa el aparato de corte directo, siendo el más típico una caja de sección cuadrada o circular dividida horizontalmente en dos mitades. Dentro de ella se coloca la muestra de suelo con piedras porosas en ambos extremos, se aplica una carga vertical de confinamiento (P_v) y luego una carga horizontal (P_h) creciente que origina el desplazamiento de la mitad móvil de la caja originando el corte de la muestra en la figura.

El ensayo induce la falla a través de un plano determinado. Sobre este plano de falla actúan dos esfuerzos:

- Un esfuerzo normal, aplicado externamente debido a la carga vertical (P_v).
- Un esfuerzo cortante, debido a la aplicación de la carga horizontal.

Estos esfuerzos se calculan dividiendo las respectivas fuerzas por el área (A) de la muestra o de la caja de corte y deberían satisfacer la *ecuación de Coulomb*:

$$\tau = c + \sigma_n \times \text{Tg}(\phi) \quad (\text{C.1})$$

Según esta ecuación la resistencia al corte depende de la cohesión (c) y la fricción interna del suelo (ϕ).

Se realizaron tres ensayos para tres esfuerzos normales diferentes y se prosiguió a la lectura de los esfuerzos tangenciales y al dial que nos muestra las deformaciones. Luego se prosiguió a traficar los esfuerzos tangenciales con las deformaciones horizontales para así determinar los esfuerzos tangenciales máximos para lo cual se produce la falla en el espécimen analizado, teniendo estos valores y lo esfuerzos normales proseguimos a determinar la envolvente de Coulomb.

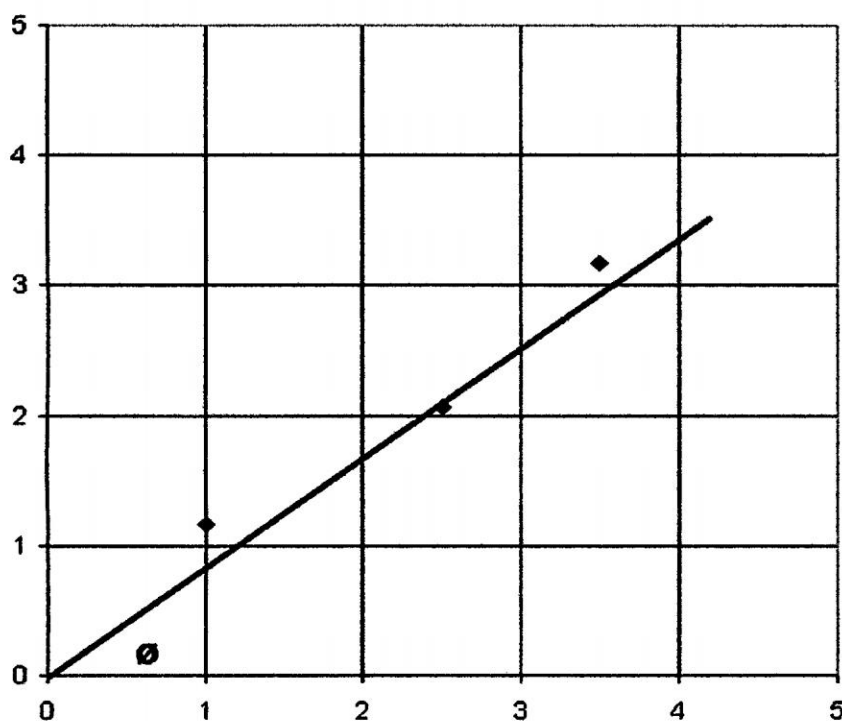


Figura C.4: Esfuerzo cortante Vs Esfuerzo normal. Fuente: Proyecto “*Construcción Sistema de Riego Cuchucancho*”

La gráfica nos muestra una tendencia lineal y nos permite calcular los parámetros de cohesión y el ángulo de fricción ($c = 0$, $\phi = 31.37$) con los cuales se podrá calcular la *Capacidad Portante* del terreno estudiado para su diseño estructural posterior.

C.1.5. Capacidad Portante del Terreno

Para determinar la capacidad de carga admisible del terreno se requerirá los parámetros de ángulo de fricción (ϕ) y cohesión.

C.1.5.1. Calicata N° 1

Ubicada en el margen derecho del eje de la represa, con una altura de 1.20 mt. no presenta napa freática esta compuesta por una diversas clases de materiales que varían desde suelos orgánicos o turbas hasta arenas limosas que no presenta plasticidad,

Estrato 2

Estrato color rojizo de potencia aproximada de 0.60 mt. Constituido por material semicompacto de tendencia limosa con presencia escasa de arcilla no presenta plasticidad no presenta gravas, material características típica de areniscas.

Clasificación SUCS: SW

Arenas bien graduadas con poco o casi nada de finos presentan buena gradación, presencia escasa de gravas finos compuestos por limos y en poco porcentaje arcillas, no presenta límite líquido tampoco límite plástico su índice de plasticidad es nulo las características físicas de la arena es la siguiente: gradación gravas 42.40 %, arenas 56.00 %, finos 1.60 %, ángulo de fricción (ϕ) 31.67°, no presenta cohesión, peso específico natural 1.57 gr/cc.

