



UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTÓBAL DE HUAMANGA  
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS, ADMINISTRATIVAS Y CONTABLES  
ESCUELA DE FORMACIÓN PROFESIONAL DE ECONOMÍA

TESIS DE PREGRADO:

**IMPLICANCIAS DE LA INVERSIÓN  
PÚBLICA EN EL CRECIMIENTO  
ECONÓMICO: CASO PARA PERÚ (1990 -  
2014)**

*Trabajo de Investigación para optar Título de Economista*

*Autor:*

*Bach. Econ. ROLANDO AYALA CERDA*

*Asesor:*

*Mg. Econ. WILLIAM D. CANALES MOLINA*

*Para mi familia,  
con gratitud y amor.*

# AGRADECIMIENTOS

Cuando se emprende cualquier acción de distinta índole, la planeación y ejecución requieren de una alta dosis de paciencia y arduo trabajo para su desarrollo y culminación; del mismo modo, para emprender dicha aventura, se requiere de muchas personas que directa e indirectamente ejercen una enorme influencia a través de la motivación, ayuda financiera, observaciones, críticas y sugerencias; entre demás aspectos.

Mi eterna gratitud a mi padre Percy Ayala Tenorio y madre Teófila Cerda Hinostroza por el apoyo incondicional en este proceso, a mis hermanos y familiares; así mismo a César Sánchez, docente y amigo de la Universidad Centroamericana José Simeón Cañas (UCA - El Salvador), por su apoyo en aspectos econométricos y aclarar dudas puntuales a través de asistencias *virtuales*; a William Canales Molina, asesor que se inmiscuyó en este proceso de investigación, sus respuestas e influencia fue un gran impulso para desarrollar el proyecto.

Además he tenido la suerte de interactuar en este proceso con varias personas, aquellos que compartieron charlas afines a mi actividad emprendida, que no serían ajenos en este agradecimiento; a Luis Alfredo Chávez, Jhonny Gómez, Hernán Américo De la Cruz, Marco Antonio Quispe, David Espillco, J. Grover Linares, Paul Hinostroza por su gran asistencia en corregir mis errores en la gramática inglesa. Un agradecimiento afectuoso a los maestros de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, en especial a los de la Escuela de Formación Profesional de Economía, eternas luces del saber, gracias por compartir conocimientos.

## Resumen

*Se analiza las implicancias de la Inversión Pública (expresada en Inversión Bruta Fija Pública) en el proceso del crecimiento económico y la interacción con la inversión privada (Inversión Bruta Fija Privada). Se usa los datos trimestrales, disponibles del Banco Central de Reserva del Perú, desde 1990.1 hasta 2014.4. Se indaga la evolución de la base teórica del crecimiento económico endógeno y la experiencia empírica a nivel internacional y nacional, tomando referencia estudios recientes para la modelación econométrica. Se utiliza el análisis cuantitativo a través del Modelo de Regresión y Modelos de Series temporales no estacionarias (Cointegración, para ecuaciones univariadas y modelo de Vectores Autorregresivos para ecuaciones multivariadas).*

*El análisis cuantitativo evalúa la asociación bivariada de las variables a través del comportamiento en los contextos gubernamentales distintos asociado a escenarios dinámicos que se suscitaron en el período de estudio. Se establece la evidencia de que la inversión pública contribuye al crecimiento económico, lo cual relega la importancia del ahorro en dicho proceso; además existe el co-movimiento de las tres variables en el largo plazo y, la implicancia de la inversión pública en el comportamiento de la inversión privada, existencia de la complementariedad entre ambos.*

**Palabras Clave:** Crecimiento Económico, Inversión Pública, Inversión Privada, Series de Tiempo, Raíces Unitarias.

## Abstract

*This research analyzes the sequels of the Public Investment (expressed in Public Gross Fixed Capital Formation) in the process of economic growth and the interaction with private investment (Private Gross Fixed Capital Formation). The tri-mestrial, available data of The Central Reserve Bank of Peru are used, since 1990,1 to 2014,4. The evolution of the theoretical foundation of the endogenous economic growth and the empiric level international and national experience are investigated, taking reference recent studies for the econometric modelation. It uses the quantitative analysis through the Model of Regression and Models of non-stationary Time Series (Cointegration, for uni-varied equations and model of Vectors Autoregressive for multi-varied equations).*

*The quantitative analysis evaluates the bi-varied association of the variables through the behavior in the governmental different contexts once effective stages was associated that took place in the period of study. The evidence that public investment contributes to economic growth, which delegates the importance of the saving in said process becomes established; The pal besides is motion of variable three o'clock in the long term and, the sequel of the public investment in the behavior of private investment, existence of the complementarity between both.*

**Keywords:** Economic growth, Public Investment, Private Investment, Time Series, Unit Roots.

# Índice

<b>1. INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
<b>2. REVISIÓN DE LITERATURA</b>	<b>5</b>
2.1. ASPECTOS TEÓRICOS . . . . .	5
2.2. EVIDENCIA EMPÍRICA . . . . .	11
2.2.1. EVIDENCIA INTERNACIONAL . . . . .	11
2.2.2. EVIDENCIA PARA PERÚ . . . . .	16
<b>3. HECHOS ESTILIZADOS</b>	<b>18</b>
<b>4. MATERIALES Y MÉTODOS</b>	<b>23</b>
4.1. DERIVACIÓN ALGEBRAICA DE LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN	23
4.2. ANÁLISIS DE RAÍCES UNITARIAS Y COINTEGRACIÓN . . . . .	25
4.2.1. PRUEBAS ESTADÍSTICAS COMUNES . . . . .	25
4.2.2. PRUEBA ESTADÍSTICA DE DICKEY - FULLER AUMEN-	
TADO (ADF) . . . . .	27
4.2.3. ECUACIÓN DE COINTEGRACIÓN . . . . .	29
4.2.4. MODELO DE CORRECCIÓN DE ERRORES (MCE) . . . . .	30
4.3. MODELACIÓN MULTIVARIADA PARA DOS VARIABLES . . . . .	31
<b>5. RESULTADOS</b>	<b>32</b>
5.1. ESTIMACIONES DE LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN AGRE-	
GADA . . . . .	32
5.2. RESULTADOS DE LA EVALUACIÓN DE ESTACIONARIEDAD	
Y COINTEGRACIÓN . . . . .	35
5.2.1. RESULTADOS DE LA PRUEBA DE ESTACIONARIEDAD	35
5.2.2. RESULTADOS DE LA PRUEBA DE COINTEGRACIÓN Y	
MCE . . . . .	37
5.3. INTERACCIÓN DE LA INVERSIÓN PÚBLICA E INVERSIÓN	
PRIVADA . . . . .	39

<b>6. CONCLUSIONES</b>	<b>41</b>
<b>7. ANEXOS</b>	<b>48</b>
7.1. ASPECTOS CONCEPTUALES DE LA INVERSIÓN . . . . .	48
7.2. PROPIEDADES DE LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN . . . . .	49
7.3. MODELO DE CRECIMIENTO ENDÓGENO DE R. BARRO (1990)	50
7.4. COVARIANZA Y CORRELACIÓN . . . . .	54
7.5. SERIE DE DATOS UTILIZADOS . . . . .	57
7.6. GLOSARIO DE TERMINOLOGÍAS SEGÚN EL BCRP . . . . .	62
7.7. RESULTADOS DE ESTIMACIÓN POR MCO . . . . .	64
7.7.1. RESIDUOS DE LAS ESTIMACIONES POR MCO . . . . .	64
7.7.2. PRUEBAS ECONOMETRÍCAS DE MCO . . . . .	66
7.8. CORRELOGRAMA DE SERIES ORIGINALES Y TRANSFORMA- DAS . . . . .	67
7.8.1. CORRELOGRAMA DEL CRECIMIENTO ECONÓMICO . . . . .	67
7.8.2. CORRELOGRAMA DE LA INVERSIÓN PRIVADA . . . . .	69
7.8.3. CORRELOGRAMA DE LA INVERSIÓN PÚBLICA . . . . .	71
7.9. ESTADÍSTICO DE Q-STAT Y PROBABILIDAD . . . . .	73
7.9.1. Q-STAT Y PROBABILIDAD DEL CRECIMIENTO ECONÓMI- CO . . . . .	73
7.9.2. Q-STAT Y PROBABILIDAD DE LA INVERSIÓN PRIVADA	75
7.9.3. Q-STAT Y PROBABILIDAD DE LA INVERSIÓN PÚBLICA	78
7.10. RESULTADOS DE LA PRUEBA DE RAÍCES UNITARIAS (ADF) .	81
7.10.1. PRUEBA DE ADF PARA EL CRECIMIENTO ECONÓMICO	81
7.10.2. PRUEBA DE ADF PARA LA INVERSIÓN PRIVADA . . . . .	82
7.10.3. PRUEBA DE ADF PARA LA INVERSIÓN PÚBLICA . . . . .	83
7.11. RESIDUOS DE MCE . . . . .	84
7.12. RESULTADOS DE ESTIMACIÓN DE LA ECUACIÓN MULTIVA- RIADA . . . . .	85
7.12.1. RESULTADOS VAR . . . . .	85

# Índice de figuras

1.	Interrelación de variables macroeconómicas . . . . .	2
2.	Relación entre impuestos( $\tau$ ) y la tasa de crecimiento de capital per cápita ( $\gamma_k$ ) . . . . .	9
3.	Evidencia Empírica internacional . . . . .	12
4.	Episodios trascendentales en Perú: 1990.1 - 2014.4 . . . . .	19
5.	Evolución de $Y_t$ , $K_t$ y $G_t$ en Perú (mill. S/. de 2007), 1990 - 2014 . . . . .	19
6.	Dispersión de $y_t^* = Y_t - \bar{Y}$ y $k_t^* = K_t - \bar{K}$ . . . . .	21
7.	Dispersión de $y_t^* = Y_t - \bar{Y}$ y $g_t^* = G_t - \bar{G}$ . . . . .	22
8.	Función de Autocorrelación y Correlación Parcial . . . . .	26
9.	Gráfica de dispersión de dos variables: $X$ y $Z$ . . . . .	55
10.	Series trimestrales originales y transformadas . . . . .	63
11.	Residuos de estimación 1 . . . . .	64
12.	Residuos de estimación 2 . . . . .	65
13.	Residuos de estimación 3 . . . . .	65
14.	Residuos de estimación 4 . . . . .	66
15.	Función de Autocorrelación de $Y_t$ . . . . .	67
16.	Función de Autocorrelación de $y_t$ . . . . .	67
17.	Función de Autocorrelación de $\Delta y_t$ . . . . .	68
18.	Función de Autocorrelación de $ye_t$ . . . . .	68
19.	Función de Autocorrelación de $\Delta ye_t$ . . . . .	68
20.	Función de Autocorrelación de $K_t$ . . . . .	69
21.	Función de Autocorrelación de $k_t$ . . . . .	69
22.	Función de Autocorrelación de $\Delta k_t$ . . . . .	70
23.	Función de Autocorrelación de $ke_t$ . . . . .	70
24.	Función de Autocorrelación de $\Delta ke_t$ . . . . .	70
25.	Función de Autocorrelación de $G_t$ . . . . .	71
26.	Función de Autocorrelación de $g_t$ . . . . .	71
27.	Función de Autocorrelación de $\Delta g_t$ . . . . .	72

28.	Función de Autocorrelación de $ge_t$ . . . . .	72
29.	Función de Autocorrelación de $\Delta ge_t$ . . . . .	72
30.	Estadístico de Q-Stat y Probabilidad $Y_t$ . . . . .	73
31.	Estadístico de Q-Stat y Probabilidad $y_t$ . . . . .	73
32.	Estadístico de Q-Stat y Probabilidad $\Delta y_t$ . . . . .	74
33.	Estadístico de Q-Stat y Probabilidad $ye_t$ . . . . .	74
34.	Estadístico de Q-Stat y Probabilidad $\Delta ye_t$ . . . . .	75
35.	Estadístico de Q-Stat y Probabilidad $K_t$ . . . . .	75
36.	Estadístico de Q-Stat y Probabilidad $k_t$ . . . . .	76
37.	Estadístico de Q-Stat y Probabilidad $\Delta k_t$ . . . . .	76
38.	Estadístico de Q-Stat y Probabilidad $ke_t$ . . . . .	77
39.	Estadístico de Q-Stat y Probabilidad $\Delta ke_t$ . . . . .	77
40.	Estadístico de Q-Stat y Probabilidad $G_t$ . . . . .	78
41.	Estadístico de Q-Stat y Probabilidad $g_t$ . . . . .	78
42.	Estadístico de Q-Stat y Probabilidad $\Delta g_t$ . . . . .	79
43.	Estadístico de Q-Stat y Probabilidad $ge_t$ . . . . .	79
44.	Estadístico de Q-Stat y Probabilidad $\Delta ge_t$ . . . . .	80
45.	Evaluación del test de raíces unitarias de Dickey-Fuller Aumentado . . . . .	80
46.	Residuales de la estimación MCE . . . . .	84
47.	Residuales de la estimación VAR . . . . .	87
48.	Correlograma del VAR . . . . .	88
49.	Función de impulso-respuesta . . . . .	88
50.	Descomposición de la varianza . . . . .	89

# Índice de cuadros

1.	Fuentes endógenas del crecimiento económico . . . . .	6
2.	Casos específicos . . . . .	28
3.	Estimaciones de la tasa de crecimiento del producto 1990.1 - 2014.4 (Resultados de la regresión por MCO) . . . . .	33
4.	Prueba de raíz unitaria al nivel de significancia del 5% . . . . .	36
5.	Evidencia de estacionariedad . . . . .	37
6.	Criterios de elección de rezagos para el modelo VAR . . . . .	39
7.	Prueba de causalidad de Granger . . . . .	40
8.	Series temporales trimestrales. . . . .	57
8.	Series temporales trimestrales. . . . .	58
8.	Series temporales trimestrales. . . . .	59
8.	Series temporales trimestrales. . . . .	60
8.	Series temporales trimestrales. . . . .	61
9.	Fuentes de datos para la estimación . . . . .	61
10.	Definición de la inversión según Banco Central de Reserva del Perú .	62
11.	Pruebas econométricas . . . . .	66
12.	Prueba de raíces unitarias ADF, para PBI (en niveles) . . . . .	81
13.	Prueba de raíces unitarias ADF, para PBI (en primera diferencia) . .	81
14.	Prueba de raíces unitarias ADF, para Inversión privada (en niveles) .	82
15.	Prueba de raíces unitarias ADF, para Inversión privada (en primera diferencia) . . . . .	82
16.	Prueba de raíces unitarias ADF, para Inversión pública (en niveles) .	83
17.	Prueba de raíces unitarias ADF, para Inversión pública (en primera diferencia) . . . . .	83
18.	Resultados de la estimación VAR de la Inversión pública y privada (a)	85
19.	Resultados de la estimación VAR de la Inversión pública y privada (b)	86
20.	Resultados de la estimación VAR de la Inversión pública y privada (c)	86
21.	Matriz de consistencia . . . . .	90

# 1. INTRODUCCIÓN

La inversión pública como mecanismo de crecimiento económico ha sido estudiado desde perspectivas distintas, sobre cuáles son las implicancias del gasto público<sup>1</sup> como canalizador de la inversión privada y la expansión del crecimiento del producto; se abrió debates y estudios ampliamente divulgados en el mundo sobre el papel del Estado en la economía, si existe o no, una estrecha relación entre la expansión de la inversión pública sobre la productividad general en la economía, así como el efecto sobre el rendimiento de la inversión privada; además, considerar la interacción de ambos sectores en la dotación de bienes y servicios, sobre las tareas que deben cumplir para fines colectivos.

El interés por la inversión pública como factor endógeno se suscita sobre el rol del Estado en la economía, sin considerar los planteamientos clásicos (*exógenos*) sobre el crecimiento económico. La indagación pionera en el rubro, corresponde al estudio realizado por (Arrow y Kurz, 1970), quienes ponen en relieve, la importancia de los gastos fiscales en el crecimiento económico. Sin embargo, el mayor desarrollo sobre la importancia del gasto público productivo se da con el trabajo de (Barro, 1990), en donde se resalta la participación del gasto público productivo en el crecimiento económico; forjando así, la nueva perspectiva y nuevo panorama de aspectos teóricos para las variables en estudio. Es a partir de ese momento que se amplía la indagación sobre el comportamiento del sector público en el crecimiento económico.

El panorama de inversión pública se contrasta como flujos de interrelación entre el gobierno y los demás agentes, los cuales interactúan de forma paralela en el proceso productivo. La inversión pública tiene un rol esencial en el desarrollo de las actividades empresariales en general, ello se contrasta como un mecanismo complementario en el desarrollo de las actividades, debido a la característica de la economía

---

<sup>1</sup>El término *gasto público* a nivel empírico engloba los gastos corrientes y los gastos productivos. Los gastos productivos responden a la capacidad de generar condiciones necesarias para la producción a través de la erogación de recursos; por lo tanto, el concepto del *gasto público productivo* se refleja en la denominada *inversión pública*. Para la presente investigación se usa ambos términos como uno solo.

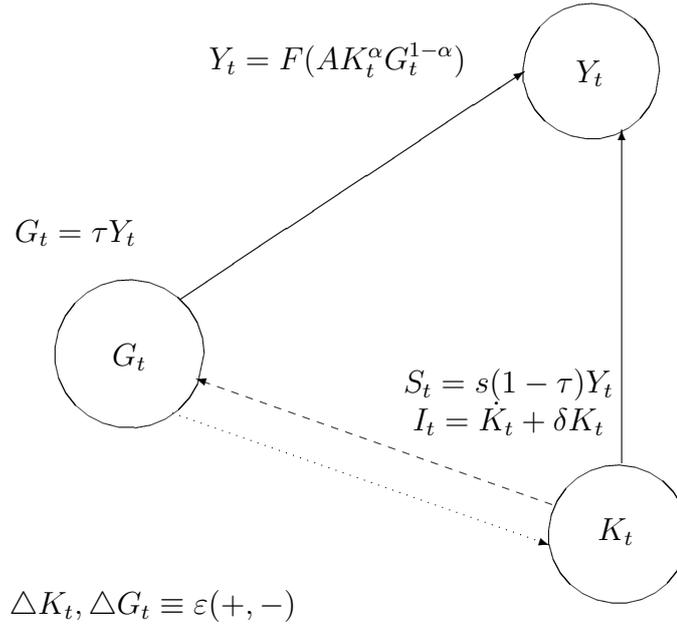


Figura 1: Interrelación de variables macroeconómicas

El crecimiento económico está en función exponencial del capital privado y gasto público (ver ecuación 2.1). El comportamiento de los dos sectores (*sector público y privado*), generan una externalidad en la economía: la dotación de bienes complementarios por parte del Estado, beneficia al sector privado  $\varepsilon(+)$ ; y la tributación por parte de los agentes privados, distorsiona sus ingresos, desalentando mayores inversiones  $\varepsilon(-)$ .

nacional<sup>2</sup>, sustentada en un marco legal establecido desde hace dos décadas atrás.

En la figura (1) se observa las relaciones entre las tres variables. En primer lugar, la función del crecimiento económico está condicionada por los dos motores: la inversión privada y pública, entendida como el soporte fuerte de la dinámica económica; lo que implica una expansión o contracción del producto agregado, depende únicamente de cómo se comportan estas dos variables. Si se manifiesta escenarios sostenidos de expansión de la inversión pública, la política fiscal tiene un comportamiento procíclico, con fuentes de financiamientos vía impuestos o deuda; esto garantiza la

<sup>2</sup>La Constitución Política del Perú de 1993, promueve una economía social de mercado, con escasa participación del Gobierno en las actividades económicas, dejando libre al mercado como mecanismo de competitividad y productividad.

sostenibilidad de la economía del bienestar con mejores escenarios para la inversión privada (actividades de empresas y familias); además se podría plantear de forma recíproca, que la inversión privada contribuye a la inversión pública vía impuestos. Si hay mayor actividad empresarial, los impuestos se recaudan más y los ingresos del Estado se incrementan, por lo tanto hay mayor frecuencia de flujos de inversión pública; y, un mayor flujo de inversión pública (infraestructura física y capital humano) incentiva la productividad generando mayor nivel de actividad económica.

El propósito de la investigación es evaluar el comportamiento del sector público a través del gasto público productivo como expresión de la inversión pública en la solvencia del crecimiento económico, así como el factor complementario de la inversión privada. Se analiza los datos de series temporales macroeconómicas (*Inversión Bruta Fija Privada e Inversión Bruta Fija Pública*), como variables *proxy* de la inversión privada y pública propiamente dicho; así mismo la serie del *PBI*, como indicador relevante del crecimiento económico. Se propone plantear el impacto de la inversión pública en el crecimiento económico y el desenvolvimiento de la inversión privada, sin considerar el factor de ahorro para dicho mecanismo; los cuales se analizan en los resultados de estimaciones econométricas en las siguientes secciones.

Las preguntas en la presente investigación recaen en el uso de las metodologías<sup>3</sup>:

- *¿Qué efecto provoca un incremento de la inversión pública y privada sobre el crecimiento económico?*. Determinar la elasticidad producción-inversión privada  $\alpha$  y la elasticidad producción-inversión pública  $\beta$ ; a partir de la función de producción presentado en el marco teórico.
  
- *¿Existe una relación estadística en el corto y largo plazo entre el crecimiento*

---

<sup>3</sup>En el primer método se desarrolla las estimaciones de la tasa de crecimiento del PBI por el modelo de regresión clásica a través del *Método de Mínimos Cuadrados Ordinarios* (MCO), y el segundo método se desarrolla a través de la Metodología de series de tiempo *no estacionarias* mediante la modelación univariada y multivariada (con evaluación de raíces unitarias, ecuación de cointegración y MCE). La modelación multivariada se desarrolla a través de los *Vectores Autorregresivos* (VAR). Estos análisis se realizan con el procedimiento técnico adecuado, evaluación de *tests*, entre otros.

económico respecto a la inversión privada y pública?<sup>4</sup>

- Inversión pública e inversión privada interactúan: incrementos exógenos en la inversión pública provocan un aumento de la inversión privada o viceversa. ¿La dirección de la causalidad va de la inversión pública a la inversión privada o es a la inversa?<sup>5</sup> ¿Cuál es el efecto dinámico de la inversión pública?<sup>6</sup> ¿Cuán importante es la inversión pública?<sup>7</sup>

A continuación se presenta la sección (2) de Revisión de Literatura, que contiene el soporte teórico y empírico del crecimiento endógeno con sector público; se describe el planteamiento y desarrollo de investigaciones de mayor trascendencia ordenados cronológicamente. En seguida; en la sección (3), de Hechos estilizados, en donde se detalla el comportamiento de las variables mediante el análisis descriptivo y el análisis de correlación bivariada asociada a la dinámica temporal (descripción del perfil de la inversión pública y privada de la economía nacional en relación al crecimiento económico). En la siguiente sección (4) se desarrolla la modelación de la función de producción agregada a través de la ecuación de regresión; además en esta sección se presentan las técnicas de análisis de series temporales *no estacionarias* (evaluación de raíces unitarias, cointegración y MCE) y la modelación multivariada. La sección (5) presenta la descripción de variables y resultados de estimaciones para modelos econométricos mediante regresiones a través de la metodología de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) y la estimación de series de tiempo, mediante la modelación de series *no estacionarias* a través de modelos uniecuacionales y multiecuacionales. Las siguientes secciones (6) y (7) se muestran las Conclusiones y el Apéndice.

---

<sup>4</sup>Mecanismo de Corrección de Errores(MEC).

<sup>5</sup>Causalidad en el sentido de Granger.

<sup>6</sup>Función de Impulso - Respuesta.

<sup>7</sup>Descomposición de la varianza.

## 2. REVISIÓN DE LITERATURA

### 2.1. ASPECTOS TEÓRICOS

El análisis del *crecimiento económico* desde la época de *Adam Smith* en el S. XVIII ha tenido raíces explicativas distintas; se ha planteado de distintas perspectivas, desde enfoques diferentes y proposiciones teóricas particulares, de, qué factores y/o causas son los motores de crecimiento en una economía; tal búsqueda de explicaciones tiene un único propósito: conjeturar los factores (*inputs*) que influyen en el proceso expansivo del producto (*output*) a través de un horizonte temporal asociado a oscilaciones cíclicas<sup>8</sup>. La evolución del aporte teórico sobre el crecimiento económico se desarrolló en contextos distintos. Se tiene dos vertientes de la teoría de crecimiento económico: teoría de crecimiento económico exógeno, que tiene un enfoque *neoclásico* con rendimientos decrecientes de capital, cuyos desarrolladores máximos<sup>9</sup> determinan la convergencia económica entre países. Así mismo el otro enfoque del crecimiento económico es el factor endógeno; cuya clave está en la función de producción con rendimientos constantes de capital, con la imperativa existencia de la competencia imperfecta en el mercado; en estos modelos, no hay convergencia entre países.

A continuación se describe las fuentes del crecimiento económico endógeno y los principales propulsores<sup>10</sup>:

---

<sup>8</sup>La modelización matemática de la teoría del crecimiento económico se enfoca en dos modelos. (I) Modelos de crecimiento económico con tasas de ahorro y consumo constantes:  $s_t = sy_t \rightarrow c_t = (1-s)y_t$  y, (II) Modelos de crecimiento económico óptimo (decisiones de ahorro y consumo óptimo) en escenarios de mercado, de familias productoras y del planificador:  $U(0) = \int_0^\infty e^{-\rho t} u(c_t) L_t dt \rightarrow c_t^*$

<sup>9</sup>Modelo de Robert Solow (1956) y Trevor Swan (1956); Modelo de Frank Ramsey (1928), David Cass (1965) y Tjalling Koopmans (1965).

<sup>10</sup>Factores principales que inciden en el crecimiento económico endógeno. Para mayor información cronológica e histórica sobre el crecimiento endógeno, ver [Guzmán \(2000\)](#).

Cuadro 1: Fuentes endógenas del crecimiento económico

Autor	Fuente
Romer (1986)	Las <i>externalidades</i> de la inversión de capital físico y la acumulación de conocimientos.
Romer (1990), Aghion y Howitt (1990)	El <i>incremento de la división social del trabajo</i> y la <i>innovación tecnológica</i> (I+D).
G. Becker (1964), R. Solow (1957), A. Madisson (1987), Lucas (1988)	La <i>acumulación del capital humano</i> (una opción al cambio tecnológico).
Barro (1989,1990)	La <i>inversión en capital público</i> .
Varios	El crecimiento endógeno en el comercio internacional.

Las bases de la teoría moderna sobre la inversión pública como factor influyente en el crecimiento económico, se sentaron con el trabajo seminal de ([Arrow y Kurz, 1970](#)), quienes desarrollan un análisis sobre la relación entre la política fiscal con la tasa de crecimiento de la economía; la esencia del análisis radica en la optimización del consumo privado asociado al acervo del capital público, del mismo modo el beneficio del sector privado con la dotación del capital público. El desarrollo de los posteriores indagaciones llega con el trabajo de ([Aschauer, 1989](#)), que estudia el efecto del gasto público en la producción agregada, la dotación del capital público en el proceso productivo agregado en una economía<sup>11</sup>; así mismo desarrolla la “*Hipótesis de la complementariedad de la inversión pública*” para argumentar la función de producción neoclásica<sup>12</sup>. ([Barro, 1990](#)) describe el comportamiento de una economía cerrada con la influencia de cierto grado del gasto público en el crecimiento económi-

<sup>11</sup>La influencia de la inversión pública en infraestructura física y provisión social sobre el crecimiento expansivo del producto.

<sup>12</sup>La dotación del capital público a través de los flujos de inversión pública genera efectos positivos en la economía en general, para el gasto del sector privado y crecimiento del producto agregado.

co de manera positiva, dota un modelo teórico con un tipo impositivo óptimo para financiar el gasto del sector público. En particular, el papel del sector público en el crecimiento económico es doble, con efecto positivo a través del gasto público productivo y, el efecto negativo con la financiación a través de los impuestos. Para ello describe la función de producción de tipo *Cobb-Douglas*:

$$Y_t = AK_t^\alpha G_t^{1-\alpha} \quad (2.1)$$

La ecuación (2.1), siguiendo la función neoclásica de producción, detalla la influencia del sector público en el crecimiento económico, donde,  $Y_t$  representa producto agregado en el instante  $t$ ,  $A$  es el índice del nivel de tecnología, la variable  $K_t$  es el stóck de capital privado en el instante  $t$ ;  $G_t$  representa el volumen del gasto público en el instante  $t$ . Así mismo se asume que la tasa de ahorro del sector privado es una constante del producto agregado, sujeto a nivel impositivo:

$$S_t = s(1 - \tau)Y_t \quad (2.2)$$

Se asume que la inversión está en función de la acumulación y reposición del capital en la economía:

$$I_t = \dot{K}_t + \delta K_t \quad (2.3)$$

El gasto público se financia con impuestos  $G_t = \tau Y_t$ , que equivale a un equilibrio fiscal en el largo plazo. Además se asume que el ritmo de crecimiento la población es igual a la cantidad total de trabajadores ( $\frac{\dot{L}_t}{L_t} = n$ ), dividiendo entre la cantidad de trabajadores de la economía se halla la función de producción per cápita<sup>13</sup>:

$$y_t = Ak_t^\alpha g_t^{1-\alpha} \quad (2.4)$$

Siguiendo la condición del equilibrio macroeconómico en una economía cerrada,

---

<sup>13</sup>  $\frac{Y_t}{L_t} = A \frac{K_t^\alpha G_t^{1-\alpha}}{L_t}$

se determina la ecuación fundamental de crecimiento:

$$\dot{k}_t = s(1 - \tau)Ak_t^\alpha g_t^{1-\alpha} - (n + \delta)k_t \quad (2.5)$$

A partir de la ecuación (2.5) se deriva la tasa de crecimiento de capital (tasa de crecimiento económico de *largo plazo*), dividiendo todos los factores entre el capital per cápita ( $k_t$ ), se determina:

$$\gamma_t^* = \frac{\dot{k}_t}{k_t} = s(1 - \tau)A^{1/\alpha}\tau^{1-\alpha} - (n + \delta) \quad (2.6)$$

$$\gamma_t^* = \frac{\dot{k}_t}{k_t} = \underbrace{s}_{\text{efecto (+)}} \underbrace{(1 - \tau)}_{\text{efecto (-)}} \underbrace{A^{1/\alpha}\tau^{1-\alpha}}_{\text{efecto (+)}} - \underbrace{(n + \delta)}_{\text{efecto (-)}} \quad (2.7)$$

La ecuación (2.7) describe el modelo endógeno de (Barro, 1990), implica que la incorporación del gasto público productivo en la función de producción, elimina el efecto negativo del rendimiento decreciente del capital, lo cual se sostiene en un comportamiento constante a través del tiempo. El crecimiento del producto per cápita es estable a lo largo del tiempo, son constantes (*estado estacionario*). En el estado estacionario los efectos del ahorro  $s$  sobre el crecimiento son positivos, como la propulsión de la inversión en la economía; el stock de capital privado  $k_t$  implica positivamente en el crecimiento económico, como una factor constante a través del tiempo y el gasto público sigue un comportamiento de acuerdo al equilibrio fiscal en el largo plazo. La implicancia de los demás factores en el estado estacionario son de carácter negativo, una implicancia adversa para el crecimiento; los impuestos ( $\tau$ ) afectan al sector privado a tener menor capacidad de ahorro  $s(1 - \tau)$ , así mismo el ritmo del crecimiento de la población y depreciación de capital  $-(n + \delta)$  influyen negativamente en el crecimiento económico.

