

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTÓBAL DE
HUAMANGA

FACULTAD DE INGENIERÍA DE MINAS, GEOLOGÍA Y
CIVIL

ESCUELA DE FORMACIÓN PROFESIONAL DE
INGENIERÍA CIVIL



TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

“MODELIZACIÓN NUMÉRICA DE PARTIDORES DE CAUDALES EN
CANALES”

PRESENTADO POR:

INTI MAOBÍ QUISPE MENESES

ASESOR:

ING. EDMUNDO CANCHARI GUTIÉRREZ

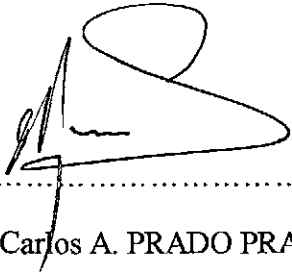
JULIO DE 2015

Tesis
CIV446
Qui
Ej. 1

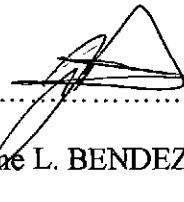
“MODELIZACIÓN NUMÉRICA DE PARTIDORES DE CAUDALES EN CANALES”

RECOMENDADO : 17 DE DICIEMBRE DEL 2014

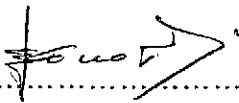
APROBADO : 30 DE JULIO DEL 2015



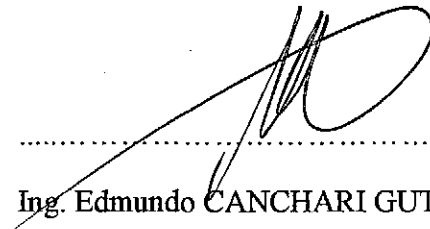
MSc. Ing. Carlos A. PRADO PRADO
PRESIDENTE



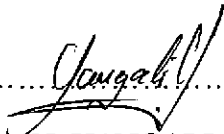
Ing. Jaime L. BENDEZÚ PRADO
MIEMBRO



Ing. Edward LEÓN PALACIOS
MIEMBRO



Ing. Edmundo CANCHARI GUTIÉRREZ
MIEMBRO



Ing. Floro N. YANGALI GUERRA
SECRETARIO DOCENTE

Según acuerdo constatado en el Acta, levantada el 30 de julio del 2015, en la Sustentación de Tesis Profesional presentada por el Bachiller en Ciencias de la Ingeniería Civil Sr. Inti Maobí QUISPE MENESES, con la Tesis Titulada “MODELIZACIÓN NUMÉRICA DE PARTIDORES DE CAUDALES EN CANALES”, fue calificada con la nota de DIECISÉIS (16) por lo que se da la respectiva APROBACIÓN.



MSc. Ing. Carlos A. PRADO PRADO

PRESIDENTE



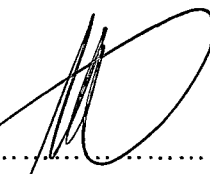
Ing. Jaime L. BENDEZÚ PRADO

MIEMBRO



Ing. Edward LEÓN PALACIOS

MIEMBRO



Ing. Edmundo CANCHARI GUTIÉRREZ

MIEMBRO



Ing. Floro N. YANGALI GUERRA

SECRETARIO DOCENTE

Presentación

La presente tesis tiene como objetivo principal la presentación de un modelo matemático, desarrollado numéricamente, como una herramienta de simulación para la determinación de parámetros hidráulicos como velocidades y presiones de agua en los partidores de caudales en canales y otras estructuras hidráulicas. Frente a otros modelos existentes, este facilita la resolución de casos prácticos que tienen lugar sobre dominios espaciales unidimensionales, bidimensionales y tridimensionales, permitiendo de este modo la simulación de sistemas complejos. Por último, en la aplicación práctica, se empleará un modelo comercial existente, *Flow-3D*, el cual utiliza la metodología *VOF* y posee una avanzada interfaz gráfica en entorno *Windows*, que permite una mayor facilidad en la interacción del usuario tanto para el ingreso de datos como para el proceso de resultados. Espero que su aplicación sirva a todos aquellos profesionales y estudiantes inmersos en la hidráulica.

INTI MAOBÍ QUISPE MENESES

INTIQM@HOTMAIL.COM

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL

UNIVERSIDAD NACIONAL SAN CRISTÓBAL DE HUAMANGA

AYACUCHO, JULIO DE 2015

Dedicatoria

A mis padres quienes me dieron vida, educación, apoyo y consejos. A mis compañeros de estudio, a mis maestros y amigos, quienes con su ayuda hicieron posible concluir esta tesis

Agradecimientos

- A la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, alma mater y orgullo de Ayacucho, donde recibí mi formación académica
- A los docentes de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, Facultad de Ingeniería de Minas Geología y Civil, por los conocimientos transmitidos que contribuyeron de manera determinante en mi formación profesional
- A quienes más debo agradecer es a mi familia y amigos por brindarme todo su apoyo incondicional en diversas formas
- Y a todas aquellas personas que de una u otra manera, colaboraron o participaron en la realización de esta investigación, hago extensivo mi más sincero agradecimiento

Resumen

En este trabajo se ampliará el estudio del comportamiento hidráulico de un partidor de caudales en canal mediante una modelización numérica. Particularmente se estudiará un partidor construido por el “*Proyecto Integral Río Cachi*” localizado en el distrito de Chiara - Huamanga.

La modelización consta de:

1. **Modelamiento y configuración del partidor:** Este paso requiere de las características geométricas de la estructura hidráulica, los caudales involucrados en la partición, las propiedades del fluido involucrado y también puede requerirse del depósito de sedimentos.
2. **Procesamiento y determinación del comportamiento hidráulico:** Se empleará un modelo numérico para la simulación hidráulica del partidor, método de *Volumen de Fluido (VOF)*, para obtener el comportamiento hidráulico y parámetros como las velocidades y presiones del fluido en la estructura hidráulica.
3. **Análisis e interpretación de resultados:** Los resultados obtenidos anteriormente se analizarán e interpretarán. Según ello se puede sugerir replantear el dimensionamiento de la estructura para mejorar el desempeño de esta.

Resulta que:

En este trabajo se ha usado un modelo numérico tridimensional en la simulación del comportamiento hidráulico. Específicamente basado en el *Volumen de Fluido (VOF)* que en *Dinámica de Fluidos Computacional (CFD)* es una técnica de modelado de superficie libre, es decir, una técnica numérica para el seguimiento y la localización de la superficie libre.

En la aplicación práctica se observará una diferencia mínima entre el caudal repartido obtenido de la modelización numérica y el caudal repartido que está indicado en las características de diseño existente, lo cual hace confiable la modelización numérica realizada en el presente trabajo.

Índice general

Portada	I
Presentación	I
Dedicatoria	II
Agradecimientos	III
Resumen	IV
Índice general	VI
Índice de figuras	XI
1. Introducción	1
1.1. Motivación de la investigación	1
1.2. Planteamiento del problema	2
1.2.1. Problema general	2
1.2.2. Problemas específicos	2
1.3. Justificación	3
1.4. Objetivos	4
1.4.1. Objetivos generales	4
1.4.2. Objetivos específicos	4
1.5. Hipótesis	5
1.5.1. Hipótesis generales	5
1.5.2. Hipótesis específicas	5

1.6. Metodología aplicada y Plan de Trabajo	6
2. Marco Teórico	7
2.1. Flujo en canales abiertos	7
2.1.1. Tipo de Flujos	8
2.1.1.1. Flujo permanente y no permanente: tiempo como parámetro	8
2.1.1.2. Flujo uniforme y flujo variado: espacio como pará- metro.	8
2.1.2. Estado del flujo	9
2.1.2.1. Efecto de viscosidad	9
2.1.2.2. Efecto de la gravedad	10
2.2. Partidor de caudales en canales abiertos	11
2.2.1. Misión	11
2.2.2. Principio	11
2.2.3. Tipos de partidores	11
2.2.3.1. Partidores fijos	11
2.2.3.2. Partidores móviles	12
2.2.3.3. Partidores de vertedero	13
2.2.3.4. Aliviaderos que funcionan como partidores	13
2.2.4. Partidores fijos y sus clasificación	14
2.2.4.1. Partidores de escurrimiento crítico	14
2.2.4.2. Por estrechamiento	15
2.2.4.3. Partidores de resalto o de barrera de sección triangular	16
2.2.5. Revisión de las consideraciones dadas por el Reglamento Na- cional de Edificaciones	17
2.3. Fundamento matemático en la modelización del comportamiento hi- dráulico	18
2.3.1. Ecuaciones del comportamiento hidráulico	18
2.3.2. Ecuación de conservación de la masa	18

2.3.3.	Ecuación de conservación del Momentum	19
2.4.	Resolución numérica de las ecuaciones de modelización del comportamiento hidráulico	20
2.4.1.	Simulación numérica	20
2.4.2.	Volumen de Fluido (VOF): Método de dinámica de contornos libres	21
2.4.2.1.	Resumen	21
2.4.2.2.	Introducción	21
2.4.2.3.	Métodos de contorno libre	22
2.4.2.4.	Método de Volumen de Fluido (VOF)	24
2.4.2.5.	SOLA-VOF	25
2.4.2.6.	Resumen	36
3.	Materiales y métodos	37
3.1.	Esquema y procedimiento de solución de flujo a superficie libre mediante <i>VOF</i>	37
3.1.1.	Esquema <i>VOF</i>	37
3.1.2.	Sistemática o “receta” del <i>VOF</i>	38
3.1.2.1.	Procedimiento del <i>VOF</i>	38
3.1.2.2.	Cálculos por el <i>VOF</i> : datos y resultados	43
3.1.2.3.	Flujo general en un programa de <i>VOF</i>	45
3.1.2.4.	Ejemplo de un problema que usa la metodología <i>VOF</i>	46
3.2.	Aplicación práctica	56
3.2.1.	Datos	56
3.2.1.1.	Ubicación de partidor de caudales	56
3.2.1.2.	Características del partidor de caudales existente	58
3.2.1.3.	Capacidad hidráulica del partidor existente	62
3.2.1.4.	Predimensionamiento de la ventana del partidor	62
3.2.1.5.	Funcionamiento del partidor para un caudal de llegada variable	63

3.2.2.	Pre-proceso: Modelamiento y configuración del partidor	65
3.2.2.1.	Programa usado en el modelamiento	65
3.2.2.2.	Construcción de la geometría	65
3.2.2.3.	Discretización o mallado	66
3.2.2.4.	Condiciones de borde o contorno	67
3.2.2.5.	Propiedades de los materiales utilizados	68
3.2.2.6.	Condiciones iniciales	70
3.2.3.	Proceso: Procesamiento y determinación del comportamiento hidráulico	72
3.2.3.1.	Simulación	72
3.2.4.	Post-proceso: Análisis e Interpretación de los resultados	74
3.2.4.1.	Extensión de los resultados	74
3.2.4.2.	Interpretación de los resultados	78
3.3.	Desempeño del Partidor	84
4.	Conclusiones, Recomendaciones e Investigaciones Futuras	86
4.1.	Conclusiones	86
4.2.	Recomendaciones	88
4.3.	Investigaciones futuras	89
	Bibliografía	90
	A. Programa Flow-3D	92
A.1.	Descripción del Programa Flow-3D	92
A.1.1.	Introducción	92
A.1.2.	Código de programación de Flow-3D	92
A.1.3.	Análisis de los elementos finitos o mallas	94
	B. Guía de Usuario del Programa Flow-3D	95
B.1.	Ejecutando FLOW-3D de la Interfaz Gráfica del Usuario	95
B.1.1.	INTERFAZ GRÁFICA DEL USUARIO	96

C. Glosario	105
D. Fotografías	108
E. Planos	113

Índice de figuras

2.1. Partidor fijo	12
2.2. Partidor de pico móvil de Elche	13
2.3. Repartidor de barrera (En tres partes diferentes) - vista en planta . .	15
2.4. Repartidor de barrera (En tres partes diferentes) - corte	15
2.5. Repartidor por estrechamiento (En dos partes diferentes) - vista en planta	16
2.6. Repartidor por estrechamiento (En dos partes diferentes) - corte . . .	16
2.7. Partidor de resalto - vista en planta y corte	17
2.8. Principio de la solución numérica	20
2.9. Malla tridimensional de celdas computacionales con grillas indicando la convención del etiquetado	27
2.10. Ubicación de las variables en una celda típica	27
2.11. El volumen de control (rectángulo de trazos) utilizada para la cons- trucción de una aproximación en diferencias finitas para la ecuación de momentum u en la cara positiva x de la celda (i,j,k)	29
2.12. Definición que muestra boceto de las cantidades usadas en la defi- nición de las condiciones de contorno de la presión de la superficie libre	32

2.13. Ejemplos de formas de superficie libre utilizados en la advección de F. La disposición donante-receptor se muestra en (a), donde la línea discontinua indica el contorno izquierdo del volumen total siendo advectado. Las regiones sombreadas mostradas en (b-d) son las cantidades reales de F fluyendo	34
3.1. Esquema y procedimiento de solución del <i>VOF</i>	37
3.2. Ejemplo del volumen fraccional de fluido en cada celda de una malla que varía en el tiempo	38
3.3. División de un dominio en subdominios y elementos (malla compuesta por celdas)	39
3.4. Etiquetado de celdas de una malla paralelepípeda	39
3.5. Ubicación de variables dependientes del tiempo en las celdas paralelepípedas de una malla en el plano $y-z$ en cualquier ubicación i	40
3.6. Ubicación genérica tridimensional de variables dependientes del tiempo en celdas paralelepípedas	40
3.7. Bloque de fluido estático dentro de un recipiente de vidrio	46
3.8. Discretización mediante una malla uniforme e identificación de los valores de la fracción de fluido F al inicio	46
3.9. Localización de las variables en una malla uniforme	47
3.10. Evolución de la función F en el tiempo	55
3.11. Región de Ayacucho	56
3.12. Provincia de Huamanga	57
3.13. Vista Panorámica del Partidor de Caudales en el distrito de Chiara	58
3.14. Dimensionamiento de la longitud de la cresta	63
3.15. Geometría del partidor de caudales - AUTOCAD	66
3.16. Geometría del partidor de caudales - FLOW3D	66
3.17. Mallado de 0.1x0.1x0.1m	67
3.18. Cuadro de configuración de bordes	68
3.19. Configuración de los 6 bordes	68

3.20. Configuración de la densidad y viscosidad dinámica para una temperatura del agua de 20°C	69
3.21. Configuración de viscosidad y turbulencia	69
3.22. Condición inicial del fluido	70
3.23. Condición inicial del presión y velocidad del fluido	71
3.24. Configuración de la aceleración de la gravedad	71
3.25. Evolución de la energía cinética media	73
3.26. Disminución de la variación del tiempo	73
3.27. Salida de simulación en el tiempo = 0.0 seg. (velocidades y presiones)	74
3.28. Salida de simulación en el tiempo = 0.5 seg. (velocidades y presiones)	75
3.29. Salida de simulación en el tiempo = 1.0 seg. (velocidades y presiones)	75
3.30. Salida de simulación en el tiempo = 2.0 seg. (velocidades y presiones)	76
3.31. Salida de simulación en el tiempo = 5.0 seg. (velocidades y presiones)	76
3.32. Salida de simulación en el tiempo = 10.0 seg. (velocidades y presiones)	77
3.33. Salida de simulación en el tiempo = 15.0 seg. (velocidades y presiones)	77
3.34. Ubicación de la sección longitudinal de interés en el plano $X - Z$. .	78
3.35. Ubicación de la sección transversal de interés en el plano $Y - Z$. . .	79
3.36. Distribución longitudinal de presiones en cada celda según color en el plano $X - Z$; tiempo = 15 seg.	79
3.37. Distribución transversal de presiones en cada celda según color en el plano $Y - Z$; tiempo = 15 seg.	80
3.38. Distribución longitudinal de las velocidades en la dirección del eje x en cada celda según color en el plano $X - Z$; tiempo = 15 seg.	81
3.39. Distribución transversal de las velocidades en la dirección del eje x en cada celda según color en el plano $Y - Z$; tiempo = 15 seg.	81
3.40. Distribución de velocidades en cada nudo según coordenadas; tiempo = 15 seg.	82
3.41. Funcionamiento del partidador según modelamiento	84
B.1. Ventana predeterminada de Flow-3D	96

B.2. Ventana para agregar simulación existente	97
B.3. Ventana de diálogo para abrir archivo de simulación	98
B.4. Comandos para ejecutar diferentes aspectos	99
B.5. Ventana de ejecución de la simulación (Pre-procesador y Solucionador)	100
B.6. Ventana con la vista de resultados	101
B.7. Ventana con las gráficas	102
B.8. Panel para distintas salidas de gráficas	103
B.9. Ventana de reanudación	104
D.1. Vista general de la estructura del repartidor, muestra la salida del ca- nal del túnel para repartirlo a la derecha (canal Chiara-Chuntaca) e izquierda (canal de la central hidroeléctrica de Lambras)	108
D.2. Vista al fondo (salida del canal del túnel), vista cerca (ventana del repartidor)	109
D.3. Vista general del repartidor de caudales, el cual posee una compuerta para controlar el tirante y una ventana de repartición	110
D.4. Vista de la salida del canal hacia la central hidroeléctrica de Lambras, la cual posee un aforador parshal despues de una compuerta	111
D.5. Vista de la salida del canal Chiara-Chuntaca, la cual posee un disi- pador de energía después de una ventana de repartición	112
E.1. Planta y perfil longitudinal - Plano DE-455, según la fuente [CORFA, 1984, página 75]	114
E.2. Planta y perfil longitudinal - Plano DE-456, según la fuente [CORFA, 1984, página 75]	114

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación de la investigación

El movimiento del agua en superficies libres no puede ser resuelto analíticamente si se quiere mayor aproximación a la realidad. Ya que el flujo, aún en canales de geometría simple, requiere de un cálculo numérico para una solución más real. La gran mayoría de casos como el flujo en cauces naturales o estructuras hidráulicas artificiales sólo pueden ser descritos mediante complicadas expresiones matemáticas que requieren de métodos sofisticados de solución. Durante muchos años, los sofisticados modelos matemáticos en dos (2D) o tres dimensiones (3D) sólo podían resolverse en tiempos razonables, empleando super-computadoras únicamente disponibles en ciertos centros de investigación privilegiados del mundo, no estando al alcance de la mayoría de ingenieros. Por esa razón, los métodos experimentales como la modelación física a escala (maquetas) fue durante muchos años la única forma práctica de estudiar los problemas de flujo superficial más complejos. En los últimos años, sin embargo, el espectacular aumento de la velocidad de las computadoras personales ha hecho accesible estos modelos numéricos a un gran número de usuarios, reduciendo sus precios con el aumento de la demanda.

Para mayor comprensión a continuación detallaremos los problemas a ser abordados y solucionados en el presente trabajo de investigación.

1.2. Planteamiento del problema

Las estructuras hidráulicas en general, en este caso el partidor de caudales ubicado en la localidad de Chiara, a pesar que cuenten con aforadores para su verificación de caudales, también pudo haber requerido de un método con el cual se pudo verificar el buen funcionamiento de estas estructuras hidráulicas antes de su construcción.

El estudio de la distribución del flujo en un partidor de caudales también posee algunas características similares al estudio en la distribución de caudales en canales. El flujo en los canales suele ser más bien unidimensional, pero en los partidores de caudales en general, se produce una mayor variación del flujo en las tres dimensiones. Por ello se diría que los métodos de diseño unidimensional, al ser muy restringidos, requieren de un método que demuestre si esta estructura hidráulica tendrá un correcto desempeño hidráulico.

1.2.1. Problema general

Limitado estudio del comportamiento hidráulico de los partidores de caudales en canales que usaron métodos analíticos unidimensionales en la simulación.

1.2.2. Problemas específicos

- a. ¿Como obtener las características geométricas del partidor para determinar las condiciones de borde?
- b. ¿Como obtener los caudales involucrados en la partición y las propiedades del fluido para obtener las condiciones hidráulicas iniciales del partidor?
- c. ¿Como plantear y emplear el modelamiento numérico para la determinación de los parámetros hidráulicos resultantes del comportamiento hidráulico?
- d. ¿Como proponer mejoras para el desempeño eficiente de la estructura hidráulica luego de analizar e interpretar los resultados del comportamiento hidráulico?

1.3. Justificación

Existe la necesidad de conocer los parámetros del flujo en todas las dimensiones en la estructura hidráulica, lo cual permitirá conocer el reparto de caudales, velocidades y presiones existentes, observar los niveles de inundación, y con esto analizar, verificar y proponer mejoras en una estructura existente o corregir algunas características en una estructura antes de su construcción, todo ello para que el desempeño hidráulico en estas estructuras mejoren. El buen funcionamiento o desempeño de una estructura hidráulica trae, en un futuro, beneficios a los usuarios del servicio debido a la eficiencia de trabajo de dicho elemento y menor costo en la operación y mantenimiento. También un buen diseño evitaría costos innecesarios si se tuviera un mal dimensionamiento de la estructura hidráulica.

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivos generales

Ampliar el estudio del comportamiento hidráulico de los partidores de caudales en canales usando modelos numéricos tridimensionales en la simulación.

1.4.2. Objetivos específicos

- a. Obtener las características geométricas del partidor para determinar las condiciones de borde.
- b. Obtener los caudales involucrados en la partición y las propiedades del fluido para obtener las condiciones hidráulicas iniciales del partidor.
- c. Plantear y emplear el modelamiento numérico para la determinación de los parámetros hidráulicos resultantes del comportamiento hidráulico.
- d. Proponer mejoras para el desempeño eficiente de la estructura hidráulica luego de analizar e interpretar los resultados del comportamiento hidráulico.

1.5. Hipótesis

1.5.1. Hipótesis generales

Para ampliar el estudio del comportamiento hidráulico de los partidores de caudales en canales se usará modelos numéricos tridimensionales en la simulación.

1.5.2. Hipótesis específicas

- a. Las condiciones de borde o contorno del partidor, se determinarán a partir de sus características geométricas (modelo de la estructura y sus dimensiones).
- b. Las condiciones hidráulicas iniciales del partidor, se obtendrán a partir de los caudales involucrados en la partición y las propiedades del fluido.
- c. Los parámetros hidráulicos resultantes del comportamiento hidráulico, se determinarán mediante el planteamiento y empleo del modelamiento numérico de simulación.
- d. La proposición de mejoras para un desempeño eficiente de la estructura hidráulica, se obtendrá luego de un análisis e interpretación de los resultados del comportamiento hidráulico.

1.6. Metodología aplicada y Plan de Trabajo

Para alcanzar el objetivo del presente trabajo de investigación, se seguirá una línea y secuencia general de investigación como sigue:

- Descripción de las bases teóricas de los repartidores de caudales en canales (Investigación documentada o bibliográfica).
- Formulación matemática de las ecuaciones en derivadas parciales del fenómeno de transporte de fluidos y la solución de estas ecuaciones por el Método Numéricos (Investigación Descriptiva).
- Aplicación práctica del modelo planteado al caso de estudio (Investigación Explicativa).

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1. Flujo en canales abiertos

El flujo de agua en un conducto puede ser flujo en canal abierto o flujo en tubería [Chow, 1982]. Estas dos clases de flujos son similares en diferentes aspectos, pero estos se diferencian en un aspecto importante.

El flujo en canal abierto debe tener una superficie libre, en tanto que el flujo en tubería no la tiene, debido a que en este caso el agua debe llenar completamente el conducto.

Las condiciones de flujo en canales abiertos se complican por el hecho de que la composición de la superficie libre puede cambiar con el tiempo y con el espacio, y también por el hecho de que la profundidad de flujo el caudal y las pendientes del fondo del canal y la superficie libre son interdependientes.

En estas la sección transversal del flujo, es fija debida a que esta completamente definida por la geometría del conducto. La sección transversal de una tubería por lo general es circular, en tanto que la de un canal abierto puede ser de cualquier forma desde circular hasta las formas irregulares en ríos. Además, la rugosidad en un canal abierto varia con la posición de una superficie libre. Por consiguiente la

selección de los coeficientes de fricción implica una mayor incertidumbre para el caso de canales abiertos que para el de tuberías, en general, el tratamiento del flujo en canales abiertos es mas mas que el correspondiente a flujo en tuberías. El flujo en un conducto cerrado no es necesariamente flujo en tuberías si tiene una superficie libre, puede clasificarse como flujo en canal abierto.

2.1.1. Tipo de Flujos

El flujo en canales abierto puede clasificarse en muchos tipos y distribuirse de diferentes maneras. La siguiente clasificación se hace de acuerdo con el cambio en la profundidad del flujo con respecto al tiempo y al espacio.

2.1.1.1. Flujo permanente y no permanente: tiempo como parámetro

Se dice que el flujo en un canal abierto es **permanente** si la profundidad del flujo no cambia o puede suponerse constante durante el intervalo de tiempo en consideración. El flujo es **no permanente** si la profundidad no cambia con el tiempo. En la mayor parte de canales abiertos es necesario estudiar el comportamiento del flujo solo bajo condiciones permanentes. Sin embargo el cambio en la condición del flujo con respecto al tiempo es importante, el flujo debe tratarse como no permanente, el nivel de flujo cambia de manera instantánea a medida que las ondas pasan y el elemento tiempo se vuelve de vital importancia para el diseño de estructuras de control. Para cualquier flujo, el caudal Q en una sección del canal se expresa por $Q = VA$. Donde V es la velocidad media y A es el área de la sección transversal de flujo perpendicular a la dirección de este, debido a que la velocidad media esta definida como el caudal dividido por el área de la sección transversal.

2.1.1.2. Flujo uniforme y flujo variado: espacio como parámetro.

Se dice que el flujo en canales abiertos es **uniforme** si la profundidad del flujo es la misma en cada sección del canal. Un flujo uniforme puede ser permanente

o no permanente, según cambie o no la profundidad con respecto al tiempo. El flujo uniforme permanente es el tipo de flujo fundamental que se considera en la hidráulica de canales abiertos. La profundidad del flujo no cambia durante el intervalo de tiempo bajo consideración. El establecimiento de un flujo uniforme no permanente requeriría que la superficie del agua tenga que fluctuar de un tiempo a otro pero permaneciendo paralela al fondo del canal.

El flujo es **variado** si la profundidad de flujo cambia a lo largo del canal. El flujo variado puede ser permanente o no permanente es poco frecuente, el termino “flujo no permanente” se utilizara de aquí en adelante para designar exclusivamente el flujo variado no permanente. El flujo variado puede clasificarse además como rápidamente variado o gradualmente variado. El flujo es rápidamente variado si la profundidad del agua cambia de manera abrupta en distancias compartidamente cortas; de otro modo, es gradualmente variado. Un flujo rápidamente variado también se conoce como fenómeno local; algunos ejemplos son el resalto hidráulico y la caída hidráulica.

2.1.2. Estado del flujo

El flujo es gobernado básicamente por los efectos de **viscosidad y gravedad** relativa a las fuerzas de inercia del flujo.

2.1.2.1. Efecto de viscosidad

Dependiendo del efecto de la viscosidad relativa a la inercia, el flujo puede ser laminar, turbulento o de transición.

Flujo Laminar

Aquí las fuerzas viscosas son tan fuertes comparadas con las fuerzas de inercia, que la viscosidad juega un papel importante para determinar el comportamiento del flujo. En flujo laminar, las partículas del fluido parecen moverse en recorridos

calmados definidos, o líneas de corriente, y las capas infinitesimalmente delgadas del fluido parecen deslizarse sobre las capas adyacentes.

El flujo es turbulento

Aquí las fuerzas viscosas son débiles comparadas con las fuerzas de inercia. En el flujo turbulento, las partículas del fluido se mueven en recorridos irregulares, los cuales no son ni calmados ni determinados pero en su conjunto todavía representan el movimiento hacia adelante de la corriente total. Entre los estados laminar y turbulento de la corriente, hay un estado mixto o estado de transición. El efecto de viscosidad relativo al de inercia puede representarse por el número de Reynolds.

2.1.2.2. Efecto de la gravedad

El efecto de la gravedad sobre el estado del flujo se representa por una relación entre las fuerzas de inercia y las fuerzas de gravedad. Esta relación es conocida como el Número de Froude.

- Si el Número de Froude es mayor a la unidad ($F > 1$), el flujo se denomina supercrítico.
- Si el Número de Froude es menor a la unidad ($F < 1$), el flujo se denomina subcrítico.
- Si el Número de Froude es igual a la unidad ($F = 1$), el flujo se denomina crítico.

2.2. Partidor de caudales en canales abiertos

Según [M. Poiree, 1977, página 93], se tiene los siguientes conceptos:

2.2.1. Misión

Para repartir el agua de un canal entre distintos canales es preciso que se empleen aparatos de partición y de medida de los caudales. El papel de los partidores es dividir en una relación determinada, siempre la misma, el caudal suministrado por un canal, debiendo ser siempre constante, cualquiera que sea el caudal.

2.2.2. Principio

El caudal de una lámina líquida en un canal rectangular es, para una altura constante (H_o), función de su ancho A y de su velocidad media V_m : $Q = f(H_o, A, V_m)$.

Para dividir este caudal en 2, 3 ó 4 partes iguales no es correcto dividir teóricamente el ancho del canal en 2, 3 ó 4 partes iguales. Pues así sólo se obtendría resultados más que aproximados porque la velocidad del agua no es constante en toda la sección del canal y además los aparatos de partición utilizados provocan contracciones laterales.

2.2.3. Tipos de partidores

Los partidores se dividen en partidores propiamente dichos (fijos y móviles), y partidores de vertedero.

2.2.3.1. Partidores fijos

Un partidor fijo divide el volumen transportado en una relación constante. Está constituido (Fig. 2.1) por un muro con cresta (tabique), construido paralelamente al eje del canal, donde su posición determina la división del caudal que se quiera obtener. El canal, aguas arriba del partidor, deberá tener una longitud de 20 m

por lo menos en línea recta con una pendiente uniforme, pequeña, y una sección rectangular (“aguas tranquilas”).

Si la división deseada del caudal es en 2, el conjunto de la obra será simétrico con relación al eje del canal y se tendrá en este caso, un reparto muy exacto. Pero si se quiere dividir el volumen en tres partes iguales no convendrá dividir el ancho del canal en tres secciones idénticas por las razones dadas antes. Igual ocurre si la partición debe ser desigual, ya que los caudales separados no son del todo proporcionales al ancho de los pasos, y será preciso proceder por tanteos y emplear dispositivos especiales (resaltos) para obtener una división conveniente para las distintas alturas de agua. Para esto aconsejamos se consulten obras especializadas.