C.1.5.2. Calculo de la capacidad portante

Dado las características granulométricas y de capacidad del sub-suelo, el comportamiento estará regido por un estado de esfuerzos efectivos.

$$q_{ult} = c \times N_c + \frac{1}{2} \times \gamma \times B \times N_\gamma + q \times N_q \quad (C.2)$$

Luego aplicando la teoría de Capacidad Portante y analizando la falla general por corte tenemos:

$$\text{Capacidad portante} = 3.482 \text{Kg/cm}^2 \quad (C.3)$$

C.2. Estudio Geológico

En la zona del proyecto existen afloramientos extensos de material color rojizo de alta resistencia compresiva, consistencia dura, característica superficial angulosa.

A través de este estudio se determinará las condiciones geotécnicas propiedades físicas de la roca existente en el vaso y donde descansara la cimentación de la represa proyectada y en base a ella dar las recomendaciones técnicas para la ejecución del proyecto.

C.2.1. Descripción de la Roca

La zona se encuentra aproximadamente a 3340 m.s.n.m., con poca vegetación, afloramiento de grandes extensiones de *brechas volcánicas* de color gris rocas aparentemente duras al rasgueo de uñas (escala de Mosh), a inspección visual de la roca de esta zona con grandes cantidades de *plagioclasa* frente a los *feldespatos* y escasez de *cuarzo* (*Andesita*).

C.2.2. Ensayo de Corte Directo

La finalidad de los ensayos de corte, es determinar la resistencia de una muestra de roca, sometida a fatigas y/o deformaciones que simulen las que existen o existirán en terreno producto de la aplicación de una carga.

Para conocer una de estas resistencias en laboratorio se usa el aparato de corte directo, siendo el más típico una caja de sección cuadrada o circular dividida horizontalmente en dos mitades. Dentro de ella se coloca la muestra de suelo con piedras porosas en ambos extremos, se aplica una carga vertical de confinamiento (P_v) y luego una carga horizontal (P_h) creciente que origina el desplazamiento de la mitad móvil de la caja originando el corte de la muestra en la figura.

El ensayo induce la falla a través de un plano determinado. Sobre este plano de falla actúan dos esfuerzos:

- Un esfuerzo normal, aplicado externamente debido a la carga vertical (P_v).

- Un esfuerzo cortante, debido a la aplicación de la carga horizontal (P_h)

Estos esfuerzos se calculan dividiendo las respectivas fuerzas por el área (A) de la muestra o de la caja de corte y deberían satisfacer la *ecuación de Coulomb*:

$$\tau = c + \sigma_n \times Tg(\phi) \quad (C.4)$$

Según esta ecuación la resistencia al corte depende de la cohesión (c) y la fricción interna del suelo (ϕ).

Se realizaron tres ensayos para tres esfuerzos normales diferentes y se prosiguió a la lectura de los esfuerzos tangenciales y al dial que nos muestra las deformaciones. Luego se prosiguió a graficar los esfuerzos tangenciales con las deformaciones horizontales para así determinar los esfuerzos tangenciales máximos para lo cual se produce la falla en el espécimen analizado, teniendo estos valores y lo esfuerzos normales proseguimos a determinar la envolvente de Coulomb.

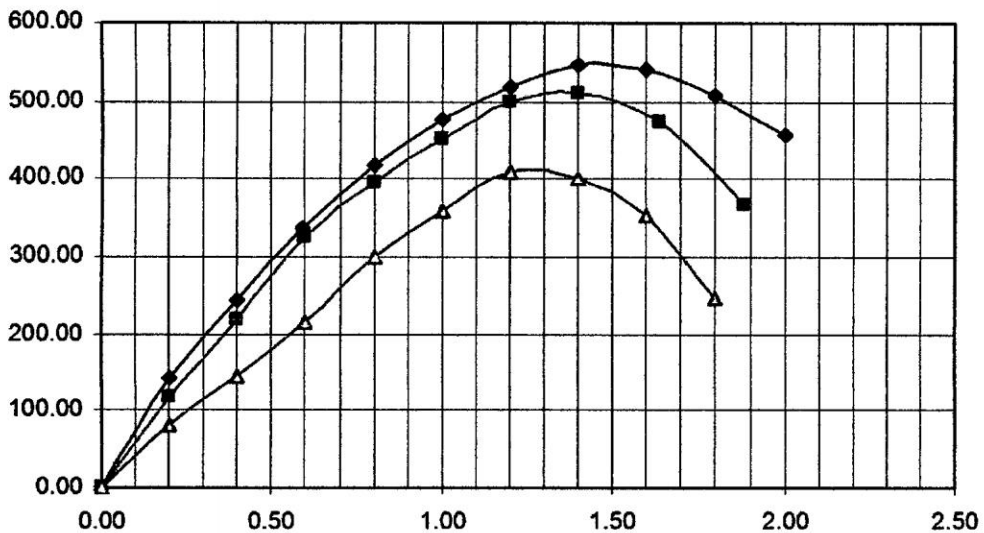


Figura C.5: Esfuerzo cortante Vs Desplazamiento. Fuente: Proyecto "Construcción Sistema de Riego Cuchucancho"