(Barro, 1990), determina el tamaño óptimo del sector público (Ver la Figura 2), cuya característica fundamental es la expansión de los impuestos que maximizan el crecimiento. El tipo impositivo ( $\tau^*$ ) que maximiza el crecimiento económico de un

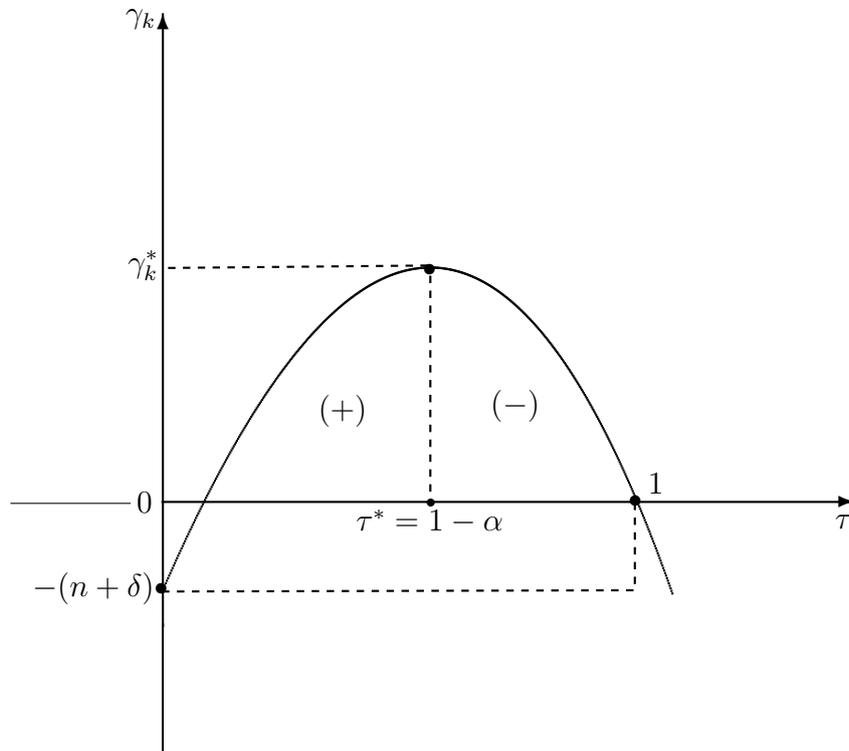


Figura 2: Relación entre impuestos( $\tau$ ) y la tasa de crecimiento de capital per cápita ( $\gamma_k$ )

La relación de la tasa de crecimiento de capital per cápita con los impuestos generan una tasa impositiva que equivale al factor de descuento del capital público, expresado en gasto público productivo o inversión pública ( $\tau^* = 1 - \alpha$ ), lo cual equivale a una expansión de la tasa impositiva que maximiza el crecimiento económico, hasta llegar al punto máximo, donde la inflexión es la capacidad óptima de equilibrio entre los dos factores. El espacio decreciente no es el óptimo para maximizar el crecimiento, es el estado de poca eficacia de la tasa de tributación respecto al crecimiento per cápita del capital. Los valores impositivos  $0 < \tau^*$  en forma creciente son los que maximizan la expansión del *output*, debido a la capacidad de incrementar la acumulación del capital per cápita.

país es  $1 - \alpha$ , lo que es equivalente al peso del gasto público productivo en la función de producción agregada y/o per cápita<sup>14</sup>.

El papel de la inversión pública es un elemento crucial para elevar el crecimiento de la economía, así mismo lograr el bienestar de los demás agentes. Por ello, la dotación de capital público es una externalidad positiva para el buen desenvolvimiento de la economía, además la imposición de distintos tipos de impuestos en que incurrir el gobierno para financiar la inversión pública puede generar distorsiones con escenarios positivos y adversos; del mismo modo la congestión del capital público que arraiga la eficiencia de los gastos. Es preciso mencionar las extensiones del modelo de crecimiento propuesto por (Barro, 1990), los cuales siguen las propuestas metodológicas más sofisticadas y avanzadas en torno a la literatura vigente.

La primera extensión de la inversión pública en el ciclo de la política fiscal como factor influyente en el crecimiento económico es desarrollado por (Corsetti y Roubini, 1996), con un modelo de crecimiento económico con tres sectores, donde se fija el papel del gobierno como optimizador de los gastos y los distintos tipos impositivos; proponen además, que el gobierno debe fijar impuestos asociados a la externalidad positiva que genera la inversión pública en los demás sectores beneficiados. Del mismo modo (Manuelli, 1999), exige impuestos o subvención sobre los ingresos de capital según la trayectoria al óptimo. (Marrero y Novales, 2005), aseguran la existencia de externalidades como efectos de la inversión pública; además concluyen que la utilización de impuestos distorsionantes sobre el ingreso tienen mejores efectos que la de suma fija, para optimizar la tasa de crecimiento en contexto de inversión y consumo público.

---

<sup>14</sup>La tasa impositiva oscila de 0 a 1, asumiendo valores extremos:

$$\text{Si: } \tau = 0, \rightarrow \frac{\dot{k}_t}{k_t} = s(1 - 0)A^{\frac{1}{\alpha}}(0)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - (n + \delta) \rightarrow \frac{\dot{k}_t}{k_t} = -(n + \delta)$$

$$\text{Si: } \tau = 1, \rightarrow \frac{\dot{k}_t}{k_t} = s(0)A^{\frac{1}{\alpha}}(1)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - (n + \delta) \rightarrow \frac{\dot{k}_t}{k_t} = -(n + \delta)$$

Las dos formas extremas de analizar implican la ausencia y presencia del gobierno en una economía: una tasa impositiva muy elevada implica una menor cantidad de ingreso disponible destinado al ahorro, por lo que se reduce la tasa de crecimiento y, elevadas tasas impositivas aumentan la producción al hacer mayor la productividad marginal del capital y de este modo se incrementa la tasa de crecimiento de la economía.

En otra de las extensiones del modelo de (Barro, 1990), varias investigaciones plantean el tipo de impuesto empleado en el modelo original para financiar el gasto público productivo. (Mourmouras y Lee, 1999) determinan, que el tipo impositivo óptimo de financiar la inversión pública maximiza el bienestar como efecto del crecimiento económico a través del uso del modelo de generaciones solapadas. Así mismo (Greiner y Hanusch, 1998), optan que un modelo con inversión pública, con ligeros subsidios y transferencias al agente privado, no equivale maximizar bienestar social y crecimiento económico. La otra variación del análisis del modelo endógeno recae en la existencia de ciclos económicos, como la dinámica de gasto público asociado a oscilaciones cíclicas entorno al producto<sup>15</sup>.

## 2.2. EVIDENCIA EMPÍRICA

### 2.2.1. EVIDENCIA INTERNACIONAL

Los estudios realizados a nivel internacional de los efectos del capital público<sup>16</sup> sobre la actividad económica presentan una diversidad heterogénea en evidencias empíricas, con particularidades analíticas, uso de distintas metodologías y; la derivación de la función de producción con gasto público para estimar, evaluar y modelar variables afines a la política fiscal. (Díaz y Martínez, 2006), abordan los principales resultados de la literatura a nivel teórico y empírico; ordenan estudios que relacionan el gasto público productivo y crecimiento económico. La figura (3) asocia a dos factores empíricos más resaltantes en la literatura internacional, un consenso de investigaciones que siguen patrones de análisis similares para hallar el comportamiento de los factores que inciden en el crecimiento y la convergencia. El trabajo más primigenio en el rubro empírico comienza con (Landau, 1983), quien analiza el gasto público de los gobiernos centrales en bienes de consumo para 100 países usando la metodología de *Cross Section* para 100 países del período de 1960 a 1976, su hallazgo determina que el gasto público en consumo tiene un efecto negativo en

---

<sup>15</sup>Ver (Díaz y Martínez, 2006).

<sup>16</sup>Entiéndase como gasto público productivo, inversión pública.

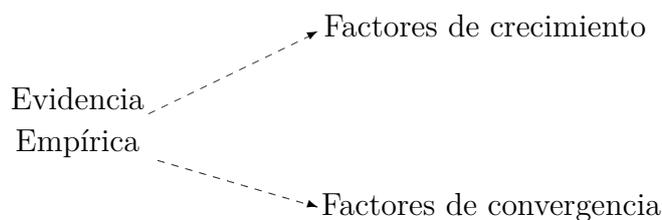


Figura 3: Evidencia Empírica internacional

el PBI per cápita. (Barro, 1989) analiza para 72 países el gasto del gobierno en educación e inversión y, gasto social; utilizando la metodología de panel de datos. Su hallazgo empírico muestra que el tamaño del consumo público está correlacionado negativamente con el crecimiento económico, caso contrario es para la inversión estatal. Así mismo, (Barro, 1991) sigue una línea de investigación utilizando datos de corte transversal para 98 países, en donde prevalece el gasto del gobierno central como efecto negativo en el crecimiento económico. Además incluye en su análisis el capital humano, lo cual está relacionado de forma positiva con el PBI, pero no positivamente con el PBI per cápita real. (Barro, 1991) evalúa el impacto de la inversión pública sobre la tasa del crecimiento económico para 90 países, utilizando la metodología de sección cruzada, halla una débil influencia entre la inversión pública como porcentaje entre la inversión privada y la tasa de crecimiento.

Los factores influyentes del crecimiento han tenido particulares prototipos de análisis, ello de acuerdo a circunstancias diversas. (Easterly y Rebelo, 1993), en su objetivo de análisis, estudian los efectos del gasto público productivo expresado en capital público sobre la influencia en el crecimiento económico para 100 países, utilizando los datos de panel, realizan regresiones; concluyen que, la inversión pública en transportes y comunicaciones tienen un efecto positivo y significado en el proceso del crecimiento. Existe un desempeño de la inversión pública en educación, para mayores tasas de inversión en capital humano mayores sendas de crecimiento en el tiempo. (Evans y Karras, 1994), analizan y estudian los efectos de las variables fiscales en la actividad económica, así mismo la dinámica del sector público en el

desenvolvimiento de la economía, caso para EE.UU. Su hallazgo determina que no existe efectos significativos en la tasa de crecimiento. (Hanson y Henrekson, 1994), analizan para los países de OCDE, la influencia de los gastos en general sobre el crecimiento, para ello utilizan variables como inversión en educación y transferencias, su hallazgo empírico detalla que hay una influencia del gasto en educación de forma positiva e inversa en las transferencias sobre el crecimiento, mientras tanto a inversión de gobierno no tiene ningún efecto en el crecimiento privado de productividad. La inversión en la infraestructura es primordial para la cobertura geográfica de la provisión monopólica del estado; (Mas *et al.*, 1995) analizan los efectos de la infraestructura sobre la convergencia regional; su estimación se basa en la ecuación de crecimiento para las CC. AA. españolas, los resultados detallan el efecto positivo de la inversión en infraestructura sobre el crecimiento.

(Holtz-Eakin y Schwartz, 1995), estudian el efecto del capital público sobre el crecimiento para Estados Unidos, utilizando datos panel, realizan una estimación de la función de producción; el hallazgo obtenido detalla que las infraestructuras no tienen un efecto significativo en el crecimiento. (Cashin, 1995), estudia el efecto de variables fiscales sobre el crecimiento para países del OCDE; su análisis se basa en la metodología del crecimiento endógeno utilizando datos de sección cruzada y series temporales; concluye que la inversión pública tiene un impacto positivo en el crecimiento económico. (Thomas, 1996) evalúa la preponderancia del stock de infraestructura sobre el crecimiento, la cobertura de análisis abarca regiones europeas, usando datos trimestrales estima una ecuación de convergencia; determina que los indicadores de la infraestructura están correlacionados con el crecimiento. (Cassou y Lansing, 1998), analizan la provisión del capital público, caso para EE.UU. con datos anuales, usando la metodología de crecimiento endógeno no calibrado. El resultado del análisis detalla que el stock de capital público tiene un efecto positivo sobre el crecimiento bajo condiciones distintas, como un factor que dinamiza la inversión privada.

(Bajo-Rubio *et al.*, 1999), evalúan los efectos de la política fiscal en el crecimiento

para las Comunidades Autónomas de España, usando datos de series temporales, utilizan la metodología de estimación de una ecuación de crecimiento para lo cual incluyen el capital público y transferencias del gobierno; el resultado detalla que la inversión pública implica positivamente en el crecimiento y, las transferencias poseen un comportamiento desigual respecto a cada región. (Gorostiaga, 1999), estima la ecuación de convergencia para las CC.AA. españolas, usando datos panel, sostiene que la inversión pública no es significativo. (Kneller *et al.*, 1999), contrastan modelos de crecimiento endógeno, bajo condiciones de financiación a través de impuestos para 22 países del OCDE, utilizando series temporales, la metodología aplicada, estimación de la ecuación con variable fiscales y no fiscales; llegan a concluir que el gasto público productivo aumenta el crecimiento, los resultados son consistentes con el modelo de (Barro, 1990). (Bleaney *et al.*, 1999), comprueban que si el gasto público y los impuestos tienen efectos transitorios y permanentes en el crecimiento para países de OCDE, utilizando la metodología de modelo de crecimiento endógeno con datos panel, se confirma que existe un crecimiento endógeno de crecimiento. (Bougheas *et al.*, 2001), ofrecen una explicación teórica a la subprovisión de infraestructuras para 16 países europeos, utilizando datos panel con la metodología del modelo de equilibrio general. El resultado empírico detalla que la subprovisión ocurre debido a la falla de coordinación.

(De la Fuente, 2002), analiza el rol de la inversión pública como instrumento de política económica regional para CC.AA. españolas, utilizando datos de serie temporal, calibran un modelo de asignación óptima de infraestructura; el resultado asume que la distribución está dirigida a las regiones más pobres, sugiere prestar atención a criterios de eficiencia. (Kalyvitis, 2003), examina teórica y empíricamente la implicancia de la inversión pública sobre el crecimiento para Canadá, utilizando data de series temporales contrasta el modelo de crecimiento endógeno, confirma que existe un efecto de la inversión pública en el crecimiento. (Romero de Ávila y Strauch, 2003), evalúan el efecto de las variables fiscales sobre la tasa de crecimiento para la Unión Europea, para ello utiliza datos de panel, utilizando el contraste de

raíces unitarias y cointegración, se concluye que la inversión pública tiene un efecto positivo sobre la tasa de crecimiento a largo plazo. (Bajo-Rubio y Díaz, 2003) evalúan los efectos del gasto público sobre el crecimiento para CC.AA. españolas con datos panel, estiman la ecuación del crecimiento y concluyen, que existe mayor intensidad de capital público en regiones productivas y mayor transferencia en regiones menos productivas. (González-Páramo y Martínez, 2003), estiman los efectos del gasto público sobre la tasa de crecimiento y la convergencia de las regiones para las CC.AA. españolas, utilizando data panel, estiman la ecuación del modelo neoclásico del que se deriva la ecuación de convergencia. Se determina que que la inversión pública no presenta efectos favorables sobre la tasa de crecimiento, sólo la inversión pública en educación y sanidad tienen un impacto positivo en el crecimiento, así mismo hay una posible existencia del *trade-off* entre eficiencia y equidad en la distribución regional de la inversión pública. (Canning y Pedroni, 2004), analizan las consecuencias de la provisión de infraestructura en la renta per cápita, con data panel para varios países. Existe una evidencia en relación de implicancia de la inversión en infraestructura en el ingreso per cápita a largo plazo, también el hallazgo permite ver las variaciones de resultados en países individuales, debido a heterogeneidad de características y provisiones de infraestructura. (Martínez-López, 2005), estudia los efectos de variables fiscales sobre el crecimiento de la productividad laboral en las regiones de España para período de 1965-1997. Los resultados del análisis de Data Panel muestran que el consumo público repercute de manera negativa en el crecimiento, mientras que la inversión pública tiene un efecto positivo pero no de manera óptima; así mismo la inversión en educación ejerce una influencia positiva sobre el crecimiento, mientras que en la salud es inversa. (Irmén y Kuehnel, 2008), en “*Productive Government Expenditure and Economic Growth*”, analizan la literatura global de la subvención estatal productiva y el crecimiento económico, desde el origen seminal del modelo de (Barro, 1990); para ello incorporan muchos aspectos pertinentes como la actividad productiva del gobierno como flujo y acciones. (Hernández, 2010), analiza y construye un modelo que radica en la proposición

de que la riqueza no depende de la capacidad de generación de ahorro *ex-ante*, sino que las políticas públicas y acciones privadas generan ambientes propicios para la inversión productiva. Propone que la política pública debe enfocarse en fomento de condiciones favorables para el desempeño de mayor productividad en el sector privado y público. (Alvis y Castrilón, 2011), realizan una estimación econométrica del modelo de gasto público y crecimiento económico de (Barro, 1990), mediante el método generalizado de momentos (GMM) para la economía colombiana. Se obtiene un resultado que refleja el tamaño del gasto público que varía en distintos contextos y que maximiza el crecimiento del PBI per cápita, que además depende del grado de aversión al riesgo.

### 2.2.2. EVIDENCIA PARA PERÚ

Los estudios afines sobre la influencia de la inversión pública (*gasto público productivo*) asociado al crecimiento económico, se desarrollaron investigaciones con metodologías y técnicas distintas, como también fuentes de datos diferentes para cada análisis. Los estudios referenciales datan con el trabajo de (Alcántara, 2001), quien analiza la convergencia del ingreso per cápita departamental para el Perú (1965-1995), con un análisis de dos tipos de convergencia<sup>17</sup>. Los resultados muestran que entre 1961 a 1972, existe una convergencia tipo *sigma*; mientras que de 1981 a 1993 la existencia de convergencia tipo *beta* tiende a una divergencia incondicional. (Paredes, 2009), evalúa el desempeño del crecimiento económico y la productividad en el Perú<sup>18</sup> a través de la estimación del coeficiente *incremental de capital-producto* (ICOR), se construye un *índice de eficiencia de la inversión* (IEI). El desempeño de la inversión pública en la evaluación, muestra una correlación alta y negativa entre el índice de eficiencia de la inversión y la participación de la inversión pública dentro del PBI (-0.65), lo que indica que en el período bajo análisis, incrementos en la

---

<sup>17</sup>Convergencia tipo *sigma*, que capta la disminución en el tiempo de los ingresos regionales, y la *beta*, que se verifica cuando existe relación negativa entre el nivel inicial de ingreso per cápita y la tasa de crecimiento de dicho ingreso.

<sup>18</sup>*Productividad Total de Factores* (PTF).

inversión pública han venido acompañados por reducciones en la eficiencia, debido a otros factores macroeconómicos. Se concluye que la productividad del capital y el crecimiento en la PTF, han estado inversamente relacionadas con la inversión pública en el Perú. (CIUP, 2010), realiza un estudio de evaluación de la Inversión Pública con el objetivo de contribuir con “*mejorar la calidad y sostenibilidad de la inversión pública en los niveles del gobierno nacional, regional y local*”. Los principales objetivos del trabajo se enfocan en la determinación de del impacto de la inversión pública en el período 1990 - 2008, sobre la reducción de brechas en la provisión de servicios básicos y con ello, el incremento de la competitividad de la actividad productiva. Así mismo, el otro objetivo específico se enfoca en establecer lineamientos de política para orientar y gestionar eficientemente la inversión pública.

La experiencia más reciente se da con el trabajo de (Von Hesse, 2011), quien propone recomendaciones de política sobre el impacto de la inversión pública en la expansión del crecimiento, analiza la eficacia en la asignación presupuestaria, así como la eficacia de la inversión pública en los tres niveles de gobierno: nacional, regional y local, asociando una relación con los indicadores de bienestar de la población. (Del Pozo y Espinoza, 2011), utiliza data panel para período de 1979-2008, siguiendo análisis similares encuentran que, existe una relación negativa entre el crecimiento del PIB per cápita nacional y la desigualdad entre departamentos ( $\sigma$ -convergencia), además se halló una presencia débil del proceso de ( $\beta$ -convergencia) del PIB per cápita para todo el periodo. (Vargas Vilchez, 2012), estudia los determinantes de la migración interna en el Perú, poniendo énfasis en el gasto público; utiliza datos del Censo Nacional del 2007. Se halla una evidencia que corrobora la mayor migración hacia regiones de mayor ingreso y menor tasa de desempleo, además que el gasto público implica en las decisiones de migraciones de la población de áreas con menores índices de infraestructura. (Delgado y Rodríguez, 2014), verifican la existencia de *convergencia estocástica* y  $\beta$ -convergencia, usando datos departamentales de PBI per cápita relativo (1970-2010) respecto a la nacional; así mismo usan la metodología contemporánea para identificar los clubes de convergencia. La aplicación de la

metodología de Test de raíz unitaria sin quiebre estructural indica la inexistencia de la convergencia estructural; mientras la incorporación de quiebres endógenas, el resultado revierte para todas las regiones; el desarrollo de la aplicación de estadísticas diferentes reporta en conclusión, que los departamentos han experimentado una quiebre estructural en el periodo 1970 a 2010; del mismo modo existe un rechazo a la hipótesis de a convergencia absoluta.<sup>19</sup> (Fort y Paredes, 2015), analizan la *inversión pública rural* (IPR) en los efectos de sus distintas categorías sobre la pobreza rural para el caso peruano durante el periodo 2004-2012, con énfasis en el rol de los niveles subnacionales de gobierno; hallan un efecto significativo de la IPR en la reducción de la pobreza rural, en la mejora de la productividad agrícola, además se halla una variabilidad de resultados de acuerdo a los sectores analizados.

### 3. HECHOS ESTILIZADOS

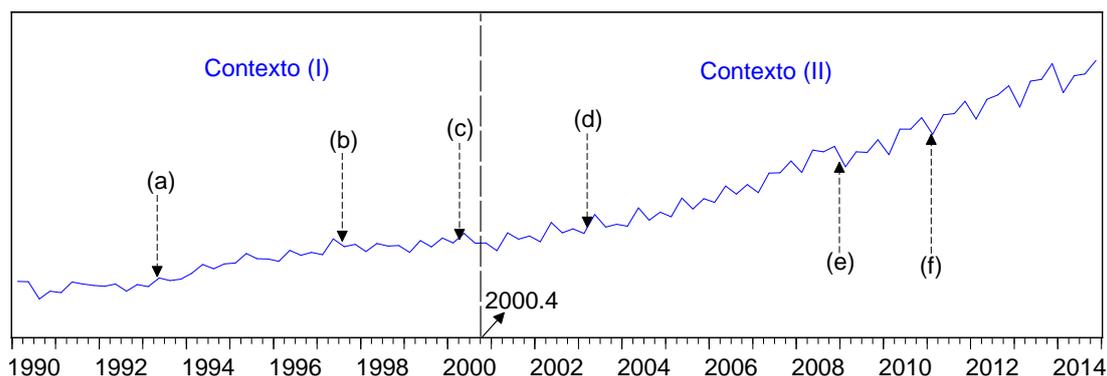
El comportamiento de las variables en estudio han tenido una expansión sostenida a través del tiempo; *a priori*, se intuye que la inversión pública es un factor con menor cantidad de contribución al crecimiento del PBI, considerando únicamente la participación de ambos sectores (privado y público). Existe una expansión paralela entre las tres variables, con cantidades y magnitudes que difieren entre sí.

En la figura (5), se observa el comportamiento del PBI expresado en términos monetarios (mill. de Nuevos Soles, año base 2007). Crecimiento promedio trimestral desde el año 1990.1 hasta el 2014.4 es de 67 630.44 (mill. S/. de 2007), que refleja la capacidad productiva del país a partir de la reforma del Estado sobre materia económica suscitada por aquel entonces. El crecimiento del PBI está enmarcado a múltiples episodios contextuales en cada período (ver figura 4), razones que alteran su rendimiento respecto a años anteriores. Del mismo modo, en la figura descriptiva (5), detalla el comportamiento temporal de la inversión pública y privada, cuyas

---

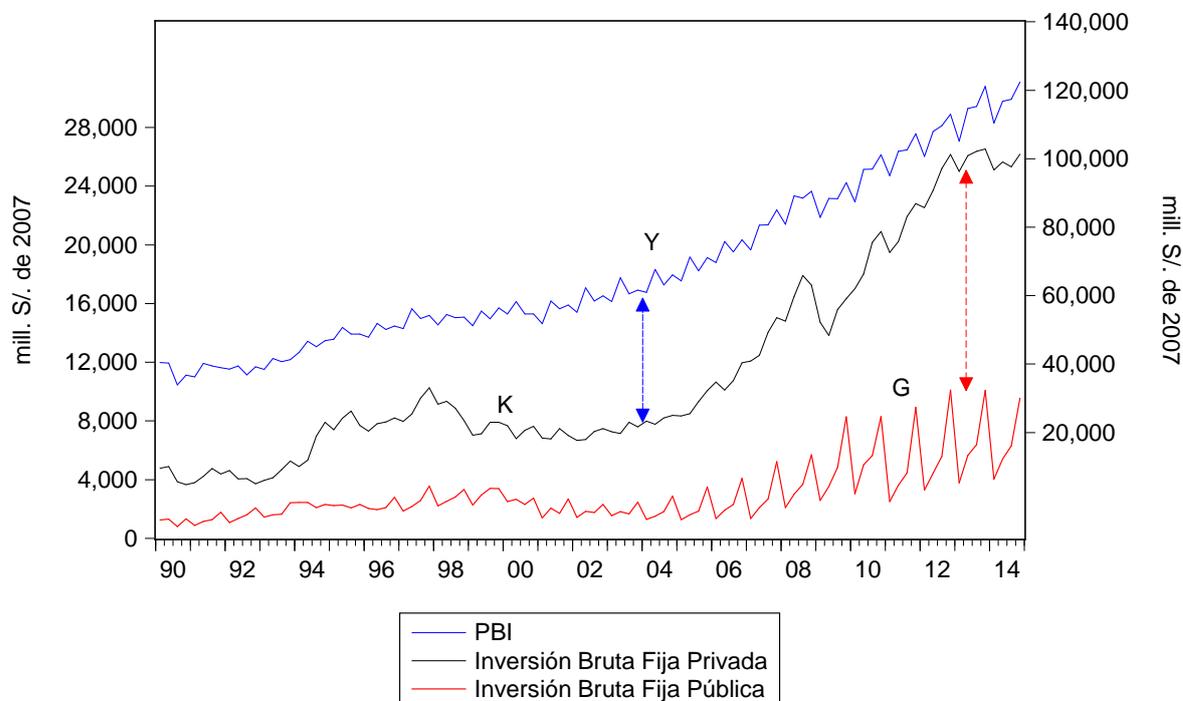
<sup>19</sup>En el proceso del análisis y conclusión final, se ha determinado que existen dos departamentos fuera del club de convergencia: Huancavelica y Apurímac, que aparecen desconectado del resto de las regiones y estancados respecto del PBI per cápita promedio.

Figura 4: Episodios trascendentales en Perú: 1990.1 - 2014.4



tendencias difieren entre sí. La brecha entre las dos variables difieren en el proceso expansivo; la inversión pública tiene un comportamiento ascendente en menor cuantía respecto a la inversión privada (promedio en la muestra de estudio en 3 022.15 mill. de S/. 2007 a 11 313.30 mill. de S/. 2007, respectivamente). La inversión privada se expande de forma ascendente superando en una proporción paralela el desempeño del sector público a través del tiempo.