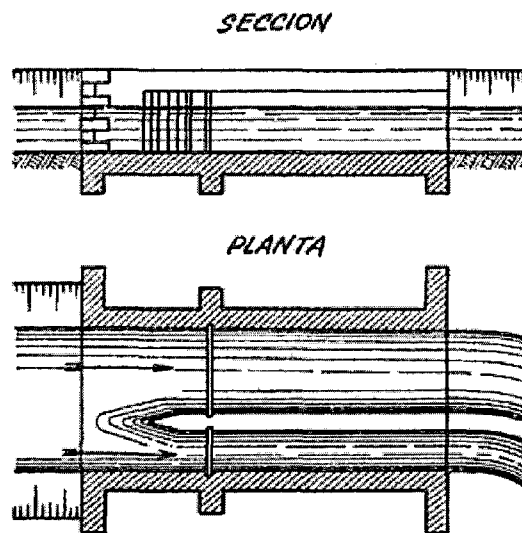


Figura 2.1: Partidor fijo

2.2.3.2. Partidores móviles

Un partidor móvil debe permitir dejar pasar a un canal secundario un caudal que sea una fracción variable del canal de alimentación. Como ejemplo más antiguo y conocido de este género de partidor, podemos citar el partidor de pico móvil de *Elche* (Fig. 2.2). Citemos, por fin, para recordarlos, los partidores de trampillas que están constituidos por una solera y dos muretes con intermedios que forman aberturas, de

modo que cada una alimenta un canal secundario. Estas aberturas están cerradas por trampillas verticales de madera cuyo número es igual al número de partes que se quiere hacer pasar al canal. Se quitan tantas trampillas como partes se quieren dejar pasar. Este partidor no es de resultados muy precisos, pues no tiene en cuenta la variación de la velocidad ni la contracción.

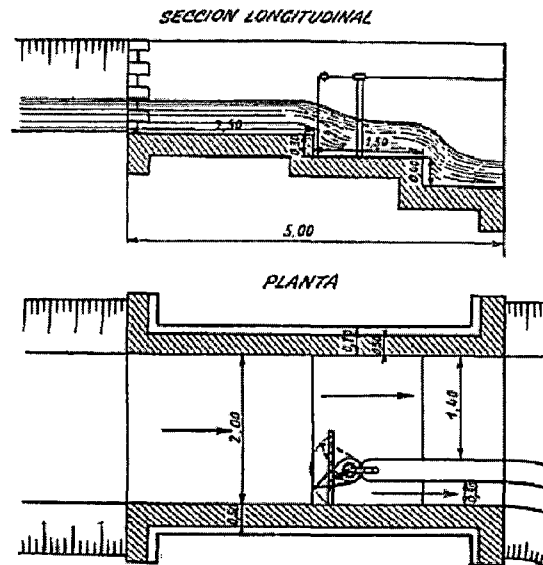


Figura 2.2: Partidor de pico móvil de Elche

2.2.3.3. Partidores de vertedero

Se sabe que cuando el agua pasa por un vertedero el caudal es muy sensiblemente proporcional a la longitud de la cresta. Pero los vertederos no pueden funcionar sin salto por ello es preciso crearlo cuando no existe, lo que obligaría a una disminución de la pendiente.

2.2.3.4. Aliviaderos que funcionan como partidores

Dos aliviaderos de la misma forma y las mismas dimensiones colocadas en un canal en condiciones idénticas dan caudales iguales. Si el nivel del agua varía en el canal de alimentación los caudales de los aliviaderos varían paralelamente.

2.2.4. Partidores fijos y sus clasificación

Según [Javier, 1999, Pág. 561], hace la siguiente clasificación:

- **Partidores de escurrimiento crítico:** los cuales pueden ser que barrera y por estrechamiento.
- **Partidores de resalto o de barrera de sección triangular:** Ambos tipos tienen dos características comunes.
 1. Rápida aceleración que en lo posible iguale las velocidades.
 2. Aislamiento de la sección.

2.2.4.1. Partidores de escurrimiento crítico

- **barrera**

Se fundamenta principalmente en el diseño de un umbral en el fondo, dicho umbral debe tener ciertas características que permitan la ocurrencia del tirante crítico encima de él, de manera que en la sección de partición, no influyan las condiciones de aguas debajo de los canales derivados, es decir que no me cree ningún efecto de contracorriente.

PLANTA

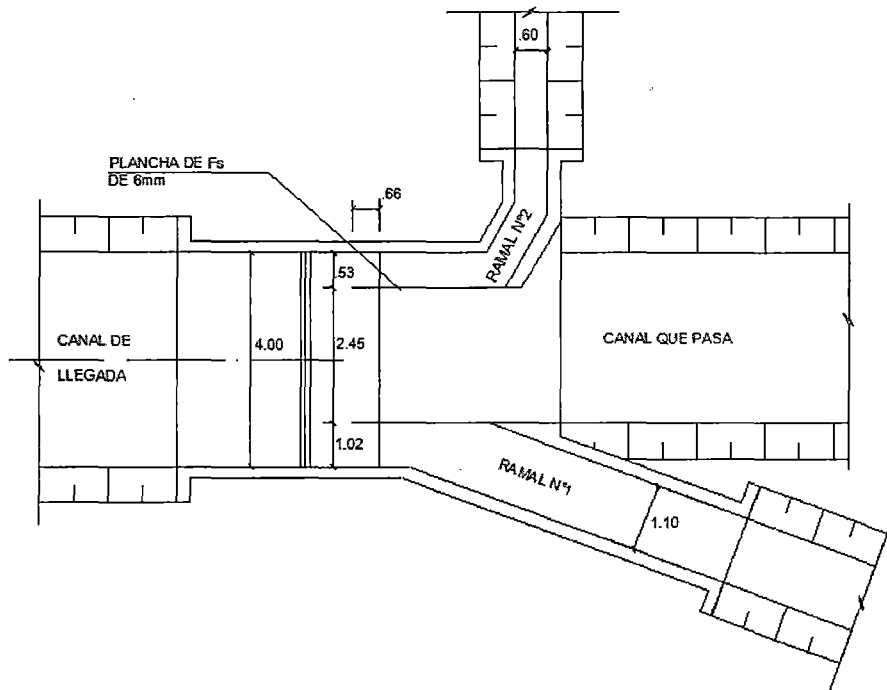


Figura 2.3: Repartidor de barrera (En tres partes diferentes) - vista en planta

PERFIL

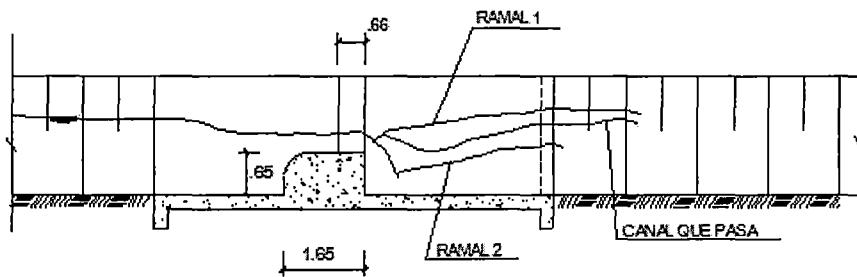


Figura 2.4: Repartidor de barrera (En tres partes diferentes) - corte

■ 2.2.4.2. Por estrechamiento

El diseño de este tipo de partidor, se fundamenta en la selección del ancho de estrechamiento que nos da un flujo crítico, donde las velocidades se igualen y nos permita efectuar la partición de los caudales, según las necesidades de cada canal.

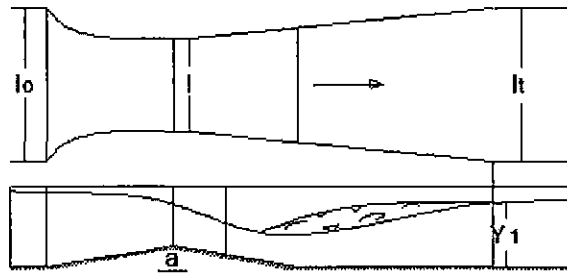


Figura 2.7: Partidor de resalto - vista en planta y corte

2.2.5. Revisión de las consideraciones dadas por el Reglamento Nacional de Edificaciones

Actualmente el RNE no posee pautas específicas para el diseño de elementos o estructuras hidráulicas, sólo hace algunas recomendaciones según la O.S.010 para la construcción de canales de conducción por gravedad las cuales son las siguientes:

■ CONDUCCIÓN POR GRAVEDAD

● CANALES

- a) Las características y materiales con que se construyan los canales serán determinados en función al caudal y la calidad del agua.
- b) La velocidad del flujo no debe producir depósitos ni erosiones y en ningún caso será menor de 0.60m/s.
- c) Los canales deberán ser diseñados y construidos teniendo en cuenta las condiciones de seguridad que garanticen su funcionamiento permanente y preserven la cantidad y calidad del agua

2.3. Fundamento matemático en la modelización del comportamiento hidráulico

2.3.1. Ecuaciones del comportamiento hidráulico

Según [Enríquez, 2009], una realidad física se puede representar mediante leyes matemáticas, pero nunca dejará de ser una aproximación o idealización de fenómenos mucho más complejos. Ello no impide que lo que se logre analizar con ellas sea aplicable en la práctica de ingeniería, pero sí obliga a quien las emplea, a conocerlas y entenderlas a un nivel que le permita decidir recurrir a una u otra o descartarlas de plano. En la presente tesis la realidad a representar es el comportamiento hidráulico en un repartidor de caudales, ello requiere emplear ecuaciones y algoritmos que la representen de la manera más adecuada.

2.3.2. Ecuación de conservación de la masa

Según [Enríquez, 2009] [N. Christakis, 2002], esta ley de conservación plantea que la masa no puede destruirse ni crearse, pero si transformarse por procesos físicos, químicos o biológicos. Toda tasa de flujo de masa dentro de un volumen de control a través de su superficie es igual a toda tasa de flujo de masa fuera del volumen de control mas el cambio en relación al tiempo en la masa dentro del volumen de control. Escribiéndolo completamente en coordenadas cartesianas:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0, \quad (2.1)$$

O generalizando a tres dimensiones, esto puede reescribirse en la notación Einsteiniana de índices repetidos:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0, \quad (2.2)$$

Donde ρ es la densidad del fluido, t el tiempo, u_i el vector de velocidad del fluido

y x_i es el vector posición. El índice i reemplaza a las tres dimensiones espaciales y deberá ser sumado sobre las tres direcciones.

2.3.3. Ecuación de conservación del Momentum

Según [Enríquez, 2009] [N. Christakis, 2002], las siguientes ecuaciones de **Navier-Stokes** representan la forma diferencial de la ley de conservación del momentum. Ellas describen el movimiento de una partícula de fluido en cualquier tiempo y en cualquier posición dada en un campo de flujo. Escribiéndolo completamente en coordenadas cartesianas:

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g_x + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right), \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + g_y + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right), \\ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + g_z + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)\end{aligned}\tag{2.3}$$

O generalizando a tres dimensiones, esto puede reescribirse en la notación Einsteiniana de índices repetidos, las ecuaciones de **Navier-Stokes** pueden ser escritas como:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + g_{x_i} + \nu \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \right),\tag{2.4}$$

Donde p es la presión, g es la aceleración gravitacional, ν es la viscosidad cinemática, ρ es la densidad del fluido, t el tiempo, u_i u_j el vector de velocidad del fluido y x_i x_j es el vector posición. El índice i reemplaza a una de las tres dimensiones espaciales. El índice j reemplaza a las tres dimensiones espaciales y deberá ser sumado sobre las tres direcciones.

2.4. Resolución numérica de las ecuaciones de modelización del comportamiento hidráulico

2.4.1. Simulación numérica

Según [Enríquez, 2009], la simulación numérica se emplea para obtener la solución discreta o aproximada de un sistema de ecuaciones que no puede ser resuelto analíticamente. Este sistema de ecuaciones es usualmente un modelo matemático usado para describir un fenómeno físico. La simulación numérica consiste en usar un modelo de discretización (método de diferencias finitas, método de volúmenes finitos, método de elementos finitos, etc.) para proveer un esquema numérico que aproxima el modelo matemático. El esquema numérico se resuelve usando una computadora y logra una solución discreta o aproximada del modelo matemático. El principio general de la simulación numérica se presenta en la figura 2.8.

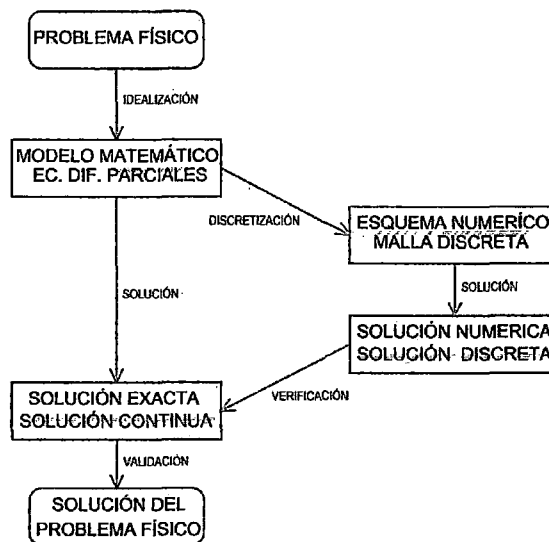


Figura 2.8: Principio de la solución numérica

La solución del esquema numérico, la cual se denomina solución numérica, provee resultados en puntos discretos del espacio y/o del tiempo. Finalmente, la solución numérica es definida sobre una malla y provee una aproximación discreta de la solución exacta.

2.4.2. Volumen de Fluido (VOF): Método de dinámica de contornos libres

2.4.2.1. Resumen

Para la aproximación de contornos libres, en simulaciones numéricas de diferencias finitas, previamente fueron utilizados muchos métodos [Hirt and Nichols, 1981]. Sin embargo existe un simple pero potente método, el cual está basado en el concepto de un *volumen fraccional de fluido* (*VOF*, por sus siglas en ingles). Este método se demostró que es más flexible y eficiente que otros métodos para el tratamiento de complicadas configuraciones de contorno libre. Para ilustrar el método, se da una descripción de un *código de hidrodinámica incompresible*, *SOLA-VOF*, que utiliza la técnica *VOF* para rastrear el fluido en superficies libres.

2.4.2.2. Introducción

En la dinámica estructural es costumbre emplear coordenadas de *Lagrange* como la base para los algoritmos de solución numérica. Sin embargo en la dinámica de fluidos tanto las coordenadas de *Lagrange* como la de *Euler* se han utilizado conjuntamente con éxito considerable. Debido a que cada representación de coordenadas tiene ventajas y desventajas únicas, por ello la elección de la representación que debe usarse depende de las características del problema a resolver. En este documento se hace énfasis en las formulaciones de *Euler* para los problemas que implican contornos libres, en particular en los problemas donde las contornos libres se someten a grandes deformaciones en la cuales los métodos de *Lagrange* no es apropiado utilizar.

Aquí los contornos libres son considerados superficies sobre las cuales existen discontinuidades en una o más variables. En el tratamiento numérico de los contornos libres surgen tres tipos de problemas:

1. Su representación discreta
2. Su evolución en el tiempo
3. La forma en que se imponen condiciones de contorno en ellos

En la sección 2.4.2.3 se da una revisión breve de diferentes métodos que se usaron para incorporar contornos libres en mallas de diferencias finitas o elementos finitos. Una comparación de las relativas ventajas y desventajas de estos métodos conduce a una nueva técnica la cual es simple pero potente, el *Volumen de Fluido* (VOF), este método se describe en la sección 2.4.2.4. En la sección 2.4.2.5, los detalles del método *VOF* se describen como se ha implementado en un código de hidrodinámica euleriano. Por último, en la sección 2.4.2.6, se proporciona un breve resumen que enfatiza las ventajas del nuevo código.

2.4.2.3. Métodos de contorno libre

Como ya se ha señalado, el proceso de insertar una superficie discontinua en una matriz de celdas computacionales implica tres tareas separadas: En primer lugar es necesario crear un medio de descripción numérica de la ubicación y la forma de la frontera, en segundo lugar se debe darse un algoritmo para el cálculo de la evolución del tiempo del contorno y en tercer lugar se debe proporcionar un esquema para imponer las condiciones de contorno de superficie deseados en la malla computacional circundante.

Tenemos 3 métodos para definir los contornos libres y son:

1. *Función de altura*: Una manera simple de representar una contorno libre es definir su distancia desde una línea de referencia como una función de la posición a lo largo de la línea de referencia. Por ejemplo, en una malla rectangular de celdas de anchura δx y altura δy uno podría definir la altura vertical, h , del contorno libre sobre el fondo de la malla en cada columna de celdas. Esto sería aproximarse a una curva $h = f(x, t)$ mediante la asignación de valores

de h para valores discretos de x . Esta representación es extremadamente eficiente, requiriendo solamente una matriz de almacenamiento dimensional para registrar los valores de altura de la superficie. Asimismo, la evolución de la superficie sólo requiere la actualización de la matriz unidimensional. El método de función de la altura es directamente extensible a situaciones tridimensionales para las superficies de un solo valor descriptibles mediante, por ejemplo, $h = f(x, y, t)$.

2. *Segmentos de línea*: Una generalización del método de función de altura utiliza cadenas de segmentos de líneas cortas, o puntos conectados por segmentos de línea. Las coordenadas para cada punto debe ser almacenado y para la precisión es mejor limitar la distancia entre puntos vecinos a menos que el tamaño mínimo de malla sea δx o δy . Por lo tanto, se requiere mayor almacenamiento para este método, pero no se limita a las superficies de valores simples. La extensión del método de segmento de línea a las superficies tridimensionales también es no trivial. El ordenamiento lineal utilizado para líneas bidimensionales no funciona para superficies tridimensionales.
3. *Marcador de Partículas*: En lugar de definir una superficie libre directamente, también se puede trabajar con las regiones ocupadas por fluido. Claramente, los requisitos de almacenamiento incrementan significativamente con este método debido al gran incremento en el número de coordenadas de los puntos que deben ser almacenados. El métodos de marcador de partículas ofrecen la clara ventaja para eliminar todos los problemas lógicos asociados con superficies de intersección. Pues mientras las partículas tienen que ser ordenados con los vecinos bien definidos cuando marcamos superficies, no tienen que estar bien ordenado cuando marcamos regiones. El método de marcador de partículas también es fácilmente ampliable a cálculos tridimensionales, proporcionado el aumento de los requisitos de almacenamiento pueden ser tolerados.

En retrospectiva, parece que un método que define regiones de fluido en lugar de las interfaces ofrece la ventaja de la simplicidad lógica para situaciones que implican

la interacción de múltiples contornos libres. Mientras que el método de marcador de partículas proporciona esta simplicidad, adolece de un aumento significativo en el almacenamiento de computo requerido. También requiere tiempo de cálculo adicional para mover todos los puntos a nuevas ubicaciones. Por tanto es natural buscar una alternativa que comparta la región que define la propiedad sin un uso excesivo de los recursos de cálculo. Tal método se describe en la siguiente sección.

2.4.2.4. Método de Volumen de Fluido (VOF)

Supongamos que definimos una función F cuyo valor es la unidad en cualquier punto ocupado por el fluido y cero en caso contrario. El valor promedio de F en una celda representaría entonces el volumen fraccional de la celda ocupada por el fluido. Las celdas con valores de F entre cero y uno debe entonces contener una superficie libre. Así, el método de volumen fraccional de fluido (VOF) ofrece una similitud al método de marcador de partículas en la localización de contornos libres pero requiere un mínimo de información almacenada.

Para definir que celda contienen un contorno, al igual que el método del marcador de partículas, en el método VOF vemos que la dirección normal al contorno radica en la dirección en la cual el valor de F cambia más rápidamente.

El método VOF es inútil a menos que un algoritmo pueda ser diseñado para calcular con precisión la evolución del campo F . La dependencia de F en el tiempo se rige por la ecuación,

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial x} + v \frac{\partial F}{\partial y} + w \frac{\partial F}{\partial z} = 0 \quad (2.5)$$

Esta ecuación establece que F se mueve con el fluido, y es el análogo de la ecuación diferencial parcial de las partículas marcadoras. En una malla de Lagrange F permanece constante en cada celda y sirve únicamente como una señal de identificación de las células que contienen fluido. En una malla arbitraria

de Lagrange-Euler F no permanece constante y requiere ser calculado, pero las aproximaciones en diferencias finitas estándar llevarían a que la función F y las interfaces perderían su definición. Ventajosamente F es una función de paso con valores de cero o uno lo cual permitirá el uso de una *aproximación de flujo* que conserva su naturaleza discontinua. Esta aproximación se refiere al método de *donante-receptor* que será descrito posteriormente.

En resumen, el método VOF ofrece un esquema de seguimiento de región con requisitos mínimos de almacenamiento. Además, dado que sigue regiones en lugar de superficies, se evitan todos los problemas lógicos asociados con superficies de intersección. El método es también aplicable a cálculos tridimensionales, donde su uso conservador de la información almacenada es muy ventajoso.

En la siguiente sección se presenta un programa que usa el método VOF para definir superficies libres en un *código de hidrodinámica Euleriano*.

2.4.2.5. SOLA-VOF

Procedimiento del método SOLA-VOF

Aquí las ecuaciones diferenciales que rigen son las **ecuaciones de conservación de momento de Navier-Stokes**.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \xi \frac{v^2}{x} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g_x + \nu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \xi \left(\frac{1}{x} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{u}{x^2} - \frac{2}{x} \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right], \\
 \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \xi \frac{uv}{x} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + g_y + \nu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \xi \left(\frac{1}{x} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{v}{x^2} + \frac{2}{x} \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right], \\
 \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + g_z + \nu \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \xi \left(\frac{1}{x} \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right]
 \end{aligned}
 \tag{2.6}$$

La presión del fluido esta denotada por p . Componentes de la velocidad (u, v, w) están en las coordenadas cartesianas de direcciones (x, y, z) o coordenada cilíndrica

de direcciones (r, θ, z) , respectivamente. La elección del sistema de coordenadas se rige por el valor de ξ , donde $\xi = 0$ para el cartesiano y $\xi = 1$ para la cilíndrica. Aceleraciones del cuerpo se denotan por (g_x, g_y, g_z) y ν es el coeficiente de viscosidad cinemática. La densidad del fluido, ρ , ha sido normalizada a la unidad.

Si el fluido posee compresibilidad limitada la **ecuación de conservación de masa** apropiada es

$$\frac{1}{\rho C^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} + \xi \frac{u}{x} = 0 \quad (2.7)$$

donde C es la velocidad adiabática del sonido en el fluido. Para fluidos incompresibles $1/C^2$ es tomada como cero. En el modelo de compresibilidad limitada se asumen cambios pequeños en la densidad (digamos menos del 10 %) y ρ puede ser tratado como constante.

La malla de diferencias finitas usada para solucionar numéricamente las ecuaciones citadas anteriormente consta de celdas paralelepípedas de anchura δx_i , de profundidad δy_j y de altura δz_k . La región activa de la malla consta de $IBAR$ celdas en la dirección x etiquetadas con el índice i , $JBAR$ celdas en la dirección y etiquetadas con el índice j , y $KBAR$ celdas en la dirección z etiquetadas con el índice k . En la Fig. 2.9 se muestra la nomenclatura del etiquetado de celdas como $IBAR = IMl - 1$, $JBAR = JMl - 1$ y $KBAR = KMl - 1$. Esta región está rodeada por capas de celdas ficticias o de contorno que se utilizan para fijar la malla condiciones de contorno. Por lo tanto, hay $(IBAR + 2)(JBAR + 2)(KBAR + 2)$ celdas totales en una malla completa. Sin embargo, cuándo las condiciones de contorno periódicas son usadas, una capa adicional de celdas ficticias es usada en cada dirección teniendo periodicidad.

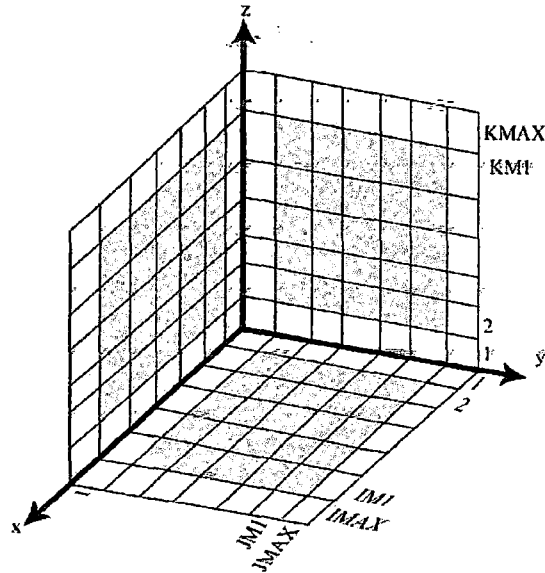


Figura 2.9: Malla tridimensional de celdas computacionales con grillas indicando la convención del etiquetado

Las variables dependientes se localizan escalonadamente en una malla, para una celda típica la ubicación de estas variables están indicadas en la figura 2.10.

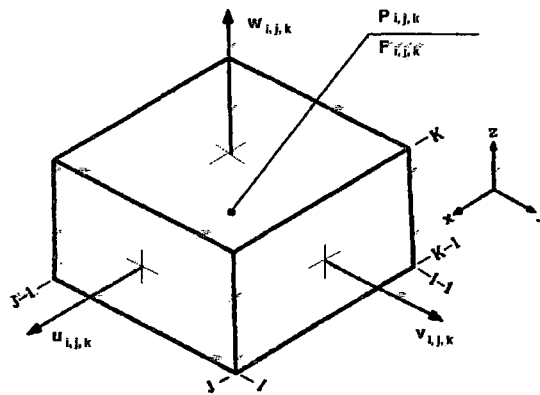


Figura 2.10: Ubicación de las variables en una celda típica

El procedimiento básico para obtener una solución a través del incremento de tiempo, δt , consiste en tres pasos:

1. Las aproximaciones explícitas de la ecuación de momento 2.6 se utilizan para calcular la primera estimación de velocidades del nuevo nivel de tiempo utilizando las condiciones iniciales o todos los valores de las presiones, flujos advectivos y aceleraciones viscosas del nivel de tiempo anterior.

2. Para satisfacer la ecuación de continuidad 2.7, las presiones se ajustan iterativamente en cada celda y los cambios de velocidad inducidos por cada cambio de presión son añadidos a las velocidades calculadas en el paso (1). Es necesaria una iteración porque el cambio de la presión en una celda necesariamente rompería el equilibrio en las seis celdas adyacentes.
3. Por último, la región de fluido definida por la función F debe ser actualizada para la nueva configuración del fluido.

La repetición de estos pasos logrará una solución a través de cualquier intervalo de tiempo deseado, En cada paso, por supuesto, las condiciones de contorno adecuadas deben imponerse a todas las mallas y contornos de superficie libre.

Aproximación de la ecuación de momento

Una forma genérica para las aproximaciones de diferencias finitas de la Ec. 2.6 es

$$\begin{aligned}
 u_{i,j,k}^{n+1} &= u_{i,j,k}^n + \delta t [-(p_{i+1,j,k}^{n+1} - p_{i,j,k}^{n+1})/\delta x_{C_i} + g_x - f_x^u - f_y^u - f_z^u + \nu_x + r_x] \\
 v_{i,j,k}^{n+1} &= v_{i,j,k}^n + \delta t [-(p_{i,j+1,k}^{n+1} - p_{i,j,k}^{n+1})/\delta y_{C_j} + g_y - f_x^v - f_y^v - f_z^v + \nu_y + r_y] \\
 w_{i,j,k}^{n+1} &= w_{i,j,k}^n + \delta t [-(p_{i,j,k+1}^{n+1} - p_{i,j,k}^{n+1})/\delta z_{C_k} + g_z - f_x^w - f_y^w - f_z^w + \nu_z + r_z]
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

donde, por ejemplo, $\delta x_{C_i} = (\delta x_i + \delta x_{i+1})/2$ es la distancia entre los centros de las celdas (i, j, k) y $(i + 1, j, k)$.

Los términos de flujo advectivo, viscosidad y demás aceleraciones tienen un significado obvio; por ejemplo, f_x^u significa el flujo advectivo de u en la dirección x , ν_x es la componente en x de la viscosidad cinemática, r_x es la componente en x de la aceleración rotacional, etc. Estos términos son todos evaluados usando valores del nivel de tiempo (n) anteriores para las velocidades.

Ya que las presiones en el nivel de tiempo $(n+1)$ es desconocida en el inicio del ciclo, estas ecuaciones, de *momento*, no pueden ser usadas directamente para evaluar la velocidades del nivel $(n+1)$ sino deben estar combinada con la ecuación de *continuidad* como se describe a continuación. Por consiguiente, en el primer paso de la solución, los valores de p^{n+1} en estas ecuaciones son reemplazados por los valores p^n para obtener una primera estimación de las nuevas velocidades.

En el procedimiento de solución básica, la elección de las aproximaciones específicas para los diversos términos de aceleración en la Ec. 2.8 son relativamente poco importante siempre que propicien un algoritmo numéricamente estable. Sin embargo se debe ser tener especial cuidado al hacer aproximaciones en una malla variable. En la aproximación mencionada la forma de divergencia que se prefirió esta en el método *MAC* porque proporcionaba una forma sencilla de garantizar la conservación del momento en las aproximaciones de diferencias. Esto puede verse al considerar una sección transversal $x - y$ del volumen de control utilizado para u ; como se indica por líneas de trazos en la Fig. 2.11.

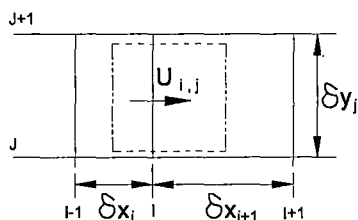


Figura 2.11: El volumen de control (rectángulo de trazos) utilizada para la construcción de una aproximación en diferencias finitas para la ecuación de momentum u en la cara positiva x de la celda (i,j,k)

En la nueva aproximación, también es posible combinar la celda-donante y aproximaciones de diferencias centradas en una sola expresión con un parámetro, α , que controla la cantidad relativa de cada uno. La forma general de esta aproximación para $f_x^u = u\delta u/\delta x$ es

$$f_x^u = \left(\frac{u_C}{\delta x_\alpha}\right)[\delta x_{i+1}DUL + \delta x_iDUR + \alpha \text{sgn}(u_C)(\delta x_{i+1}DUL - \delta x_iDUR)] \quad (2.9)$$

donde $u_C = u_{i,j,k}$ es el valor de u en el lugar donde se evalúa f_x^u además

$$DUL = (u_{i,j,k} - u_{i-1,j})/\delta x_i,$$

$$DUR = (u_{i+1,j,k} - u_{i,j,k})/\delta x_{i+1} \text{ y}$$

$$\delta x_\alpha = \delta x_{i+1} + \delta x_i + \alpha \cdot \text{sgn}(u_C)(\delta x_{i+1} - \delta x_i)$$

La expresión $\text{sgn}(u_c)$ define el signo de u_C . Cuando $\alpha = 0$, esta aproximación se reduce a una de segundo orden exacto, la aproximación de diferencias centradas. Cuando $\alpha = 1$, el primer orden, se recupera la aproximación de celda donante. En cualquier caso, no hay pérdida de exactitud formal en una malla variable.