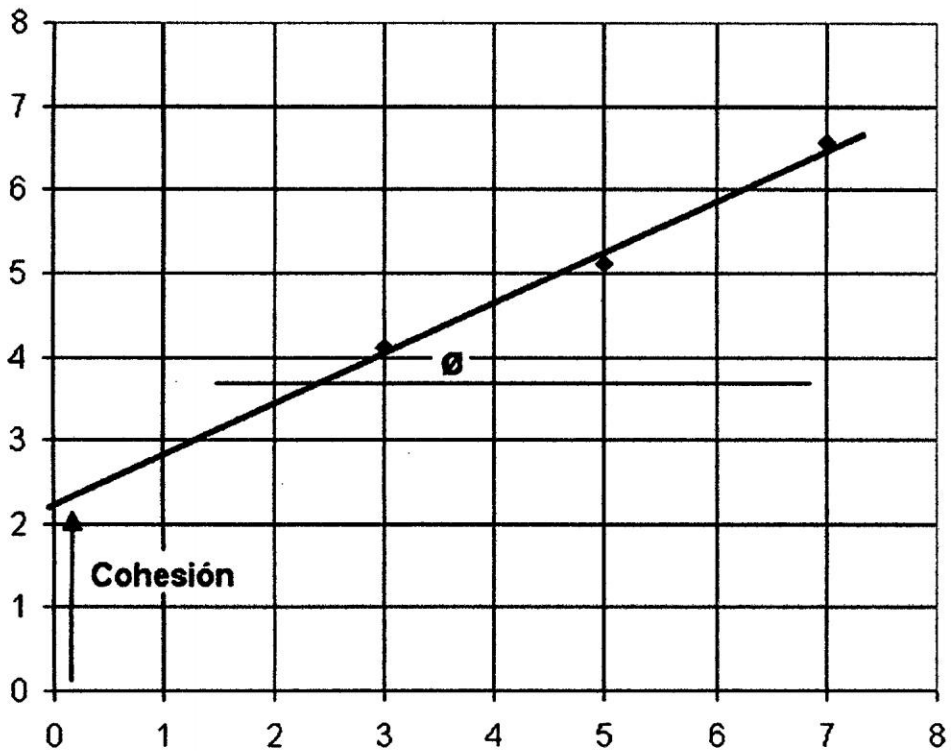


Figura C.6: Esfuerzo cortante Vs Esfuerzo normal. Fuente: Proyecto “*Construcción Sistema de Riego Cuchucancho*”

C.2.3. Sistema de Valoración de la Masa Rocosa

En la evaluación de los materiales rocosos encontrados en los afloramientos rocosos en la cimentación de la presa, se ha utilizado los criterios de evaluación geomecánica propuesta por Bienawsky y Palmstrom, que se basa principalmente sobre una serie de factores de observaciones directa como son:

C.2.3.1. Resistencia de la Roca Inalterada

Se obtiene con relación al tipo de roca y los resultados de laboratorio a la Compresión Simple; la tabla muestra la relación entre los rangos de derivación de resistencia y su calificación respectiva.

Para el caso de nuestra roca ensayada “*Andesita*” su resistencia a la compresión fu de $2,083.64 \text{Kg/cm}^2$, cuya calificación es 15

Cuadro C.1: Resistencia de la Roca Inalterada. Fuente: Proyecto “*Construcción Sistema de Riego Cuchucancho*”

RESISTENCIA A LA COMPRESIÓN UNIAxIAL (Kg/cm ²)	CALIFICACIÓN
Mayor de 2000	15
1000-2000	12
500-1000	7
250-500	4
100-250	2
30-100	1
Menor de 30	0

C.2.3.2. Índice de Calidad de Roca (RQD)

Es un parámetro que se estima en base a la observación de fisuras por unidad de volumen. Los valores del RQD tienen una relación directa con la calidad de la roca desde el punto de vista ingenieril.

Cuadro C.2: Índice de Calidad de Roca (RQD). Fuente: Proyecto “*Construcción Sistema de Riego Cuchucancho*”

RQD (%)	CALIDAD DE ROCA	CALIFICACIÓN
91 a 100	MUY BUENA	20
76 a 90	BUENA	17
51 a 75	REGULAR	13
25 a 50	MALA	8
menor de 25	MUY MALA	3

Para el caso de nuestra roca ensayada “*Andesita*”, su *Índice de Calidad de Roca (RQD)* fue 85, cuya calidad es BUENA y su calificación es 17.

C.2.3.3. Espaciamiento de las Discontinuidades

La presencia de discontinuidades en el macizo rocoso tiene un efecto directo en su comportamiento al reducir su resistencia; el espaciamiento entre las discontinuidades, así como su rumbo y buzamiento condiciona la reducción.

Los datos sobre espaciamiento de las discontinuidades se obtiene del mapeo geológico de cada sistema o familia de discontinuidades, así tenemos:

Cuadro C.3: Espaciamiento de las Discontinuidades. Fuente: Proyecto “*Construcción Sistema de Riego Cuchucancha*”

ESPACIAMIENTO (m)	CALIFICACIÓN
3	30
1-3	25
0.3-1	20
0.005-0.3	10
Menor a 0.005	5

Según las observaciones de campo en la zona de cierre, el espaciamiento de fisuras para la roca de origen volcánico es de menor a 0.005 y le corresponde una calificación de 5.