Figura 5: Evolución de  $Y_t$ ,  $K_t$  y  $G_t$  en Perú (mill. S/. de 2007), 1990 - 2014



Fuente: BCRP  
Elaboración: Propia

Para la modelación estadística, se agrupan a los datos de la muestra en dos

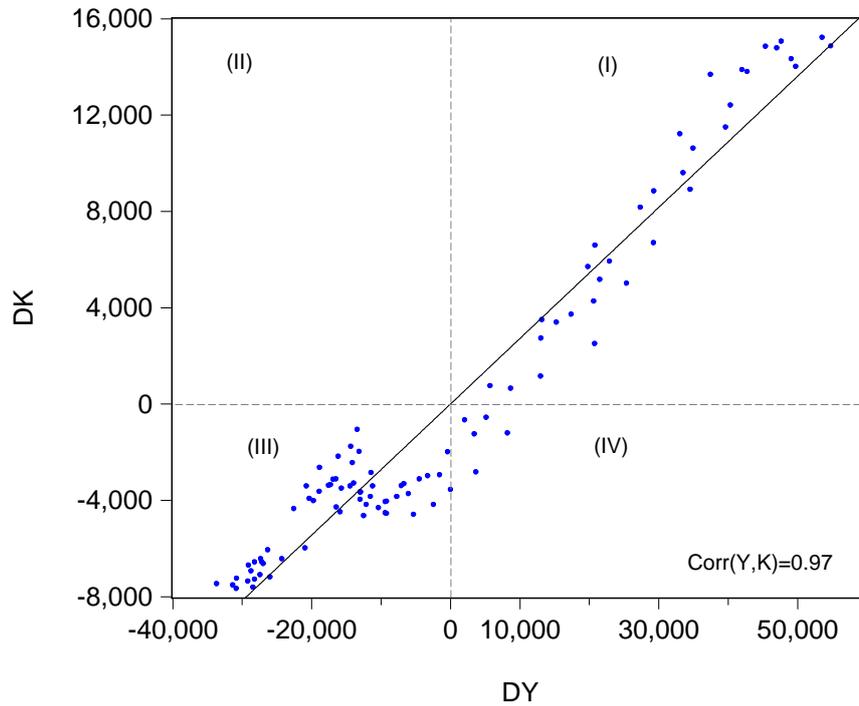
períodos, obedeciendo a contextos estructurales de la economía nacional. La figura (4) ilustra los siguientes episodios: Año 1990 a 1992, época de transición económica y social; el punto (a) corresponde al establecimiento de la *Constitución Política del Perú* en 1993, en donde se contempla la libertad de mercado<sup>20</sup> como mecanismo de dinamizar la economía. El punto (b) corresponde al año 1997, shock productivo vía sector externo (Crisis de Asia). El punto (c) es la fase final del primer período de la nueva economía nacional, caracterizada por el mayor escándalo de corrupción en la política peruana; así mismo en el segundo trimestre del año 2000 se establece la Ley de Sistema Nacional de Inversión Pública (SNIP). Los años 2001, 2002 y 2003 se hallan en el punto (d), determinada por el cambio de régimen en el gobierno; se establecen ciertos procesos para la reforma del Estado, emprendida por el gobierno de turno con el afán de diversificar las partidas presupuestarias a los Gobiernos Regionales a través de la descentralización y modernización de los instrumentos de Gestión Pública (SNIP, SIAF, etc.). A partir de esta época, corresponde el otro escenario de la economía nacional, caracterizada con avances paulatinos con respecto al período anterior. El año 2008, 2009 se halla en el punto (e), escenario que se caracteriza por la crisis financiera internacional, que agudiza las inversiones a nivel global, y los efectos en el resto de los sectores con mayor propagación; en este contexto, la inversión privada sufre un revés con respecto a la trayectoria que venía sosteniendo, pero la inversión pública recompone la alza de las actividades vía gasto público, a través de la política fiscal expansiva. Finalmente el punto (f) describe el año 2011 y el contexto actual, en escenarios con conflictos mineros, crisis de la Zona del Euro, recesión de las economías emergentes; en específico la Economía de China y, las condiciones climáticas que vulneran la capacidad productiva.

Así mismo, la figura (6) muestra la dispersión del PBI ( $Y_t$ ) asociado a la inversión privada ( $K_t$ ); existe una relación lineal positiva entre ambas variables, con un nivel de correlación de 97%. Una expansión de la inversión privada repercute en

---

<sup>20</sup>Título III - Cap. I - Artículo 58°: La iniciativa privada es libre. Se ejerce en una economía social de mercado. Bajo este régimen, el Estado orienta el desarrollo del país, y actúa principalmente en las áreas de promoción de empleo, salud, educación, seguridad, servicios públicos e infraestructura.

Figura 6: Dispersión de  $y_t^* = Y_t - \bar{Y}$  y  $k_t^* = K_t - \bar{K}$

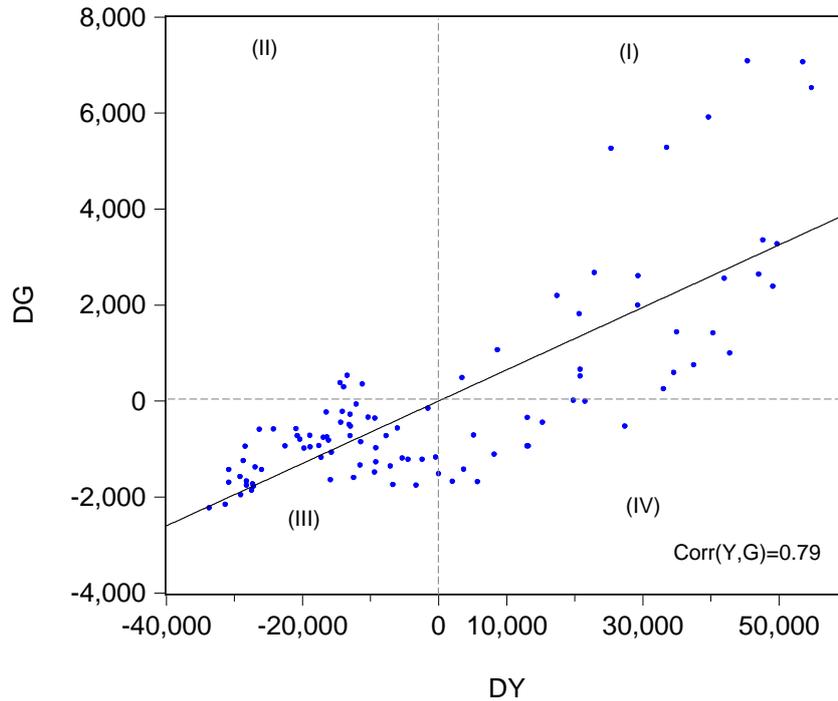


la expansión del PBI (crecimiento económico). Las dispersiones de ambas variables durante la evaluación del estudio repercuten en cuadrantes (I) y (III) en un 97%; lo que explica *a priori*, que la inversión privada es un factor trascendental y de mayor importancia en el crecimiento económico. El papel del Estado se reduce a la promoción y condicionante de las inversiones privadas, ya sea en escenarios jurídicos o de infraestructura;<sup>21</sup> debido a que las dimensiones de las actividades productivas son más eficientes en el rendimiento y resultados; así como en el tamaño de erogaciones monetarias con respecto a la inversión pública.

La figura (7) detalla la dispersión del crecimiento económico ( $Y_t$ ) asociado a la inversión pública ( $G_t$ ); existe un nivel de asociación positiva entre las dos variables a un 79%. La expansión del gasto público se asocia linealmente al crecimiento del PBI, lo que hace notar, la contribución de la inversión pública en el crecimiento económico. Si el Estado realiza acciones prioritarias en la actividad económica, es suficiente para creer en la evidencia de un alto papel del sector público en el

<sup>21</sup>Infraestructura física y social: inversión en carreteras, puentes, aeropuertos, edificaciones públicas, etc, así mismo, la inversión en capital humano (salud y educación)

Figura 7: Dispersión de  $y_t^* = Y_t - \bar{Y}$  y  $g_t^* = G_t - \bar{G}$



desempeño general de la economía.

Se asume que la influencia de la inversión pública a nivel general en el crecimiento económico es menor respecto a la inversión privada (el grado de correlación del crecimiento económico con respecto a la inversión privada y pública difiere en un 18%), cuya brecha resalta la característica de la economía nacional<sup>22</sup>. Además, el tamaño de las erogaciones del sector privado y público difieren en amplias magnitudes, asociados a sus tendencias y a la vulnerabilidad de los factores que inciden en su comportamiento<sup>23</sup>.

<sup>22</sup>Economía social de mercado con participación del Estado en la promoción y regulación de actividades. Este enfoque no garantiza la eficiencia de inversiones en resultados sociales (reducción de la pobreza, desigualdad, entre otros).

<sup>23</sup>Factores exógenos de naturaleza causal; casos como las tasas de interés referencial, riesgo país, nivel de tributación, precios de materias primas, etc.

## 4. MATERIALES Y MÉTODOS

En esta sección se analiza la metodología cuantitativa para describir y modelar el comportamiento de las variables para una evidencia empírica. En primer lugar se analiza la incidencia de la inversión pública en el crecimiento económico, a partir de la ecuación agregada de la función de producción (Barro, 1990); se mide la elasticidad de output - inversión privada y la elasticidad output - inversión pública. En este rubro, se utilizará los instrumentos del modelo de regresión clásica para determinar objetivos de primer orden y en las siguientes subsecciones se desarrolla en el enfoque de análisis de series no estacionarias (*series temporales*) para ecuaciones univariadas y multivariadas.

### 4.1. DERIVACIÓN ALGEBRAICA DE LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN

La función de producción agregada del tipo Cobb-Douglas, determinada en la base teórica (2.1), requiere de ajustes y procedimientos algebraicos para la linealización correspondiente. Se establece la siguiente notación ecuacional (4.1), a partir de la función exponencial para luego realizar la transformación logarítmica:

$$Y_t = AK_t^\alpha G_t^\beta e^{ut} \quad (4.1)$$

$0 < \alpha, \beta < 1$ , los parámetros en esta ecuación representan el grado de sensibilidad de las variables independientes respecto a la variable dependiente. El parámetro  $\alpha$  es la elasticidad producción-inversión privada, como  $\beta$  igual a  $(1 - \alpha)$ , es a la elasticidad producción-inversión pública. La constante  $A$  es el índice de la productividad de la economía; para países con escasa innovación, este factor refleja bajos rendimientos productivos respecto a otros países, pero ejerce una influencia significativa para la interacción de los agentes (en este modelo, es una constante invariable, que ejerce una influencia y soporte de los insumos para la producción).

Tomando logaritmo a ambos lados de la igualdad y aplicando propiedades, se

obtiene la ecuación lineal:

$$\text{Ln}(Y_t) = \text{Ln}(A) + \alpha \text{Ln}(K_t) + \beta \text{Ln}(G_t) + u_t \quad (4.2)$$

Se toma logaritmos para linealizar la función de producción, además modifica la escala de valor de las variables. La variable de entrada  $\text{Ln}(Y_t)$  está función lineal a los insumos  $\text{Ln}(K_t)$  y  $\text{Ln}(G_t)$  con sus parámetros respectivos que lo multiplican.

La ecuación (4.2) se deriva con respecto al tiempo y se obtiene:

$$\frac{d}{dt} [\text{Ln}Y_t] = \frac{d}{dt} [\text{Ln}A + \alpha \text{Ln}(K_t) + \beta \text{Ln}(G_t) + \text{Ln}(u_t)] \quad (4.3)$$

La ecuación (4.3) es una función dinámica de las variables a través del tiempo, pertinente para determinar las tasas de crecimiento. La ecuación (4.3), denotamos por las siguientes expresiones:  $\frac{d}{dt} [\text{Ln}Y_t] = y_t$ , como la producción en términos logarítmicos diferenciado respecto al tiempo (*tasa de crecimiento del PBI*),  $\frac{d}{dt} [\text{Ln}A] = a$ , como índice de productividad fijo;  $\frac{d}{dt} [\text{Ln}K_t] = k_t$  y  $\frac{d}{dt} [\text{Ln}G_t] = g_t$ , como insumos en logaritmos diferenciado respecto al tiempo (*tasa de crecimiento de la inversión privada y tasa de crecimiento de la inversión pública*). Estas notaciones se presentan en la ecuación (4.4):

$$y_t = a + \alpha k_t + \beta g_t + e_t \quad (4.4)$$

La ecuación derivada es una relación lineal de las variables manipuladas que tienen un comportamiento regular en el tiempo; para casos específicos de modelación se requiere de análisis completo computacional de los datos.

$$dy_t = a + \alpha dk_t + \beta dg_t + e_t \quad (4.5)$$

## 4.2. ANÁLISIS DE RAÍCES UNITARIAS Y COINTEGRACIÓN

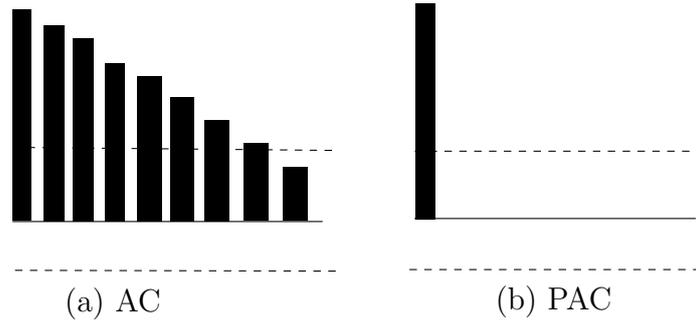
La metodología reciente en análisis de series temporales consiste en ordenar y evaluar datos tanto a nivel independientes y dependientes, para mejor consistencia y precisión de modelaciones a través de ecuaciones univariados y multivariados. (Sosa-Escudero, 2009) manifiesta que, “la inhabilidad de la economía de producir experimentos controlados para estudiar relaciones causales, supone estudiar relaciones históricas de variables altamente dependientes: raíces unitarias, cointegración”. Las series macroeconómicas a nivel global presentan tendencias variadas y comunes, ciclicidad, comportamientos estacionales, cambios estructurales, entre otros rasgos atípicos respecto a demás variables. Se estudia los datos de series temporales por presentar rasgos que difieren entre la teoría económica respecto a la evidencia empírica; la data disponible y organizada en el tiempo presenta un comportamiento dinámico (choques temporales del pasado perfilan la trayectoria de una variable con clara repercusión en el presente y futuro).

En esta sección se analiza las variables con sus propiedades estadísticas de series de tiempo (componente cíclico y tendencia). El componente de tendencia define claramente la *estacionariedad* y *no estacionariedad*, cuyas características difieren entre sí. La mayoría de las series macroeconómicas presentan un comportamiento de tendencia, su valor medio cambia a través del tiempo (son llamadas *series no estacionarias*). A continuación se desarrolla el proceso del análisis de raíces unitarias para probar la existencia de estacionariedad, así como eliminar el comportamiento secular o de crecimiento de una variable ( $X_t$ ); para ello se utiliza pruebas estadísticas a lo intuitivo y regresiones con restricciones:

### 4.2.1. PRUEBAS ESTADÍSTICAS COMUNES

Es la forma más intuitiva y visual para ver si hay existencia de raíces unitarias, como determinar el orden de integración de una serie. Esta prueba se basa en construir correlograma a partir de la estimación de coeficientes de autocorrelación

Figura 8: Función de Autocorrelación y Correlación Parcial



muestral ( $r_q$ ). (Nelson y Plosser, 1982) ponen en manifiesto que una serie no estacionaria se caracteriza por presentar al principio un alto coeficiente de autocorrelación  $r_q$ , que tiende a disminuir paulatinamente a medida que aumentan los retardos:

$$r_q = \frac{\sum_{t=1}^{n-q} (X_t - \bar{X})(X_{t+q} - \bar{X})}{\sum_{t=1}^n (X_t - \bar{X})^2} \quad (4.6)$$

La ecuación (4.6) es el coeficiente de autocorrelación (AC), donde,  $r_q$ , es el coeficiente de autocorrelación para un desfase de “ $q$ ” períodos,  $\bar{X}$ , es la media de los valores de la serie,  $X_t$ , es la observación de la serie en el tiempo “ $t$ ”;  $X_{t+q}$ , es la observación en “ $q$ ” períodos posteriores o período  $t+q$ . Por lo cual  $r_1$  es el coeficiente de autocorrelación en el primer desfase;  $r_2$  es el coeficiente de autocorrelación en el segundo desfase y, sucesivamente un  $r_q$  de desfase de orden “ $q$ ”. Si las series son no estacionarias y en el proceso de autocorrelación superan las bandas del intervalo de confianza, entonces se realiza la transformación de la serie a través de los métodos de desestacionalización más apropiados<sup>24</sup>. Además del análisis de la Función de Autocorrelación Parcial (FAP), se observa la estadística Q-Stat

<sup>24</sup>Los métodos más usuales son: X-11 ARIMA, X-12 ARIMA. Siguiendo a (CIDE, 2002) se utiliza el método de descomposición del *modelo multiplicativo*.  $X_t = TC_t * E_t * I_t$ , donde  $X_t$  es la serie original,  $TC_t$ , tendencia-ciclo,  $E_t$ , componente estacional y,  $I_t$ , irregularidad temporal. Este modelo asume que una expansión en el nivel de tendencia-ciclo ocasiona un aumento en la amplitud estacional. En este modelo, la serie desestacionalizada se obtiene como:  $Xe_t = \frac{X_t}{E_t} = TC_t * I_t$ . Este proceso repercute sobre tendencia de las variables, en el intervalo de confianza del proceso autorregresivo.

asociado a su probabilidad.

#### 4.2.2. PRUEBA ESTADÍSTICA DE DICKEY - FULLER AUMENTADO (ADF)

Nos interesa la prueba de raíces unitarias para ver el orden de integración de series, se analiza los datos mediante la evaluación de test de raíces unitarias a nivel individual y los test de Cointegración para determinar la estacionariedad de los residuos através de la prueba de Dickey-Fuller Aumentado (ADF).

La prueba de Dickey - Fuller establece una serie de secuencias para determinar la prueba más eficaz del análisis de los datos temporales: La variable  $X_t = X_{t-1} + u_t$  es un proceso AR(1);  $X_{t-1}$  es el retardo desfasado en un período, además de ello,  $u_t$  es *ruido blanco* con  $E(u_t) = 0$  y  $V(u_t) = \sigma^2$  constante. A partir de esta identidad establecemos los parámetros a las variables:

$$X_t = \rho X_{t-1} + u_t \quad (4.7)$$

Para determinar la diferenciación, se sigue un proceso que agrupe las variables mediante la factorización de  $X_{t-1}$ , por lo cual se obtiene la siguiente identidad:

$$X_t - X_{t-1} = \rho X_{t-1} - X_{t-1} + u_t \quad (4.8)$$

la ecuación (4.8), se agrupa los términos que representan la identidad, dando una notación a  $X_t - X_{t-1}$  como  $\Delta X_t$ . Entonces tenemos la siguiente ecuación:

$$\Delta X_t = \xi X_{t-1} + u_t \quad (4.9)$$

En donde  $\xi$  es igual a  $\rho - 1$ . Para determinar la prueba de hipótesis se tendrá lo siguiente:  $H_0 : \xi = 0$ , lo que es equivalente a  $\rho = 1$ , lo cual indica la presencia de raíz unitaria. Alternativamente  $H_1 : \xi \neq 0$ , como  $\rho \neq 1$ , que plasma la no existencia de la raíz unitaria.

$$\Delta X_t = \varphi_1 + \xi X_{t-1} + u_t \quad (4.10)$$

La ecuación (4.9) es un proceso de caminata aleatoria sin tendencia e intercepto (*random walks*); es una serie estacionaria. Así mismo, la ecuación (4.10) es un paseo aleatorio con con intercepto (*random walk with drift*). Finalmente, la ecuación (4.11) incluye tendencia, que es un proceso de caminata aleatoria con intercepto y tendencia (*random walks with drift and trend*).

$$\Delta X_t = \varphi_1 + \varphi_2 T + \xi X_{t-1} + u_t \quad (4.11)$$

En la prueba original de Dickey y Fuller (1979), se entiende que la  $u_t$  no está correlacionado, por lo que Dickey-Fuller (1984), Said-Dickey(1984), Phillips(1987) y Phillips-Perron (1988), modificaron la prueba original, a partir de una ecuación que sigue un proceso autorregresivo de orden  $\rho$ :

Caso	Proceso	Parámetros	Hipótesis sobre $\xi$
1	AR(1)	$ \xi  < 1, \varphi_2 = 0$	Alternativa
2	TD	$ \xi  < 1, \varphi_2 \neq 0$	Alternativa
3	RW	$\xi = 1, \varphi_2 = \varphi_1 = 0$	Nula
4	RWD	$\xi = 0$	Nula

Cuadro 2: Casos específicos

AR(1), es un proceso autorregresivo de orden 1, TD es un proceso estacionario de tendencia determinista, RW, es un proceso estacionario de paseo aleatorio y, RWD, es un proceso estacionario de paseo aleatorio con con tendencia determinista.

Se considera que la serie de tiempo se representa como un proceso autorregresivo de orden  $\rho$ :

$$X_t = \varphi_1 + \xi_1 X_{t-1} + \xi_2 X_{t-2} + \xi_3 X_{t-3} + \dots + \xi_\rho X_{t-\rho} + u_t \quad (4.12)$$

Para la presente investigación, se utiliza la Prueba de Dickey-Fuller Aumentada (notación en inglés ADF - *Augmented Dickey-Fuller Test Equation*), por ser de uso

más común<sup>25</sup>. La prueba de ADF es un número negativo (mientras más negativo sea el estadístico ADF, con respecto a los valores críticos)<sup>26</sup>, más fuerte será el rechazo a la hipótesis nula sobre la existencia de una raíz unitaria o no estacionariedad.

$$\Delta X_t = \varphi_1 + \varphi_2 T + \xi X_{t-1} + \gamma \sum_{i=1}^{\rho} \Delta X_{t-i} + u_t \quad (4.13)$$

$H_0 : \xi = 0$ , Tiene raíz unitaria (no estacionaria).

$H_1 : \xi < 0$ , No tiene raíz unitaria (estacionaria).

Si hay una existencia de raíz unitaria de la variable, entonces la serie tiene un orden de integración  $I(d)$ , lo que equivale a un proceso de diferenciación  $\Delta X_t = X_t - X_{t-1}$  para orden de integración  $I(1)$  o  $I(d)$ , para  $d > 1$ .

### 4.2.3. ECUACIÓN DE COINTEGRACIÓN

La prueba de cointegración en los procesos de ecuaciones univariadas se basan en el enfoque (Engle y Granger, 1987). En este punto, se analiza el comportamiento para tres variables en niveles:  $X_t$ ,  $Z_t$  y  $W_t$ ; están cointegradas si todas son de orden uno  $I(1)$ , y se plantea la relación de equilibrio mediante la ecuación estática de largo plazo por el método de *mínimos cuadrados ordinarios*<sup>27</sup>:

$$X_t = \theta_1 + \theta_2 Z_t + \theta_3 W_t + u_t \quad (4.14)$$

$X_t, Z_t, W_t \sim I(1)$  son series integradas de orden uno  $I(1)$ ;  $u_t$  es ruido blanco, bajo supuestos clásicos. El *Test de Engle-Granger*<sup>28</sup>,  $X_t = \theta_1 + \theta_2 Z_t + \theta_3 W_t + u_t$ ,

<sup>25</sup>La prueba de Dickey-Fuller Aumentada (ADF), se realiza a nivel individual para las tres variables:  $\Delta Y_t = \varphi_1 + \varphi_2 T + \xi Y_{t-1} + \gamma \sum_{i=1}^{\rho} \Delta Y_{t-i} + u_t$ , para el PBI;  $\Delta K_t = \varphi_1 + \varphi_2 T + \xi K_{t-1} + \gamma \sum_{i=1}^{\rho} \Delta K_{t-i} + u_t$  y  $\Delta G_t = \varphi_1 + \varphi_2 T + \xi G_{t-1} + \gamma \sum_{i=1}^{\rho} \Delta G_{t-i} + u_t$ , para la inversión privada y pública, respectivamente.

<sup>26</sup>Para a prueba de ADF se utilizan los valores críticos de (MacKinnon, 1996) Ver. (Loría Díaz de Guzmán, 2007)

<sup>27</sup>La representación de la ecuación estática supone un equilibrio de largo plazo de las variables en estudio, lo que implica la posible existencia de la *regresión espuria*.

<sup>28</sup> $H_0$  : los residuos no son estacionarios;  $H_1$  : los residuos son estacionarios. Tener raíz unitaria es sinónimo de no estacionariedad (comportamiento sobre la tendencia) y, no tener raíz unitaria

se realiza el test a través de la prueba de Dickey-Fuller Aumentado a los residuos estimados:

$$\hat{u}_t = X_t - \hat{\theta}_1 - \hat{\theta}_2 Z_t - \hat{\theta}_3 W_t \sim I(0) \quad (4.15)$$

- si  $\hat{u}_t \sim I(0)$ , entonces  $\hat{\theta}_2$  y  $\hat{\theta}_3$  son parámetros superconsistentes.
- Si  $\hat{u}_t$  tiene una raíz unitaria, las series no están cointegradas.
- un test de cointegración es un test de raíz unitaria en los residuos.
- $\hat{u}_t$  se trabaja con valores críticos distinto a la estándar.

#### 4.2.4. MODELO DE CORRECCIÓN DE ERRORES (MCE)

Si los residuos de la ecuación estática (4.14) tienden a ser estacionarias (existencia de variables cointegradas), entonces la modelación econométrica adecuada es el Mecanismo de Corrección de Errores (MEC).

$$X_t - X_{t-1} = \alpha_0 + \lambda(Z_t - Z_{t-1}) + \xi(W_t - W_{t-1}) + \varphi(X_{t-1} - \theta_1 - \theta_2 Z_{t-1} - \theta_3 W_{t-1}) + \varepsilon_t \quad (4.16)$$

$$\Delta X_t = \alpha_0 + \lambda(\Delta Z_t) + \xi(\Delta W_t) + \varphi(u_{t-1}) + \varepsilon_t \quad (4.17)$$

donde,  $\lambda$  y  $\xi$  son parámetros de influencia a *corto plazo* de  $Z_t$  y  $W_t$  sobre  $X_t$ , mientras  $\theta_2$  y  $\theta_3$  son parámetros de influencia a *largo plazo* de  $Z_t$  y  $W_t$  sobre  $X_t$ ; además,  $X_t - X_{t-1} = \Delta X_t$ ,  $Z_t - Z_{t-1} = \Delta Z_t$  y  $W_t - W_{t-1} = \Delta W_t$ , es la primera diferencia de las variables  $X_t$ ,  $Z_t$  y  $W_t$ , respectivamente. Finalmente  $\varphi(X_{t-1} - \theta_1 - \theta_2 Z_{t-1} - \theta_3 W_{t-1}) = \varphi(u_{t-1})$  es el mecanismo de corrección de errores con  $\varphi < 0$ <sup>29</sup>.

---

es sinónimo de estacionariedad (comportamiento sobre la constante).

<sup>29</sup>Ver (Montero Granados, 2013)

### 4.3. MODELACIÓN MULTIVARIADA PARA DOS VARIABLES

Se utiliza el modelo de Vectores Autorregresivos (VAR) para caracterizar las interacciones simultáneas de un conjunto de variables ( $X_t$  y  $Z_t$ ), formado por un sistema de ecuaciones de forma reducida sin restringir y que implica la ausencia teórica de causalidad o de relación. El comportamiento simultáneo está asociado a la interdependencia dinámica de las variables endógenas de manera conjunta en un sistema de ecuaciones multivariadas:

$$X_t = \phi + \sum_{j=1}^k \vartheta_j X_{t-j} + \sum_{j=1}^k \psi_j Z_{t-j} + \varepsilon_{1t} \quad (4.18)$$

$$Z_t = \phi' + \sum_{j=1}^k \zeta_j X_{t-j} + \sum_{j=1}^k \pi_j Z_{t-j} + \varepsilon_{2t} \quad (4.19)$$

donde  $X_t$  y  $Z_t$  son las variables endógenas de interés;  $\varepsilon_{1t}$  y  $\varepsilon_{2t}$  son *innovaciones* o *impulsos*, procesos ruido blanco con esperanza cero y varianzas constante ( $\sigma_{\varepsilon_{1t}}^2$ ,  $\sigma_{\varepsilon_{2t}}^2$ );  $k$  es la cantidad de rezagos que se quiere establecer en el sistema, esto obedece a cuestión empírica<sup>30</sup>.

(Novales, 2014) afirma que en un modelo VAR, todas las variables son tratadas simétricamente, siendo explicadas por el pasado de todas ellas. El modelo posee una cantidad alta de parámetros y variables, y los valores retardados de todas las ecuaciones aparecen como variables explicativas en todas las ecuaciones.

Los aspectos de evaluación en esta metodología VAR<sup>31</sup> corresponden a la simulación de funciones de Impulso-respuesta y descomposición de la varianza; así mismo, la evaluación del Test de causalidad de Granger<sup>32</sup>.

---

<sup>30</sup>Criterios de evaluación de la cantidad de rezagos que se incluyen en el modelo: Criterios de Akaike o de Schwarz.

<sup>31</sup>Para mayor análisis de aspectos teóricos ver (Novales, 2014), (Gujarati y Porter, 2010), (Montero, 2013)

<sup>32</sup>El análisis de las correlaciones no es un indicador relevante de causalidad entre dos o más variables, Granger desarrolla el test en un sistema de ecuaciones:

## 5. RESULTADOS

Esta sección, muestra las evaluaciones y estimaciones de las variables en función a la metodología o técnica descrita en la sección anterior. Los datos utilizados corresponden a las series temporales ordenadas, organizadas y desarrolladas por el Banco Central de la Reserva del Perú<sup>33</sup>. En las siguientes subsecciones se describen los resultados obtenidos a partir de distintas técnicas de estimación y pruebas (estimaciones por Mínimos Cuadrados Ordinarios, Ecuación de Cointegración, Mecanismo de Corrección de Errores y Vectores Autorregresivos) para ecuaciones univariadas y multivariadas. Los resultados obtenidos de evaluaciones econométricas demuestran las simulaciones de los datos, mas no la econometría de los pronósticos.