La idea básica subyacente en la Ec. 2.9 es ponderar la derivación de la cantidad que fluye de aguas arriba más que el valor de aguas abajo. Los factores de ponderación son $(1 + \alpha)$ y $(1 - \alpha)$ para las derivaciones de aguas arriba y aguas abajo, respectivamente. Estas derivaciones también son ponderados por el tamaño de celda de una manera tal que el orden de aproximación se mantiene en una malla variable. Este tipo de esquema de aproximación se utiliza en *SOLA-DM* para todos los términos de flujo advectivos que aparecen en la Ec. 2.8. Todos los demás términos de aceleración son aproximados por diferencias centradas estándar.

Aproximación de la ecuación de continuidad

Las velocidades calculan a partir de la ecuación 2.6 debe satisfacer la ecuación de continuidad, la ecuación 2.7. Con el fin de satisfacer esta ecuación las presiones (y velocidades) deben ajustarse en cada celda computacional ocupada por fluido. Esto se hace mediante un proceso iterativo. En cada celda llena de fluido la presión se cambia para atraer o forzar la salida de fluido necesario para adaptarse a la ecuación

2.7. Debido a que los ajustes en una celda afectan a las celdas vecinas, son necesarias una serie de pasos a través de la malla para satisfacer la continuidad en todas partes. Una forma genérica para las aproximaciones de diferencias finitas de la Ec. 2.7 es

$$\frac{p_{i,j,k}^{n+1} - p_{i,j,k}^n}{\rho C^2 \delta t} + (u_{i,j,k}^{n+1} - u_{i-1,j,k}^{n+1})/\delta x_i + (v_{i,j,k}^{n+1} - v_{i,j-1,k}^{n+1})/\delta y_j + (w_{i,j,k}^{n+1} - w_{i,j,k-1}^{n+1})/\delta z_k + = 0 \quad (2.10)$$

En celdas contenidas en una superficie libre se requiere un procedimiento diferente porque la presión es asumida específicamente en la superficie. En este caso la presión de la superficie de celda, $p_{i,j}$, se fija igual al valor obtenido a partir de una interpolación lineal (o extrapolación) entre la presión deseada en la superficie, p_s , y una presión, p_N , dentro del fluido,

$$p_{i,j,k} = (1 - \eta)p_N + \eta p_s,$$

donde $\eta = d_c/d$ es la relación de la distancia entre centros de celdas a la distancia entre la superficie libre y el centro de la celda vecina (ver Fig. 2.12). Para que este esquema funcione, la celda adyacente elegida para la interpolación debería ser tal que la línea que conecta su centro al centro de la superficie de la celda es la más cercana a la normal en la superficie libre. La celda seleccionada de esta manera se conoce como la interpolación vecina de la superficie celular.

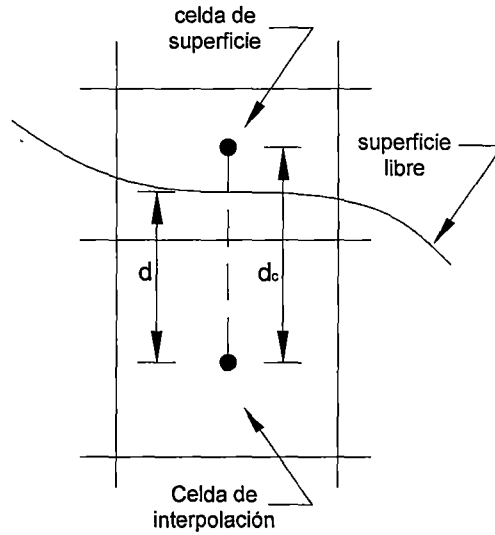


Figura 2.12: Definición que muestra boceto de las cantidades usadas en la definición de las condiciones de contorno de la presión de la superficie libre

Aproximación del volumen de fluido

Las ecuaciones de momento y de continuidad, vistas anteriormente, poseen múltiples formas de aproximaciones, sin embargo esta flexibilidad no es aplicable para el modo en que la distribución de F avanza en el tiempo. Debido a que F es una cantidad escalar fija en el fluido, esta evolución se rige por advección pura.

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial F u}{\partial x} + \frac{\partial F v}{\partial y} + \frac{\partial F w}{\partial z} = 0, \quad (2.11)$$

Esta ecuación es estrictamente válida para un flujo incompresible, pero también es aceptable para aproximaciones de compresibilidad limitada. La aproximación numérica en la Ec. 2.11 debe ser construida con especial cuidado para evitar el ajuste numérico de la distribución de F . Hay muchas formas de realizarlo. El programa *SOLA-VOF* utiliza un tipo de aproximación de flujo donante-receptor usando el hecho de que los valores de F deben ser o bien 1 ó 0. La idea básica puede ser entendida considerando la cantidad de F que fluye a través del lado derecho de

la cara de celda durante un paso de tiempo δt .

El flujo total de volumen de líquido y el volumen vacío cruzando la cara derecha de celda por unidad de área de la sección transversal es $V = u\delta t$, donde u es la velocidad normal en el contorno. El signo de u determina qué celda está perdiendo D (donante) y que está ganando A (aceptora o receptora). La cantidad de F cruzando el límite depende de cómo F se distribuye en la celda donante. Cuando el flujo esta principalmente en la dirección normal a la superficie de F , el área fraccional del contorno de flujo a través de la cual F está fluyendo se determina por el valor de F de la celda receptora. Cuando el flujo es principalmente tangente a la superficie, se utiliza el valor F de la celda donante.

En ambos casos la cantidad de flujo de F a través de la cara de celdas en un paso de tiempo es calculada como δF veces el área de la cara en la sección transversal, donde

$$\delta F = MIN[F_{AD}|V| + CF, F_D\delta x_D]$$

$$CF = MAX[(1.0 - F_{AD})|V| - (1.0 - F_D)\delta x_D, 0.0] \quad (2.12)$$

Subíndices individuales denotan celdas receptoras (A) y donantes (D). El doble subíndice, (AD), se refiere a (A) o (D), dependiendo de la orientación de la interfaz respecto a la dirección de flujo como se explica a continuación. En pocas palabras, la característica de MIN en la ecuación 2.12 impide que el flujo de más líquido de la celda donante de lo que tiene que dar, mientras que la función MAX representa un flujo de liquido adicional, si la cantidad de vacío que se fluye excede la cantidad disponible. La Figura 2.13 proporciona una explicación gráfica de la ecuación 2.12.

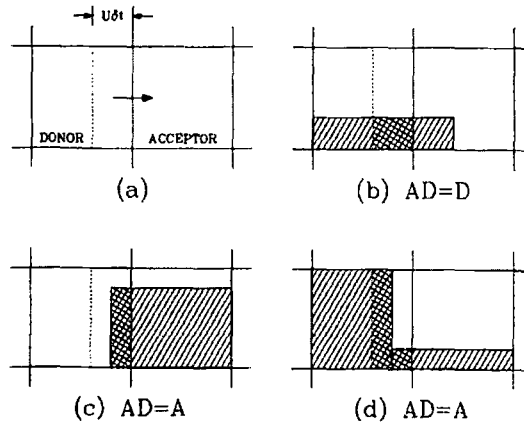


Figura 2.13: Ejemplos de formas de superficie libre utilizados en la advección de F . La disposición donante-receptor se muestra en (a), donde la línea discontinua indica el contorno izquierdo del volumen total siendo advectado. Las regiones sombreadas mostradas en (b-d) son las cantidades reales de F fluyendo

El fluido se asume que se distribuye en las celdas donante y receptora como se muestra dependiendo de la orientación de la superficie normal con respecto a la dirección del flujo. En la Fig. 2.13-a se definen las celdas donante, receptora y el volumen de flujo. La Fig. 2.13-b ilustra una situación en la que el valor de F de la celda donante es usada para definir el área fraccional del contorno de fluido abierto para fluir F . En la Fig. 2.13-c el valor de F de la celda receptora se usó para definir el área fraccional. En este caso toda la región F en la celda donante fluye, pero es menor que el flujo total posible, lo que ilustra el uso de la prueba de MIN en la Ec. 2.12. En la Fig. 2.13-d, Finalmente más F de la cantidad determinada por el área definida por la celda receptora debe fluir. La contribución de flujo extra para F es la cantidad CF definida en la Ec. 2.12.

La elección del valor receptor o donante de una celda F para definir un área de flujo, el cual depende de la orientación del contorno libre, es una característica no utilizada en otros esquemas de este tipo. Sin embargo es esencial hacer esto, de lo contrario límites de advección más o menos paralelas a sí mismos desarrollarán irregularidades en los incrementos.

Detalles adicionales del programa *SOLA-VOF* relatan las condiciones de contorno, requerimientos de estabilidad numérica, etc. pueden ser encontradas en la la referencia [Hirt and Nichols, 1981].

Ajustes de contabilidad

Los nuevos valores de F determinado por el método anterior pueden ocasionalmente tener valores ligeramente menores que cero o ligeramente mayores que la unidad. Por lo tanto, después del cálculo de advección, se restablecer estos valores. Los valores de F menores de cero a cero y los valores de F mayores de uno a uno.

Determinación de Interfaces dentro de una celda

Para la aplicación precisa de las condiciones de contorno, se requiere conocer la localización del contorno dentro de una celda de superficie. En la técnica *VOF*, se supone que el contorno puede ser aproximada por una línea recta cortando a través de la celda. Al determinar primero la pendiente de esta línea, esta puede moverse a través de la celda a una posición que interseca la cantidad conocida de volumen de fluido en la celda.

Condiciones de contorno

Además de las condiciones de contorno de superficie libre, es necesario establecer las condiciones en todos los contornos de malla y en las superficies de todos los obstáculos internos. En los contornos de malla, una variedad de condiciones se puede establecer utilizando la capa de celdas ficticias que rodean la malla. La idea básica es la de establecer los valores de las variables dependientes en las celdas ficticias tal que las condiciones de contorno deseados se cumplen en los contornos.

Consideraciones de estabilidad numérica

A menudo los cálculos numéricos tienen cantidades calculadas que desarrollan grandes oscilaciones de alta frecuencia en el espacio, tiempo o ambos. Este comportamiento se conoce generalmente como una inestabilidad numérica. Cuando el problema físico tiene soluciones inestables y los resultados calculados muestran variaciones significativas en distancias comparables a un ancho de celda o más veces comparable al incremento de tiempo, la exactitud de los resultados no es confiable. Para evitar este tipo de inestabilidad numérica o inexactitud, se deben observar ciertas restricciones en la definición de los incrementos de malla δx , δy y δz , el incremento de tiempo δt , y demás parámetros.

2.4.2.6. Resumen

El método de volumen de fluido (*VOF*) ha sido presentado como un medio sencillo y eficaz para tratar numéricamente contornos libres incluidos en una malla de cálculo de celdas eulerianas o lagrangianas-eulerianas arbitrarias. Es particularmente útil, ya que utiliza un mínimo de información almacenada, trata la intersección de contornos libres de forma automática, y se puede ampliar fácilmente para cálculos tridimensionales, tal como se pudo ver.

La técnica *VOF* se describió en detalle, ya que se ha utilizado para seguir las superficies libres en un código de hidrodinámica incompresible (*SOLA-VOF*).

Capítulo 3

Materiales y métodos

3.1. Esquema y procedimiento de solución de flujo a superficie libre mediante *VOF*

3.1.1. Esquema *VOF*

Se tiene el siguiente esquema, en la fig. 3.1, el cual se tendrá en cuenta para el desarrollo de la aplicación práctica.

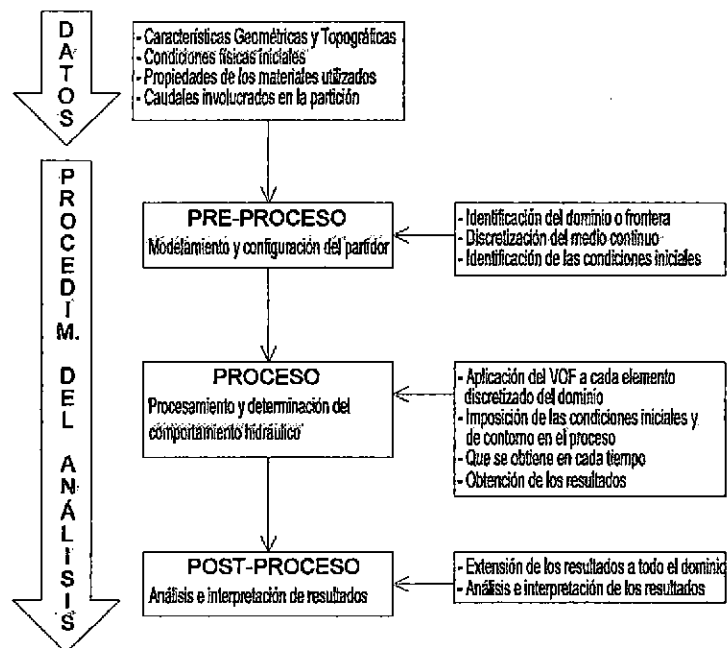


Figura 3.1: Esquema y procedimiento de solución del *VOF*

3.1.2. Sistemática o “receta” del VOF

3.1.2.1. Procedimiento del VOF

La sistemática básica o “receta” del VOF se explica aquí utilizando como vehículo el problema de *transporte de fluidos y seguimiento de la superficie libre*. El problema mencionado consiste en encontrar los valores de la función F para cada tiempo, los valores esta función dependen de los valores de la presión P y velocidad V calculados previamente. Los valores de la función F en cada celda de un dominio discretizado o malla están en función al volumen de fluido que contienen, ver ejemplo en la Fig. 3.2.

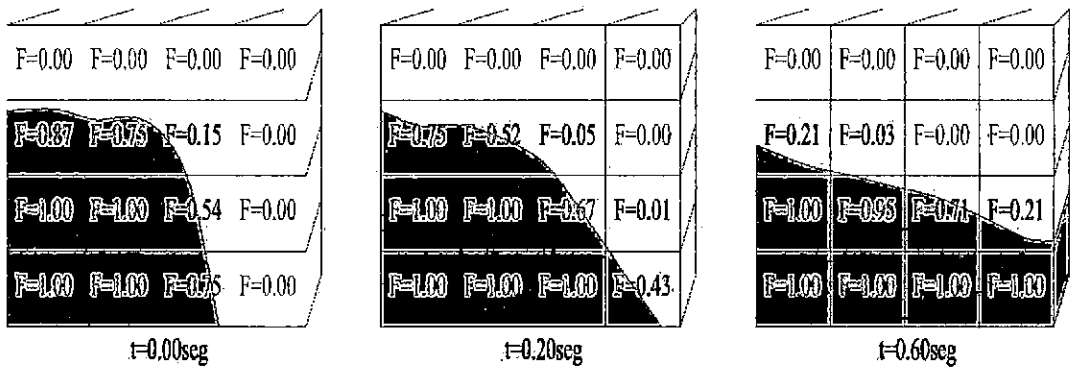


Figura 3.2: Ejemplo del volumen fraccional de fluido en cada celda de una malla que varía en el tiempo

Los valores de la función F se interpretan de la siguiente manera:

- $F = 1.0$, en una celda llena de fluido y perteneciente al fluido
- $F = < 0, 1 >$, en una celda perteneciente a la superficie del fluido
- $F = 0$, en una celda vacía o fuera del fluido

El procedimiento del *VOF* consta de los siguientes pasos:

1. Dividir el dominio de cálculo Ω en subdominios y/o elementos
(Discretización)

Aquí se discretiza el dominio mediante una malla en subdominios y elementos, los subdominios en este caso vienen a ser grupo de elementos o celdas que pueden estar conformados por un tipo de fluido, un sólido o un vacío, ver ejemplo en la Fig. 3.3.

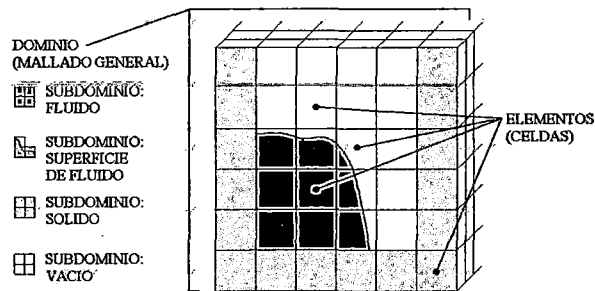


Figura 3.3: División de un dominio en subdominios y elementos (malla compuesta por celdas)

El etiquetado de las celdas se muestran a continuación en la Fig. 3.4.

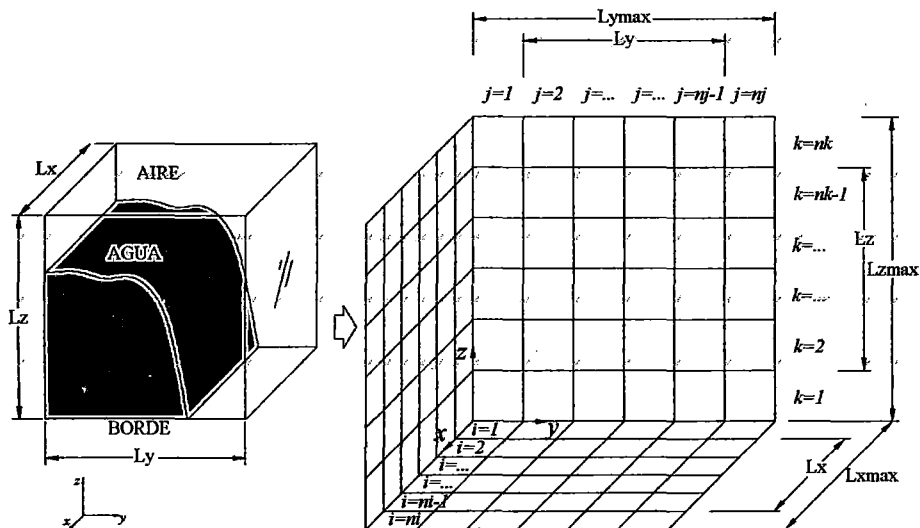


Figura 3.4: Etiquetado de celdas de una malla paralelepípeda

La ubicación de las variables (fracción de fluido F , presión P y velocidad V) en cada celda del mallado es del siguiente modo, ver Fig. 3.5 y Fig. 3.6.

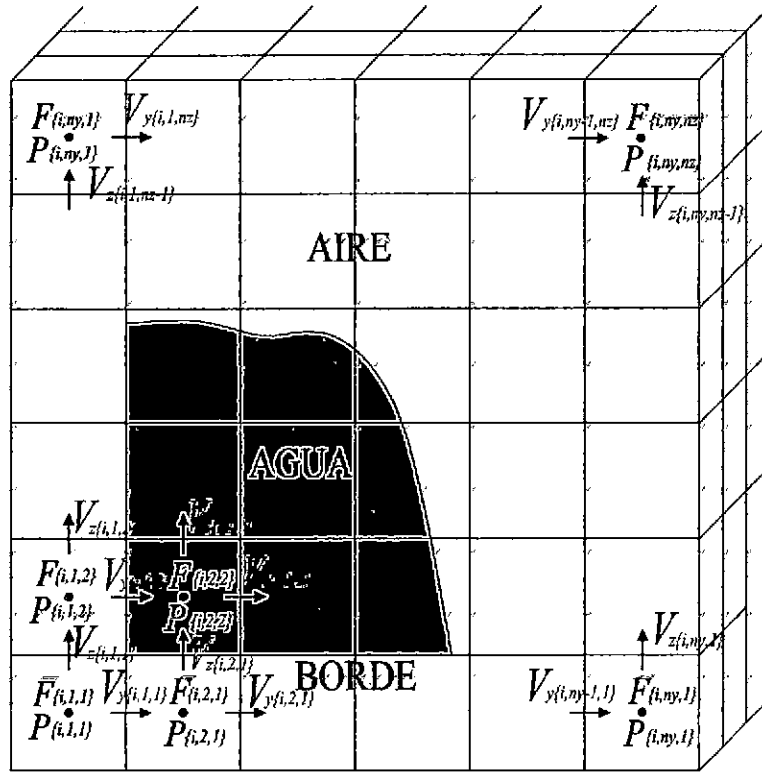


Figura 3.5: Ubicación de variables dependientes del tiempo en las celdas paralelepípedas de una malla en el plano $y-z$ en cualquier ubicación i

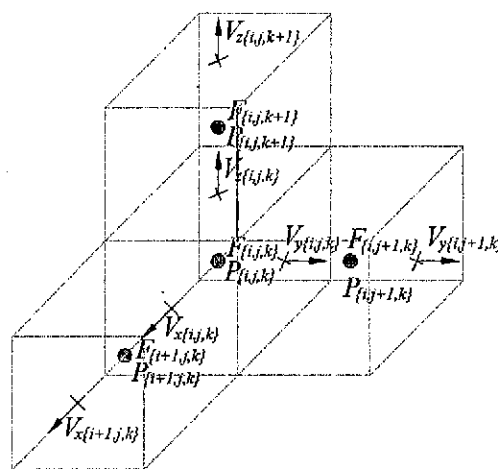


Figura 3.6: Ubicación genérica tridimensional de variables dependientes del tiempo en celdas paralelepípedas

2. Identificar las condiciones de contorno

Por ejemplo, para un borde *rígido sin rugosidad* ubicado en el contorno izquierdo según la Fig. 3.5 se tiene:

- $Vx(i, 1, k) = Vx(i, 2, k)$
- $Vy(i, 1, k) = 0$
- $Vz(i, 1, k) = Vz(i, 2, k)$
- $P(i, j, k) = P(i, j + 1, k)$
- $F(i, j, k) = F(i, j + 1, k)$

Para un borde *rígido con rugosidad* ubicado en el contorno izquierdo según la Fig. 3.5 se tiene:

- $Vx(i, 1, k) = -Vx(i, 2, k)$
- $Vy(i, 1, k) = 0$
- $Vz(i, 1, k) = -Vz(i, 2, k)$
- $P(i, j, k) = P(i, j + 1, k)$
- $F(i, j, k) = F(i, j + 1, k)$

Para un borde con *salida de flujo o continuativo* ubicado en el contorno izquierdo según la Fig. 3.5 se tiene:

- $Vx(i, 1, k) = Vx(i, 2, k)$
- $Vy(i, 1, k) = Vy(i, 2, k)$
- $Vz(i, 1, k) = Vz(i, 2, k)$
- $P(i, j, k) = P(i, j + 1, k)$
- $F(i, j, k) = F(i, j + 1, k)$

También se tiene condiciones para *contornos periódicos en un sentido* y para *contornos con presiones especificadas*.

3. Definir las variables que intervienen en las ecuaciones de gobiernan el fluido para cada celda

Se tiene variables de *fracción de fluido* ($F(i, j, k)$), *presión* ($P(i, j, k)$; $Pa = kg/m.s^2$) y *velocidad* ($Vx(i, j, k)$; m/s , $Vy(i, j, k)$; m/s y $Vz(i, j, k)$; m/s), las cuales varían según la posición y el tiempo. La localización de estas variables están indicadas en la Fig.3.6.

También se tiene valores de *densidad* (ρ_{fluido} ; kg/m^3 y ρ_{aire} ; kg/m^3), *viscosidad cinemática* (ν_{fluido} ; m^2/s) y la *aceleración de la gravedad* (g ; m/s^2), las cuales son constantes en el tiempo.

4. Resolviendo la ecuación de momento para obtener las velocidades del nuevo nivel de tiempo

Aquí se usa la ecuación de momento 2.8 para calcular la primera estimación de velocidades del nuevo nivel de tiempo utilizando las condiciones iniciales o todos los valores de las presiones, flujos advectivos y aceleraciones viscosas del nivel de tiempo anterior.

O sea se obtienen los valores de ($Vx_{(i,j,k)}^{n+1}$, $Vy_{(i,j,k)}^{n+1}$, $Vz_{(i,j,k)}^{n+1}$) que dependen de los valores de ($Vx_{(i,j,k)}^n$, $Vy_{(i,j,k)}^n$, $Vz_{(i,j,k)}^n$), $P_{(i,j,k)}^{n+1}$ y otros valores constantes. Aquí el valor de $P_{(i,j,k)}^{n+1}$ se adopta como $P_{i,j,k}^n$ únicamente para el primer ciclo de iteraciones que vendrán posteriormente.

5. Resolviendo las ecuación de continuidad para obtener las presiones del nuevo nivel de tiempo

Aquí se usa la ecuación de continuidad 2.10 y la velocidad del nuevo nivel de tiempo, calculada en el paso anterior, para obtener las presiones del nuevo nivel de tiempo. Luego esta presión es incorporada en el paso anterior (4) para obtener nuevamente las velocidades del nuevo nivel. Este proceso se repetirá iterativamente hasta estabilizar la velocidad y la presión.

O sea se obtienen recíprocamente los valores de $P_{(i,j,k)}^{n+1}$ y ($Vx_{(i,j,k)}^{n+1}$, $Vy_{(i,j,k)}^{n+1}$, $Vz_{(i,j,k)}^{n+1}$) que dependen de un proceso iterativo y otros valores constantes.

6. Calculamos los flujos entre las celdas usando las nuevas velocidades

Aquí se usa la velocidad del nuevo nivel de tiempo, obtenida iterativamente en los pasos anteriores, para calcular los flujos entre las celdas continuas en las direcciones x , y y z .

O sea obtenemos los valores de dFx , dFy y dFz que dependen de los valores de $Vx_{(i,j,k)}^{n+1}$, $Vy_{(i,j,k)}^{n+1}$ y $Vz_{(i,j,k)}^{n+1}$ respectivamente.

7. Actualizamos la función F

Aquí calculamos el valor de F del nuevo nivel de tiempo para cada celda mediante la Ec. 2.11

O sea obtenemos los valores de $F(i, j, k)$ que dependen de los valores de dFx , dFy y dFz .

8. Repetimos el procedimiento hasta el tiempo o número de veces requerido

Para un tiempo de análisis requerido t y un intervalo de tiempo propuesto dt , se requerirá repetir el procedimiento t/dt veces.

3.1.2.2. Cálculos por el VOF: datos y resultados

Los datos básicos que se requieren para llevar a cabo un cálculo por el *VOF* son los siguientes:

1. Definición de la geometría del dominio de cálculo y discretización del mismo

Esto se hace dando una lista de cada celda. Cada celda es un elemento dentro del dominio de cálculo y se define mediante un número de orden o etiqueta identificativa (número de celda). Como se verá más adelante, la geometría del elemento queda completamente definida a partir de la formulación interna del elemento (celda) y de las coordenadas de sus nodos (vértices de celdas). El conjunto de nodos y elementos constituye lo que se conoce como mediado o malla de elementos finitos,

2. Propiedades de los elementos

Estas propiedades dependen de la clase de elemento finito que se esté utilizando, pues hay que identificar como está constituido el dominio, subdominios o elementos.

3. Propiedades de los materiales

Cada material se identifica mediante un parámetros que define su propiedad como es la viscosidad, densidad, compresibilidad, etc.

4. Condiciones de contorno

En problemas hidráulicos se distinguen dos clases de condiciones de contorno: las condiciones de contorno de *tipo física* y las condiciones de contorno de *tipo hidráulica*.

- a) La primera corresponde a las condiciones que intervienen físicamente en el comportamiento del fluido por ejemplo; un muro, obstáculo u objeto sólido que puede estar estático o en movimiento, y que también pueda tener una superficie lisa o rugosa.
- b) La segunda corresponde a las condiciones que intervienen hidráulicamente en el comportamiento del fluido por ejemplo; mediante flujos externos sobre el dominio o también imponiendo valores externos de presiones y/o velocidades.

A partir de los datos anteriores, los **resultados** básicos que proporciona un cálculo por el *VOF* corresponden a dos grandes categorías;

1. Variables en los centros de las caras de celda

Se trata de valores vectoriales que se obtienen directamente en los centros de las caras adyacentes entre dos elementos o celdas del mallado y poseen dirección normal a dicha cara. En esta categoría se incluyen velocidades y flujos diferenciales.

2. Variables en el centro de la celda

Se trata de resultados calculados en puntos internos y centrales de los elementos o celdas. En esta categoría se incluyen presiones, fracción de fluido.

3.1.2.3. Flujo general en un programa de *VOF*

El flujo general de un programa de *VOF* para cálculo matricial es el siguiente:

1. Entrada de datos

En esta etapa se realiza la revisión y generación de los datos para su posterior acoplamiento dentro de la estructura de datos del programa. Se realizan también las comprobaciones de consistencia de los datos introducidos por el usuario.

2. Tareas preliminares

En esta fase se realizan las labores previas al ensamblaje de ecuaciones. Por ejemplo, la identificación y numeración de la malla, también las comprobaciones de las capacidades del *hardware*, etc.

3. Construcción de la matriz

Aquí se ensambla la matriz de fracción de fluido $F(i, j, k)$, presión $P(i, j, k)$ y las matrices de velocidades ($Vx(i, j, k)$, $Vy(i, j, k)$ y $Vz(i, j, k)$).

4. Resolver el sistema

La resolución es mediante la ecuación de momento 2.8 y la ecuación de continuidad 2.10.

5. Salida de resultados en los centros de las caras de celda

Aquí se obtienen las velocidades ($Vx(i, j, k)$, $Vy(i, j, k)$ y $Vz(i, j, k)$)

6. Salida y elaboración de resultados en los centros de las celda

Aquí se obtiene la presión $P(i, j, k)$ y se elabora $F(i, j, k)$ en función de las velocidades obtenidas anteriormente.

3.1.2.4. Ejemplo de un problema que usa la metodología VOF

Se tiene un recipiente de vidrio con un fluido (agua) dentro, tal como se muestra en la Fig. 3.7, con la metodología VOF se podrá definir el comportamiento del fluido y realizar el seguimiento de la superficie libre a lo largo del tiempo ($t=0.25\text{seg.}$).

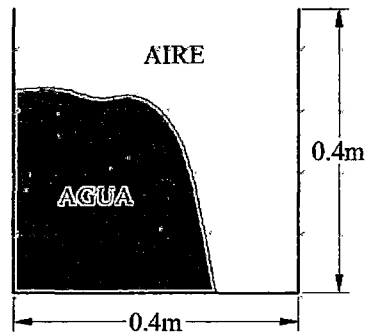


Figura 3.7: Bloque de fluido estático dentro de un recipiente de vidrio

El procedimiento para resolver este problema mediante el VOF consta de los siguientes pasos:

1. Discretización del dominio

Se tiene un recipiente con líquido dentro, el cual se discretizará en una malla uniforme la cual estará conformada por celdas de dimensiones de 0.10 m. de ancho por 0.10 m. de alto como se ve a continuación en la Fig. 3.8:

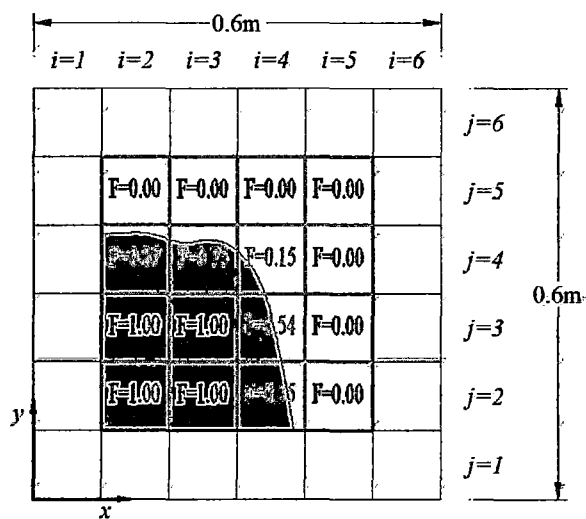


Figura 3.8: Discretización mediante una malla uniforme e identificación de los valores de la fracción de fluido F al inicio

Las celdas perimetrales (colocadas adicionalmente) definirán las condiciones de borde.