C.2.3.4. Características de las Discontinuidades

Se relaciona con la separación o abertura de las discontinuidades, su rugosidad y los materiales de relleno, así tenemos:

Según las observaciones de campo en la zona de cierre, los sistemas de fisuras presentan sus paredes duras y ligeramente rugosas, con aberturas de hasta 0.3mm y le estamos calificación con un 20.

Cuadro C.4: Características de las Discontinuidades. Fuente: Proyecto “*Construcción Sistema de Riego Cuchucancho*”

DESCRIPCIÓN	CALIFICACIÓN
Superficie muy rugosa, de extensión limitada, superficie de roca dura.	25
Superficie ligeramente rugosa, abertura menor de 1 mm, superficie de roca dura.	20
Superficie ligeramente rugosa, abertura menor de 1 mm, superficie de roca blanda.	12
Superficie lisa o rellena de 1 a 5 mm, las juntas se extienden mas que algunos metros	6
Juntas abiertas y rellenas con mas de 5 mm, las juntas se extienden mas de que algunos metros.	0

C.2.3.5. Condiciones de flujo de Agua Subterránea

El flujo de agua en la masa rocosa tiene una fuerte influencia en el comportamiento de esta durante la excavación para la cimentación y para obtener una calificación representativa nos basamos en el cuadro siguiente.

Cuadro C.5: Condiciones de flujo de Agua Subterránea. Fuente: Proyecto “*Construcción Sistema de Riego Cuchucancho*”

RELACION ENTRE LA PRESIÓN DE AGUA EN LA FISURA Y EL ESFUERZO PRINCIPAL MAYOR	CONDICION GENERAL	CALIFICACIÓN
0.00	Seco	10
0.00-0.2	Humedo	7
0.2-0.5	Agua a Presion moderada	4
0.50	Problema severo de Agua	0

Según las observaciones de campo en la zona de cierre se estima una condición general agua a presión moderada, calificando con 4.

C.2.4. Propiedades Físico-Mecánica de la Roca

La muestra de roca analizada pertenece a la calicata N° 2 a una profundidad de 1.80 mt. Perteneciente a una roca volcánica Ígnea de color turquesa oscuro Cuyas características físicas son:

- Nombre de la Roca: Andesita con presencia escasa de cuarzo
- Resistencia a la Compresión: $2,083.64Kg/cm^2$
- Densidad: $2.60gr/cm^3$
- Absorción: 0.64 %
- Porosidad: 0.83 %
- Índice de Calidad de Roca: 85
- RMR: 61
- Índice de Calidad de la Masa Rocosa: 30

C.2.5. Capacidad Portante de la Roca

En rocas más duras, menos diaclasadas y menos alteradas que lo indicado en el párrafo precedente, y cuando se cumplan las siguientes condiciones, se podrá determinar la presión admisible de servicio q_d mediante la expresión:

$$q_d = K_{sp} \times q_u \quad (C.5)$$

Donde:

q_u : Resistencia a la compresión simple de la roca.

$$K_{sp} = \frac{3 + \frac{s}{B}}{10 \times \sqrt{1 + 300\frac{a}{s}}} \quad (C.6)$$

Donde:

s : espaciamiento de las discontinuidades; $s > 300mm$

B : anchura del cimiento en m; $0.05 < s/B < 2$

a : apertura de las discontinuidades; $a < 5mm$ en junta limpia, $a < 25mm$ en junta rellena con suelo o con fragmentos de roca alterada; siendo $0 < a/s < 0.02$

Cuadro C.6: Capacidad portante de la roca. Fuente: Proyecto “*Construcción Sistema de Riego Cuchucancha*”

DATOS:	
Resistencia a la Compresión (Q_u) (Kg/cm ²)	2083.64
Espaciamiento de Discontinuidades (mt.)	0.01
Anchura de Cimiento (mt.)	1.50
Apertura de las Discontinuidades: (mm.)	1.00
Factor de Seguridad	3.00
Ksp	0.054
Capacidad de Carga Ultima (Kg/cm ²)	112.52
Capacidad Portante de la roca (Kg/cm²)	37.51

A efectos de verificación del estado límite último de hundimiento el valor de q_d determinado a través de la expresión puede considerarse que lleva incorporado un coeficiente de seguridad $F_s = 3$. Para la comprobación del asiento se podrá recurrir al empleo de formulaciones elásticas. Los módulos de deformación a emplear habrán de ser representativos del macizo.

- a) La superficie de la roca es esencialmente horizontal sin problemas de inestabilidad lateral.
- b) La carga no tiene componente tangencial, o ésta es inferior al 10% de la carga normal.
- c) En rocas sedimentarias los estratos deben ser horizontales o subhorizontales.