### 5.1. ESTIMACIONES DE LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN AGREGADA

La ecuación (4.1) derivada de la función de producción de la base teórica, se estima en dos períodos distintos<sup>34</sup> con datos transformados en logaritmos, como mecanismo de tasa de crecimiento a través del tiempo, que difieren por presentar contextos y episodios particulares; para ello se realiza estimaciones que abarcan la trascendencia de los gobiernos, post cambio estructural<sup>35</sup> de la economía peruana, propulsado desde la última década del siglo pasado. La primera estimación corresponde al período trimestral desde 1990.1 hasta 2000.4<sup>36</sup> ( $n = 44$ ). Y el segundo

---

$$X_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1} + \dots + \alpha_j X_{t-j} + \beta_1 Z_{t-1} + \dots + \beta_j Z_{t-j} + \varepsilon_t$$

$Z_t = \alpha_0 + \alpha_1 Z_{t-1} + \dots + \alpha_j Z_{t-j} + \beta_1 X_{t-1} + \dots + \beta_j X_{t-j} + \mu_t$ , en donde  $X_t$  y  $Z_t$  son variables endógenas de interés,  $j$  es el número de retardos usados,  $\alpha$  y  $\beta$  son los parámetros a estimar;  $\varepsilon_t$  y  $\mu_t$ .  $H_0$ : No existe causalidad en el sentido de Granger;  $H_1$ : Existe causalidad en el sentido de Granger.

<sup>33</sup>Data disponible en la página web: [Banco Central de Reserva del Perú](#).

<sup>34</sup>Períodos y contextos diferentes debido a la reforma y estructura económica del país, asociado a sucesos trascendentales.

<sup>35</sup>Reformas en la administración pública, dinamismo de la economía, nuevas tendencias que inciden en la dinámica de la economía locales como factores y shocks exógenos.

<sup>36</sup>Hasta este trimestre, la situación política en el país, presenta la inestabilidad y un período final de un régimen de gobierno con altos índices de corrupción institucional, etc.

período de estimación corresponde a la submuestra que abarca del primer trimestre de 2001 hasta el cuarto trimestre de 2014 ( $n = 56$ ). A continuación se muestran los resultados de las estimaciones en el [cuadro 3](#):

Cuadro 3: Estimaciones de la tasa de crecimiento del producto 1990.1 - 2014.4 (Resultados de la regresión por MCO)

Variables	Estimación 1	Estimación 2	Estimación 3	Estimación 4
$a$	6.958983 (31.39088)	6.595767 (57.27093)	6.984722 (35.24664)	6.701501 (55.69137)
$k_t$	0.302701 (7.693786)	0.459431 (22.13044)	0.312616 (8.864556)	0.442286 (20.68888)
$g_t$	0.150265 (4.281606)	0.042702 (2.54498)	0.134986 (4.261731)	0.050347 (3.049764)
$out$	- -	- -	0.164373 (3.374398)	-0.047172 (-2.266354)
$R^2$ ajustada	0.882583	0.972035	0.908601	0.974549
Durbin-Watson	1.080707	1.751878	1.377574	1.856357
F-Stat	154.0919	921.1001	132.5476	663.7034

\*Los datos en paréntesis son los estadísticos t.

\*\* La estimación (1) y (2) son estimaciones originales.

\*\*\* Las estimaciones (3) y (4) incluyen variables atípicas (*outliers*) para mejor consistencia.

La estimación (1) corresponde al período de 1990.1 - 2000.4 arroja resultados coherentes al planteamiento de la base teórica, cuya capacidad explicativa del modelo es significativo (F- Stat=154.0919); en este contexto, la organización estatal ha entrado en un nuevo proceso de dinámica económica, las variables macroeconómicas asociado al proceso de regionalización y reforma estatal entre 1989/90 y 1992 en materia de inversiones, se caracterizó por presentar deficiencias de diseño institucional (falta de equilibrio entre los poderes estatales, etc.), en cuyo período se halla la crea-

ción de la *Nueva Constitución del Perú*, año 1993. En este contexto, el crecimiento económico, la inversión pública ha tenido un desempeño positivo. En la estimación (1), existe problema de autocorrelación ( $0,0048 < 0,05$ ), debido a la existencia de anomalías en la muestra del primer período de evaluación; cuando se analiza los residuos de estimación, se observa variaciones atípicas en el trimestre dos del año 2000, cuyo período está asociado a la implementación de la Ley de Sistema Nacional de Inversión Pública, así mismo a la finalización de la era de un gobierno. Los valores de estimación determinan que los estadísticos t-student para este período son significativos. La estimación arroja los resultados siguientes:  $a$ , el parámetro constante obtiene un valor de 6.95; el parámetro de elasticidad crecimiento económico-inversión privada  $\alpha$  es de 0.30, lo que nos explica que la variación en una unidad de inversión privada explica, la variación en 30 % del crecimiento económico. Además se afirma que la elasticidad crecimiento económico-inversión pública  $\beta$  es de 0.15, que una variación de 1 % del gasto estatal en la inversión pública contribuye a 15 % de la expansión del crecimiento económico.

La estimación (2) corresponde a la submuestra ( $n = 56$ ), cuyo período de análisis corresponde el temporal del 2001.1 hasta 2014.4. En resultados de la estimación, el problema asociado al modelo es la existencia de heterocedasticidad ( $0,031 < 0,05$ ), que vulnera los supuestos clásicos de la regresión. Las estimaciones de parámetros para este período detallan la baja participación del Estado en el desenvolvimiento del crecimiento económico con respecto al período anterior;  $\alpha$  igual a 4%; mientras la influencia del sector privado llega a 45 %.

Las estimaciones (3) y (4) corresponden a la corrección del modelo original; en este aspecto, las suposiciones del modelo de regresión clásica son consistentes, mayor precisión y robustez de resultados de estimación. El período de la final década del siglo XX, ha tenido un tipo impositivo de 13 %, que es lo mismo, la participación del sector estatal en la productividad nacional que maximiza el crecimiento económico; mientras en el período de 2001 hasta el 2014 trasciende una tasa impositiva de 5 %, una contribución estatal relativamente baja respecto al período anterior. En



la existencia de raíces unitarias, lo que equivale a que las series evaluadas son series integradas de orden uno  $I(1)$ ; que se corrige con la primera diferenciación. Para la evaluación de contraste se utiliza el estadístico de ADF a nivel de significancia del 5%; en el gráfico (45) se obtiene la aceptación y rechazo de raíces unitarias para series de tiempo en niveles (logaritmos y logaritmos desestacionalizados) y en primera diferencia. En la regresión auxiliar del contraste, se observa la no existencia de la autocorrelación positiva para todas las variables, así como la significancia de los retardos, haciendo óptimo la capacidad explicativa del contraste.

Cuadro 4: Prueba de raíz unitaria al nivel de significancia del 5%

Var.	En niveles					En $\Delta$				
	Lags	ADF	Prob.	VC	DW	Lags	ADF	Prob.	VC	DW
$Y_t$	5	-0.68	0.97	-3.46	2	4	-4.35	0.00	-3.46	2
$y_t$	2	-2.42	0.37	-3.46	1.9	4	-4.94	0.00	-3.46	2
$ye_t$	4	-1.47	0.83	-3.46	1.9	1	-12.26	0.00	-3.46	2.1
$K_t$	5	-0.65	0.97	-3.46	2.1	4	-4.99	0.00	-3.46	2.1
$k_t$	4	-2.03	0.58	-3.46	1.9	1	-8.46	0.00	-3.46	2
$ke_t$	2	-1.85	0.68	-3.46	2	1	-6.88	0.00	-3.46	2
$G_t$	4	-1.52	0.82	-3.46	2.1	3	-4.36	0.00	-3.46	2
$g_t$	4	-2.04	0.56	-3.46	2	3	-4.78	0.00	-3.46	1.9
$ge_t$	4	-1.92	0.64	-3.46	2	3	-4.94	0.00	-3.46	2

La prueba de raíz unitaria ADF en niveles de la variable original para el caso del PBI ( $Y_t$ ,  $y_t$  y  $ye_t$ ) muestra la existencia de raíz unitaria en niveles, que incluye 5, 2 y 4 retardos en la variable explicativa, respectivamente; el estadístico ADF es de -0.680525, -2.419564 y -1.466987; el valor crítico al 5% es de -3.458326 para las tres variables. También podemos interpretar el valor del p-value es de 0.9712, 0.3673 y 0.8341, que conduce a la misma conclusión (es mayor al nivel de significación prefijado en 0.05). La probabilidad de equivocación si se rechaza la hipótesis nula es mayor de lo que se está dispuesto a permitir; luego no se rechaza. Así mismo, la prueba ADF para la inversión privada ( $K_t$ ,  $k_t$  y  $ke_t$ ) presenta resultados que evidencian la existencia de raíces unitarias con 5, 4 y 2 retardos, respectivamente; el valor crítico al 5% de insignificancia es -3.45; los estadísticos ADF son menores al valor crítico (-0.649826, -2.029991 y -1.84506), así como las probabilidades ( 0.9734,

0.5773 y 0.675) son mayores al 0.05. Finalmente; la inversión pública ( $G_t$ ,  $g_t$  y  $ge_t$ ) presentan 4 retardos en la estimación de las tres variables; el estadístico ADF es de -1.520353, -2.043735 y -1.917696 para el valor crítico del 5 % de -3.45. En conclusión, las series son no estacionarias, son integradas de orden uno  $\sim I(1)$ <sup>38</sup>.

Cuadro 5: Evidencia de estacionariedad

Variables	En niveles	En $\Delta$
$Y_t$	No	Sí
$y_t$	No	Sí
$ye_t$	No	Sí
$K_t$	No	Sí
$k_t$	No	Sí
$ke_t$	No	Sí
$G_t$	No	Sí
$g_t$	No	Sí
$ge_t$	No	Sí

Series originales en niveles ( $Y_t$ ,  $K_t$  y  $G_t$ ), en logaritmo ( $y_t$ ,  $k_t$  y  $g_t$ ) y, series en logaritmo desestacionalizado ( $ye_t$ ,  $ke_t$  y  $ge_t$ ).

### 5.2.2. RESULTADOS DE LA PRUEBA DE COINTEGRACIÓN Y MCE

Se evalúa el análisis de regresión en niveles de las variables desestacionalizadas  $ye_t$ ,  $ke_t$  y  $ge_t$ , además se incluye la variable de tendencia determinista ( $T$ )(Ver la ecuación 4.14):

$$ye_t = 8,50 + 0,007T + 0,207ke_t + 0,035ge_t + u_t \quad (5.1)$$

<sup>38</sup>El contraste de ADF en primera diferencia para las series detallan la no existencia de raíces unitarias. Los resultados de los contrastes en niveles y en primera diferencia, se detallan en los siguientes cuadros: (12), (13), (14), (15), (16) y (17).

Los resultados de la regresión muestran alto grado de  $R^2$  (0.99). A partir del resultado de la estimación de la ecuación (5.1) se genera los residuos  $\hat{\mu}_t$  para hacer el contraste de ADF de la Prueba de Engle-Granger para ecuaciones univariadas. La estimación para el contraste determina la no existencia de autocorrelación (Durbin-Watson igual a 1.99); los resultados de regresión auxiliar detalla que el retardo óptimo es tres y es significativo el último retardo (t-Statistic=-3.21, prob=0.0018). El contraste de Dickey-Fuller Aumentado es -3.14; el valor crítico se determina a través de la tabla de MacKinnon (1996) que corresponde a -2.89. El contraste de Cointegración de Engle-Granger sugiere rechazar la hipótesis nula, los residuos son estacionarios, no son integrados de orden uno (no tienen raíz unitaria). Entonces las series  $ye_t$ ,  $ke_t$  y  $ge_t$  cointegran; existe relación de coexistencia y equilibrio a largo plazo entre ellas y se asume que la ecuación (5.1) no es una regresión espuria.

Para el Modelo de Corrección de Errores, se estima la siguiente ecuación:

$$\Delta ye_t = \lambda(\Delta ke_t) + \xi(\Delta ge_t) + \varphi(u_{t-1}) + \varepsilon_t \quad (5.2)$$

la primera diferencia del logaritmo del PBI desestacionalizado ( $ye_t$ ) está en función de las primeras diferencias del logaritmo desestacionalizado de la inversión privada y pública ( $ke_t$  y  $ge_t$ ) más el mecanismo de corrección de errores ( $u_{t-1}$ ). La relación de equilibrio de corto plazo de las variables están determinadas por la influencia de los parámetros  $\lambda$  y  $\xi$ , cuyos valores estimados son 0.16 y 0.007, respectivamente. Mientras el parámetro de influencia de largo plazo (mecanismo de corrección de errores) resultada un efecto negativo,  $\varphi$  igual a -0.019 (la magnitud del coeficiente es pequeño). El signo negativo del coeficiente actúa para reducir el desequilibrio en el siguiente período (trimestre); si hay evidencia de desequilibrio de las variables en el período  $t - 1$ , el MCE corrige de forma gradual hacia el equilibrio en el período  $t$ . En conclusión, se observa que la desviación del crecimiento económico respecto al nivel de equilibrio a largo plazo se corrige trimestralmente en 2%.

### 5.3. INTERACCIÓN DE LA INVERSIÓN PÚBLICA E INVERSIÓN PRIVADA

El comportamiento de la inversión privada y pública suponen la complementariedad de ambos sectores en el proceso productivo, lo que genera la posibilidad de establecer relaciones causales por ambos lados, la inversión privada influye en la inversión pública o viceversa. Estas conjeturas abren la estimación econométrica a través del modelo de Vectores Autorregresivos (VAR), porque utiliza la simultaneidad de las variables como proceso estadístico de interacción.

El [cuadro 6](#) arroja la cantidad óptima de retardos incluidos en el sistema; los criterios de información sugieren que la cantidad óptima de retardos corresponde a 5 lags. A continuación se detalla la ecuación del sistema para la inversión privada desestacionalizada y la inversión pública desestacionalizada ( $ke_t$  y  $ge_t$ ):

Cuadro 6: Criterios de elección de rezagos para el modelo VAR

Lag	LogL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	-67.90925	NA	0.01567	1.519766	1.574588	1.541893
1	149.3287	420.3082	0.000152	-3.115841	-2.951377	-3.049462
2	153.525	7.936407	0.000151	-3.120108	-2.846001	-3.009476
3	157.6419	7.607301	0.000151	-3.122649	-2.738899	-2.967764
4	173.7195	29.00964	0.000116	-3.385206	-2.891813	-3.186069
5	189.2588	27.36273*	9.06e-05*	-3.636061*	-3.033025*	-3.392671*

\* Indicates lag order selected by the criterion

LR: sequential modified LR test statistic (each test at 5% level)

FPE: Final prediction error

AIC: Akaike information criterion

SC: Schwarz information criterion

HQ: Hannan-Quinn information criterion

$$ke_t = \phi + \sum_{j=1}^5 \vartheta_j ke_{t-j} + \sum_{j=1}^5 \psi_j ge_{t-j} + \varepsilon_{1t} \quad (5.3)$$

$$ge_t = \phi' + \sum_{j=1}^5 \zeta_j ke_{t-j} + \sum_{j=1}^5 \pi_j ge_{t-j} + \varepsilon_{2t} \quad (5.4)$$

En la estimación de la ecuación (5.3), la inversión privada tiene una explicación de 98 % de la capacidad del modelo, y la ecuación (5.4) detalla que la inversión pública, posee 92 % de la capacidad de explicación ( $R^2$  es 0.98 y 0.92 respectivamente<sup>39</sup>). Existe la estabilidad de los residuos en la estimación de los vectores autorregresivos para ambas ecuaciones; en el gráfico (48), el intervalo de confianza que limita el comportamiento del correlograma, explica la correcta representación del modelo (los residuos son ruido blanco); la interacción de la inversión privada y pública son relevantes.

Cuadro 7: Prueba de causalidad de Granger

Hipótesis	Obs.	F-Statistic	Prob.
$ge_t$ no causa en sentido de Granger a $ke_t$	95	1.43877	0.2189
$ke_t$ no causa en sentido de Granger a $ge_t$	95	2.50975	0.0362

En el cuadro (7), se observa que la inversión pública ( $ge_t$ ) influye en la inversión privada ( $ke_t$ ), la probabilidad asociada al estadístico F, corresponde a 0.22, que es mayor al nivel de significancia de 0.05; por lo tanto, no hay evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula; mientras que la inversión privada no causa en el sentido de Granger a la inversión pública ( $0.03 < 0.05$ ). En el resultado de la prueba, los rezagos (5 lags) de la inversión pública ( $ge_t$ ) son significativos en la ecuación de la inversión privada ( $ke_t$ ), el pasado de la inversión pública ayuda a explicar el valor presente de la inversión privada.

Finalmente, los gráficos<sup>40</sup> (49) y (50) detallan las simulaciones de la función

<sup>39</sup>(Ver el cuadro 19)

<sup>40</sup>Las expresiones LKE son logaritmo de la inversión privada desestacionalizada ( $ke_t$ ), así como

*impulso-respuesta y descomposición de varianza* a partir de la estimación del sistema de ecuaciones (VAR). La función de impulso-respuesta para la inversión privada desestacionalizada ( $ke_t$ ), tiene un impacto positivo y constante en los períodos consecuentes, que un shóck de la inversión privada sobre sí misma impacta de forma positiva en el largo plazo; así mismo, una innovación en la inversión pública produce efectos significativos en el largo plazo sobre la inversión privada. Una innovación en la inversión privada produce efectos significativos y positivos en la inversión pública; en tanto, el efecto de la inversión pública sobre sí misma tiene un efecto positivo con la oscilación de choques en períodos consecuentes (incremento y descenso de choques). La innovación aleatoria de la inversión privada tiene efectos contemporáneos sobre sí misma, el porcentaje de la variabilidad es constante; mientras la innovación aleatoria de la inversión pública tiene efecto mínimo sobre la inversión privada, el porcentaje de variabilidad repercute en menor dimensión. La importancia relativa de la inversión privada sobre la inversión pública es positivo, pero en menor cuantía, pero el efecto aleatorio de la inversión pública sobre sí mismo tiene un impacto positivo en mayor cuantía.

## 6. CONCLUSIONES

- Los análisis de métodos cuantitativos reportan resultados congruentes al planteamiento teórico; a través del MCO, la participación de la inversión pública tiene efectos positivos en el desempeño de las demás variables, concretamente en el desempeño del PBI y la inversión privada; es un factor relevante de las expansiones del producto, ya que el aparato estatal es un ente de mayor magnitud para promover y regular la economía. Sin embargo, la data disponible no es precisamente la variable perfecta para un contraste de evidencia, ya que es una variable *proxy* (Inversión Bruta Fija Privada y Inversión Bruta Fija Pública); por ello, la evidencia se limita a interpretar las magnitudes de

---

LGE corresponde al logaritmo de la inversión pública desestacionalizada ( $ke_t$ ).

inversión y crecimiento económico, porque el inversión general implica gastos productivos en infraestructura física y capital humano.

- El análisis de contrastes, de técnicas y procedimientos de series temporales, determinan que las variables en estudio son de carácter *no estacionario*:
  - existencia de raíces unitarias, las series macroeconómicas son de carácter no estacionario, de orden (1).
  - existe una relación estadística a largo plazo entre el crecimiento económico, inversión pública e inversión privada; las series estudiadas cointegran en el tiempo.
  - la inversión pública causa en la inversión privada como un mecanismo complementario en la dinámica económica. Esta evidencia de causalidad, que la inversión pública promueve e incentiva la inversión privada.
  - la modelación multivariada reporta la influencia de la inversión pública en la inversión privada, los efectos del gasto público productivo generan expansión de la inversión privada.

Finalmente, el estudio realizado abarca contextos y episodios de la dinámica económica a nivel agregado nacional, lo que debilita la interpretación sobre la efectividad del gasto, porque hay evidencia suficiente en que la expansión de las variables son mutuamente recíprocas a través de los años, pero no garantiza los resultados y la calidad de la inversión para el bienestar colectivo; para ello, se abre la posibilidad de realizar estudios de mayor análisis sobre la implicancia de la inversión pública sobre el crecimiento económico y la inversión privada, asociado a otras variables y escenarios distintos<sup>41</sup>.

---

<sup>41</sup>En contextos ambientales vulnerables, apertura al comercio internacional, shocks de oferta y demanda temporal, shocks de precios de materias primas, tributación y economía subterránea, desarrollo de instituciones, estándares educativos, entre muchos factores que inciden en el desarrollo de una economía.

## Referencias

- Alcántara, M. A. (2001). Análisis de la convergencia de ingresos departamentales en el Perú en el período 1961-1995. *Anales Científicos, Universidad Nacional la Agraria La Molina*, 48:20–32.
- Alvis, C. y Castrilón, C. (2011). Tamaño óptimo del gasto público colombiano: una aproximación desde la teoría del crecimiento endógeno. *Borradores del Departamento de Economía N° 42, Universidad de Antioquía*, pp. 3–52.
- Arrow, K. J. y Kurz, M. (1970). *Public Investment, the Rate of Return and Optimal Fiscal Policy*, volumen 1. Routledge.
- Aschauer, D. A. (1989). Is public expenditure productive? *Journal of monetary economics*, 23(2):177–200.
- Bajo-Rubio, O. y Díaz, C. (2003). Política y crecimiento: nuevos resultados para las regiones españolas, 1967-1995. *Investigaciones Regionales*, 3:11–99.
- Bajo-Rubio, O., Díaz, C., y Montávez, D. (1999). Política fiscal y crecimiento en las comunidades autónomas españolas. *Papeles de Economía Española*, 80:203–218.
- Barro, R. (1989). A cross-country study of growth, saving and government. *National Bureau of Economic Research*, 2885.
- Barro, R. (1991). Economic growth in a cross section of countries. *Quarterly Journal of Economics*, 106:407–444.
- Barro, R. J. (1990). Government spending in a simple model of endogenous growth. *Journal of Political Economy*, 98(5):103–125.
- Bleaney, M. F., Gemmell, N., y Kneller, R. (1999). Testing the endogenous growth model: public expenditure, taxation and growth over the long-run. *Canadian Journal of Economics*, 34:36–57.

- Bougheas, S., Demetriades, P. O., y Morgenroth, E. L. W. (2001). International aspects of public infrastructure investment. *Canadian Journal of Economics*, 36:884–910.
- Canning, D. y Pedroni, P. (2004). The effect of infrastructure on long-run economic growth. *mimeo, Harvard University*.
- Cashin, P. (1995). Government spending, taxes and economic growth. *IMF Staff Papers*, 42(2):237–269.
- Cassou, S. P. y Lansing, K. J. (1998). Optimal fiscal policy, public capital and the productivity slowdown. *Journal of Economics Dynamics and Control*, 22:911–935.
- CIDE (2002). Desetacionalización de series económicas.
- CIUP (2010). Balance de la inversión pública: Avances y desafíos para consolidar la competitividad y el bienestar de la población.
- Corsetti, J. y Roubini, N. (1996). Optimal government spending and taxation in endogenous growth models. *NBER Working Paper*, (5851).
- Díaz, C. y Martínez, D. (2006). Inversión pública y crecimiento: un panorama. *Hacienda Pública Española. Revista de Economía Pública*, (176):109–140.
- De Gregorio, J. (2012). *Macroeconomía: Teoría y Políticas*. Pearson-Educación.
- De la Fuente, A. (2002). El impacto de los fondos estructurales: convergencia real y cohesión interna. *Hacienda Pública Española*, 165(2):129–148.
- Del Pozo, J. M. y Espinoza, L. M. (2011). *Un análisis exploratorio de convergencia en el PIB per cápita entre departamentos en el Perú, 1979-2008*. Desigualdad distributiva en el Perú: Dimensiones. Lima PUCP.
- Delgado, A. y Rodríguez, G. (2014). La convergencia en los departamentos del Perú: ¿inclusión o exclusión en el crecimiento de la economía peruana (1970-2010)? *Documento de Trabajo N° 390, Pontificia Universidad Católica del Perú*, pp. 4–47.

- Easterly, W. y Rebelo, S. (1993). Fiscal policy and economic growth: an empirical investigation. *Journal of Monetary Economics*, 32:458–493.
- Engle, R. y Granger, W. (1987). Cointegration and error correction representation, estimation and testing. *Econometrica* N° 55, pp. 251–276.
- Evans, P. y Karras, G. (1994). Is government capital productive? evidence from a panel of seven countries. *Journal of Macroeconomics*, 16(2):271–279.
- Fort, R. y Paredes, H. (2015). Inversión pública y descentralización: sus efectos sobre la pobreza rural en la última década. *Documento de Investigación N° 76, GRADE*, pp. 7–132.
- González-Páramo, J. M. y Martínez, D. (2003). Convergence across spanish regions. new evidence of the effects of public investment. *Review of Regional Studies*, 33(2):184–205.
- Gorostiaga, A. (1999). ¿cómo afectan el capital público y el capital humano al crecimiento?: Un análisis para las regiones españolas en el marco neoclásico. *Investigaciones Económicas, XXIII*, 1:95–114.
- Greiner, A. y Hanusch, H. (1998). Growth and welfare effects of fiscal policy in an endogenous growth model with public investment. *International Tax and Public Finance*, 5:249–261.
- Gujarati, D. N. y Porter, D. C. (2010). *Econometría*. McGraw-Hill; Irwin, Inc.
- Guzmán, A. (2000). Las fuentes endógenas del crecimiento económico. *Economía Teoría y Práctica*, (13):35–60.
- Hanson, P. y Henrekson, M. (1994). A new framework for testing the effect of government spending on growth and productivity. *Public Choice*, 81:381–401.
- Hernández, J. L. (2010). Inversión pública y crecimiento económico: Hacia una nueva perspectiva de la función del gobierno. *Economía: Teoría y Práctica. Nueva Época*, 33:60–93.

- Holtz-Eakin, D. y Schwartz, A. E. (1995). Infrastructure in a structural model of economic growth. *Regional Science and Urban Economics*, 25:131–151.
- Irmen, A. y Kuehnel, J. (2008). Productive government expenditure and economic growth. *Discussion Paper Series N° 464. University of Heidelberg*, pp. 1–49.
- Kalyvitis, S. (2003). Public investment rules and endogenous growth with empirical evidence from canada. *Scottish Journal of Political Economy*, 30:90–110.
- Kneller, R., Bleaney, M. F., y Gemmell, N. (1999). Fiscal policy and growth: evidence from oecd countries. *Journal of Public Economics*, 74:171–190.
- Lahura, E. (2003). El coeficiente de correlación y correlaciones espúreas. *Documento de Trabajo*, (218).
- Landau, D. (1983). Government expenditure and economic growth: a cross - country study. *Southern Economic Journal*, 49:783–792.
- Loría Díaz de Guzmán, E. G. (2007). *Econometría con aplicaciones*. Pearson Educación.
- Manuelli, R. (1999). Tax evasion, endogenous spending and the design of optimal tax codes. *mimeo*.
- Marrero, G. A. y Novales, A. (2005). Growth and welfare: Distorting versus non-distorting taxes. *Journal of Macroeconomics*, 27-30:403–433.
- Martínez-López, D. (2005). Fiscal policy and growth: The case of spanish regions. *Economic Issues*, 10:9–24.
- Mas, M., Maudos, J., Pérez, F., y Uriel, E. (1995). Public capital and convergence in the spanish regions. *Entrepreneurship and Regional Development*, 7:309–327.
- Montero, R. (2013). Test de causalidad. *Documentos de Trabajo en Economía Aplicada*.

- Montero Granados, R. (2013). Variables no estacionarias y cointegración. *Documentos de Trabajo en Economía Aplicada*.
- Mourmouras, I. A. y Lee, J. E. (1999). Government spending on infrastructure in an endogenous growth model with finite horizon. *Journal of Economics and Business*, 51:395–407.
- Nelson, C. R. y Plosser, C. I. (1982). Trends and random walk in macroeconomic time series. some evidence and implications. *Journal of Monetary Economics*, (10):139–162.
- Novales, A. (2014). Modelos vectoriales autoregresivos (var).
- Paredes, C. (2009). Crecimiento, productividad y eficiencia de la inversión en el Perú. *Cuadernos de Investigación. Instituto del Perú*, (7):5–22.
- Romero de Ávila, D. y Strauch, R. (2003). Public finances and economic growth in Europe. evidence from a panel data analysis. *European Central Bank, Working Paper 246*.
- Sosa-Escudero, W. (2009). Econometría con series temporales.
- Thomas, B. (1996). Infrastructure and regional growth in the European Union. *Birmingham Economics Discussion Paper*, pp. 25–96.
- Vargas Vílchez, E. (2012). El impacto del gasto público sobre el proceso de migración interna: Evidencia empírica para el período 2002-2007. *Revista de Estudios Económicos*, 27:67–81.
- Von Hesse, M. (2011). El boom de la inversión pública en el Perú: ¿existe la maldición de los recursos naturales? *Universidad del Pacífico, Agenda*.

## 7. ANEXOS

### 7.1. ASPECTOS CONCEPTUALES DE LA INVERSIÓN

Siguiendo a (De Gregorio, 2012), la inversión se clasifica en dos rubros: *inversión fija* y *variación de existencias*, distinguiéndose del consumo por la capacidad de perpetuar ingresos en el futuro; por tanto, garantiza las condiciones de generar actividad (infraestructura física, como: carreteras, aeropuertos, edificaciones, maquinarias, etc.) y la acumulación del capital (inversión en capital humano: educación y salud). La *variación de existencias* es la variación de inventarios; esto corresponde al sector privado, bajo la consigna de elegir libremente sus decisiones, lo que repercute en las oscilaciones de la inversión debido a ser un componente de alta determinación en la estructura económica de un país (acumulación y desacumulación de inventarios). Mientras tanto, la inversión fija es la *formación bruta de capital fijo* cuya característica esencial es que se mantienen fijos durante un determinado tiempo en la economía, lo que difiere de la variación de existencias y, es un factor determinante para la producción de nuevos bienes.