La posición de las variables como fracción de fluido $F(i, j)$, presión $P(i, j)$ y velocidad ($V_x(i, j)$ y $V_y(i, j)$) están determinadas según lo indicado en la Fig. 3.9.

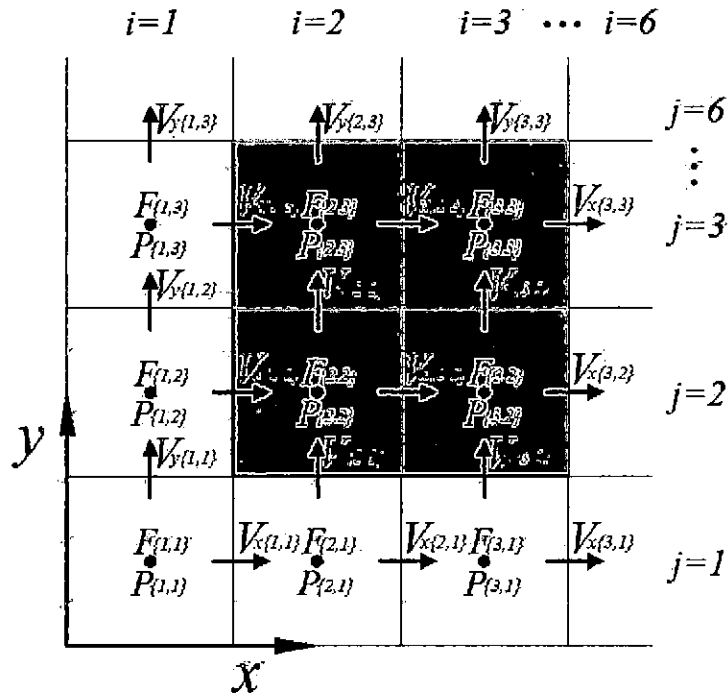


Figura 3.9: Localización de las variables en una malla uniforme

2. Condiciones de contorno

Se tiene un recipiente con borde rígido y liso por lo tanto

Para la cara izquierda del recipiente se cumplirá lo siguiente:

- $F(1, j) = F(2, j)$
- $P(1, j) = P(2, j)$
- $V_x(1, j) = 0$
- $V_y(1, j) = V_y(2, j)$

Para la cara derecha del recipiente se cumplirá lo siguiente:

- $F(6, j) = F(5, j)$
- $P(6, j) = P(5, j)$
- $Vx(6, j) = 0$
- $Vy(6, j) = Vy(5, j)$

Para la base del recipiente se cumplirá lo siguiente:

- $F(i, 1) = F(i, 2)$
- $P(i, 1) = P(i, 2)$
- $Vx(1, j) = Vx(2, j)$
- $Vy(1, j) = 0$

Se tiene una recipiente con libre en la parte superior por lo tanto

- $F(i, 6) = F(i, 5)$
- $P(i, 6) = P(i, 5)$
- $Vx(6, j) = Vx(5, j)$
- $Vy(6, j) = Vy(5, j)$

3. Condiciones iniciales

Como condición inicial, para $t = 0.00\text{seg}$, se tiene los valores de las variables de *fracción de fluido* ($F(i, j)$), *presión* ($P(i, j)$; $Pa = \text{kg/m.s}^2$) y *velocidad* ($Vx(i, j)$; m/s y $Vy(i, j)$; m/s).

La función $F(i,j)$ expresada matricialmente es

$$F(i,j) = \begin{bmatrix} 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.87 & 0.87 & 0.75 & 0.15 & 0.00 & 0.00 \\ 1.00 & 1.00 & 1.00 & 0.54 & 0.00 & 0.00 \\ 1.00 & 1.00 & 1.00 & 0.75 & 0.00 & 0.00 \\ 1.00 & 1.00 & 1.00 & 0.75 & 0.00 & 0.00 \end{bmatrix}, \text{ para } i=1,2,\dots,6 \text{ y } j=1,2,\dots,6$$

esta matriz muestra la posición del fluido, la superficie libre y el espacio vacío, donde $F=1$ representa una celda llena de fluido ubicada dentro del fluido; $F=0$, una celda vacía y $F=\langle 0,1 \rangle$, una celda ubicada en la superficie libre del fluido. La condición de contorno se muestra en las filas y columnas de los bordes.

La función $P(i,j)$ expresada matricialmente es

$$P(i,j) = \begin{bmatrix} 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 362.97 & 362.97 & 362.97 & 362.97 & 0.00 & 0.00 \\ 1343.97 & 1343.97 & 1343.97 & 1343.97 & 0.00 & 0.00 \\ 2324.97 & 2324.97 & 2324.97 & 2324.97 & 0.00 & 0.00 \\ 2324.97 & 2324.97 & 2324.97 & 2324.97 & 0.00 & 0.00 \end{bmatrix},$$

para $i=1,2,\dots,6$ y $j=1,2,\dots,6$

en esta matriz la presión inicial del fluido (agua) fue calculada hidrostáticamente ($P=\text{altura del fluido} \cdot \text{densidad del fluido} \cdot \text{gravedad}$).

- $P(2,2)=P(3,2)=P(4,2)=(0.50 \cdot 0.1 + 1.00 \cdot 0.1 + 0.87 \cdot 0.1)(1000)(9.81)=2324.97\text{Pa}$
- $P(2,3)=P(3,3)=P(4,3)=(0.50 \cdot 0.1 + 0.87 \cdot 0.1)(1000)(9.81)=1343.97\text{Pa}$
- $P(2,4)=P(3,4)=P(4,4)=(0.37 \cdot 0.1) \cdot (1000) \cdot (9.81)=362.97\text{Pa}$

Las funciones $Vx(i,j)$ y $Vy(i,j)$ expresadas matricialmente son

$$Vx(i,j) = \begin{bmatrix} 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \end{bmatrix}, \text{ para } i=1,2,\dots,5 \text{ y } j=1,2,\dots,6$$

$$Vy(i,j) = \begin{bmatrix} 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \end{bmatrix}, \text{ para } i=1,2,\dots,6 \text{ y } j=1,2,\dots,5$$

estas matrices muestran las velocidades con dirección normal a la superficie de la cara entre dos celdas, en este problema inicialmente el fluido está estático por ello se adoptaron velocidades con valores de cero.

Como condición inicial también se tiene valores de *densidad* ($\rho_{agua} = 1000kg/m^3$ y $\rho_{aire} = 1.3kg/m^3$), *viscosidad cinemática* ($\nu_{agua} = 1.15 \times 10^{-6} m^2/s$) y la aceleración de la gravedad ($g = 9.81m/s^2$) las cuales son constantes en el tiempo.

4. Cálculo de las velocidades del nuevo nivel de tiempo

Aquí, mediante la ecuación de momento 2.8, se calculará la primera aproximación de velocidades del nuevo nivel de tiempo, en el cual se usarán los valores indicados en las condiciones iniciales. El valor de la presión del nuevo nivel de tiempo usada en esta ecuación se adoptará como la presión inicial, esto se hará únicamente para el primer ciclo de iteraciones que vendrán posteriormente. Con respecto a la variación de tiempo se adoptó el valor de $dt = 0.05seg$ para todos los pasos.

Para el nivel de tiempo $t = 0.05\text{seg}$ se tiene el siguiente resultado.

$$Vx(i, j) = \begin{bmatrix} 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.181 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.672 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.163 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.163 & 0.000 \end{bmatrix}, \text{ para } i=1,2,\dots,5 \text{ y } j=1,2,\dots,6$$

$$Vy(i, j) = \begin{bmatrix} 0.000 & -0.309 & -0.309 & -0.309 & 0.000 & 0.000 \\ -0.309 & -0.309 & -0.309 & -0.309 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix},$$

para $i=1,2,\dots,6$ y $j=1,2,\dots,5$

5. Cálculo de las presiones del nuevo nivel de tiempo

Aquí, mediante la ecuación de continuidad 2.10, se calculará la primera aproximación de presiones del nuevo nivel de tiempo, en el cual se usarán los valores de las velocidades obtenidas en el paso anterior (4).

Para el nivel de tiempo $t = 0.05\text{seg}$ se tiene el siguiente resultado.

$$P(i, j) = \begin{bmatrix} 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 627.900 & 627.900 & 465.000 & 426.700 & 0.000 & 0.000 \\ 1344.000 & 1344.000 & 1344.000 & 1008.000 & 0.000 & 0.000 \\ 2325.000 & 2325.000 & 2325.000 & 1743.700 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 2325.000 & 2325.000 & 1743.700 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix},$$

para $i=1,2,\dots,6$ y $j=1,2,\dots,6$

Luego esta presión del nuevo nivel es incorporada en el paso anterior (4) para obtener nuevamente las velocidades del nuevo nivel de tiempo. Este proceso se repetirá iterativamente hasta estabilizar la velocidad y la presión. A continuación se presenta la velocidad y presión ya estabilizadas para el mismo nivel de tiempo $t = 0.05\text{seg}$

$$Vx(i, j) = \begin{bmatrix} 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.082 & 0.051 & 0.182 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.002 & 0.670 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.003 & 1.160 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.003 & 1.160 & 0.000 \end{bmatrix}, \text{ para } i=1,2,\dots,5 \text{ y } j=1,2,\dots,6$$

$$Vy(i, j) = \begin{bmatrix} 0.000 & -0.176 & -0.258 & -0.309 & 0.000 & 0.000 \\ -0.176 & -0.176 & -0.258 & -0.309 & 0.000 & 0.000 \\ -0.132 & -0.132 & -0.051 & -0.002 & 0.000 & 0.000 \\ -0.000 & -0.000 & -0.000 & -0.001 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix},$$

para $i=1,2,\dots,6$ y $j=1,2,\dots,5$

$$P(i, j) = \begin{bmatrix} 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 628.086 & 628.086 & 465.043 & 363.852 & 0.000 & 0.000 \\ 1344.624 & 1344.624 & 1344.218 & 1340.621 & 0.000 & 0.000 \\ 2324.971 & 2324.971 & 2324.963 & 2319.175 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 2324.971 & 2324.963 & 2319.175 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix},$$

para $i=1,2,\dots,6$ y $j=1,2,\dots,6$

6. Actualización de la función F

A continuación, mediante la Ec. 2.11, se obtiene los valores de la función $F(i, j)$ para $t = 0.05\text{seg}$ que depende de las velocidades calculadas en el paso anterior.

$$F(i, j) = \begin{bmatrix} 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.75 & 0.75 & 0.77 & 0.12 & 0.00 & 0.00 \\ 1.00 & 1.00 & 1.00 & 0.58 & 0.00 & 0.00 \\ 1.00 & 1.00 & 1.00 & 0.84 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1.00 & 1.00 & 0.84 & 0.00 & 0.00 \end{bmatrix}, \text{ para } i=1,2,\dots,6 \text{ y } j=1,2,\dots,6$$

7. Repetición de los pasos de acuerdo al tiempo requerido

Para un intervalo de tiempo $dt = 0.05\text{seg}$ y un tiempo de análisis $t = 0.25\text{seg}$ se requerirá repetir el procedimiento $t/dt = 5$ veces.

8. Observación de de resultados

De manera resumida veremos los resultados de la función F para los tiempos $t = 0.10\text{seg}$, $t = 0.15\text{seg}$, $t = 0.20\text{seg}$ y $t = 0.25\text{seg}$

Para $t = 0.10\text{seg}$

$$F(i, j) = \begin{bmatrix} 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.50 & 0.50 & 0.46 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 1.00 & 1.00 & 0.97 & 0.69 & 0.00 & 0.00 \\ 1.00 & 1.00 & 1.00 & 0.96 & 0.48 & 0.48 \\ 0.00 & 1.00 & 1.00 & 0.96 & 0.48 & 0.00 \end{bmatrix}, \text{ para } i=1,2,\dots,6 \text{ y } j=1,2,\dots,6$$

Para $t = 0.15\text{seg}$

$$F(i, j) = \begin{bmatrix} 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.75 & 0.00 & 0.00 & 0.12 & 0.00 & 0.00 \\ 0.90 & 0.90 & 0.86 & 0.71 & 0.66 & 0.66 \\ 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 0.93 & 0.93 \\ 0.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 0.93 & 0.00 \end{bmatrix}, \text{ para } i=1,2,\dots,6 \text{ y } j=1,2,\dots,6$$

Para $t = 0.20\text{seg}$

$$F(i, j) = \begin{bmatrix} 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.95 & 0.95 & 0.65 & 0.57 & 0.89 & 0.89 \\ 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 \\ 0.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 0.00 \end{bmatrix}, \text{ para } i=1,2,\dots,6 \text{ y } j=1,2,\dots,6$$

Para $t = 0.25\text{seg}$

$$F(i, j) = \begin{bmatrix} 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.47 & 0.47 \\ 0.58 & 0.58 & 0.53 & 0.58 & 0.90 & 0.90 \\ 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 \\ 0.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 0.00 \end{bmatrix}, \text{ para } i=1,2,\dots,6 \text{ y } j=1,2,\dots,6$$

Expresándolo de manera gráfica en la Fig. 3.10 se tiene

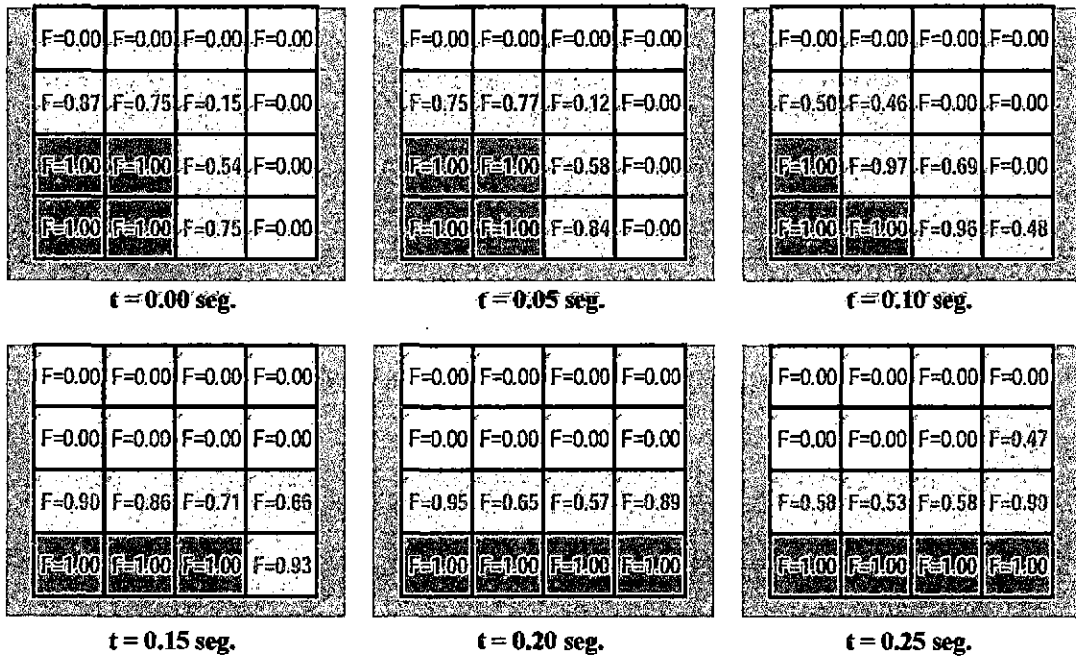


Figura 3.10: Evolución de la función F en el tiempo

De este modo queda definido el comportamiento del fluido y la superficie libre a través del tiempo. Los valores de la función F se interpretan de la siguiente manera:

- $F = 1.00$, en una celda llena de fluido y perteneciente al fluido
- $F = \langle 0.00, 1.00 \rangle$, en una celda perteneciente a la superficie del fluido
- $F = 0.00$, en una celda vacía o fuera del fluido

3.2. Aplicación práctica

3.2.1. Datos

3.2.1.1. Ubicación de partidór de caudales

La aplicación práctica en la presente *Tesis* es en el partidór de caudales que está ubicado en el distrito de Chiara, provincia de Huamanga, región de Ayacucho, dicha estructura fue construida por el *Proyecto Especial Río Cachi* en la década de los 80 con la finalidad de dividir el caudal que fluye por el túnel, para alimentar prioritariamente con un gasto menor al canal de la central hidroeléctrica de Lambras y con un gasto mayor al canal Chiara-Chuntaca que sirve a la zona de riego.

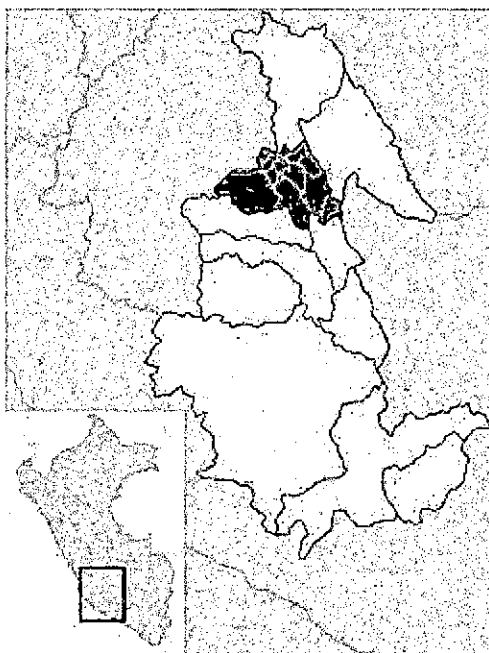


Figura 3.11: Región de Ayacucho

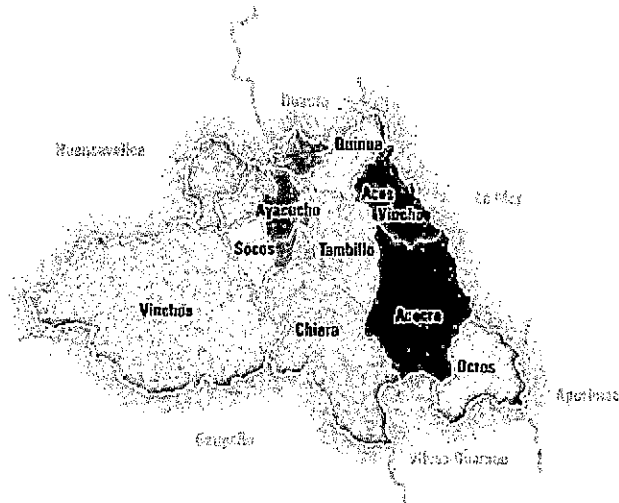


Figura 3.12: Provincia de Huamanga

Ubicación en Coordenadas UTM

- ZONA UTM: 18L
- Este: 583751.88 m E
- Norte: 8530246.50 m S
- Cota: 3645 msnm

3.2.1.2. Características del partidor de caudales existente

Justamente, desde la salida del túnel se tiene un canal rectangular de 1.80 m de base y 2.45 m de alto que va hasta el inicio de la partición [CORFA, 1984].



Figura 3.13: Vista Panorámica del Partidor de Caudales en el distrito de Chiara

Para empalmar con el eje del canal Lambras, se ha ubicado hacia la izquierda una primera curva de 4.0 m de radio, seguida por una tangente de 1.15 m que empalma a una segunda curva de 6.0 m de radio; en la primera curva se pasa de sección rectangular de 1.80 m de ancho correspondiente a la salida del túnel a una sección rectangular de sólo 1.20 m de ancho, con 2.45 m de alto. En la bifurcación hacia el canal Chiara-Chuntaca, lado exterior de la primera curva, se tiene una pantalla de concreto de 0.85 m de alto, a manera de vertedero, que permite la entrada a este canal sólo por rebose en descarga libre mediante la regulación en el canal Lambras con su compuerta de control. Para el gasto máximo de 5 m³/s para

el canal Chiara, se requiere un tirante de 1.97 pero como el tirante del túnel para 7 m³/s es 1.78 m, se tendrá un remanso de 0.19 m que influye hasta 162 m aguas arriba, lo cual no es significativo.

Al fin de la segunda curva se ha dispuesto un doble vertedero lateral de 6.5 m de longitud cada uno, ubicados a ambos lados del canal rectangular y que tiene el objeto de evitar desbordes en el partidor por una mala operación de compuertas; al final de este tramo se tiene una compuerta de 36"x 48" de modelo 5-00 Armco o similar, para regular el gasto entre 2.0 y 2.6 m³/s, en forma tal que la diferencia con 7.0 m³/s se derive por el canal Chiara-Chuntaca, En caso que solo se tenga 2.6 m³/s en la salida del túnel y con la compuerta levantada, todo el caudal pasará hacia el canal Lambras. En el caso que cuando se tenga 7 m³/s en el partidor y la compuerta de control esté cerrada, por el canal Chiara-Chuntaca podría derivarse un máximo de 6 m³/s (utilizando hasta el 50 % de su borde libre), pasando el remanente por rebose por los dos vertederos laterales para ingresar al canal Lambras aguas abajo de la compuerta.

La descarga de los vertederos se realiza a la poza de disipación de energía proyectada a la salida de la compuerta. Las aberturas de descarga de los vertederos están desplazadas 0.50 m una de otra para evitar interferencia con la descarga libre de las láminas vertientes. Los vertederos laterales tienen canales colectores con ancho variable creciente hacia aguas abajo entre 0.30 y 0.50 m y profundidad también variable entre 0.73 y 1.03 metros.

Para operar la compuerta se tiene una losa de 0.70 m de ancho con sus barandas de tubos de fierro galvanizado de Ø 1,1/2"x 0.90 m de alto y la cota del piso de la losa es 3638.20. También se dispone de ranuras para colocación de ataguías para el caso de reparación de la compuerta.

La cota superior de los muros del partidor va de 3638.03 en su inicio hasta 3638.00 en la compuerta y el de la cresta del vertedero su cota es 3637.57.

La cota del piso al inicio del partidor es 3635.58 y en las compuertas 3635.54 con una pendiente del fondo de 2.35 %.

A la salida de la compuerta se ha diseñado la poza de disipación para tranquilizar el flujo aguas abajo antes de la entrada al aforador Parshall proyectado para medir los caudales que ingresan al canal Lambras.

La poza tiene 11.58 m de longitud incluyéndose 3.08 m de rampa inclinada de empalme entre el piso de la compuerta y el piso de la poza que tiene cota 3634.00.

La poza se ha diseñado de acuerdo al comportamiento estudiado para caudales de 2.0, 2.6 y 3.0 m³/s habiéndose obtenido Números de Froude menores de 4.5; al pie de la rampa indicada se tiene dos dados de disipación de 0.55 m de altura y 1.30 m de largo.

La altura de los muros de la poza es de 2.5 m con cota superior de los mismos en 3636.50. El ancho de la poza es 1.20 m.

Para el empalme de la poza con la sección trapezoidal del canal Lambras se tiene una transición de 3 m de longitud que une la sección rectangular de la poza de 1.2 x 2.5 con la trapezoidal de 1.0 m de base por 1,20 m de altura y taludes 1:1 del canal, el cual es revestido de concreto y tiene 1 % de pendiente de fondo.

El inicio del aforador Parshall está situado tentativamente 30 metros aguas abajo del final de la transición de salida de la poza de disipación de compuertas. Este aforador permitirá medir con exactitud a través del tiempo el caudal que pase para el canal Lambras. Como parte complementaria del aforador, se tiene una estación limnigráfica; el aforador está diseñado a descarga libre con un rango de medición de caudales entre 3.3 m³/s y 0.080 m³/s.

Para el empalme del canal Lambras con el aforador a la entrada se tiene una transición de 2.0 m de longitud que pasa de la sección trapecial indicada del canal Lambras a una sección rectangular del aforador de 3.0 x 1.5 (base x altura).

El aforador incluyendo su poza de disipación de energía tiene una longitud de 10.82 m; el ancho de la garganta del aforador es de 2.10 m y el ancho de su poza de disipación 2.40 m. La longitud efectiva de la poza es 5.50 m con una rampa inclinada que une la cresta del aforador con el piso de la poza de 3.12 m de longitud. La cota de la cresta del aforador es 3634.97 y la del fondo de la poza 3633.41. La altura de muros del aforador en la garganta es 1.50 m y en la poza 1.80 m con cota superior de muros de 3636.21 m, respectivamente. La estación limnográfica tiene las mismas características generales que la correspondiente al aforador Parshall de la bocatoma Chicllarazo, salvo las dimensiones y ubicación de los orificios de entrada de agua los cuales están a 1.47 m de la arista de la garganta hacia aguas arriba.

El empalme de salida del aforador con el canal lambras se hace con otra transición de 2.5 m de longitud para pasar de la sección rectangular de 2.40 x 1.80 a la trapecial ya indicada anteriormente del canal Lambras. La cota de fondo al final de la transición es de 3633.69.

Regresando otra vez al inicio del partidor y siguiendo ahora en el sentido del eje del canal Chiara-Chuntaca, se tiene primero la pantalla de 0.85 m de alto y 1.85 de largo que sirve como vertedero con cota de cresta en 3636.43. Este vertedero es curvo con ancho de cresta entre 0.20 m y 1.10 m.

La cota del piso inmediatamente aguas abajo del vertedero es 3635.58. Luego se tiene un canal en curva con ángulo de 90° y radio de 10.0 metros de la estructura para enlazar al eje del canal de riego.

Aguas abajo de la curva se ha previsto un aforador Parshall que permita medir los caudales que se derivan para el Canal Chuntaca habiéndose tenido en cuenta su funcionamiento hasta el empalme con el inicio del Canal Chuntaca para efectos del diseño hidráulico del partidor.

En una primera fase de desarrollo, hasta que no se defina el proyecto definitivo del Canal Chuntaca, solo se ha previsto el proyecto del partidor hasta el final de la curva no siendo necesario tampoco la compuerta del Canal Lambras dentro de esta primera fase.

En los Planos DE-455 y DE-456 adjuntos en el anexo (apéndice E) se presenta la vista en planta y perfil longitudinal respectivamente de esta estructura partidora.

3.2.1.3. Capacidad hidráulica del partidor existente

El partidor lo que hará es dividir el caudal de diseño de 7 m³/s que fluye por el túnel, para alimentar prioritariamente con un gasto de 2.0 a 2.6 m³/s al canal de la central hidroeléctrica de Lambras y con un gasto de 5.0 m³/s como máximo al canal Chiara-Chuntaca que sirve a la zona de riego.

3.2.1.4. Predimensionamiento de la ventana del partidor

En el partidor de la aplicación práctica, el predimensionamiento del partidor de caudales depende de la característica del vertedero, pues este posee un vertedero de cresta con espesor de pared semiancha y variable.

Según la expresión $Q = C(L - 0.2H)H^{3/2}$ se puede obtenerse las dimensiones del vertedero del partidor. Donde Q es el caudal vertido, C es el coeficiente de descarga, L es la longitud de la cresta del vertedero y H es la altura medida por encima de la cresta.

Teniendo los valores de $Q = 5\text{m}^3/\text{s}$, $C = 2$ (para vertederos de cresta ancha) y $H = 1.12\text{m}$ (altura de agua superior a la cresta producida por remanso) lograremos despejar el valor de la longitud de la cresta, el cual será $L = 2.34\text{m}$, ver fig. 3.14.

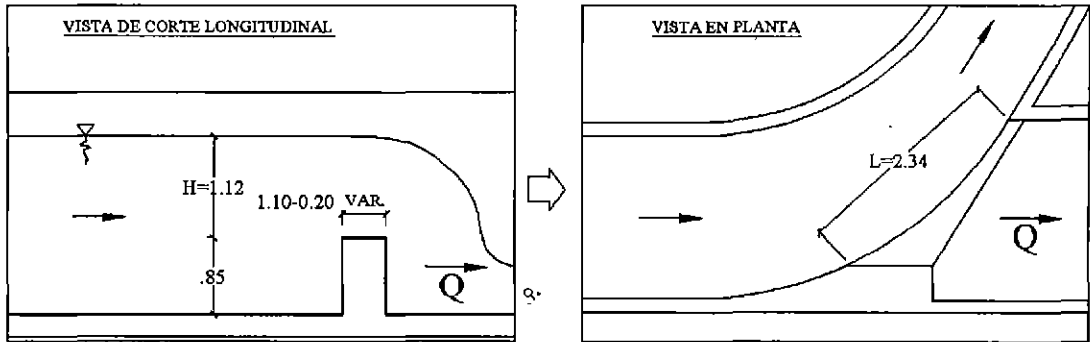


Figura 3.14: Dimensionamiento de la longitud de la cresta

3.2.1.5. Funcionamiento del partidor para un caudal de llegada variable

Para un caudal de llegada de $7\text{ m}^3/\text{s}$ se repartirá con un gasto de 2.0 a $2.6\text{ m}^3/\text{s}$ al canal de Lambras (controlada por una compuerta) y con un gasto de $5.0\text{ m}^3/\text{s}$ como máximo al canal Chiara-Chuntaca (determinada por el vertedero), Lo que sería el funcionamiento del partidor en su máxima capacidad. Pero si varía el caudal de llegada y también se varía el nivel de la compuerta se tendrá distintas distribuciones de caudales. Las distribuciones de caudales se ven en los siguientes cuadros.