Apéndice D

Fotografías

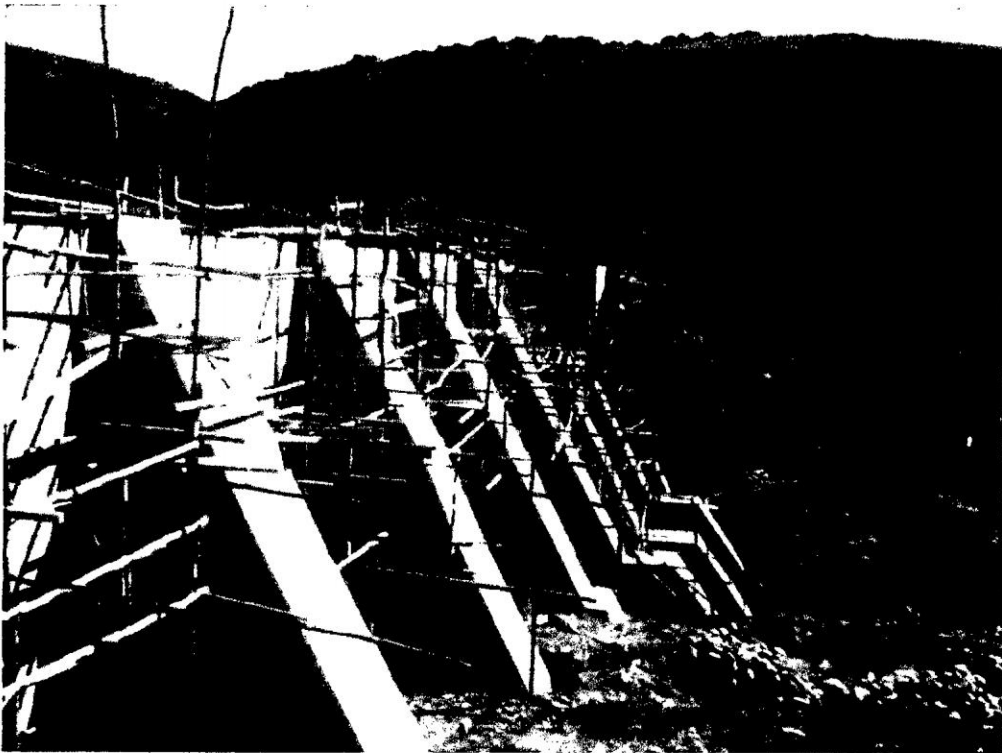


Figura D.1: Vista lateral aguas abajo de la estructura de la presa, muestra el cuerpo de la presa y los contrafuertes. Fuente: Visita de campo

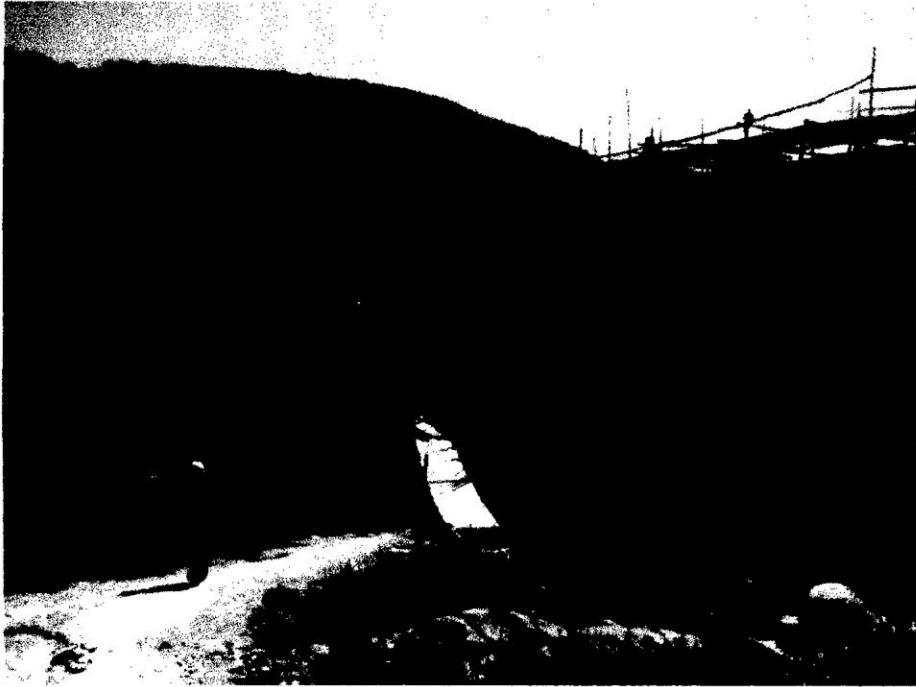


Figura D.2: Disposición del encofrado aguas arriba de la presa, donde se muestra el cuerpo de la presa y sus contrafuertes. Fuente: Visita de campo



Figura D.3: Refuerzo longitudinal y transversal en el cuerpo de la presa, se observa el proceso constructivo y la situación actual de la estructura. Fuente: Visita de campo