La inversión en la infraestructura física se va gastando en el tiempo (*depreciación*), lo que nos plantea comprender la diferencia entre *inversión neta* e *inversión bruta*. La inversión bruta es la cantidad total de inversión en un período dado, para reponer el capital depreciado o para introducir nuevo capital. La inversión neta es la cantidad de capital que se añade sobre el existente, como un modo de agregación para el incremento de la capacidad productiva. Por lo tanto, la *inversión bruta* es igual a *inversión neta* más la *depreciación*:

$$I_t = K_{t+1} - K_t + \delta K_t \quad (7.1)$$

La ecuación (7.1) representa a la relación de inversión bruta e inversión neta, así como la depreciación. Donde  $I_t$  es inversión bruta en un período temporal determinado,  $K_{t+1} - K_t$  representa a la inversión neta, que es la variación de inversión, entendida como la diferencia de la inversión de hoy a la de ayer; mientras  $\delta K_t$  es la

depreciación de capital físico en el período  $t$ .

$$I_t = \Delta K_t + \delta K_t \quad (7.2)$$

A la variación de capital, entendida como inversión neta  $K_{t+1} - K_t$  se simplifica con la siguiente notación:  $\Delta K_t$ , como la inversión neta establecida dentro de un rango de tiempo  $(t + 1)$ .

Los gastos o erogaciones del gobierno se llaman inversión pública, cuya característica fundamental reside en ser netamente monopolístico, como función esencial del Estado, en ampliar infraestructuras viales, edificaciones de toda índole para el beneficio del sector privado; así como, dotar de capacidad a los ciudadanos (inversión en salud y educación), fundamentales para el crecimiento económico de largo plazo. La dinámica de los gastos está fundamentada estrechamente con la expansión de la tributación, debido a ser un mecanismo de financiación prioritaria en el ciclo de la política fiscal. En concreto, la inversión<sup>42</sup> es la agregación y reemplazo de bienes de capital al stock existente.

## 7.2. PROPIEDADES DE LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN

### 1. Función de Producción

$$F(K, G) = AK_t^\alpha G_t^{1-\alpha}$$

Se multiplica la función por un  $\lambda > 0$ , para obtener la función a rendimientos de escala constante.

$$F(\lambda K, \lambda G) = \lambda(AK_t^\alpha G_t^{1-\alpha})$$

$$F(\lambda K, \lambda G) = \lambda Y_t$$

### 2. Los productos marginales del capital y sector público son positivos:

---

<sup>42</sup>Para la inversión pública, [El Banco Central de Reserva del Perú](#) en el glosario de términos, define los conceptos del siguiente modo (Ver el cuadro 10).

$$\frac{\partial Y_t}{\partial K_t} = \alpha AK_t^{\alpha-1} G_t^{1-\alpha} > 0$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial G_t} = (1 - \alpha) AK_t^\alpha G_t^{-\alpha} > 0$$

La derivada de los productos marginales es decreciente y negativa.

$$\frac{\partial^2 Y_t}{\partial K_t^2} = \frac{\partial PmgK_t}{\partial K_t} = \alpha(\alpha - 1) AK_t^{\alpha-2} G_t^{1-\alpha} < 0, \text{ recordemos que } 0 < \alpha < 1,$$

entonces  $0 < \alpha < 1 \dots x - 1 \implies -1 < -\alpha < 0 \dots + 1$  es una constante positiva

$$0 < 1 - \alpha < 1.$$

3. Los límites de requeridos de la condición de INADA se cumplen.

$$\lim_{K \rightarrow \infty} PmgK = \alpha \frac{1}{K_t^{1-\alpha}} G_t^{1-\alpha} = 0, \text{ lo que implica } (1/\infty) \approx 0.$$

$$\lim_{K \rightarrow 0} PmgK = \alpha \frac{1}{K_t^{1-\alpha}} G_t^{1-\alpha} = \infty, \text{ lo que implica } (1/0) \approx \infty$$

$$\lim_{G \rightarrow \infty} PmgG = (1 - \alpha) K_t^\alpha \frac{1}{G_t^\alpha} = 0, \text{ lo que implica } (1/\infty) \approx 0$$

$$\lim_{G \rightarrow 0} PmgG = (1 - \alpha) K_t^\alpha \frac{1}{G_t^\alpha} = \infty, \text{ lo que implica } (1/0) \approx \infty$$

Estas características cumplen cuando se asume  $0 < \alpha < 1$

### 7.3. MODELO DE CRECIMIENTO ENDÓGENO DE R. BARRO (1990)

Se asume la función de producción agregada de tipo Cobb-Douglas:

$$Y_t = AK_t^\alpha G_t^{1-\alpha} \quad (7.3)$$

donde:  $0 < \alpha < 1$ , la implicancia del gasto público productivo tiene un efecto positivo expresado en el parámetro  $1 - \alpha$ , y un efecto negativo a través del impuesto:

$$G_t = \tau Y_t \quad (7.4)$$

$\tau$  es la tasa marginal de tributación. La identidad macroeconómica en una economía cerrada parte de las paridades de producción agregada y demanda agregada:

$$Y_t = C_t + I_t \quad (7.5)$$

$$Y_t = C_t + S_t \quad (7.6)$$

Igualando las identidades de las ecuaciones anteriores se obtiene:

$$I_t = S_t \quad (7.7)$$

Se considera que las funciones matemáticas de la inversión agregada y ahorro en una economía viene dada por:

$$I_t = \dot{K}_t + \delta K_t \quad (7.8)$$

$$S_t = s(1 - \tau)Y_t \quad (7.9)$$

Donde:  $0 \leq \delta \leq 1$  comprende la tasa de depreciación del capital,  $\dot{K}_t$  es la acumulación del capital agregado en la economía y,  $\delta K_t$  es la reposición de capital.

Las ecuaciones (7.8) y (7.9), se reemplazan en la ecuación (7.7), y se obtiene la identidad siguiente:

$$\dot{K}_t + \delta K_t = s(1 - \tau)Y_t \quad (7.10)$$

$$\dot{K}_t = s(1 - \tau)Y_t - \delta K_t \quad (7.11)$$

Para hallar la ecuación de la acumulación de capital agregada se reemplaza la ecuación (7.3) en (7.11) y se obtiene:

$$\dot{K}_t = s(1 - \tau)AK_t^\alpha G_t^{1-\alpha} - \delta K_t \quad (7.12)$$

La ecuación (7.12) se representa en términos per cápita:

$$\frac{\dot{K}_t}{L_t} = \frac{s(1 - \tau)AK_t^\alpha G_t^{1-\alpha}}{L_t} - \frac{\delta K_t}{L_t} \quad (7.13)$$

$$\frac{K_t}{L_t} = k_t \quad (7.14)$$

la ecuación (7.14) es el capital en términos per cápita.

$$\frac{AK_t^\alpha G_t^{1-\alpha}}{L_t} = Ak_t^\alpha g_t^{1-\alpha} \quad (7.15)$$

En la ecuación (7.15), para determinar la función de producción per cápita se ha desagregado la población en dos componentes, tanto para el capital privado agregado y para el gasto público productivo agregado.

Para determinar la función  $\frac{\dot{K}_t}{L_t}$  se sigue el siguiente paso, partiendo del capital per cápita:

$$k_t = \frac{K_t}{L_t} \quad (7.16)$$

Aplicando logaritmo natural a la identidad de capital per cápita:

$$\text{Ln}k_t = \text{Ln}K_t - \text{Ln}L_t \quad (7.17)$$

A la ecuación (7.17) se aplica la derivada:

$$\frac{\dot{k}_t}{k_t} = \frac{\dot{K}_t}{K_t} - \frac{\dot{L}_t}{L_t} \quad (7.18)$$

La ecuación (7.18) se despeja los demás factores para hallar  $\frac{\dot{K}_t}{L_t}$ :

$$\frac{\dot{K}_t}{L_t} = \dot{k}_t + nk_t \quad (7.19)$$

Las ecuaciones (7.14), (7.15) y (7.19) en (7.13):

$$\dot{k}_t = s(1 - \tau)Ak_t^\alpha g_t^{1-\alpha} - (n + \delta)k_t \quad (7.20)$$

la ecuación (7.20) es la *Ecuación fundamental de crecimiento endógeno* desarrollado por (Barro, 1990). A partir de la ecuación fundamental se deriva la tasa de crecimiento de capital (Tasa de crecimiento económico de Largo Plazo):

$$\frac{\dot{k}_t}{k_t} = s(1 - \tau)\frac{Ak_t^\alpha g_t^{1-\alpha}}{k_t} - \frac{(n + \delta)k_t}{k_t} \quad (7.21)$$

$$\frac{\dot{k}_t}{k_t} = s(1 - \tau)A\left(\frac{g_t}{k_t}\right)^{1-\alpha} - (n + \delta) \quad (7.22)$$

Para hallar la tasa de crecimiento económico de largo plazo es necesario partir la derivación de la condición de equilibrio fiscal y luego determinar el el ratio  $\frac{g_t}{k_t}$ :

$$\frac{G_t}{L_t} = \tau \frac{Y_t}{L_t} \quad (7.23)$$

$$g_t = \tau A k_t^\alpha g_t^{1-\alpha} \quad (7.24)$$

$$\frac{g_t}{k_t} = (\tau A)^{1/\alpha} \quad (7.25)$$

El ratio  $\frac{g_t}{k_t}$ , reemplazamos en la ecuación (7.22):

$$\frac{\dot{k}_t}{k_t} = s(1 - \tau)A \left[ (\tau A)^{1/\alpha} \right]^{1-\alpha} - (n + \delta) \quad (7.26)$$

$$\frac{\dot{k}_t}{k_t} = s(1 - \tau)A^{1/\alpha} \tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - (n + \delta) \quad (7.27)$$

$$\gamma_t^* = \frac{\dot{k}_t}{k_t} = s(1 - \tau)A^{1/\alpha} \tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - (n + \delta) \quad (7.28)$$

La ecuación (7.28) describe el comportamiento de los factores; el capital per cápita crece a un ritmo constante a lo largo del tiempo. En este modelo, el crecimiento económico, implica que la incorporación del gasto público en la función de producción elimina el efecto negativo de los rendimientos decrecientes de capital. El crecimiento del *output* es estable a lo largo del tiempo (Estado estacionario).

Para determinar el tamaño óptimo del sector público en la economía  $\tau^* = 1 - \alpha$ , es necesario seguir los pasos siguientes:

$$\frac{\partial \gamma_k^*}{\partial \tau} = 0 \quad (7.29)$$

$$(-1)sA^{1/\alpha} \tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} + \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) \tau^{(\frac{1-\alpha}{\alpha}-1)} s(1-\tau)A^{\frac{1}{\alpha}} = 0 \quad (7.30)$$

Sacando el factor común:

$$sA^{1/\alpha}\tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \left[ -1 + \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\left(\frac{1-\tau}{\tau}\right) \right] = 0 \quad (7.31)$$

$$sA^{1/\alpha}\tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \neq 0 \quad (7.32)$$

$$\left[ -1 + \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\left(\frac{1-\tau}{\tau}\right) \right] = 0 \quad (7.33)$$

la ecuación (7.33):

$$\left[ -1 + \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\left(\frac{1-\tau}{\tau}\right) \right] = 0 \quad (7.34)$$

$$\frac{(1-\alpha)(1-\tau)}{\alpha\tau} = 1 \quad (7.35)$$

$$(1-\alpha)(1-\tau) = \alpha\tau \quad (7.36)$$

$$\tau^* = 1 - \alpha \quad (7.37)$$

El tipo impositivo  $\tau^*$  que maximiza el crecimiento económico de un país es  $1 - \alpha$ , que se traduce en el peso del gasto público productivo en la función de producción.

## 7.4. COVARIANZA Y CORRELACIÓN

La covarianza entre dos variables observadas,  $X$  y  $Z$ , se define mediante la expresión:

$$Cov(X, Z) = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Z_i - \bar{Z})}{n} \quad (7.38)$$

donde,  $n$  es el número de observaciones,  $X_i - \bar{X}$  es la desviación de la variable  $X$  respecto a su media ( $x_i^*$ ) y,  $Z_i - \bar{Z}$  como la desviación de  $Z$  respecto a  $\bar{Z}$  ( $z_i^*$ ).

- Una covarianza positiva denota una relación creciente entre las dos variables, es decir, que cuando una aumenta la otra también lo hace.
- Una covarianza negativa implica relación lineal decreciente, es decir, cuando una aumenta la otra disminuye.
- Una covarianza nula (0), denota la ausencia de cualquier tipo de relación lineal entre las variables.

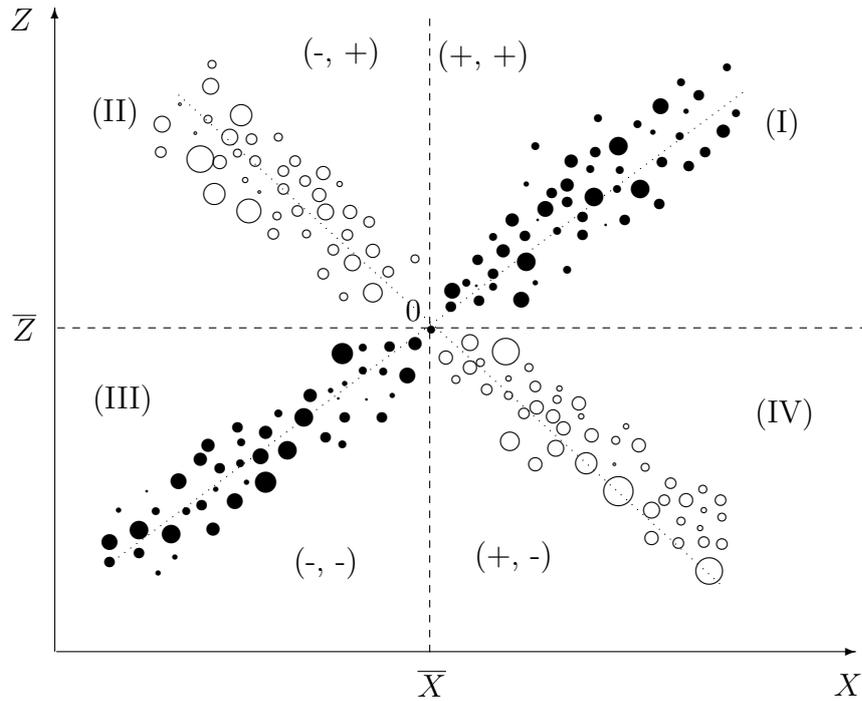


Figura 9: Gráfica de dispersión de dos variables:  $X$  y  $Z$

Si las desviaciones de las variables  $X$  y  $Z$  están en el cuadrante (I) y (III), así como (II) y (IV); entonces las relaciones son lineales positivas y lineales negativas (inversas), respectivamente.

- La escala de medición del coeficiente de covarianza oscila de  $-\infty \leq cov(X, Z) \leq +\infty$ , lo que genera su difícil interpretación.

El problema de la acotación e interpretación del coeficiente de la covarianza se corrige a través del índice de correlación, y se presenta de la siguiente forma:

$$Corr(X, Z) = \frac{Cov(X, Z)}{\sigma_X \sigma_Z} \quad (7.39)$$

donde  $\sigma_X \sigma_Z$  es el producto de la desviación estándar de la variable  $X$  y  $Z$ , como expresión de la raíz cuadrada de la varianza para ambas variables.

La correlación<sup>43</sup> es un índice adimensional, sin unidades de medida y presenta las siguientes propiedades:

- La acotación del índice está comprendido de  $-1 \leq corr(X, Z) \leq +1$ .
- Si  $Corr(X, Z) = 1$ , existe una dependencia lineal creciente entre  $X$  y  $Z$ .
- Si  $Corr(X, Z) = 0$ , no existe una dependencia lineal creciente ni decreciente entre  $X$  y  $Z$ .
- Si  $Corr(X, Z) = -1$ , existe una dependencia lineal decreciente entre  $X$  y  $Z$ .

Un análisis detallado sobre la correlación, se halla en el ensayo de (Lahura, 2003); quien analiza el coeficiente de correlación como una herramienta estadística para relaciones lineales bivariadas. La correlación lineal proporciona información sobre la relación lineal existente entre dos variables, a través de la *dirección* y *fuerza*, esto se mide a partir de la *i-ésima* observación de las variables  $X$  y  $Z$  con respecto a sus medias:  $x_i^* = X_i - \bar{X}$  y  $z_i^* = Z_i - \bar{Z}$ , los cuales pueden tomar valores positivos o negativos. En el cuadrante (I) del la figura (9) se presenta los valores de las variables  $X$  y  $Z$ ; los puntos muestran distintas combinaciones de desviaciones positivas para ambas variables(covarían positivamente y existe una relación lineal y positiva). En el cuadrante (II), la desviación de  $X$  es negativa y la de  $Z$  es positiva, lo que implica una variación conjunta en sentido contrario (covarían negativamente y la relación es lineal inversa). En el cuadrante (III), la desviación de ambas variables son negativas, pero covarían positivamente con una relación lineal y positiva. Finalmente, en el

---

<sup>43</sup>La correlación está acotada entre:  $-1 \leq corr(X, Z) \leq 1$ , que es un coseno de un ángulo ( $\Gamma$ ):

$$d_X = \begin{bmatrix} X_1 - \bar{X} \\ \vdots \\ X_n - \bar{X} \end{bmatrix} \text{ y } d_Z = \begin{bmatrix} Z_1 - \bar{Z} \\ \vdots \\ Z_n - \bar{Z} \end{bmatrix}, \text{ la covarianza de las dos variables se presenta como el}$$

producto escalar de los dos vectores.  $Cov(X, Z) = \frac{1}{n} \langle d_X, d_Z \rangle$ , que equivale al producto escalar de dos vectores entre la cantidad de observación  $n$ .  $Var(X) = Cov(X, X) = \frac{1}{n} \langle d_X, d_X \rangle$ , para la variable  $Z$ :  $Var(Z) = Cov(Z, Z) = \frac{1}{n} \langle d_Z, d_Z \rangle$ . Por lo tanto: las varianzas para ambos variables viene dado por el cuadrado de los módulos de cada variable:  $Var(X) = \frac{1}{n} \|d_X\|^2$  y  $Var(Z) = \frac{1}{n} \|d_Z\|^2$ . Finalmente  $Corr(X, Z) = \frac{Cov(X, Z)}{\sigma_X \sigma_Z} = \frac{\frac{1}{n} \langle d_X, d_Z \rangle}{\sqrt{\frac{1}{n} \|d_X\|^2} \sqrt{\frac{1}{n} \|d_Z\|^2}} = \frac{\langle d_X, d_Z \rangle}{\|d_X\| \|d_Z\|} = -1 \leq \cos(\Gamma) \leq 1$

cuadrante (IV), la desviación de X es negativa y la de Z es positiva; ambas variables covarían negativamente, con una relación lineal inversa. (para mejor detalle ver el gráfico de dispersión en la Figura 9).

## 7.5. SERIE DE DATOS UTILIZADOS

Cuadro 8: Series temporales trimestrales.

$t$	$Y_t$	$y_t$	$ye_t$	$K_t$	$k_t$	$ke_t$	$G_t$	$g_t$	$ge_t$
T190	40440.51	10.61	10.64	4770.91	8.47	8.49	1246.79	7.13	7.39
T290	40316.94	10.60	10.57	4886.59	8.49	8.52	1296.94	7.17	7.22
T390	33934.51	10.43	10.44	3846.61	8.25	8.23	794.51	6.68	6.69
T490	36800.05	10.51	10.50	3654.78	8.20	8.18	1325.66	7.19	6.87
T191	36289.66	10.50	10.53	3791.47	8.24	8.26	868.14	6.77	7.02
T291	40194.37	10.60	10.57	4225.17	8.35	8.37	1157.68	7.05	7.11
T391	39444.33	10.58	10.59	4751.60	8.47	8.44	1270.49	7.15	7.16
T491	38925.65	10.57	10.56	4386.16	8.39	8.37	1776.30	7.48	7.15
T192	38553.89	10.56	10.59	4622.06	8.44	8.46	1068.58	6.97	7.23
T292	39420.10	10.58	10.55	4040.40	8.30	8.33	1355.32	7.21	7.27
T392	36833.07	10.51	10.52	4077.95	8.31	8.29	1595.92	7.38	7.38
T492	39209.95	10.58	10.57	3709.86	8.22	8.20	2075.83	7.64	7.30
T193	38458.77	10.56	10.59	3960.00	8.28	8.31	1445.66	7.28	7.54
T293	41646.57	10.64	10.60	4129.65	8.33	8.35	1594.17	7.37	7.43
T393	40683.67	10.61	10.62	4682.28	8.45	8.42	1643.11	7.40	7.41
T493	41304.00	10.63	10.62	5256.51	8.57	8.55	2429.63	7.80	7.45
T194	43373.69	10.68	10.71	4884.52	8.49	8.52	2437.09	7.80	8.09
T294	46709.91	10.75	10.72	5331.93	8.58	8.61	2442.63	7.80	7.86
T394	45094.04	10.72	10.73	6962.47	8.85	8.82	2088.51	7.64	7.65
T494	46865.98	10.76	10.74	7909.09	8.98	8.95	2296.06	7.74	7.40

Continúa en la siguiente página.

Cuadro 8: Series temporales trimestrales.

$t$	$Y_t$	$y_t$	$ye_t$	$K_t$	$k_t$	$ke_t$	$G_t$	$g_t$	$ge_t$
T195	47280.53	10.76	10.80	7397.09	8.91	8.93	2224.45	7.71	7.99
T295	50715.62	10.83	10.80	8187.12	9.01	9.04	2266.64	7.73	7.79
T395	48795.60	10.80	10.81	8674.81	9.07	9.04	2063.04	7.63	7.64
T495	48744.27	10.79	10.78	7686.98	8.95	8.93	2303.26	7.74	7.40
T196	47884.66	10.78	10.81	7291.92	8.89	8.92	2037.00	7.62	7.90
T296	51913.61	10.86	10.82	7817.34	8.96	8.99	1951.49	7.58	7.64
T396	50072.63	10.82	10.83	7937.30	8.98	8.95	2090.48	7.65	7.65
T496	51138.40	10.84	10.83	8200.44	9.01	8.99	2793.10	7.93	7.58
T197	50364.86	10.83	10.86	7963.67	8.98	9.01	1848.04	7.52	7.80
T297	56186.50	10.94	10.90	8469.34	9.04	9.07	2169.78	7.68	7.74
T397	53279.54	10.88	10.89	9557.20	9.17	9.14	2574.86	7.85	7.86
T497	54197.39	10.90	10.89	10250.79	9.24	9.21	3554.93	8.18	7.82
T198	51486.88	10.85	10.88	9139.31	9.12	9.15	2207.14	7.70	7.98
T298	54478.75	10.91	10.87	9335.39	9.14	9.17	2529.71	7.84	7.90
T398	53514.83	10.89	10.90	8873.35	9.09	9.06	2805.36	7.94	7.95
T498	53709.45	10.89	10.88	8024.95	8.99	8.97	3319.22	8.11	7.75
T199	51214.70	10.84	10.88	7032.18	8.86	8.88	2271.04	7.73	8.01
T299	55517.78	10.92	10.89	7133.98	8.87	8.90	2955.33	7.99	8.05
T399	53196.10	10.88	10.89	7905.65	8.98	8.95	3401.78	8.13	8.14
T499	56448.22	10.94	10.93	7909.19	8.98	8.95	3378.27	8.13	7.77
T100	54674.84	10.91	10.94	7666.97	8.94	8.97	2498.27	7.82	8.11
T200	58255.51	10.97	10.94	6800.72	8.82	8.85	2664.41	7.89	7.95
T300	54621.74	10.91	10.92	7354.57	8.90	8.87	2299.12	7.74	7.75
T400	54654.59	10.91	10.90	7638.74	8.94	8.92	2740.68	7.92	7.57
T101	51760.44	10.85	10.89	6835.21	8.83	8.85	1377.20	7.23	7.49

Continúa en la siguiente página.

Cuadro 8: Series temporales trimestrales.

$t$	$Y_t$	$y_t$	$ye_t$	$K_t$	$k_t$	$ke_t$	$G_t$	$g_t$	$ge_t$
T201	58431.04	10.98	10.94	6771.88	8.82	8.85	2042.45	7.62	7.68
T301	56119.67	10.94	10.95	7476.44	8.92	8.89	1688.97	7.43	7.44
T401	57268.39	10.96	10.94	7005.47	8.85	8.83	2685.45	7.90	7.55
T102	55137.77	10.92	10.95	6669.33	8.81	8.83	1428.70	7.26	7.53
T202	62307.21	11.04	11.00	6729.81	8.81	8.84	1833.54	7.51	7.57
T302	58404.40	10.98	10.99	7277.02	8.89	8.86	1751.19	7.47	7.48
T402	59923.66	11.00	10.99	7468.85	8.92	8.90	2299.42	7.74	7.40
T103	58249.25	10.97	11.01	7263.93	8.89	8.92	1540.91	7.34	7.61
T203	65202.45	11.09	11.05	7141.40	8.87	8.90	1808.67	7.50	7.56
T303	60551.72	11.01	11.02	7917.07	8.98	8.95	1668.35	7.42	7.43
T403	61589.21	11.03	11.02	7592.61	8.93	8.91	2460.79	7.81	7.46
T104	60913.82	11.02	11.05	7995.79	8.99	9.01	1283.37	7.16	7.42
T204	67639.71	11.12	11.09	7768.45	8.96	8.98	1505.88	7.32	7.37
T304	63145.75	11.05	11.06	8202.15	9.01	8.98	1808.72	7.50	7.51
T404	66070.50	11.10	11.09	8368.61	9.03	9.01	2868.55	7.96	7.61
T105	64340.89	11.07	11.11	8332.65	9.03	9.05	1265.64	7.14	7.41
T205	71310.37	11.17	11.14	8496.81	9.05	9.07	1601.49	7.38	7.44
T305	67229.83	11.12	11.13	9321.57	9.14	9.11	1851.11	7.52	7.53
T405	71090.07	11.17	11.16	10065.97	9.22	9.19	3506.21	8.16	7.80
T106	69670.76	11.15	11.19	10649.13	9.27	9.30	1350.03	7.21	7.47
T206	75823.94	11.24	11.20	10108.32	9.22	9.25	1913.69	7.56	7.62
T306	72806.27	11.20	11.21	10754.41	9.28	9.25	2312.30	7.75	7.76
T406	76296.86	11.24	11.23	11970.13	9.39	9.37	4088.75	8.32	7.95
T107	73353.82	11.20	11.24	12071.91	9.40	9.42	1337.73	7.20	7.46
T207	80625.63	11.30	11.26	12465.38	9.43	9.46	2083.98	7.64	7.70

Continúa en la siguiente página.

Cuadro 8: Series temporales trimestrales.

$t$	$Y_t$	$y_t$	$ye_t$	$K_t$	$k_t$	$ke_t$	$G_t$	$g_t$	$ge_t$
T307	80689.08	11.30	11.31	14045.49	9.55	9.52	2679.74	7.89	7.90
T407	85024.46	11.35	11.34	15043.23	9.62	9.59	5220.27	8.56	8.18
T108	80813.10	11.30	11.34	14809.63	9.60	9.63	2082.28	7.64	7.92
T208	89146.44	11.40	11.36	16484.50	9.71	9.74	3019.64	8.01	8.08
T308	88439.84	11.39	11.40	17910.76	9.79	9.76	3682.01	8.21	8.22
T408	90523.62	11.41	11.40	17248.16	9.76	9.73	5698.38	8.65	8.27
T109	82894.93	11.33	11.36	14716.47	9.60	9.62	2578.70	7.86	8.14
T209	88427.18	11.39	11.35	13816.37	9.53	9.56	3544.03	8.17	8.24
T309	88282.98	11.39	11.40	15579.64	9.65	9.62	4836.02	8.48	8.49
T409	92978.92	11.44	11.43	16326.52	9.70	9.68	8282.09	9.02	8.62
T110	87418.21	11.38	11.42	17017.59	9.74	9.77	3036.04	8.02	8.31
T210	96887.26	11.48	11.44	18016.66	9.80	9.83	5015.72	8.52	8.59
T310	96918.82	11.48	11.49	20162.78	9.91	9.88	5628.79	8.64	8.65
T410	101155.71	11.52	11.51	20919.82	9.95	9.92	8301.89	9.02	8.63
T111	94996.28	11.46	11.50	19482.73	9.88	9.90	2498.30	7.82	8.11
T211	102176.04	11.53	11.50	20227.94	9.91	9.94	3618.51	8.19	8.26
T311	102605.53	11.54	11.55	21936.11	10.00	9.96	4461.79	8.40	8.41
T411	107274.13	11.58	11.57	22817.21	10.04	10.01	8934.42	9.10	8.70
T112	100668.84	11.52	11.56	22536.21	10.02	10.05	3275.42	8.09	8.39
T212	107960.88	11.59	11.55	23725.23	10.07	10.10	4438.96	8.40	8.46
T312	109624.76	11.60	11.62	25200.15	10.13	10.10	5575.11	8.63	8.64
T412	113018.50	11.64	11.62	26163.07	10.17	10.15	10109.59	9.22	8.81
T113	105089.22	11.56	11.60	25003.09	10.13	10.16	3773.02	8.24	8.54
T213	114648.81	11.65	11.61	26093.61	10.17	10.20	5661.82	8.64	8.71
T313	115276.18	11.66	11.67	26382.08	10.18	10.15	6375.94	8.76	8.77

Continúa en la siguiente página.

Cuadro 8: Series temporales trimestrales.

$t$	$Y_t$	$y_t$	$ye_t$	$K_t$	$k_t$	$ke_t$	$G_t$	$g_t$	$ge_t$
T413	121144.41	11.70	11.69	26543.55	10.19	10.16	10086.90	9.22	8.81
T114	110384.05	11.61	11.65	25114.09	10.13	10.16	4021.79	8.30	8.61
T214	116732.73	11.67	11.63	25647.16	10.15	10.18	5409.90	8.60	8.66
T314	117352.46	11.67	11.68	25325.83	10.14	10.11	6298.84	8.75	8.76
T414	122410.67	11.72	11.70	26184.99	10.17	10.15	9549.19	9.16	8.76

Fuente: Banco Central de Reserva del Perú

Elaboración: Propia<sup>44</sup>

Cuadro 9: Fuentes de datos para la estimación

Definición	Fuente
PBI (mill. S/. de 2007)	Ministerio de Agricultura, Ministerio de Energía y Minas, Ministerio de la Producción, INEI.
Inversión Bruta Fija Pública (mill. S/. de 2007)	Banco Central de Reserva del Perú, Instituto Nacional de Estadística e Informática.
Inversión Bruta Fija Privada (mill. S/. de 2007)	Banco Central de Reserva del Perú, Instituto Nacional de Estadística e Informática.