Cuando la compuerta controla un caudal de $Q_{Lam} = 2.00\text{m}^3/\text{seg}$. hacia el canal Lambras se tiene

Q_{Lleg}	Q_{Lam}	Q_{Reb}	Q_{Chi}	H_{vert}	y_{Tot}
2.00	2.00	0.00	0.00	0.00	0.85
3.00	2.00	0.00	1.00	0.36	1.21
4.00	2.00	0.00	2.00	0.58	1.43
5.00	2.00	0.00	3.00	0.77	1.62
6.00	2.00	0.00	4.00	0.94	1.79
7.00	2.00	0.00	5.00	1.12	1.97

Cuando la compuerta controla un caudal de $Q_{Lam} = 2.60m^3/seg.$ hacia el canal Lambras se tiene

Q_{Lleg}	Q_{Lam}	Q_{Reb}	Q_{Chi}	H_{vert}	y_{Tot}
2.60	2.60	0.00	0.00	0.00	0.85
3.00	2.60	0.00	0.40	0.36	1.21
4.00	2.60	0.00	1.40	0.58	1.43
5.00	2.60	0.00	2.40	0.77	1.62
6.00	2.60	0.00	3.40	0.94	1.79
7.00	2.60	0.00	4.40	1.12	1.97

Cuando la compuerta controla un caudal de $Q_{Lam} = 0.00m^3/seg.$ (compuerta cerrada) hacia el canal Lambras se tiene

Q_{Lleg}	Q_{Lam}	Q_{Reb}	Q_{Chi}	H_{vert}	y_{Tot}
2.00	0.00	0.00	2.00	0.58	1.43
3.00	0.00	0.00	3.00	0.77	1.62
4.00	0.00	0.00	4.00	0.94	1.79
5.00	0.00	0.00	5.00	1.12	1.97
6.00	0.00	0.00	6.00	1.26	2.11
7.00	0.00	1.00	6.00	1.26	2.11

Donde Q_{Lleg} es el caudal de llegada, el que se dividirá o repartirá, Q_{Chi} es el caudal repartido hacia el canal Chiara-Chuntaca, Q_{Reb} es el caudal de rebose que terminará en el canal de Lambras, Q_{Lam} es el caudal regulado por la compuerta para el canal de Lambras, H_{vert} es la altura del agua sobre la cresta del vertedero del partidor para el canal de Chiara-Chuntaca y y_{Tot} es la altura total del agua en el partidor.

3.2.2. Pre-proceso: Modelamiento y configuración del partidador

3.2.2.1. Programa usado en el modelamiento

El modelamiento se realizó con el programa comercial Flow-3D de la empresa Flow Science - USA. Pues resuelve numéricamente las ecuaciones que gobiernan el fluido utilizando aproximaciones en diferencias finitas y emplea la técnica *VOF* para el seguimiento de la superficie libre.

3.2.2.2. Construcción de la geometría

El proceso de diseño hidráulico requiere una interacción constante con el diseño estructural, por ello es necesario utilizar una herramienta de uso común a ambas disciplinas que permitan una rápida y eficiente comunicación. El uso de la herramienta *AUTOCAD* se ha extendido ampliamente en el diseño de las obras civiles, y es mediante esta herramienta que se realizó el modelado en tres dimensiones de la geometría teniendo en cuenta las características descritas en el plano DE-455 del partidador de caudales existente. El formato de intercambio utilizado es un archivo cuya extensión es: ".stl" creado por el programa *AUTOCAD*. Se dividió la geometría en varios bloques, procurando que aquellos bloques susceptibles de ser modificados durante el diseño, puedan ser reemplazados completamente para simplificar este proceso.

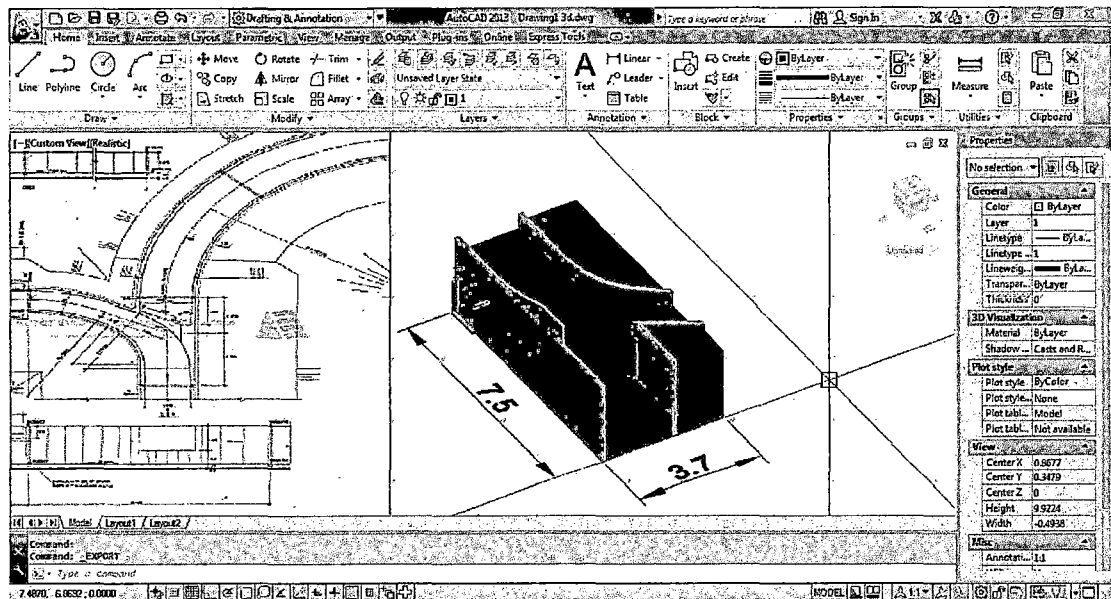


Figura 3.15: Geometría del partidor de caudales - AUTOCAD

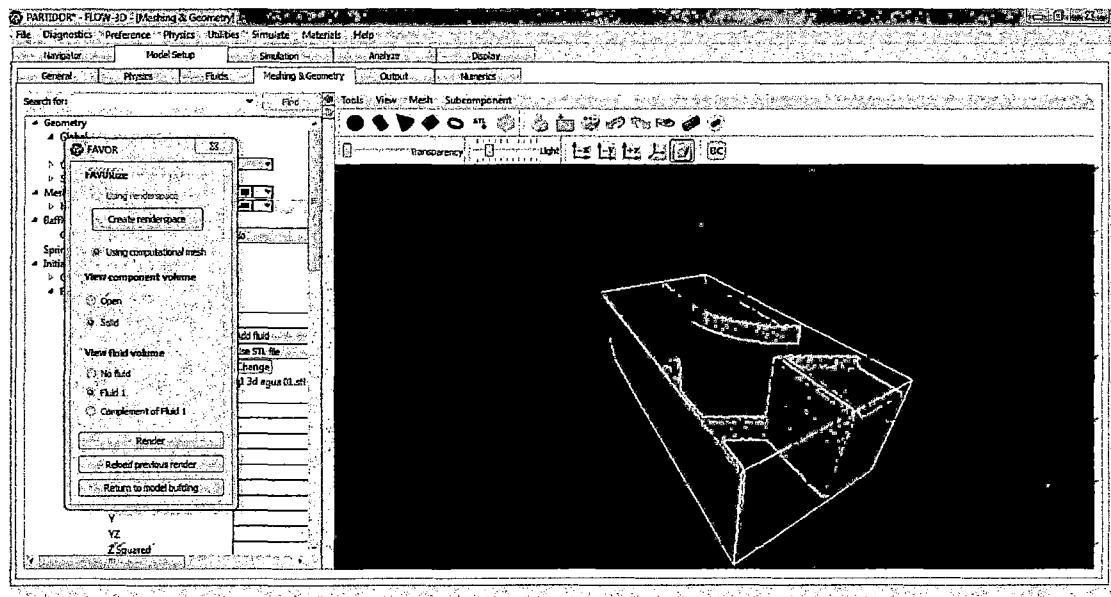


Figura 3.16: Geometría del partidor de caudales - FLOW3D

3.2.2.3. Discretización o mallado

Para modelar la geometría del repartidor de caudal se optó por un mallado uniforme con celdas de 0,1 m de lado ortogonales y un tiempo de simulación de 15 segundos. Se dividió el dominio como se muestra en la Figura. Celdas en x:75; Celdas en y:37; Celdas en z: 24. Total:75x37x24=66600 celdas.

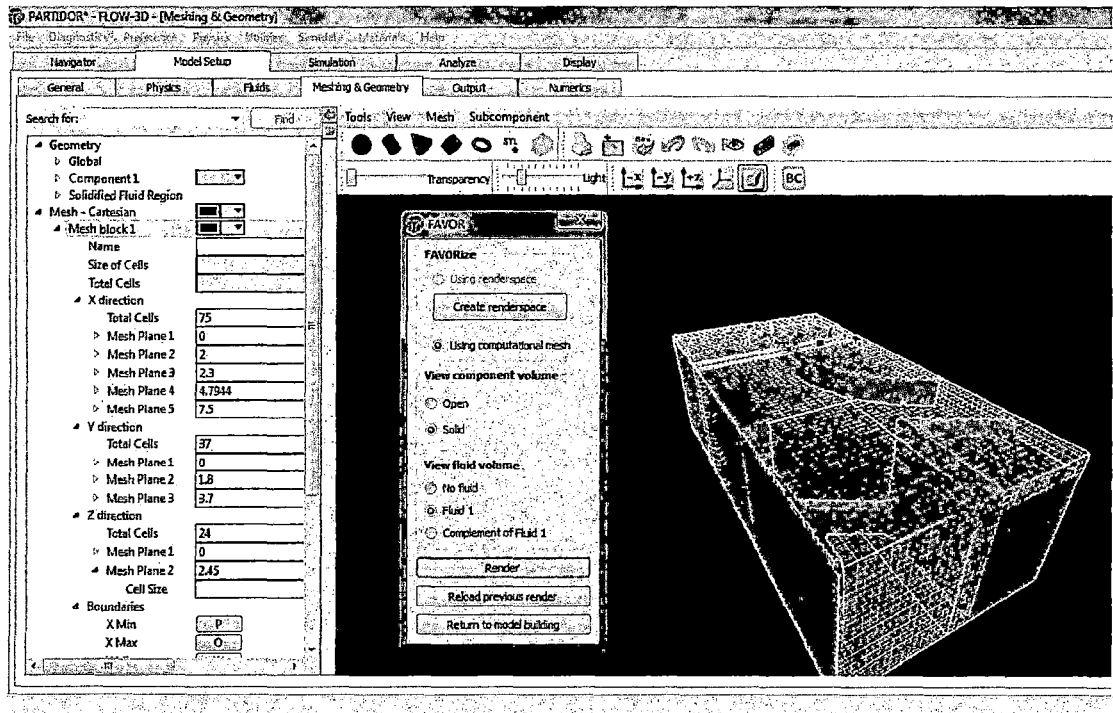


Figura 3.17: Mallado de 0.1x0.1x0.1m

3.2.2.4. Condiciones de borde o contorno

En los bordes de aguas arriba (ingreso de agua en eje X), aguas abajo (salida de agua en eje Y) y en la superficie libre la condición de borde es *altura de fluido constante* (*Specified pressure/fluid height*), en la cara de aguas abajo (salida de agua en el eje X) la condición es de *salida de flujo* (*outflow*), en la cara de la base y para el resto de las caras la condición es de *muro* (*wall*).

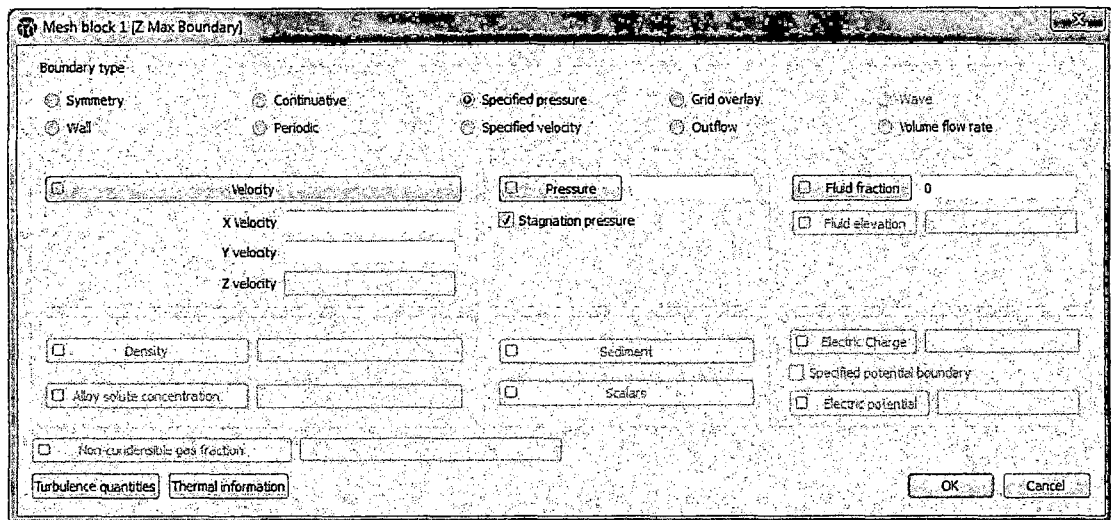


Figura 3.18: Cuadro de configuración de bordes

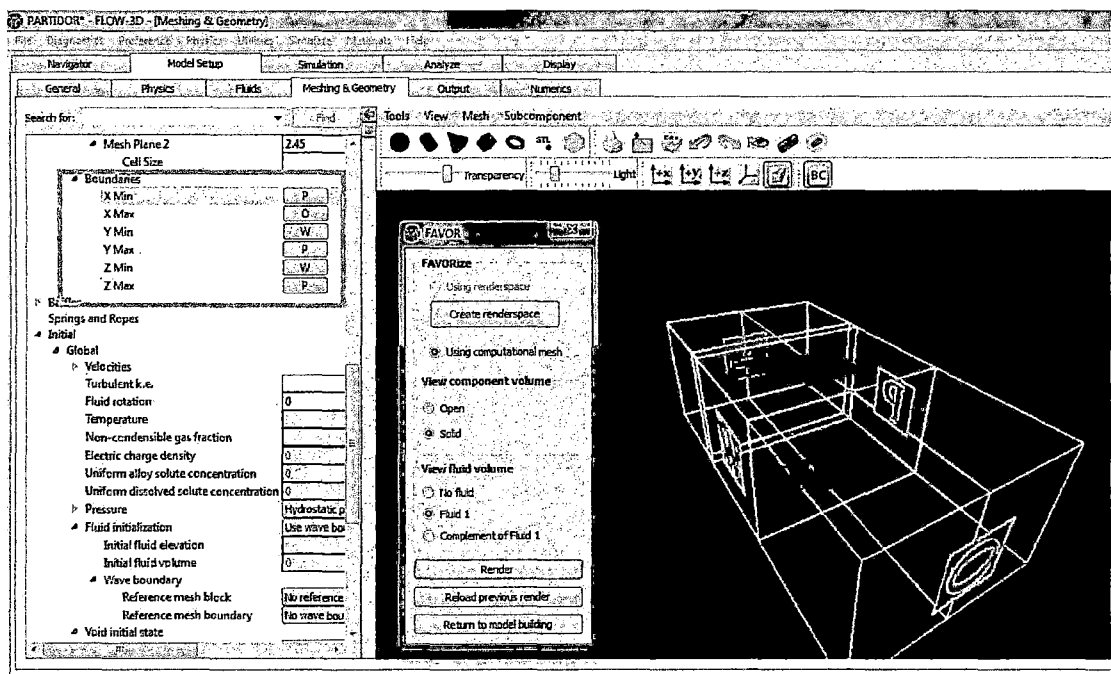


Figura 3.19: Configuración de los 6 bordes

3.2.2.5. Propiedades de los materiales utilizados

La densidad del agua que se consideró es el valor de 1000 kg/m^3 y la viscosidad dinámica del agua que se tomó es el valor de $0,001 \text{ kg/(m.s)}$ la que corresponde a una temperatura del agua de 20°C .

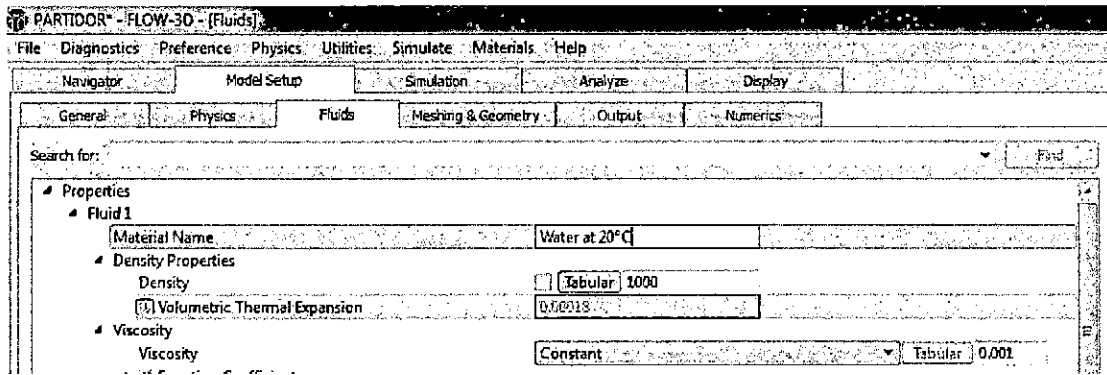


Figura 3.20: Configuración de la densidad y viscosidad dinámica para una temperatura del agua de 20°C

En la opción de turbulencia se eligió trabajar como fluido turbulento ya que según recomendación existe un modelo *RNG (Modelo de grupo re-normalizado)* que calcula dinámicamente la turbulencia.

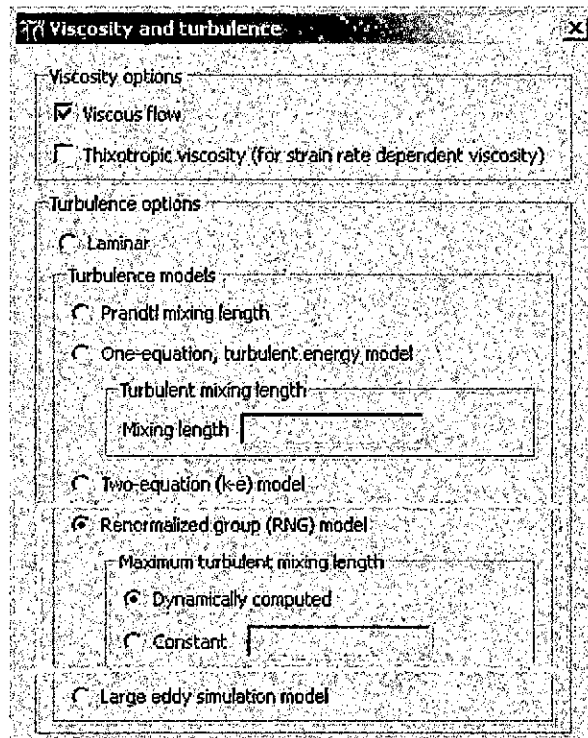


Figura 3.21: Configuración de viscosidad y turbulencia

3.2.2.6. Condiciones iniciales

La condición inicial del fluido muestra que el fluido mantendrá una altura constante donde la presión varía según la altura y también mantendrá una velocidad constante que tiende a ser nula debido al remanso, estas características se tendrán tanto en el ingreso del fluido aguas arriba (ingreso de agua en eje X) como en la salida por la curva izquierda (salida de agua en eje Y). El vertedero de la repartición también tiene una condición de altura inicial, pero que se ajustará según el paso del tiempo.

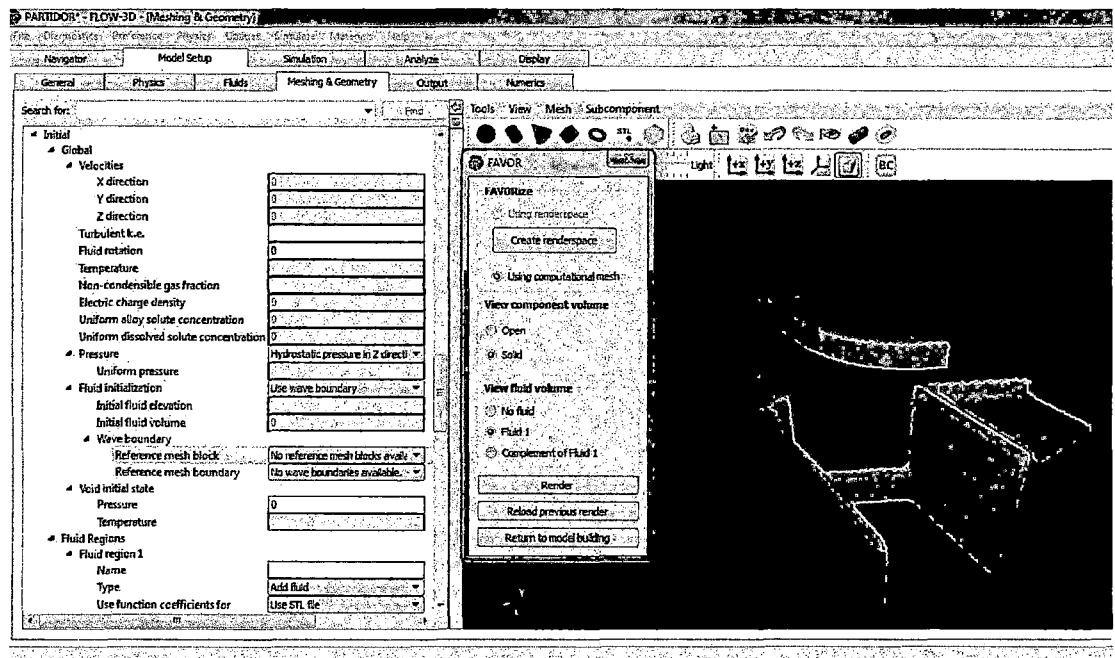


Figura 3.22: Condición inicial del fluido

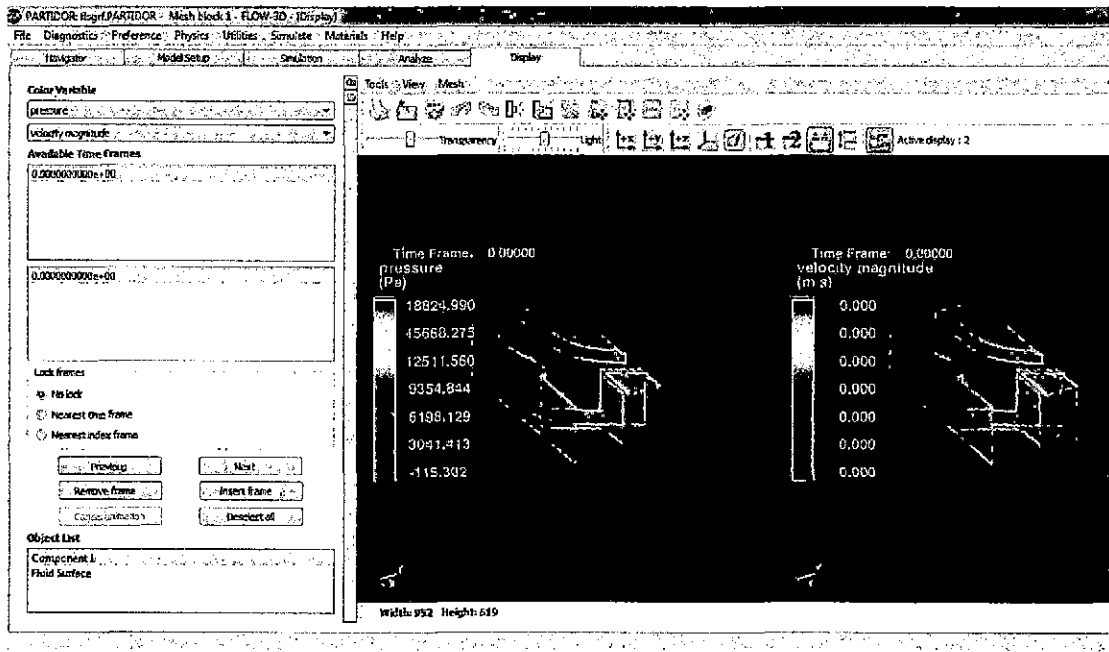


Figura 3.23: Condición inicial del presión y velocidad del fluido

En la opción de gravedad se eligió trabajar con una aceleración vertical de 9.81m/s^2 .

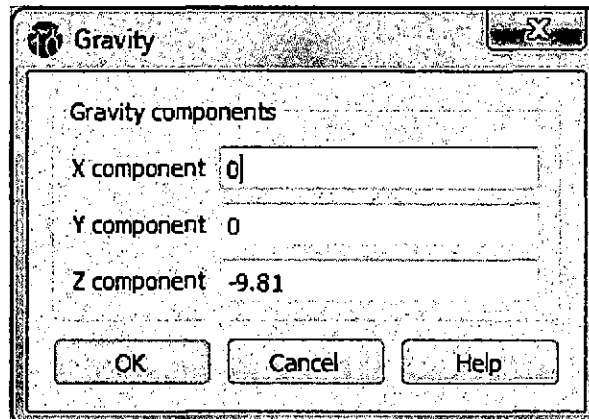


Figura 3.24: Configuración de la aceleración de la gravedad

3.2.3. Proceso: Procesamiento y determinación del comportamiento hidráulico

3.2.3.1. Simulación

El objetivo de la simulación es el análisis del pasaje del fluido, por lo tanto interesa más estudiar el estado del flujo donde sea permanente. Se descartará el tiempo de simulación del estado no permanente, que resulta de una condición inicial estática, para así poder alcanzar una condición de régimen permanente del escurrimiento. La longitud requerida por esta simulación y el tiempo de cálculo requerido por la computadora se indicará luego. Como referencia del tiempo de cálculo requerido se indican las principales características de la computadora utilizada en la modelación: Windows 7 64-bits, Procesador Intel® Core i5 (2 procesadores de 2.50 GHz) y 8 GB de memoria RAM.

Como criterio para detener la simulación durante la corrida, se sigue la evolución de la *energía cinética media* del flujo hasta que las *variaciones a lo largo del tiempo* comienzan a disminuir. Alcanzada la estabilización de este parámetro se verifica que dicha estabilización también se refleje en el flujo que atraviesa el dominio.

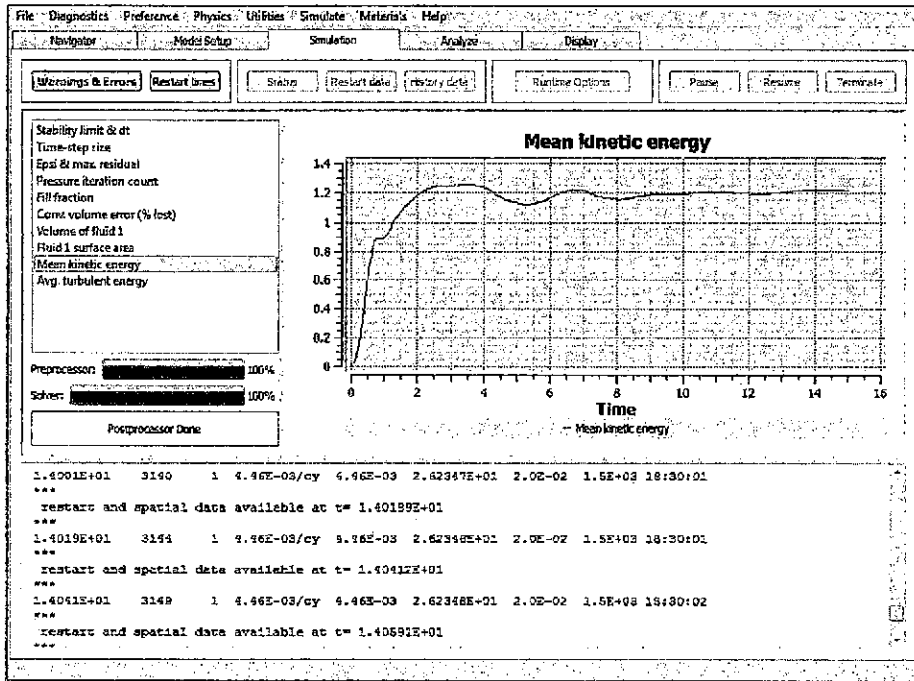


Figura 3.25: Evolución de la energía cinética media

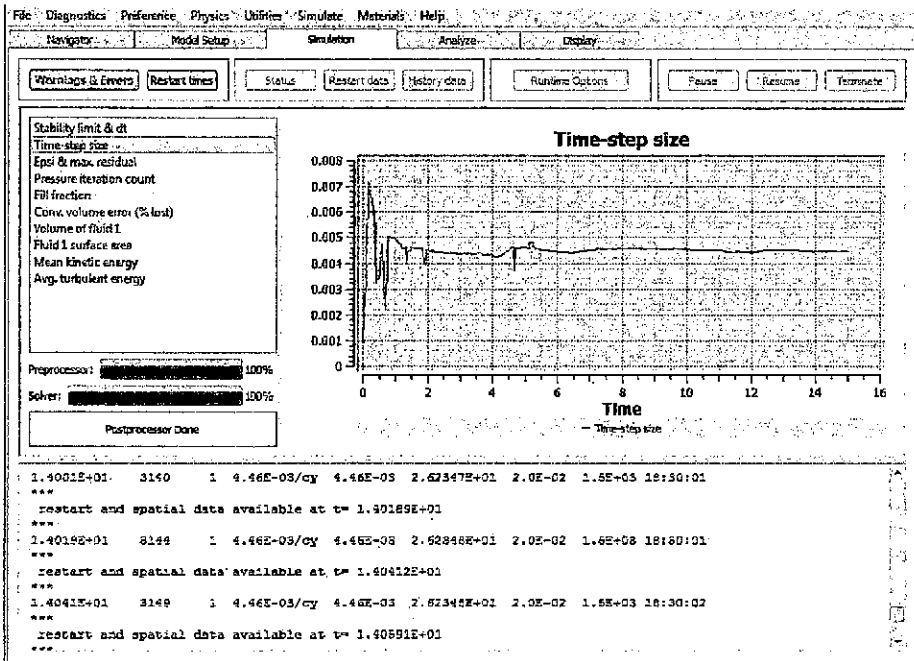


Figura 3.26: Disminución de la variación del tiempo

3.2.4. Post-proceso: Análisis e Interpretación de los resultados

3.2.4.1. Extensión de los resultados

A modo ilustrativo se presenta a continuación el resultado de la modelación numérica, donde se observan dos parámetros, los cuales son el campo de velocidades y presiones para toda la masa de fluido escurriendo a través del tiempo.