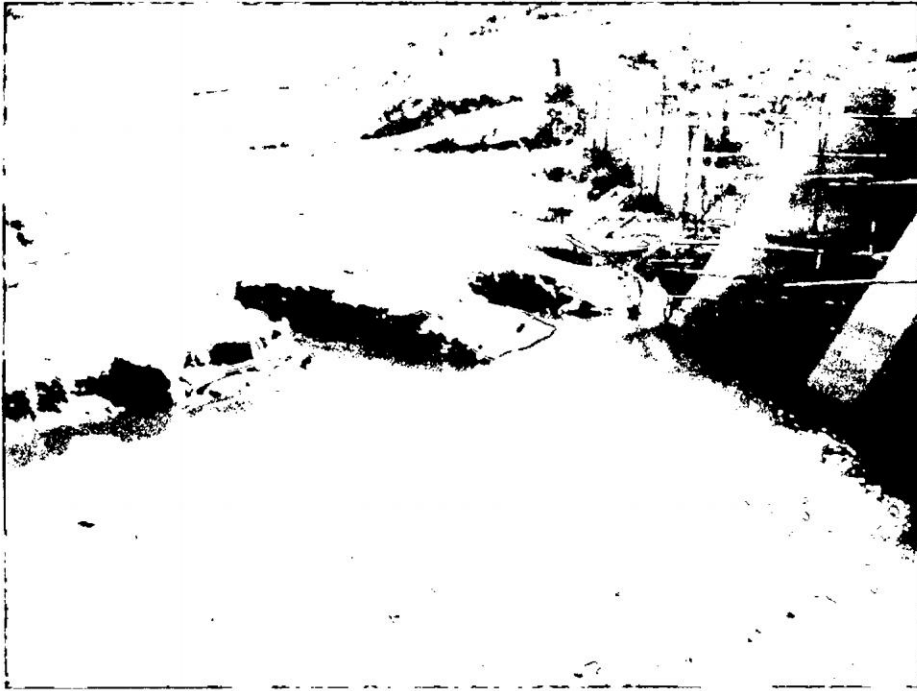


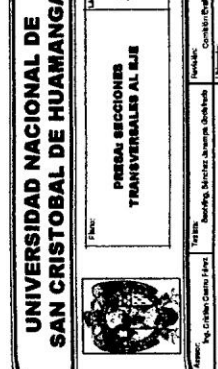
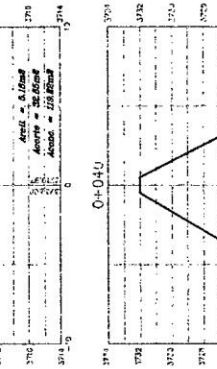
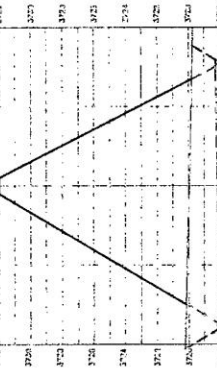
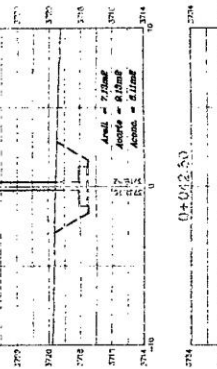
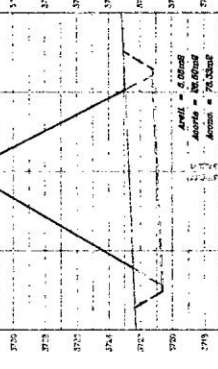
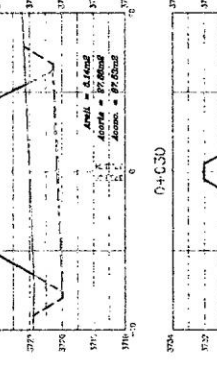
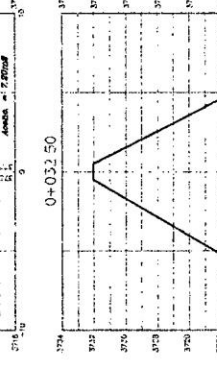
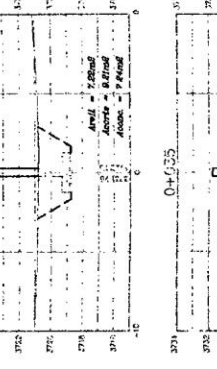
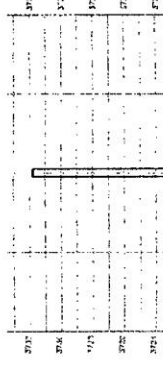
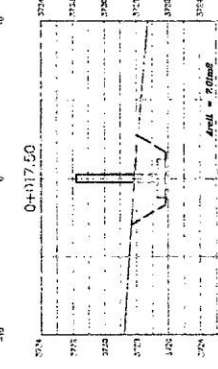
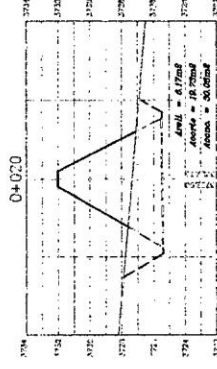
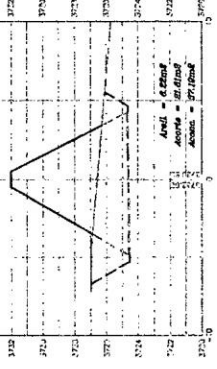
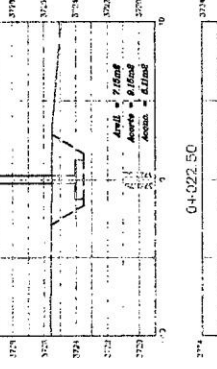
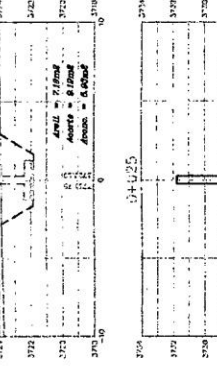
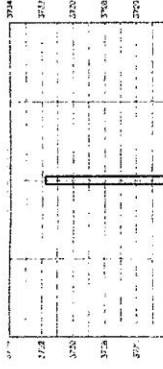
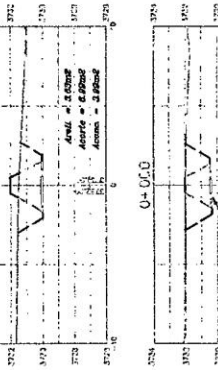
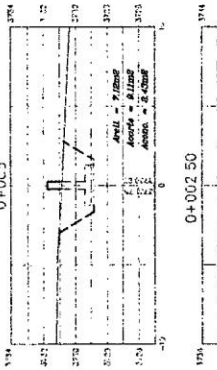
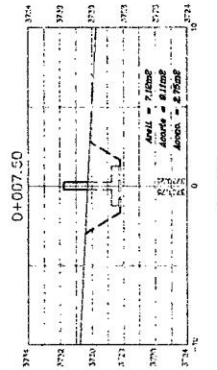
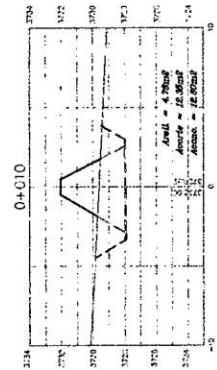
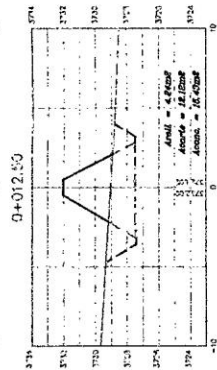
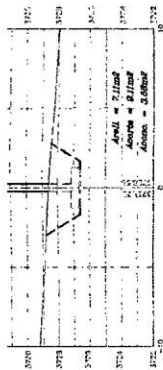
Figura D.4: Vista lateral del vaso de la presa, actualmente la Presa aún no se encuentra culminado en su construcción. Fuente: Visita de campo