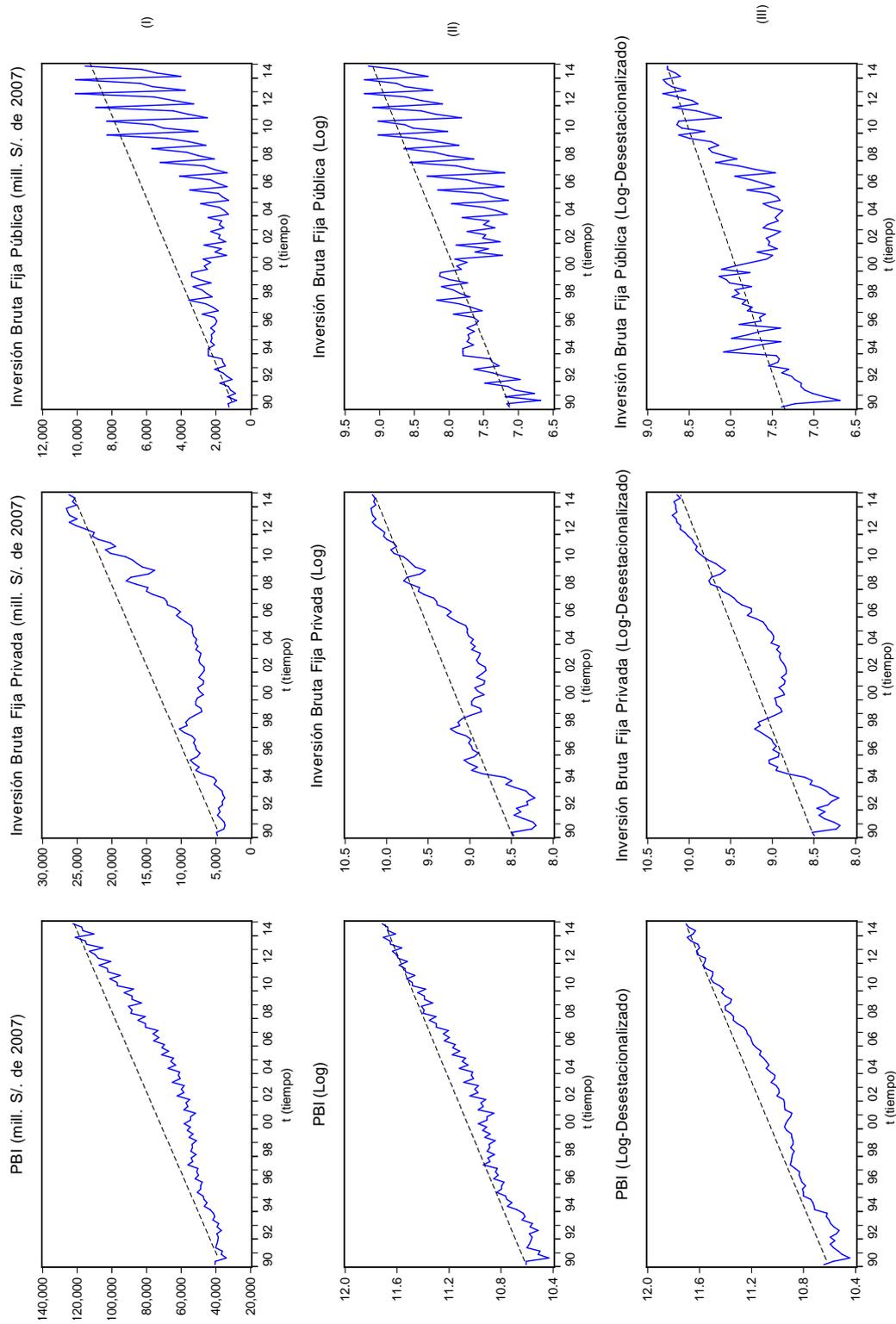
<sup>44</sup>La data transformada ( $y_t$ ,  $ye_t$ ,  $k_t$ ,  $ke_t$ ,  $g_t$  y  $ge_t$ ) fue realizada por simulaciones y técnicas afines por presentar características propias en la unidad de medición y modelación de series de tiempo no estacionarias.

## 7.6. GLOSARIO DE TERMINOLOGÍAS SEGÚN EL BCRP

Cuadro 10: Definición de la inversión según Banco Central de Reserva del Perú

Término	Definición
Inversión bruta ( <i>Gross investment</i> )	Monto de la inversión total, incluyendo la reposición del capital depreciado y la variación de existencias.
Inversión bruta fija ( <i>Gross fixed investment</i> )	Inversión en capital físico. Se incluye la inversión para reposición.
Inversión bruta fija privada ( <i>Private Gross Fixed Investment</i> )	La inversión bruta fija del sector privado se obtiene por diferencia entre la inversión bruta fija total de las cuentas nacionales del INEI y la inversión pública obtenida de las cuentas fiscales.
Inversión bruta fija pública ( <i>Public Gross Fixed Investment</i> )	Inversión bruta fija pública del gobierno general y las empresas estatales.
Inversión bruta interna ( <i>Gross Domestic Investment</i> )	Formación bruta de capital fijo más la variación de existencias. Se le llama “bruta” porque considera la inversión total, sin descontar la inversión para reponer el capital depreciado. Los niveles reales de la inversión bruta fija son estimados de los sectores público y privado. Para el año base 1994 la inversión bruta fija del sector privado se obtiene por diferencia entre la inversión bruta fija total de las cuentas nacionales del INEI y la inversión pública obtenida de las cuentas fiscales.

Figura 10: Series trimestrales originales y transformadas



\*La fila (I) representa a las series originales; la fila (II) a las series en logaritmos y la fila (III) a las series logarítmicas desestacionalizadas.

## 7.7. RESULTADOS DE ESTIMACIÓN POR MCO

### 7.7.1. RESIDUOS DE LAS ESTIMACIONES POR MCO

Figura 11: Residuos de estimación 1

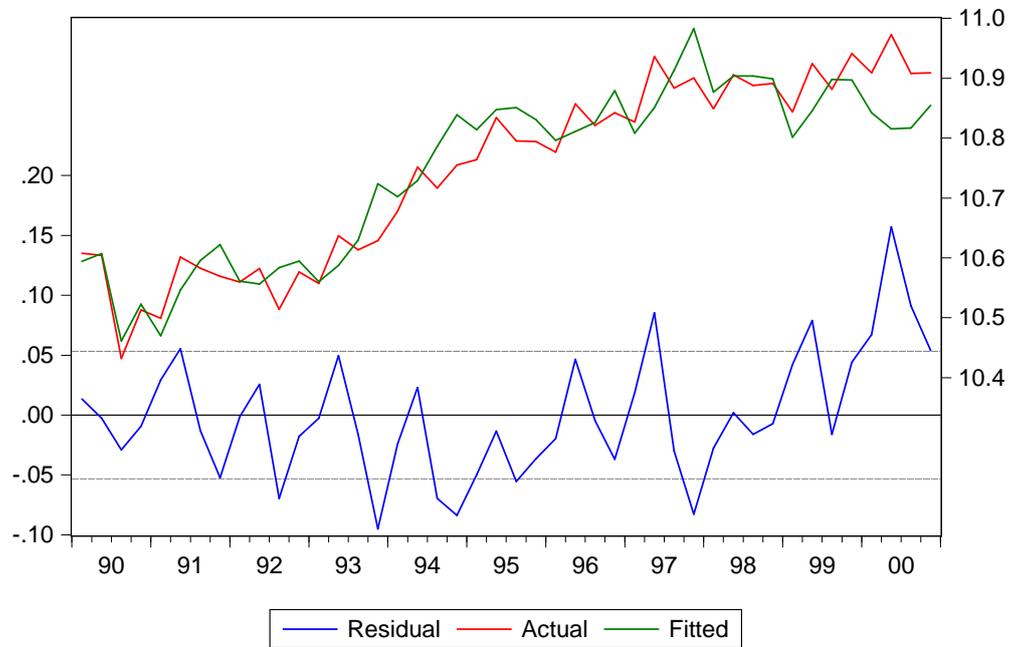


Figura 12: Residuos de estimación 2

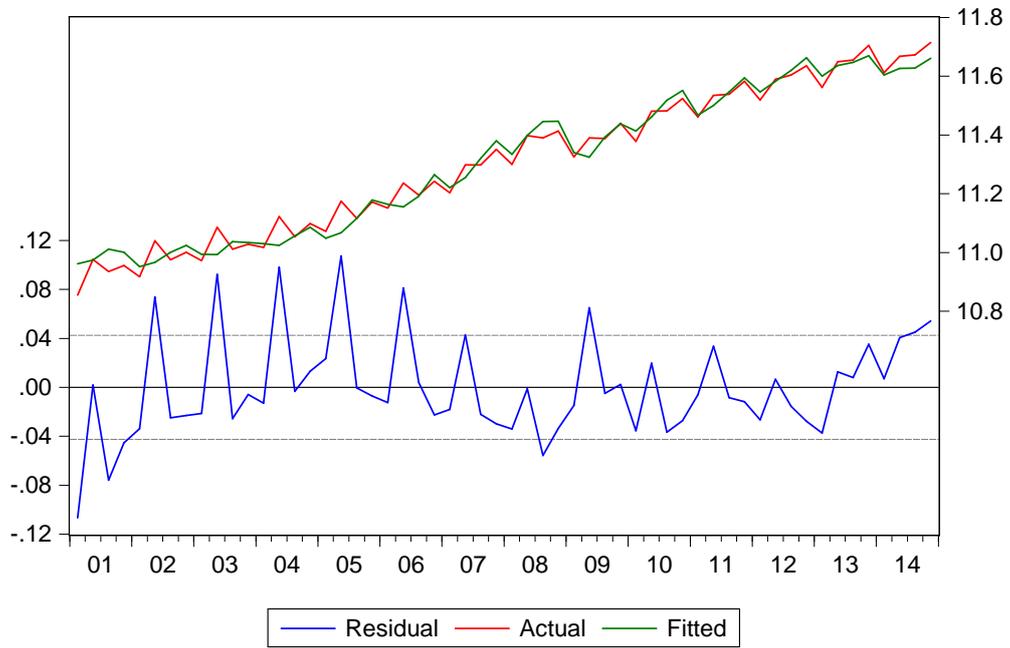


Figura 13: Residuos de estimación 3

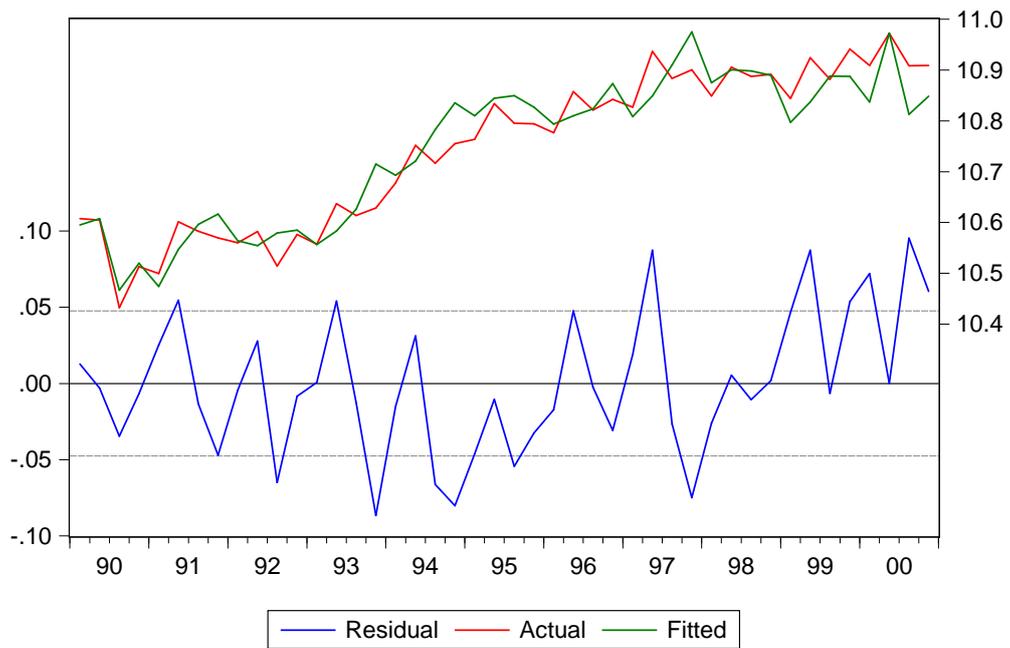
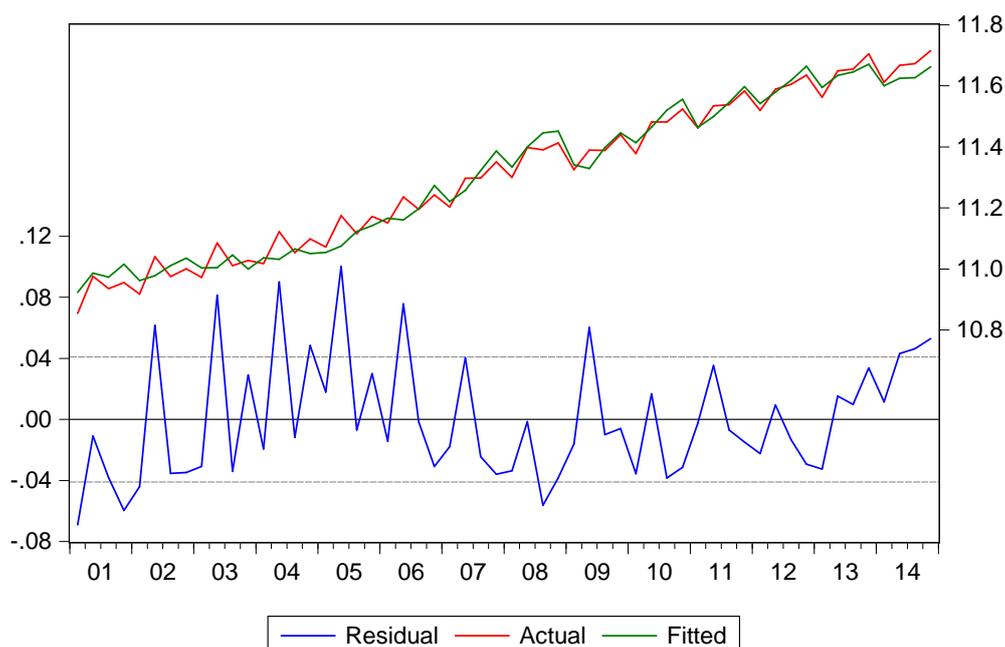


Figura 14: Residuos de estimación 4



### 7.7.2. PRUEBAS ECONOMÉTRICAS DE MCO

Cuadro 11: Pruebas econométricas

	J-B (*)	B-G (**)	B-P-G (***)	White (****)
Estimación 1 (†)	2.93	0.0048	0.1973	0.387
Estimación 2 (††)	4.26	0.7299	0.031	0.0194
Estimación 3 († † †)	0.80	0.0736	0.2537	0.4855
Estimación 4 († † † †)	4.67	0.1005	0.0622	0.2324

\* Prueba de Normalidad Jarque-Bera

\*\* Prueba de Autocorrelación de Breusch-Godfrey

\*\*\* Prueba de Heterocedasticidad Breusch-Pagan-Godfrey

\*\*\*\* Prueba de Heterocedasticidad de White

† Prob. F(2,39) , Prob. F(2,41), Prob. F(5,38)

†† Prob. F(2,51), Prob. F(2,53) y Prob. F(5,50)

† † † Prob. F(5,38), Prob. F(3,40) y Prob. F(6,37)

† † † † Prob. F(2,50), Prob. F(3,52) y Prob. F(8,47)

## 7.8. CORRELOGRAMA DE SERIES ORIGINALES Y TRANSFORMADAS

### 7.8.1. CORRELOGRAMA DEL CRECIMIENTO ECONÓMICO

Figura 15: Función de Autocorrelación de  $Y_t$

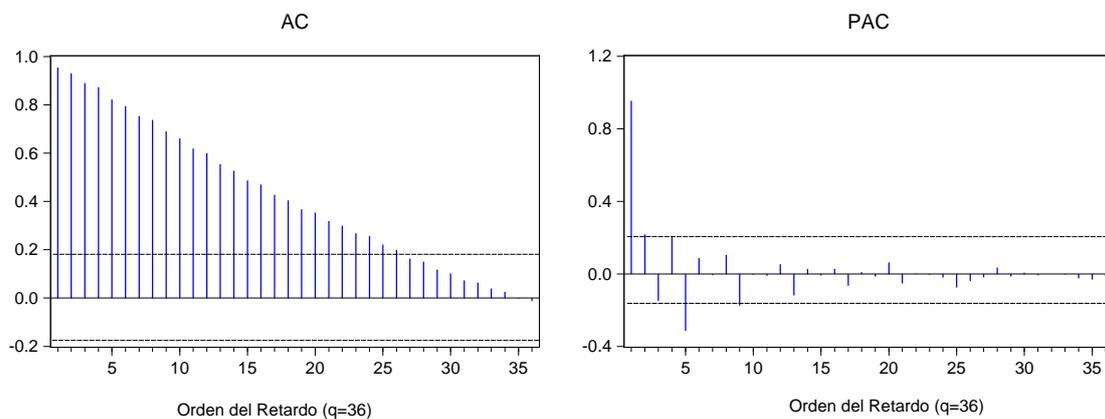


Figura 16: Función de Autocorrelación de  $y_t$

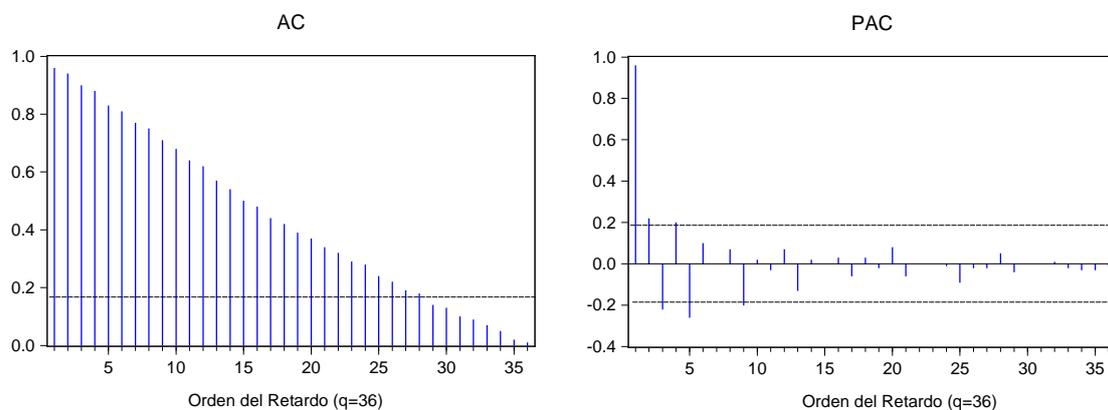


Figura 17: Función de Autocorrelación de  $\Delta y_t$

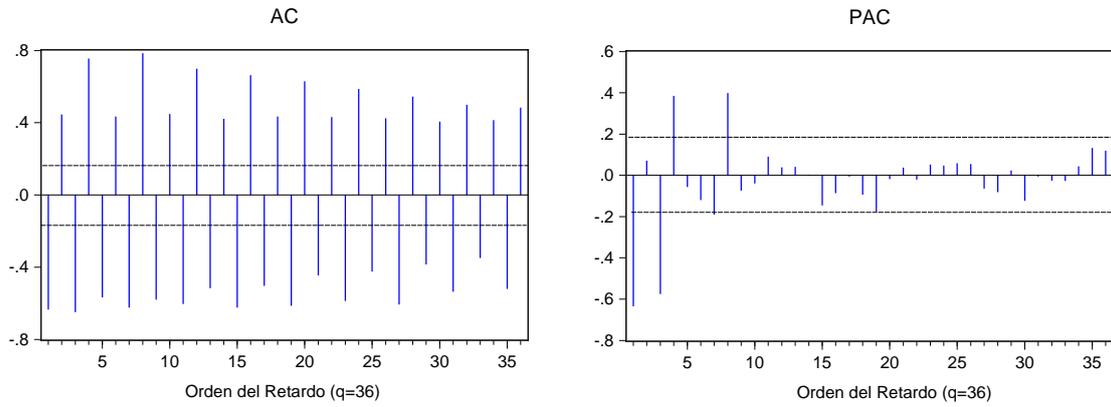


Figura 18: Función de Autocorrelación de  $y_e_t$

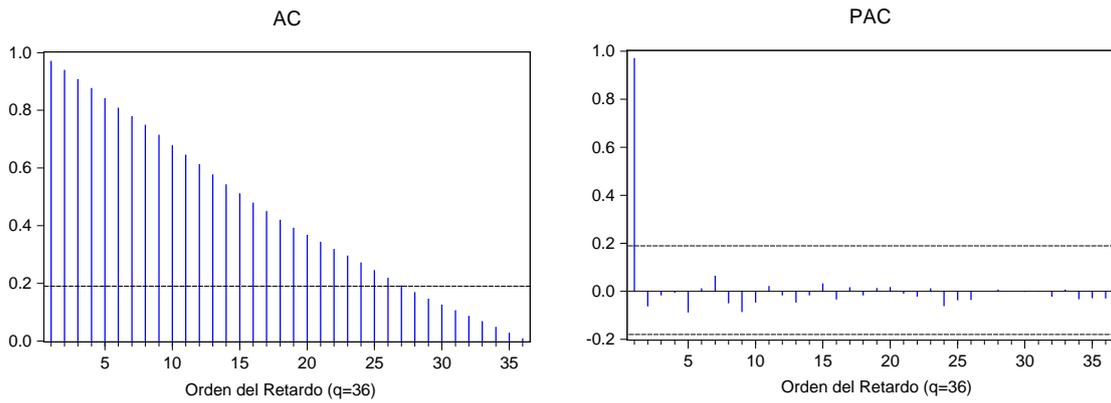
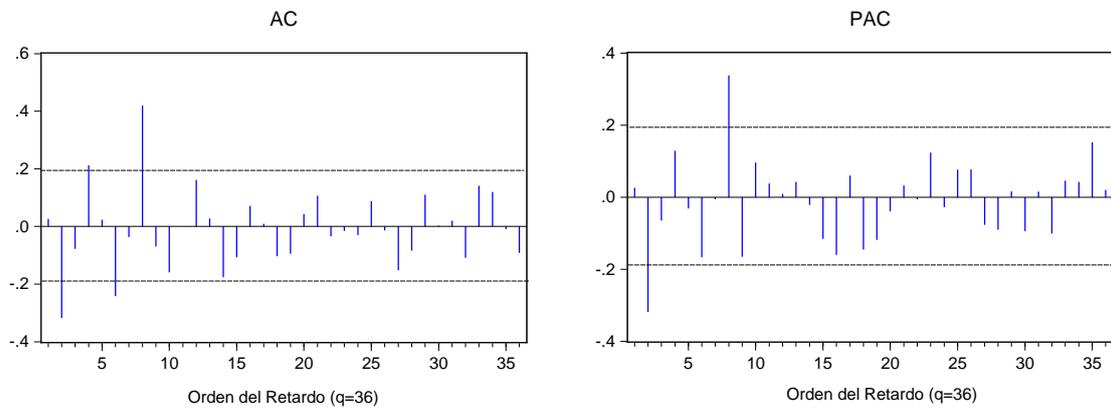


Figura 19: Función de Autocorrelación de  $\Delta y_e_t$



## 7.8.2. CORRELOGRAMA DE LA INVERSIÓN PRIVADA

Figura 20: Función de Autocorrelación de  $K_t$

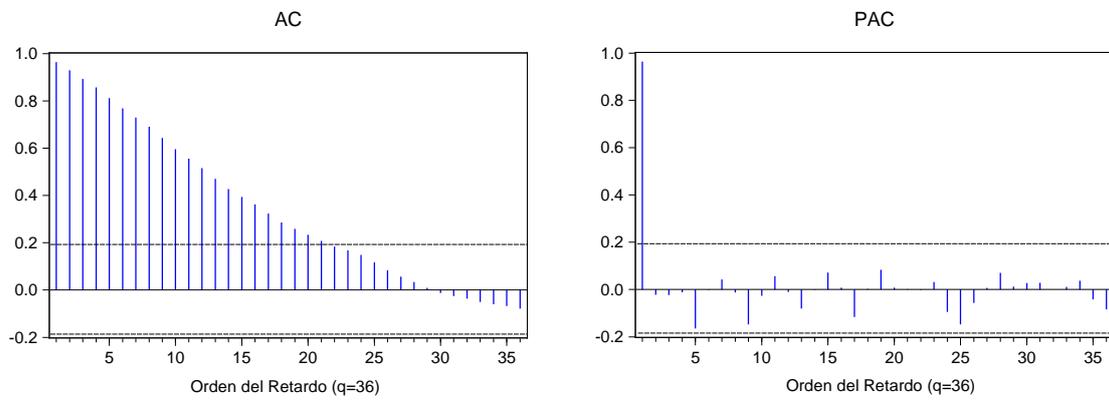


Figura 21: Función de Autocorrelación de  $k_t$

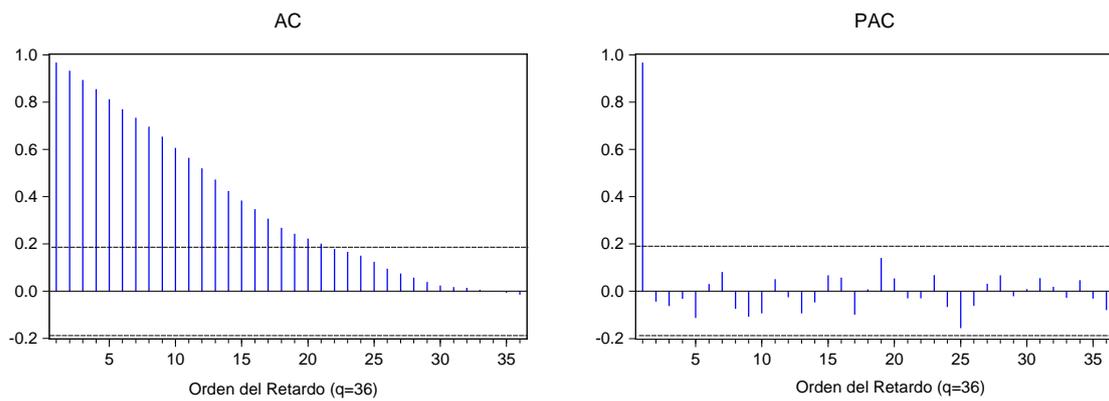


Figura 22: Función de Autocorrelación de  $\Delta k_t$

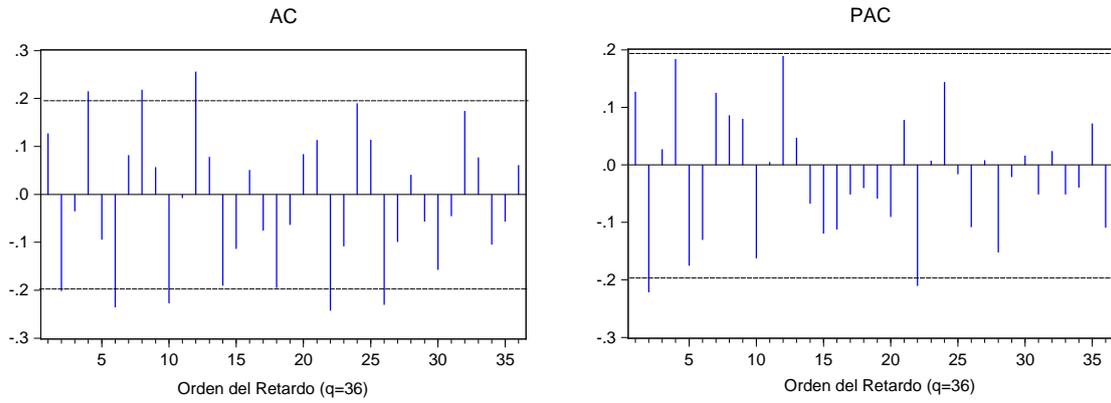


Figura 23: Función de Autocorrelación de  $ke_t$

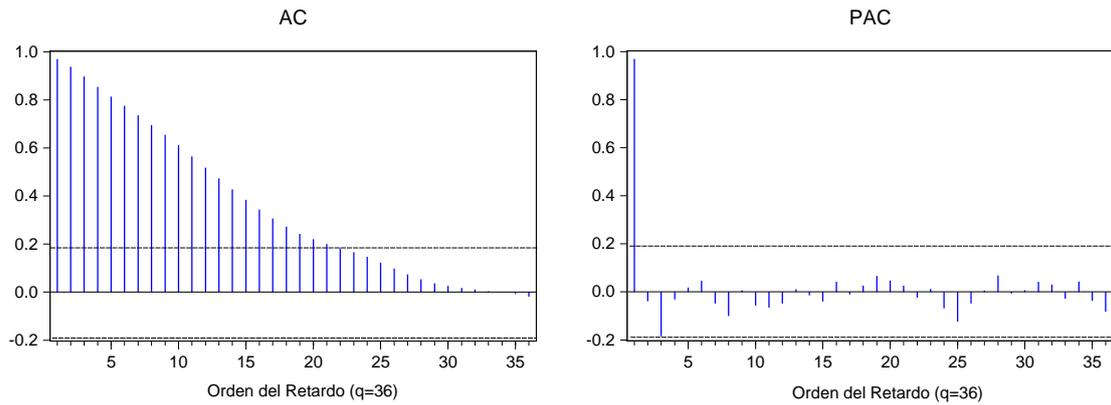
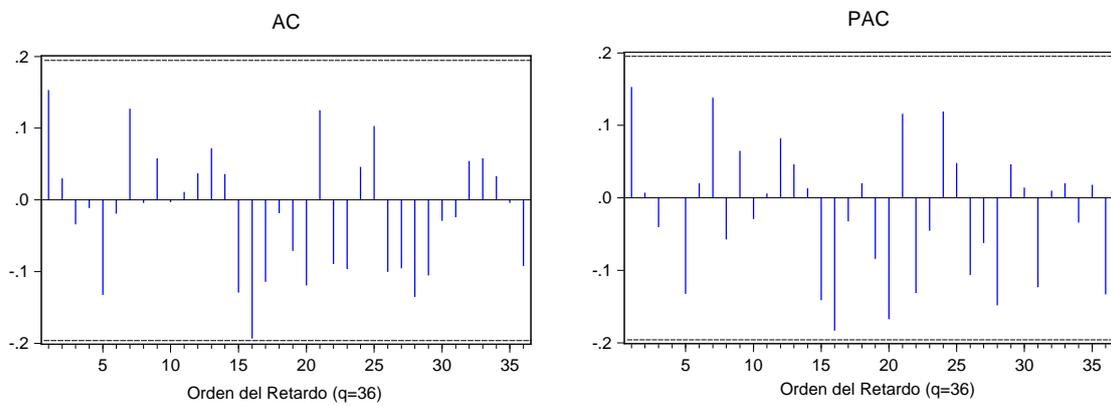