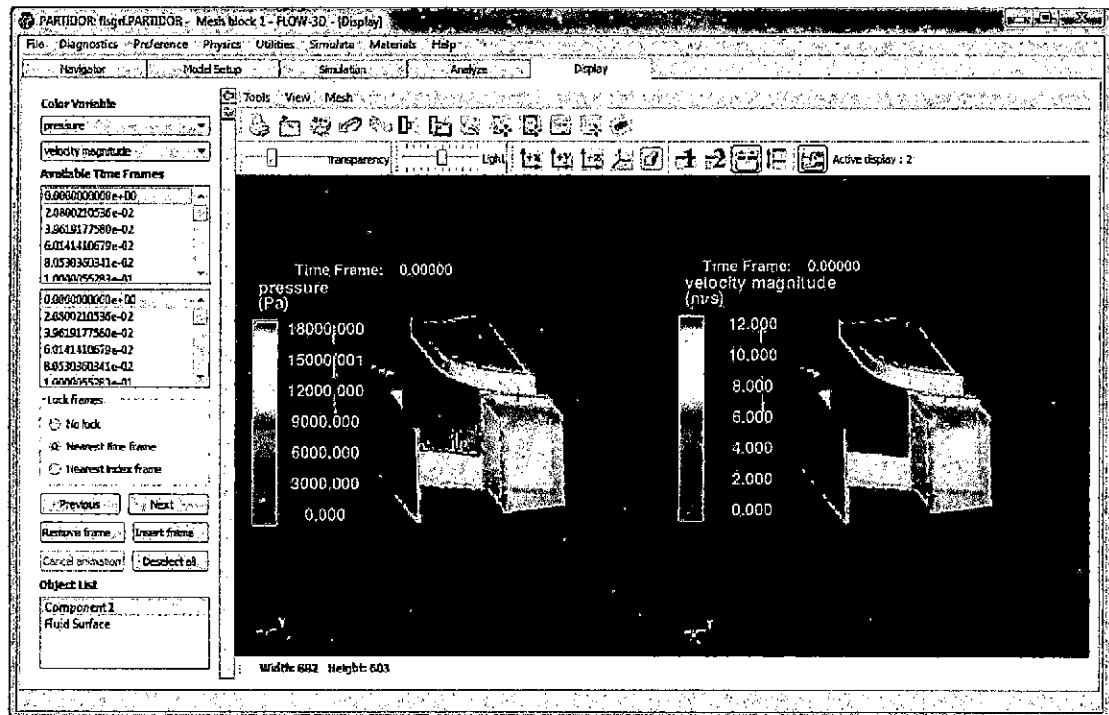


Figura 3.27: Salida de simulación en el tiempo = 0.0 seg. (velocidades y presiones)

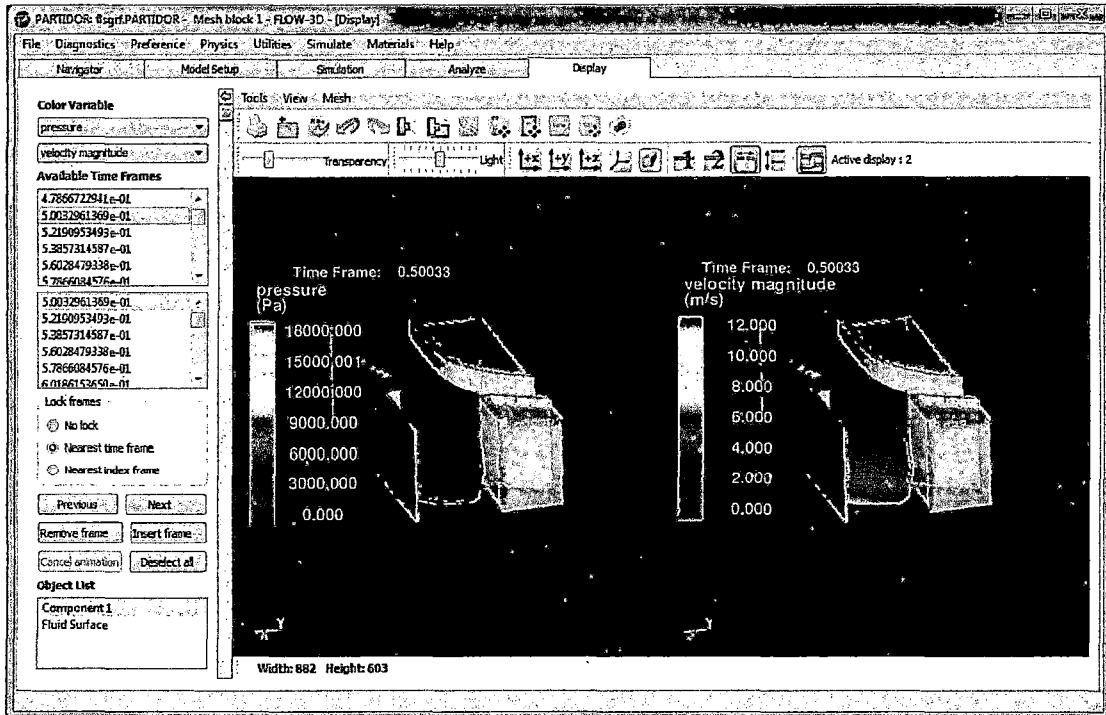


Figura 3.28: Salida de simulación en el tiempo = 0.5 seg. (velocidades y presiones)

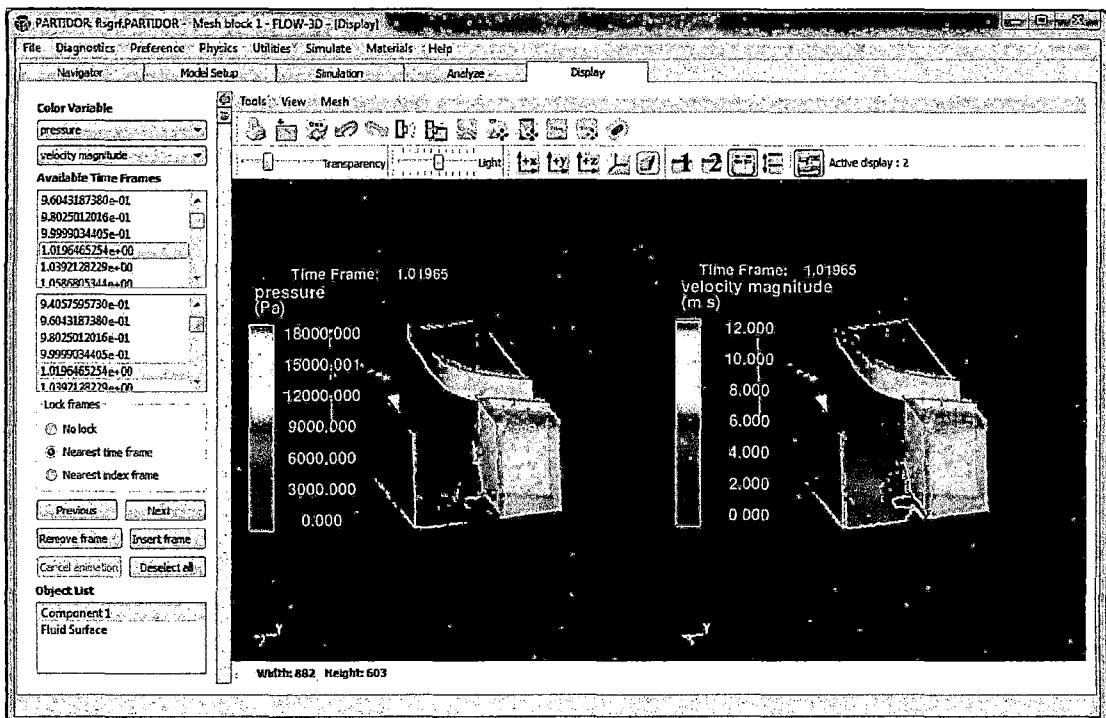


Figura 3.29: Salida de simulación en el tiempo = 1.0 seg. (velocidades y presiones)

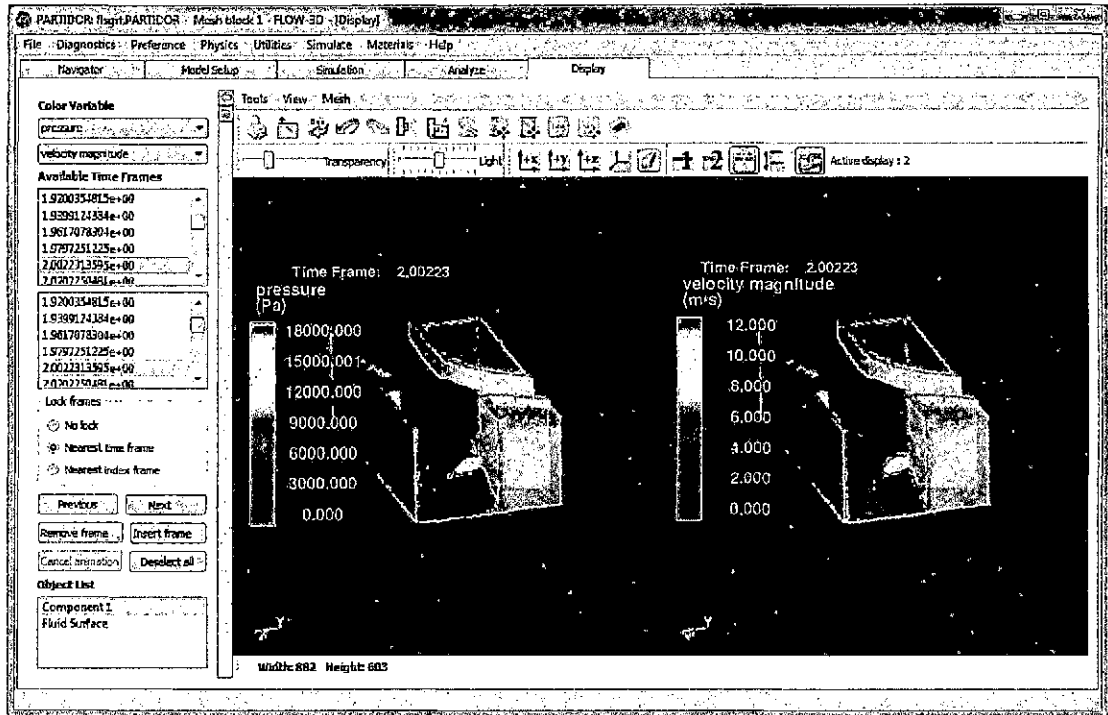


Figura 3.30: Salida de simulación en el tiempo = 2.0 seg. (velocidades y presiones)

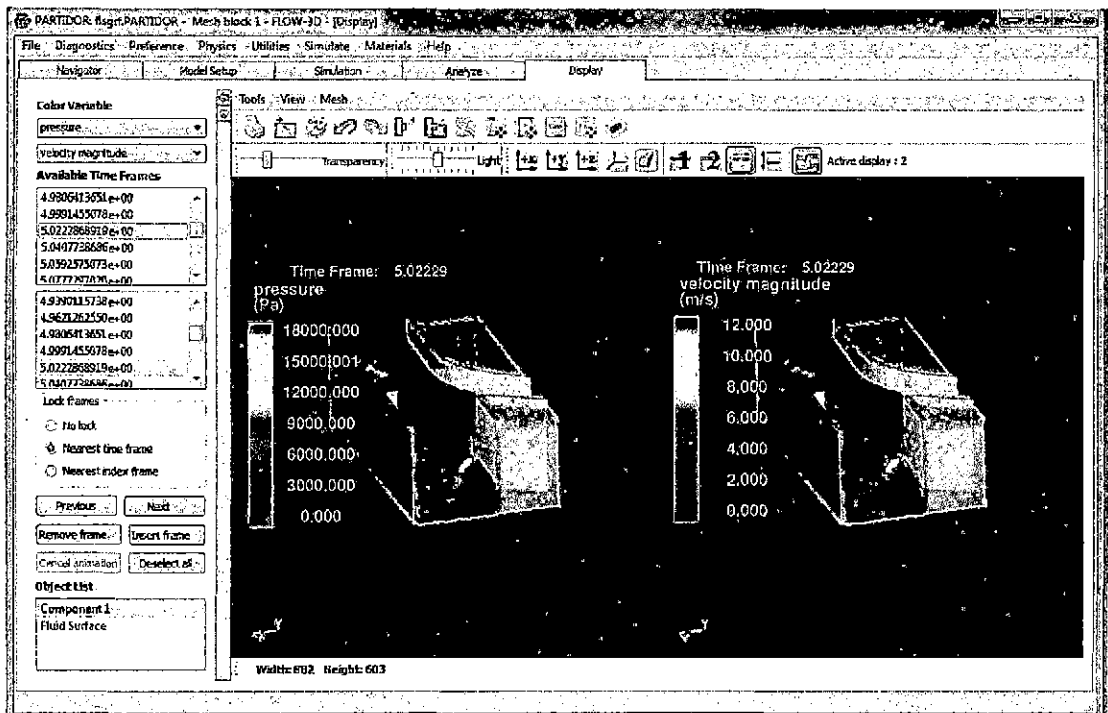


Figura 3.31: Salida de simulación en el tiempo = 5.0 seg. (velocidades y presiones)

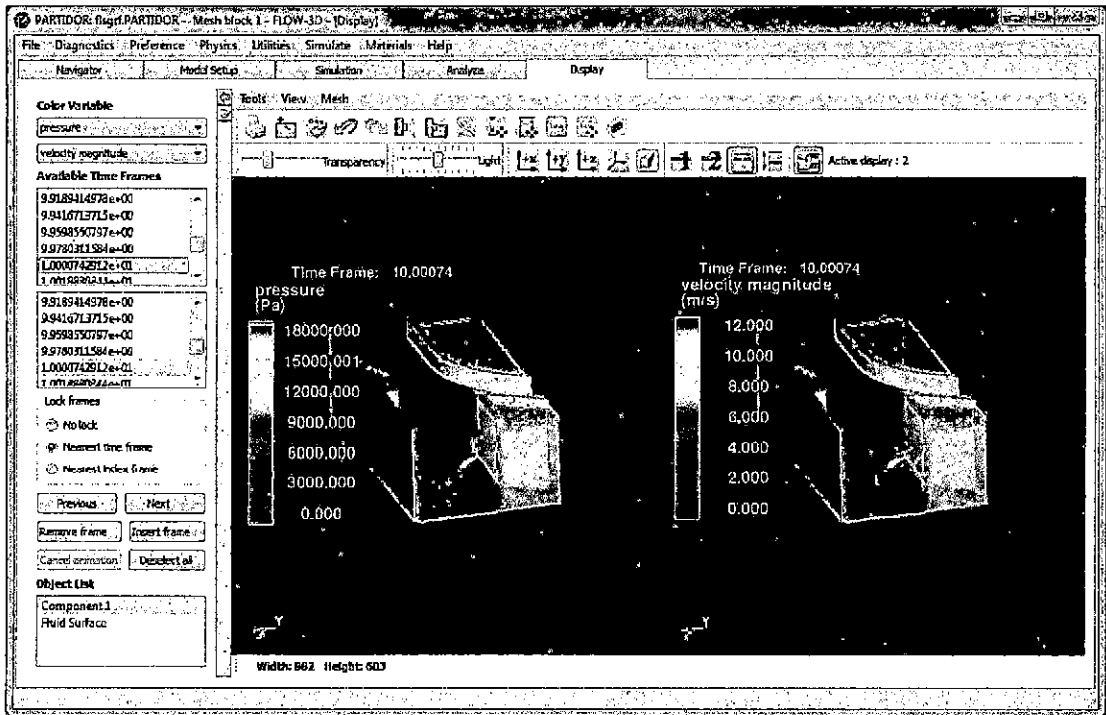


Figura 3.32: Salida de simulación en el tiempo = 10.0 seg. (velocidades y presiones)

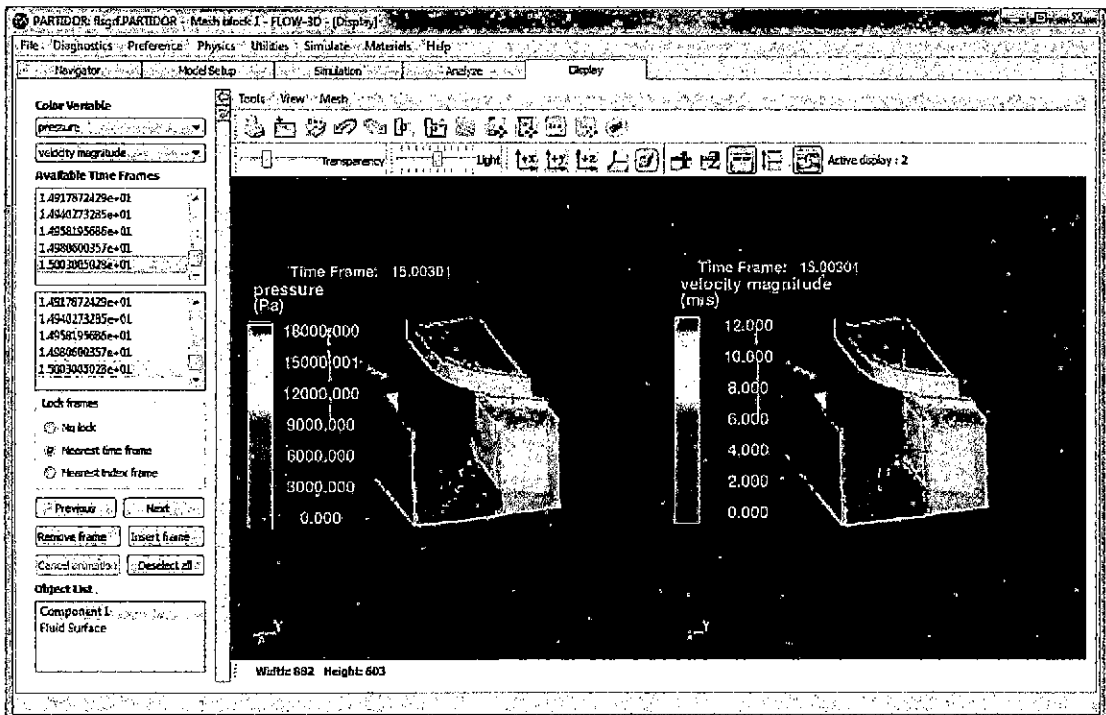


Figura 3.33: Salida de simulación en el tiempo = 15.0 seg. (velocidades y presiones)

3.2.4.2. Interpretación de los resultados

Aspectos a tener en cuenta

Para la interpretación de los resultados se tendrán en cuenta los siguientes aspectos:

- Ubicación de las secciones de interés.
- Observación del campo de presiones en las secciones de interés.
- Observación del campo de velocidades en las secciones de interés.
- Cálculo numérico del caudal repartido.
- Comparación cuantitativa del caudal repartido.

Ubicación de las secciones de interés

Debido a que el modelamiento realizado se refiere a un repartidor de caudales, el interés se encuentra en el volumen repartido por el vertedero de la estructura. Por ello se tendrá que hacer un corte o sección longitudinal y transversal a el canal que se encuentra después de la repartición.

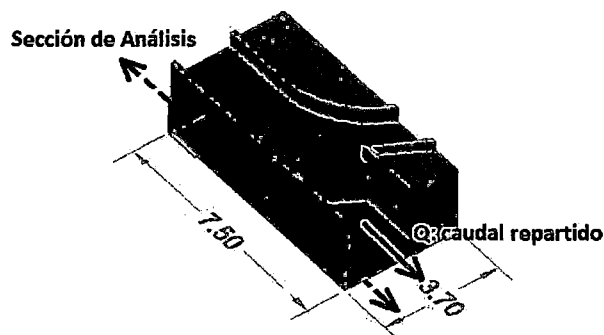


Figura 3.34: Ubicación de la sección longitudinal de interés en el plano $X - Z$

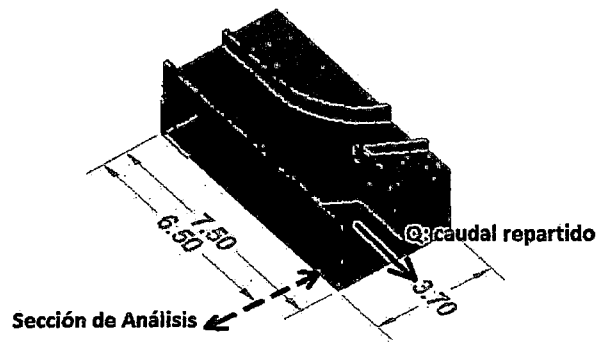


Figura 3.35: Ubicación de la sección transversal de interés en el plano $Y - Z$

Observación del campo de presiones en las secciones de interés

El resultado de las presiones obtenidas a partir del modelo matemático se observa, para cada celda del mallado en el tiempo 15 seg., en las siguientes imágenes.

La distribución longitudinal de presiones en el plano $X - Z$ para la ubicación $Y = 1.55m$ es la siguiente.

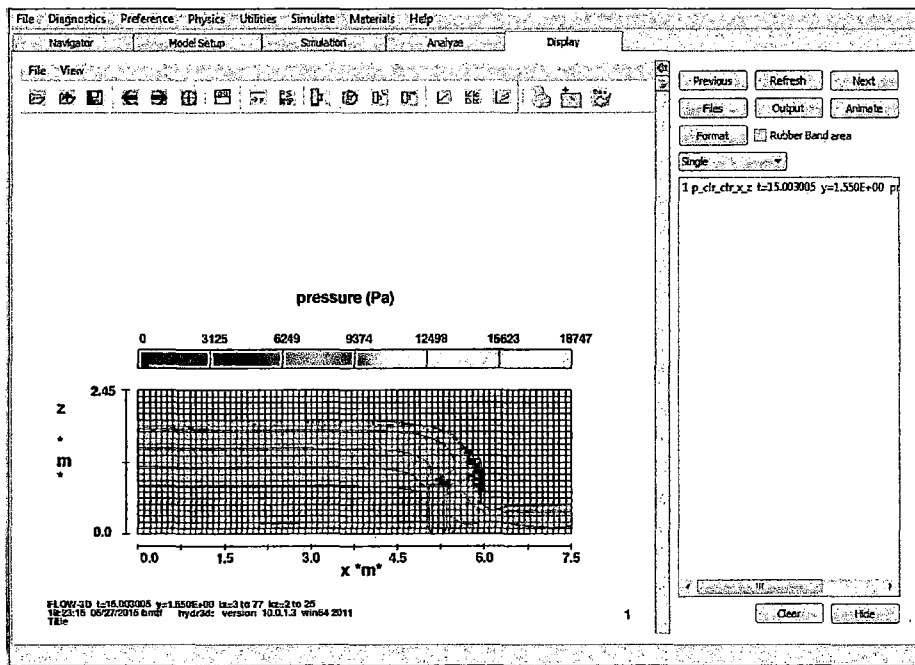


Figura 3.36: Distribución longitudinal de presiones en cada celda según color en el plano $X - Z$; tiempo = 15 seg.

La distribución transversal de presiones en el plano $Y - Z$ para la ubicación $X = 6.50m$ es la siguiente.

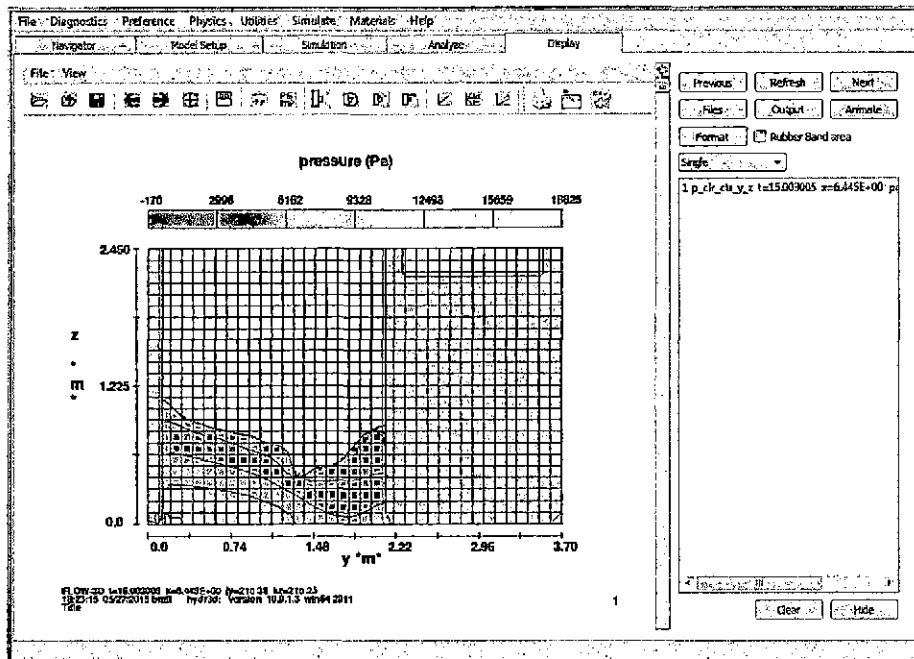


Figura 3.37: Distribución transversal de presiones en cada celda según color en el plano $Y - Z$; tiempo = 15 seg.

Observación del campo de velocidad en las secciones de interés

El resultado de las velocidades obtenidas en la dirección del eje x obtenida a partir del modelo matemático se observa, para cada celda del mallado en el tiempo 15 seg., en las siguientes imágenes.

La distribución longitudinal de las velocidades en la dirección del eje x en el plano $X - Z$ para la ubicación $Y = 1.55m$ es la siguiente.

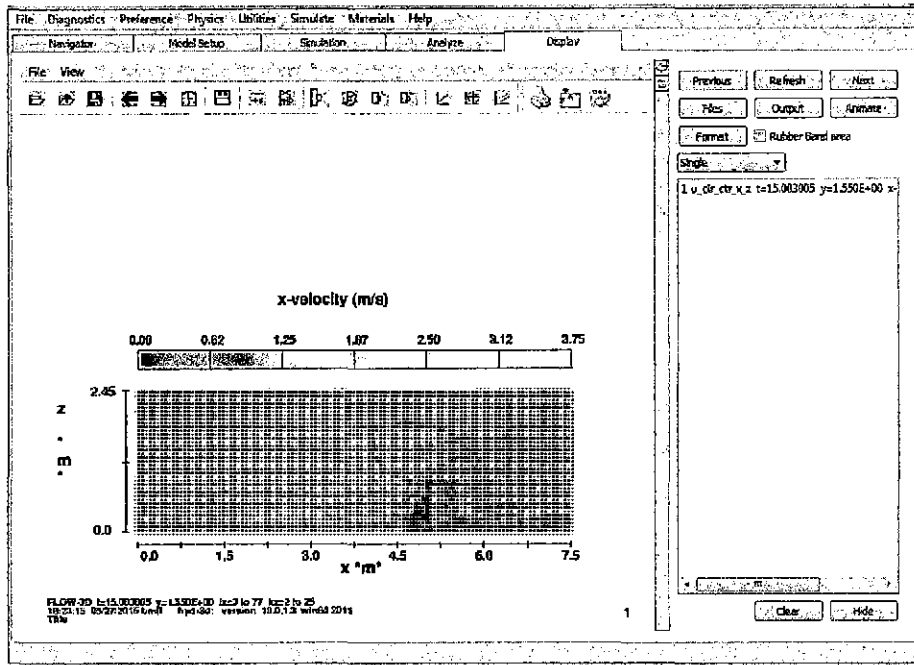


Figura 3.38: Distribución longitudinal de las velocidades en la dirección del eje x en cada celda según color en el plano $X - Z$; tiempo = 15 seg.

La distribución transversal de las velocidades en la dirección del eje x en el plano $Y - Z$ para la ubicación $X = 6.50m$ es la siguiente.

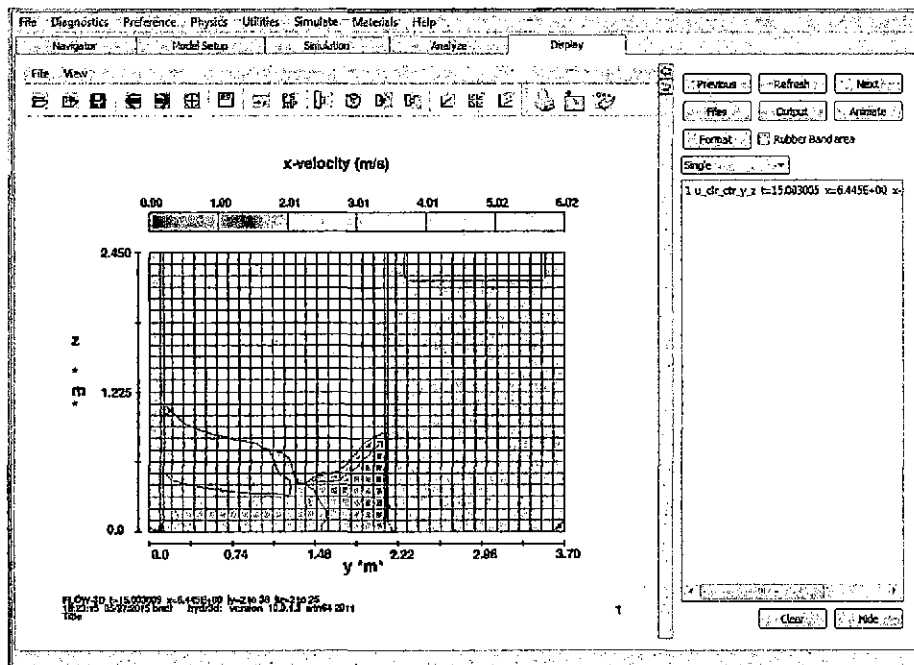


Figura 3.39: Distribución transversal de las velocidades en la dirección del eje x en cada celda según color en el plano $Y - Z$; tiempo = 15 seg.

Cálculo numérico del caudal repartido

Una vez obtenido el resultado de velocidades (m/s) en cada nudo de malla de 0.1m x 0.1m ya se puede calcular el flujo de agua en cada malla y luego el flujo en toda la sección de muestra según la fig. 3.39. La siguiente imagen muestra textualmente la distribución transversal de velocidades en la dirección del eje x en cada nudo según coordenadas del plano $Y - Z$ de la ubicación $X = 6.50m$ para el tiempo = 15 seg.

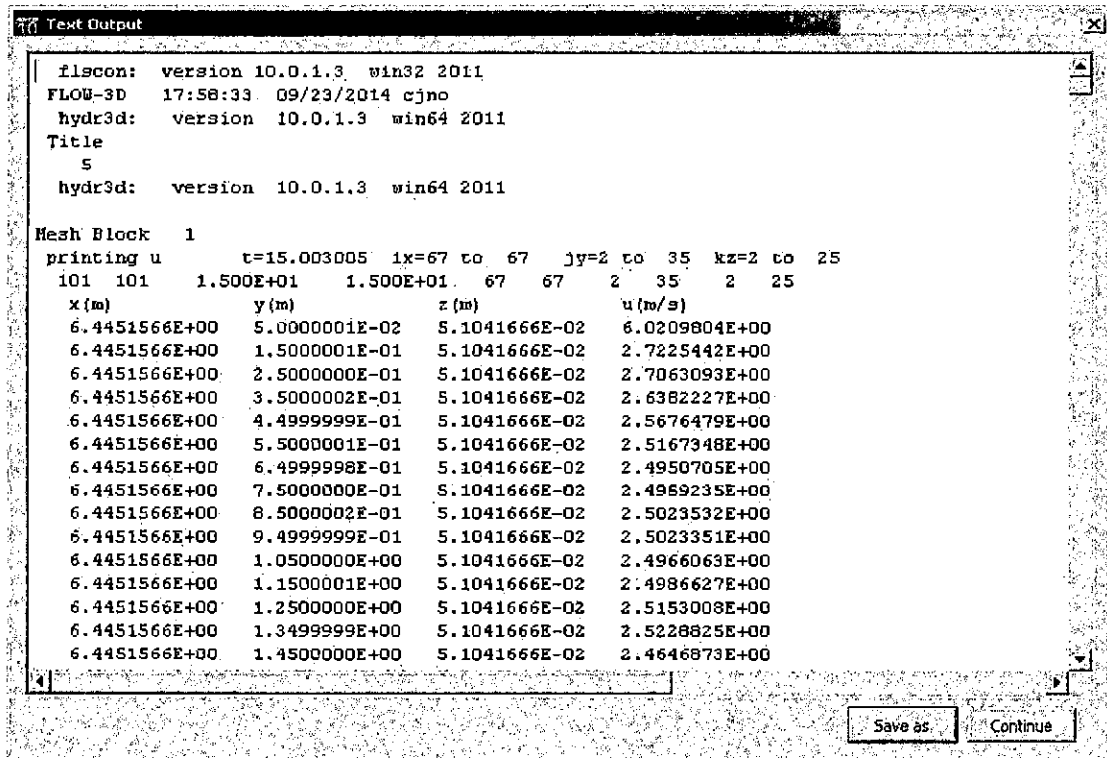


Figura 3.40: Distribución de velocidades en cada nudo según coordenadas; tiempo = 15 seg.