Figura D.5: Inspección de la filtración en la fundación de la presa, se muestra el espesor y el espaciamiento de los contrafuertes. Fuente: Visita de campo

Apéndice E

Planos





UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTOBAL DE HUAMANGA

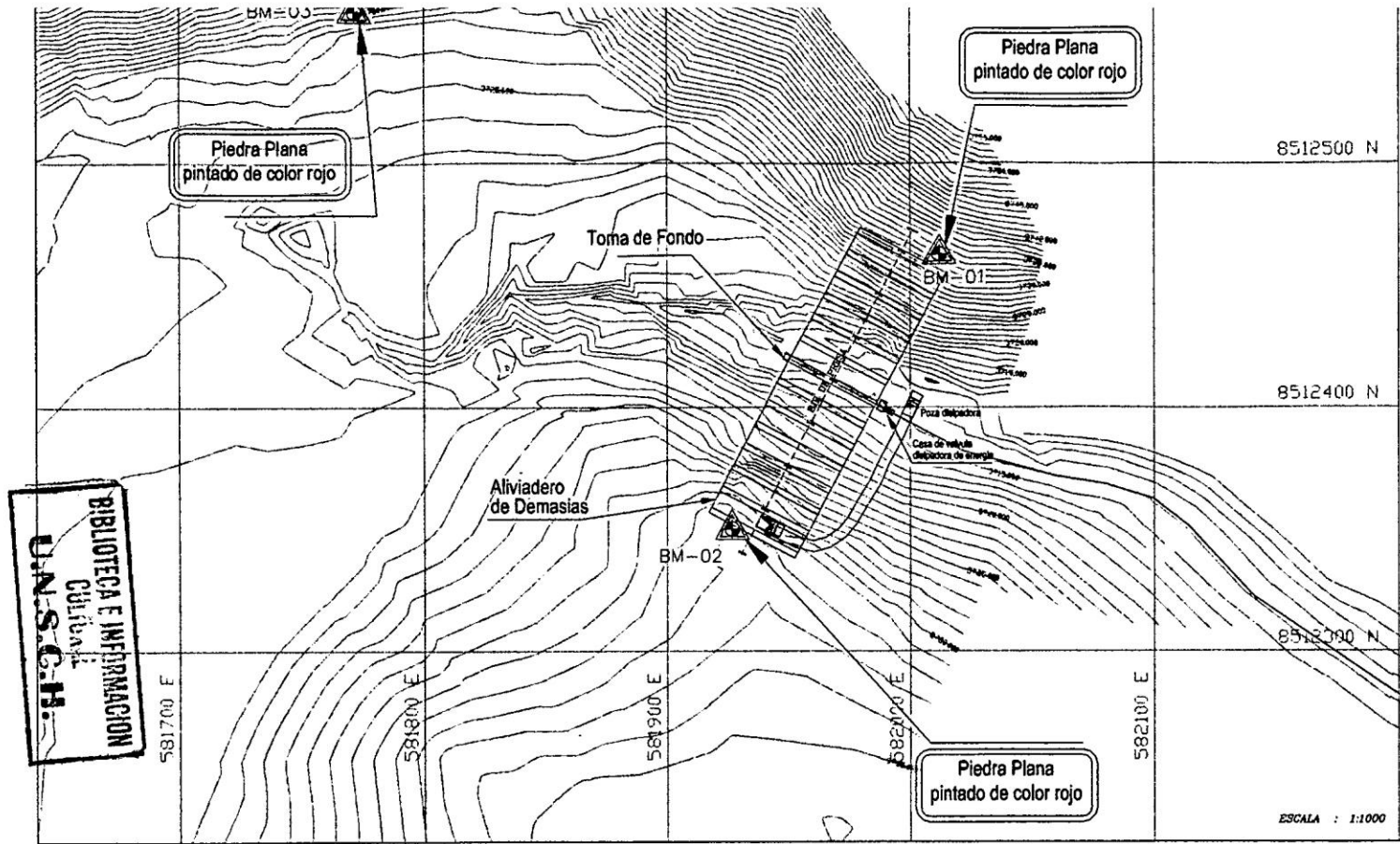
**PRESA: SECCIONES
TRANSVERSALES AL EJE**