Figura 24: Función de Autocorrelación de  $\Delta ke_t$



### 7.8.3. CORRELOGRAMA DE LA INVERSIÓN PÚBLICA

Figura 25: Función de Autocorrelación de  $G_t$

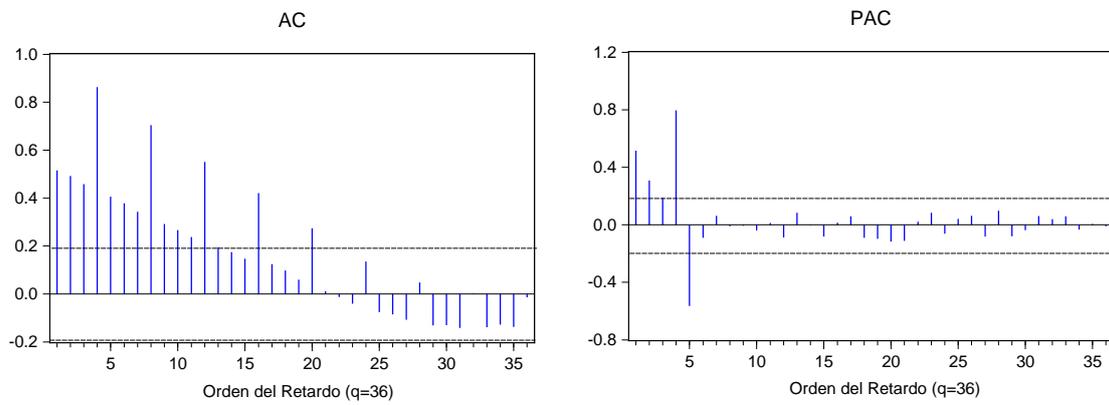


Figura 26: Función de Autocorrelación de  $g_t$

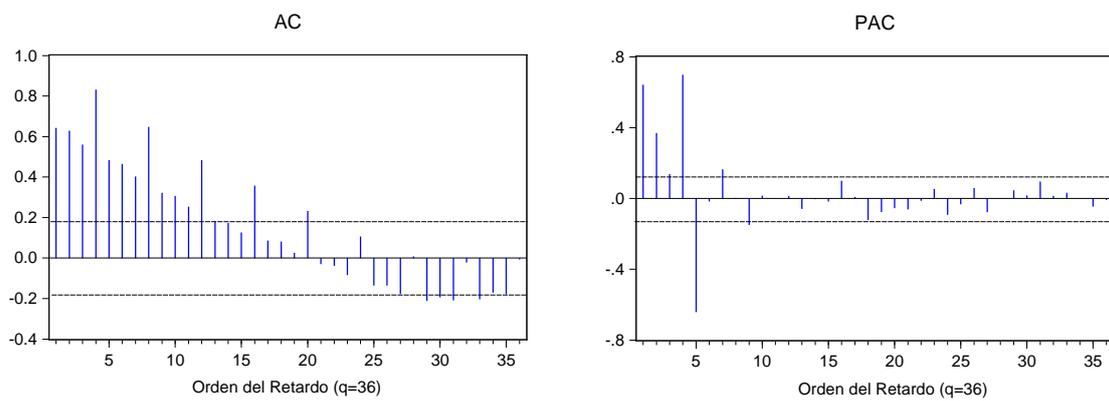


Figura 27: Función de Autocorrelación de  $\Delta g_t$

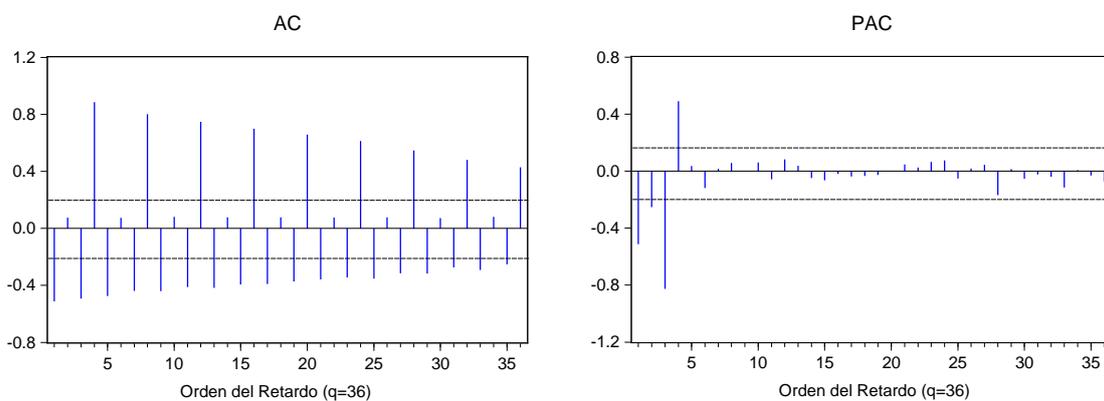


Figura 28: Función de Autocorrelación de  $ge_t$

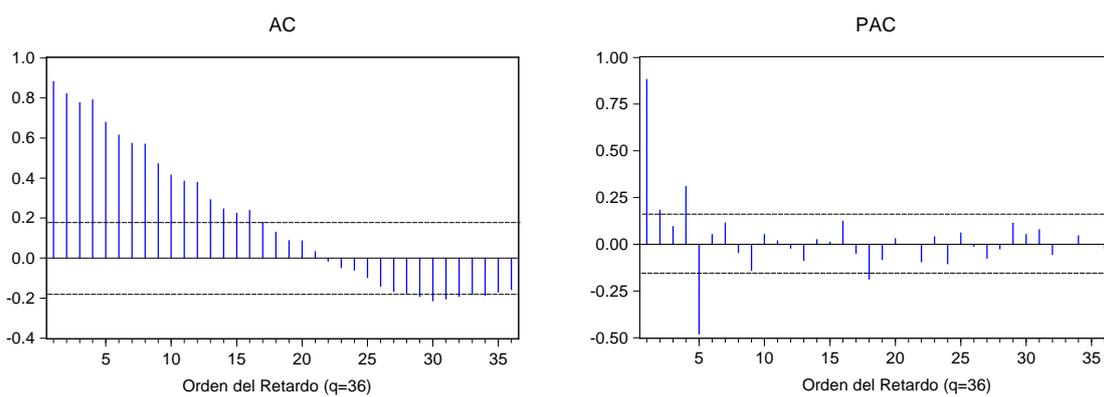
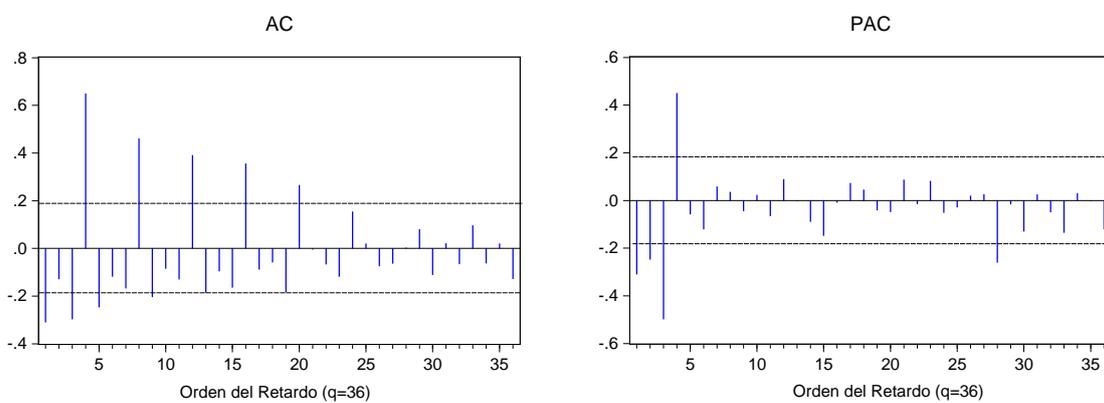


Figura 29: Función de Autocorrelación de  $\Delta ge_t$



## 7.9. ESTADÍSTICO DE Q-STAT Y PROBABILIDAD

### 7.9.1. Q-STAT Y PROBABILIDAD DEL CRECIMIENTO ECONÓMICO

Figura 30: Estadístico de Q-Stat y Probabilidad  $Y_t$

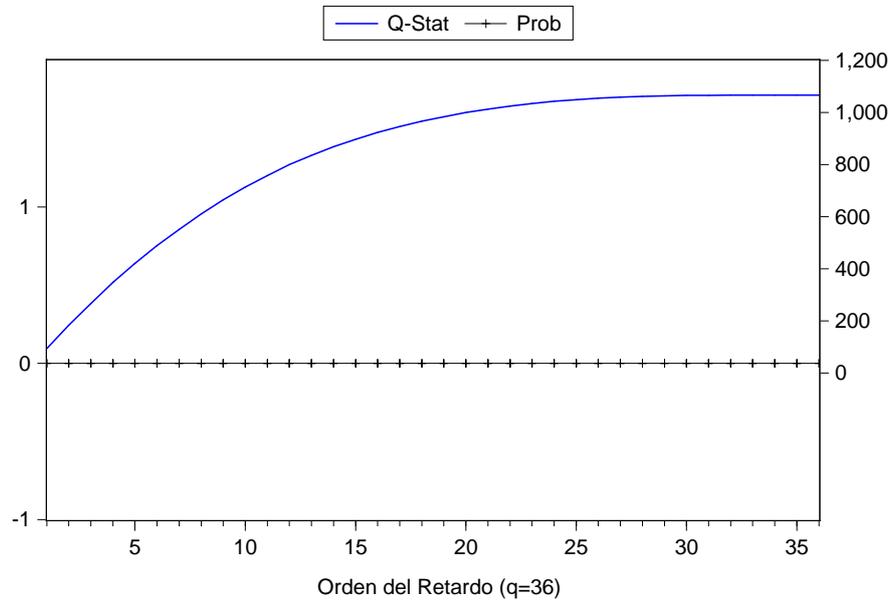


Figura 31: Estadístico de Q-Stat y Probabilidad  $y_t$

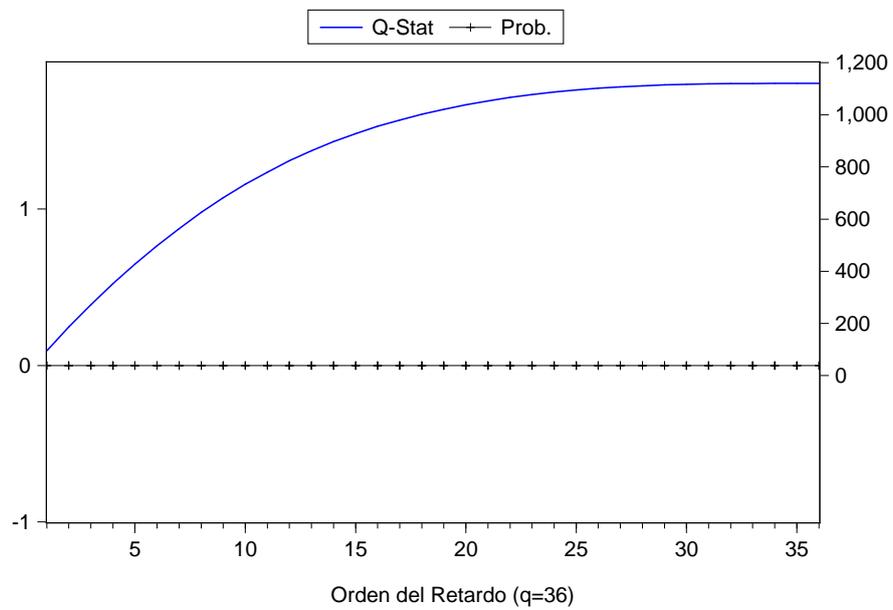


Figura 32: Estadístico de Q-Stat y Probabilidad  $\Delta y_t$

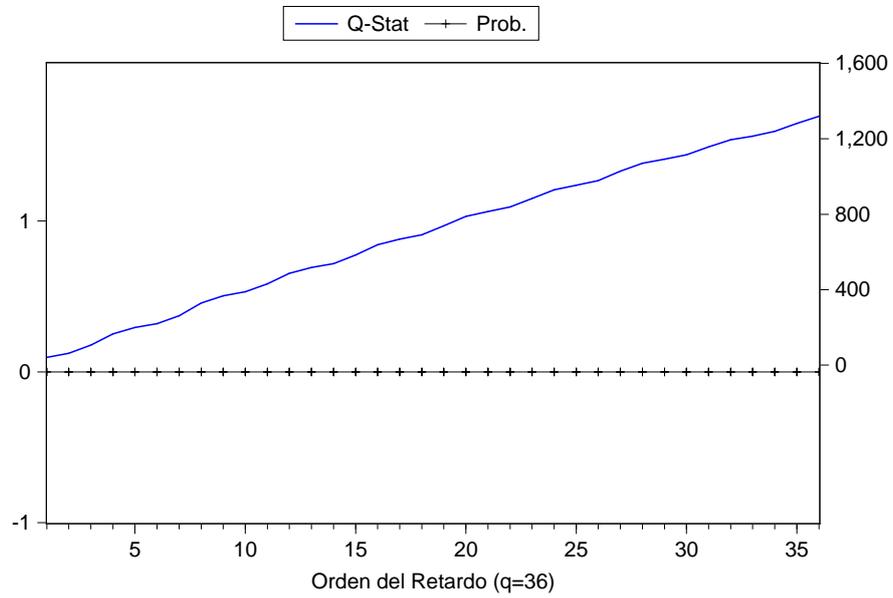


Figura 33: Estadístico de Q-Stat y Probabilidad  $y e_t$

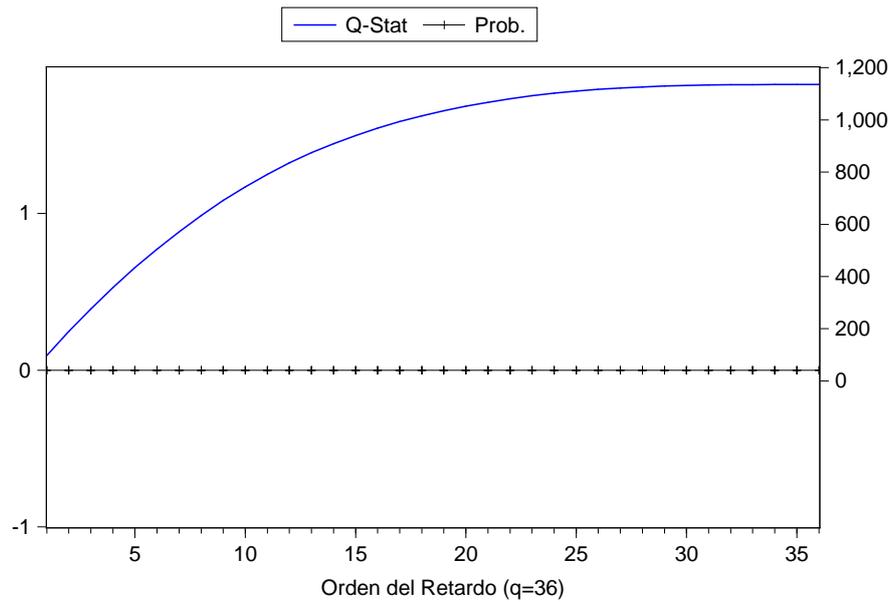
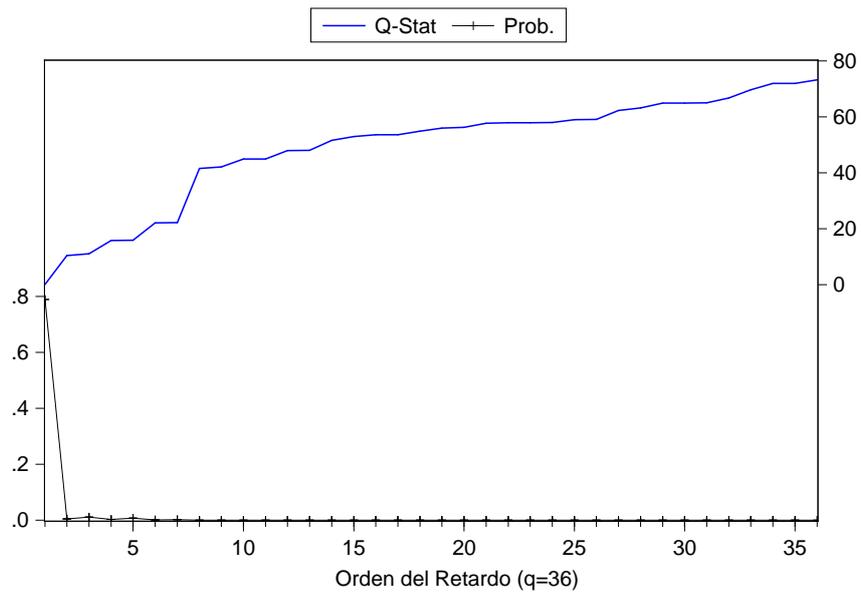


Figura 34: Estadístico de Q-Stat y Probabilidad  $\Delta ye_t$



### 7.9.2. Q-STAT Y PROBABILIDAD DE LA INVERSIÓN PRIVADA

Figura 35: Estadístico de Q-Stat y Probabilidad  $K_t$

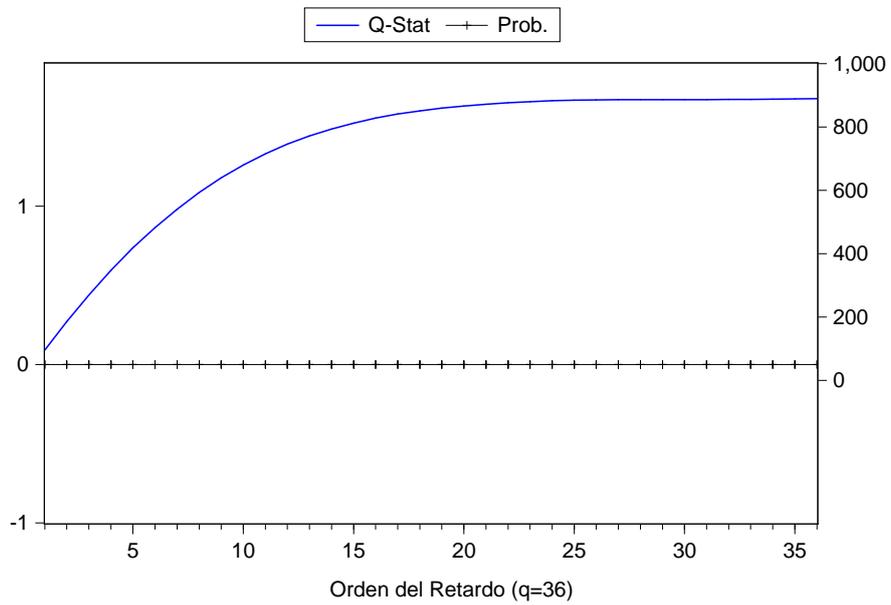


Figura 36: Estadístico de Q-Stat y Probabilidad  $k_t$

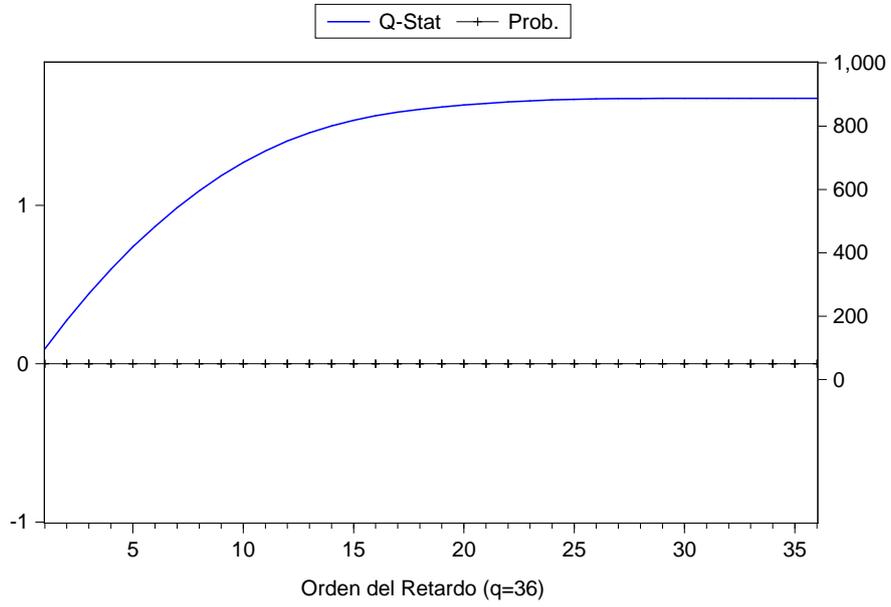


Figura 37: Estadístico de Q-Stat y Probabilidad  $\Delta k_t$

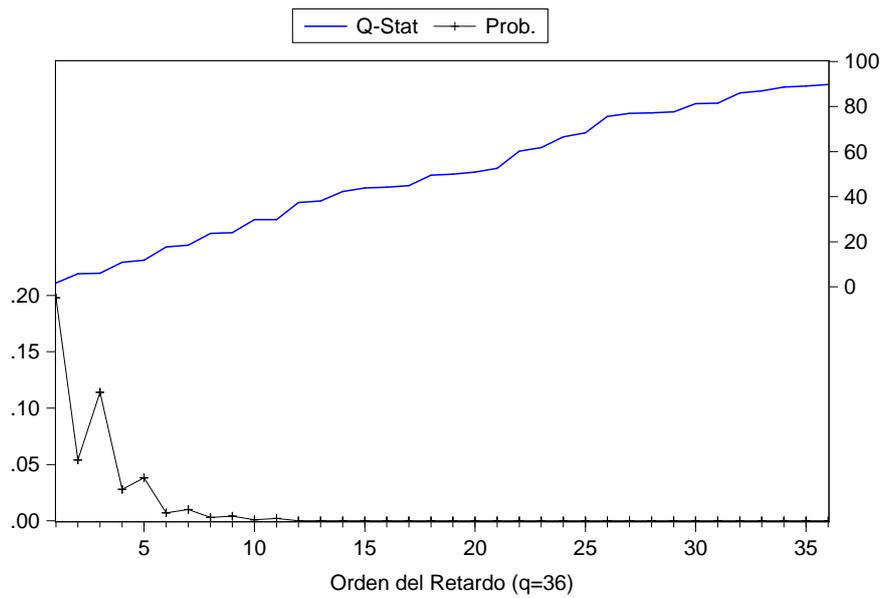


Figura 38: Estadístico de Q-Stat y Probabilidad  $ke_t$

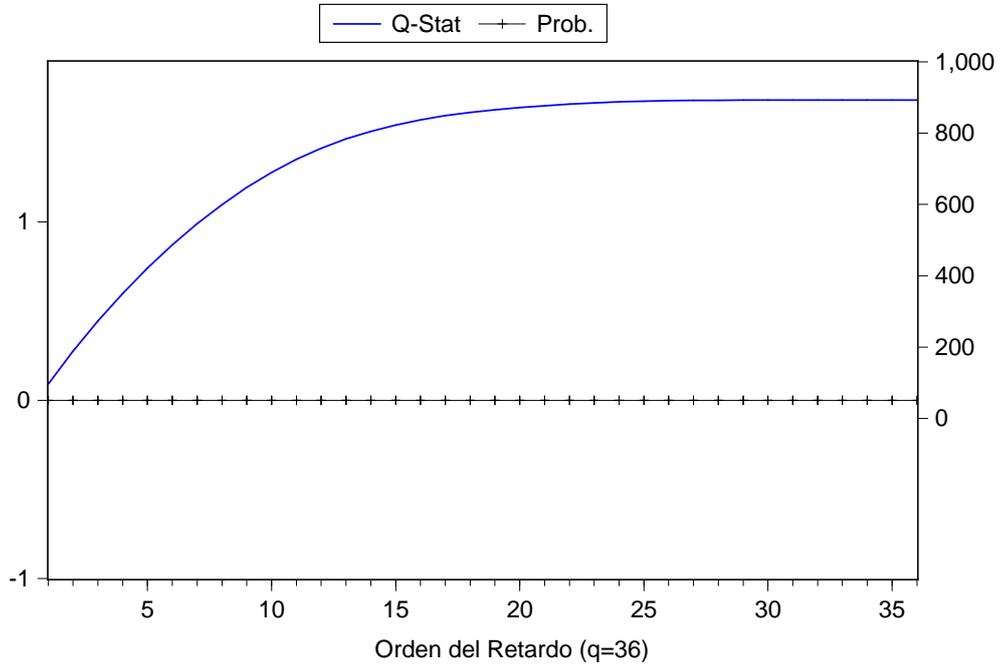
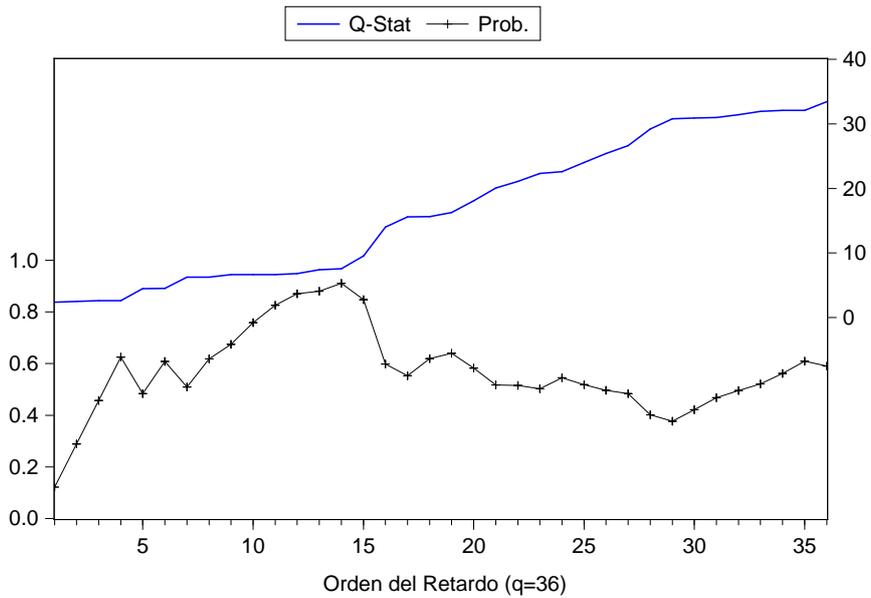


Figura 39: Estadístico de Q-Stat y Probabilidad  $\Delta ke_t$



### 7.9.3. Q-STAT Y PROBABILIDAD DE LA INVERSIÓN PÚBLICA

Figura 40: Estadístico de Q-Stat y Probabilidad  $G_t$

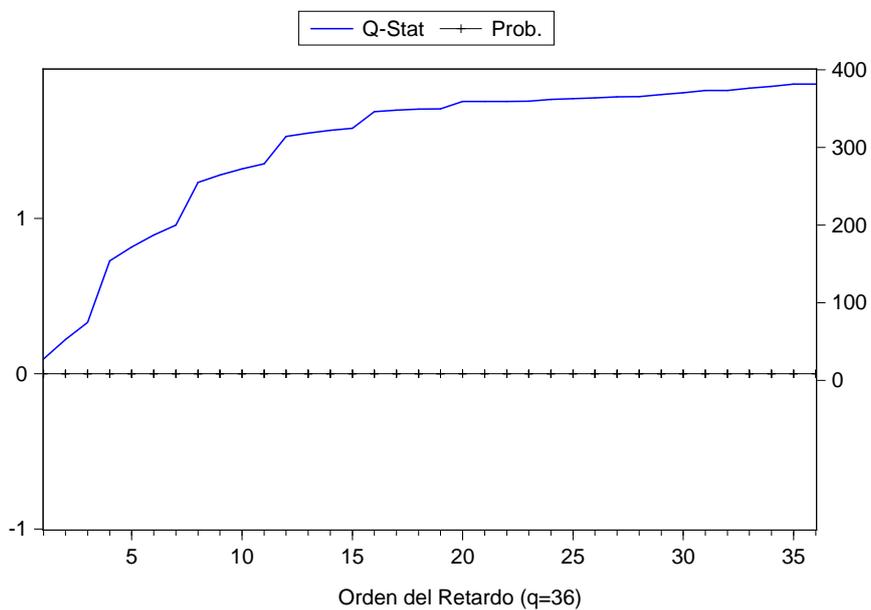


Figura 41: Estadístico de Q-Stat y Probabilidad  $g_t$

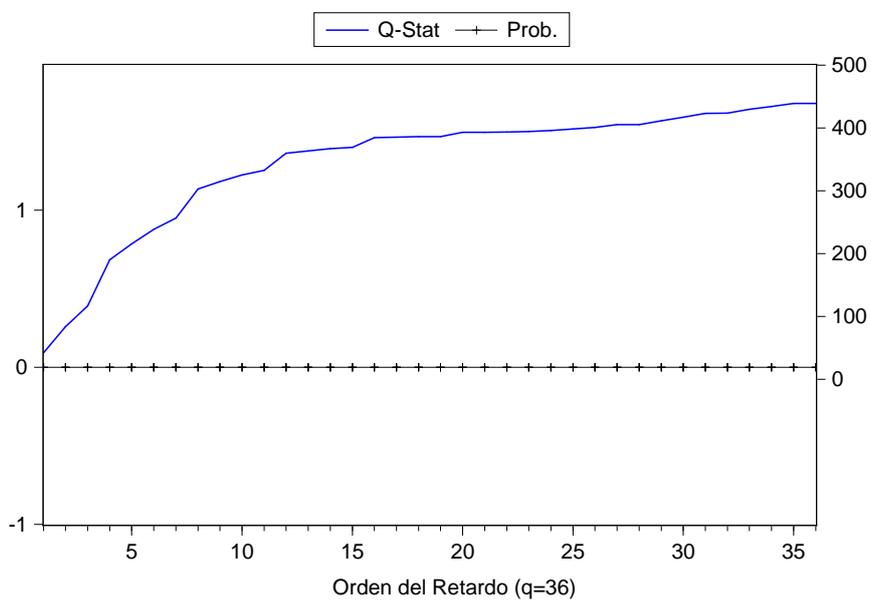


Figura 42: Estadístico de Q-Stat y Probabilidad  $\Delta g_t$

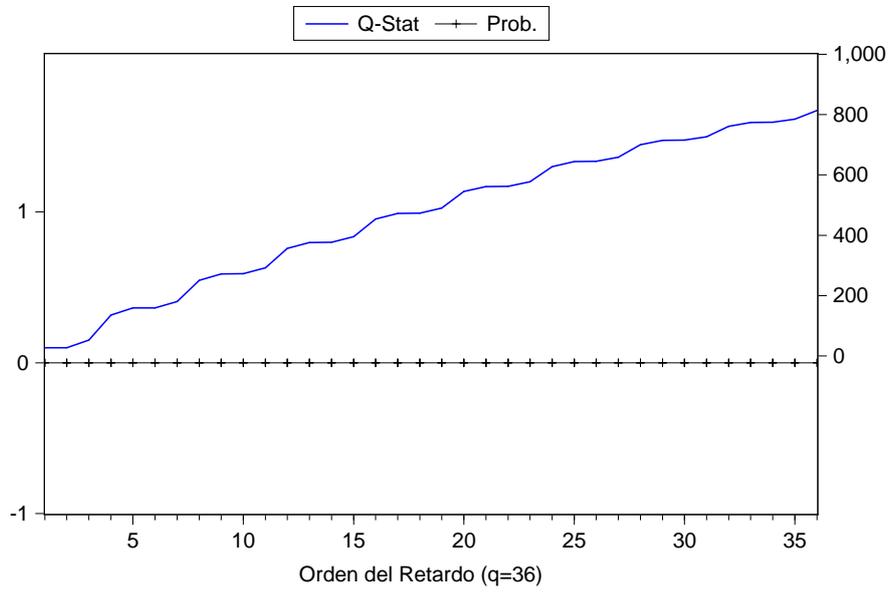


Figura 43: Estadístico de Q-Stat y Probabilidad  $ge_t$

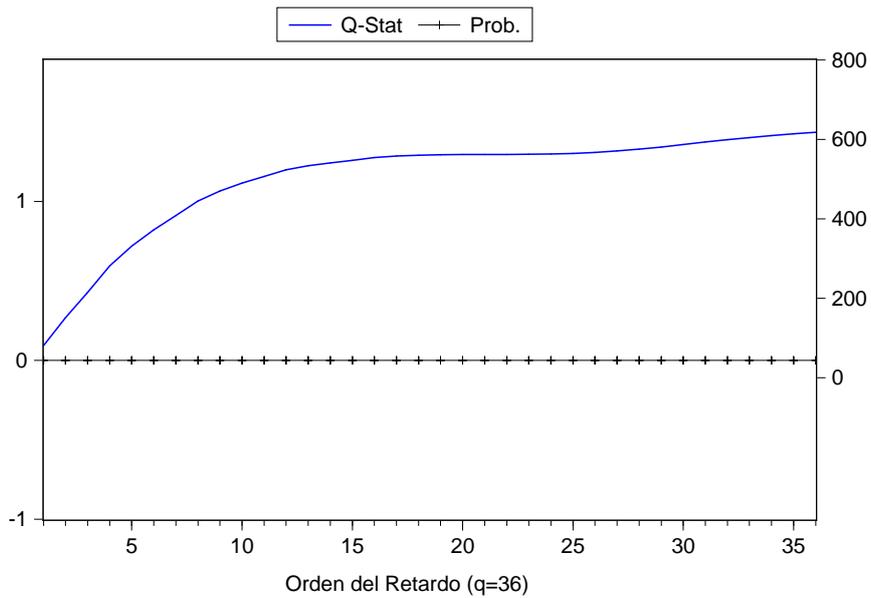


Figura 44: Estadístico de Q-Stat y Probabilidad  $\Delta ge_t$

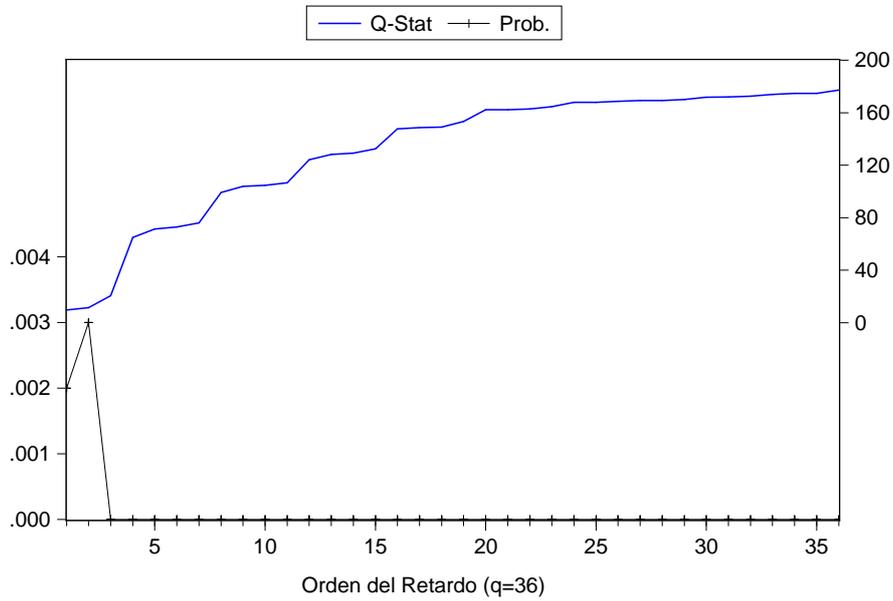
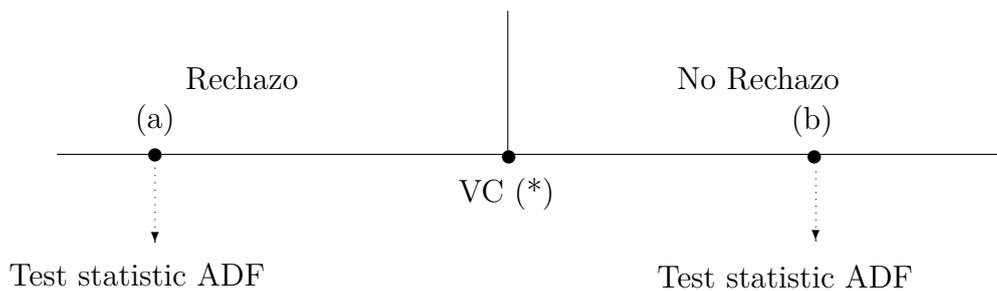


Figura 45: Evaluación del test de raíces unitarias de Dickey-Fuller Aumentado



Los valores críticos  $VC(*)$  del test delimitan la zona de Rechazo y No Rechazo, oscilan a un nivel de significancia del 1%, 5% y 10%; el lado (a) rechaza la existencia de raíces unitarias (*series estacionarias*), mientras el lado (b) acepta la existencia de raíces unitarias (*series no estacionarias*).

## 7.10. RESULTADOS DE LA PRUEBA DE RAÍCES UNITARIAS (ADF)

### 7.10.1. PRUEBA DE ADF PARA EL CRECIMIENTO ECONÓMICO

Cuadro 12: Prueba de raíces unitarias ADF, para PBI (en niveles)

		$Y_t$	$y_t$	$ye_t$
Retardos (†)		5	2	4
ADF		-0.680525	-2.419564	-1.466987
Prob. (‡)		(0.9712)	(0.3673)	(0.8341)
VC	1 %	-4.058619	-4.055416	-4.057528
	5 %	-3.458326	-3.456805	-3.457808
	10 %	-3.155161	-3.154273	-3.154859
DW		2.037131	1.907209	1.937364

(†) Retardos de la variable dependiente.

(‡) MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Cuadro 13: Prueba de raíces unitarias ADF, para PBI (en primera diferencia)

		$\Delta Y_t$	$\Delta y_t$	$\Delta ye_t$
Retardos (†)		4	4	1
ADF		-4.350731	-4.93519	-12.26027
Prob. (‡)		(0.0041)	(0.0006)	(0.0000)
VC	1 %	-4.058619	-4.058619	-4.055416
	5 %	-3.458326	-3.458326	-3.456805
	10 %	-3.155161	-3.155161	-3.154273
DW		2.036528	2.008632	2.063798

(†) Retardos de la variable dependiente.

(‡) MacKinnon (1996) one-sided p-values.

### 7.10.2. PRUEBA DE ADF PARA LA INVERSIÓN PRIVADA

Cuadro 14: Prueba de raíces unitarias ADF, para Inversión privada (en niveles)

		$K_t$	$k_t$	$ke_t$
Retardos (†)		5	4	2
ADF		-0.649826	-2.029991	-1.84506
Prob. (‡)		(0.9734)	(0.5773)	(0.675)
VC	1 %	-4.058619	-4.057528	-4.055416
	5 %	-3.458326	-3.457808	-3.456805
	10 %	-3.155161	-3.154859	-3.154273
DW		2.05403	1.913774	2.017437

(†) Retardos de la variable dependiente.

(‡) MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Cuadro 15: Prueba de raíces unitarias ADF, para Inversión privada (en primera diferencia)

		$\Delta K_t$	$\Delta k_t$	$\Delta ke_t$
Retardos (†)		4	1	1
ADF		-4.988763	-8.463232	-6.880541
Prob. (‡)		(0.0005)	(0.0000)	(0.0000)
VC	1 %	-4.058619	-4.055416	-4.055416
	5 %	-3.458326	-3.456805	-3.456805
	10 %	-3.155161	-3.154273	-3.154273
DW		2.068506	2.012186	2.022463

(†) Retardos de la variable dependiente.

(‡) MacKinnon (1996) one-sided p-values.

### 7.10.3. PRUEBA DE ADF PARA LA INVERSIÓN PÚBLICA

Cuadro 16: Prueba de raíces unitarias ADF, para Inversión pública (en niveles)

		$G_t$	$g_t$	$ge_t$
Retardos (†)		4	4	4
ADF		-1.520353	-2.043735	-1.917696
Prob. (‡)		(0.8158)	(0.5698)	(0.6375)
VC	1 %	-4.057528	-4.057528	-4.057528
	5 %	-3.457808	-3.457808	-3.457808
	10 %	-3.154859	-3.154859	-3.154859
DW		2.059336	1.974526	2.007443

(†) Retardos de la variable dependiente.

(‡) MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Cuadro 17: Prueba de raíces unitarias ADF, para Inversión pública (en primera diferencia)

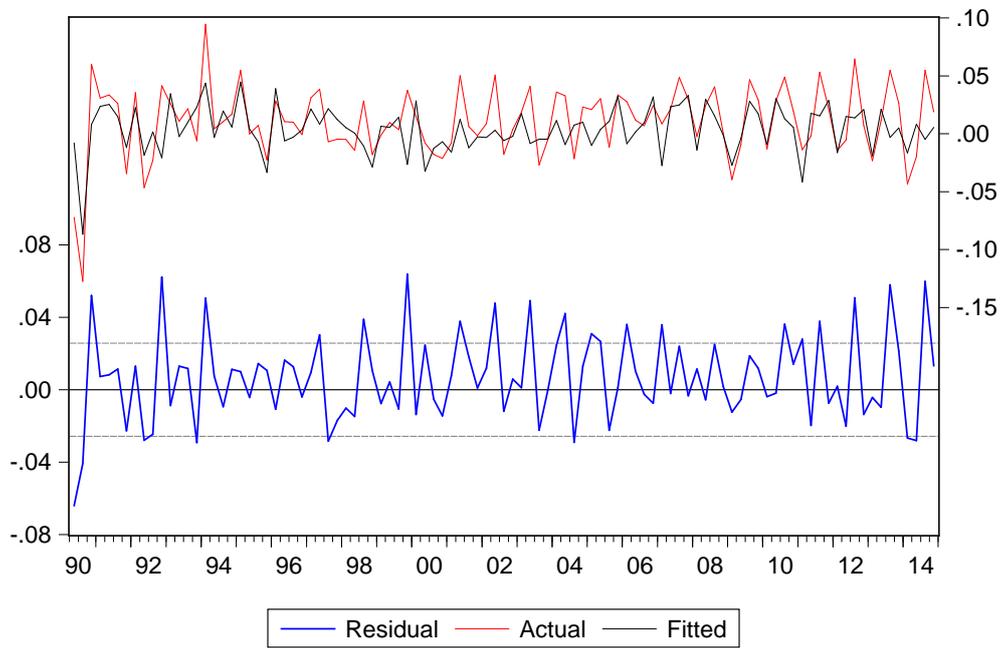
		$\Delta G_t$	$\Delta g_t$	$\Delta ge_t$
Retardos (†)		3	3	3
ADF		-4.364521	-4.784494	-4.936466
Prob. (‡)		(0.0039)	(0.0010)	(0.0006)
VC	1 %	-4.057528	-4.057528	-4.057528
	5 %	-3.457808	-3.457808	-3.457808
	10 %	-3.154859	-3.154859	-3.154859
DW		2.004441	1.911756	1.96327

(†) Retardos de la variable dependiente.

(‡) MacKinnon (1996) one-sided p-values.

## 7.11. RESIDUOS DE MCE

Figura 46: Residuales de la estimación MCE



## 7.12. RESULTADOS DE ESTIMACIÓN DE LA ECUACIÓN MULTIVARIADA

### 7.12.1. RESULTADOS VAR

Cuadro 18: Resultados de la estimación VAR de la Inversión pública y privada (a)

	$ke_t$			$ge_t$		
$ke_{t-1}$	1.117	(-0.107)	[ 10.40]	0.082	(-0.231)	[ 0.355]
$ke_{t-2}$	-0.014	(-0.163)	[-0.084]	0.179	(-0.350)	[ 0.509]
$ke_{t-3}$	-0.167	(-0.156)	[-1.070]	-0.090	(-0.337)	[-0.266]
$ke_{t-4}$	0.018	(-0.146)	[ 0.124]	-0.483	(-0.315)	[-1.533]
$ke_{t-5}$	0.028	(-0.096)	[ 0.287]	0.492	(-0.207)	[ 2.376]
$ge_{t-1}$	0.086	(-0.044)	[ 1.984]	0.623	(-0.094)	[ 6.656]
$ge_{t-2}$	0.002	(-0.040)	[ 0.056]	0.001	(-0.087)	[ 0.010]
$ge_{t-3}$	-0.069	(-0.039)	[-1.755]	-0.098	(-0.085)	[-1.148]
$ge_{t-4}$	0.011	(-0.039)	[ 0.275]	0.696	(-0.085)	[ 8.238]
$ge_{t-5}$	-0.015	(-0.042)	[-0.350]	-0.463	(-0.091)	[-5.090]
$c$	0.057	(-0.118)	[ 0.479]	0.256	(-0.254)	[ 1.007]

† Los errores estándar están entre paréntesis y el estadístico t entre corchetes.

Cuadro 19: Resultados de la estimación VAR de la Inversión pública y privada (b)

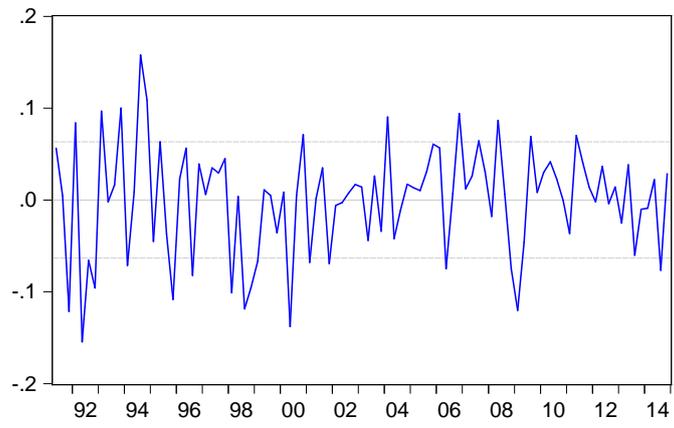
	$ke_t$	$ge_t$
R-squared	0.988	0.923
Adj. R-squared	0.987	0.914
Sum sq. resids	0.338	1.565
S.E. equation	0.063	0.136
F-statistic	692.431	100.546
Log likelihood	133.098	60.239
Akaike AIC	-2.570	-1.037
Schwarz SC	-2.275	-0.741
Mean dependent	9.212	7.885
S.D. dependent	0.547	0.465

Cuadro 20: Resultados de la estimación VAR de la Inversión pública y privada (c)

	$ke_t$ $ge_t$
Determinant resid covariance (dof adj.)	0.000
Determinant resid covariance	0.000
Log likelihood	193.406
Akaike information criterion	-3.609
Schwarz criterion	-3.017

Figura 47: Residuales de la estimación VAR

LKE Residuals



LGE Residuals

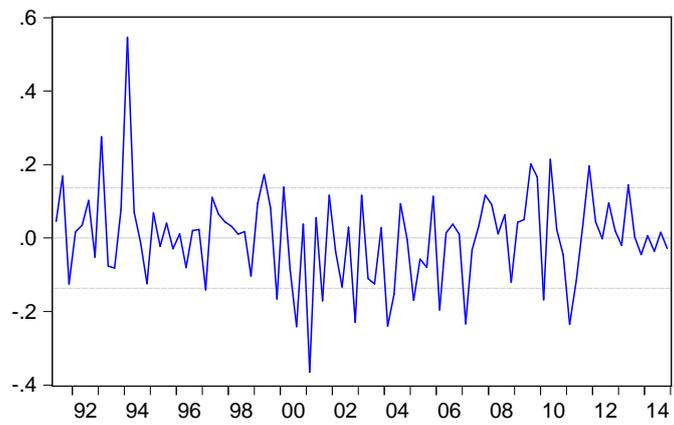


Figura 48: Correlograma del VAR

Autocorrelations with 2 Std.Err. Bounds

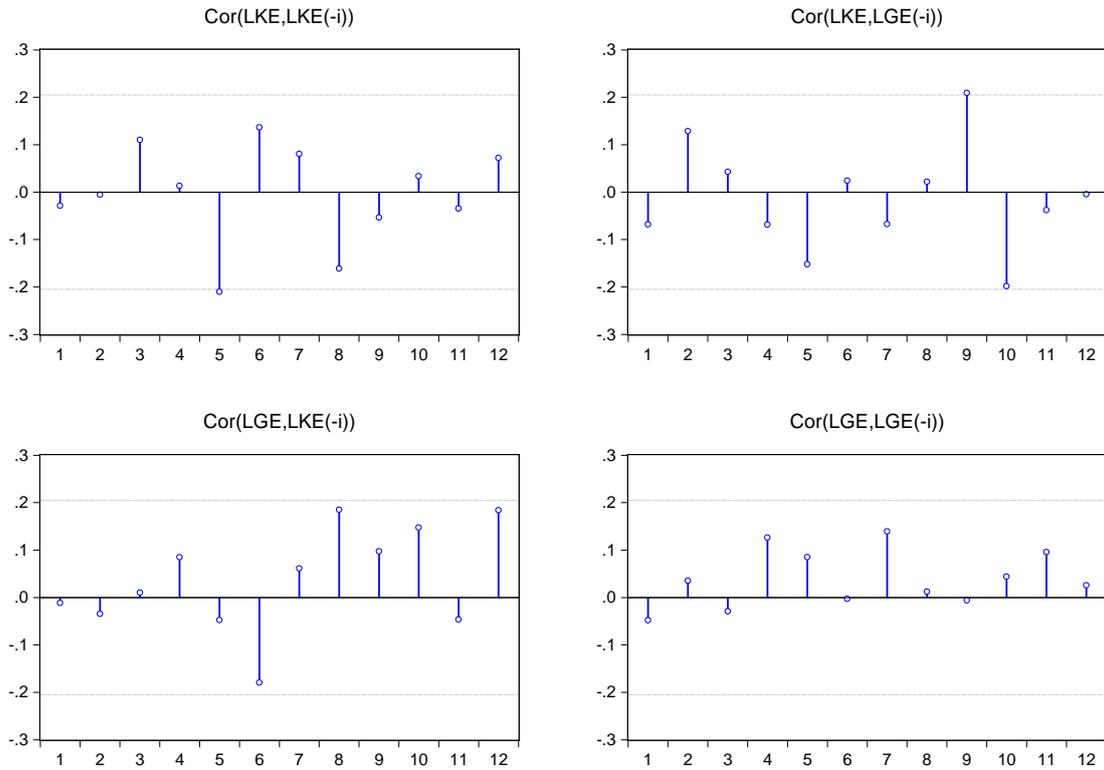


Figura 49: Función de impulso-respuesta

Response to Cholesky One S.D. Innovations  $\pm 2$  S.E.

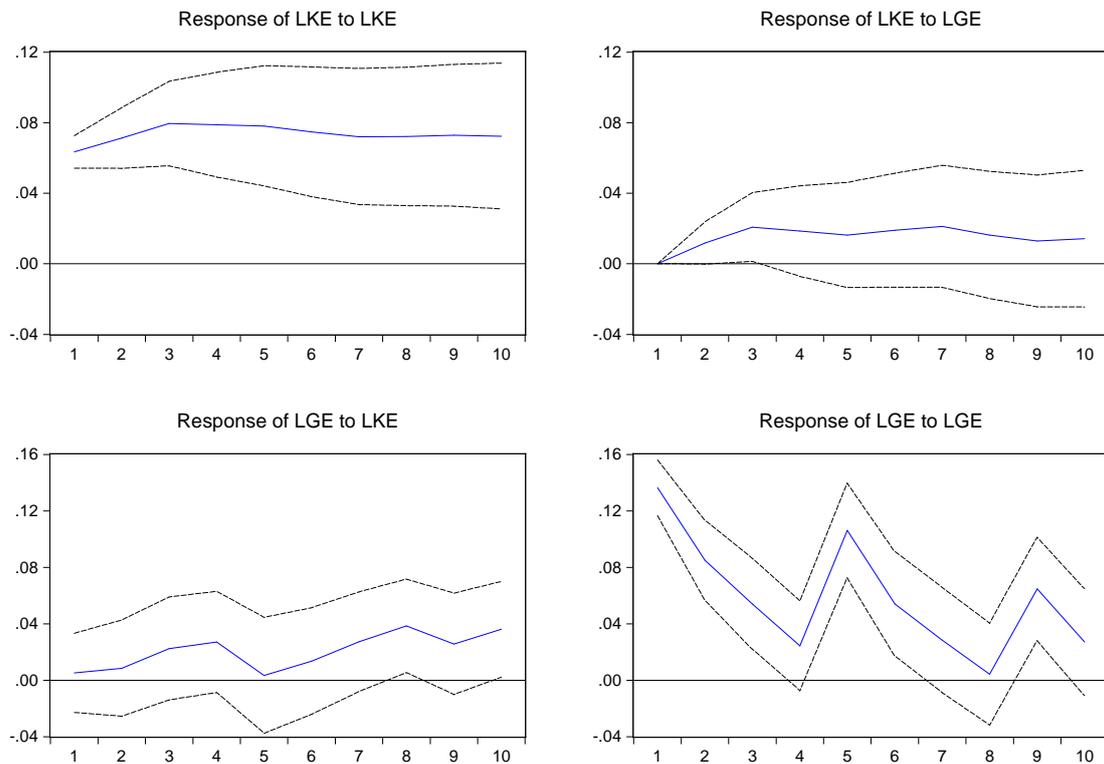
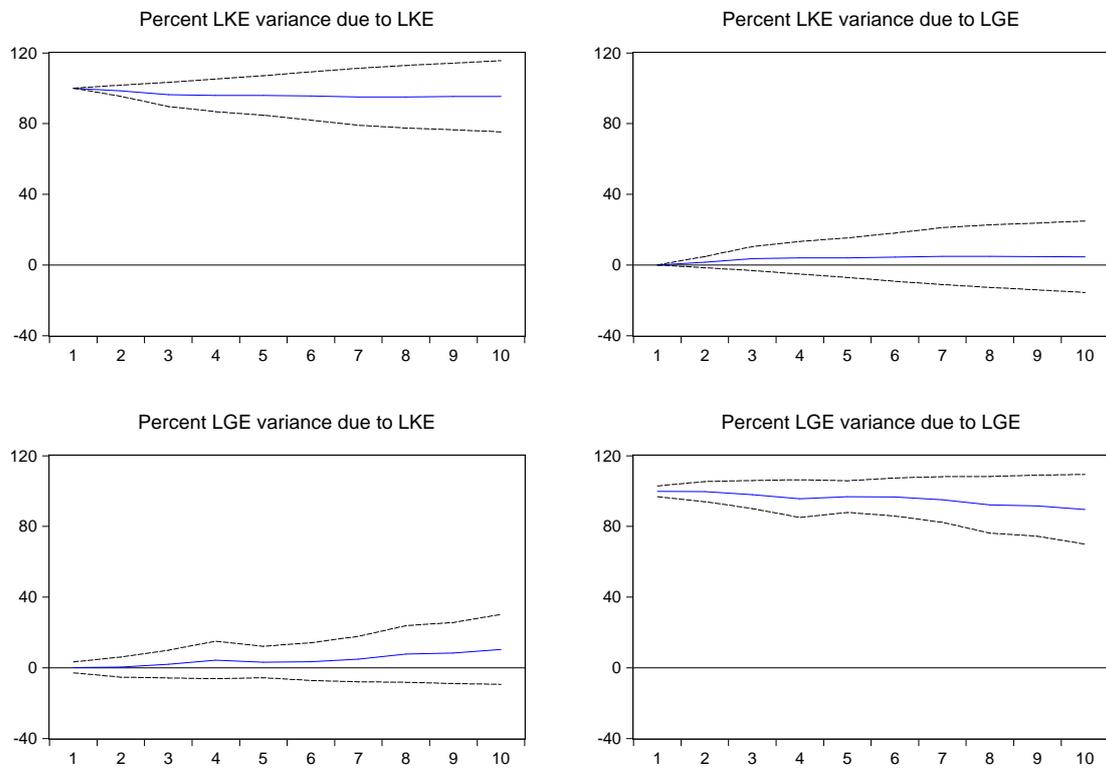


Figura 50: Descomposición de la varianza

Variance Decomposition  $\pm 2$  S.E.



PROBLEMA	OBJETIVO	HIPÓTESIS	VARIABLES	METODOLOGÍA
<b>Principal</b> ¿Qué efecto produce un incremento de la inversión pública y privada sobre el crecimiento económico en el Perú, durante el período de 1990-2014?	<b>Principal</b> Determinar la elasticidad producto - inversión privada y producto - inversión pública durante el período de 1990-2014	<b>Principal</b> La inversión pública y privada influye positivamente en la evolución del crecimiento económico en el Perú entre 1990 y 2014.	<b>Dependiente</b> Crecimiento económico ( <i>Producto Bruto Interno</i> )	<b>Tipo de investigación</b> - Aplicada
<b>Específicos</b> (a) ¿Existe una relación estadística en el corto y largo plazo entre el crecimiento económico respecto a la inversión privada y pública?  (b) ¿La dirección de la causalidad va de la inversión pública a la inversión privada o es a la inversa?  (c) ¿Cuál es el efecto dinámico de la inversión pública?  (d) ¿Cuán importante es la inversión pública en el desempeño de la inversión privada.	<b>Específicos</b> (a) Determinar la relación estadística de las variables en el corto y largo plazo.  (b) Hallar la causalidad estadística de las variables para determinar la complementariedad entre la inversión pública y privada.  (c) Hallar el comportamiento dinámico de la inversión pública a través del tiempo con respecto a la inversión privada.  (d) Determinar la importancia de la inversión pública en el desempeño de la inversión privada.	<b>Específicos</b> (a) Existe una relación de equilibrio en el corto y largo plazo entre la inversión pública, inversión privada respecto al crecimiento económico.  (b) Inversión pública e inversión privada interactúan: incrementos provocan un aumento de la inversión privada o viceversa.  (c) La inversión pública causa a la inversión privada o viceversa.  (d) La inversión pública es importante para la inversión privada.	<b>Independiente</b> (a) Inversión pública ( <i>Inversión Bruta fija pública</i> )	<b>Nivel de investigación</b> Descriptivo, explicativo y demostrativo  <b>Método.</b> Análisis cuantitativo y deductivo  <b>Diseño.</b> Investigación por objetivo.

Cuadro 21: Matriz de consistencia