La expresión para calcular el caudal a partir de la distribución de velocidades según la imagen 3.40 es la siguiente:

$$Q = \sum_{i=0, j=0}^{i=m, j=n} V_{ij} A_{ij} \quad (3.1)$$

Luego de realizar el cálculo y la sumatoria según la ec. 3.1 se tiene:

$$Q = 5.09m^3/s$$

Este valor de Q viene a ser el caudal repartido por el partidor de caudales según el modelamiento realizado.

Comparación cuantitativa del caudal repartido

Los datos necesarios para la comparación se tienen a continuación:

- Caudal según modelamiento en *Flow-3D*: $Q = 5.09m^3/s$.
- Caudal según las características de la estructura hidráulica existente: $Q = 5.00m^3/s$.

Se observa que los datos del caudal repartido obtenido de la modelización numérica y el caudal repartido que está indicado en las características de diseño tiene una diferencia menor al 1.8 %, lo cual hace confiable la modelización realizada en el programa.

3.3. Desempeño del Partidor

Como se ve, la comparación conjunta de una misma geometría de un modelo físico existente y un modelo matemático resultaron muy satisfactorias no sólo desde el punto de vista cualitativo, que puede verse en el comportamiento del flujo, sino también desde el punto de vista cuantitativo, ya que pudo verificarse una muy buena correlación en la altura de los perfiles de la superficie libre y en los campos de velocidades en las secciones.

Cabe destacar la similitud no sólo en el comportamiento general del escurrimiento sino también en singularidades tales como el choque del flujo con las paredes del partidor de caudales.

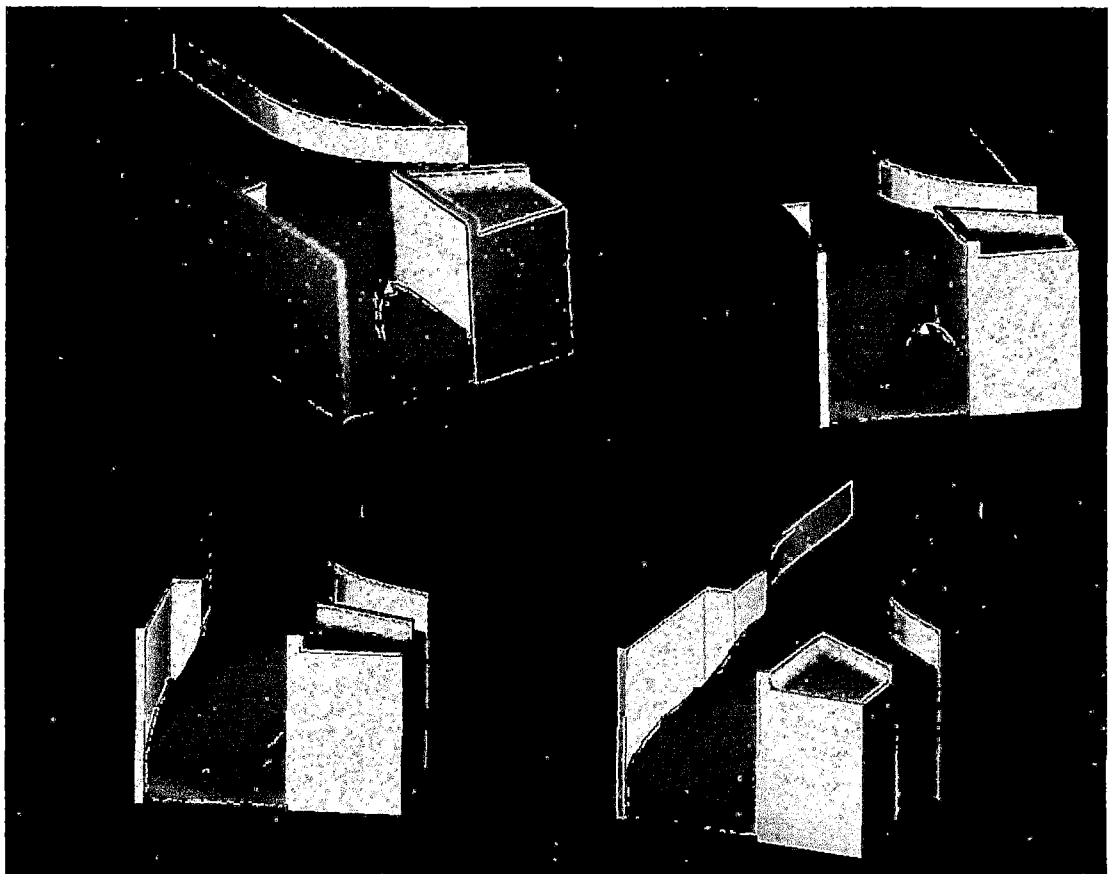


Figura 3.41: Funcionamiento del partidor según modelamiento

Como detalle, basado en el *Volumen de Fluido (VOF)* que en *Dinámica de Fluidos Computacional (CFD)* es una técnica de modelado de superficie libre que cuenta con información para todo el dominio de cálculo. Además permiten observar y analizar diferentes variables del flujo como la velocidad, la presión, la turbulencia, la vorticidad entre otras.

Capítulo 4

Conclusiones, Recomendaciones e Investigaciones Futuras

4.1. Conclusiones

En la presente tesis, para ampliar el estudio el comportamiento hidráulico de los partidores de caudales en canales se ha usado un modelo numérico tridimensional en la simulación del comportamiento hidráulico. Para ser mas específico se usó un modelo numérico basado en *Volumen de Fluido (VOF, por sus siglas en ingles)* que en *Dinámica de Fluidos Computacional (CFD, por sus siglas en ingles)* es una técnica de modelado de superficie libre, es decir, una técnica numérica para el seguimiento y la localización de la superficie libre (o de la interfaz fluido-fluido).

Para determinar las condiciones de borde del partidor, se requiere de las características geométricas (el modelo de la estructura y sus dimensiones).

Si se quiere obtener las condiciones hidráulicas iniciales del partidor, se requiere de los caudales involucrados en la partición y las propiedades del fluido.

Para determinar los parámetros hidráulicos resultantes del comportamiento hidráulico, se tiene que plantear y emplear del modelamiento numérico de simulación.

Si se quiere proponer mejoras para un desempeño eficiente de la estructura hidráulica, se requiere analizar e interpretar los resultados del comportamiento hidráulico.

Antiguamente los modelamientos como el de la presente tesis demandaban mucho tiempo con los procesadores de ese entonces pues generar manualmente la geometría de mallas era muy complicado. Actualmente el aumento de la velocidad de cómputo y los programas con capacidad de generación automática de mallas, sumado a los avances en conocimientos de hidráulica, hacen que la modelación numérica sea eficiente y competitiva contra otros métodos, como los modelos físicos a escala. Pues la modelación numérica es sin duda una herramienta potente que combinada con un adecuado criterio ingenieril ofrece la capacidad de realizar estudios, diseños e investigaciones hidráulicas eficientes.

En el caso que se presente depósito de sedimentos en la estructura hidráulica producto de la erosión o cualquier eventualidad, se podría incluir esta condición en la simulación o para evitar este proceso también se puede instalar estructuras como desarenadores antes del partidor de caudales lo cual evitará en lo posible el depósito de sedimentos en la estructura hidráulica.

En la aplicación práctica se observa una diferencia mínima entre el caudal repartido obtenido de la modelización numérica y el caudal repartido que está indicado en las características de diseño existente, lo cual hace confiable la modelización numérica realizada en el presente trabajo.

4.2. Recomendaciones

Se debe conocer las aplicaciones y limitaciones de un modelo, pues así se puede obtener las ventajas en su utilización.

Podría proponerse modificaciones o soluciones en estructuras hidráulicas luego de ser estudiados y analizados mediante modelos numéricos o modelos físicos. Todo ello para un mejor desempeño de la estructura hidráulica.

En la realización de los estudios en estructuras hidráulicas se deben priorizar el empleo de modelos numéricos, ya que existen en el mercado programas especialmente concebidos para tal propósito. Los cálculos efectuados analíticamente con fórmulas simplificadas deberían ser menos prioritarios.

En la elección entre modelos uni, bi o tridimensionales deben depender de la precisión de los datos requeridos, el tipo de fenómeno hidráulico en estudio y la información disponible. Los modelos tridimensionales están en: la simulación de flujo, transporte de sedimentos, cambios morfológicos de lecho, etc.

Las corrientes secundarias redistribuyen el campo de velocidades máximas y los esfuerzos de corte, modificando los procesos de erosión y transporte de sedimentos de lecho, por ende tendrán que implementarse modelos para la simulación del flujo tridimensional que se genere para este caso.

4.3. Investigaciones futuras

En la presente investigación solamente se analiza el fenómeno de transporte de fluidos en partidores de caudales teniendo en cuenta un flujo permanente, fluido con características homogéneas y repartición doble, en las investigaciones futuras se puede incorporar flujos no permanentes con transporte de sedimentos y estructuras de repartición múltiples, como también se puede analizar el flujo en distintas estructuras hidráulicas como presas, bocatomas, desarenadores, rápidas, sifones, aliviaderos, etc.

Bibliografía

- [ANA, 2010] ANA (2010). *Criterios de Diseño de Obras Hidráulicas para la Formulación de Proyectos Hidráulicos Multisectoriales y de Afianzamiento Hídrico*. Dirección de Estudios de Proyectos Hidráulicos Multisectoriales - Lima.
- [Blazek, 2001] Blazek, J. (2001). *Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications*. Elsevier Science Ltd. 2001.
- [Chow, 1982] Chow, V. T. (1982). *Hidráulica de Canales Abiertos*. McGRAW-HILL.
- [CORFA, 1984] CORFA (1984). *Proyecto Integral Rio Cachi Estudio Definitivo Obras 1ra. Fase Nivel de Licitación*. Corporación de Fomento y Desarrollo Económico Social de Ayacucho Corfa - Ayacucho.
- [Duff, 1999] Duff, E. S. (1999). *Fluid flow aspects of solidification modeling: simulation of low pressure die-casting*. Ph.D. Thesis. The University of Queensland.
- [Enríquez, 2009] Enríquez, J. O. (2009). *Simulación Numérica Tridimensional del Comportamiento Hidráulico del Embalse Limon - Proyecto Olmos*. Universidad de Piura - Tesis de Título - Piura.
- [Hirt and Nichols, 1981] Hirt, C. W. and Nichols, B. D. (1981). *Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries*. Journal of Computational Physics 39, 201-225 (1981).
- [Javier, 1999] Javier, D. S. F. (1999). *Hidráulica*. Edit. Universitaria.
- [Kraatz, 1975] Kraatz, D. (1975). *Small Hydraulic Structures*. Food and Agriculture Organization of the United Nations -Rome.

- [Leonardo S. Nanía, 2010] Leonardo S. Nanía, J. D. A., Y. A. C. E. B. M. G. (2010). *Estudio Experimental y Numérico 3D del Flujo Supercrítico en un Cruce de Calles*. XXIV Congreso Latinoamericano de Hidráulica Punta del Este - Uruguay.
- [M. Poiree, 1977] M. Poiree, C. O. (1977). *El regadío: Redes, teoría, técnica y economía de los riegos - 4° Ed.* Eirrolles, Editeur - Paris.
- [N. Christakis, 2002] N. Christakis, M. K. Patel, M. C. (2002). *A new unstructured algorithm based on the Volume of Fluid method for tracking material interfaces in a finite-volume framework*. Third International Symposium on Finite Volumes for Complex Applications , Porquerolles, France.
- [Navarro, 1932] Navarro, J. L. G. (1932). *Hidraulica Aplicada*. Libreria Anticuaria Sanz- Madrid.
- [R. Babaei and Davami, 2005] R. Babaei, H. Esmaelian, N. V. and Davami, P. (2005). *Mathematical and Computational Modeling of Mold Filling and Heat Transfer in Metal Casting*. Iranian Journal of Science and Technology.
- [Science, 2007] Science, F. (2007). *FLOW-3D User Manual, V9.3*. Flow Science - U.S.A.

Apéndice A

Programa Flow-3D

A.1. Descripción del Programa Flow-3D

A.1.1. Introducción

Para estudiar la estructura 3D del flujo en condiciones tanto supercríticas como subcríticas, se usa el código comercial de volúmenes finitos no hidrostático FLOW-3D (Flow Science Inc., 2008) [Leonardo S. Nanía, 2010]. Este código se ha usado previamente para resolver el flujo alrededor de numerosas estructuras, incluyendo pilas de puente, tuberías submarinas, aliviaderos curvos, estaciones de aireación, entradas de túneles en presas. El código resuelve interfases fluido-fluido y fluido-aire con una malla rectangular y un enfoque de volumen de fluido (volume of fluids, VOF).

A.1.2. Código de programación de Flow-3D

El código resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes en 3D promediadas para flujo incompresible simultáneamente con la ecuación de continuidad de masa [Leonardo S. Nanía, 2010].

FLOW-3D resuelve numéricamente las ecuaciones descritas anteriormente utilizando aproximaciones en diferencias finitas (o volumen - finito) . La región de flujo

se subdivide en una malla de celdas rectangulares fijas.

Ambas ecuaciones están dadas por:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{1}{V_F} u_j A_{[j]} \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x_i} + G_i + f_i \quad (\text{A.1})$$

$$V_F \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \rho u_i A_{[i]} = 0.0 \quad (\text{A.2})$$

Donde $i, j = 1, 2, 3$ representan las componentes x, y, z del sistema de coordenadas cartesiano, respectivamente, V_F es el volumen fraccional abierto al flujo, ρ es la densidad del flujo, t es el tiempo, x_i son las coordenadas espaciales, u_i son las componentes de la velocidad, A_i son las áreas fraccionales abiertas al flujo, G_i son las aceleraciones gravitatorias y f_i son los términos viscosos. Junto con las ecuaciones de conservación de la masa y de la cantidad de movimiento, se necesita usar un cierre de turbulencia. El modelo de turbulencia RNG¹ se describe como:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{1}{V_F} u_j A_{[j]} \frac{\partial k}{\partial x_j} = P + Diff - \varepsilon \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{1}{V_F} u_j A_{[j]} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{C_{\varepsilon 1} \cdot \varepsilon}{k} + DDiff - C_{\varepsilon 2} \cdot \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (\text{A.4})$$

donde P es la producción de corte (shear production), $Diff$ y $DDiff$ son los términos de difusión, $C_{\varepsilon 1} = 1,42$ y $C_{\varepsilon 2}$ es la función de tasa de corte (shear rate, no constante, como en el caso del modelo $k - \varepsilon$ estándar. El modelo RNG descrito por las ecuaciones A.3 y A.4 se implementa de manera muy similar al cierre $k - \varepsilon$ estándar para las ecuaciones de energía cinética turbulenta y disipación de energía cinética turbulenta, respectivamente. Los modelos basados en RNG dependen menos de constantes empíricas en tanto que brindan un marco para la derivación de un rango de modelos de diferentes escalas².

¹Renormalization-Group

²Flow Science Inc., 2008

A.1.3. Análisis de los elementos finitos o mallas

Dado que hay una relación entre el tamaño de la malla y el tiempo de cálculo para alcanzar resultados hidráulicos, se realizará un análisis para elegir el tamaño de la malla. Esto quiere decir que si se necesitan resultados muy precisos, el tamaño de las celdas debe ser lo suficientemente pequeño como para resolver las variables hidráulicas más importantes.

Resolver las características tanto del flujo principal como turbulentas de manera adecuada requeriría usar celdas de cálculo muy pequeñas, lo cual consumiría una gran cantidad de tiempo de cálculo, principalmente debido al tamaño de las estructuras.

Debe notarse que cada caso debe ser simulado un número de pasos de tiempo suficiente para lograr la estacionariedad de variables hidráulicas tales como caudal a la salida y tirantes.

En el caso de flujos supercríticos los pasos de tiempo necesarios serán muy superiores de lo cabe esperar debido a la variabilidad en los caudales asociada a oscilaciones en los resaltos hidráulicos que se formarán aguas arriba y en la misma estructura hidráulica.

Apéndice B

Guía de Usuario del Programa Flow-3D

B.1. Ejecutando FLOW-3D de la Interfaz Gráfica del Usuario

En esta sección se mostrara como usar la INTERFAZ GRÁFICA DEL USUARIO para abrir un archivo de simulación y ejecutar FLOW-3D. Para iniciar con la INTERFAZ GRÁFICA DEL USUARIO en Windows, dé un clic sobre el icono de FLOW-3D en el escritorio del computador o encuentre FLOW-3D en el menú Inicio.

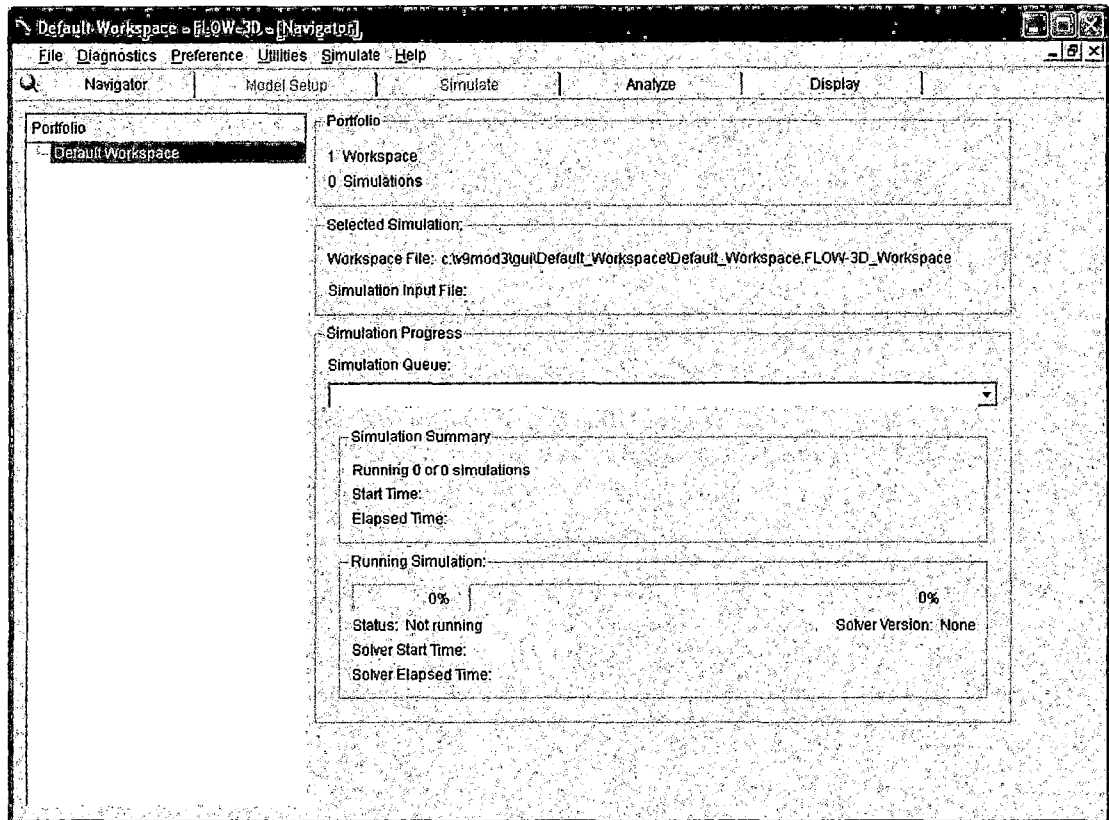


Figura B.1: Ventana predeterminada de Flow-3D

B.1.1. INTERFAZ GRÁFICA DEL USUARIO

Todos los programas son integrados en una sola interfaz gráfica del usuario, o GUI (sigla en inglés). La parte superior de la INTERFAZ GRÁFICA DEL USUARIO es una barra de menús que incluye los siguientes titulares del menú: File (Archivo) , Diagnostics (Diagnósticos), Preference (Preferencias), Utilities (Utilidades), Simulation (Simulación) y Help (Ayuda). Debajo de la barra de menús está una fila de etiquetas: Navigator (Navegador), Setup Model (Configuración del modelo) , Simulate (simular), Analyze (Analizar), y Display (Pantalla). Cada uno de estas etiquetas son propias de pasos específicos en una simulación de FLOW-3D. Cuando FLOW-3D es abierto, la etiqueta **Navigator** (Navegador) es presentada. Aquí se puede crear, guardar, copiar y suprimir simulaciones. Las simulaciones pueden ser agrupadas en **Workspaces** (Áreas de trabajo).

Cuándo una simulación es seleccionada en **Navigator**, la etiqueta **Setup Model**

se activa. Esta etiqueta tiene otro grupo de etiquetas para una simulación de FLOW-3D.

Cuando FLOW-3D es abierto, un área de trabajo predeterminado es automáticamente creado. Para iniciar una simulación desde cero, vaya al menú **File** y seleccione a **Add New Simulation** (Agregar simulación nueva). Si el usuario va a trabajar con una simulación existente, entonces seleccione **Add Existing Simulation** (Agregar simulación existente) en lugar de eso de la siguiente caída abajo de caja:

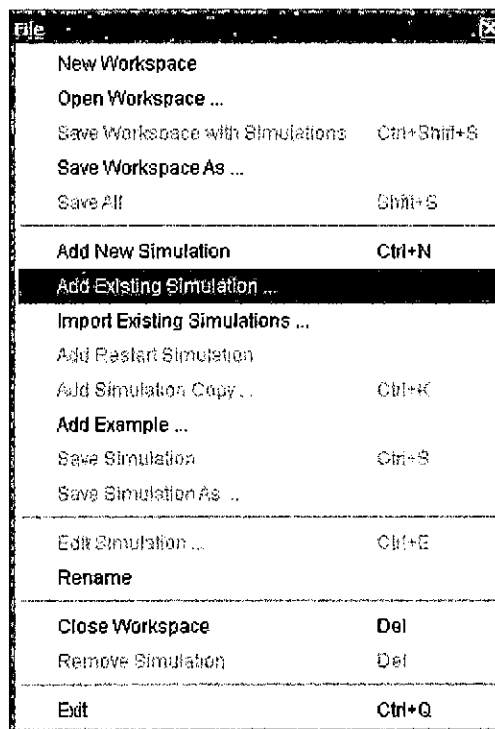


Figura B.2: Ventana para agregar simulación existente

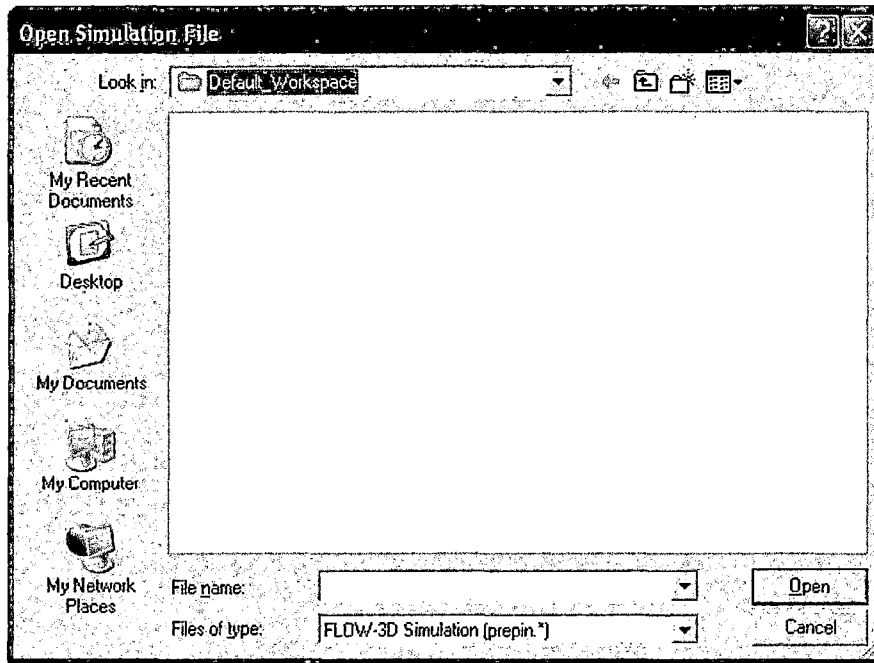


Figura B.3: Ventana de diálogo para abrir archivo de simulación

Navegue al directorio deseado, seleccione el archivo deseado de extensión (prepin.*) y abra. La simulación seleccionada se agregará al área de trabajo.

La simulación nueva o existente puede agregarse al área de trabajo conteniendo otra simulación usando el menú **File**. En uno u otro caso, el usuario será advertido para guardar la simulación actualmente activa. Una simulación puede ser removida del área de trabajo seleccionando a **Remove Simulation** del menú **File** o también dando un clic derecho sobre la simulación en **Navigator** y seleccionando a **Remove Simulation**.

Definiendo una simulación nueva o modificando a un Simulación Existente

Si se inicia una simulación nueva o modifica una existente, todas éstas necesitan ser ejecutadas en la etiqueta **Setup Model** ya que así serán registradas en un “input file” (archivo de entrada), lo cual conduce al solucionador de FLOW-3D.

Ejecutando una Simulación

El grupo de menús para ejecutar las simulaciones están localizadas en el menú **Simulate** en lo alto de la ventana de INTERFAZ GRÁFICA DEL USUARIO:

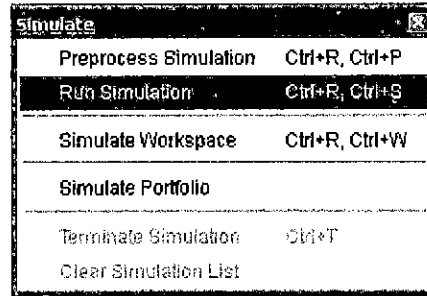


Figura B.4: Comandos para ejecutar diferentes aspectos

Al dar un clic sobre **Preprocess Simulation** ejecuta el preprocesador en el modo de exhibición preliminar. Verifica las especificaciones problemáticas, crea la cuadrícula y geometría, y produce la salida impresa y tramada. Ejecutar que el preprocesador ayuda a asegurar a que el problema esté correctamente configurado antes de ejecutar el solucionador, lo cual puede ahorrar tiempo. El usuario puede examinar los archivos de salida del preprocesador en el menú **Diagnostics** y puede visualizar la geometría y las condiciones iniciales cargando el archivo del **prpgrf** en la etiqueta **Analyze**.

Dé un clic sobre **Run Simulation** para ejecutar todos los pasos necesarios para una simulación y luego la INTERFAZ GRÁFICA DEL USUARIO cambia para la etiqueta **Simulate**. La etiqueta **Simulate** aporta información acerca del progreso del preprocesador y el solucionador. También el usuario puede monitorear e interactuar con el solucionador. El monitor del solucionador de FLOW-3D en la etiqueta **Simulate** es mostrado debajo.

El botón **Terminate** cerrará el preprocesador o el solucionador.

Progress Bar es la barra de progreso, **Runtime Messages** son los mensajes del tiempo de ejecución, **Runtime Plots** son las gráficas del tiempo de ejecución.

El estado de una simulación de FLOW-3D, así como también cualquier advertencia o cualquier error que los mensajes generaron, aparecerá en la ventana **Runtime Messages**.

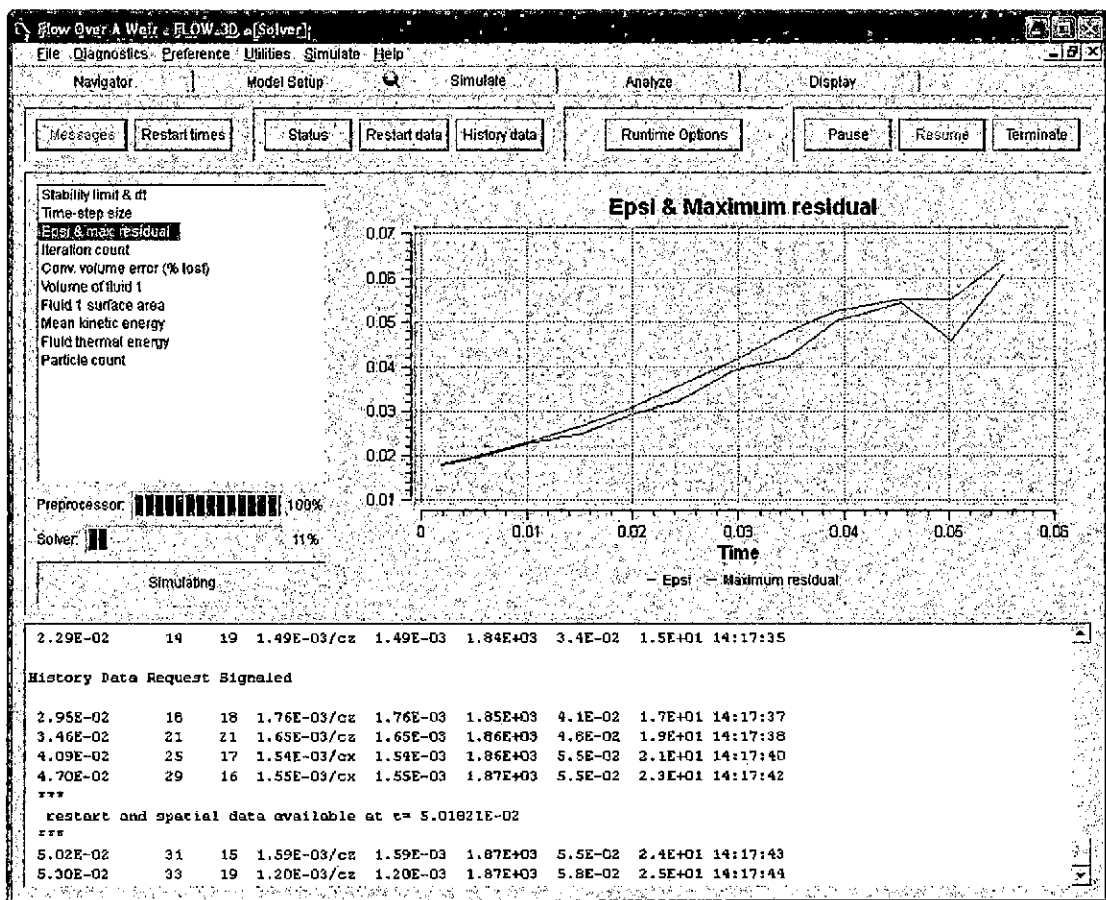


Figura B.5: Ventana de ejecución de la simulación (Pre-procesador y Solucionador)

Vista de Resultados

Los resultados de una simulación recién ejecutada o previamente ejecutada pueden ser vistos haciendo clic en la etiqueta **Analyze**. Luego aparecerá una ventana de diálogo con los resultados de FLOW-3D:

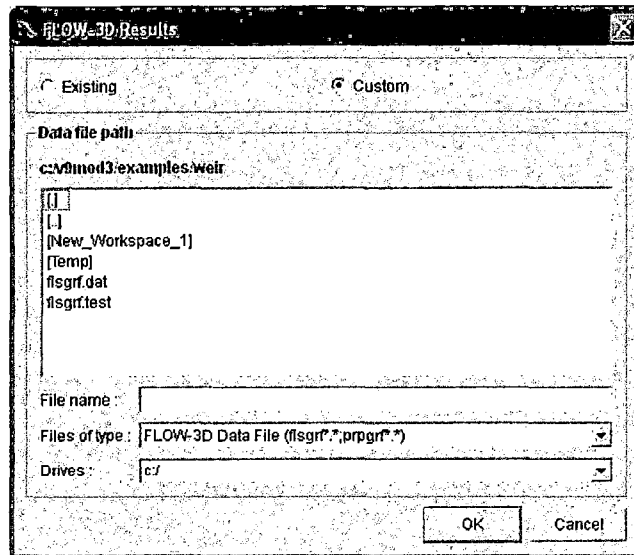


Figura B.6: Ventana con la vista de resultados

Aquí el usuario puede elegir para ver los resultados de las gráficas generadas automáticamente por FLOW-3D (seleccione **Existing**) o crear nuevas gráficas (seleccione **Custom**).