ST-09

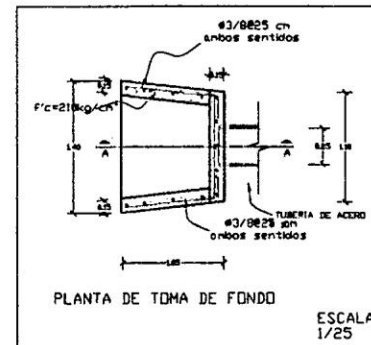
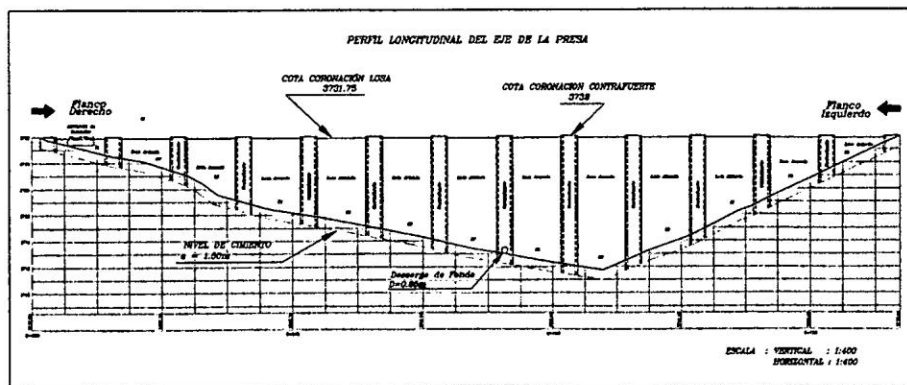
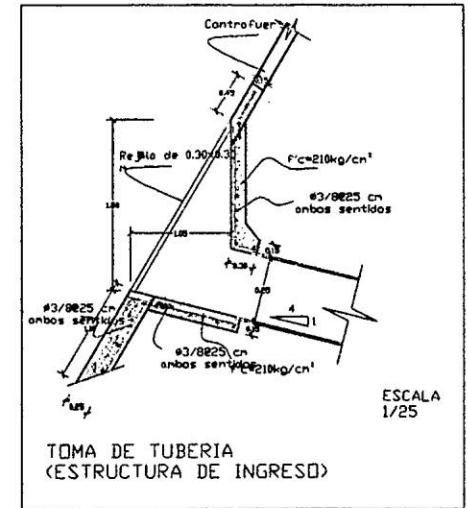
Proyecto & Tema: **TRANSVERSALES COMPUTACIONALES DE LA INFRAESTRUCTURA EN PRESAS CON EL METODO DE ELEMENTOS FINITOS**

Elaborado por: **ING. GUSTAVO GARCIA**

Fecha: **NOVIEMBRE 2013**



CUADRO DE BM's			
COORDENADAS			
BM	NORTE	ESTE	COTA
1	8512462.800	582011.900	3734.00
2	8512350.000	581926.995	3732.20
3	8512561.700	581771.500	3730.90



UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTOBAL DE HUAMANGA



Pres.: **PRESA: VISTA EN PLANTA CORTE DE EJE**

Libro: **VP-06**

Autor: Ing. Cristian Gustavo Pineda Tema: Sanjón, Míchel, Jarama, Orellana Revisor: Guzmán Ballesteros
 Fecha de Trámite: Ubicación: REG.: AYACUCHO PROV.: CANGALLO DISTRITO: MOROCUCHOS LUZAR.: CUCHUCANCHA
TÍTULO: "MECÁNICA COMPUTACIONAL DE LA IMPLEMENTACIÓN DE PRESAS CON EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS"
 Fecha: CONSTRUCCIÓN DEL SISTEMA DE RIEGO CUCHUCANCHA Fecha: NOVIEMBRE 2013