Viendo gráficas existentes

Cuando se elige el botón **Existing** en la ventana de diálogo de **FLOW-3D Results**, dos tipos de archivos serán demostrados en la caja del camino del fichero de datos, si existen. Los archivos con el nombre “prpplt.*” Contienen gráficas creadas por el pre-procesador, mientras archivos con el nombre “flsplt.*” Contienen gráficas automáticamente creados por el post-procesador así como también los gráficos pre-especificados en el archivo de entrada. Después de que un archivo sea seleccionado, dé un clic en **OK** (o haga doble clic en el nombre del archivo). Esto hará que la etiqueta **Display** se abra automáticamente.

Una lista de gráficas disponibles aparece por la derecha. Una gráfica particular puede ser mirada dando un clic sobre el nombre de esa gráfica en la lista.

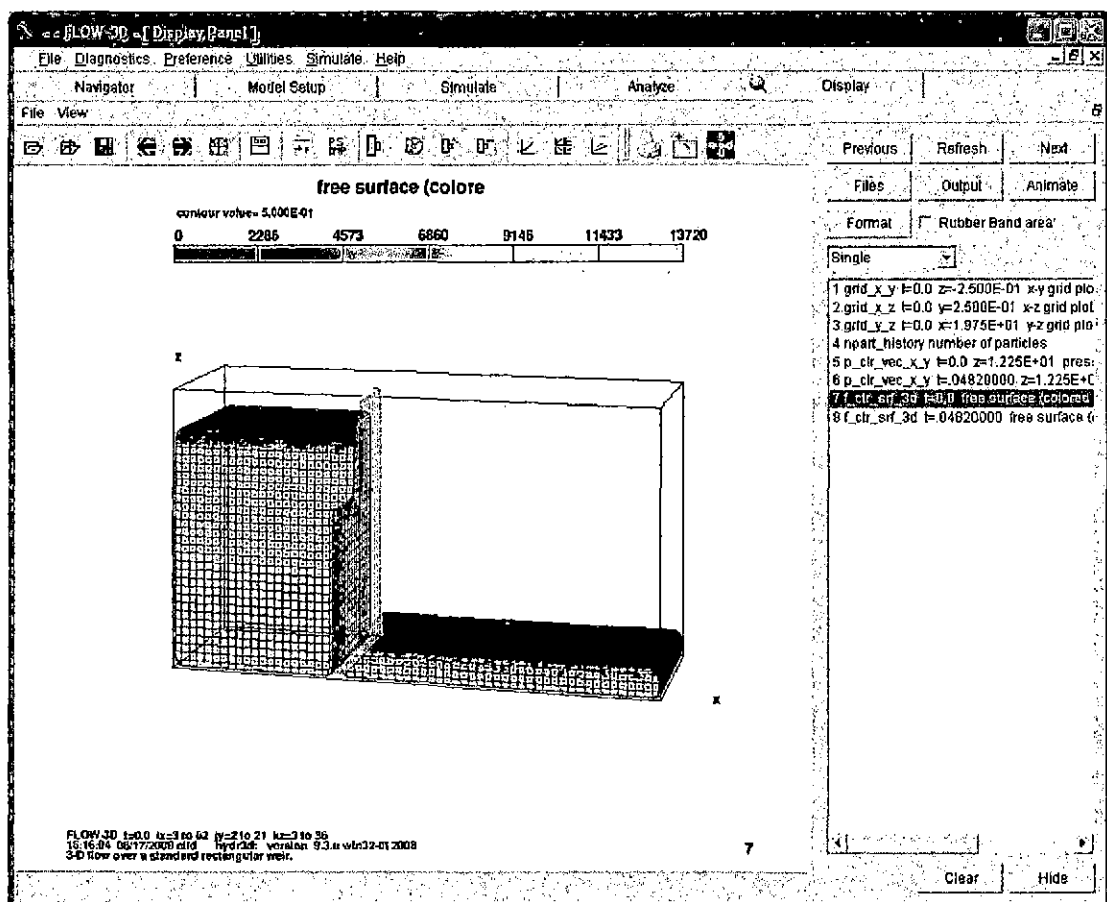


Figura B.7: Ventana con las gráficas

Vista de gráficas personalizadas

Cuando el botón **Custom** (Personalizado) es seleccionado en la ventana de diálogo de **FLOW-3D Results**, archivos con el nombre "f1sgrf.*" serán mostrados en la caja del fichero de datos. Cada uno de estos archivos contienen resultados completos de una simulación. Después de que un archivo sea seleccionado, dé un clic en **OK** (o haga doble clic en el nombre del archivo). La etiqueta **Analyze** ahora aparece con los datos de la simulación. Este panel permite al usuario seleccionar qué tipos de gráfica o salida prefiere.

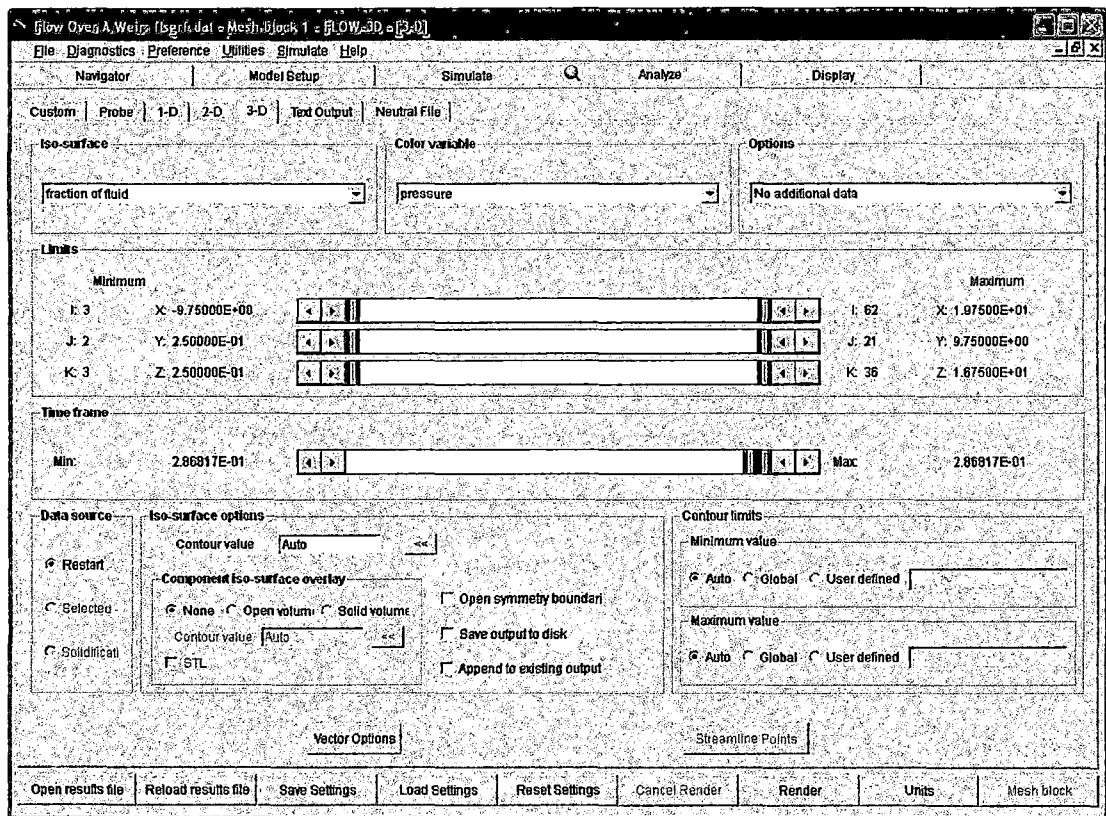


Figura B.8: Panel para distintas salidas de gráficas

Después de que las opciones de gráfica hayan sido seleccionadas, clic en la etiqueta **Render** (Renderizado) y las gráficas aparecerán en la etiqueta Display (para vistas en 1-D, 2-D o 3-D) o en un cuadro de texto (para otras opciones de resultados).

Ejecutando Restarts (Reanudar)

Una reanudación es una continuación de una simulación previa de FLOW-3D. Un usuario podría optar por ejecutar una reanudación para continuar una simulación o cambiar ciertos parámetros del problema, tales como la malla, modelos físicos, o propiedades. La reanudación de la simulación utiliza los datos de la solución en un momento determinado tomado de una simulación completada.

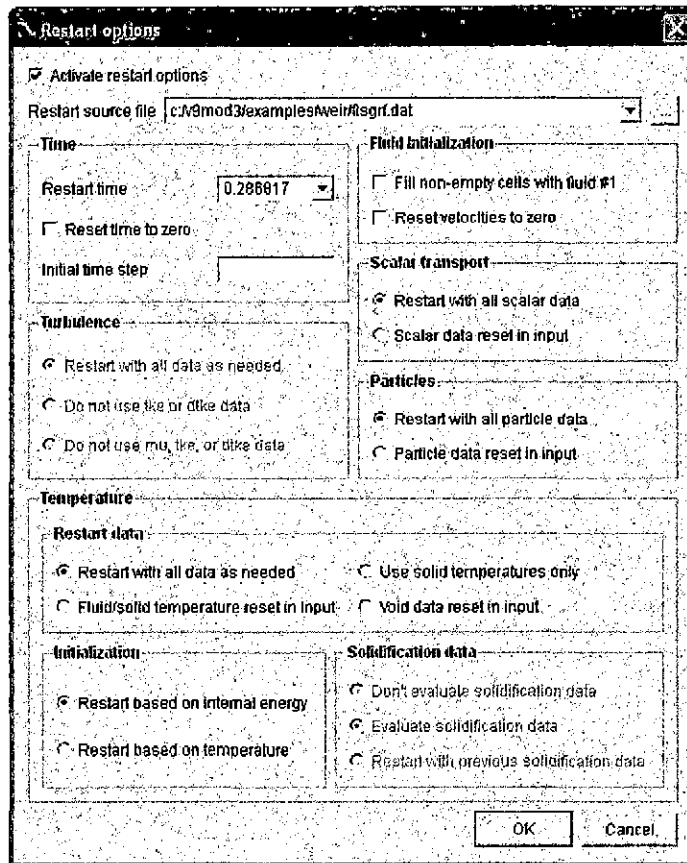


Figura B.9: Ventana de reanudación

Apéndice C

Glosario

A

- **Algoritmos:** En matemáticas, lógica, ciencias de la computación y disciplinas relacionadas, un algoritmo es un conjunto prescrito de instrucciones o reglas bien definidas, ordenadas y finitas que permite realizar una actividad mediante pasos sucesivos y seguros. Dados un estado inicial y una entrada, siguiendo los pasos sucesivos se llega a un estado final y se obtiene una solución.

C

- **Campo de flujo:** Un campo de flujo es cualquier región en el espacio donde hay un fluido en movimiento, a condición de que la región o sub-región del flujo este ocupada por el fluido.
- **Coordenadas de Euler:** En el transporte de fluidos, según esta notación, las grillas permanecen fijas y la identidad de los elementos individuales del fluido no se mantiene para todos los tiempos.
- **Coordenadas de Lagrange:** En el transporte de fluidos, según esta notación, cada zona de la grilla que subdivide el fluido en elementos permanece identificada con el mismo elemento del fluido para todos los tiempos.

D

- **Diferencias finitas:** El método consiste en una aproximación de las derivadas parciales por expresiones algebraicas con los valores de la variable dependiente en un limitado número de puntos seleccionados. La aproximación de las derivadas por diferencias finitas desempeña un papel central en los métodos de análisis numérico para la resolución de ecuaciones diferenciales.
- **Dinámica de fluidos computacional (CFD):** La dinámica de fluidos computacional (CFD) es una de las ramas de la mecánica de fluidos que utiliza métodos numéricos y algoritmos para resolver y analizar problemas sobre el flujo de sustancias. Los ordenadores son utilizados para realizar millones de cálculos requeridos para simular la interacción de los líquidos y los gases con superficies complejas proyectadas por la ingeniería.
- **Discretización:** En matemática, consiste en transformar el dominio continuo en una malla de nodos y celdas, para luego convertir las funciones continuas y a las condiciones auxiliares, ya sean de frontera o iniciales, en un sistema de ecuaciones algebraicas.

E

- **Elementos finitos:** El método de los elementos finitos (MEF en castellano o FEM en inglés) es un método numérico general para la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales parciales muy utilizado en diversos problemas de ingeniería y física.

M

- **Modelos físicos a escala (maquetas):** Los modelos físicos a escala, también conocidos como modelos reducidos, son indudablemente una potente herramienta para el estudio de un gran número de fenómenos físicos. La información

que proporcionan los modelos reducidos es enormemente útil y fiable, siempre y cuando los ensayos se desarrollen en las condiciones adecuadas, minimizando los efectos de escala, y las medidas adecuadas.

- **Modelos numéricos:** El modelado numérico es una técnica basada en el cálculo numérico, utilizada en muchos campos de estudio para validar o refutar modelos conceptuales propuestos a partir de observaciones o derivados de teorías anteriores.

N

- **Notación Einsteniana:** Se denomina notación de Einstein o notación indexada a la convención utilizada para abreviar la escritura de las sumatorias, donde se suprime el término de la sumatoria.

S

- **Simulación:** Computacionalmente, es un intento de modelar situaciones de la vida real por medio de un programa de computadora, lo que requiere ser estudiado para ver cómo es que trabaja el sistema. Ya sea por cambio de variables, quizás predicciones hechas acerca del comportamiento del sistema.

V

- **Volumen de fluido (VOF):** En dinámica de fluidos computacional, el volumen de fluido método (VOF) es una técnica de modelado de superficie libre, es decir, una técnica numérica para el seguimiento y la localización de la superficie libre.

Apéndice D

Fotografías



Figura D.1: Vista general de la estructura del partidor, muestra la salida del canal del túnel para repartirlo a la derecha (canal Chiara-Chuntaca) e izquierda (canal de la central hidroeléctrica de Lambras)

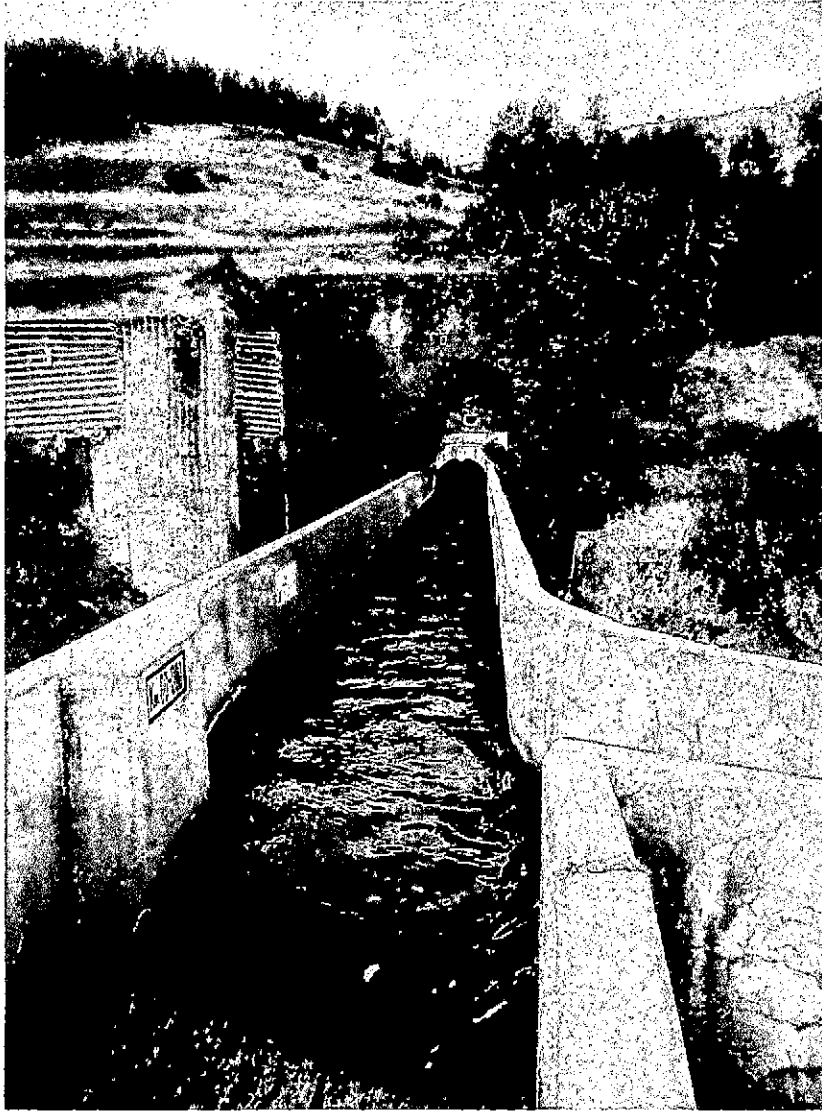


Figura D.2: Vista al fondo (salida del canal del túnel), vista cerca (ventana del repartidor)

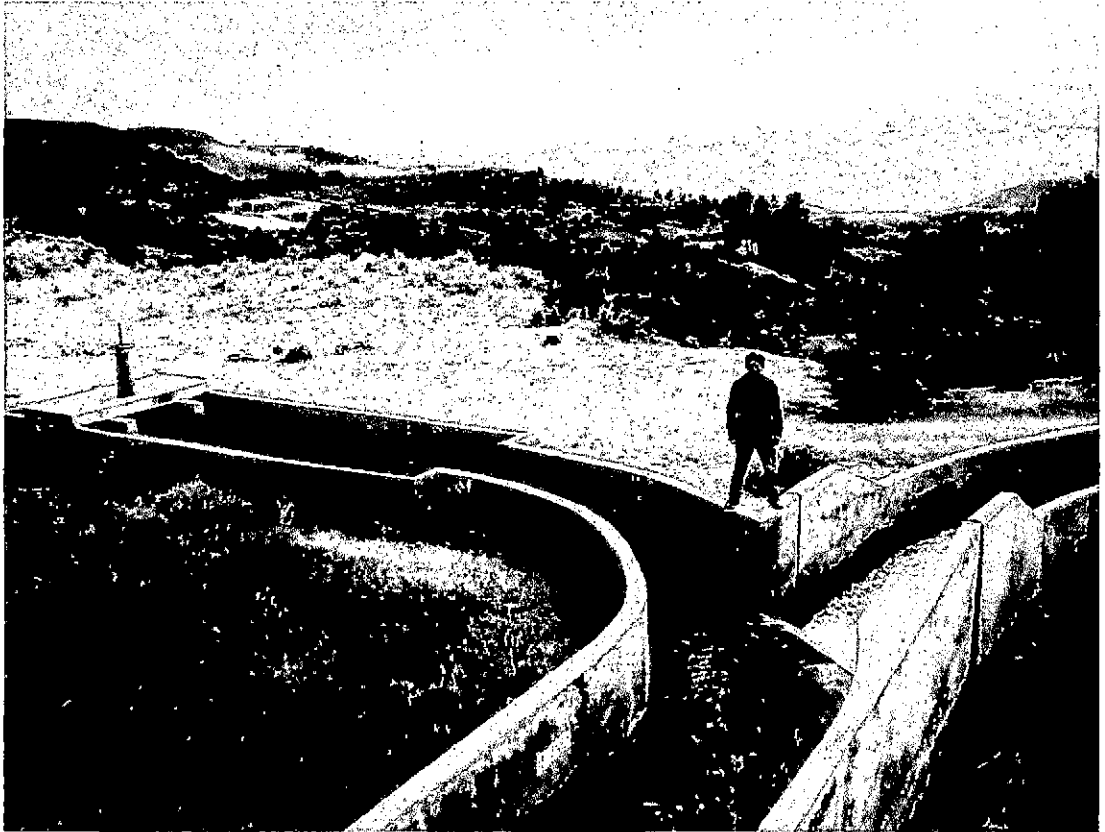


Figura D.3: Vista general del repartidor de caudales, el cual posee una compuerta para controlar el tirante y una ventana de reparticion

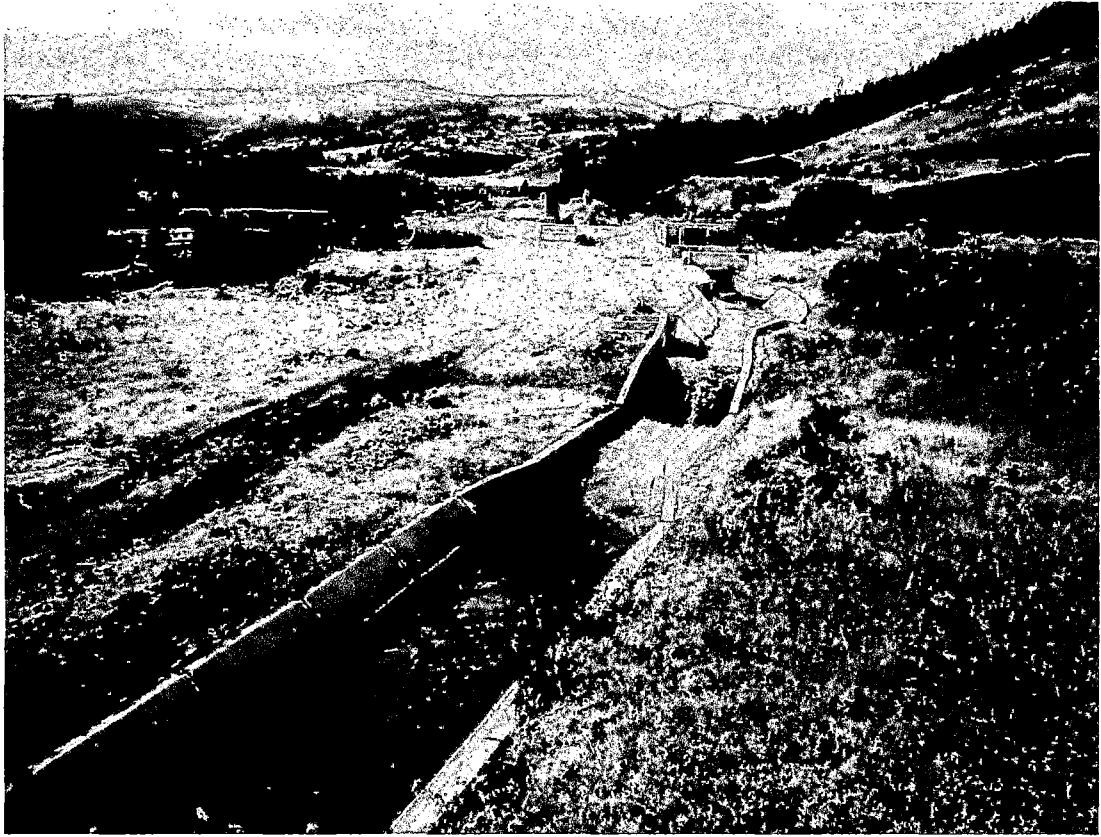


Figura D.4: Vista de la salida del canal hacia la central hidroeléctrica de Lambras, la cual posee un aforador parshal despues de una compuerta

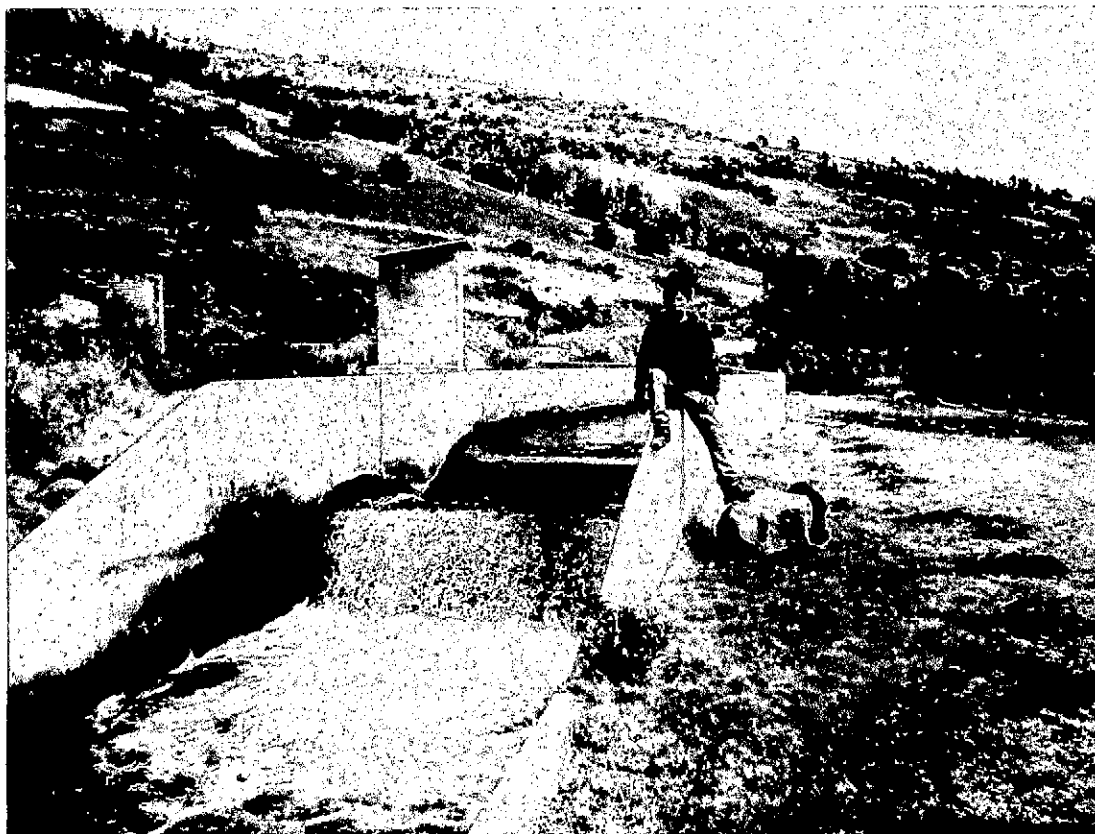


Figura D.5: Vista de la salida del canal Chiara-Chuntaca, la cual posee un dissipador de energía después de una ventana de repartición

Apéndice E

Planos



Las figuras representativas de los planos (sin escala) son las siguientes:

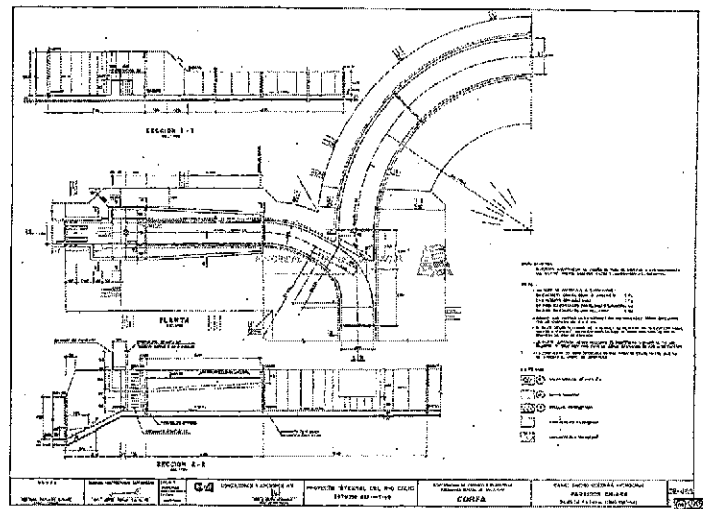


Figura E.1: Planta y perfil longitudinal - Plano DE-455, según la fuente [CORFA, 1984, página 75]

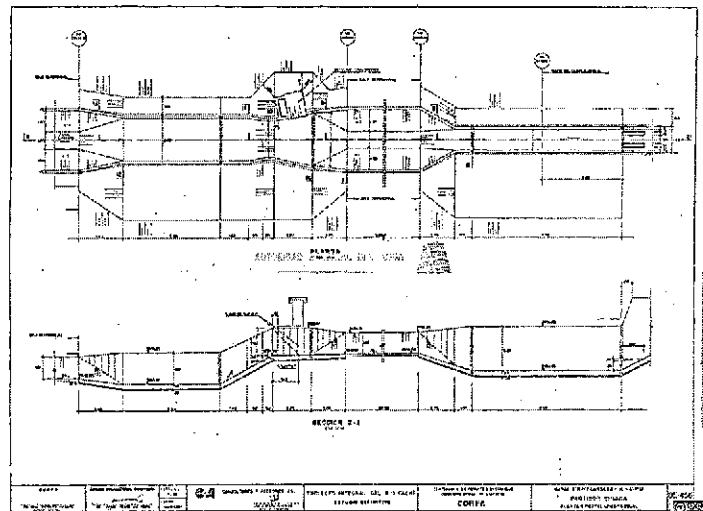


Figura E.2: Planta y perfil longitudinal - Plano DE-456, según la fuente [CORFA, 1984, página 75]

Las copias de los planos (a escala), según la fuente [CORFA, 1984, página 75], se adjuntan a continuación: